GÖTEBORGS UNIVERSITET
INST FÖR DIDAKTIK OCH PEDAGOGISK PROFESSION

# Om elevers förkunskaper inför gymnasiematematiken

## Analys av elva årgångar matematikdiagnoser från en medelstor svensk gymnasieskola

**Bengt Andersson**

| | |
|---|---|
| Uppsats: | 30 hp |
| Kurs: | Examensarbete i ämnesdidaktik, PDA462 |
| Nivå: | Avancerad nivå |
| Termin/år: | Ht/2012 |
| Handledare: | Madeleine Löwing |
| Examinator: | Shirley Booth |
| Rapport nr: | HT12-IDPP-01 PDA462 |

# Abstract

| | |
|---|---|
| Uppsats: | 30 hp |
| Kurs: | Examensarbete i ämnesdidaktik, PDA462 |
| Nivå: | Avancerad nivå |
| Termin/år: | Ht/2012 |
| Handledare: | Madeleine Löwing |
| Examinator: | Shirley Booth |
| Rapport nr: | HT12-IDPP-01 PDA462 |
| Nyckelord: | Diagnos, matematikdidaktik, aritmetik, taluppfattning |

---

**Syfte:** Syftet med uppsatsen är att utgående från elva års diagnosresultat från en gymnasieskola analysera elevernas kunskaper i matematik, främst inom områdena taluppfattning och aritmetik. Av speciellt intresse är de elever som uppvisar svagast resultat. Ett syfte är även att diskutera diagnosens egenskaper som mätinstrument.

**Teori:** Den vetenskapsteoretiska utgångspunkten är kritisk realism som kännetecknas av en analys i olika nivåer. En övergripande nivå i denna studie utgörs av kvantitativa analyser av diagnosresultaten och den analys och beskrivning som görs av elevernas förståelse svarar mot en djupare nivå. Analysen av elevernas begreppsförståelse vilar på matematikdidaktisk teori.

**Metod:** På den aktuella gymnasieskolan har mellan åren 2000 och 2010 alla elever som påbörjat ett nationellt program fått genomföra en matematikdiagnos. Diagnosen omfattar innehållsmässigt delar inom taluppfattning, aritmetik och geometri. Analysen bygger på de data som finns kvar från de totalt 4588 diagnoserna och i en kvantitativ analys studeras resultatens förändring över tid. Ett mindre antal diagnoser från en grupp elever med låga resultat har studerats mer ingående och deras uppvisade förståelse har analyserats. För två av årgångarna har resultatet på diagnosen relaterats till vilket betyg eleven senare uppnått i Matematik A. Denna analys tillsammans med en korrelationsanalys mellan diagnosens olika delar utgör ett underlag för en diskussion om diagnosens kvaliteter.

**Resultat:** Analysen visar att kunskapsnivån på skolan har förändrats väldigt lite under de elva år diagnosen genomfördes. Den enda trend som är urskiljbar är inom elevgruppen med svagast resultat där kunskapsnivån tycks ha stigit något. Detta resultat står i kontrast till TIMSS, PISA och nationella prov som under samma period visar på sjunkande matematikkunskaper för svenska elever. Utifrån de svar som en grupp elever med svaga resultat på diagnosen har lämnat dras slutsatsen att många har stora brister i sin förståelse inom grundläggande taluppfattning vilket kraftigt försämrar deras förutsättningar att kunna tillägna sig gymnasiets första matematikkurs. En intressant iakttagelse är att många av eleverna tycks kunna hantera bråk- och decimaltal på en viss grundläggande nivå, men de tycks inte alls förstå relationen mellan dessa typer av tal. Detta indikerar att de har en procedurell, snarare än begreppslig, förståelse för bråk- och decimaltal. Den analys som gjorts av diagnosens resultat i relation till uppnått betyg i Matematik A leder inte till några tydliga slutsatser. En diagnos av denna typ bedöms ändå kunna vara en viktig del i en kartläggning för att kunna hitta och ge extra stöd till elever som har svaga förkunskaper i matematik, även om man också kan tänka sig ett arbetssätt där kartläggningen av matematikkunskaper har tydligare formativ karaktär.

# Förord

Den här uppsatsen bygger på att 4588 gymnasieelever har suttit en dryg timma och kämpat med ett antal uppgifter i en matematikdiagnos. Jag har själv hållit i genomförandet av denna diagnos många gånger och delat ut diagnosbladen till elever som nervöst frågat *”Går det här på betyget?”* eller *”Vad händer om man inte kan nåt? Jag är kass på matte!”*

Ja, vad händer då? Från det att jag började arbeta som lärare har denna fråga följt mig och fortfarande idag tycker jag att det kanske svåraste uppdraget som matematiklärare på gymnasiet är just detta - att möta de elever som har väldigt svaga kunskaper med sig från grundskolan. Hur hjälper vi dem som kommer till gymnasiet med ett bagage fyllt av misslyckanden och negativa erfarenheter av matematik?

Den här uppsatsen är ett försök att fördjupa sig i denna problematik och jag vill rikta ett tack till alla de lärare som hjälpt till med genomförandet av diagnosen, samt till alla 4588 elever som skrivit diagnosen. Jag vill också tacka min handledare och mina kollegor, både här på Göteborgs universitet och på den aktuella skolan, för givande diskussioner.

# Innehållsförteckning

# 1 Inledning

Den som följt debatten om svensk skola det senaste decenniet kan knappast ha undgått att höra talas om ”larmrapporter” och om ”kris” när det gäller elevers kunskaper i matematik. Bakgrunden till debatten är det stora utrymme några internationella kunskapsundersökningar, TIMSS (Skolverket, 2008a) och PISA (Skolverket, 2010a), har fått i media. Även resultaten på nationella prov i matematik har visat på sjunkande kunskapsnivåer med ett nytt bottenrekord vårterminen 2011 då en femtedel av eleverna inte nådde målen i årskurs 9 (Skolverket, 2011a). Strömmen av negativa rapporter och tidningsartiklar tycks inte ta slut och nu senast i augusti kunde man i *Göteborgsposten* läsa en debattartikel där en gymnasielärare framförde idén att matematiken helt skulle slopas på en del av gymnasieprogrammen (Magnusson, 2012, 23 augusti). Ett av de främsta argumenten till detta radikala förslag var att så hög andel av eleverna ändå inte når målen, något som möjligen är ännu mer uttalat efter införandet av de nya kursplanerna i Gy 11.

Det ligger nära till hands att vifta bort detta argument genom att säga att det inte är seriöst att hävda att man helt ska ta bort matematiken, men kärnan i kritiken - att många elever misslyckas - är inte helt lätt att avfärda. Att acceptera att en stor andel av eleverna misslyckas är förkastligt ur ett individperspektiv och krockar med läroplanens uttalade mål att alla elever ska få möjlighet att nå kunskapsmålen (Utbildningsdepartementet, 1998). Argumenten från debattartikeln biter sig kvar och leder till frågor som: *Varför är det så många elever som misslyckas? Vad är det eleverna misslyckas med? Vad är det i matematikundervisningen som vi behöver förbättra?*

En hel del har redan gjorts med den uttalade ambitionen att förbättra resultaten i svensk skola. Vår skolminister nämner i en intervju i *Skolvärlden* reformer som ny skollag, nya läroplaner och kursplaner, en omvandlad gymnasieskola, tidigarelagda betyg i en ny skala, lärarlegitimationen och en ny lärarutbildning som åtgärder som han menar på sikt ska förbättra situationen (Almer, 2012, 20 augusti). Fortbildningsinsatser för lärare har också gjorts i form av *Lärarlyftet* och senast i raden introduceras nu en satsning specifikt inriktad på matematikämnet - *Matematiklyftet.* 650 miljoner kronor ska användas för att ge alla lärare som undervisar i matematik ökad kompetens i matematikundervisning (SFS 2012:161; Regeringen, 2012). Sammantaget är det genomgripande förändringar och betydande ekonomiska belopp som satsas. Framtida forskning får visa om allt detta har den tydliga positiva effekt som avses från politiskt håll.

Min egen bakgrund som gymnasielärare i matematik under sammanlagt femton år gör att jag har egna perspektiv på denna debatt, men att utgå enbart från sin egen erfarenhet är riskfyllt då de egna upplevelserna bara utgör ett litet stickprov av all den matematikundervisning som äger rum varje dag runt om på svenska skolor. Min ingång till detta ämne blir istället en matematikdiagnos (se bilaga 1) som genomförts varje år på en av de gymnasieskolor jag arbetat på. Genom att analysera de resultat som finns kvar från de sammanlagt elva år diagnosen genomfördes har jag möjlighet att på ett mer vetenskapligt sätt angripa några av de frågor som formulerats i denna korta inledning.

Jag vill försöka reda ut vad eleverna misslyckas med i matematik och vad det beror på. Jag vill titta på om elevernas kunskapsnivå har sjunkit och vad det i så fall beror på. Jag vill också rikta blicken framåt och se om det går att med grund i forskning säga något om hur matematikundervisningen kan förändras till det bättre. Tyvärr är det faktum att alla diagnoser redan är genomförda när denna studie inleds en begränsning. Jag kan inte påverka diagnosens utformning eller genomförande och det är en anledning till att jag valt att begränsa mig något och mest inrikta analysen på taluppfattning och aritmetik.

I avsnittet som följer ges en överblick av vad styrdokumenten säger om matematik och matematikundervisning. Detta ger tillsammans med en genomgång av de omfattande forskningsresultat som redan finns inom området en bra bakgrund till att avgränsa forskningsfrågor som är lämpliga och möjliga att besvara utifrån det befintliga dataunderlaget.

# 2 Litteraturgenomgång och teoretisk bakgrund

I det följande redovisas litteratur som är relevant som en teoretisk utgångspunkt för studien. Ambitionen har varit att så långt som möjligt utgå från vetenskapligt fackgranskad litteratur i form av artiklar och avhandlingar. Många av källorna utgörs också av vetenskapliga rapporter framtagna av institutioner och myndigheter som exempelvis Skolverket. Ett fåtal av källorna har karaktären av läroböcker med en tydlig underbyggnad i forskningsresultat.

## 2.1 Matematik i styrdokumenten

All undervisning regleras av styrdokumenten och det är därför rimligt att ta den kursplan för grundskolan som gällt för samtliga de elever som ingår i denna studie - Lpo 94 - som utgångspunkt samt ställa denna kursplan i relation till den använda diagnosen och till relevant forskning inom området.

### 2.1.1 Svenska styrdokument och nationella prov

*2.1.1.1 Matematikämnet i Lpo 94*

Kursplanen i matematik enligt Lpo 94 inleds med en syftesdel, varpå följer mål att sträva mot, en beskrivning av matematikämnets karaktär och till sist mål att uppnå (Skolverket, 2000). Till sin karaktär var denna kursplan ny då den infördes eftersom den, till skillnad från den föregående (Lgr 80), var målstyrd. Uppdelning i mål att uppnå och mål att sträva mot var tänkt att tydliggöra dels vad som var grundläggande - något som alla elever skulle uppnå - och dels vad alla elever skulle sträva mot. I praktiken har det visat sig att uppnåendemålen har kommit att stå i fokus och att strävansmålen i någon mån har glömts bort. Skolinspektionen konstaterar i en granskning 2009 att flertalet matematiklärare uppfattar mål att sträva mot som ett luddigt begrepp och att dessa mål i liten utsträckning påverkat utformningen av matematikundervisningen (Skolinspektionen, 2009).

Ser man till de innehållsliga delarna som tas upp i denna uppsats, taluppfattning och aritmetik, så återfinns dessa på två ställen i kursplanen. I strävansmålen för årskurs 9 uttrycks att

> ”… strävan skall också vara att eleven utvecklar sin tal- och rumsuppfattning samt sin förmåga att förstå och använda grundläggande talbegrepp och räkning med reella tal, närmevärden, proportionalitet och procent…” (Skolverket, 2012a).

