Matem Tidskr.

Tidskrift FÖR SKOLMATEMATIK

ÅRGÅNG 1 · December 1955
Nr 2

MOTTAGANDET

av Tidskrift för Skolmatematiks första nummer har varit gott. Uppskattande recensioner har influtit i våra stora skoltidningar. I Folkskollärarnas Tidning nr 43 skriver Folksskollärare Sven Olsson bl. a.: »Syftet är värt all pris. — — Att döma av första numret är en prenumerationsfemma på inget sätt bortkastad». Recensenten har även fångat något väsentligt i tidskriftens intentioner, när han skriver: »De olika skolformernas lärare lever och verkar avskilda från varandra, och problem angående undervisningens mål och medel diskuteras gruppvis, och i bästa fall kommer man fram till lösningar, som tillfredsställer just gruppen. Lektor Ferner vill genom TfS bygga broar mellan grupperna, och han uppmanar lärare av alla kategorier att vara med som brobyggare genom att sända bidrag till tidskriften».

Sveriges Folkskollärarinnors Tidning har i nr 49 lämnat plats för ett utförligt och intresserat — delvis även kritiskt — referat av tidskriftens första nummer. Tidningens matematikrecensent Folkskollärarinnan Wivi Karlberg skriver där att hon studerat tidskriften »med synnerligen stort intresse». Hon avslutar sin artikel med orden: »Nog kan man med mycket gott samvete rekommendera Tidskrift för Skolmatematik åt låg- och mellanstadiernas lärare».

I svensk Skoltidning nr 43 understryker Redaktör Nathan Johnson att det är »en god idé» att starta en särskild tidskrift för skolmatematik. Han skriver bl. a.: »Uppläggningen av det första numret visar också att den vill direkt tjäna den praktiska räkneundervisningen och göra det på ett populärt och lättillgängligt sätt utan att de vetenskapliga kraven eftersätts. — — Tidskriften är omväxlande och trevligt redigerad och har med all säkerhet en uppgift att fylla».

Även från många andra omdömesgilla håll har tidskriften kunnat glädja sig åt ett uppskattande intresse. Intresserade lärare, räknemetodiker och vetenskapsmän har accepterat TfS som ett värdigt forum för räkneundervisningens problem.

Tidskrift för Skolmatematik startar under gynnsamma auspicier. Den känner sitt ansvar och skall sträva efter att söka motsvara förväntningarna.

TERMINOLOGIUTREDNING

Under de senaste åren har det alltmer framstått som ett önskemål, ja en nödvändighet att söka skapa enhetlighet inom den terminologi, som kommer till användning vid räkneundervisningen, framförallt då vid den grundläggande undervisningen. Olika lärare, olika skolor och mängden av olika läroböcker tillämpar i många fall olika tillvägagångssätt vad beträffar terminologi, beteckningssätt och uppställningar. Särskilt för barn, som av olika anledningar kommer att byta skola, kan denna bristande enhetlighet bli besvärlig.

Vid matematikkonferenser och kurser har därför allt oftare dessa problem dykt upp i diskussionen och kravet på enhetlighet i dessa frågor har med allt större styrka framförts. Skolöverstyrelsen har nu också ansett tiden mogen att tillsätta sakkunniga för att utreda hithörande problem.

Dessa äro: Överlärare Alrik Larsén, Västertorp, Docent Olof Magne, Göteborg, Lektorn vid Uppsala folkskoleseminarium, Docent Erik Vanäs, vilken senare fått uppdraget att vara de sakkunnigas ordförande. Under utredningsarbetet skall kontakt dessutom hållas med Undervisningsrådet Sjöstedt och överstyrelsens ämneskonsulent i matematik.

Uppgiften för dessa sakkunniga är att verkställa utredning rörande terminologi, beteckningssätt o. uppställningstyper vid lösandet av uppgifter inom den elementära matematikundervisningen. I främsta rummet kommer räkneundervisningen i klasserna 1 till 4 att beröras, då ju där grunderna till samtliga fyra räknesätt genomgås. Detta hindrar inte att även problem inom högre klassers räkneundervisning ev. kan komma upp till diskussion och utredning inom kommittén.

Utredningen kommer att läggas på en bred basis, då skolöverstyrelsens direktiv ger impulser till internationella utblickar. De sakkunniga skall nämligen enligt direktiven »med ledning av in- och utländsk praxis på området företa en bedömning ur olika synpunkter av gängse eller eljest ifrågakommande terminologi och förfaringssätt samt undersöka möjligheten att genom anvisningar eller föreskrifter åvägabringa större enhetlighet inom skolorna i nämnda avseende».

Kommittén har ett drygt och ansvarsfullt arbete framför sig. I främsta rummet gäller det givetvis att utforska de svenska förhållandena. En grundlig inventering av den rika räkneboksfloran måste bl. a. företas och statistik upprättas över olika förfaringssätts utbredning. Dessutom kommer enligt direktiven en undersökning av utländska förhållanden på detta område att åligga de sakkunniga. Hur behandlar olika länder hithörande frågor och i vilken utsträckning kan deras erfarenheter låtas påverka de svenska förhållandena?

En dylik, brett upplagd utredning kommer nödvändigtvis att ta sin tid och resultaten kan därför inte väntas bli framlagda förrän tidigast om ett par år. Vi lärare önska kommittén all framgång i dess ansvarsfulla och ofta delikata uppgift och se med förväntan fram mot den dag, då enhetlighet kan skapas inom den viktiga räkneundervisningen!

*

Kommitténs resultat kommer att i sinom tid överlämnas till skolöverstyrelsen, som i sin tur får överväga vidare åtgärder. Det naturliga är väl — innan definitiva bestämmelser utfärdas — att utredningen lämnas på remiss till olika instanser inom lärarkåren. Lärarkåren kommer således med all säkerhet att bli tillfrågad om dessa vitala problem. Värdefullt vore därför, att den enskilde läraren klargjorde sin inställning till de olika problemen och gärna berikade debatten med ett inlägg. Tidskrift för Skolmatematik öppnar gärna sina spalter för debattinlägg i dessa frågor, som ju angår oss alla, som arbetar med räkneundervisningen i våra skolor.

Problemen äro många och ständigt aktuella för oss lärare, som har blivit anförtrodda den viktiga uppgiften att lära den svenska ungdomen den svåra konsten att räkna. Särskilt viktigt är att den första grunden lägges riktigt och på det pedagogiskt rätta sättet.

Alla fyra räknesätten har här vart och ett sina speciella problem och pedagogiska frågeställningar. Ett axplock bland frågeställningarna kan här vara av intresse:

När skall de olika terminologi-termerna införas? Som exempel kan nämnas att det finns de, som anse, att uttrycken plus och minus skall införas, så fort motsvarande tecken dyker upp i undervisningen. Dessa anser att det är en onödig omväg med olika omskrivningar som »lägga till» och »ta bort» o. d., som det sedan kan vara svårt att frigöra sig ifrån. Barnen skola ju förr eller senare inlära de konventionella termerna; varför då inte införa dem så snart som möjligt? Häremot kan — enligt andra — invändas, att detta tillvägagångssätt är direkt förkastligt ur pedagogisk synpunkt. Det viktigaste av allt är ju att barnen har klara begrepp, vet vad tecknen betyda. De måste därför först — gärna under lång tid — kunna förklara tecknen på ren svenska. Först därefter kan så småningom de internationella termerna införas.

Samma problem gäller för övriga termer: hur snabbt, vid vilken tidpunkt i lärogången skall de införas?

Ett problem, som är gemensamt för addition, subtraktion och multiplikation är: Hur skall man förfara med minnessiffrorna? Beteckningssätten är här olika och lärarna har olika uppfattning i vilken utsträckning de får tillgripas. Många lärare vill så småningom helt bortarbeta användningen av minnessiffror. För svagare räknare är de dock ett ofta nödvändigt hjälpmedel framför allt vid multiplikation av flersiffriga tal. Väl rigoröst torde också vara att — som hänt — förbjuda minnessiffra vid lodrät addition av flera tal.

Räknesättet addition erbjuder för övrigt knappast några större problem. Möjligen kunde man fråga sig, om det är nödvändigt — och lämpligt — att införa lodrät addition redan i den första klassen vid addition av ensiffriga tal. Den lodräta uppställningen har här inte någon större mening eller för barnen förståelig funktion. Först vid addition av flersiffriga tal är det lämpligt — helt enkelt av praktiska bekvämlighetsskäl — att ställa talen rakt under varandra. Den lodräta uppställningen för ensiffriga tal brukar motiveras med att barnen skall vänja sig vid ett uppställningssätt, som de *sedan* måste tillgripa. Men varför införa denna uppställningstyp redan på ett stadium, där den inte behövs och inte har någon mening?!

$$\begin{array}{r} 89 \\ -\ 62 \\ \hline \end{array}$$

Vid lodrät subtraktion förekommer minst två olika uttryckssätt: 9 minus 2 eller också 2 från 9. Här borde man enas om ett gemensamt uttryckssätt. Kanske är det först nämnda att föredraga då detta är det gängse vid den vågräta subtraktionen: 9—2=.

