Tidskrift FÖR SKOLMATEMATIK

ÅRGÅNG 1 · September 1955
Nr 1

ANMÄLAN

Ja, var så god! Här är den! Det första numret av Tidskrift för Skolmatematik föreligger nu, det med nyfiken undran och spänd förväntan — inte minst från redaktörens sida! — avvaktade första numret av vårt lands enda specialtidning för räkneundervisningen.

Vad vill den komma med, vad har den att ge den enskilde läraren — har den någon mission att fylla? I detta premiärnummer är tidskriften angelägen att svara på dessa frågor och deklarera sina vackra avsikter och höga mål, alltså:

Tidskrift för Skolmatematik hoppas kunna ge en allsidig kontakt med den aktuella utvecklingen inom räkneundervisningen i våra skolor. Den vill framförallt behandla den grundläggande räkneundervisningen i småskolan, folkskolan och realskolan, det område således som enhetsskolan är avsedd att omfatta. Tidskriften kommer att sträva efter att vara så omväxlande som möjligt. I de annonser i våra skoltidningar, där tidskriften i korthet presenterats, har utlovats räknemetodiska artiklar, praktiska tips och erfarenheter, historik, roliga räknehistorier, vetenskapliga artiklar, aktuell debatt. Även om varje enskilt nummer ev. ej ger plats för alla dessa aspekter, kommer de fyra nummer, som en årgång omfattar, att allsidigt och omväxlande belysa hithörande frågor.

Varför en specialtidning just för matematikundervisningen? Tidskrift för Skolmatematik vill givetvis gärna vid denna introduktion motivera sin existens. Flera tungt vägande skäl kan anföras för önskvärdheten och angelägenheten av ett forum speciellt för räkneundervisningens problem. Några av dem skall här beröras:

Matematik är ett av skolans huvudämnen. Under alla tider har räknekonsten värderats som en av huvudingredienserna i mänsklig bildning och kultur. Matematiken har alltid räknats som vetenskapernas Drottning. Ett sådant förnämligt, viktigt ämne fordrar självklart ett speciellt intresse — som T.f.S. vill stimulera och tillmötesgå.

Just som detta nummer går i tryck, träder en ny kursplan i kraft. Denna innebär vad räkneundervisningen beträffar en hel del nytt och skapar nya problem. Hur skall vi lärare på lämpligt sätt förverkliga den nya kursplanens intentioner? Här fordras att vi prövar oss fram, experimenterar — och diskuterar våra erfarenheter. En aktuell diskussion om dessa frågor är självklart av oskattbart värde. T.f.S. vill vara ett forum för debatt och erfarenhetsutbyte.

Just nu har räkneundervisningen på en del punkter att brottas med iögonfallande problem och svårigheter. — Inom terminologin t. ex. råder delvis en så pass stor förbistring, att skolöverstyrelsen i dagarna funnit det lämpligt att tillsätta en kommitté som skall utreda dessa frågor. — Undersökningar nyligen har otvetydigt påvisat att räknefärdigheten hos eleverna i våra skolor nu i vissa stycken är väsentligt sämre än för 20 år sedan, då exakt samma undersökningar genomfördes. — Uppseendeväckande är den ovanligt stora kuggningsprocenten i matematik i realskolorna, ett fenomen som skolöverstyrelsen just nu söker finna orsakerna till. — Var ligger felet? Hur råda bot mot de uppenbara bristerna? Vitala räkneundervisningsproblem fordrar uppmärksamhet, experimenterande och diskussion. En specialtidskrift för skolmatematik, där hithörande frågor kan allsidigt behandlas, synes angelägnare än någonsin.

Matematik har ofta ansetts som ett svårt och inte sällan urtrist ämne. Framförallt förr kunde räkneundervisningen urarta till ett dödande tråkigt, torrt sifferräknande. Och dock har detta ämne så rika inneboende möjligheter, att matematikundervisningen kan göras trivsam och rolig, ja t. o. m. fascinerande. Om räknetimmarna lägges upp på rätt sätt kan de faktiskt bli skolschemats mest omtyckta timmar! Hur nå detta lockande resultat? Här tror jag att varje lärare har något att ge ifråga om tips och råd, knep och idéer, som T.f.S. gärna skulle vilja öppna sina spalter för.

Och därmed är vi framme vid en för denna tidskrifts uppläggning och framtid vital sak. Tidskriften anser som sin främsta uppgift att söka stimulera den enskilde läraren till *aktiv medverkan.* Varje lärare, som handhar räkneundervisningen, har säkert sitt eget sätt att behandla något visst avsnitt av lärokursen. Skriv till T.f.S. och berätta därom! Det behöver inte nödvändigtvis vara någon större, märkvärdig artikel. Tvärtom! Skriv gärna en kort artikel om något litet detaljproblem i räkneundervisningen, något praktiskt eller metodiskt knep eller förslag. På så sätt skulle inom detta gemensamma forum kunna samlas en mängd pusselbitar, som tillsammans kunde ge en överblick av de många olika möjligheterna att göra räkneundervisningen roande och effektiv. Lämna därför spontant Ditt bidrag! Låt oss alla tillsammans skapa ett team-work!

Väl mött!

INTERVJU MED

Redaktören

T.f.S. vill alltid hålla sig framme när något aktuellt händer. Då det varslades att en ny specialtidning för räkneundervisningen var under planerande i Karlstad, skickades givetvis genast vår flygande reporter ut i och för en kort intervju. Intervjuaren fann redaktören vid ett jättestort skrivbord, som vid närmare mätning visade sig exakt hålla gyllene snittets proportioner. Med lätt slutna ögon (se teckningen!) satt redaktören och lekte förstrött med en kulram, drömmande om tidskriftens gyllene framtid. Vi slängde snabbt fram några impertinenta frågor:

Är det inte ett djärvt företag att starta en sådan här specialtidning? Hur vågar du?

Alla vackra idéer måste bygga på en stark tro för att våga framföras. I detta sammanhang tror jag fanatiskt på två saker: matematikundervisningens rika möjligheter att göra räkningen på skolschemat till ett fascinerande ämne samt på den moderna lärarkårens starka intresse för metodiska och pedagogiska frågor inte minst inom räkneundervisningens gebit. Därför har jag inte ett ögonblick betraktat det som ett »vågstycke» att utge denna tidskrift för skolmatematik — utan ansett det som en tvingande, självklar sak.

Men är det inte väl onödigt med ännu en tidskrift? Det vimlar ju av tidskrifter — är inte marknaden övermättad?

Jag förstår inte frågan. Jag tycker inte det vimlar alls! Tidskrift för Skolmatematik är den enda i sitt slag.

Men är det inte pretentiöst i alla fall att ge ut en hel specialskrift för ett enda skolämne?!

Detta skolämne befinner sig just nu i intressets brännpunkt. Det visar bl. a. den mängd konferenser och kurser i räkneundervisning, som nu i allt större utsträckning anordnas. Det är dock endast ett fåtal av alla lärare, som har möjlighet att bevista dessa. Kursdeltagarna själva får ej heller alltid tillräcklig tid till gemensam diskussion. T.f.S. vill vara ett forum för a l l a, där alla har tillfälle och tid att yttra sig i diskussionen.

Det förekommer ju då och då räknemetodiska artiklar i våra andra skoltidningar. Bör inte det räcka — och är inte dessa tidningar ett lämpligare forum?

Självklart har det sitt stora värde att få alla hithörande frågor fångade inom en enda ram = T.f.S. På så sätt erhålles en önskvärd, samlad överblick av detta speciella område. Räkneundervisningen är ett så viktigt ämne, att det nödvändigtvis tarvar ett eget forum = T.f.S.!

Alla idéella tidskrifter brukar som man säger ha ett »ärende». T.f.S. har väl också ett dylikt?

Tvärtom — höll jag på att säja! Det är snarare läsarna själva, som har ett ärende till tidskriften.

Hur menar du?

Det viktigaste av allt är, att varje lärare drar sitt strå till stacken. Om vi alla lärare, som arbetar ute på det praktiska fältet, generöst delger våra erfarenhetsrön i form av bidrag till tidskriften — först då kommer den att bli ett riktigt levande forum för räkneundervisningens problem. Här har varje lärare, varje läsare ett ärende! T.f.S. är endast till för att ge möjlighet att förverkliga det.

Det hela är väl ett ekonomiskt äventyr? Hur många prenumeranter har du?

Nu misstror du lärarkåren! Det strömmar in! Intresset är t. o. m. retroaktivt.

Retroaktivt intresse??

Jo, häromdagen fick jag ett brev från en prenumerant, som även ville ha föregående årgångar av tidskriften! Jag är dock icke helt nöjd med prenumerationen.

Hur så?

Jag saknar ännu som prenumerant en, som jag verkligen hade väntat ett större intresse av för denna lovvärda sak.

Vågar man fråga vem?

Du, just du, käre vän! Jag vet mycket väl, att du känner till, var postkontoret är beläget och postgironumret vet du också: 49 02 82.

Här reste sig redaktören och avslutade intervjun med en vänlig men bestämd avskedshälsning: Prenumerera!!

FLANELLOGRAFEN SOM HJÄLPMEDEL VID DEN FÖRSTA RÄKNEUNDERVISNINGEN

Av seminarielärare Gudrun Malmer

På en kurs i matematik helt nyligen framhölls, att den gängse undervisningen i ämnet fortfarande är för abstrakt. Samtidigt hävdades den uppfattningen, att åskådlighet kan vara en fara — barnen lär sig ej att tänka. Vidare kan den utöva ett hämmande inflytande på den mekaniska räknefärdigheten.

Att åskådlighet i matematikundervisningen är absolut nödvändig, torde väl dock vara ganska självklart för envar. Givetvis gäller det här, som i all annan undervisning att åskådningsmaterielen skall användas på ett förnuftigt sätt och i sammanhang, där den verkligen behövs.

Kraven på åskådlighet är naturligt nog störst på lågstadiet. För att barnen skall få *verkliga* begrepp om talen, försöker vi göra undervisningen så konkret som möjligt. Till att börja med får de t. ex. räkna föremål i salen, såsom tavlor, blomkrukor, fönster m. m. Därefter övergår vi successivt till räkning med bilder, klotsar, räknelappar, stickor eller dylikt, för att så småningom komma fram till räkning med siffror och tecken. *Denna övergång från konkreta upplevelser och räknehandlingar till abstrakta uttryck är oerhört viktig och bör ske stegvis och i ett för barnen lämpligt tempo.*

All räknemateriel, som tar sikte på att åskådliggöra räknehandlingarna och samtidigt vädjar till barnens självverksamhet, är därför av allra största betydelse. *Ett* sådant hjälpmedel är flanellografen med för detta ändamål särskilt tillverkad materiel.

Vad har då flanellografen för fördelar?

1. Man kan inrikta hela klassens uppmärksamhet på *en* punkt — på flanellografen och på vad som där sker.
2. De färdiga bilderna går snabbt att sätta upp och därför sparar man tid.
3. Barnen kan med bildernas hjälp *själva* få *»bygga»* tal och berätta räknehistorier.
4. Räkneövningarna kan snabbt och lätt varieras, beroende på materielens stora kombinationsmöjligheter.

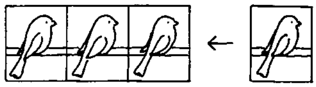
Materiel som användes

Siffror, tecken och skyltar (kr., öre, kg., hg m. fl.)
Räknebilder (storlek 8×10 cm): äpplen (20 st), knappar (18 st), blommor, päron, pepparkakor, kringlor, pennor, kulor (10 st av vardera).
Bilder för prislistor, såsom tändsticksask, kuvert, apelsin, tårtbit, bok m. fl. (3 st av vardera).
Talbilder för multiplikation — för 2-serien stövlar, för 3-serien trearmad ljusstake o. s. v. (10 st av vardera).
Samtliga dessa bilder (med undantag för äpplena och event. knapparna) föredrar jag att ha på lika stora fyrkanter. De blir på det sättet lättare att handskas med och lättare att förvara.
Räknelappar (50 st) — vändbara (gula och röda).
Räknehjul — c:a 50 cm i diameter.
Mynt, rymdmått och vikter.