I uppnåendemålen anges att eleven skall:

- ha utvecklat sin taluppfattning till att omfatta hela tal och rationella tal i bråk- och decimalform,
- ha goda färdigheter i och kunna använda överslagsräkning och räkning med naturliga tal och tal i decimalform samt procent och proportionalitet i huvudet, med hjälp av skriftliga räknemetoder och med tekniska hjälpmedel (Skolverket, 2012a)

Dessa tre meningar är allt som innehållsmässigt styr undervisningen i matematik i grundskolans senare år inom taluppfattning och aritmetik. Att formuleringarna kan uppfattas som vaga och otillräckliga är i viss mån avsiktligt då en bakomliggande tanke med Lpo 94 var att decentralisera och ge enskilda skolor och lärare större inflytande över undervisningens innehåll och utformning. Lokala kursplaner som har tagits fram antingen på kommun- eller skolnivå har ofta i större detalj beskrivit vad som innehållsmässigt behandlas i de olika årskurserna. Om man dock låter den nationella kursplanen i matematik stå för sig själv kan man konstatera att de innehållsmässiga avgränsningarna är vaga och sett till denna uppsats syfte, att analysera elevers kunskaper när de börjar gymnasiet, ger denna kursplan ganska lite information om vilken kunskap men kan förvänta sig att eleverna har med sig från grundskolan. Ett stöd för denna slutsats går att finna i Skolinspektionens granskning som konstaterar att ”Sammantaget verkar kursplanen ha en svag eller obefintlig styrning och vägledning för lärare som grupp, även om det finns undantag.” (Skolinspektionen 2009, s.15)

#### *2.1.1.2 Nationella prov som del av styrdokumenten*

Som ett stöd för bedömning och betygsättning finns nationella prov i matematik som genomförs i årskurs 9. De nationella proven har inte samma starka examenskaraktär som i många andra länder där provresultatet direkt avgör betyget. De svenska nationella proven har trots det en tydlig styrande funktion och kan därför ses som en del av styrdokumenten. Skolverket fick 2003 i uppdrag av regeringen att utreda det nationella provsystemet och i rapporten konstaterar man att det finns fyra syften med det nationella provsystemet. Dessa är att:

- stödja en likvärdig och rättvis betygsättning (betygsstöd)
- konkretisera kursmål och betygskriterier (kommentarmaterial)
- visa på elevers starka och svaga sidor (diagnostisk funktion)
- genom insamling av resultat ge en bild av i vilken utsträckning kunskapsmålen nås (uppföljning) (Skolverket, 2003, s.14)

På Skolverkets hemsida finns motsvarande beskrivning, något reviderad:

**Syftet med de nationella proven är i huvudsak att:**
- stödja en likvärdig och rättvis bedömning och betygssättning
- ge underlag för en analys av i vilken utsträckning kunskapskraven uppfylls på skolnivå, på huvudmannanivå och på nationell nivå

**De nationella proven kan också bidra till:**
- att konkretisera kursplanerna och ämnesplanerna
- en ökad måluppfyllelse för eleverna. (Skolverket, 2012b)

Tydligt är att en uttalad målsättning med de nationella proven är att göra kursmålen mer konkreta. I de bedömningsanvisningar som följer med de nationella ämnesproven i matematik för årskurs 9 (se exempelvis vårterminen 2009 (Skolverket, 2009a)) poängsätts de ingående uppgifterna med G- eller VG-poäng och några uppgifter anges även ha MVG-karaktär. Utifrån detta och även utifrån förklarande text och kommenterade elevlösningar kan en mer detaljerad bild skapas av de ganska vagt beskrivna uppnåendemålen i kursplanen. Längre fram i denna uppsats kommer jag att ställa uppgifterna i diagnosen i relation till grundskolans styrdokument och eftersom konkretionen är så pass vag i kursplanen kommer jag då även att ställa diagnosuppgifterna i relation till nationella prov och tolka de nationella proven som en del av styrdokumenten, något som alltså tycks vara i linje med intentionerna med de nationella proven, även om Skolverket i samma rapport som citerats ovan lämnar vissa reservationer:

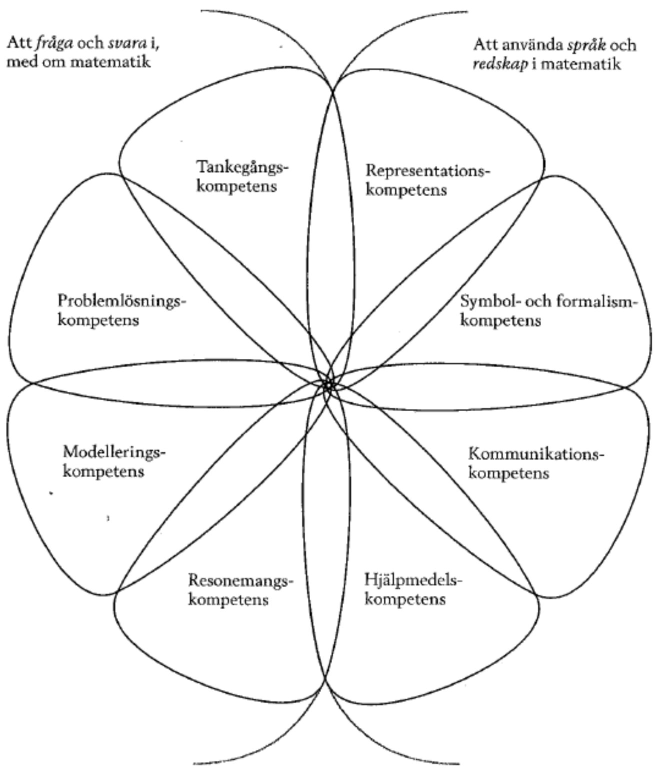
> …det saknas tydliga instruktioner om hur provresultaten skall förstås och provsystemets roll i skolans ansvars- och styrsystem är oklar och svårbegriplig. (Skolverket, 2003, s. 16)

#### *2.1.1.3 Matematikämnet i Lgr11 och matematiska förmågor*

Den kursplan i matematik som gäller från och med hösten 2011 (Lgr11) är inte längre uppdelad i strävans- och uppnåendemål utan man har här valt att beskriva fem förmågor som ska genomsyra undervisningen när det centrala innehållet behandlas. En bakgrund till förmågorna så som de beskrivs i denna nya kursplan är de åtta kompetenser som den danske matematikdidaktikern Mogens Niss (Niss & Höjgaard, 2002) menar tillsammans utgör en bred beskrivning av vad det innebär att behärska matematik. De åtta kompetenserna illustreras i figur 2.1 nedan. Niss menar, vilket kanske också framgår av figuren, att kompetenserna delvis överlappar varandra och att man kan gruppera dem så att några av dem handlar om hur man resonerar och tänker om matematik och andra mer om hur man använder och kommunicerar matematik.

De svenska forskarna Palm, Bergqvist, Eriksson, Hellström & Häggström (2004) ger en liknande beskrivning, men begränsar sig till sex kompetenser, nämligen:

- Problemlösningsförmåga
- Algoritmkompetens
- Begreppskompetens
- Modelleringskompetens
- Resonemangskompetens
- Kommunikationskompetens




**Figur 2.1** Kompetenser enligt Mogens Niss (Helenius, 2006, s.13)

Betraktar man Lgr11 i ljuset av dessa två beskrivningar är det rimligt att betrakta de fem förmågorna som anges i kursplanen för matematik som en förlängning och ytterligare koncentration av de kompetenser som Niss respektive de svenska forskarna föreslår. De fem förmågorna i Lgr11 uttrycks som att eleverna ska ges möjlighet att utveckla sin förmåga att:

- formulera och lösa problem med hjälp av matematik samt värdera valda strategier och metoder,
- använda och analysera matematiska begrepp och samband mellan begrepp,
- välja och använda lämpliga matematiska metoder för att göra beräkningar och lösa rutinuppgifter,
- föra och följa matematiska resonemang, och
- använda matematikens uttrycksformer för att samtala om, argumentera och redogöra för frågeställningar, beräkningar och slutsatser. (Skolverket, 2011b, s.63)

### 2.1.2 Internationella perspektiv

Uppdelningar i kompetenser liknande de som presenterats av svenska och danska forskare ovan återfinns även internationellt. I USA presenteras i boken *Adding it Up*, som är en forskningsöversikt, vad man bör se som grundläggande. Man menar att kunskap i matematik kan delas in i fem olika, men integrerade delar:

- Conceptual understanding
- Procedural fluency
- Strategic competence
- Adaptive competence
- Productive disposition

(Kilpatrick, Swafford & Findell, 2001, s.5)

En mer innehållslig gemensam grund för matematikämnet har också tagits fram, delvis som en följd av den debatt som uppstått i USA efter att resultat från internationella undersökningar, som exempelvis TIMSS, presenterats. Man har konstaterat att eleverna i USA inte når alls lika bra resultat som exempelvis elever i Kina och Japan. Ett antal framstående matematiker och matematikdidaktiker har sammanställt forskningsresultat och försökt formulera gemensamma riktlinjer och detta har resulterat i ett 3-sidigt dokument som brukar benämnas *Common ground* där man redogör för vad som är viktigt och vad man är överens om. I detta dokument beskrivs, dels i löpande text och dels i punktform, vad man är överens om. Jämfört med de förmågor[1] som beskrivits ovan så har dessa punkter en mer konkret och innehållslig karaktär. De sju punkter man är överens om som är viktiga för matematikundervisningen i amerikanska skolor är:

- Automatic recall of basic facts
- Calculators
- Learning algorithms
- Fractions
- Teaching mathematic in “real world”-contexts
- Instructional methods
- Teacher knowledge

(Loewenberg Ball, Ferrini-Mundy, Kilpatrick, Milgram, Schmid & Schaar, 2005)

[1] Begreppen *förmågor* och *kompetenser* ligger väldigt nära varann och i det följande används endast begreppet *förmågor*.

Av speciellt intresse för denna uppsats, där stort intresse ägnas åt elevers taluppfattning, är att man i detta korta dokument valt att ta upp bråktal (Fractions) som en av sju punkter. Man förklarar detta med att förståelse för bråk är viktigt eftersom den är en förutsättning för att nå en djupare förståelse för förhållanden, proportionalitet, procent och också är en nödvändig förkunskap för algebra.

### 2.1.3 Sammanfattande kommentar rörande matematik i styrdokumenten

En analys och jämförelse av de ovan beskrivna systemen av förmågor visar att samstämmigheten dem emellan är stor, om än formuleringarna skiljer sig något åt[2]. I samtliga fall ges en bred bild av matematikämnet – matematik innebär inte bara att man ”räknar” utan även att man kan resonera, argumentera, kommunicera, välja strategier och lösa problem. Ställer man detta i relation till denna uppsats och den diagnos som här analyseras ser man att endast en mindre del av dessa förmågor testas i diagnosen. Till största del omfattar uppgifterna i diagnosen beräkningar, men testar också de grundläggande begrepp varpå beräkningarna bygger (svarar ungefärligt mot punkt 2 och 3 av förmågorna enligt Lgr11). Sett till de innehållsliga målen är de ganska vagt beskrivna i Lpo94 och denna kursplan kan knappast stå för sig själv i detta avseende utan behöver stöd av lokala kursplaner och/eller nationella prov.

## 2.2 Kartläggning av matematikkunskaper

Den diagnos varpå denna uppsats bygger har haft flera funktioner och det kan vara bra att inledningsvis klargöra vad man menar med kartläggning av kunskaper och på vilka olika sätt man kan utforma och använda en diagnos. Många kartläggningar har gjorts före denna uppsats och några resultat från de viktigaste och mest omdebatterade studierna presenteras här nedan tillsammans med några försök till att beskriva orsakssamband till de sjunkande prestationerna i matematikämnet.

### 2.2.1 Olika typer av kartläggning

Att bedöma elevernas kunskaper är en naturlig del av undervisningen, men syfte och utformning varierar. Den kanske vanligaste bilden av hur bedömning av matematikkunskaper i skolan går till är med skriftliga prov som sedan poäng- och betygsätts. Detta kan beskrivas som en summativ bedömning, en bedömning där syftet är nå fram till ett omdöme om eleven. Som en motsats till summativ bedömning brukar ofta formativ bedömning anges där avsikten istället är att använda bedömningen som en del i att utforma fortsatt undervisning. Helena Korp skriver i en översikt (Korp, 2003) att vid formativ bedömning är resultatet i sig av underordnad betydelse. Det som är intressant är resultatets relation till och påverkan på lärprocessen. Summativ bedömning däremot inbegriper värderande moment med syfte att selektera eller rangordna.

Även om distinktionen mellan formativ och summativ bedömning är tydlig behöver det inte innebära att dessa två sätt att utforma och använda bedömningsinstrument är helt väsensskilda. Skolverket beskriver i översikten *Kunskapsbedömning i skolan* (Skolverket

[2]Intressant att notera är att det i den nya ämnesplanen i matematik för gymnasiet (Lgy11) definieras sju förmågor. Man kan fundera på om matematikämnet till sin karaktär ändrar sig så mycket från grundskolan till gymnasieskolan att man behöver sju förmågor istället för fem, eller om det kanske hade varit möjligt för de olika kursplanekonstruktörerna att nå en samsyn?

2011c) att dessa begrepp snarare handlar om olika synsätt på hur bedömningen används och att klassrumskulturer i hög grad präglas av det ena eller andra synsättet både hos lärare och hos elever.

I matematik finns en tradition att använda diagnoser för att bedöma elevernas kunskaper, ofta i form av korta skriftliga prov som eleven gör efter varje kapitel i boken. Ofta är dessa diagnoser integrerade i läromedlen. Man bör dock vara uppmärksam på att begreppet diagnostiskt prov avser en utvärdering och bedömning av elevernas kunskaper och inte nödvändigtvis behöver göras på det sätt som ibland lite stelbent beskrivs i en del läromedel. En diagnos kan vara allt ifrån en kort muntlig fråga före lektionens början till ett långt skriftligt prov genomfört i skolans aula. Mer specifikt kan det vara lämpligt att karaktärisera diagnoser beroende på hur de används:

- fördiagnos är avsedd att kartlägga elevens kunskaper inom ett område innan detta behandlas i undervisningen.
- underhandsdiagnos genomförs under pågående undervisning för att bedöma i vilken utsträckning eleven tagit till sig det aktuella stoffet.
- efterdiagnos genomförs efter undervisningen inom det aktuella området är avslutad för att se hur mycket eleven tagit till sig.
- översiktdiagnos är till för att se, exempelvis, vilka kunskaper en ny klass har med sig. (Löwing & Kihlborn, 2002, s.162)

De resultat som erhålls vid genomförandet av en diagnos behöver utvärderas och för att förstå vilken förståelse eleven ger uttryck för behöver läraren god kompetens inom området, något som påpekats exempelvis av Bentley (2008).