Vilken subtraktionsmetod är den lämpligaste: lånemetoden eller likatilläggsmetoden? Det tycks inom lärarkåren förefinnas ett kompakt motstånd mot införandet av likatilläggsmetoden — den anses svår att göra begriplig för barnen. Flera räknemetodiker rekommenderar emellertid denna metod, då den enligt gjorda undersökningar tycks ge en säkrare räknefärdighet. Huvudfrågan tycks här vara: Skall vi välja en metod, som är lättförståelig, lätt att förklara för eleverna eller föredraga en metod, som något snabbare leder fram till en säker subtraktionsteknik?

$$\begin{array}{l} 123 \\ \cdot 234 \\ \hline 246 \\ 369 \\ 492 \\ \hline 28782 \end{array}$$

På en del håll i utlandet tillämpas multiplikation *från vänster.* En fördel, hos denna metod är att man omedelbart, redan vid den första multiplikationen får fram storleksordningen av slutresultatet. Kanske vore det något för oss att införa?

Räknesättet division till slut erbjuder de mest svårknäckta problemen. Tre olika beteckningssätt finnas:

$$\frac{1}{3} \cdot 12 \text{ eller } \frac{12}{3} \text{ eller } 12:3$$

(Forts. å sid. 8)

UR DEN SVENSKA RÄKNE-UNDERVISNINGENS HISTORIA

Av Docent Erik Vanäs

I den äldsta bevarade svenska räkneläran — skriven av den f. ö. okände Hans Larsson Rizanesander år 1601 och aldrig tryckt, utan bevarad i handskrift i universitetsbiblioteket i Uppsala — heter det: »Recknekonsten ähr een lärdom till at wäll reckna. Recknekonstenes empne ähro niijo Bemerkiande figurer och en obemerkiande». Våra siffror kallades på den tiden figurer, endast en av dem, den »obemerkiande», d. v. s. nollan, kallades ibland siffra (eller nulla).

Säkerligen var det så, att vid 1600-talets ingång mycket få svenskar kunde räkna med »figurerna». Man försökte reda sig med fingerräkning (computus) eller med räkning med räknepenningar eller marker på räknebräden (calculus). År 1614 fick vi den första tryckta räkneläran på svenska, skriven av rektorn vid Uppsala skola Aegidius Aurelius. Hans Arithmetica kom att användas som lärobok i svenska skolor i hundra år. Den innehöll instruktioner för såväl skriftlig räkning som räkning med marker. Några försök till förklaringar förekommer knappast — man fick nöja sig med beskedet »vad härav utkommer är Ditt facit».

Under 1600-talet trycktes i vårt land ett tjugotal räkneläror, de flesta med en starkt dogmatisk prägel. Man finner i dem ofta rader av genomräknade typexempel med beskrivning av tillvägagångssättet — men utan egentlig förklaring. Övningsexempel saknas nästan helt. Räkneundervisningen kom under slutet av 1600-talet och hela 1700-talet att behärskas av en enda räknelära — Nils Agrelius Aritmetica, vars första upplaga utkom 1655 och sista upplaga 1798. Det var en diger lunta på 400 sidor, som av utforskaren av den svenska aritmetikens äldre historia, Frans Hultman, karakteriseras som »övermåttan detaljerad, huvudsak och bisak äro blandade om varandra. För dess läsare bör räknekonsten förefalla synnerligen vidlyftig, dess inhämtande ett verkligt herkulesarbete. Tanken på huru Sveriges ungdom i nära 200 år plågats med detta arbete och därigenom tillbakahållits i sin utveckling är i sanning förfärande. Tanken på vad ont Agrelii lärobok gjort och vad gott en god undervisning kan göra bör vara livande för varje skolman». Så långt Hultman. Kanske är omdömet väl hårt, men ofrånkomligt är, att föråldrade räknemetoder kom att envist hålla sig kvar i vårt land under 1700-talet och att Agrelius' räknelära bär skulden härtill.

Redan i början av 1700-talet hade dock en märklig räknelära utkommit, nämligen Anders Celsius' Arithmetica (1727). Celsius säger i företalet, att han »uti en grundelig ordning biudit til at demonstrera en kort inledning til Räkne-Konsten, som eljest plägar genom odemonstrerade reglor läras». Men Celsius' räknelära var ingen nybörjarbok, den var teoretisk och avancerad, användbar endast vid gymnasier och universitet. Den grundtanke, som Celsius gjorde sig till tolk för, kom emellertid så småningom att allmänt accepteras. Det senare 1700-talets och 1800-talets räkneläror karakteriseras i stigande utsträckning av en pedagogisk och metodisk uppläggning. Intresset för matematikundervisningen stod på höjdpunkten under 1860- och 70-talen. Under dessa två decennier utkom nämligen nästan lika många räkneläror, som utkommit under den gångna delen av 1900-talet. En bild av utvecklingen på räkneundervisningens område tecknades av Harald Dahlgren i en rapport till Internationella matematikerunionen 1911. Efter att ha påpekat, att matematikundervisningens historia i Sverige var oskriven (vilket den alltjämt till större delen är) konstaterade

Dahlgren: »Trots att vi i allmänt pedagogiskt hänseende har påverkats av de stora kulturländerna, särskilt Tyskland, förefaller inflytandet på räkneundervisningens metodik att vara tämligen obetydligt. Inga räkneläror eller problemsamlingar, som nått någon spridning, har varit översättningar eller bearbetningar av utländska verk och sällan åberopas utländska auktoriteter i debatten. De som framträtt har tänkt med sitt eget huvud och drivits av sitt matematiska och pedagogiska intresse». Man kan nog gissa, att Dahlgren särskilt tänkte på Frans Hultman och Karl Petter Nordlund. Dessa har senare under 1900-talet haft värdiga efterföljare i Carl Gustaf Hellsten och Fritz Wigforss.

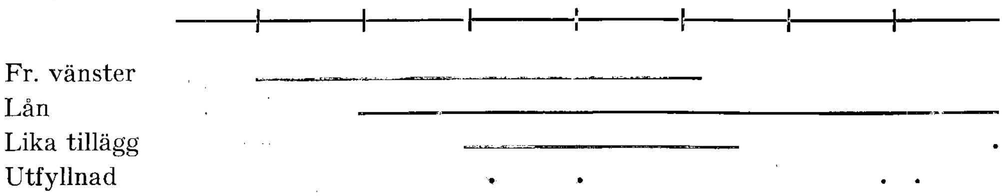
Räknelärorna var i äldre tider instruktionsböcker. Under 1800-talet blev räknelärorna i stor utsträckning exempelsamlingar, läroboken ersattes med läraren. Våra dagars räkneläror är en syntes av de båda tidigare slagen, med metodisk och pedagogisk handledning och rikligt med tillämpningsövningar.

Låt mig nu efter denna snabbskiss av den svenska räkneundervisningens historia ta upp ett par detaljer. Det gäller först utförandet av de fyra enkla räknesätten med hela tal.

Vår talskrivningsmetod, som härrör från Österlandet, är bortemot 2000 år gammal, och den har varit i allmänt bruk i Västerlandet i mer än 500 år. Man kan tycka, att vi efter så lång tids erfarenhet skulle ha nått fram till kunskap om de bästa sätten att utföra de fyra enkla räknesätten. Men så är det ingalunda. Det är bara additionen man är enig om. För subtraktionen finns för närvarande åtminstone tre metoder i bruk inte bara i olika delar av världen utan också ofta inom ett och samma land. I fråga om divisionen råder stor förvirring, enbart i vårt land förekommer åtminstone sex olika uppställningar. Det bör därför vara av visst intresse att se, hur olika räknemetoder och uppställningar vuxit fram och funnit användning i svenska räkneläror. Givetvis kan det här inte bli fråga om mer än några korta antydningar.

Additionen hade redan på 1600-talet funnit sin nuvarande form. Det hade däremot inte **subtraktionen.** Den äldsta subtraktionsmetoden, som är av österländskt ursprung, är subtraktion från vänster. Den användes i Sverige allmänt under hela 1600-talet och början av 1700-talet. Den försvann med Agrelius' räknelära 1798. Subtraktion från höger, som rekommenderades av de tyska och italienska räknemästarna på 1400- och 1500-talen framträder i svenska räkneläror redan på 1600-talet. Lånemetoden påträffas 1658 och har så småningom kommit att bli dominerande. Under 1700-talet var emellertid lika-tilläggsmetoden nästan lika vanlig. Denna har påträffats 1697—1836, därefter finner man den först 1952 i Frits Wigforss Studieplan i matematik för enhetsskolan. En fjärde subtraktionsmetod — utfyllnadsmetoden (eller österrikisk subtraktion) — har använts endast i några få svenska räkneläror. Den används mycket utomlands och anses — jämte lika-tilläggsmetoden — vara den snabbaste och säkraste metoden. Skall trots detta lånemetoden komma att förbli den allmänt accepterade subtraktionsmetoden i vårt land? Diagrammet ger knappast något besked därom.