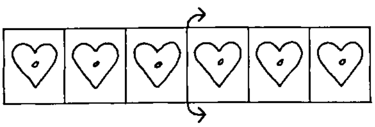
Denna materiel är tillverkad av velouriserad, smidig kartong och blir därför hållbar. Läskpapper av porös kvalité fäster även direkt på flanell och går därför bra att använda för tillverkning av materiel av mera tillfällig karaktär. Barnen kan även själva få tillverka bilder.

Exempel på materielens användning

Vid övningar för taluppfattning kan *räknebilder* sättas upp, och barnen får berätta till. Sådana uttryck som fick — åt upp, vann — förlorade, plockade — tappade etc. får då sin förklaring och förbindes med en viss rörelse. Barnen ser hur talraden ökar resp. minskar.



Det satt tre fåglar på en gren. (Eleven sätter upp tre fåglar på flanellografen.) Efter en stund kom en fågel till och satte sig där. (Ytterligare en fågel sättes upp intill de föregående). Hur många var de sedan?



Lisa hade fått sex pepparkakor av sin mamma. (Sex kakor sättes upp.) Hon åt upp tre genast. (Tre kakor tages bort.) Hur många hade hon kvar?

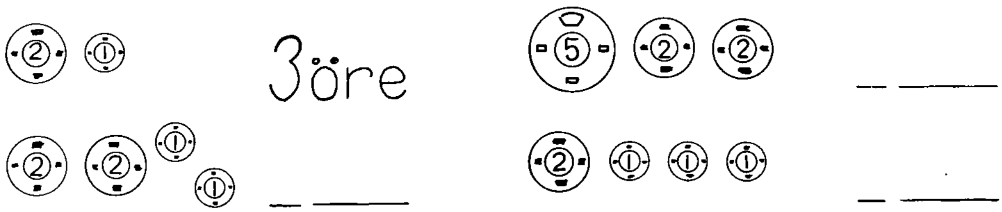
Sådana exempel som dessa ger även en god förberedelse till räkning med addition och subtraktion. Vid genomgång av dessa moment kan liknande övningar upprepas. Barnen får då med siffror och tecken berätta, vad de utfört med hjälp av bilder. $(3 + 1 = 4, 6 - 3 = 3)$.

Man bör heller inte försumma, att låta barnen med eller utan bildernas hjälp berätta räknehistorier till uppskrivna räkneexempel $(3 + 2, 5 - 4$ etc).

Dessa stunder av koncentrerat klassarbete får naturligt nog ej bli dominerande. Riklig tid måste även ägnas den mekaniska färdigheten och handens träning. Barn lär genom verksamhet, och det är därför lämpligt, att även ha individuell materiel. Härvid tror jag, att det i varje fall i första klass är bäst att välja *ett* materiel, som barnen får bli riktigt förtrogna med, antingen man nu väljer klotsar, räknelappar, stickor eller dylikt.

Med hjälp av *mynten* kan man utföra många roliga och nyttiga övningar.

a. Vi sätter upp slantar i små grupper, och barnen får räkna ut antalet öre.



b. Barnen får försöka att sätta upp t. ex. 7 öre på så många olika sätt som möjligt.

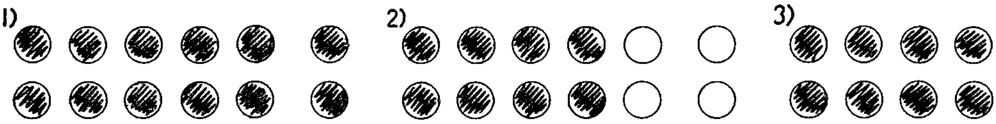
c. Vi gör en prislista. (Bilder sättes upp och under dem anges priserna.) Barnen handlar. De får visa med vilka slantar de önskar betala. De får ta reda på, hur mycket de skall ha tillbaka etc.

Prislistan kan mycket lätt ändra utseende. Nya bilder sättes upp och priserna ändras allt efter behov.

Som omväxling och för att träna upp hastigheten i huvudräkning, kan man ordna övningen som en liten tävling. Barnen står upp. Läraren sätter upp 2 event. 3 bilder i taget. Barnen får i prislistan söka reda på vad de olika sakerna kostar. Den elev, som först är färdig med det rätta svaret, får sitta ner. Övningarna upprepas.

d. Mynten är även till utomordentlig hjälp vid genomgång av *talet tio* och vid *tiotalsövergång.*

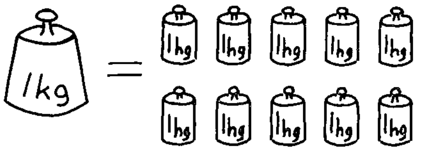
Vid tiotalsövergång har vi även god nytta av de tvåfärgade *räknelapparna.* Då vi t. ex. vill åskådliggöra 12—4, kan vi göra på följande sätt: 1) Tolv röda lappar sättes upp, grupperade tio och två, 2) Av dessa tolv vänder vi de fyra, så att den gula sidan kommer utåt. Hur många röda är kvar? 3) Vi tar nu bort de gula. 4) Vi tecknar 12 — 2 — 2 = 8, 12 — 4 = 8.

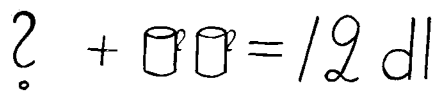


Räknelapparna kan givetvis användas i många andra sammanhang. De kan få föreställa vad som helst, kulor, bär m. m. De är särskilt bra då det gäller att åskådliggöra uppdelningen av talen 1 — 9. (Talet sex uppdelat i 3 + 3, 2 + 4, 1 + 5 etc.)

Bilder av *rymdmått* och *vikter* är givetvis inte ämnade att ersätta de verkliga måtten. De skall så att säga endast bli ställföreträdare för dem, eller med andra ord bli ett mellanled mellan den konkreta upplevelsen och de matematiska symbolerna.

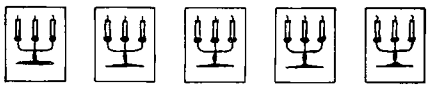
Ex. på några övningar:

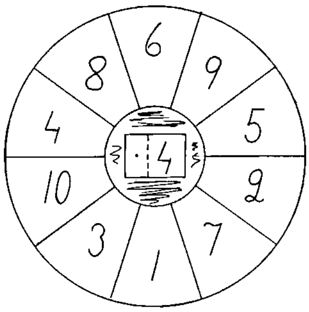




Vid *multiplikation* har vi god nytta av talbilderna. De hjälper oss att konkretisera den upprepade addition, som en multiplikation är.

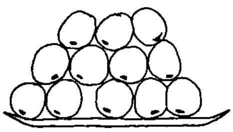
Det är också lättare för barnen att t. ex. räkna ut, hur många ljus det finns i fem 3-armade ljusstakar, om de får ha stöd av bilderna.





Vid multiplikation kan vi även använda oss av det s. k. *räknehjulet.* Detta har hål i mitten, så att man där lätt kan sätta in vilka tecken och siffror som önskas. Det kan på det sättet även användas vid addition och subraktion. Idén är ju ingalunda ny, men det är en fördel att ha hjulet färdigt, så att man snabbt kan sätta upp det, när det behövs.

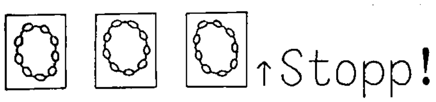
Innehållsräkningen är multiplikationens direkta motsats, således en upprepad subtraktion. Såsom sådan måste den inläras och klart åskådliggöras för barnen.



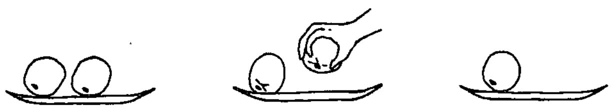
Tolv äpplen sättes upp på detta sätt. Vi berättar t. ex. om Lisa, som fick dessa äpplen av sin mamma, men som fick lova, att inte äta mer än två äpplen varje dag. Problemet är nu att ta reda på hur många dagar äpplena skulle räcka. Barnen får ta äpplen ur högen och berätta: »Dessa åt hon första dagen, dessa åt hon andra dagen o. s. v.» Till slut får vi äpplena uppdelade i sex högar med två äpplen i varje hög. Samtidigt skrives på tavlan 12 st — 2 st — 2 st etc. Flera liknande exempel upprepas, innan man kommer fram till det kortare skrivsättet 12 st : 2 st = 6 ggr. Eftersom barnen själva får vara med och utföra räknehandlingarna (en kan arbeta med bilderna, en annan samtidigt skriftligt uttrycka vad som sker), bör de ha lättare att i de abstrakta uttrycken se något verkligt och levande.

Man kan även i detta sammanhang ha nytta av talbilderna för multiplikation. Vi berättar t. ex. att fröken hade stora, fina kulor, som barnen kunde få göra armband av. Det åtgick 9 kulor till varje armband. (9-ans bild är just ett armband med 9 kulor.) Hon hade 27 st sådana kulor i en ask. Någon får gå fram och sätta upp bilder av de armband barnen kunde göra. Samtidigt får någon annan försöka att »teckna» samma sak. Det är nämligen mycket viktigt, att barnen ser sambandet mellan själva räknehandlingen och det tecknade exemplet.

Man kan också använda bilderna på det sättet, att läraren sätter upp *ett* armband i taget. Barnen blir tillsagda, att säga »Stopp», när kulorna är slut. Liknande exempel kan övas som tävling för omväxlings skull.



Vid *likadelning* kan vi även använda oss av en hög med 12 äpplen. Vi berättar då t. ex. att Stina, Lisa och Pelle skulle dela dessa äpplen *lika* mellan sig. Någon i klassen vill kanske försöka dela dem. Vi samtalar om det bästa sättet att dela och om hur vi tror, att dessa barnen gjorde.



Stina Lisa Pelle

Vi lägger först ett äpple till Stina, ett till Lisa och ett till Pelle. Sedan upprepas detta tills alla äpplena är slut. Vi kommer så fram till att

12 äpplen delade i *3 lika delar* är 4 äpplen i varje del. Så småningom går vi över till det kortare skrivsättet $\frac{12 \text{ st}}{3} = 4$ st.

Självklart är det omöjligt att i en kortfattad artikel ge en uttömmande och metodisk redogörelse för flanellografens användning i räkneundervisningen. Syftet har ju i stället varit att ge exempel och anvisningar. Sedan kan den enskilde läraren säkerligen finna många variationsmöjligheter.

Såsom förut framhållits, får man dock visa måttfullhet i användningen. Bilden får ej vara självändamål. Den skall användas, då den verkligen effektivt åskådliggör en räknesituation. Men målet för vår undervisning skall givetvis vara att lära barnen ett abstrakt tänkande. Vägen mot detta mål är emellertid lång och knagglig. Men kan vi göra vår undervisning roande och omväxlande, kan vi också hos våra elever skapa det intresse, som är det bästa hjälpmedlet att övervinna hinder och svårigheter.

INNEHÅLLSDIVISION OCH DELBERÄKNING — EN KRITISK ANALYS

Av Lektor Edvin Ferner

Det finns väl knappast något problem inom räkneundervisningen, som så livligt debatterats och debatteras, som frågan om den metodiska behandlingen av räknesättet division. En del vill strängt dela upp divisionen i två olika räknesätt, innehållsdivision och delberäkning; det är förkämparna för de »fem olika räknesätten». Andra åter tveka inför denna skarpa tudelning av ett räknesätt. Många anse också att barnen under andra och tredje skolåret ännu ej äro mogna för de relativt komplicerade tankegångar, som krävas för denna tudelning av divisionen.

Uppfattning står mot uppfattning, debatten kan stundom bli livlig och t. o. m. känslorna komma i svall! Det är inte bara divisionen, som är tudelad, även lärarkåren är kluven i två läger: för och emot den extrema uppklyvningen av räknesättet division. Ett är säkert: debatten, motsättningarna i denna fråga torde onekligen kunna tolkas så, att allt inte står riktigt rätt till och att problemet ifråga långt ifrån är slutgiltigt löst. Vi ha tydligen ännu inte diskuterat oss fram till en lösning, som är acceptabel för alla.