### 2.2.2 Formativ bedömning

När bedömning används i syfte att utforma och anpassa undervisningen kallar man det för formativ bedömning[3] och detta egentligen oavsett hur bedömningen genomförs. Som påtalats i föregående avsnitt kan en bedömning se ut på olika sätt, allt ifrån observation till skriftliga prov. Det finns klara forskningsbelägg för att formativ bedömning har en positiv inverkan på elevernas resultat. Utbildningsforskaren John Hattie har gjort en stor forskningsöversikt, en s.k. metastudie, där 800 metaanalyser[4] om lärande och undervisning ingår och av alla de 138 påverkansfaktorer han har studerat så är formativ bedömning bland dem som visat sig ha störst positiv påverkan på elevens skolprestationer (Håkansson, 2011).

Den engelska forskaren Dylan Wiliam (2007) har under många år forskat om formativ bedömning och han menar att utvärdering av kunskaper är en interaktiv process som ger läraren möjlighet att få reda om det som har ingått i undervisningen också har lett till inlärning och om så inte varit fallet ge input till hur den fortsatta undervisningen kan utformas. Man kan se den formativa bedömningen som en bro mellan undervisning och inlärning. För att denna bedömning ska vara effektiv bör den enlig Wiliam ge svar på frågorna:

---

[3] Även termen *bedömning för lärande* används.
[4] Hatties studie är alltså egentligen en meta-metastudie!

- Var befinner sig den lärande i sitt lärande?
- Vart eleven är på väg?
- Vad krävs för att eleven ska nå dit?

Det låter ganska grundläggande och det bör kanske påpekas att dessa tre punkter i sig inte är nya utan har funnits med i lärares yrkesutövning genom alla tider. Det som har gjorts tydligare tack vare de senaste decenniernas forskning är att även eleven behöver engageras i denna process. Wiliam menar att detta inträffar när eleverna görs delaktiga och ansvariga för sitt lärande. För detta behövs tydliga mål, intentioner och kriterier och en feedback till eleverna som utvecklar lärandet.

Feedback[5] är alltså en central del i en undervisning där formativ bedömning är integrerad och det har visat sig att hur denna feedback är utformad är av stor betydelse. En studie genomförd i Israel av Butler (1988) hade ett intressant upplägg i det att man jämförde ett antal skolklassers prestationer under tiden man konsekvent gav dem olika typer av feedback. Några klasser fick feedback i form av poängtal på genomförda prov, några andra klasser fick skriftliga kommentarer av typen ”Du har beskrivit några intressanta idéer, kanske kan du komma på ytterligare idéer”. En tredje grupp av klasser fick feedback i form av både poäng och skriftliga kommentarer.

Vid analys av elevernas prestationer kunde man konstatera ett den enda grupp som tydligt förbättrat sina resultat var gruppen som fått *endast* kommentarer. Det är lätt att föreställa sig att de klasser som fått både skriftlig kommentar och poäng borde nå minst lika bra resultat, men i denna grupp fann man alltså ingen förbättring av elevernas prestationer. Man passade dessutom på att undersöka elevernas attityder och fann att de elever som fått enbart skriftliga kommentarer samtliga uppvisade en positiv attityd till ämnet. I båda de andra grupperna fanns en tudelning där elever med goda resultat var positiva medan de med sämre resultat, d.v.s. de som fått låga poäng, hade en negativ attityd.

Dessa resultat kan tyckas vara motsägelsefulla, men en möjlig förklaring är att de som fått låga poäng fokuserar mer på varför det gick så dåligt och vad de gjorde för fel. Med väl formulerade skriftliga kommentarer kan man istället hjälpa eleverna att se kvalitéer och fokusera på möjliga förbättringar. Wiliam konstaterar att om feedbacken inte kan användas av den lärande till att förbättra sina prestationer gör den ingen nytta och är inte formativ. Det är som att säga till en komiker att ”vara lite roligare” (Wiliam, 2007).

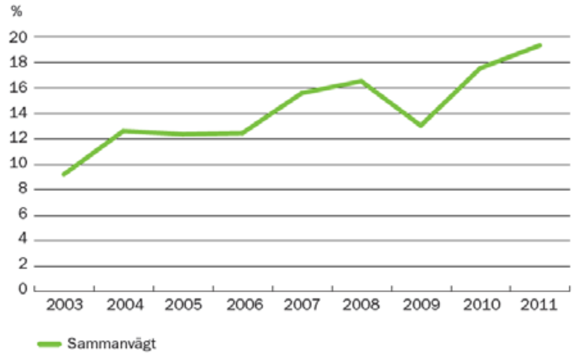
## 2.2.3 Tidigare kartäggningar

### *2.2.3.1 Nationella prov*

Eftersom denna uppsats rör elevers kunskap i matematik på hösten efter att de avslutat grundskolan är resultaten från de nationella ämnesproven i matematik i årskurs 9 av stort intresse. Resultatförändringar i nationella prov efter 2003 beskrivs i Skolverkets rapport från ämnesproven 2011 och generellt har kunskapsnivån sjunkit (Skolverket, 2012c). Man ser det exempelvis på andelen som ej uppnått målen (figur 2.2).

[5] Tyvärr är det svårt att hitta ett bra svenskt ord med motsvarande betydelse så därför används genomgående engelskans *feedback*.

Vill man jämföra med resultat från tidigare årgångar kan man gå till den nationella utvärderingen NU-03 som gjordes 2003 och där man utgick från resultat på nationella prov (dock inte hela proven, utan ett urval av uppgifter) och jämförde de två årgångarna 1992 och 2003. Resultatet av denna jämförelse blev att eleverna presterade bättre 1992 än 2003 (Skolverket 2004).

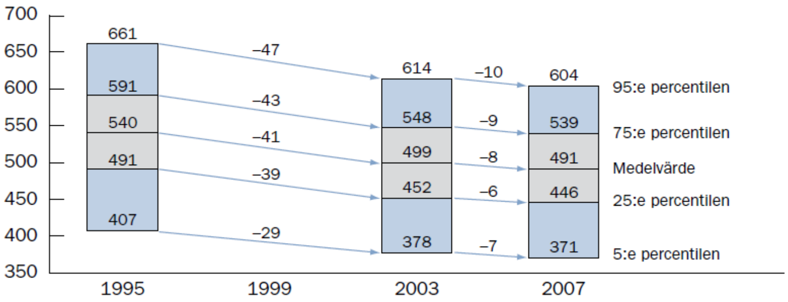



**Figur 2.2** Andel som ej uppnår målen i det sammanvägda provresultatet i matematik (Skolverket 2012c, s.58)

Sammantaget ger alltså resultaten från de nationella proven en bild av att kunskapsnivån i matematik har sjunkit från 1990-talet och framåt.

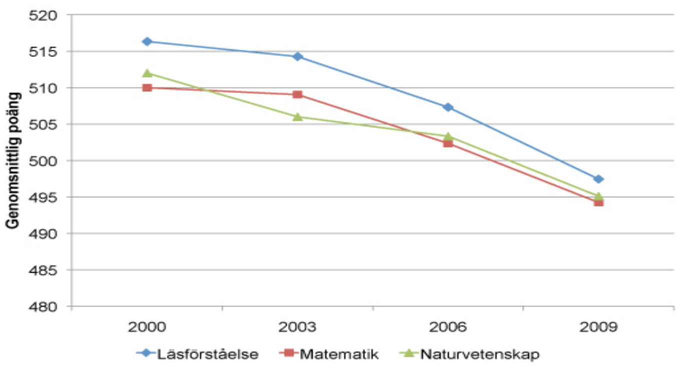
### *2.2.3.2 TIMSS och PISA*

Sverige har deltagit i den internationella kunskapsutvärderingen TIMSS åren 1995, 2003 och 2007. Resultaten från TIMSS visar på sjunkande kunskapsnivå i matematik för svenska elever, speciellt tydligt mellan åren 1995 och 2003 (se figur 2.3) (Skolverket 2008b).




**Figur 2.3** Resultat i matematik i TIMSS, årskurs 8, fördelade på percentiler. Vertikal skala är normaliserade värden där 500 motsvarar det internationella genomsnittet i TIMSS år 1995 (Skolverket 2008b, s.38)

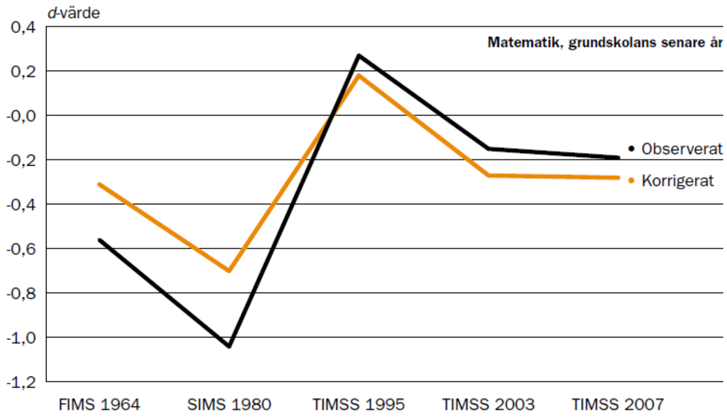
I den internationella kunskapsundersökningen PISA har Sverige deltagit åren 2000, 2003, 2006 och 2009. Även om PISA förändrats något och inte är helt jämförbar över alla åren ser man i figur 2.4 tydligt sjunkande kunskaper i matematik där Sverige går från att ligga över OECD-genomsnittet år 2003 till att år 2009 ligga på en genomsnittlig nivå. (Skolverket 2010).




**Figur 2.4** Resultat i PISA (Entrepenörskapsforum, u.å.)

TIMSS, PISA och de nationella proven skiljer sig något från varandra när det gäller utformning av uppgifter. I PISA har de något mer av problemlösande karaktär medan många av uppgifterna i TIMSS är av flervalstyp. Detta kan tänkas påverka resultaten och utgöra en förklaring till likheter och skillnader mellan resultaten.

Hur de olika utvärderingarna förhåller sig till varandra och till svenska styrdokument utreds i en rapport från Skolverket (2006a) och ytterligare en faktor som behöver vägas in är att de olika undersökningarna görs i olika åldrar/årskurser vilket utgör ett problem framförallt vid internationella jämförelser. Ett försök att kompensera för denna sistnämnda faktor har gjorts i rapporten *Vad påverkar resultaten i svensk grundskola?* (Skolverket, 2009b) vilket något påverkar resultatens relativa förändring över tid, framförallt för TIMSS-resultaten (figur 2.5).




**Figur 2.5** Resultat för matematik i TIMSS och föregående undersökningar. Den vertikala skalan visar att normaliserat värde. (Skolverket, 2009b, s.67)

Sammanfattningsvis är den bild som växer fram vid analysen av resultaten från TIMSS, PISA och de nationella proven att svenska elevers kunskaper i matematik förbättrades under slutet av 1900-talet för att närma sig internationell toppnivå under mitten av 1990-talet. Därefter har resultaten kraftigt försämrats.

*2.2.3.3 Tidigare användning av samma diagnos*

I Borås kommun genomförde samtliga gymnasieelever hösten 1999 exakt samma diagnos som är underlag för denna uppsats. I en opublicerad promemoria sammanfattas resultatet och i en kort analys uttrycker man att de elever som har 30 poäng eller mindre har så svaga kunskaper att de skulle behöva en preparandkurs i matematik innan de påbörjar Matematik A. Man menar att de sannolikt inte klarar gymnasiets matematik utan särskilda insatser (Borås kommun, 1999). Elevernas resultat framgår av tabell nedan.

**Tabell 2.1** Diagnosresultat i Borås höstterminen 1999 (Borås kommun, 1999, s.3)

| Diagnosresultat | 0-30 poäng | 31-50 poäng | 51-70 poäng |
|---|---|---|---|
| Antal elever | 190 | 426 | 587 |
| Procentuell andel elever | 16 % | 35 % | 49 % |

I en tidningsartikel i *Borås Tidning* (Bengtsson, 1999, 8 december) kommenterar samordnaren inom kommunen, Bengt-Göte Freding, resultatet och pekar på att det finns klara samband med elevernas läsförmåga, något som undersökts vid samma tillfälle.

### 2.2.4 Tidigare studier om orsakssamband

En omfattande forskningsgenomgång av den svenska utbildningspolitiken redovisas i en rapport från Institutet för arbetsmarknadspolitisk utvärdering (IFAU, 2010). Man försöker där bl.a. besvara frågan vad som har haft störst betydelse för de resultatförändringar man kan se i den svenska skolan. Man noterar att resultaten sjunkit från 1990-talet och framåt, bl.a. avspeglat i resultaten i matematik i internationella undersökningar som TIMSS och PISA och listar och diskuterar möjliga orsaker: etnisk bakgrund, resursneddragningar under 1990-talet, förändrad fördelning av resurser, ökad segregering och differentiering, lärarkompetens och lärarutbildning samt arbetsformer i undervisningen. Man landar i slutsatsen att den mest betydande orsaken sannolikt är de ändrade arbetsformer som, mer eller mindre medvetet, införts i undervisningen under denna tidsperiod.