Subtraktion

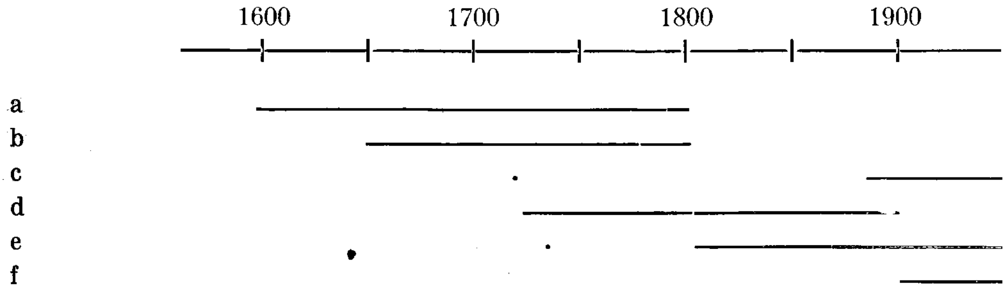


Så mycket är väl dock tydligt, att det endast är lånemetoden och lika-tilläggsmetoden att välja på. Att den senare metoden en gång övergavs hade nog pedagogiska skäl, den ansågs svårare att förstå. Jag är inte alldeles säker på att det skälet är hållbart.

Multiplikationsuträkningarna ställdes redan i de första svenska räknelärorna upp på samma sätt som nu. Det fanns emellertid också många varianter. Multiplikationstabellens betydelse för räknefärdigheten framhålls särskilt. Men ända in på 1700-talet synes den övre fjärdedelen av den ha berett besvär, ty i de flesta räknelärorna fanns ett särskilt hjälpmedel härför, benämnt »Tabula pigri» (latmanstavlan).

Divisionen ansågs i äldre tider vara ett så svårt räknesätt, att den som var en mästare däri betraktades som matematiker. Den äldsta divisionsmetoden är den s. k. galärdivisionen. Den användes i Sverige allmänt ända till slutet av 1700-talet.[1] Den sista räkneläran med galärdivision utkom år 1800. Under större delen av 1700-talet användes en uppställning, som hämtats från Holland. Celsius införde 1727 vår nu så vanliga uppställning med kolon som divisionstecken. Men den vann ingen uppskattning, först 1888 finner man den ånyo, nu säkerligen importerad från Tyskland. 1737 infördes en engelsk uppställning, som blev vanlig under första hälften av 1800-talet. Den försvann i början av 1900-talet, utträngd av den italienska uppställningen, som införts redan 1750. Under 1900-talet har divisionsuppställningar med kvoten ovanför dividenden börjat användas. Diagrammet antyder en så klar utvecklingsgång, att man väl knappast kan tvivla på att en uppställning av den senaste typen har framtiden för sig. Däremot är det omöjligt att sia om divisorns placering. Ska det bli amerikansk placering (divisorn till vänster) eller ska vi behålla den delen av Celsius' uppställning?

Division



a)

```
  2
174 ( 58
133
 54
  2
```

b)

```
174 |
  3 | 58
 15 |
----
 24 |
  3 |
 24 |
----
```

c)

174 : 3 = 58

d)

3) 174 (58

e)

```
174 | 3
    |---
    | 58
```

f)

```
  58
174 : 3
```

amerikansk uppställn.

```
   58
  ___
3)174
```

Vi får i historien om de fyra räknesätten ett starkt intryck av den tröghet, som karakteriserar hela förloppet vid en räknemetods eller uppställnings framträdande och försvinnande. Att härvid den mänskliga faktorn spelat — och spelar — den främsta rollen är uppenbart. De fyra räknesätten får man i skolan nöta in så fast, att de blir en del av ens natur. Den metod man en gång lärt sig överger man inte frivilligt, inte ens om man vet, att det finns bättre metoder. Samma konservatism har förvisso också påverkat läroboksförfattarna. Lägger man härtill, att en populär räknelära påverkar situationen mycket mera än en lite använd, kan man inte undgå reflektionen, att tillståndet vid varje tidpunkt i mycket måste vara ett slumpens verk. Men frågan är, om utvecklingen alltjämt bör få fortgå planlöst och så att säga av egen kraft. Skulle det inte vara så stora pedagogiska fördelar med gemensamma metoder och uppställningar, att man borde träffa överenskommelse om sådana?

Vid en konferens om undervisningen i mekanisk räkning, som på initiativ av Svenska seminarielärarföreningen hölls i våras och där representanter för skolöverstyrelsen och en rad organisationer deltog, konstaterades samstämmigt, att räkneförmågan hos våra skolbarn inte är tillfredsställande.[2] Undersökningar och erfarenheter tyder på att den under de senaste decennierna sjunkit. En rad åtgärder för höjande av räknefärdigheten diskuterades vid konferensen. Jag vill endast omnämna några. Först och främst genomförande av en enhetlig terminologi och enhetliga metoder. Här är det plats för ett ingripande från skolöverstyrelsen. Vidare konstaterades behovet av ökad huvudräkning och ökad tabellträning — två moment i räkneundervisningen som för närvarande ej tycks vara tillräckligt beaktade. Slutligen är det en sak, som jag särskilt vill fästa uppmärksamheten på. Vi behöver flera diagnostiska prov att ställa till lärarnas förfogande, så att de snabbt och säkert kan pröva enskilda elever och hela klassavdelningar, kan komma till rätta med individuella räknesvårigheter och kan kontrollera framstegen.

Vi har i Sverige bara två serier av diagnostiska prov i mekanisk räkning (om man bortser från småskolestadiet), nämligen Göteborgs skolförenings prov från 1931, endast användbara för hela klassavdelningar, samt Rostadproven också från 1931, användbara även för studiet av den enskilde eleven. Rostadproven är ett verk av Frits Wigforss, ett storverk både till omfånget och till gagnet. Att de varit uppskattade hjälpmedel vid undervisningen framgår av att de gått ut i en sammanlagd upplaga av 1 ¼ milj. exemplar. Proven är nu 25 år gamla, de är därför föråldrade i den meningen, att standardiseringen inte längre kan vara giltig. Jag vet, att Wigforss mycket intresserade sig för en omstandardisering, men det blev honom inte förunnat att få utföra den. Vi har således för närvarande inga tidsenliga diagnostiska prov för mekanisk räkning — och f. ö. inte för tillämpad räkning heller. Och dock, i den nya skolan med dess betonande av den efter individen avpassade undervisningen synes de diagnostiska proven vara angelägnare än standardproven för betygssättningen.

1 E. Vanäs, Divisionens historia i Sverige; Lychnos, Lärdomshistoriska samfundets årsbok 1954.

2 En utförlig redogörelse för denna konferens ges i Skola och samhälle Pedagogiskt forum, häfte 4, 1955.

Terminologiutredningen . . .

(Forts. fr. sid. 3)

Som framgår av Docent Vanäs' artikel i detta nummer förekommer ett flertal olika divisionsuppställningar. Vilken skall vi välja? Vilken terminologi och uppställningsform skall väljas för innehållsdivision och delberäkning?

Detta och mycket därtill är frågor, som varje lärare ställs inför i det praktiska arbetet. Det vore av värde, om den enskilde läraren här gav sitt bidrag till diskussionen. TfS öppnar gärna sina spalter för inlägg i dessa frågor. Ordet är fritt!

NU ÄR DET ROLIGT ATT LÄSA GEOMETRI

Så här föreskriver 1954 års kursplan: . . . »lärjungarna skall själva utföra mätningar och beräkningar» . . . Just detta kan barnen göra med den nya geometrilådan.

Den nya geometrilådan från Norstedts blev redan från början en stor succé. »Nu har det verkligen blivit roligt att läsa geometri», säger både lärare och elever.

Ni vet hur svårt det är att bygga geometriundervisningen på abstrakta räknetal. Man kan ju visserligen göra lektionerna åskådligare genom att visa barnen de vanligaste geometriska kropparna; rätvinkliga pelare, cylindrar, koner m. m. Man kan rita kuber och andra geometriska kroppar på svarta tavlan, men Ni vet också hur svårt barnen har att se tredimensionellt. Den rätta förståelsen skapar man först då eleverna själva får göra mätningar och beräkningar.

Geometrilådan, som Norstedts skolavdelning kommit fram med, är framställd just med tanke på att varje barn själv skall utföra mätningar på olika ytor och kroppar. Det är en geometrisk exempelsamling, där alla i folkskolans kurs ingående typexempel förekommer i flera variationer.

Norstedts geometrilåda gör det lättare för barnen. De lär sig se i ytor och rymder på ett helt annat sätt än förr. De förstår vad de håller på med. De förstår varför höjden × bredden × längden = rymden. Med klossarna kan de bygga ett hus och beräkna till hur många m^2 de skall beställa tapeter eller färg. Med denna låda kan räkneexempel tagas från det praktiska livets geometri. Allt kan bli så påtagligt riktigt och verklighetsbetonat.

Geometrilådan från Norstedts finns i tre olika utföranden. A1-lådan, som är avsedd för klasserna fyra och fem, A2-lådan, som är avsedd för klasserna fem t. o. m. sju samt B-lådan, som är avsedd för B-skolans fjärde t. o. m. sjunde klass.