Författaren av denna artikel har de senaste åren praktiskt arbetat med den grundläggande räkneundervisningen och därvid prövat sig fram till en metodisk lärogång i räknesättet division, som han gärna önskar framlägga till bedömande. Då artikelförfattaren samtidigt är redaktör för Tidskrift för Skolmatematik, som anser som en av sina huvuduppgifter att ställa aktuella problem inom räkneundervisningen under debatt, har jag vågat närma mig detta brännbara ämne i förhoppning om att kunna utlösa en livlig och givande diskussion! För att ställa problemet på sin spets kommer nu närmast en kritisk analys — för att inte säga ett angrepp! — av den stränga uppdelningen av divisionen i två vitt skilda räknesätt. I en följande artikel kommer ett positivt förslag att söka lösa divisionsproblemet att framläggas.

Premisserna är välkända, men låt oss som grundval för diskussionen än en gång upprepa dem:

o o o o
o o o o $8:2=4$ 8 *innehåller* 2 fyra ggr.

Räkneförfarandet har fått benämningen innehållsdivision eller innehållsräkning.

o o   o o $8:2=4$
o o   o o   Om 8 delas i 2 delar blir varje del 4.

Räknesättet har fått namnet lika-delning eller delberäkning, eftersom vi här beräknar delens storlek.

Tydligen kan divisionsuppgiften $8:2$ motsvara två helt vitt skilda tankegångar. De innebära också praktiskt två helt olika saker. Om ringarna representera t. ex. äpplen, som skall delas ut, så får i första fallet 4 barn 2 äpplen var, i senare fallet 2 barn 4 äpplen var — onekligen två skilda situationer, som innebära olika uppdelning av de 8 äpplena!

Rent matematiskt innebär skillnaden mellan innehålls- och delberäkning, att man i förra fallet söker en multiplikator, i senare fallet en multiplikand.

Innehållsdivision.

o o o o $8:2=?$ motsvarar lösandet
o o o o   av ekvationen
$?\cdot 2=8$ Vi söker således en *multiplikator.*

Delberäkning.

o o   o o $8:2=?$ motsvarar lösandet
o o   o o   av ekvationen
$2\cdot ?=8$ Vi söker således här en *multiplikand.*

I många moderna räkneläror skiljer man strängt åt de olika räkneförfarandena och betecknar dem även med olika tecken; innehållsdivision markeras med kolon 8:2=, delberäkning med bråkstreck 8/2=.

Detta, att division kan uppfattas på två olika sätt, är emellertid ej något nytt utan har beaktats i räkneläror under århundraden. I Larsson-Lundahl: »Räknebok för folkskolan» med tryckåret 1890 kunna vi läsa följande:

»Då man skall dela ett tal i ett visst antal lika delar, kallas divisionen *delningsdivision*. - - - Då man skall undersöka, huru många gånger ett tal innehålles i ett annat, kallas divisionen *innehållsdivision*. - - - Division är egentligen endast en omvändning av multiplikation. I division sökes den ena faktorn, då produkten av den andra faktorn äro gifna. Den faktor, som sökes, eller kvoten, är vid delningsdivision multiplikanden och vid innehållsdivision multiplikatorn».

Här finner vi således de båda divisionssätten både begreppsmässigt och matematiskt klart definierade. Observera att författarna understryker det nära släktskapet mellan division och multiplikation!

Alla lärare och räknemetodiker äro väl överens om, att de olika tänkesätten i innehållsdivision och delberäkning i någon form skall genomgås vid räkneundervisningen i våra skolor — i synnerhet i vår moderna skola, där det är en huvudregel att barnen skola bibringas klara begrepp, att de skola lära sig begripa räkneoperationerna. Under de senaste åren har trots detta en allt starkare opposition vuxit fram, som riktar sig mot den behandling, divisionen får i många av våra läroböcker. Allt flera lärare ställa sig skeptiska mot det alltför starka poängterandet av kluvenheten i divisionsförfarandet. Varför detta? Vad är det för nytt, som tillkommit i de moderna läroböckerna och vad riktar man sig mot?

Något i grunden nytt, något berikande av begreppen har ej skett! Begreppen innehållsdivision och delberäkning är ju mer än sekelgamla. Det som tillkommit är endast att man strängare än förr, nästan rigoröst, skiljer de båda divisionssätten åt. Man faktiskt klyver ett räknesätt i två och på så sätt skapar splittrande mångfald i stället för att söka nå det, som är värdefullt i all undervisning: överskådlig enhet och sammanhang!

Denna signal till splittring anges klart bl. a. av Frits Wigforss i dennes »Den grundläggande matematikundervisningen»: »Dessa tankegångar äro så olika, att barnen böra uppfatta dem som *två skilda räknesätt med olika namn och beteckning* och lika strängt hålla dem isär som de andra räknesätten. I den grundläggande undervisningen skulle man alltså kunna sägas ha *fem* räknesätt i stället för de sedvanliga fyra».

Den som framför alla andra sökt lansera detta system med 5 olika räknesätt är som bekant C. G. Hellsten (Se dennes »Räknemetodiska grundlinjer»). Han är också den, som konsekvent tilldelar de två divisionssätten var sitt tecken, 8:2 (innehållsberäkning) samt 1/2 · 8 (delberäkning).

Många moderna läroboksförfattare använda dessa beteckningssätt, under det att andra föredra att beteckna delberäkningen med ett bråkstreck 8/2.

I våra olika räkneläror har vi således för närvarande inte mindre än tre olika sätt att beteckna division — en väl förvirrande mångfald!

Den rigorösa uppspjälkningen av räknesättet division poängteras inte endast av att på nämnda sätt införa olika tecken för innehållsdivision och delberäkning. Man skiljer dem även klart åt vid lärogången. Först behandlas i ett särskilt avsnitt av läroboken t. ex. innehållsdivision. Sedan detta är väl genomgånget och barnen blivit förtrogna med detta divisionstänkande, införes plötsligt som något alldeles nytt delberäkningen med dess tankegångar. När den stunden kommer, att barnen får lära sig eller själva upptäcker att de olika divisionssätten ger exakt samma numeriska resultat, måste detta bli en förbryllande upptäckt för dem! Det var ju så viktigt att hålla isär de båda divisionssätten; barnen har bibringats uppfattningen att det här är fråga om två, vitt skilda saker, som inte har något med varandra att göra. Och så visar det sig att de äro så nära besläktade att de till och med ger samma sifferresultat!

Genom att på detta sätt dela upp innehållsdivision och delberäkning i strängt särhållna moment, skär man brutalt av förbindelsen mellan dessa båda divisionstänkanden, som dock har ett intimt matematiskt samband. Ytterligare poängteras skillnaden därigenom att de olika divisionssätten får praktiskt utföras på helt olika sätt med räknematerielen. Barnen går härigenom miste om känslan för släktskapet mellan de olika divisionssätten. Farligare är dock att samtidigt släktskapet mellan de båda räknesätten division och multiplikation skymmes bort. *Den moderna behandlingen av räknesättet division innebär därför ett steg bakåt i utvecklingen, ett steg bakåt mot mångfald och oklarhet, som för barnen skymmer sikten mot de enkla matematiska sambanden.*

Sambandet multiplikation—division

I sin iver att klart särskilja de nämnda *två* divisionssätten så distinkt som möjligt har man glömt bort att det finns ett *tredje* divisionssätt — som till och med kanske är det viktigaste av dem alla! Det tredje sättet att lösa en divisionsuppgift bygger på den matematiska definitionen av innebörden av ett divisionsuttryck. Att lösa uppgiften $8:2=?$ innebär enligt den matematiska definitionen ett lösande av ekvation $?\cdot 2=8$ — »Hur många gånger skall jag ta 2 för att få 8?» — eller ekvationen $2\cdot ?=8$ — »Vad skall jag ta 2 ggr för att få 8?»

Detta intima och räknemetodiskt viktiga samband mellan division och multiplikation, detta att division är s. m. s. »omvändningen» av multiplikation framhävdes som redan nämnts föredömligt av en lärobok med tryckår 1890. I mången modern framställning har detta samband emellertid trängts undan och ofta helt förlorats. *Man har således lyckats inte bara skapa två tankevärldar av divisionen, man har också slitit banden med det närbesläktade räknesättet multiplikation.*

För att ytterligare skymma undan detta naturliga samband med multiplikation har man dessutom blandat in *subtraktion* vid divisionsförfarandet. Som bekant behandlas *ett* av divisionsförfarandena nämligen innehållsdivisionen medelst upprepad subtraktion (varför inte båda?). Det räknesätt, som divisionen emellertid i första rummet är besläktat med och därför vid den första grundläggande introduktionen bör förknippas med, är *multiplikationen*. Värdet av den matematiska definitionen på division är just att genom den dessa båda räknesätt klart sättas i samband med varandra. Detta samband bör göras klart för barnen redan vid den första presentationen av divisionsbegreppet.

Hur viktig den »matematiska» divisionen — vi kan för korthets skull kalla den så — är, framgår av det förhållandet att, även om man tillämpar den nämnda lärogången med en sträng uppdelning i innehållsdivision och delberäkning, man dock till slut vid den numeriska uträkningen av divisionsuppgifter just utnyttjar det matematiska divisionstänkandet! Det är detta tankeförfarande som till slut blir det enda allenarådande vid all praktisk uträkning. Ett säkert utförande av divisionsuppgifter nås även först, då man säkert behärskar multiplikationstabellen och utnyttjar denna kunskap vid uträkningen. $837:9=?$ löses ju av alla med hjälp av multiplikationstabellen och det tänkesätt man använder är just det, som vi ovan kallat det matematiska divisionstänkandet. Härvid bör dock kraftigt understrykas, att detta sätt att tänka dock icke är ett enbart tekniskt knep att snabbt erhålla det numeriska resultatet i en divisionsuppgift — det är något mycket förmer: det innebär en tankegång, som kristallklart, logiskt och psykologiskt riktigt anger det intima matematiska sambandet mellan division och multiplikation. Redan vid den grundläggande undervisningen i division är det därför angeläget att denna tankegång göres klar för barnen.

Ett försök till förklaring

Vad kan då orsaken vara till att detta viktiga sätt att behandla divisionen försummats och hållits tillbaka till fördel för innehållsdivisions- och delberäkningstänkandet? Hur skall denna — jag skulle vilja säga olyckliga — utveckling kunna förklaras? Låt oss först en god stund dröja vid en av grundreglerna i den moderna räknemetodiken. Ty jag tror att förklaringen till motsättningarna i divisionsfrågan ligger däri att man tolkat och tillämpat på olika sätt en grundregel, vars riktighet alla är överens om. Det kan ju också ha sitt behag att en stund dröja vid en punkt, där alla äro eniga! Den regel, som åsyftas, är den för räkneundervisningen gyllene regeln, som alltmer trätt i förgrunden i den moderna skolan: barnen skall icke enbart kunna behärska det tekniska förfarandet vid utförandet av olika räkneoperationer, de skall framförallt läras förstå, begripa vad som sker vid räkneoperationerna. Till Frits Wigforss' många förnämliga insatser för vårt lands räkneundervisning hör också detta, att han starkt understrukit denna princip. I »Den grundläggande matematikundervisningen», skriver han bl. a.: »Då tankens skolning är en huvuduppgift, följer därur att *begripandet av kunskapsstoffet energiskt måste eftersträvas.* . . . Visserligen är mekanisk säkerhet i tekniken nödvändig, men denna mekanisering bör komma, först sedan den tankegång som ligger bakom tekniken ofta upprepats. . . En stor vinning, som arbetet att förstå sättet för räkneoperationernas utförande för med sig, är att själva innebörden i dessa räkneoperationer därigenom belyses, medan det blotta mekaniska inlärandet ur denna synpunkt är värdelöst».

Denna princip, som Wigforss så kraftigt stryker under, är väl nu varje lärares egendom. Den moderne läraren har lärt sig förstå, hur viktigt det är i räkneundervisningen, att barnet lär sig riktigt begripa räkneoperationerna i motsats till den gamla skolans krav på mekaniskt rabblande av regler.

Som ett led härutinnan får man väl uppfatta den överarbetning, överdimensionering, som kommit innehållsdivisionen och delberäkningen till del. Ty dessa tänkesätts värde ligger just däri, att barnet ej bara tanklöst talar om »division» utan tvingas sätta sig in i — begripa — de tankegångar och räknebegrepp, som döljer sig i detta räknesätt.