> Sammantaget bedömer vi att de ändrade arbetsformerna troligen är den viktigaste förklaringen till den genomsnittliga resultatförsämringen i Sverige. Vissa av de övriga förklaringar som vi diskuterat kan också ha haft betydelse, som försämringar i lärarkompetensen och det minskade inslaget av kompensatorisk resurstilldelning. Även vad gäller den minskade likvärdigheten är vår bedömning att de ändrade arbetsformerna har bidragit, men här är även det minskade inslaget av kompensatorisk resursallokering, och den ökade segregationen och differentieringen viktiga förklaringar. (IFAU, 2010, s 337)

En av de viktiga slutsatserna i IFAU:s rapport är alltså att en minskning av den lärarledda undervisningen är en väsentlig förklaring till de försvagade resultaten i den svenska skolan de senaste decennierna. Man finner också stöd för denna slutsats i internationella studier.

Att arbetsformerna i skolan är av väsentlig betydelse för de försämrade resultaten i den svenska skolan är också något som framkommer i Åse Hanssons avhandling *Ansvar för matematiklärande* (Hansson, 2011). Hon har utgått ifrån resultat från TIMSS 2007 och gjort en sekundäranalys och hon kan se ett samband mellan arbetsformer där eleverna förväntas ta stort eget ansvar och svaga matematikprestationer. Dessutom finner hon att elevgrupper med låg socioekonomisk status och/eller svag språklig kompetens är missgynnade och i mindre utsträckning erbjuds en matematikundervisning där läraren tar ett stort undervisningsansvar. Detta trots att just dessa har särskilt stort behov av lärarstöd för sin kunskapsutveckling (ibid).

## 2.3 Begreppsbildning i matematik

I avsnitt 2.1 ovan om styrdokument redovisas några olika modeller för vilka förmågor som bygger upp matematiskt kunnande. Denna studie berör inte alla dessa förmågor utan mest fokus ligger på elevernas begreppsliga förståelse, eller det som i Lgr11 beskrivs som elevers förmåga att *”använda och analysera matematiska begrepp och samband mellan begrepp”* (Skolverket, 2011b, s.63). För att kunna göra en meningsfull analys är det lämpligt att ha den forskning som finns om detta som en utgångspunkt. Nedan diskuteras ett par etablerade modeller för begreppsbildning i matematik.

### 2.3.1 Begreppsbilder

David Tall har tillsammans med Shlomo Vinner beskrivit hur individer kan nå förståelse för matematiska definitioner genom att skapa begreppsbilder, *conceptual images* (Tall & Vinner, 1981). De menar att många av de begrepp vi använder oss av både i vardagslivet och inom matematiken säger vi oss ha en förståelse för utan att vi för den skull har klart för oss hur begreppet definieras. Exempelvis kan man ha en god uppfattning om vad en *cirkel* är för någonting utan att för den skull kunna återge den ganska komplicerade matematiska definitionen. I regel innebär detta att man framför sig ser en rund ring, som därmed kan sägas vara begreppsbilden, och med detta är man nöjd och menar att man förstår begreppet *cirkel*.

Ibland kan det dock vara så att begreppsbild och definition inte helt stämmer överens och för att illustrera återges ytterligare ett geometriskt exempel. Holmquist (2003) har visat att en mycket vanlig uppfattning om begreppet *diagonal* är att det är en rät linje mellan två hörn i en kvadrat eller rektangel. Denna begreppsbild är alltså entydigt kopplad till kvadrater och/eller rektanglar och omfattar inte andra månghörningar. Sett till den matematiska definitionen är det däremot så att alla månghörningar (med fler än tre hörn) kan ha diagonaler och antalet diagonaler ökar med antalet hörn, exempelvis finns det fem diagonaler i en femhörning. Den beskrivna begreppsbilden och definitionen stämmer alltså inte helt ihop. Man kan inte gå så långt så att man säger att begreppsbilden är fel, men den är otillräcklig.

Ser vi till taluppfattning så kan man när det gäller exempelvis bråktal ha olika bilder av vad ett bråk är. Dels kan man ha uppfattningen om ett bråk att det är en operation som ska genomföras, att man helt enkelt ska dividera täljare med nämnare och få ett ”svar”. Det är en typ av operationell förståelse och mer om detta följer i nästa avsnitt. En vanlig bild av bråk är annars att man uppfattar bråk som en del av en helhet, exempelvis en tårtbit i förhållande till hela tårtan. Detta är en ganska väl fungerande begreppsbild som Löwing (2008) menar är en bra utgångspunkt när man ska börja undervisa om bråk.

Bland andra begreppsbilder av bråk kan nämnas att man ser ett bråk som en del av ett antal. Detta fungerar utmärkt i de flesta fall och är också en bild som fungerar bra i inledande undervisning om bråk. Man bör dock vara uppmärksam på att denna begreppsbild fungerar sämre exempelvis när man har bråk som är större än 1 (Bentley, 2008). Hur kan man exempelvis förstås sig på bråket $\frac{7}{5}$ med en sådan begreppsbild?

Sammanfattningsvis är det vi kan ta med oss från Tall & Vinner att elever har mer eller mindre medvetna begreppsbilder av de begrepp vi arbetar med i matematiken. Lämpliga begreppsbilder kan vara till stor hjälp för elevens förståelse, men de kan också vara begränsande i de fall de är ofullständiga eller felaktiga.

### 2.3.2 Reifikation

Anna Sfard skriver i artikeln *On the dual nature of mathematical conceptions*, en av de mest citerade vetenskapliga artiklarna som rör matematikundervisning, om kontrasten mellan operationell och strukturell förståelse (Sfard, 1991). Hon exemplifierar bland annat med bråktal som hon menar dels kan ha en operationell innebörd – man ser bråket som bestående av ett heltal som ska divideras med ett annat heltal – där själva operationen är det centrala. Dels kan bråktalet ha en strukturell innebörd där man ser bråktalet som en odelbar helhet där fokus istället ligger på relationen mellan täljaren och nämnare.

Hon beskriver vidare hur hela vårt talsystem stegvis har utvidgats genom historien genom att vi först har tillämpat operationer för att sedan se de tal som uppstått genom dessa operationer som en form av egna objekt. Motsvarande utveckling för negativa tal kan beskrivas som att vi historiskt sett först såg negativa tal som ett resultat av subtraktion, ett större tal subtraheras från ett mindre, men att vi så småningom accepterade negativa tal som egna objekt.

Denna förändring i synen på matematiska objekt, att gå från en operationell förståelse till en förståelse där begreppen mer ses som egna objekt, kallar Sfard för *reifikation.* Hon menar att individens förmåga att reificera matematiska begrepp är viktig inte bara för att man ska få en bättre förståelse för de aktuella begreppen, och som lärare är det bra om man är medveten om kontrasten mellan operationell och strukturell förståelse som den presenteras i figur 2.6. Detta för att man ska kunna hjälpa eleverna från det operationella till det strukturella – att eleverna ska kunna reificera begreppen.

DUAL NATURE OF MATHEMATICAL CONCEPTIONS 33

More often than not, both students and teachers fail to acknowledge the fact which is one of the most important implications of our three-phase schema: insight cannot always be expected as an immediate reward for a person's direct attempts to fathom a new idea. The reification, which brings relational understanding, is difficult to achieve, it requires much effort, and it may come when least expected, sometimes in a sudden flash. In his pioneering book on the psychology of mathematics, Hadamard (1949) mentions an "illumination effect" which may occur after a period of

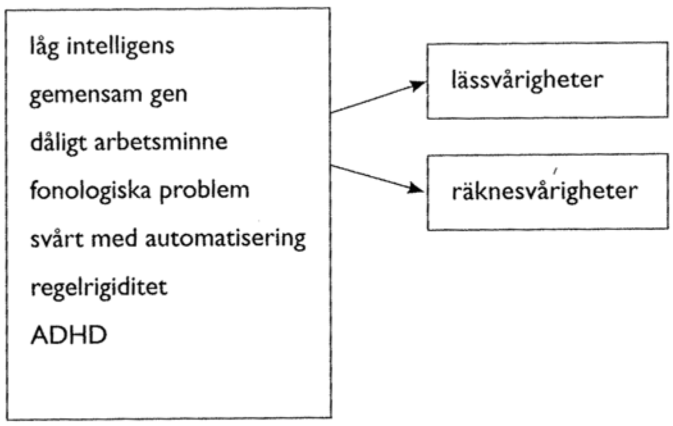
**Figur 2.6** Sammanfattning av operationell och strukturell förståelse enligt Sfard (1991, s.33).

## 2.4 Matematik, språk och kognitiva förmågor

### 2.4.1 Matematik och läsförståelse

Det finns många belägg för ett samband mellan lässvårigheter och matematiksvårigheter (Sterner & Lundberg, 2002; Lundberg & Sterner, 2006; Möllehede 2001; Skolverket, 2001). Exempelvis såg man vid en analys av resultat från PISA-undersökningen från år 2000 att 70 % av de felaktiga lösningarna vid problemlösning i matematik skulle kunna förklaras med bristande läsförståelse. En möjlig förklaring till detta resultat är att uppgifterna hade bäddats in i relativt mycket text för att öka autenciteten. Avsikten att föra matematiken närmre elevernas egen verklighet verkar då ha fått till följd att elever med svag läsförståelse fastnade i texten och inte nådde så långt att de kunde börja arbeta med matematiken i uppgifterna. Liknande problem har observerats i nationella matematikprov för gymnasieskolan (Lundberg & Sterner, 2006). Här finns också anledning att uppmärksamma att elever med annat modersmål än svenska generellt sett blir missgynnade om matematikuppgifter innehåller mycket text (Svensson, 2002).

Sambandet mellan läsförståelse och matematisk förmåga behöver annars inte vara så entydigt att den ena förmågan direkt påverkar den andra. Forskningsresultaten är svårtolkade eftersom det finns många olika parametrar att ta hänsyn till, men en annan möjlig förklaring är att det finns bakomliggande faktorer som gör att eleven får bekymmer både med läsförståelse och med matematisk förståelse. Det kan då röra sig om olika kognitiva förmågor och Lundberg och Sterner (2006) ställer upp vad de menar är de viktigaste bakomliggande faktorerna i figur 2.7.




**Figur 1.7** Viktiga bakomliggande faktorer enligt Lundberg och Sterner (2006, s.20).

### 2.4.2 Matematik och kognitiva förmågor

Utifrån resonemanget i föregående avsnitt finns det anledning att fördjupa diskussionen om kognitiva förmågor. Den kanske mest diskuterade av dessa i ett undervisningsperspektiv är arbetsminnet. Redan 1956 presenterade Miller sin artikel *The Magical Number Seven, Plus or Minus Two* där han argumenterar för att arbetsminnet är begränsat och svårt att öva upp. Arbetsminnets kapacitet hos olika individer varierar, men håller sig vanligtvis inom 7 +/- 2 bitar information (Miller, 1956).

I ett matematikperspektiv innebär detta att exempelvis vid beräkningar där lite större tal ingår så är det p.g.a. begränsningar i arbetsminnet svårt att hålla alla siffror i minnet, därav har behovet av skriftliga beräkningsmetoder vuxit fram. Senare forskning har visat att arbetsminnet har olika sidor och man skiljer på det fonologiska arbetsminnet och en del av minnet som är visuellt baserat (Lundberg & Sterner, 2006).

Att det är grundläggande kognitiva förmågor som påverkar både lässvårigheter och räknesvårigheter finns stöd för i en studie av hur årskurs 3-elever klarade nationella provet i matematik. Man konstaterar att arbetsminnets kapacitet förklarar 41 % av variansen i totalpoängen (Nyroos & Wiklund-Hörnqvist, 2011). Författarna menar att en kartläggning av elevernas arbetsminne är ett väsentligt inslag i att förstå elevernas möjligheter och begränsningar.

> The identification of specific weakness and strengths allow the teacher to target those strategies that are more prone to accomplish learning. Pupils who for example have greater impairments in verbal than visuo-spatial working memory could be helped by more concrete learning methods. Children suffering from poor visuo-spatial working memory on the other hand benefit from the use of rehearsal. (Nyroos & Wiklund-Hörnqvist, 2011, s 13)

Ett bra arbetsminne verkar också vara kopplat till en snabbare utveckling av matematisk förmåga. I en pågående studie i Nynäshamn undersöktes elevers arbetsminne och de med bättre arbetsminne gjorde större framsteg i matematik två år senare jämfört med en kontrollgrupp. (Dumontheil & Klingberg, 2012). Försök har också gjorts med att utveckla arbetsminnets kapacitet och till skillnad från den något statiska bild som ges i Miller (1956) så tyder resultaten på att ett väl utvecklat träningsprogram kan leda till en väsentlig förbättring av arbetsminnet. Detta har en potentiell stor betydelse i ett undervisningsperspektiv då arbetsminnet verkar ha stor betydelse inte bara för matematisk förmåga, utan även för läsförståelse och inlärning överhuvudtaget (Klingberg, 2010).