Till varje låda hör en ny, omarbetad, och synnerligen utförlig handledning. Där ingår ett stort antal räkneexempel, beskrivna både i ord och bild, samt facit till de olika talen.

Norstedts nya geometrilåda för 36 elever.

HUR FORT ADDERAR EN TREDJEKLASSARE I FOLKSKOLAN TVÅ ENSIFFRIGA TAL?

av Fil. lic. Teodor Künnapas.

En tredjeklassare i folkskolan har haft möjlighet att öva sig i elementär räkning i nästan tre år. Det är tillräckligt lång tid för att ta upp frågan, hur långt barnet har hunnit med den elementära räknefärdigheten, som tillhör de grundläggande färdigheterna som barnet skall tillägna sig i folkskolan. De tre första klasserna bildar också enhetsskolans första stadium, och för fortsättningen av skolarbetet är det pedagogiskt ytterst viktigt att alltid ha klar översikt över hur långt barnet har hunnit.

Här tas från en större ännu pågående undersökning upp problemet, hur fort ett folkskolebarn adderar två ensiffriga tal efter tre års skolarbete. Av räknefärdigheterna är additionen den enklaste, och inom additionen är additionen av två ensiffriga tal enklast. Den bildar grundvalen för hela matematiken. Därför kan det vara av intresse att syssla med denna fråga.

För mätning av additionstider konstruerades en exponeringsapparat (se fig. 1. a). Denna takistoskopliknande apparat skiljer sig dock grundligt från ett takistoskop. Vid det sistnämnda användes redan före experimentet fastställda exponeringstider, som brukar vara mycket korta, t. ex. 1/50 sek. I motsats till vad fallet är vid takistoskopet gör vår exponeringsapparat det möjligt att arbeta med tider, som bestämmes under försökets lopp. Exponeringen pågår här tills försökspersonen har löst sin uppgift och svarat. Exponeringens slutmoment varierar således med uppgiftens svårighet och försökspersonens lösningsförmåga. Kortet med uppgiften exponeras genom fönstret (b). Samtidigt med exponeringens början börjar kronometern automatiskt mäta exponeringstiden. Som kronometer användes ett Fawag ur (c), som mäter tider med 1/100 sek. noggrannhet och gör det lätt att ställa tillbaka på nollpunkten. Försökspersonen sitter framför exponeringsapparaten och börjar lösa uppgiften, så fort han eller hon får se denna i exponeringsfönstret. Så fort barnet blir färdigt med uppgiften, svarar det högt. I det ögonblick, då barnet började att uttala sitt svar, tycktes av försöksledaren ned en telegrafnyckel (d), som kopplade av kronometern, och exponeringstiden, som samtidigt är additionstid, avlästes och antecknades av försöksledaren. Efter nollställning av kronometern och insättning av det nya kortet i exponeringsfönstret var apparaten färdig igen för nästa försök.

Försöket gjordes med en vanlig tredje klass vid en folkskola i Stockholm. Klassen bestod av 14 pojkar och 17 flickor. Samtliga 31 elever deltog i försöket. En hel klass var vald till försöksobjekt med den avsikten att inte på något sätt välja ut försökspersoner. Det är klart, att experiment med bara en folkskoleklass icke kan vara tillräckligt att ge representativa data för hela folkskolans tredje klass. Den skall kompletteras med undersökningar av andra klasser, t. ex. på landet och i småstäder. Men våra data pretenderar icke att vara fullständiga och vill lämna bara ett illustrativt exempel på, hur förhållandena kan vara i en tredje klass.

Försök pågick under andra halvan av maj. Elevernas medelålder var vid tiden för försöket 9,7 år. Eleverna deltog i försöket med det största intresse.

Som försöksmaterial användes samtliga 81 kombinationer av ensiffriga tal, som t. ex. 2+1, 1+2 och 5+9. Varje uppgift var skriven med maskinskrift mitt på ett vitt kort, som placerades i exponeringsfönstret och betäcktes för försökspersonen med

Fig. 1

en skärm. Barnet instruerades att lägga ihop de två exponerade siffrorna så snabbt och så rätt som möjligt. Före varje försök varnades barnet med »nu» och 1—2 sek. senare öppnades exponeringsfönstret. Försöket gjordes i två omgångar. Före första omgången övades barnen genom förförsök, tills det var tydligt, att de hade blivit tillräckligt vana vid experimentsituationen. Ordningsföljden av kort med uppgifter var vid första försöket slumpmässigt bestämd. Vid andra omgången var ordningsföljden omvänd.

I genomsnitt tog det för en tredjeklassare 2.00 sek. att addera två ensiffriga tal (se fig. 2). Denna tid är ganska representativ för en elev vid övergången till fjärde

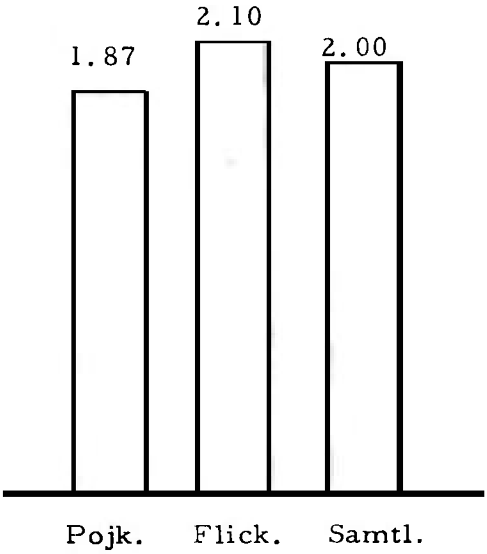


Fig. 2

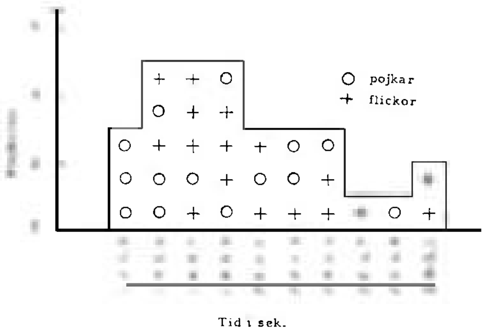


Fig. 3

klassen. Pojkarna hade kortare genomsnittstid än flickorna. Men skillnaden var liten och kan anses vara helt tillfällig.

Betydligt större var interindividuella skillnader, som framgår av tabell 1. Den bästa eleven använde bara 1.31 sek. i genomsnitt för additionen av två ensiffriga tal, men den sämsta använde 3.14 sek. för samma ändamål. Här ser vi också, att de interindividuella skillnaderna är för stora att könsskillnaden kan vara signifikant.

Tabell 1

Elevernas genomsnittliga additionstider.

Elev	Additionstid i sek.	Elev	Additionstid i sek.
1	1.57	17	3.02
2	1.84	18	2.16
3	2.39	19	2.77
4	1.31	20	2.04
5	2.93	21	1.89
6	1.90	22	1.60
7	1.37	23	1.78
8	1.40	24	2.40
9	1.62	25	1.65
10	2.35	26	2.45
11	1.44	27	3.14
12	2.51	28	2.31
13	2.11	29	1.75
14	1.38	30	1.59
15	1.87	31	1.54
16	1.85		

Vid grafisk framställning av elevernas genomsnittliga additionstider kommer en viss vänstersnedhet fram (se fig. 3). På den vänstra sidan med kortare tider fanns mera elever än på den högra. Men det kan anses vara helt naturligt, om vi kommer ihåg, att additionen av två ensiffriga tal är den enklaste och samtidigt den lättaste av alla räknefärdigheterna, och sådana saker kan man i regel bättre än mer komplicerade. Fig. 3 ger samtidigt en översikt över pojkarnas och flickornas placering (de förra är betecknade med »O», de senare med »+»).

Om vi indelar uppgifterna enligt den andra termen i nio grupper på så sätt, att i en grupp kommer alla uppgifter, vilka innehåller ett som andra term, i en annan grupp sådana, i vilka två är andra term o. s. v., och räknar ut genomsnittliga tider för samtliga nio grupper, får vi tider, som är sammanfattade i tabell 2. Här ser man, att ju större andra termen blir, desto längre blir additionstiden. Men ökningen av tiderna är inte jämn, en gång är tillväxten större, en annan gång mindre. Det ser vi bättre av den grafiska framställningen på fig. 4. Här stiger kurvan fortare t. ex. vid 2, 3 och 7, långsammare vid 4, 8 och 9. Det betyder, att 2, 3 och 7 skiljer sig tydligare från sina

Tabell 2

Andra termens betydelse för additionstidernas längd.