Där skulle vi således ha förklaringen till den överbetoning, som kommit innehållsdivision och delberäkning till del. Men varför har detta skett på bekostnad av det tredje sättet att tänka i division, det vi förut döpt till den »matematiska» divisionen? Och har det varit nödvändigt att på så sätt, som skett, undanskymma betydelsen av denna senare?

När man läser det nyss citerade uttalandet, gripes man av en stark misstanke, att värdet i den s. k. matematiska divisionen har grovt undervärderats och dess verkliga innebörd missuppfattats! Observera hur kraftigt det understrykes i det nämnda citatet, att det mekaniska inlärandet, mekaniseringen, räknetekniken är »värdelöst» i fråga om att kunna belysa innebörden av räkneoperationen. Den tanken ligger snubblande nära, att man degraderat den matematiska divisionen till enbart ett led i själva räknetekniken. Ty det är just där den i alla sammanhang måste dyka upp. Även om man är anhängare av den stränga uppdelningen i innehållsdivision och delberäkning, kommer man inte ifrån — även om man dragit sig för det förut — att man vid det rent mekaniska uträknandet dock måste ta till den matematiska divisionen. Härav har man felaktigt dragit den förhastade slutsatsen, att den matematiska divisionen enbart är ett tekniskt hjälpmedel utan betydelse för ett riktigt belysande av divisionsbegreppets innebörd. Häri ligger misstaget! Detta missförstånd är förklaringen till den olyckliga utveckling, som divisionsbehandlingen tyvärr undergått.

Den matematiska definitionen för division ger oss nämligen inte bara— som förut framhållits i denna artikel — den tekniska möjligheten att praktiskt utföra divisionsräkning. Den följer dessutom den nämnda huvudregeln att låta barnen förstå räknesättens innebörd på ett både matematiskt och pedagogiskt riktigare sätt än någon annan metod. Den ger oss nämligen en djupare förklaring just på innebörden av räknesättet division, den lär oss inse sambanden mellan de olika divisionssätten och den belyser klart släktskapen mellan de viktiga räknesätten division och multiplikation. Den moderna gestaltpsykologin lär oss, att man vid undervisningen bör gå från helheten till detaljerna och icke tvärtom. Innehållsdivision och delberäkning äro endast detaljaspekter av det större begreppet division. Den matematiska definitionen på division fångar däremot helheten i det att den uttömmande definierar och förklarar begreppet division, samtidigt som den kastar ljus över såväl innehållsdivision som delberäkning. Och allt detta har man kastat bort! Detta är ett räknemetodiskt missgrepp, som åstadkommit stor skada och tiden torde nu vara inne att söka vrida allt till rätta igen.

Ur historisk synpunkt

innebär den stränga uppspaltningen i inte mindre än 5 olika räknesätt en diversionsmanöver från utvecklingens raka väg. Den man, som mer än de flesta varit impulsgivare för räkneundervisningen det sista århundradet, är den tyske räknemetodikern Grube, som år 1842 utgav »Leitfaden der elementären Rechnung». (Se Wigforss' »Den grundläggande matematikundervisningen.» kap. 4 B.), där han presenterade sin monografiska, allsidiga talbehandling. Grube riktade sig här mot den dåtida lärogången, där de fyra räknesätten inlärdes i tur och ordning, strängt avskilda från varandra. Grube var långt före sin tid. Vad han åsyftade var det, som den moderna psykologin lärt oss: att utgå från helheten. I stället för att stelt spalta upp räkneundervisningen i strikt åtskilda räknesätt, föreslog han med sitt system att varje tal skulle allsidigt behandlas samtidigt med alla fyra räknesätten. Talbegreppet skulle på så sätt fördjupas och det intima sambandet mellan de olika räknesätten skulle klart framgå.

Även om Grubes revolutionerande system ej i sin helhet anammats, har hans idéer dock klart influerat vår räkneundervisning. Den blockräkning, som allmänt tillämpas under det första skolåret, innebär således en modifierad monografisk metod. Grube ville att man skulle belysa ett tal med hjälp av alla fyra räknesätten, vi nöja oss med att sammanknippa addition och subtraktion vid blockräkningen. Poängen med blockräkningen är just att släktskapet mellan dessa båda räknesätt belyses. Att talet 5 kan delas upp i »blocken» 3 och 2 belyser ju samtidigt både att $3+2=2+3=5$ och att $5-3=2$ samt $5-2=3$.

Om man således här anammat Grubes huvudtanke att behandla räknesätten sida vid sida och i samklang med varandra, blir situationen en helt annan, när vi kommer till behandlingen av de andra två närbesläktade räknesätten multiplikation och division. I stället för att konsekvent även här låta de båda räknesätten samspela och belysa varandra, har man slitit banden dem emellan och dessutom ytterligare spaltat upp divisionen i tvenne, strängt åtskilda räknesätt. Grube kämpade på sin tid mot den alltför rigorösa uppspaltningen av räkneundervisningen i fyra, i lärogången strängt åtskilda räknesätt. Om han idag ställdes inför våra inte mindre än *fem* olika räknesätt, med dess rigorösa särskiljande av divisionen i innehållsdivision och delberäkning, skulle han med full rätt anse sitt pund dåligt förvaltat!

Multiplikation och division hör samman

Det föregående har — som i början av artikeln utlovades — huvudsakligen inneburit en kritik av den rådande, alltför stränga uppspaltningen av divisionen i två räknesätt. Men det är inte artikelförfattarens avsikt att enbart komma med negativ kritik utan att i stället söka sig fram till en positiv lösning. Här rivs inte enbart för att få luft — utan för att bygga vidare! I en kommande artikel kommer ett förslag till behandling av divisionen att framläggas, där sambandet mellan multiplikation och division mer kommer till sin rätt. Det kanske dock är lämpligt att redan nu — helt kortfattat — beröra några av huvudpunkterna i detta system:

Blockräkningen innebär som nämnts, att man utgår från helheten, som delas upp. Detta förfaringssätt tillämpas under det första skolåret för att sammanknippa räknesätten addition och subtraktion. Ett liknande förfarande kan också användas för att sammanbinda de båda räknesätten multiplikation och division. Barnen får helt självständigt dela upp talen i lika delar på olika sätt. Talet 12 delas upp i 2 sexor, 3 fyror eller 4 treor och tecknas $12=2\cdot 6$ o. s. v. Barnen kan pröva sig fram till de olika uppdelningsmöjligheterna men säkerhet i multiplikationstabellen underlättar givetvis arbetet. Vet barnet att $2\cdot 6$ är 12 så vet det också att 12 kan delas upp i 2 sexor.

Genom att på detta sätt mellan multiplikationen och divisionen skjuta in ett mellanled, uppdelningsövningar, skapas en brygga mellan de båda räknesätten; det blir en naturlig, kontinuerlig övergång dem emellan. Begreppen innehållsdivision och delberäkning åskådliggöres redan här på ett okonstlat sätt. Uppdelningen $12=2\cdot 6$ talar om att 12 *innehåller* 2 sexor och att 12 kan *delas lika* i 2 delar.

Uppdelningsövningarna förbereder marken för det nya räknesättet division, där det nya faktiskt endast blir att man inför ett tecken, divisionstecknet för en redan bekant operation. Sambandet mellan multiplikation och division kan åskådliggöras med följande figurer och övningar:

o o o o o o Tolka figuren på 3 olika
o o o o o o sätt!

$3\cdot 4=12 \quad 12:4=3$

$12/3=4.$

Om eleven vet att $3\cdot 4$ är 12 så vet han också samtidigt att 12 innehåller 4 tre gånger och att 12 kan delas i 3 delar.

Här återfinner vi således i en och samma figur både multiplikation, innehållsdivision och likadelning. En kontinuerlig sammanhängande kunskap erhålles genom detta grepp. Sambandet mellan multiplikation och division står klart för elevens ögon. Innehållsdivision och likadelning åskådliggöres samtidigt och dessa bådas samband med multiplikation inses klart.

Sambandet mellan innehållsdivision och likadelning och skillnaden dem emellan får genom en dylik bild sitt förtydligande. $12:4=3$ och $12/3=4$ innebär exakt samma uppdelning, nämligen uppdelningen av 12 i 3 stycken 4:or. Vad är då skillnaden? Helt enkelt i de olika frågeställningarna: vill man veta hur *många* delar eller hur *stora* delar?

Innehållsdivision. $12:4=?$ 12 uppdelas i 4:or. Hur *många* delar?

Delberäkning. $12/3=?$ 12 uppdelas i 3 lika delar. Hur *stora* delar?

Multiplikation. Problemställningarna — hur många och hur stora delar — lösas båda med hjälp av multiplikationskunskapen $3\cdot 4=12$.

På så sätt blir multiplikation, innehållsdivision och delberäkning en enda samhörande matematisk familj, som hör samman — och bör höra samman!

—— ★ ——

DEN MATEMATISKA BEGÅVNINGENS STRUKTUR

av Fil. lic. I. Werdelin

I. *Intelligensforskningens nuvarande ståndpunkt*

När man talar om och mäter intelligens utgår man från den outtalade förutsättningen att intellektet skulle vara enhetligt och att det mellan de intellektuella prestationerna skulle finnas ett enkelt sammanhang bortsett från rena tillfälligheter. När intelligensmätningen först började tillämpas vann den en stor framgång. Detta torde delvis bero på att man testade grupper där förutsättningen om intellektets enhet är en realitet inom ganska snäva gränser, nämligen lågt begåvade och barn. På de högre intelligensstadierna har intelligensmätningen ej blivit lika framgångsrik. Olika specialbegåvning visar sig tydligt. Varje lärare vet att anlagen för matematik, läsning, språk och teckning osv. ej följs åt fullständigt. Att försöka utforska vilka de olika »begåvningsarterna» skulle kunna vara och vilken betydelse de har för olika områden har blivit en angelägen uppgift för forskningen. Främst tack vare insatser av den svensk-amerikanske psykologen L. E. THURSTONE har man lyckats utarbeta en metod, *faktoranalysen*, som gör det möjligt att spränga upp intelligensen i separata *begåvningsfaktorer.*

Arbetet med isolerandet av dessa faktorer har ännu ej nått längre än till ett förberedande stadium. Man torde dock med stor säkerhet ha isolerat följande; de betecknas enligt praxis med en bokstav:

FAKTOR V. Det är en verbal faktor och har att göra med vårt förstående av innebörden hos orden.

FAKTOR W är också en verbal faktor, men den har att göra med vår förmåga att snabbt finna ett lämpligt ord.

FAKTOR N är en numerisk faktor och betingar vår förmåga att utföra rent numeriska räkningar. Dess betydelse för den högre matematiken torde vara ringa.

FAKTOR P är en »perceptuell» faktor som innebär att vi kan finna ett visst element bland en stor mängd andra element, t. ex. när man skall stryka alla a-n i en text eller sätta ett kors över alla trianglar bland en stor mängd figurer.

FAKTOR S är en s. k. spatial eller visuell faktor som har att göra med vår förmåga att arbeta med åskådligt givna objekt t. ex. i geometrin eller teckningen. Man har velat tillskriva den en viss betydelse för matematiken.

FAKTOR M är en minnesfaktor av ganska begränsad räckvidd: det är vår förmåga att lära in bilder, tecken, stavelser osv. Även andra »minnesfaktorer» har isolerats. Överhuvud synes minnets struktur vara synnerligen komplicerat.

På ett område råder stor osäkerhet, nämligen vilka faktorer det är som betingar vår förmåga att lösa problem, att tänka, att komma på lösningar och lösningsmetoder osv. På detta område har ännu ingen klarhet nåtts även om en del forskare arbetar med »induktiva» och »deduktiva» faktorer, »resonemangsfaktorer» osv.

Hitills har forskningen i stort sett nöjt sig med att söka den s. k. *faktorladdningen* som är ett mått på i hur hög grad en viss faktor behövs för lösandet av ett visst test. Den enskilde individens *faktorvärden* har hittills sällan beräknats beroende på att lämpliga instrument saknats.

Som mål för förf:s undersökningar har bl. a. satts upp att lösa problemet med problemlösningsfaktorer och logiska faktorer, att söka den matematiska begåvningens faktorstruktur, att undersöka den psykologiska verklighet som ligger bakom faktorerna (hittills har man ofta nöjt sig med att ange vilka test faktorn förekommer i) och slutligen att söka skapa test för de olika faktorerna. I denna uppsats kan endast de båda första forskningsmålen behandlas mera ingående.