## 2.5 Matematikdidaktisk bakgrund till analyserade diagnos-uppgifter

I avsnitt 2.3.1 ovan redogörs för olika perspektiv på matematiklärande, men till största delen utan att något visst avgränsat innehåll är i fokus. En analys av elevsvar så som den genomförs längre fram i denna uppsats (avsnitt 6.2) bygger på matematikdidaktisk forskning som har tydligare innehållsligt fokus och i det följande ges en översikt främst med fokus på taluppfattning.

### 2.5.1 Decimaltal

Under de senaste decennierna har decimaltalen i matematikundervisningen i allt större utsträckning fått ersätta räkning med tal i bråkform. En bakgrund är att decimaltalen är mycket vanligare i elevernas vardag och att eleverna sällan stöter på annat än enkla bråktal som ”en tredjedel” eller ”en fjärdedel”. Detta är en bakgrund till att man i undervisningen har lagt en tyngdpunkt på decimaltalen när man har introducerat rationella tal (som inbegriper både decimal- och bråktal). Bråktal har fått mindre utrymme och har introducerats senare, ofta först i årskurs 4 (Engström, 1997).

I styrdokumenten kan man se något av ett trendbrott i denna utveckling i och med införandet av kursmål för årskurs 3 år 2008. Här markeras betydelsen av att ta upp bråk i matematikundervisningen genom formuleringen att ”[eleven ska] kunna dela upp helheter i olika antal delar samt kunna beskriva, jämföra och namnge delarna som enkla bråk" (Skolverket, 2009c, s.6). Jämför man med tidigare gällande kursplan, den som beskriver uppnåendemål i årskurs 5 så var formulering om bråktalens roll betydligt vagare "[eleven ska] ha en grundläggande taluppfattning som omfattar naturliga tal och enkla tal i bråk- och decimalform" (Skolverket, 2000). Det framgick inte i denna kursplan om det var någon skillnad mellan decimaltal och bråktal avseende när och i vilken omfattning de skulle behandlas.

Den plats bråk- respektive decimaltal bör ha i matematikundervisningen har varit föremål för debatt långt tillbaka i tiden. Från folkskolans införande i mitten av 1800-talet och framåt har bråktalen varit grunden och decimaltal har introducerats först när eleverna har behärskat beräkningar med bråktal. Läraren L.J. Mårtensson påpekar 1921 i en insändare i Folkskollärarnas tidning att man mycket väl kan börja med decimaltal innan man helt har behandlat bråkräkning:

> Det är åtminstone ej nödvändigt att börja med allmänna bråk före decimalbråk. Man kan ta meterstaven till åskådningsmateriel och låta metern vara en enhet o.s.v. Grunden blir då tillräckligt fast. Att man i början även lämpligen nämner ett par ord om andra sorter, är ej tillräckligt skäl att förklara hela bråkläran vara nödvändig för att riktigt fatta t.ex. femte klassens kurs av läran om decimalbråk. (Mårtensson, 1921)

Vad finns det då för didaktiska argument för respektive mot den ena eller andra ordningen? En diskussion kring detta tar lämpligen en utgångspunkt i vad ett decimaltal egentligen är och en grund är naturligtvis att förstå kopplingen till bråktalen, att exempelvis 0,02 betyder "två hundradelar" (mer om bråktal följer i nästa avsnitt). Förkunskaper för att ha en möjlighet att förstå decimaltal är att förstå skrivsättet av de naturliga talen där varje position har sitt platsvärde, exempelvis att i talet 413 så betecknar 4:an antal hundratal, 1:an antal tiotal och 3:an antal ental. Detta är något barnen vanligtvis lär sig i de tidiga skolåren och i de tidiga skolårens matematikundervisning ligger sedan mycket fokus på att kunna hantera aritmetiska beräkningar inom ett alltmer utökat område inom de naturliga talen.

När decimaltal introduceras betraktas det ofta som en ganska självklar utvidgning av talområdet och eftersom alla räkneregler som gäller för naturliga tal även fungerar för decimaltal så behandlas dessa ofta oreflekterat och eleverna instrueras att göra på samma sätt som när de räknar med naturliga tal. Detta innebär att en elev mycket väl kan genomföra en beräkning av typen $13{,}7 - 4{,}5$ och få ett korrekt svar, men ändå kan sakna begreppslig förståelse för vad 7:an respektive 5:an egentligen betecknar. (Löwing, 2008)

En språklig dimension finns också och visar sig exempelvis om en elev ska jämför de två decimaltalen 2,75 och 2,8. Det vanligaste sättet att språkligt uttrycka dessa två tal är "två komma sjuttiofem" respektive "två komma åtta". En elev som har svag begreppslig förståelse för decimaltal faller lätt tillbaka på sin förståelse för naturliga tal och om man applicerar denna på dessa två tal är det lätt att nå slutsatsen att 2,8 är mindre än 2,75 eftersom att "åtta" är mindre än "sjuttiofem". Hur vi hanterar decimaltalen språkligt har alltså betydelse för elevernas begreppsutveckling och detta är något läraren bör vara medveten om och inte oreflekterat blanda uttryckssätten "två komma sjuttiofem", "två komma sju fem" och "två hela och sjuttiofem hundradelar". Det senare uttryckssättet att föredra eftersom det ger en koppling till bråktal och säger något om vad 7:an och 5:an egentligen betecknar (ibid).

Uppgifter av den typ då två decimaltal med olika långa decimalutvecklingar (som i exemplet med 2,75 och 2,8) kan möjligen betraktas som tveksamma sett ur ett vardagsperspektiv. Det är sällan man stöter på problem av denna typ i en verklig situation och i den mån man gör det är det då ofta naturligt att göra om talen så att de får lika många decimaler eller så byter man enhet så att man helt slipper decimaler. Som om exempelvis 0,75 meter ska jämföras med 0,8 meter så är det naturligt att omvandla båda talen till centimeter (ibid)

Dock finns det en poäng i att använda denna typ av uppgifter just vid kartläggning av förståelse av decimaltal som framgår i en avhandling av den australiensiska forskaren Steinle. Man fann där att en del elever utvecklat förenklade metoder för att storleksordna decimaltal. En av dessa metoder innebar att talen jämfördes position för position vilket fungerar bra så länge båda talen har lika många decimaler. Men när dessa elever ställs inför uppgiften att jämföra exempelvis 0,45 och 0,453 tar så att säga det ena talet slut innan det andra och eleven vet inte hur den sista siffran, i det här fallet 3:an, ska hanteras. En elevmetod man fann var att eleven avrundade båda talen så att de fick lika många decimaler och sedan gjorde en jämförelse. I exemplet ovan skulle det innebära att 0,453 avrundas till 0,45 och eleven kan då inte avgöra vilket tal som är störst. Några av eleverna använde en ännu enklare förklaringsmodell där man angav det tal som störst som hade minst antal decimaler (Steinle, 2004).

Sammanfattningsvis så kräver en god förståelse för decimaltal en god förståelse för vårt positionssystem. Det är väsentligt att eleven förstår platsvärdet på varje decimal (tiondelar, hundradelar etc.) och därmed är förståelse för bråktal en nödvändig förutsättning. Det är också viktigt att vara medveten om att elever som verkar ha tillägnat sig en korrekt förståelse och kan hantera vanliga typer av beräkningar med decimaltal, ändå kan ha kvar missuppfattningar som döljer sig bakom algoritmer och procedurer.

### 2.5.2 Bråktal

Att förstå och kunna hantera bråktal vid beräkningar har vid flera studier visat sig vara svårt för svenska elever och framgår exempelvis av TIMSS 2007 (Skolverket, 2008b). En trolig orsak är att den begreppsliga förståelsen för bråk är svag. Det mest grundläggande när det gäller bråk är att eleven behöver förstå:

- nämnarens innebörd,
- täljarens innebörd, samt att
- varje tal i bråkform kan skrivas på oändligt många sätt.

(Löwing 2008, s 254)

Med att förstå nämnarens innebörd avses att eleven förstår att nämnaren har karaktär av ”enhet” eller ”sort” och syftar på en uppdelning av helheten i lika stora delar. Den andra punkten här ovan, täljarens innebörd, avser att eleven inser att detta tal säger något om hur många man har av denna ”enhet”. Till sist avser den tredje punkten att eleven förstår att ett bråk som exempelvis $\frac{3}{4}$ också kan skrivas som $\frac{6}{8}$ och $\frac{9}{12}$ etc. Med denna grundläggande förståelse kan en elev nå väldigt lång även när det gäller beräkningar där bråktal ingår (Löwing, 2008).

Ytterligare en bakgrund till elevernas svårigheter med bråktal är att de förekommer i många olika sammanhang och man kan beskriva det som att hur bråktalet uppfattas är situationsbundet. Om en elev endast har en typ av situation (eller för att referera till Tall &

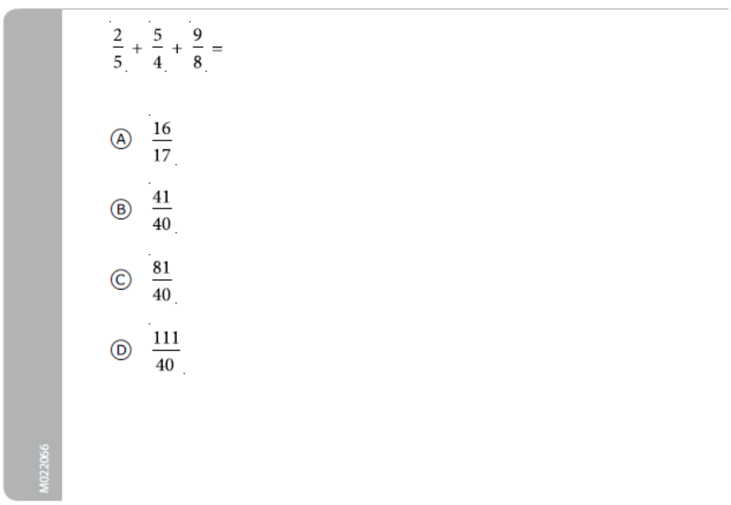
Vinner(1981) här ovan – endast en begreppsbild) som grund för sin förståelse av bråktal kan det innebära problem när eleven stöter på bråk i ett annat sammanhang. Madeleine Löwing beskriver detta som att bråktal kan ha ett antal olika ”ansikten”:

- en del av helhet
- en del av antal
- ett tal
- en proportion
- ett förhållande
- en skala
- division som metafor

(Löwing 2008, s.250)

Även de amerikanska forskarna Petit, Laird och Marsden (2010) diskuterar olika begreppsbilder elever kan ha när det gäller bråktal och konstaterar att dessa har olika kvaliteter. Eleverna klarar sig inte bara med en utan behöver se flera olika begreppsbilder för att få möjlighet att generalisera och få en begreppslig förståelse för bråktal.

I brist på djupare förståelse finns en risk att eleverna löser uppgifter med bråktal med hjälp av inlärda procedurer eller genom att de försöker överföra de räkneregler de använde med hela tal och även använda dem vid bråkräkning. Ett intressant exempel på detta kan man se i följande fråga som är hämtad från TIMSS 2007:

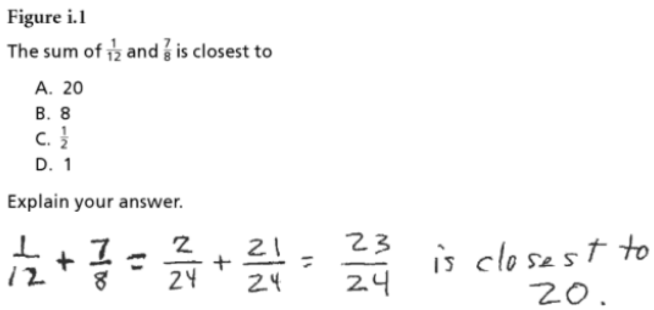



M01_09

**Figur 2.8** Uppgift M01_09 från TIMSS 2007 (Skolverket, 2008b, s.61)

Uppgiften är inte helt enkel då man behöver hitta en gemensam nämnare för nämnarna 4, 5 och 8, men mer än hälften av de svenska åttondeklassarna verkar inte ens ha försökt med detta utan har istället valt det felaktiga alternativet A. Detta tyder på att eleverna har adderat nämnare med nämnare och täljare med täljare[6]. En elev med god taluppfattning borde kunna sortera bort alternativ A även om eleven inte exakt kommer ihåg hur man gör. Detta eftersom två av bråken, $\frac{5}{4}$ och $\frac{9}{8}$, båda är större än 1 och det då är helt orimligt att summan kan bli $\frac{16}{17}$ som är mindre än 1. Det verkar som att dessa elever har tillämpat en procedur utan förankring i förståelse (Skolverket, 2008b)

Ett annat intressant exempel hämtas från en undersökning med amerikanska elever (Petit, Lairden & Marsden, 2010). En fråga med elevsvar redovisas nedan:




**Figur 2.9** Uppgift från Petit, Laird och Marsden's studie (2010, s.xi )

I elevlösningen ser man att denna elev har hittat en gemensam nämnare och utför beräkningen helt korrekt. Däremot tolkar eleven sitt svar, $\frac{23}{24}$, som att det ligger nära talet 20. Eleven verkar fokusera på de ingående talens heltalsegenskaper var för sig, snarare än att se relationen mellan talen. Detta ger en bild av att eleven korrekt lärt sig vilka regler som fungerar vid bråkräkning utan att för den skull ha någon djupare förståelse för bråktalens egenskaper. En generell iakttagelse när det gäller bråkräkning är att eleverna ofta har en procedurkunskap utan begreppslig förankring vilket leder till felräkningar när eleverna inte längre minns under vilka förutsättningar de olika procedurerna är tillämpliga (Löwing 2008).