Andra term	Additionstid i sek.
1	1.25
2	1.59
3	1.80
4	1.88
5	2.02
6	2.20
7	2.38
8	2.41
9	2.45

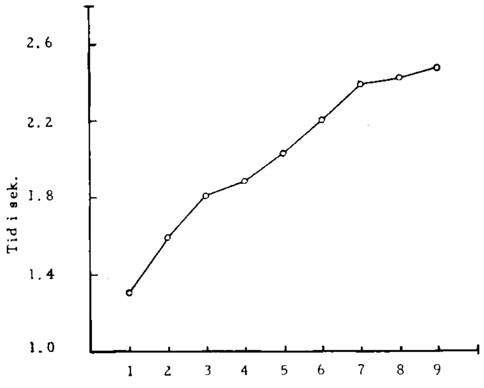


Fig. 4

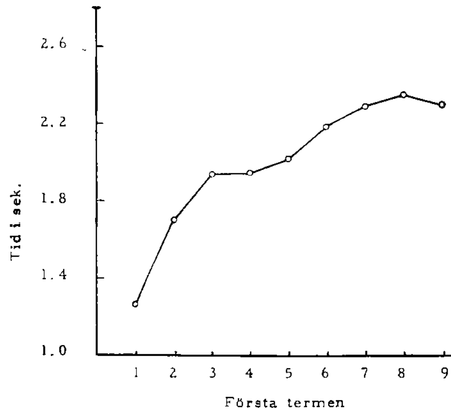


Fig. 5

föregångare (från 1, 2 och 6) än 4, 8 och 9 från sina. Eller med andra ord 9 är det svåraste att lägga till, och 8 och 7 ligger mycket nära 9, men däremot skiljer sig de tre första siffrorna 1, 2 och 3 från varandra rätt tydligt. I allmänhet sammanfaller andra termens svårighet helt med den naturliga ordningsföljden av siffror från 1 till nio.

Vid omgruppering av additionstiderna enligt den första termen, så att i en grupp kommer alla uppgifter, vilka har ett som första term, i en annan grupp sådana, vilka har två som första term o. s. v., så får vi värden, som i viss mån skiljer sig från de förra (se tabell 3). Samma värden är grafiskt framställda i fig. 5, som tydligt visar, att kurvan stiger nu också, men bara till 8, vid 9 sjunker den redan litet. Alltså är här

Tabell 3

Första termens betydelse för additionstidernas längd.

Första term	Additions-tid i sek.
1	1.26
2	1.69
3	1.93
4	1.94
5	2.02
6	2.19
7	2.29
8	2.35
9	2.30

8 den svåraste siffran, sedan kommer 9 och 7 som jämställda i svårighetsgrad. Vid jämförelsen kommer det också fram, att den här gången stiger kurvan i början vid de första siffrorna hastigare än den andra termens kurva, men når inte samma höjd. Förklaringen till dessa intressanta skillnader mellan första och andra termen tas upp i senare sammanhang.

Stora skillnader träder fram även mellan elevernas grupper. Man kan t. ex. rangordna samtliga elever efter genomsnittlig additionstid och dela upp i tre lika stora grupper, så att till grupp A hör de 10 bästa eleverna och till grupp C de 10 sämsta, de övriga 11 medelmåttiga eleverna bildar grupp B. Då får vi medeltalet för den bästa gruppen A till 1.48 sek., för medelgruppen B till 1.85 sek. och för grupp C till 2.63 sek. Det är tydlig gruppskillnad, särskilt för sista gruppen. Men grupperna skiljer sig från

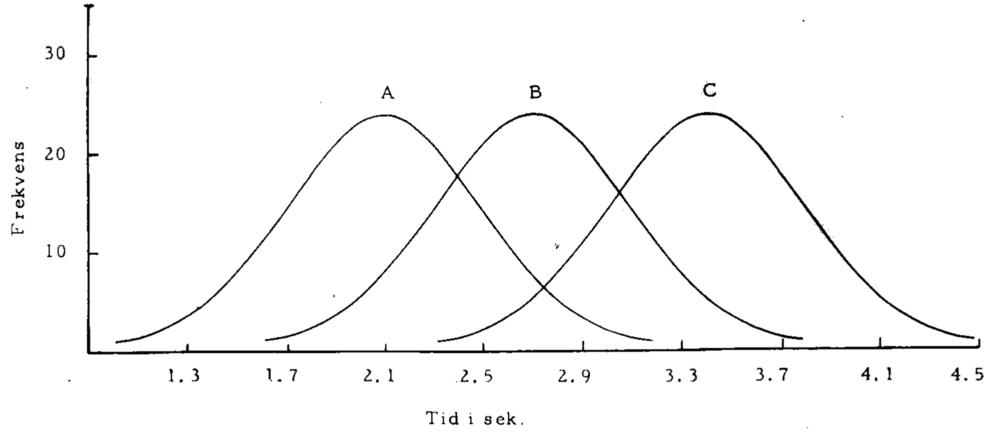


Fig. 6

varandra inte bara genom medeltalet utan även genom spridningen. Om medeltalet var den enda skillnaden, skulle vi vid grafisk framställning av grupperna ha fått något, som liknar kurvorna A, B och C på fig. 6, om vi prickar uppgifternas klassindelade medellösningar inom gruppen på x-axeln och antalet på y-axeln. Kurvan A står till vänster, där lösningstiderna är korta, kurvan B i mitten och C till höger, där tiderna är längst. Och det är den enda skillnaden, ty spridningen är ungefär lika hos alla tre. I verkligheten får vi kurvor, som ser helt annorlunda ut (se fig. 7). Dessa skiljer sig från varandra oväntat kraftigt i avseende på spridningen. Den mest homogena är kurvan A. Men redan B har en svans åt höger, som dock blir betydligt längre vid kurvan C. Den senare är också nästan delad i två delar mellan tiderna 1.60—2.00 sek. Det betyder, att vid övergången till fjärde klass har den bästa gruppen A redan kommit fram till ganska jämna additionstider i avseende på additionen av två ensiffriga tal. Särskilt i ögonfallande är tidernas jämnhet hos de bästa inom gruppen, vilka kan anses vara åtminstone två år före sin klass. Men den för klassen mest typiska gruppen B är redan rätt mycket differentierad (se fig. 7 och tabell 4). De lättaste uppgifterna har samma korta lösningstider som i grupp A, fastän i mindre antal. Men övriga upp-

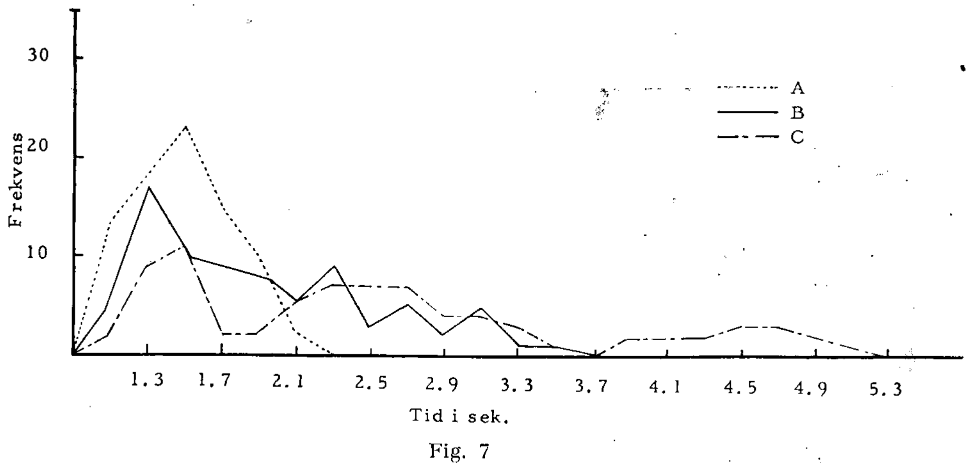


Fig. 7

Tabell 4

Uppgifternas medeltal i grupp A, B och C.

Medeltid i sek.	Antal A	Antal B	Antal C	Medeltid i sek.	Antal A	Antal B	Antal C
1.00 — 1.19	13	5	2	3.60 — 3.79	—	—	—
1.20 — 1.39	18	17	9	3.80 — 3.99	—	—	2
1.40 — 1.59	23	10	11	4.00 — 4.19	—	—	2
1.60 — 1.79	15	9	2	4.20 — 4.39	—	—	2
1.80 — 1.99	10	8	2	4.40 — 4.59	—	—	3
2.00 — 2.19	2	6	6	4.60 — 4.79	—	—	3
2.20 — 2.39	—	9	7	4.80 — 4.99	—	—	2
2.40 — 2.59	—	3	7	5.00 — 5.19	—	—	1
2.60 — 2.79	—	5	7	5.20 — 5.39	—	—	—
2.80 — 2.99	—	2	4	5.40 — 5.59	—	—	—
3.00 — 3.19	—	5	4	5.67 — 5.79	—	—	1
3.20 — 3.39	—	1	3	5.80 — 5.99	—	—	—
5.40 — 5.59	—	1	1	6.00 — 6.19	—	—	—

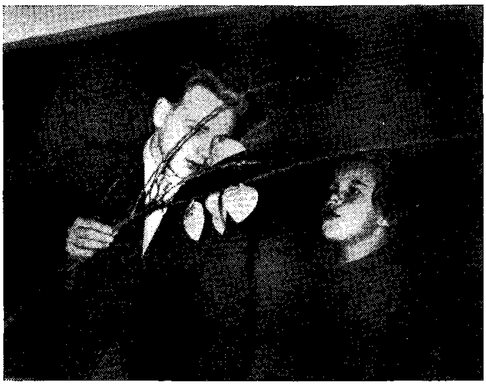
gifter kan sprida sig kraftigt och ha lösningstider, som skiljer sig avsevärd från varandra. Gruppen C är betydligt mera differentierad. Även här finns ett fåtal av de lättaste uppgifterna, vilka har nästan samma korta lösningstider som i grupperna A och B, men däremot har den överväldigande majoriteten av uppgifterna differentierat sig i högsta grad. Eftersom den motsvarande kurvan var nästan uppdelad i två delar vid tiderna 1.6—2.0 sek., kan man säja, att de övriga uppgifterna skiljer sig från de lättaste mycket tydligt, nästan utan övergång. De svåraste uppgifterna har redan så långa tider, att de påminner om andra klassens, men möjligen också närmar sig första klassens nivå.