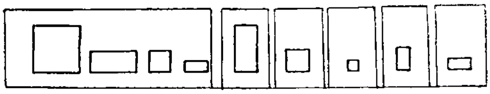
II. *Författarens undersökningar*

Höstterminen 1954 testade förf. närmare 300 elever i klasserna 4^5, 5^5 och RI^4 vid ett stort läroverk med följande 36 test:

1: Talserier. I detta test gällde det att fortsätta en given talserie med två tal, t. ex.
10 8 11 9 12 10

2: Talserier. Här gällde det att stryka över ett tal som inte passar in i talserien:
1 2 4 8 12 32 64

3: Bildserier. Bilderna till vänster i varje rad var ordnade enl. ett system. Det gällde att bocka för den av bilderna till höger som kommer som nästa i serien.



4: Bildserier. Det gäller att korsa över den bild som ej passar in i serien.

5: Ett aritmetiktest.

6: Ett test där det gällde att ange synonymer och motsatser till ett antal givna ord.

7: Ett test där det gällde att lösa problem av den typ som finns i vanliga intelligenstest.

8: Ett test där det gällde att stryka över ett ord i varje rad som inte passar samman med de andra, t. ex.:
sjö, ocean, hav, fält, vik, fjord.

9: Ett grupperingstest: Det gäller att i tredje raden sätta en etta framför de ord som hör ihop med orden i första raden och en tvåa framför dem som hör ihop med orden i andra raden, t. ex.:
1: ek bok lind al ask
2: blåklint viol ringblomma ros
. . prästkrage, . . . nejlika, . . . oxel, . . .asp

10: Här är givet en uppsats där vissa ord är uteslutna och där det gäller att fylla i passande ord.

11: Ett aritmetiktest.

12: Här gäller det att i varje ordpar stryka under det ord som betecknar det största föremålet:
spigg - haj slägga - hammare svan - sparv

13: Här gäller det att med *ja*, *nej* eller *vet ej* besvara frågor av följande typ:
Karl är äldre än Johan och Johan är äldre än Nils.
Är Karl äldre än Nils?

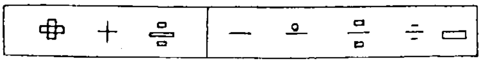
14: Det gäller att lösa uppgifter lika den nedanstående:
A är 5 kg lättare än B,
C är 5 kg tyngre än D,
A är 2 kg lättare än C.
Är D tyngre än B?

15: Ett aritmetiktest.

16: Ett aritmetiktest.

17: Ett stort antal bokstavspar (BA, EF, YZ osv.) var givna. Om bokstäverna kom i bokstavsordning skulle man skriva den sista bokstaven, om de kom i omvänd bokstavsordning den första, t. ex. AB=B; HG=H.

18: Ett analogitest med bilder: den första bilden liknar den andra på samma sätt som den tredje liknar någon av de fem till höger. Sätt en bock under den!



19: Ett analogitest med ord: det första ordet förhåller sig till det andra som det tredje till något av de fyra till höger.
SKED - SOPPA - GAFFEL
Kniv - *Kött* - *Sticka* - *Tallrik*

20: Motsvarande test med siffror, t. ex.
4 — 6 2 — 7, 5, 3, 2, 1

21: Ett additionstest där det gäller att lägga samman tre ensiffriga tal.

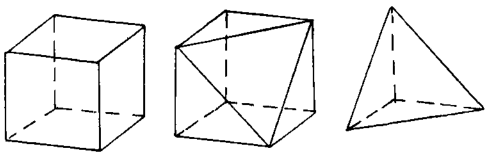
22: Ett additionstest där det gäller att lägga samman sex tvåsiffriga tal.

23: Ett multiplikationstest där man skall multiplicera ett tresiffrigt tal med ett ensiffrigt.

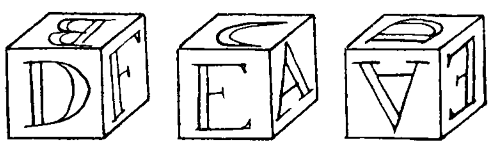
24: Ett test med enkla ekvationer av typen:
$5x - 7 = 23$.

25: Det gäller att ange vilket av fyra givna svar till en division som bör vara det riktiga.

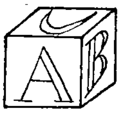
26: Man skall visa hur man skall dela figuren längst till vänster (kub eller pyramid) så att man får de båda kropparna till höger.



27: Man ser tre bilder av samma kub sedd från olika håll och skall ange vilka bokstäver som står mitt emot varandra på kuben.



28: Uppgifterna är av följande typ:
På kubens sidor stå: På framsidan som vi se ett A, på sidan till höger står som synes ett B och på ovansidan står som synes ett C.

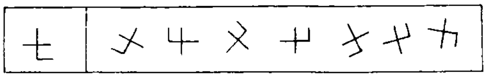


På undersidan, som inte syns står D, på baksidan står E och på sidan till vänster står F.
Vi tänka oss att vi vända kuben så att C fortfarande kommer upp men så att A kommer till höger. Vilken sida kommer då fram?

29: Ett rymdgeometritest.

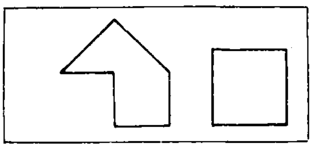
30: Ett test där det gäller att ange vilka av de givna additionerna med fem ensiffriga tal som är felaktigt utförda.

31: Man skall ange vilka figurer som är omvända i förhållande till den till vänster.

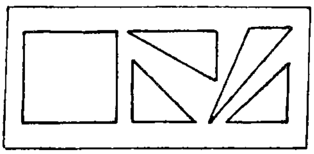


32: Man skall ange vilka romber som är omvända i förhållande till den till vänster.

33: Man kan dela den oregelbundna figuren till vänster med ett rakt streck så att man kan sätta ihop bitarna till den regelbundna figuren till höger. Visa hur man skall dela!



34: Dela den stora figuren så att man får de små bredvid!



35: Detta test är ett plangeometriskt test.

36: Detta test är likadant som test 13.

Problemen i de aritmetiska och geometriska testen har valts bland sådana som förekommer i matematikkursen i klasserna 2^5—4^5 i realskolan och 7—9 i folkskolan. Genom de övriga icke-matematiska testen har förf. sökt att »inringa» den matematiska begåvningen. Eftersom matematiken fordrar räkning bör rent numeriska test vara med i testbatteriet; matematiken är logiskt uppbyggd, alltså måste icke-matematiska logiska test vara med; geometrien fordrar av eleven förmåga att föreställa sig objekt i två och tre dimensioner, därför måste andra visualiseringsproblem vara med, osv. Resultaten av testningarna bearbetades med de faktoranalytiska metoderna och resultatet blev att fem begåvningsfaktorer, som kallats I, D, V, N och S isolerades. Faktorerna V, N och S är säkerligen identiska med de tidigare kända faktorer som omnämnts i uppsatsens början, medan I och D är tidigare okända logiska faktorer. Av förut kända begåvningsfaktorer förekommer ej W, P och M, men man kan även rent intuitivt sluta att dessa faktorer spelar mycken liten roll för den matematiska begåvningen.

FAKTOR N, den numeriska faktorn, framkommer vid lösandet av enkla numeriska problem (det synes som om N är den enda faktor som här spelar någon påvisbar roll!) Dessutom har den stor betydelse för ekvationer. Den påträffas dock ej i alla numeriska test, t. ex. talserierna. Utanför det numeriska området påträffas den i test 17, där det gällde att ersätta ett bokstavspar med en bokstav enl. vissa regler. Förf:s teori om denna faktors natur är att den har att göra med automatiseringen av en räkneprocess. Så länge denna fordrar resonerande fordras högre begåvningsfaktorer (I, D eller V) men när den blivit automatiserad blir den beroende av N. De enda räkneprocesser i skolan som automatiseras är det numeriska räknandet och ekvationslösandet. På högre stadier automatiseras även räknandet med bokstavsstorheter och i testsituationer kan man automatisera ett stort antal processer. Faktorns betydelse för problemlösning är ej stor. Endast i undantagsfall kan man göra bristande numerisk begåvning ansvarig för misslyckandet med problemlösning. Å andra sidan kan man finna att elever med mycket hög numerisk begåvning till synes oförklarligt misslyckas med matematiska problem. I åtminstone en del fall kan detta förklaras med att dessa elever vant sig vid att lita på sin höga numeriska begåvning i matematiken. Faktorn har av andra forskare påvisats på alla skolstadier. På de lägsta stadierna synes den nära nog ensam betinga framgång i skolämnet matematik, men ju högre stadium man kommer på dess mindre blir dess betydelse. Den numeriska begåvningen är lätt övbar.

FAKTOR V förekommer vid lösandet av test 6—10, 12 och 19. Däremot betyder den mycket litet för lösandet av andra verbalt givna test såsom de aritmetiska testen eller test 13—14 och 36. Det synes därför osannolikt att faktorn blott har att göra med problemets yttre form — att det är verbalt givet — utan faktorn synes ha att göra med att man uppfattar det begrepp som ligger bakom orden. Faktorn borde betyda en del för elevernas förmåga att förstå en förklaring till ett problem o. dyl. men alls intet för deras förmåga att lösa problem. För andra skolämnen såsom främmande språk, uppsats och rättskrivning spelar faktorn en dominerande roll.

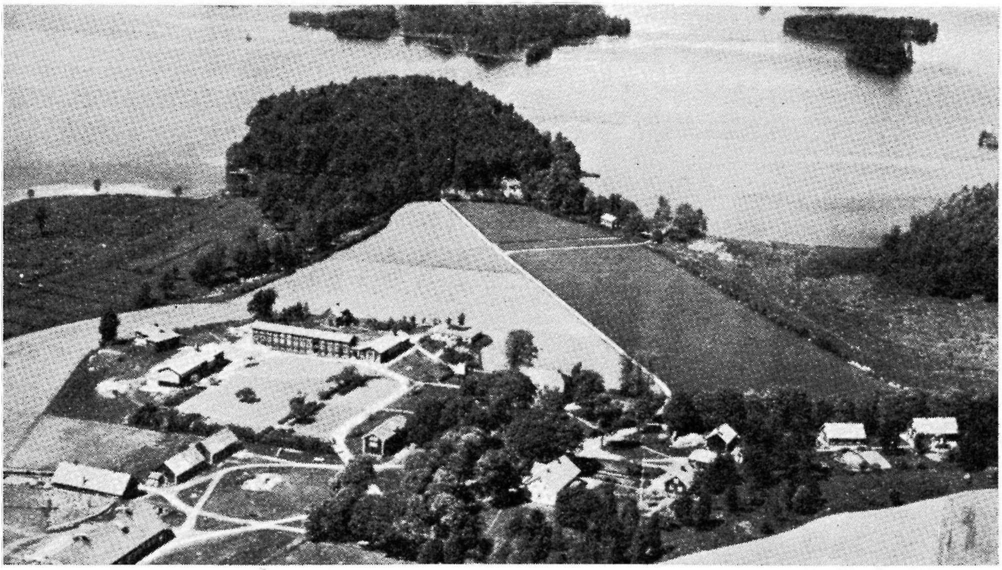
FAKTOR S förekommer vid lösandet av alla de visulella testen: 20, 26—28, 31—34. Den spelar störst roll vid de lättare av dessa test, nämligen 31 och 34. Den har även påvisbar betydelse för förmågan att lösa de plangeometriska problemen. Faktorns betydelse för skolmatematiken torde vara mycket stor. Man kan konstruera matematiska problem där visualisering är en tvingande nödvändighet. Ju högre upp man kommer i skolan dess större roll spelar sådana områden som planimetri, rymdgeometri, analytisk geometri och funktionslära. Faktorn synes vara lika betydelsefull för tredimensionella och tvådimensionella test. Dess egentliga psykologiska natur är ännu osäker.