### 2.5.3 Negativa tal

Negativa tal har använts långt tillbaka i tiden i praktiska sammanhang, exempelvis för att representera skulder. Däremot har det funnits ett motstånd mot att se negativa tal som matematiska objekt med samma legitimitet som de naturliga talen, bl.a. beroende på att geometrin historiskt har haft en viktig ställning inom matematiken och med en geometrisk utgångspunkt så saknar negativa tal mening (sträckor eller areor kan inte vara negativa). Matematikens utveckling, främst i form av ökad användning av algebraiska metoder, ledde så småningom till en mer utbredd acceptans av de negativa talen i Europa under 1700-talet. (Kilhamn, 2011).

[6] De har beräknat $2 + 5 + 9 = 16$ och $5 + 4 + 8 = 17$ och får därför $\frac{16}{17}$

Den historiska utvecklingen av de negativa talen har ett visst intresse då den illustrerar en del begreppsmässiga svårigheter som möjligen också kan ha betydelse för undervisning om negativa tal. Kilhamn sammanfattar dessa svårigheter:

- Negativa tal sågs tidigt som motsatta kvantiteter men begränsades då till situationer där negativa kvantiteter är meningsfulla.
- Geometriska bevis spelade en stor roll, men somliga teckenregler för operationer med negativa tal blev inte geometriskt meningsfulla eftersom negativa sträckor saknar mening.
- Ett negativt tal beskrevs länge som "ett tal som ska subtraheras", vilket gjorde det svårt att särskilja minustecknets två betydelser: subtraktion och negativitet.
- Talet 0 var länge enbart ett uttryck för "ingenting" och inte ett tal med samma status som andra tal.
- När tallinjen infördes för negativa tal var det en delad linje där noll var utgångspunkten för två linjer åt motsatt håll, inte en enad linje där alla tal har samma status. (Kilhamn, 2011, s 268)

Vid studier av elevuppfattningar kring negativa tal är det en del problem som återkommer. Ett vanligt misstag är att eleven har lärt sig regeln att ”minus och minus blir plus”, men inte riktigt har förstått villkoren för denna regel. Om så eleven också saknar en väl förankrad förståelse för negativa tal som sådana resulterar detta lätt i fel av typen: $-2-3=5$ eller: $-3-(-8)=-11$ i det senare fallet med motiveringen att tre minustecken gör att det blir negativt.

Ett annat bekymmer är att en del elever hanterar subtraktioner som om räknesättet är kommutativt. Detta kan, åtminstone i en del fall, hänga samman med en metafor av negativa tal som objekt och eftersom det är svårt att tänka sig ett negativt antal objekt (med några undantag, exempelvis skulder) har eleven också då svårt att överhuvudtaget acceptera och hantera negativa tal. Detta återspeglar sig i att eleven vid uppgifter av typen $9-13=-4$ vänder på beräkningen, d.v.s. hanterar subtraktionen kommutativt, och istället beräknar $13-9=4$ .

Kilhamn menar i sin avhandling om negativa tal att eleverna använder flera olika metaforer för negativa tal, exempelvis tallinjen och skulder. Dessa metaforer har olika möjligheter och begränsningar och dessa behöver lyftas fram i undervisningen. Detta är något som bör göra betydligt tidigare än i årskurs 8 då man vanligen börjar räkna med negativa tal. (Kilhamn, 2011)

# 3 Syfte och frågeställningar

Det övergripande syftet med denna studie är att söka få en bild av elevers kunskaper i matematik när de påbörjar sina gymnasiestudier. Diagnosens utformning begränsar vilka frågeställningar som är möjliga att besvara och är en bakgrund till att taluppfattning och aritmetik står i fokus. TIMSS, PISA och de nationella proven, så som de redogjorts för i litteraturgenomgången i kapitel 2, utgör en intressant bakgrund. Dataunderlaget i denna uppsats möjliggör analyser liknande de som gjorts i ovan nämnda studier och en utgångspunkt vid formulerande av frågeställningar blir därför att resultaten i någon mån ska vara jämförbara med TIMSS, PISA och de nationella proven.

I den teoretiska bakgrunden redogörs för begreppsbildning inom matematik speciellt med fokus på taluppfattning och även i relation till elever som uppvisar svårigheter att tillägna sig grundläggande begrepp. Delar av underlaget möjliggör en djupare analys av lågpresterande elevers begreppsförståelse och därför formuleras en frågeställning som berör detta.

Kartläggning av kunskaper kan ske på olika sätt och med olika syften, vilket redogörs för i den teoretiska bakgrunden, och en tredje frågeställning formuleras därför som rör vilken funktion en diagnos av den här typen kan ha på en gymnasieskola.

Sammanfattningsvis vill jag i denna uppsats söka svar på frågorna:

1. Vad kan man utifrån diagnosresultaten säga om elevernas kunskapsnivå och vilka förändringar av kunskapsnivån kan man se under de elva åren?
2. Vilka kunskaper inom grundläggande taluppfattning och aritmetik har lågpresterande elever när de börjar gymnasiet och vilka förutsättningar har dessa elever att klara av gymnasiets inledande matematikkurs?
3. Hur fungerar denna typ av diagnos som instrument för att kartlägga elevernas matematikkunskaper, speciellt avseende att hitta elever som är i behov av extra stöd i matematik?

# 4 Uppsatsens vetenskapliga teoriram

Inom ämnet för denna uppsats, matematikdidaktik, finns inget tydligt forskningsparadigm när det gäller metoder, principer, eller normer för verifiering och kvalitet (Niss 2001). Underlaget utgörs här till stor del av kvantitativa data och därmed ligger det nära till hands att ta en positivistisk utgångspunkt, något som ofta kännetecknas av ett huvudsakligt intresse för empirin och det mätbara (Danermark, 2009). Å andra sidan kan man notera att begreppet *kvantitativ* i första hand syftar på dataunderlagets karaktär och inte epistemologin och därför finns, som exempelvis Rodney Åsberg (2001) påpekar, inget enkelt och entydigt samband med positivismen.

I denna uppsats ingår också en analys av mer kvalitativ karaktär där ambitionen är att nå längre och djupare än vad den kvantitativa analysen ensamt kan resultera i. Det finns därför anledning att sortera in den vetenskapsteoretiska ansatsen i uppsatsen under det epistemologiska begreppet *kritisk realism.* Det som kännetecknar kritisk realism är en medvetenhet om empiriska observationers begränsningar och en analys i olika nivåer (Alvesson & Sköldberg, 2008). Den övergripande nivån i denna uppsats utgörs av kvantitativa analyser av hela diagnosmaterialet, medan granskningen av enskilda elevers matematikkunskaper utgör en djupare nivå där bakomliggande strukturer hos resultatet analyseras.

Möjligen vore det mer riktigt att inleda detta avsnitt med ett resonemang kring ontologi, men som Allwood och Eriksson påpekar:

> För att kunna diskutera hur världen är beskaffad måste man ha någon idé om under vilka förhållanden vi vågar lita på vår kunskap om världen, och för att kunna säga något om denna kunskap måste man ha någon idé om den värld som kunskapen genereras i och som den handlar om.(Allwood & Eriksson, 1999, s.23).

De menar alltså att ontologi och epistemologi inte helt går att särskilja och när det gäller kritisk realism förutsätter den ett dualistiskt perspektiv som får ses som den ontologiska utgångspunkten i denna studie - elevernas matematikkunskaper utgör studieobjektet som jag genom min analys försöker skapa en bild av.

En viktig grund för uppsatsen är redovisningen av den teoretiska bakgrunden och forskningslitteraturen. Genom att ta en utgångspunkt i teoretiska resonemang och relatera dessa till analyser av empirin uppstår ett växelspel mellan teori och empiri som motsvarar en hypotetisk-deduktiv metod (Wallén, 1996). I denna uppsats föreligger alla diagnosresultat vid analysens början och en medvetenhet om tidigare forskning inom området gör det möjligt att formulera frågor som är testbara mot den här aktuella empirin.

# 5 Metod

Analysmetoder och frågeställningar har tagits fram i ett samspel med utgångspunkt från vad som har varit möjligt att göra utifrån det redan befintliga dataunderlaget. Den diagnos som har använts har många förtjänster men också vissa brister vilka begränsar möjligheterna att få djupare kunskaper om elevernas förståelse.

Det ganska omfattande dataunderlaget i form av antal poäng på diagnosen och dess olika delar inbjuder till en kvantitativ analys vars metoder beskrivs i avsnitt 5.2.1. För den sista årgången fick jag möjlighet att granska elevsvaren från en grupp elever med låga resultat och hur denna analys har gått till redogörs för i avsnitt 5.2.2. Genom att inhämta betyg i Matematik A har relationen mellan diagnosresultat och senare prestationer i matematik kunnat studeras. Metod för detta beskrivs i avsnitt 5.2.3. Även en korrelationsanalys har genomförts och denna beskrivs i avsnitt 5.2.4.

Inledningsvis redogörs för diagnosens bakgrund och genomförande. Sist i metoddelen återfinns en diskussion kring studiens tillförlitlighet och etiska ställningstaganden redovisas.

## 5.1 Diagnosen

### 5.1.1 Ursprung och konstruktion

I slutet av 1990-talet satsade Borås kommun på att genomföra en matematikdiagnos för samtliga elever som började gymnasiet. Bakgrunden var den nyss genomförda gymnasiereformen som innebar att alla gymnasielever skulle läsa matematik på gymnasiet. Man såg att många elever hade bristande kunskaper med sig och ville få en överblick över hela kommunen. Uppdraget att sätta samman en diagnos gick till några matematiklärare inom Komvux i Borås med Joanna Freding som sammankallande. De konstruerade en diagnos i fyra delar: taluppfattning, aritmetik, geometri och huvudräkning. De konstruerade egna uppgifter med stöd av läroböcker och egen erfarenhet undantaget den fjärde delen om huvudräkning som kopierades från Skolöverstyrelsens material (Joanna Freding, personlig kommunikation, 4 februari, 2011).

Diagnosen har använts under många år i Borås kommun, men i olika revisioner. Man kan notera att den inte täcker allt innehåll i grundskolans kursplan, exempelvis finns inget om algebra i diagnosen. Detta var, enligt Joanna Freding, en medveten begränsning för att kunna fokusera på den mest grundläggande matematiken och för att inte diagnosen skulle bli allt för omfattande och ta för lång tid att genomföra med elever. Den version som är underlag för denna uppsats är den som användes i Borås kommun höstterminen 1999 och består av fyra delar med 56 uppgifter som kan ge sammanlagt 70 poäng. Hela diagnosen finns som Bilaga 1.

#### *5.1.1.1 Del 1 – Taluppfattning*

Denna del har rubriken ”Tal i olika form” och avser att kartlägga hur god taluppfattning eleven har. Av de 23 uppgifterna berör 8 uppgifter decimaltal, 6 uppgifter bråktal och 4 uppgifter berör sambandet mellan bråk- och decimaltal. Resterande 5 uppgifter berör negativa tal. Uppgifterna är antingen av flervalstyp (5 uppgifter) eller öppna (18 uppgifter). Inte i något fall krävs motivering eller beräkning, utan endast svar krävs.

#### *5.1.1.2 Del 2 – Aritmetik*

Denna del har rubriken ”De fyra räknesätten och vardagsmatematik” och avser att kartlägga hur väl eleven klarar att tolka textuppgifter och att använda de fyra räknesätten. Samtliga 7 uppgifter är textuppgifter och kräver användning av ett eller flera av de fyra räknesätten. De tre sista uppgifterna berör procenträkning. Vid varje uppgift finns utrymme att redovisa både beräkning och svar.

#### *5.1.1.3 Del 3 – Geometri*

Denna del avser att kartlägga hur väl eleven klara olika geometriska uppgifter. Av de 14 uppgifterna berör 4 uppgifter vinklar, 7 uppgifter berör tvådimensionella figurer (inkl. area/omkrets), 1 uppgift berör tredimensionella kroppar (inkl. volym) och 2 uppgifter berör längdskala. 4 av uppgifterna innebär att eleven ska rita någonting, i 5 av uppgifterna krävs en redovisning av beräkning i övriga räcker det med ett svar.