Den jämförande betraktelsen av ovannämnda tre kurvor (se fig. 7) visar också, på vilket sätt mognaden yttrar sig i den enklaste räknefärdigheten. 1. Lösningstiden blir allt kortare och kortare. Korta tider för lätta uppgifter har inte någon betydelse, emedan dessa kan förekomma också hos grupp C. Avgörande för mognaden är förkortningen av medelsvåra och särskilt svåra uppgifter. 2. Lösningstidernas spridning minskar med växande mognaden, som vi har tydligt sett på fig. 7 och tabell 4. Det är viktigare för mognaden än det första kriteriet.

Åskådliga . . .

(Forts. fr. sid. 19)

bli nordanvind och övningen fortsätter tills grenen har fällt alla sina löv: 1—1 =0.



Metodiska och . . .

(Forts. fr. sid. 18)

3 Ett skepp kommer lastat.

Leken går till som vanligt, men man lastar inte konkreta saker utan i stället abstrakta tal. Leken kan användas vid alla räknesätten. Som pant får man räkna upp t. ex. tabellen man stakade sig på.

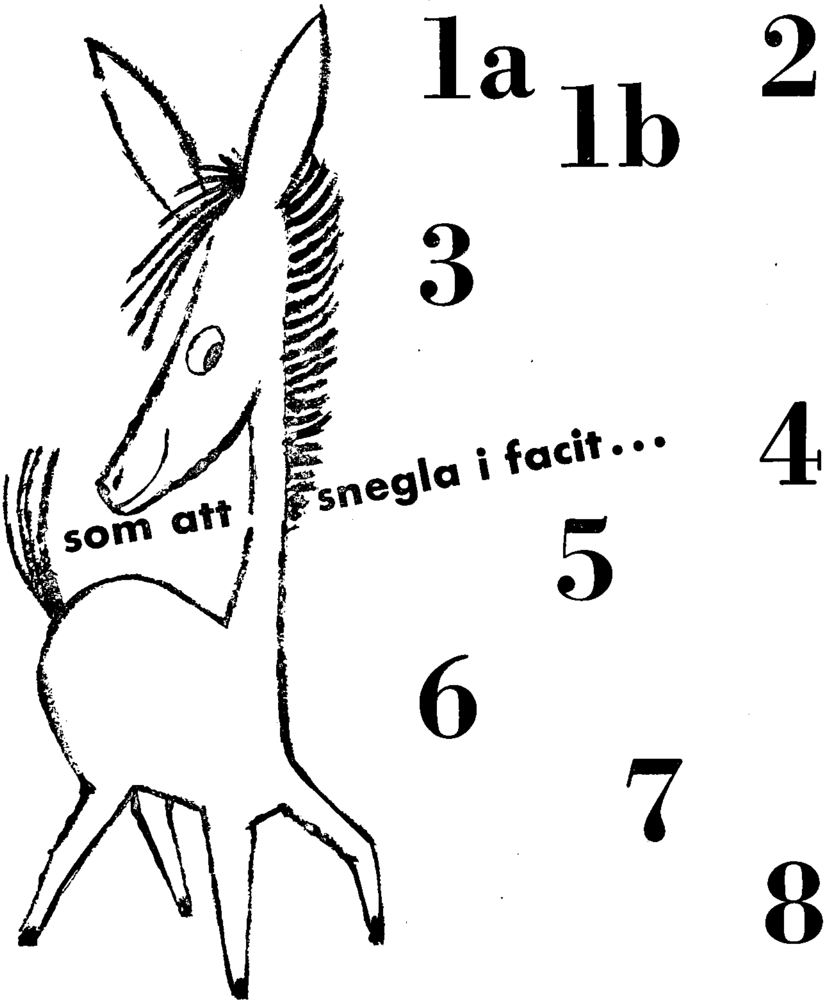
A (kastar näsduken): »Ett skepp kommer lastat.»

B: »Vad då med?»

A: »Med 5 gånger 5».

B: »25».

B kastar näsduken och leken fortsätter på detta sätt. Svarar då t. ex. en elev, att $5 \times 6 = 32$, får han läsa upp 6-tabellen som pant.



Folkskolans räkneböcker

RÄKNING 1a, 1b och 2, av Aina Hedström och Sigrid Hedstöm
RÄKNING 3—7, av Helmer Boman och Sten Rydén
RÄKNING 8 av Boman — Rydén *är under utarbetande*

Räkning i småskolan — räkning i folkskolan
överallt kräver den nya tiden moderna läroböcker!

Rekvirera provböcker!

Ehlins
Stockholm 3

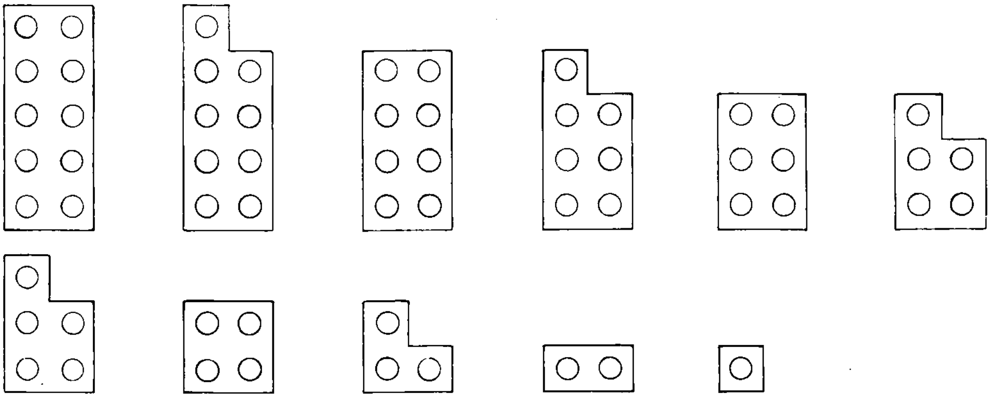
Böckerna godkända av Läroboksnämnden

METODISKA OCH PRAKTISKA TIPS FÖR RÄKNEUNDERVISNINGEN

Seminarielärare *Sune Tibell* vid Karlstads folkskoleseminarium har till TfS:s förfogande ställt en samling räknelekar och tävlingar för lågstadiets räkneundervisning, som han sammanställt. Därur är hämtade följande tre räknelekar.

1 Övning med talbilderna.

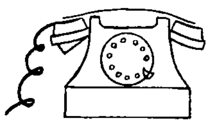
Materiel: talbilder av följande utseende.



a) Lägg så många 10-or ni kan! Börja vid fönstret! Nu! Barnen räcker upp handen, när de är färdiga. Läraren kontrollerar snabbt. Leken kan läggas som grupptävling. Barnen får resa sig upp efterhand, som de är färdiga. Efter viss tid avbrytes leken och läraren räknar, hur många i varje grupp som är färdiga. Man kan av leken se, hur barnen arbetar. En del är systematiska och lägger i ordningsföljd 10, 9+1, 8+2, 7+3, 6+4, 5+5, andra lägger utan ordning.

b) Denna lek kan varieras på många sätt. Man kan t. ex. ge barnen i uppgift att lägga 10-or av 3 talbilder. Med de utlagda 10-orna som utgångspunkt kan man ge barnen uppgifter av olika slag. Ta bort 3+7, 5+5 o. s. v. Eller: ta bort 3 från 10. Hur mycket kvar? o. s. v.

2 Telefonleken



2 3 4 5 6 7 8 9 10 o. s. v.

Materiel: sifferbrickor av papp, som barnen ev. själva förfärdigat.

Sifferbrickor delas ut; varje barn får sitt telefonnummer. Fröken börjar att ringa upp: 6+3. Det barn, som har fått nummer 9 svarar. Nummer 9 fortsätter: 5+8. »13» svarar o. s. v. I denna lek får alla vara med att tänka. Det gäller att kvickt kunna svara. Leken kan också användas som träning på subtraktion och multiplikation.

(Forts. å sid. 16)

ÅSKÅDLIGA SUBTRAKTIONSÖVNINGAR I KLASS 1

Den grundläggande räkneundervisningen bör ju bedrivas så åskådligt som möjligt. Inget annat stadium erbjuder så rikliga möjligheter att åskådliggöra räkneoperationerna som just lågstadiet. En mängd materiel kan utnyttjas: kulramen, flanellografen, planscher, verkliga föremål av olika slag, räknelappar, kuber o. s. v. Roligast blir det, om barnen själva får vara med och utföra räkneoperationerna. Några originella exempel härpå lämnas här av ett par lärarkandidater från Karlstad folkskoleseminarium, vilka prövat sina idéer vid undervisningsövningar i en första klass.