FAKTOR D är en logisk faktor som påträffas vid lösandet av ett stort antal test. Störst betydelse har den när man skall lösa testen 13, 14, 36, 2 och 20 i nämnd ordning. Det är tydligen en faktor som har att göra med förmågan att deduktivt resonera sig fram till en lösning när premisserna är givna. I de test där det ej är möjligt att resonera sig fram till en lösning förekommer inga laddningar med denna faktor. Faktorn betyder mycket för lösandet av en del av de aritmetiska testen men mycket litet för lösandet av de geometriska. Ännu större betydelse synes den ha för skolmatematiken. Framför allt har det visat sig att många elever som misslyckats i matematik har lågt värde i faktor D. Skillnaden mellan två årsklassers begåvning är större än för någon annan faktor vid förf:s undersökning, vilket kan förklaras med att faktorn spelar allt större roll ju högre upp man kommer i skolan. Mycket talar för att denna begåvningsfaktor skulle ha en avgörande betydelse för framgången på gymnasiet.

Även den andra av de båda isolerade logiska faktorerna, FAKTOR I påträffas vid lösandet av ett stort antal test. Den spelar störst roll för de matematiska testen (5, 11, 15, 16, 29 och 35) och för de svårare visuella testen (26 och 33) men liten eller ingen alls för vissa av de verbala (6, 8 och 12), numeriska, deduktiva (13, 14 och 36) och enkla visuella (27 och 31). Ju större svårighet som uppfattningen av problemet med dess relevans till undervisning och givna lösningsmetoder erbjuder dess större betydelse får faktorn I. De test som är oberoende av denna är alla sådana att uppfattningen av problemställningen är enkel och de möjliga lösningsmetoderna givna. Det synes därför som om denna faktor skulle bestämma över vår förmåga att överhuvud förstå ett problem. Faktorn har en central ställning i förhållande till de andra faktorerna. Den har också ett stort och i många fall dominerande inflytande på förmågan att lösa matematiska problem. Sambandet mellan betyget i matematik och I-begåvningen är mycket starkt. Då denna faktor liksom den föregående, D, synes vara hittills ganska okänd, fordras ännu mycket arbete innan de psykologiska och pedagogiska konsekvenserna blir fullt klarlagda.

Fortfarande återstår mycket arbete innan den matematiska begåvningens struktur är tillräckligt klarlagd. Förf. planerar att undersöka var och en av de funna faktorerna närmare för att komma åt deras psykologiska natur. De pedagogiska konsekvenserna av undersökningsresultaten måste undersökas. Vidare måste man äga ett instrument för att mäta de olika begåvningsfaktorerna. Ur förf:s testbatteri kan man ta ut faktortest, men dessa är ännu för litet undersökta för att kunna användas i praktiken.

KURS I INDIVIDUALISERAD UNDERVISNING



S:t Sigfrids Folkhögskola, Växjö

Under tiden 4—10 augusti försiggick en av Kungl. Skolöverstyrelsen anordnad kurs behandlande individualiserad undervisning i framför allt modersmålet och matematik i klasserna 3—6 i folkskolan. Kursen var företrädesvis avsedd för övningsskollärare vid folk- och småskoleseminarierna. Platsen var den vackert belägna S:t Sigfrids Folkhögskola utanför Växjö. Kursbestyrelsens ordförande var Rektor Evald Gillfors, Växjö, kursledare voro Seminarielärarna Alf Kahnberg, Lund och Börje Sigbrand, Växjö, vilka tillsammans — det kan på en gång sägas — på ett synnerligen förnämligt sätt handhade ledarskapet för den intressanta kursen. Vi voro ett trettiotal seminarielärare, som samlats från Kiruna i norr till Lund i söder för att några vackra sommardagar lyssna, begrunda, diskutera, knyta kontakter och utbyta erfarenheter.

Huvudparten av tiden ägnades åt modersmålet. Endast en och en halv arbetsdag var tilldelad matematiken. Därigenom hann många aktuella problem inom räkneundervisningen ej att bli så grundligt diskuterade, som önskvärt vore. Av många kursdeltagares uttalande att döma är det ett angeläget önskemål att få anordnat en kurs, som helt ägnar sig åt matematikundervisningen. Några vitala räkneundervisningsproblem hann dock behandlas, som framgår av föreläsningslistan:

Docent Olof Magne, Göteborg: »Räkneundervisningen i folkskolan. Den aktuella situationen».

Lektor Edvin Ferner, Karlstad: »Standardiserade diagnostiska prov i räkning för lågstadiet».

Rektor Börje Svensson, Jönköping: »Enhetlig terminologi och enhetliga uppställningar vid räkneundervisningen».

Seminarielärare Karin Hörberg, Lund: »Individualiserad undervisning i räkning». (klasserna 3—4).

Seminarielärare Viola Käll: »Individualiserad undervisning i räkning». (klasserna 5—7).

Samtliga nämnda föredragshållare har lovat att återkomma i denna tidskrifts spalter. Därför skall nu endast ett kortare referat här införas för att ge en översikt över de problem, som behandlades under kursen. Vi ta dem i den tidsordning, de förekom på kursen.

Docent Olof Magne gav i sitt föredrag intressanta rapporter från sina många vetenskapliga undersökningar. Statistiska undersökningar hade bl. a. utförts över svårighetsgraden hos olika additionsproblem, den procentuellt stora mängd fel, som begås vid övergång till division med flersiffrig divisor, terminologins och uppställningens betydelse för resultatet av lösningen av divisionstal, lärarinstruktionens betydelse jämfört med tryckta anvisningar o. s. v.

Föredragshållaren gav dessutom en detaljgranskning av den nya kursplanen samt en kritisk analys av olika läroböckers behandling av olika kursmoment.

En allmän uppfattning är väl, att läraren i allmänhet rätt obrottsligt följer den lärobok han använder, trots räknemetodikers visa råd om att ej låta binda sig alltför mycket av den. M. gjorde vid ett tillfälle en enquete bland 34 lärare i ett överläraredistrikt — endast *en* lärare avvek från läroboken! Därav vågar man väl dra den intressanta slutsatsen att det inte är så mycket kursplanen som kursboken som följes!

Genom detta förhållande och därigenom att läroböckerna äro så olika, blir den praktiska konsekvensen, att räkneundervisningen kan bli rätt olika på olika platser. M. uppvisade i detta sammanhang en intressant och utförlig statistik över olika problemtypers förekomst i olika läroböcker. Som exempel nämndes att för klass 3 totala antalet räkneuppgifter kan uppgå till 3000 upp till 4000 st. Genom detta alltför stora antal kommer huvudvikten att ligga enbart vid färdighetsträning, under det att tillräcklig tid ej blir över till övandet i matematiskt tänkande.

Som exempel på hur kraftigt de olika räknelärorna kan variera nämndes att vid 4:e klassens sortbehandling totala antalet sortuppgifter av olika slag i olika räkneböcker varierar från ett par hundra upp till över tusen!

I fråga om lärogången konstaterade M. hur nästan allmänt läroböckerna följer det klassiska inlärningssystemet, att i tur och ordning behandla addition, subraktion, multiplikation och division. Kanske det vore värt ett försök att bryta detta schema? Vid en inventering av olika läroböckers lärogång, hade M. endast funnit en enda läroboksförfattare, som brutit sig ut ur den klassiska inlärningsgången!

Lektor Edvin Ferner talade om »Standardiserade diagnostiska prov». Provräkningar av den traditionella typen spela ofta över en stor del av årskursen och innehålla i allmänhet uppgifter, hämtade från flera olika kursmoment. En lärjunge kan därför ha allvarliga brister i sin räknekunskap inom vissa moment och dock få ett »tillfredsställande» godkänt resultat på provet. De diagnostiska proven däremot omfatta ett enda eller ett fåtal kursmoment. Härigenom upptäckes genast eventuella brister inom ett klart begränsat kursmomentsområde. De gamla provräkningarna voro framförallt »betygsskrivningar». De diagnostiska proven är inte avsedda för betygssättningen utan äro komponerade så, att brister i räknekunskapen snabbt skall kunna upptäckas, och ger därigenom värdefulla tips för läraren var och hur hjälpen skall sättas in vid den individuella undervisningen.

Diagnostiska prov är ofta formulerade så, att de i fråga om ett kursmoment ger upplysning om eleven »kan» eller »inte kan». F. ansåg emellertid att det vore värdefullt om proven vore graderade i större utsträckning, så att läraren härigenom fick en mer preciserad uppfattning om elevens räknekunskap, så att den individuella handledningen kunde sättas in på lämpligt sätt. I detta sammanhang citerades initiativtagaren och auktoriteten på detta område Frits Wigforss, som i sin »Kunskapsprövningar» (Pedagogiska Skrifter nr 165) bl. a. skriver: »Ju mera fullständigt provet täcker ämnesområdet dess mera upplysande blir dock poängtalet. Om området är så litet eller så beskaffat, att provet täcker det, kan poängtalet bli en god mätare av kunskapsbristen inom området». För att poängtalen skola kunna ge säker upplysning, måste proven standardiseras. Härför är särskilt proven i mekanisk räkning lämpade. F. hade exprimenterat med prov i mekanisk räkning i klass 1 och därvid tyckt sig finna att dessa prov på ett överraskande tidigt stadium kunnat ställa diagnos på de unga elevernas räkneförmåga. För att statistiskt säkerställa dessa preliminära erfarenheter kommer F. att under läsåret 1955—56 utöka experimentet med ett större antal elever.

Rektor Börje Svensson framförde i sitt föredrag en hel del nya idéer och förslag. Här endast ett par exempel:

De mindre begåvade eleverna bör läsa en mindre totalkurs; förslagsvis skulle de under 6 år få inhämta de fyra första skolårens normalkurs. S. berörde även den individualiserade undervisningen. Gruppindelning bör ske fr. o. m. 3:dje läsåret. Lämpligast är en uppdelning i 3 grupper: 1) en elitgrupp, som går snabbare fram i kursen än kamraterna 2) en mellangrupp, som inhämtar grundkursen samt 3) den svagaste gruppen, som undervisas medelst hjälpklassböcker. Det kan föreligga risk, att den begåvade gruppen vill hasta alltför fort fram i kursen, innan de riktigt hunnit smälta det genomgångna; därför är det av vikt med kunskapskontroll och diagnostiska prov. Vad elitgruppen beträffar efterlyste S. utförligare anvisningar i läroböckerna.

Ett intressant initiativ var den kontakt, föredragshållaren upprättat med industriförmän i Husqvarna—Jönköping, vilka åtagit sig att utföra en kontroll av bristerna i räknekunskapen hos de anställda. Industriförbundet är också vidtalat och har för avsikt att starta en undersökning om vad näringslivet har för önskemål och krav på räknekunskapen hos sina anställda.

S. behandlade även utförligt terminologin. Bl. a. önskade han att uttrycken »plus» och »minus» infördes omedelbart som motsvarande tecken började användas. Uttrycken subtrahend, minuend och addend ville S. ha ersatta av begreppet termer. Multiplikand och multiplikator kunde slopas och ersättas med faktorer. Uttrycket dividend, divisor och kvot borde däremot behållas.

I fråga om innehållsdivision och likadelning ansåg S. att man ej borde teckna dessa på olika sätt. I detta sammanhang framförde S. ett nytt förslag till teckning och uppställning av de båda divisionerna.

$$\textit{Likadelning:}\ \frac{20 \text{ äpplen}}{5 \text{ pojkar}} = 4 \text{ äpplen per pojke}$$

$$\textit{Innehållsdivision:}\ \frac{20 \text{ äpplen}}{4 \text{ äpplen per pojke}} = 5 \text{ pojkar}$$

Seminarielärare Karin Hörberg berättade om extremt individualiserad undervisning i klasserna 3 och 4, som hon under en lång följd av år praktiserat vid Lunds folkskoleseminarium.

I klass 3 delas kursen upp i 10 avsnitt, som vart och ett avslutas med en provräkning. Första avsnittet blir gemensamt genomgånget för alla barn, för att man under den tiden skall lära känna barnens olika förmåga och anlag. Redan efter första avsnittet låter man emellertid var och en efter sin förmåga arbeta i egen takt.

Vid klarläggandet av nya begrepp och räknesätt samlas de barn, som kommit fram till något nytt, framme vid tavlan för genomgång. De duktiga behöver ej många minuters preparation, de svagare däremot kanske behöver upprepad genomgång.