#### *5.1.1.4 Del 4 – Huvudräkning*

Denna del har rubriken ”Huvudräkning” och avser att kartlägga hur eleven klarar av att göra överslagsberäkningar. De 9 uppgifterna består av textuppgifter med enkla aritmetiska problem. 5 av uppgifterna är flervalsuppgifter. I 4 av uppgifterna ska eleven tolka med ord vad vissa beräkningar står för.

### 5.1.2 Diagnosfrågor i relation till styrdokument

#### *5.1.2.1 Kursplanen*

Kursplanen i matematik för årskurs 9 enligt Lpo94 är inte speciellt tydlig med vilket innehåll som eleven ska behärska för att anses ha nått upp till målen (se diskussion om detta i avsnitt 2.1.2.1 ovan). En översiktlig bedömning är att diagnosens samtliga 56 uppgifter är av så pass grundläggande karaktär de faller inom uppnåendemålen i årskurs 9.

#### *5.1.2.2 Nationella ämnesprov*

För att i någon mån bekräfta denna bedömning har jag jämfört de i diagnosen ingående uppgifterna med nationella ämnesprov i matematik för årskurs 9 och underförstår därmed att de nationella proven är en kompletterande del av styrdokumenten. Ett antal prov från olika årgångar finns tillgängliga via internet från hemsidan för PRIM-gruppen, Stockholms universitet, som är ansvariga för utformning av proven. Jag har i denna jämförelse studerat ämnesproven från vårterminerna 2004, 2006, 2007, 2008 och 2009 (PRIM-gruppen, u.å.). Jag behandlar främst de delar inom taluppfattning och aritmetik som är i fokus i denna uppsats.

*5.1.2.3 Del 1*

I del 1 av diagnosen bedöms 14 av 23 uppgifter ha lika eller liknande formuleringar som uppgifter som förekommer i ämnesproven. Samtliga dessa uppgifter är enligt bedömningsanvisningarna på nivån godkänd (d.v.s. att de ger G-poäng vid rätt svar). Av de uppgiftstyper som inte återfinns i ämnesproven berör uppgift 10, 11 och 18 i diagnosen beräkningar där bråktal ingår. Uppgift 10 och 11 är av grundläggande karaktär och bör rymmas inom uppnåendemålen för årskurs 9. Uppgift 18 har formuleringen

Beräkna och skriv svaret i bråkform: $1\frac{2}{10} - 0{,}3$

och utifrån de resonemang som redovisas i den teoretiska bakgrunden (se avsnitt 2.5) är det ingen tvekan om att denna uppgift bör rymmas inom uppnåendemålen för årskurs 9, men utifrån en analys av styrdokument och nationellt prov är detta inte lika självklart. Att på detta sätt i beräkningar blanda bråk- och decimaltal är inget som återfinns explicit varken i kursplanen eller i ämnesproven och en möjlig tolkning av detta förhållande är att det faktiskt inte är ett uppnåendemål att eleverna ska behärska detta.

Uppgift 6 och 14 i diagnosen berör hur decimalerna i decimaltal benämns (”tiondelar” respektive ”hundradelar”) och uppgifter av denna typ återfinns inte i ämnesproven, men bedöms ändå ligga inom uppnåendemålen.

Uppgift 22 och 23 i diagnosen rör beräkningar med negativa tal. Det finns liknande uppgifter i ämnesproven, men då situationsbundna d.v.s. sådana man ibland kallar benämnda uppgifter eller textuppgifter, och en bedömning är därför att även dessa ligger inom uppnåendemålen.

*5.1.2.3 Del 2*

I del 2 av diagnosen, som innehåller textuppgifter, så bedöms 3 av 7 uppgifter vara lika eller likna uppgifter som finns i ämnesproven. Av de övriga uppgifterna berör uppgift 1 beräkningar med tid som oftast behandlas i tidigare skolår och därför bör ligga inom uppnåendemålen. Motsvarande gäller för uppgift 2 och 5, fastän det i uppgift två handlar om enheter för vikt och i uppgift 5 om procent.

Uppgift 9 har formuleringen

Lisa kokade 3,15 liter saft som ska hällas på 9 flaskor. Hur många cl rymmer varje flaska?

och här behöver eleven göre en enhetsomvandling och en division. Att beräkna detta med papper och penna, eller med huvudräkning, är möjligen något som yngre elever är mer vana vid då många har vant sig av med detta och istället använder miniräknare i årskurs 9 och därmed kan ha svårare för denna typ av uppgift. Det är dock knappast någon tvekan om att det som uppgiften testar ligger inom uppnåendemålen.

*5.1.2.4 Sammanfattande om styrdokument och nationella prov*

Innehållsmässigt bedöms de diagnosfrågor som analyserats ligga inom uppnåendemålen, möjligtvis med något enda undantag. Största frågetecknet här är relationen mellan bråk- och decimaltal där kursplanen och ämnesproven ger intryck av att uppnåendemålen möjligen ligger på en lägre nivå än vad som krävs i diagnosen. Ser man till uppgifternas karaktär innehåller diagnosen en större andel ”nakna” uppgifter, medan ämnesproven har fler textuppgifter som också ibland satts i ett tematiskt sammanhang.

De två sista delarna i diagnosen har inte analyserat i detalj på samma sätt, men en översiktlig jämförelse med ämnesproven ger vid handen att frågorna även i dessa delar till största delen har liknande utformning som i de nationella proven.

Viktigt att uppmärksamma är också vad som inte ingår i diagnosen, men som finns representerat i kursplan och ämnesprov. Det handlar om uppgifter som berör algebra, statistik, sannolikhet och funktioner.

### 5.1.3 Genomförande och uppföljning

Att ha en gemensam matematikdiagnos vid skolstart var något som diskuterades på den gymnasieskola där jag började arbeta hösten 1998. Vi efterhörde möjligheten att använda samma diagnos som de använde i Borås kommun och genomförde sedan denna diagnos varje år från och med höstterminen 2000 fram till och med höstterminen 2010. Diagnosen var oförändrad under dessa elva år.

Diagnosen har genomförts av alla elever i årskurs 1 på den aktuella gymnasieskolan under någon av de första lektionerna på höstterminen. Att använda miniräknare har inte varit tillåtet. Diagnosen har genomförts på nationella program vilket innebär att alla elever har minst betyget G med sig från grundskolans matematik. Det förekommer något år att resultat från elever på individuella programmet tagits med, men då endast de som har G i matematik från grundskolan. Varje lärare har ansvarat för att genomföra diagnosen i sin(a) klass(er). En del lärare har valt att genomföra del 1-3 vid ett tillfälle och del 4 vid ett annat. Eleverna har i förväg informerats om att resultatet är tillfälle för läraren att kartlägga vad varje enskild elev har för kunskaper. De har också informerats om att hela skolans resultat kommer att sammanställas och att elevnamnen ej finns med i denna sammanställning.

Hur resultatet har följts upp på skolan har varierat något under åren, men huvudsakligen har tre delar ingått: den enskilde lärarens användning av resultatet i ett formativt syfte, skolgemensamma satsningar på att ge stöd åt elever med låga resultat samt återkoppling av diagnosresultat till lärare på gymnasieskolan och avlämnande grundskolor. Hur de enskilda lärarna har använt diagnosresultatet har varierat stort och det har förkommit att lärare inte alls använt sig av diagnosresultatet, medan andra lärare i detalj granskat diagnosresultatet och diskuterat dessa med den enskilde eleven för att planera undervisningen.

De skolgemensamma satsningar som gjorts har bestått av erbjudande om extra hjälp i matematik i form av en ”mattestuga”. Med detta avses en viss lokal där det några tider i veckan fanns en eller flera matematiklärare tillgängliga och dit elever frivilligt och i mån av tid kunde gå och få hjälp. Alla skolans elever har varit välkomna, men de med låga resultat på diagnosen har särskilt uppmanats att gå dit. Man kan inte säga att denna verksamhet varit så framgångsrik som förhoppningarna varit, detta eftersom få av de elever som verkligen hade behov av extra mattestöd gick dit. Många gånger har majoriteten av de elever som besökt ”mattestugan” utgjorts av elever som vill nå de högre betygen. På skolan har också funnits speciallärare som har kunnat erbjuda ett antal elever extra hjälp i matematik, antingen enskilt eller i mindre grupper. Beroende på resurstilldelning och på hur många elever som har tackat ja till erbjudandet har omfattningen varierat under åren.

På möten har skolans hela resultat diskuterats i matematiklärarkollegiet och med skolledningen. Matematikundervisningens uppläggning har diskuterats och i samråd har tidsupplägg och extrainsatser (som de ovan beskrivna) planerats. Varje år har representanter för de avlämnande grundskolorna inbjudits till möten där diagnosresultatet diskuterats och även om dessa möten varit relativt informella har diskussioner förts kring problematiken i övergången grundskola -gymnasieskola med mål att nå en större samsyn.

### 5.1.4 Undersökningsgrupp

Den aktuella gymnasieskolan ligger i en kommun som kan beskrivas som en landsortskommun med knappt hälften av befolkningen boende i centralorten och resten i mindre tätorter eller på landsbygden. Medelinkomst och generell utbildningsnivå ligger under riksgenomsnittet. Andelen utlandsfödda är 10 %, vilket också är något under riksgenomsnittet (SCB, 2012). Skolan kan beskrivas som medelstor där de flesta av de nationella programmen har erbjudits och totala elevantalet har under perioden varierat mellan 1000 och 1500 elever. Av kommunens ungdomar har majoriteten gått på skolan och även en andel av ungdomarna från en angränsande kommun har gått på skolan.

Man bör notera att samtliga ungdomar som påbörjat ett nationellt program på den aktuella skolan har gjort diagnosen, dock inte alla ungdomar i kommunen. Man kan alltså inte se den här aktuella undersökningen som en totalundersökning i kommunen. Dels omfattas inte de elever som har gått individuella programmet och dels har det varje år funnits ett antal ungdomar som har genomfört sin gymnasieutbildning utanför kommunen.

### 5.1.5 Befintlig databas över diagnosresulatat

Varje år samlades resultaten in från de olika lärarna och lades in i en databas. De data som nu finns kvar från de elva åren utgörs av 4588 diagnosresultat, dock ej själva pappersbladen som eleverna har skrivit på (annat än i undantagsfall). Elevernas namn och resultat finns bevarade på papperslistor för åren 2000-2006 och databasen för dessa år innehåller endast löpnummer och inga namn. För åren 2007-2010 finns elevnamnen direkt i databasen tillsammans med löpnummer.

För varje post i databasen finns följande data: Löpnummer, gymnasieprogram, tidigare grundskola, poäng del 1, poäng del 2, poäng del 3, poäng del 4 samt totalpoäng (och för årgång 2007-2010 även elevnamn).

## 5.2 Val av analysmetoder

I en ideal forskningsprocess utgår man från en ganska vid frågeställning, ett problemområde som man fördjupar sig inom genom att ta del av tidigare forskningsresultat. Utifrån denna inläsning av relevant litteratur avgränsar man sin frågeställning och överväger också, med stöd i metodlitteratur, vilka metoder som är möjliga att använda för att söka svar på de uppställda frågorna (Stukat, 2011). I denna uppsats har gången varit något annorlunda då det mesta av dataunderlaget redan förelåg när studien inleddes. De metodiska övervägandena i denna studie har därför snarare handlat om att avgöra vilka frågor som är möjliga att besvara utifrån det aktuella dataunderlaget och vilka metoder som då är tillämpliga.

### 5.2.1 Analys av kunskapsnivå och dess förändring över tid

*5.2.1.1 Bakgrund till val av analysmetod*

I kapitel 2 görs en genomgång av studierna TIMSS och PISA samt redovisas analys av resultat från nationella prov. Med stöd i metodlitteratur, som exempelvis *Statistisk verktygslåda* (Djurfelt, Larsson & Stjärnhagen, 2003), har metoder för kvantitativ analys utformats så att en jämförelse ska vara möjlig med dessa tre ovan nämnda studier. Denna analys svarar huvudsakligen mot den första frågeställningen i denna uppsats.

*5.2.1.2 Beskrivning av analysmetod*

Databasen innehåller allt som allt 4588 poster med totalpoäng och poäng för diagnosens olika delar. Med hjälp av programmet *SPSS* har olika kvantitativa analyser genomförts för att få en bild av elevernas kunskapsnivå och dess förändring över tid. En huvudfråga har varit om man kan se någon förändring av kunskapsnivån under de elva åren. Detta har studerats genom att för varje årgång beräkna medelvärden för totalpoäng och de olika delarna i diagnosen. Resultatet presenteras i ett linjediagram (figur 6.1).

För att se om några förändringar skett i olika undergrupper har även de högst respektive lägst presterande eleverna urskilts för varje årgång. Detta har gjorts genom att beräkna medelvärdet för de 20 % av eleverna som har högst respektive lägst totalpoäng. Resultatet presenteras i ett linjediagram (figur 6.2).

För att få en uppfattning av svårighetsgraden på diagnosen och fördelningen av resultaten har totalpoängen för alla 4588 elever redovisats i ett histogram (figur 6.3). En kompletterande bild av fördelningen av diagnosresultaten fås genom att elevernas totalpoäng för varje år delats upp i klasserna 0-30p, 31-50p och 51-70p. Hur stor andel av eleverna som hamnar inom respektive klass presenteras i ett stapeldiagram (figur 6.4).