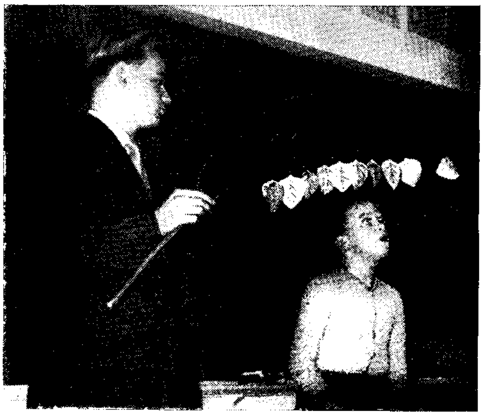
Sem. stud. H. Törnquist, II²
Folkskoleseminariet i Karlstad

Kursmoment: subtraktion — 1 inom talområdet 1—10

Vi startar med 10 och går bakåt i talraden genom att succesivt ta bort 1. De större talen åskådliggöras exempelvis med de traditionella äpplena, som läggas i en rad på katedern.

För det mindre talområdet 1—5 valde jag — för omväxlings skull och för att göra det roligare — 5 st. leksaksballonger. En elev får gå fram och med en nål sticka hål på en av ballongerna, som med en knall brister och av luftdraget blåser bort: 5—1 = 4. Ny elev kommer fram och »tar bort» den fjärde ballongen. Övningen fortsätter tills alla ballongerna är borta: 1—1 = 0.

Klassen arbetar samtidigt i sina räkneböcker och skildrar händelserna på räknespråket: 5—1 = 4, 4—1 = 3 o. s. v.



Sem. stud. A. Joelsson, II²
Folkskoleseminariet i Karlstad

Kursmoment: subtraktion —1 eller —2 inom talområdet 1—10.

Materiel: I en sälgkvist är instuckna 10 st. knappnålar; knappnålshuvudena är bortklippta och nålarna böjda svagt uppåt; tio st. målade papperslöv fästas på de tio krokarna.

Vi leker att det är höst och att nordanvinden kommer och blåser ned löven från grenarna. Vem vill vara nordanvinden? Alla är ivriga att få spela rollen! Så blåser vinden bort ett (eller två) löv och vi räknar 10—1 = 9. Nästa barn får

(Forts. å sid. 16)

ÄRFTLIG BELASTNING

Slarva ej med siffrorna!

Då den svenskfödda skådespelerskan Anita Ekberg i höst besökte sitt hemland, lät hennes filmbolag insätta följande annons i Stockholmstidningarna: »Vill Ni tala med A. E. Ring 22 24 60». En av dem, som per telefon tog emot annonsen hade emellertid slarvigt skrivit ned siffrorna, varför i en av dagstidningarna kom att stå: Ring 22 24 00. Detta nummer går emellertid till skolöverstyrelsens växel (!), som blockerades av alla förfrågningar efter filmstjärnan. Extra telefonvakt från telegrafverket måste i hast tillkallas för att klara upp den unika situationen.

Här belyses återigen den grundläggande räkneundervisningens betydelse i livets olika skiften. Slarva ej med siffrorna!

Som anmärkningsvärt kan noteras, att just 6:an kom bort. Sex är ju annars det som Anita Ekberg är mest känd för!

Bråkräkning.

Att barn är mogna för bråkräkning långt tidigare än vad de officiella kursplanerna tycks räkna med belyses av följande förtjusande barnhistoria från Smögen.

Lilla Monica, fem år, har till sina föräldrars stolthet redan börjat visa ett anmärkningsvärt intresse för siffror och räkning. Modern, som tycker att tiden är inne för pedagogisk ledning, har en dag »lektion» med den förhoppningsfulla dottern. Man bör ju gå från det enkla till det svåra, och därför blir den första frågan det enklast tänkbara exempel.

»Tänk dig nu, att Pappa kommer in här i rummet och ger mej ett äpple. Hur många äpplen har jag då?»

Monica funderar ej länge utan slår upp sina ljusblå ögon och säjer glatt:

»Då får vi säkert ett halvt äpple var — för Mamma är så snäll!»

MULTIPLIKATION — UPPDELNING — DIVISION — Ett förslag till lärogång

Av Lektor Edvin Ferner

Räknesättet division är intimt förknippat med räknesättet multiplikation. En metodisk uppläggning av divisionsinlärandet bör utföras i enlighet med detta matematiska faktum. Divisionen bör därför förberedas redan vid genomgången av multiplikationen. Detta kan ske på så sätt, att där införes multiplikationsuppgifter av ekvationstyp: $3 \cdot ? = 15$ och $? \cdot 3 = 15$, uppgifter således där antingen multiplikanden eller multiplikatorn är obekanta och sökes. Dessa uppgifter lösas med hjälp av kännedomen om multiplikationstabellen.

Barnen är redan från första skolåret välbekanta med uppgifter av ekvationstyp, då samtliga räkneläror för detta år innehåller räkneuppgifter av detta slag: $4 + \quad = 6$, $7 - \quad = 4$ o. s. v. Dessa »ifyllnadsuppgifter» tycks ej bereda barnen några speciella svårigheter, utan klaras upp överraskande lätt. Detta gäller även för ekvationsuppgifterna under andra året vid genomgång av multiplikationstabellen. Kan eleven t. ex. 5:ans serie: 5, 10, 15, 20 o. s. v., så kan han eller hon även lösa en uppgift som $? \cdot 5 = 15$, vet att man måste ta 5 tre gånger för att få 15.

Dessa övningsuppgifter innebära givetvis en repetition och förstärkning av multiplikationskunnandet; för att lösa dem måste eleven gå tillbaka till sin kännedom om multiplikationstabellen. Samtidigt — och det är det viktiga — innebära de dessutom en värdefull förövning till räknesättet division. Övningarna innehålla nämligen exakt samma problemställningar, som dyka upp i de båda divisionssätten innehållsdivision och delberäkning.

Innehållsdivision: 15 äpplen: 3 äpplen = ? Frågeställningen: »Hur många gånger kan jag ta 3 äpplen ur en hög med 15 äpplen?» motsvarar multiplikationsuppgiften av ekvationstyp $? \cdot 3$ äpplen $= 15$ äpplen.

Delberäkning: $\dfrac{15 \text{ äpplen}}{3} = ?$ 15 äpplen delas upp i 3 lika delar. »Hur många äpplen i varje del?» Denna frågeställning motsvarar multiplikationsuppgiften av ekvationstyp $3 \cdot ?$ äpplen $=$ 15 äpplen.

Våra räkneläror har i allmänhet tagit med dessa uppgifter av ekvationstyp i kursmomentet multiplikation, där de väl närmast är avsedda som en lämplig variant för att inöva själva multiplikationstabellen. Har man emellertid för avsikt att utnyttja dessa ekvationstal som ett viktigt led i förberedelserna till den kommande divisionen, bör man införa dessa problemtyper som moment, likvärdiga med de vanliga multiplikationsuppgifterna $3 \cdot 5 = ?$ o. s. v. Mer systematiskt än vad som förekommer bör dessa problemtyper föras in i lärogången.

Så fort t. ex. 2:ans tabell är genomgången bör enligt denna tankegång motsvarande ekvationstyper *omedelbart* införas och övas. $2 \cdot ? = 4$, $2 \cdot ? = 6$ o. s. v. samt $? \cdot 2 = 4$, $? \cdot 3 = 6$ o. s. v. Sedan 2:ans och 3:ans tabeller är genomgångna, kan problem av följande typ ges:

2 eller 3 gånger?

$? \cdot 5 = 10 \quad ? \cdot 6 = 18 \quad ? \cdot 3 = 9 \quad ? \cdot 7 = 14$

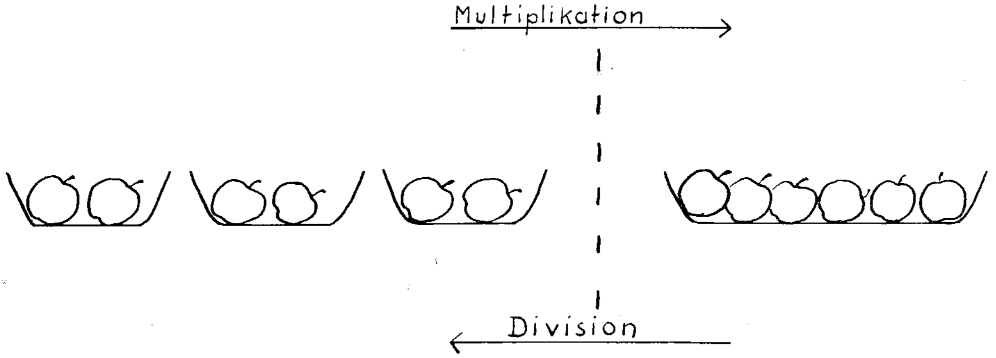
Uppgifterna är lätta — det är ju bara två svar att välja på. Svårighetsgraden ökas sedan succesivt allt efter som de olika tabellerna genomgås. På så sätt kommer dessa ekvationsproblem systematiskt in i lärogången med ständigt stegrad svårighetsgrad.