För varje avsnitt gör läraren upp en tabell över de moment, som behöver särskild genomgång och markerar, när ett barn fått dem preparerade. Därefter får barnen på egen hand lösa exemplen i läroboken.

Före provräkningen får barnen några kontrolltal för att se hur pass säkra de är. Efter godkänd provräkning får barnen ta itu med nästa avsnitt.

De elever, som hinner kursen före läsårets slut, får börja med nästa årskurs. Skulle någon ha ett eller två avsnitt kvar, hinner eleven gå igenom dessa vid följande hösttermins början, eftersom nästa årskurs börjar med en repetition av föregående års kurs.

Samma metod tillämpas sedan i klass 4.

Seminarielärare Viola Käll hade vid Jönköpings folkskoleseminarium praktiserat gruppundervisning i klasserna 5—7 och berättade om sina erfarenheter härifrån.

Klassen var uppdelad i tre grupper, A-, B- och C-gruppen. Denna uppdelning verkställdes första gången efter betyg, men en viss omplacering skedde emellanåt. C-gruppen bestod av de barn, som arbetade snabbast och säkrast.

Varje grupp instruerades för sig, medan eleverna i de andra grupperna var sysselsatta med självständigt arbete. Barnen i C-gruppen gick förbi de första, lättaste uppgifterna i varje avsnitt, medan A- och B-gruppens elever inte räknade de sista och svåraste. Varje grupp fick provräkning på sitt avsnitt innan den tilläts fortsätta med nästa.

Följande fördelar med detta system jämfört med klassundervisning kan anföras:

1. Intresset ökar påtagligt hos *alla* eleverna.
2. Alla lyssnar intensivare i en liten grupp, varför instruktionen blir effektivare.
3. De duktigaste eleverna behöver oftast en mycket kort instruktion, och slipper invänta kamraterna.
4. De svaga och långsamma eleverna får den mycket noggranna instruktion, de är i behov av.
5. Huvudräkningen blir effektivare.
6. Lättare att individualisera uppgifterna.

Dessa punkter, som anfördes som fördelar med gruppundervisningen, kan väl ordagrant även anföras till den extremt individualiserade undervisningens fördelar. Detsamma gäller också för den nackdel, som kan vidlåda gruppundervisningen: något större arbetsbörda för läraren.

Vid den följande diskussionen (som skedde inom två skilda grupper) blev huvudfrågan: individuell undervisning contra klassundervisning. Det undervisningssätt, som oftast praktiseras i våra skolor är en kombination av klassundervisning och individualiserad undervisning. Många ställde sig tveksamma inför att släppa loss eleven på ett nytt kapitel, innan detta är genomgånget av hela klassen. Man önskade i stället låta eleven räkna fyllnadsuppgifter inom avsnittet i fråga. En annan möjlighet att sysselsätta de snabbare räknarna vore att låta dem vid behov arbeta inom andra ämnesområden än matematik.

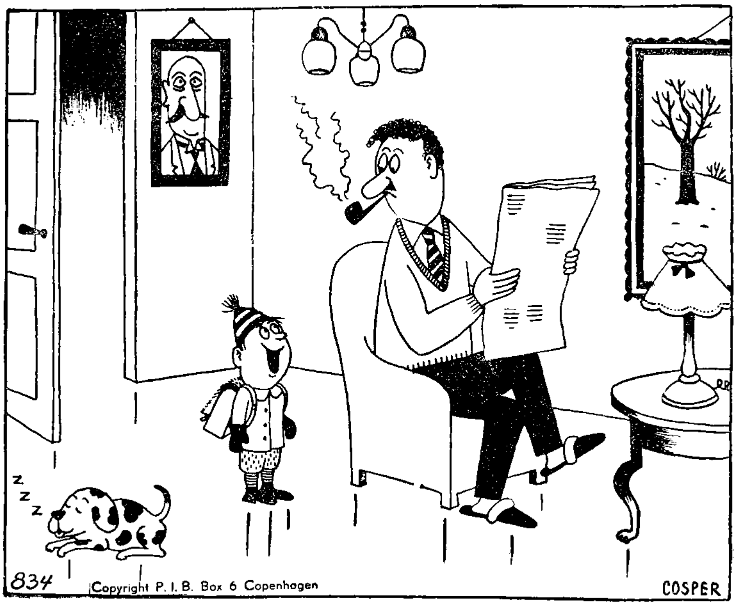
I båda diskussionsgrupperna kom läroboksfrågan upp. Som en viktig förutsättning för att undervisningen skulle kunna bedrivas efter de uppdragna linjerna, framstod att man hade tillgång till lämpliga läroböcker med angivande av grundkurs och överkurs. Läroboksförfattarna har också i allt större utsträckning börjat beakta dessa önskemål.

Det anfördes i diskussionen även tveksamhet, om dessa metoder vore lämpade för genomsnittsläraren, då de onekligen ställer stora krav på läraren. De framlagda metoderna rönte dock ett positivt intresse från kursdeltagarna och man var överens om, att de utgjorde ett synnerligt värdefullt och på verklighetens grund fotat bidrag i strävandena mot en individualiserad undervisning.

—★—

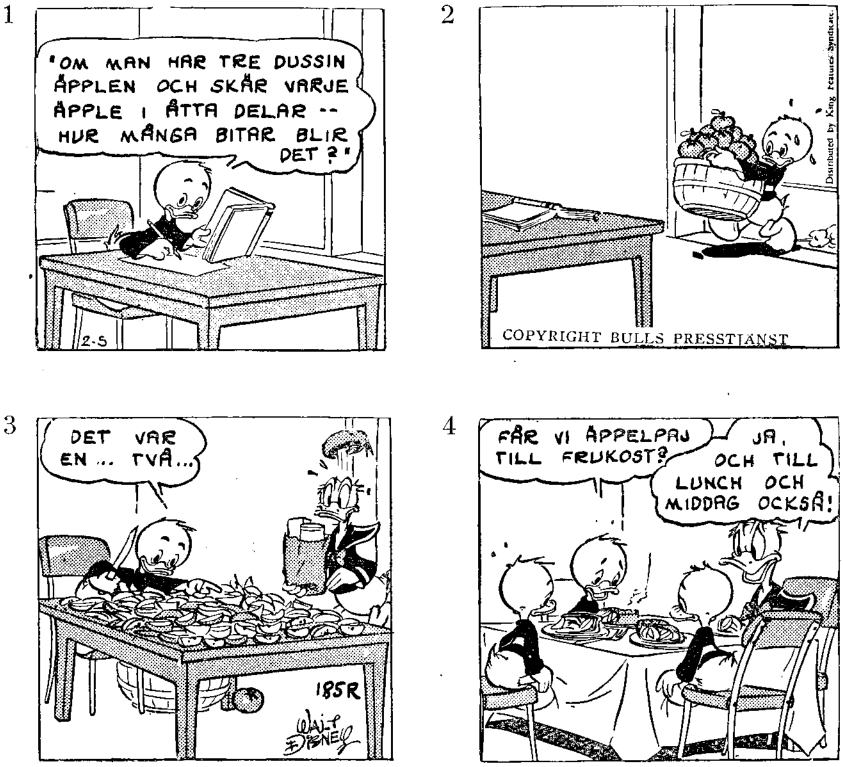
Den roliga sidan ...

COSPER



— Jag fick AB på min hemräkning, men jag skulle fråga från fröken om det var nån som hade hjälpt dej med talen den här gången?

Hjälp till att göra de »roliga» sidorna trevliga! Sänd gärna in en räknehistoria »från skolans värld»!
Tidskrift för Skolmatematik honorerar varje god historia med 5 kr.



Från skolans värld.

Ingemar har lite svårt för huvudräkning. Under en lektion frågar fröken hur mycket ett plus ett är.

— Två.

— Och vad är två och två?

— Fyra.

— Men vad är då fyra plus fyra?

— Åtta.

Detta föranleder fröken att kommentera:

— Du är ju riktigt duktig i räkning. Kanske du rentav kan säga hur mycket hundra och hundra är?

Ingemar blir tyst men så kommer svaret med eftertryck:

— Dä vet la ingen!

Den lilla tusenfotingen.

Den stackars lilla tusenfotingen kom hemstapplande till sin mor:

— Uhu, det är en grym man som har trampat mig på ena foten.

— Jag ska nog få bort smärtan, min lille pojke, sa den deltagande modern. Bara du vill säga mig vad det är för en fot.

— Uhu, skrek den lilla tusenfotingen, det kan jag inte, för jag kan bara räkna till tio.

METODISKA OCH PRAKTISKA TIPS FÖR RÄKNEUNDERVISNINGEN

»Vi sätter bo»

Roligast blir räkningen, om eleven själv får skapa uppgifterna och därigenom får möjlighet till självständigt, aktivt arbete.

Med hjälp av priskataloger från olika möbelfirmor får eleverna till uppgift att helt på egen hand möblera ett rum och beräkna kostnaden härför. En enkel skiss över rummet och möblernas placering bör av eleven självständigt utarbetas. Fritt spelrum för fantasin! Då kombinationsmöjligheterna äro så många är det lämpligt att ge övningen som hemarbete, så att eleven får tid att pröva olika möjligheter.

Utvecklande för elevernas ekonomiska sinne blir jämförelsen mellan olika billiga och dyra förslag.

Om möjlighet finnes är det värdefullt om klassen kan få besöka en möbelaffär och där själv övertyga sig om de olika priserna. I sina anteckningsböcker notera de priserna på de möbler, de önska ha i sitt rum. Bäst är naturligtvis, om denna övning får utföras som ett helt självständigt arbete med fritt val och obunden kostnadsram.

En variation är att arbeta fram möbleringsförslag inom bestämd, angiven kostnadsram. Dessa arbetsövningar ha naturligtvis sitt stora värde, därför att räkneundervisningen här direkt anknyter till en praktisk situation, som eleverna senare i livet förr eller senare kommer att ställas inför.

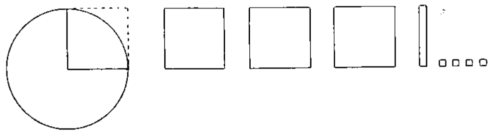
Denna arbetsövningsidé kan givetvis tillämpas även på andra områden t. ex. kostnader för kläder m. m.

E. F.

Bestämning av π genom vägning

Beräkning av oregelbundna ytor kan som bekant ske medelst vägning. Så har t. ex. föreslagits att man i geografiundervisningen bestämmer Sveriges ytareal med hjälp av den karta, som återfinnes i kommunikationstabellen på följande sätt. Kartan uppklistras på en pappskiva och klippes ur och väges. Med hjälp av skalan klipper man dessutom ut ur pappskivan en kvadrat med sidan motsvarande 10 mil och väger den. Genom enkel division erhålles hur många 100 kvadratmil Sveriges yta utgör.

Ett liknande förfaringssätt har vi använt för att beräkna ytan på en cirkel. Ur papp (c:a 2 mm tjock) klippes en cirkel med 1 dm radie. Dessutom klippes tre kvadrater med sidan 1 dm — dess yta är således 1 dm $\times$ 1 dm $=$ r $\times$ r, en remsa som är 0,1 dm^2 samt flera små cm^2-rutor $=$ 0,01 dm^2 $=$ 0, 01 r$\times$r.



Genom vägning erhålles att pappcirkelns yta väger lika mycket som 3,14 r$\times$r!

Samma vägningsförsök utföres med andra värden på pappcirkelns radie.

Elevlaborationer kan med fördel utföras med detta materiel.

E. F.

Kulramen = Räknehuset

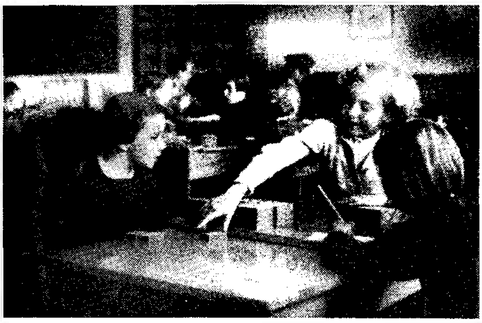
Så länge intet bättre hjälpmedel finns för illustrering av dekadsystemets regelbundna upprepning av räkneoperationer genom varje nytt tiotal använder vi alltid denna utmärkta åskådningsapparat, som vi givit det nya namnet »Räknehuset».

När man bygger ett hus så börjar man ju alltid med grunden. Grunden i ämnet räkning lägger man med inlärning av det första tiotalet. Därför börjar vi alltid ramsräkningen på den *nedersta* kulraden

= grunden. Om barnen i klassen inte ser den nedersta raden, så ställer vi »Räknehuset» på ett par stolar. Det är ju på grunden hela huset vilar, därför arbetar vi länge med den (första tiotalet). När grunden verkar säker bygger vi den ena »våningen» = tiotal efter den andra. Barnen ser hur »huset» växer *uppåt* och hur varje »våning» byggs *likadant* som »grunden».

A. F.

Grupparbete i klass 1



För att i den första klassen åskådliggöra det viktiga tiotalsbegreppet använder vi tändstickspaket, ett billigt och letthanterat materiel. Snabbt och lekande kan barnen bygga upp de tvåsiffriga talen.

52

Grupparbete kan lätt ordnas. 3 eller 4 barn bilda en grupp kring två skolbänkar som skjutits samman och får sig tilldelade 10 st paket och 10 lösa askar. Övningen kan ordnas på flera sätt. Läraren lämnar till varje grupp en lista med ett antal tvåsiffriga tal. En av barnen får vara »sekreterare». Sekreteraren läser upp ett tal, de andra hjälpas åt att bygga; när talet är färdigbyggt, strykes talet från listan och nästa tal läses upp av sekreteraren.

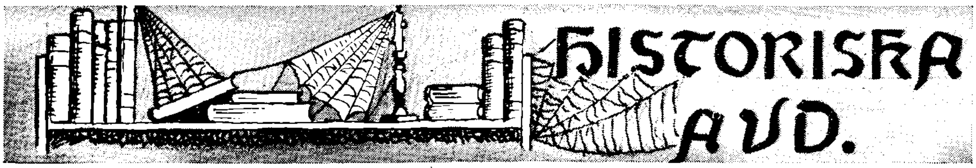
Barnen äro ivriga att få vara sekreterare, varför denna maktpåliggande syssla bör cirkulera inom gruppen.

Övningar av helt självständig art är ju alltid synnerligen värdefulla. När listan är genomgången, kan gruppen få rätt att bygga vilka tal de vill. Det är särskilt roligt! Sekreteraren är i funktion även nu, på så sätt att varje tal, som bygges, ordentligt antecknas; gruppen kan på så vis redovisa sitt arbete genom ett litet protokoll.

Tävlingar av olika slag kan arrangeras. Barnen äro synnerligen roade av dessa övningar liksom av all aktiv sysselsättning. En stor mängd tal hinner på en kort tid byggas upp och åskådliggöras.

Talområdet, som skall genomgås under det första skolåret, har nu utvidgats ända upp till 100. Tiotalsbegreppet måste därför redan under första året göras klart och gripbart för barnen. Därvid är det nu omnämnda grupparbetet av stort värde: barnen *upplever* tiotalsbegreppet, de håller tiotalspaketen i händerna, bygger själva åskådligt upp de tvåsiffriga talen.

E. F.



Regula de Tri på 1800-talet

Klipp ur en gammal räknelära

»Till gamla tider återgår min tanke än så gärna — —». Dessa skaldens ord torde inte ha giltighet, då det gäller räkneundervisningen och gamla tiders räkneläror! På detta område kan vi glädja oss åt en markant utveckling mot det bättre. Ja, vi upplever just nu kulmen på denna utveckling. De sista 10—15 åren bildar här en ny blomstrande epok. Läroböckerna i räkning ha blivit många — kanske alltför många — men alla äro de åskådliga, färggranna, trevliga och alla följa de den moderna skolans princip att söka göra räknebegreppen gripbara, förståeliga för barnen och de äro fyllda av räknelekar och aktiva övningar. Kanske uppleva vi en kulmen på så sätt att räknelärorna i vissa fall knappast kan bli färggladare och att räkneundervisningen väl ej är betjänt av en alltför stor uppsjö på olika varianter av räkneläror. Kanske kan vi här i den vidare utvecklingen förvänta oss en åtstramning. När nu läroböckerna nått så långt, som rimligt är, ifråga om färgglada sidor och extrem åskådlighet, återstår närmast för den vidare utvecklingen att uppmärksamheten riktas framför allt mot en större stringens i metodiken och — som just nu är aktuellt — en enhetligare terminologi.

De moderna räknelärorna äro bra — fast de naturligtvis kan bli bättre. Hur bra de egentligen är, förstår man först riktigt väl, när man jämför dem med den »gamla» tidens räkneläror. En sådan jämförelse visar som i blixtbelysning den markanta skillnaden mellan den gamla och den nya skolans räkneundervisning. *Den nya skolan:* åskådlighet, aktivitet, lustbetonade räkneövningar, en strävan att lära barnen förstå räkneoperationernas innebörd. *Den gamla skolan:* brist på åskådlighet, inte en enda figur eller bild, siffror, siffror och åter siffror, och en uppsjö av stela, mekaniska »reglor». Det viktigaste var att lära barnet komma fram till ett numeriskt riktigt resultat med hjälp av ett sinnrikt system av regler — som naturligtvis måste pluggas in, så att eleven säkert kunde rabbla dem utantill.

När man därför bläddrar i en gammal räknelära kan man inte undvika att spontant känna en viss tillfredsställelse, den tillfredsställelse som känslan av utveckling alltid ger. Påträngande åskådligt upplever man den stora kontrasten mellan förr och nu, man känner att något nytt har hänt på detta område, något nytt och riktigt. Och en modern lärare, som aktivt upplever de nya idéerna inom räknepedagogiken, har svårt att fatta att det verkligen är möjligt, att räkneundervisningen en gång — inte så länge sen — kunnat läggas upp så urtråkigt, så mekaniskt trist — och så pedagogiskt felaktigt!

Låt oss som exempel studera behandlingen av regula de tri förr och nu. Numera behandla vi alla slag av regula de tri-uppgifter genom att gå till enheten.

4 äpplen kostar 80 öre
Vad kostar 3 äpplen?

4 äpplen kostar 80 öre
1 äpple kostar 80 öre/4 = 20 öre
3 äpplen kostar 3·20 öre = 60 öre

Den enda regel, man behöver komma ihåg, är att man skall gå till enheten. Det är för övrigt inte ens en »regel», bara det som det sunda förnuftet säjer en. Ty hur skall jag kunna räkna ut, vad 3 äpplen kostar, om jag inte vet vad 1 äpple kostar?! Barnen resonerar sig således enkelt och naturligt fram till en lösning utan några som helst märkvärdiga uppställningar eller regler.

Och förr? Jag plockar fram ur min bokhylla en räknelära från år 1861 med titeln »Den kunskapsrike Skolmästaren» (bara en så'n sak!). I den andra delen, som är betitlad Räknekonst, hittar vi ett kapitel om regula de tri. Låt den gamla räkneboken själv berätta ur det förflutna:

Regula de Tri

Bland all räkning är denna den för allmänna lifvet nyttigaste, emedan snart sagdt alla frågor, som förekomma både i hushållning, handel och all annan rörelse, kunna genom den upplösas. Namnet är kommet av talet *tre*, emedan tre tal äro gifna, till hvilka det fjerde sökes. Om t. ex. af ett stycke tyg 2 alnar kosta 4 rdr, hvad kosta då 12 alnar? Här äro de tre talen: 2 alnar, 4 r:dr och 12 alnar gifna; priset på 12 alnar är det fjerde, som sökes. Vid uppställningen utsättas de bekanta talen i den ordning de i frågan höras, och det obekanta utmärkes med x, alltså: 2 — 4 — 12 = x.

Regeln för denna räkning är högst enkel, och lyder så här: **Multiplicera det andra talet med det tredje, och dividera produkten med det första.** Den då erhållna qvoten är det sökta talet, och kallas *Facit*, ett ord, som betyder »det gör», d. v. s. slutsumma eller resultat, och alltså kan begagnas vid all räkning.

$$
\begin{array}{c}
2 - 4 - 12 = x \\
\underline{12} \\
2)48(24
\end{array}
$$

(48 : 2 tecknas här 2)48, alltså med divisorn *till vänster* om dividenden.)

En modern lärare ler något förvånat över läroboksförfattarens påstående att regeln skulle vara »högst enkel»! Men det är dennes uppriktiga mening. Ty, som framgår av en omedelbart följande notis, innebär det här framlagda tillvägagångssättet tydligen ett stort framsteg och en förenkling jämfört med ännu äldre metoder!

Uti äldre räkneböcker förekomma vid nästan alla räkningar, särdeles uti Regula de Tri, en mängd särskilda benämningar, såsom **Praxis Italica,** Regula Valoris Fractionum, Regula Simplex, Regula Duplex, Regula Composita, Regula de Quinque, Regula Directa, Regula Inversa Regula Conversa m. fl. (puh!), vilka alla hafva hvardera **sina egna** anvisningar och flerfaldiga bestämningar. En sådan mängd olika reglor äro förvillande (!), hvarigenom de skada mera än de gagna, samt dessutom helt och hållet onödiga, helst alla kunna sammanfattas i de enkla och tydliga reglor, som här blivit framställda, efter hvilka alla förekommande frågor kunna med lätthet upplösas.

De två reglerna 1. »Uppsätt de bekanta i den ordning de i frågan höras!» samt 2. »Multiplicera det andra talet med det tredje, och dividera produkten med det första!» är självklart inte tillfyllest och håller inte streck alla gånger, då »den ordning de i frågan höras» helt är beroende av textens tillfälliga formulering. Följaktligen **tarvas ytterligare en regel! Och den kommer här:**

Vid uppställningen måste alltid iakttagas, huruvida det sökta talet skall blifva större eller mindre än det gifna, hvilket lätt finnes af sjelfva frågan. Om t. ex. af 9 qvarters bredt kläde till en klädning åtgår 5 alnar, huru mycket erfordras då af ett tyg, som är 6 qvarter bredt? naturligtvis större längd. Om 6 man verkställt ett arbete på 12 dagar, huru lång tid hade behöfts om de varit 8 man? naturligtvis mindre tid. Regeln är följande:

Skall det sökta talet bli *större* än det gifna, så sättes det *mindre* talet i första rummet; men bör det sökta talet bli *mindre* än det gifna, då sättes det *större* talet i första rummet. — För tydlighetens skull anföres här uppställningen och uträkningen af de bägge här ofvan anförda frågorna.

$$
\begin{array}{c}
6 \text{ qv} = 5 \text{ aln.} - 9 \text{ qv.} = x \\
\underline{9} \\
6)45(7\tfrac{1}{2} \text{ aln.} \\
\underline{42} \\
{}^{3}/_{6} = {}^{1}/_{2}
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{c}
8 \text{ man} = 12 \text{ dag.} - 6 \text{ man} = x \\
\underline{6} \\
8)72(9 \text{ dagar.} \\
\underline{72}
\end{array}
$$

Pröfning: Tag ett upplöst exempel på nytt i omvänd ordning, d. v. s. låt det erhållna svaret utgöra frågan och anse det först gifna som obekant; t. ex. det sista af nyss anförde exempel framställes så här: när 6 man fordra 9 dagar, hvad behöfva då 8 man? Fås det först gifna talet till facit, är räkningen rätt.

Detta, käre läsare, tillhör endast den enklare aritmetiken och betitlas Enkel Regula de Tri; om möjligt krångligare blir det då vi strax därefter kommer till Sammansatt Regula de Tri. Men låt oss bespara oss den! Låt oss också undvika att vara sarkastigt ironiska över detta otympliga sätt att räkna — det är alltför närliggande — vi låter läroboksförfattaren själv döma sig med sina egna ord: »En sådan mängd olika reglor äro förvillande, hvarigenom de skada mera än de gagna, samt dessutom helt och hållet onödiga — —».

★

TIDSKRIFT FÖR SKOLMATEMATIK

Jungmansgatan 1, Karlstad. Tel. 163 13

utkommer med 4 nr per läsår

Helårsprenumeration Kr. 5: —

Postgironummer 49 02 82

Redaktör och ansvarig utgivare:

Lektor Edvin Ferner

KARLSTAD 1955

Nya Wermlands-Tidningens Aktiebolag