Genom lämpligt val av *texttal* kan även därigenom redan vid multiplikationsgenomgången räknesättet division förberedas. Låt oss studera följande närbesläktade räkneuppgifter:

1. 3 pojkar plockar 2 äpplen var. Hur många äpplen tillsammans?
2. 3 pojkar plockar tillsammans 6 äpplen. Hur många äpplen har var och en plockat, om de alla plocka lika många?
3. 3 pojkar fick lika många äpplen var och tillsammans 6 äpplen. Hur många äpplen fick var och en?
4. 6 äpplen delas ut lika till 3 pojkar. Hur många fick var och en?

översätter texten som den står direkt till räknespråket får vi: 3.?=6. Här ser vi vilket intimt släktskapsförhållande som råder mellan de två räknesätten. Problemet kan tecknas $\frac{6}{3} = ?$ men med lika stor rätt $3 \cdot ? = 6$.

Problem nr 4 är formulerat som ett renodlat divisionstal. Men observera, att nr 3 och nr 4 är exakt samma problem endast med något olika formulering. Problem nr 4 kan således med lika stor rätt som nr 3 tecknas $3 \cdot ? = 6$. Att divisionstalen nr 3 och nr 4 kan behandllas

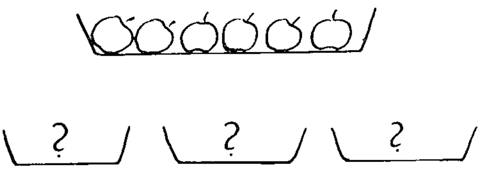


Problem nr 1 erbjuder inga svårigheter — det är ju ett rent multiplikationstal: $3 \cdot 2 = ?$.

Men *problem nr 2?* Är det ett divisionstal? Många kanske vill rekommendera att dividera 6 med 3 för att få svaret. Detta är emellertid felaktigt! Talet har inget med division att göra — de 6 äpplena delas ju här inte ut till pojkarna. Att 3 pojkar plockar lika många äpplen var och i den gemensamma korgen får 6 äpplen, är givetvis ett multiplikationsförfarande och bör följaktligen behandlas som sådant. Här kommer de nämnda multiplikationsuppgifterna av ekvationskaraktär till användning: $3 \cdot ? = 6$. Räkneuppgifter av typ nr 2 har därför sin naturliga plats i kursmomentet multiplikation.

Problem nr 3 är ett divisionstal, eftersom äpplena här delas ut. Om vi emellertid

som multiplikationstal av ekvationstyp kan åskådliggöras med enkla figurer:



$$3 \cdot ? = 6$$

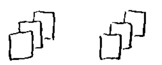
Fördelen med att redan i kursmomentet multiplikation medtaga texttal av typerna nr 2, nr 3 och nr 4 är att redan här räknesättet division förberedes. På så sätt erhåller man en kontinuerlig, jämn och smidig övergång mellan räknesätten.

De nämnda fyra problemen har det gemensamt, att de alla kunna lösas med hjälp av ett enda, samma kunskapsinnehåll: att 6 består av, kan delas upp i 3 st.

tvåor 0 0 0 / 0 0 0 $6 = 3 \cdot 2$

Uppdelningsövningar är därför ett naturligt och viktigt led i lärogången. Uppdelningsövningarna blir liksom kittet mellan de båda räknesätten. De innebära en omvändning av multiplikationstabellen samtidigt som de åskådliggöra uppdelning = delning = division. Återigen möts och stöder varandra de båda räknesätten i ett och samma kursmoment.

Under andra skolåret, där grunden för multiplikation och division skall läggas, kan lämpligen uppdelning av talen 1—20 genomgås. Den heuristiska metoden kan med fördel tillämpas. Barnen får självständigt med hjälp av räknelapparna pröva sig fram till talens olika uppdelningsmöjligheter.



$6 = 3 \cdot 2$ $6 = 2 \cdot 3$

Kontakten med multiplikationstabellen underlättar övningarna.

$6 = 2 \cdot 3$ ty $2 \cdot 3$ är ju $= 6$ o. s. v.

På så sätt utarbetas en uppdelningstabell för talen 1—20.

Dessa uppdelningsövningar har hittills försummats, trots att de bör vara ett viktigt led i en logiskt och systematiskt upplagd lärogång. Liknande uppdelningsövningar är dock allmänt tillämpade, när det gäller genomgång av addition och subtraktion i första klassen. Där uppdelas medelst blockräkning talen i sina beståndsdelar: $6 = 5+1 = 4+2 = 3+3$ o. s. v. Dessa uppdelningsövningar blir ett värdefullt stöd för motsvarande additions- och subtraktionsövningar: $5+1 = 6$, $6-1 = 5$, $6-5 = 1$ o. s. v. Det finns ingen anledning att försumma detta förnämliga räknemetodiska grepp, när man kommer till multiplikation och division. Även där är uppdelningsövningarna på sin plats och av stort räknemetodiskt värde.

Även vid uppdelningsövningarna införes uppgifter av ekvationstyp: $12 = 3 \cdot ?$ och $12 = ? \cdot 4$. Kunskap om uppdelningstabellen ger oss svaren: vi vet att 12 kan uppdelas i 3 st. 4:or. Som kontroll kommer multiplikationstabellen till hjälp: $12 = 3 \cdot 4$ ty $3 \cdot 4 = 12$.

Genom uppdelningsövningarna, som ju räknetekniskt är en omvändning av multiplikationstabellen, närmar vi oss och glider naturligt in i räknesättet division.

Texttalen får först vara rena uppdelningsproblem: »Du har 12 blommor. På vilka olika sätt kan du dela upp dem med lika många blommor i varje vas?» Uppdelningstabellen ger svaren: $12 = 2 \cdot 6 = 3 \cdot 4 = 4 \cdot 3$ och förstås $12 = 12 \cdot 1$ och $12 = 1 \cdot 12$; två vaser med 6 blommor var o. s. v. Vi kontrollerar alltid med multiplikationstabellen $2 \cdot 6 = 12$.

Därefter övergår vi till texttal av mer markerad divisionstyp: »Dela upp 12 blommor på två vaser!» samt »Dela upp 12 blommor med 6 blommor i varje vas!» De tecknas som uppdelningstal av ekvationstyp: $12 = 2 \cdot ?$ samt $12 = ? \cdot 6$.

Härmed är vi inne på den svåra frågan om likadelning och delningsdivision. Den första uppgiften representerar likadelning, den andra innehållsdivision. Som lärogången här är upplagd löses de båda olika uppgifterna med hjälp av samma kunskapsinnehåll, att 12 kan delas i 2 st. 6:or, $12 = 2 \cdot 6$.

0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0

De båda olika problemen härföres till en och samma uppdelning. Lösningen till båda problemen bygger på vår kunskap att 12 består av 2 st. sexor, 2 delar med 6 i var del. Enda skillnaden mellan problemtyperna blir då endast den olika frågeställningen: »Hur många delar?» eller »Hur många i varje del?»

I stället för den traditionella frågan: »Är det likadelning eller innehållsdivision?» som för små 8-åringar onekligen kan vara en svår och förvirrande fråga,

frågas här mer direkt och lättförståeligt: »Vad vill du ha reda på? Vill du veta hur många delar det blir eller hur mycket det blir i varje del?»

Ringen är nu sluten. De svåra begreppen innehållsdivision och likadelning behandlas nu sida vid sida med enkla, naturliga frågeställningar. Svaren erhållas med hjälp av uppdelningstabellen, som är en omvändning av multiplikationstabellen. Den matematiska familjen är samlad!

Vad återstår? Uppdelning och delning är genomgånget. Det är nu endast en terminologisk fråga att införa ordet division = delning. Och det är endast en uppställningssak att införa ett nytt tecken. $\frac{12}{2} = ?$ betyder att 12 skall delas upp i 2:or eller i 2 delar. Vilket som avses beror på vad det frågas efter: »Hur många delar» eller »Hur mycket i varje del?»

Eftersom innehållsdivision och likadelning vid den föreslagna lärogången behandlas sida vid sida, är det naturligt att beteckna dem på samma sätt; som divisionstecken föreslås därför ett enda, bråkstrecket.

För att ytterligare understryka sambandet mellan de olika räknesätten kan övningar av följande typ övas:

Tolka talbilderna på 4 sätt!

00	00	00	$3 \cdot 4 = 12$	$\frac{12}{3} = 4$	$\frac{12}{4} = 3$
00	00	00	$12 = 3 \cdot 4$		

★

TIDSKRIFT FÖR SKOLMATEMATIK
Jungmansgatan 1, Karlstad. Tel. 163 13
utkommer med 4 nr per läsår

Helårsprenumeration Kr. 5: —
Postgironummer 49 02 82

Redaktör och ansvarig utgivare:
Lektor Edvin Ferner

KARLSTAD 1955
Nya Wermlands-Tidningens Aktiebolag