### 5.2.2 Analys av matematisk förståelse hos elever med låga diagnosresultat

*5.2.2.1 Bakgrund till val av analysmetod*

Under det inledande arbetet med denna uppsats öppnade sig möjligheten även för en mer kvalitativ analys av diagnosresultaten. Genom matematikansvarig på den aktuella skolan fick jag reda på att ett mindre antal diagnoser med elevsvar från senaste årgången fanns tillgängliga, däribland alla elever med 30 poäng eller mindre. I den teoretiska bakgrunden i uppsatsen redovisas forskning kring begreppsbildning i matematik i generella termer, samt mer specifikt inom taluppfattning. Detta utgör en nödvändig kunskapsbas för att kunna analysera dessa elevsvar och bedöma i vilken utsträckning de uppvisar begreppslig förståelse. Även här har de stora undersökningarna utgjort en referenspunkt och metodiskt har speciellt djupanalysen av TIMSS 2007 (Skolverket, 2008b) studerats. Kategorisering och redovisning har delvis gjorts i samklang med denna analys och därmed uppstår en viss jämförbarhet även i denna del. Denna analys berör huvudsakligen frågeställning två i uppsatsen.

#### *5.2.2.2 Beskrivning av analysmetod*

Höstterminen 2010 samlade specialläraren på skolan in alla diagnoser där eleven hade 30 poäng eller mindre i totalpoäng. Dessa totalt 47 diagnoser har analyserats med målsättningen att skapa en bild av varje enskild elevs förståelse. För att begränsa omfattningen på denna uppsats och hålla ett tydligt fokus har jag valt att endast granska del 1 och 2 i diagnosen som handlar om taluppfattning och aritmetik. Analysen har skett ur två perspektiv. Det första perspektivet innebär att på detaljnivå granska varje elevs svar på varje enskild fråga och inordna svaren i kategorier utefter uppvisad förståelse. Detta innebär att de kategorier som återfinns i resultattabellerna (tabell 6.1 - 6.8) i de flesta fall är väl kända sedan tidigare matematikdidaktisk forskning och analysmetoden som sådan används ofta när elevers förståelse ska kartläggas, exempelvis i djupanalysen av matematikkunskaper som görs i TIMSS 2007 (Skolverket 2008b).

Ett andra perspektiv är något vidare genom att en samlad bedömning görs av den enskilde elevens redovisade svar på alla uppgifter som berör ett visst innehållsligt område. Jag har granskat diagnosuppgifternas utformning i relation till den kursplan i matematik som var aktuell för dessa elever - Lpo 94. Av de sammanlagt 30 uppgifterna i de två första delarna av diagnosen har många ett väl avgränsat innehåll medan andra är något bredare till sin karaktär (För en översikt se tabell i bilaga 2). Mot bakgrund av formuleringar i kursplanens mål och diagnosens utformning har det varit möjligt att urskilja följande innehållsliga områden:

- Förståelse för decimaltal
- Förståelse för bråktal
- Förståelse för relationen mellan bråk- och decimaltal
- Förståelse för negativa tal
- Förståelse för procentberäkningar
- Förståelse för val av beräkningsmetod och genomförande av beräkningar i aritmetiska textuppgifter.

För varje elevdiagnos granskades de frågor som berörde ”Förståelse för decimaltal” och en bedömning gjordes av den förståelse elevens lösningar visar prov på. Därefter fortsatte analysen enligt nästa punkt ”Förståelse för bråktal” o.s.v., punkt för punkt och elev för elev. Analysen har utgått från matematikdidaktisk forskning kring elevers förståelse såsom beskrivs litteraturgenomgången tidigare i denna uppsats och mer utförligt redogjord för exempelvis i *Grundläggande aritmetik* (Löwing, 2008).

För att kunna beskriva elevernas förståelse behövs en skala och som en utgångspunkt togs de värdeord som finns beskrivna i kommentarmaterialet som hör till den senaste kursplanen i matematik för grundskolan (Skolverket, 2011d). För en nivå över nivån för godkänd används värdeordet **god** förståelse. En förståelse i nivå eller på gränsen till godkänd beskrivs med värdeordet **viss** förståelse (Skolverket 2011d, s.31). Skolverket har i kommentarmaterialet inte definierat några värdeord för nivåer under godkänd, men vid en granskning av elevsvaren har jag funnit anledning att här använda två nivåer. En som motsvarar att eleven inte visar på någon kunskap alls, kanske saknas svar på de aktuella uppgifterna, samt en nivå ovanför detta där eleven klarar någon enstaka uppgift eller del av uppgift. Den sistnämnda nivån väljer jag att beskriva med värdeordet **ringa** förståelse och när det gäller elever som inte visar prov på någon kunskap alls väljer jag att skriva att de visar **ingen** förståelse. En översikt finns här nedan i tabell 5.1.

**Tabell 5.1** Värdeord för att beskriva elevernas förståelse

| **Ingen** förståelse | **Ringa** förståelse | **Viss** förståelse | **God** förståelse |
|---|---|---|---|
| Eleven har inte svarat alls eller så är svaren sådana att ingen förståelse alls kan utläsas av svaren. | Eleven har klarat någon enstaka uppgift eller del av uppgift, men på en nivå tydligt under vad som motsvarar godkänd i årskurs 9. | Eleven har klarat uppgifter på en nivå i närheten av vad som motsvarar godkänd i årskurs 9. | Eleven har klarat uppgifter på en nivå över vad som motsvarar godkänd i årskurs 9. |

Analysen för de 47 eleverna har sammanställts i en matris (tabell 6.9). Som en jämförelse har även en grupp elever med högre totalpoäng analyserats på samma sätt. Denna s.k. kontrollgrupp består av 29 elever med totalpoäng mellan 31 och 70 poäng och analysen av deras diagnossvar redovisas i tabell 6.10.

### 5.2.3 Analys av relationen mellan betyg och diagnosresultat

*5.2.3.1 Bakgrund till val av analysmetod*

I den teoretiska genomgången tidigare i denna uppsats redovisas resultat från Borås kommun från hösten 1999 och i en artikel i *Borås Tidning* kommenteras resultatet och farhågor uttrycks att många elever kommer ha svårt att nå G i Matematik A (Bengtsson, 1999, 8 december). En av de bärande tankarna bakom genomförandet av diagnosen på den i den här uppsatsen aktuella skolan har under alla år varit att försöka fånga upp dessa elever som riskerar att ej nå upp till G i Matematik A. För att kunna avgöra om detta fungerat eller ej behöver en uppföljning av något slag göras. Man hade kunnat tänka sig någon typ av enkät- eller intervjustudie där ett urval av elever och undervisande lärare redogjort för hur de upplevt matematikundervisningen på gymnasiet. Denna metod har dock bedömts vara allt för tids- och arbetskrävande, inte minst med tanke på att det förväntade resultatet i första hand besvarar frågan *Hur har matematikundervisningen fungerat på gymnasieskolan?* snarare än någon av de frågor som är aktuella i denna uppsats.

För att ändå kunna skapa någon sorts bild av hur väl diagnosen fungerat har istället ett mer kvantitativt angreppssätt valts. Genom att inhämta betyg från skolan har relationen mellan diagnosresultatet och betyg i Matematik A kunnat studeras. Eftersom ingen information inhämtats om undervisningens utformning under Matematik A bör man vara försiktig med vilka slutsatser som dras utifrån denna analys. De resultat som erhålls bör betraktas som indikativa, dock bör det vara möjligt att med lite större säkerhet dra någon slutsats om diagnosens olika delars relativa betydelse för senare prestationer i matematik.

*5.2.3.2 Beskrivning av analysmetod*

Med rektors tillstånd har betygskataloger i Matematik A hämtats ut från den aktuella skolan. Befintlig databas har kompletterats med aktuellt betyg i Matematik A. Inledningstanken var att göra detta för vart och ett av de elva åren, men ett relativt stort bortfall det första granskade året, höstterminen 2000, gjorde det mindre intressant att lägga ner detta arbete på hela materialet. Därför är denna del av undersökningen begränsad till elever som började höstterminen 2000, samt en del av de elever som började höstterminen 2010 vilka är av speciellt intresse eftersom de ingår i den analys av elevsvar som beskrivs i avsnitt 5.2.2 ovan.

För de elever som skrev diagnosen höstterminen 2000 presenteras relationen mellan totalpoäng och betyg i ett lådagram (benämns även ibland med den engelska termen *boxplot*) där totalpoäng återfinns på den horisontella axeln och betyg på den vertikala (figur 6.5). Även relationen mellan poängen på de olika delarna och betyg redovisas i lådagram (figur 6.6 - 6.9).

För de 47 elever från årgång 2010 vars svar har analyserats (se avsnitt 5.2.2) har tabellen 6.1 kompletterats med ytterligare en kolumn med uppnått betyg i Matematik A. Detta gör det möjligt att för var och en av dessa 47 elever att samtidigt betrakta vilken förståelse de uppvisat i samband med att de skrev diagnosen och vilket betyg de sedan fått i Matematik A. De 47 elevernas betyg i Matematik A har även sammanställt i ett cirkeldiagram (figur 6.10).

## 5.2.4 Analys av korrelation mellan diagnosens olika delar

*5.2.4.1 Bakgrund till val av analysmetod*

Den diagnos som analyseras i denna uppsats har karaktären av översiktsdiagnos och har genomförts i början av höstterminen i årskurs 1. Som påpekas i den teoretiska bakgrunden i kapitel 2 kan en kartläggning av kunskaper ske på olika sätt och det finns anledning att fråga sig om den diagnos som använts här är effektivt utformad eller om det finns alternativa sätt som är lika bra eller bättre. Detta är en frågeställning som kräver omfattande analyser för att kunna fullständigt besvaras, något som inte är ambitionen i denna uppsats. Givet det dataunderlag som föreligger finns det ändå möjlighet att med små medel få en indikation på om diagnosen är effektivt utformad. Resultatet av denna analys utgör ett kompletterande underlag för att kunna besvara den tredje frågeställningen i denna uppsats.

*5.2.4.2 Beskrivning av analysmetod*

En hög korrelation mellan diagnosens olika delar kan tyda på att de testar ungefär samma sak och indikerar att diagnosen kan utformas på ett effektivare sätt. För att testa detta har en korrelationsanalys (Pearsons produktmomentkorrelation) gjorts med hjälp av programmet *SPSS*. Resultatet redovisas i tabell 6.11.

## 5.3 Studiens tillförlitlighet

### 5.3.1 Validitet

Hur man ska se på tillförlitligheten i denna studie är avhängigt vilken av frågeställningarna som är i fokus. När det gäller generell kunskapsnivå i matematik har den aktuella diagnosen uppenbara brister då viktiga bitar av kursplanen saknas, både vad gäller innehåll och förmågor. Skulle ambitionen med denna analys vara att fastställa om eleverna nått upp till grundskolans mål eller inte skulle man få ett resultat med låg validitet. Detta är en bakgrund till att denna typ av frågeställningar har undvikits och att fokus i analysen istället har varit att analysera vissa delområden och förändringar över tid där validiteten i resultaten bedöms vara högre.

### 5.3.2 Reliabilitet

Sett till frågeställningen att se hur kunskapsnivån har förändrats över tid så är reliabiliteten hög då diagnosen genomförts på samma sätt varje år och med exakt samma diagnostiska prov. Jämför man med stora undersökningar som TIMSS, PISA och nationella prov bör reliabiliteten i just detta avseende vara högre i denna studie. Det beror på att i alla dessa tre stora undersökningar så byts uppgifter ut mellan varje årgång och även om man strävar efter likvärdighet så är det svårt att åstadkomma prov som är helt likvärdiga från år till år, något som Peter Nyström (2004) visat när det gäller nationella prov.

De mer kvalitativa delarna i denna studie, som kategorisering och analys av elevsvar, kan möjligen vara mer öppna för brister avseende reliabilitet. Olika bedömare kan tänkas kategorisera elevsvaren på olika sätt och därmed skulle olika resultat kunna uppstå. Att reliabiliteten ändå är hög i dessa delar styrks av att de använda kategorierna är kända sedan tidigare matematikdidaktisk forskning och att metoden som sådan är använd tidigare, exempelvis i djupanalysen av TIMSS 2007 (Skolverket 2008b):

### 5.3.3 Felkällor

Bland felkällor när de gäller de kvantitativa resultaten bör nämnas att det kan förekomma felaktig bokföring av resultat både i samband med rättning och senare i samband med inmatning i databasen. Diagnosen rättades av många olika lärare och trots att det fanns en rättningsmall att utgå ifrån är det möjligt att olika lärare rättat något olika.

### 5.3.4 Bortfall - diagnos

Vid varje läsårsstart försökte vi matematiklärare att få så många elever som möjligt att delta i diagnosen. De elever som var sjuka kunde exempelvis få göra diagnosen vid ett senare tillfälle. Trots dessa ansträngningar var det varje år ett antal elever som aldrig deltog. Förutom sjukdom kan nämnas att vissa elever vid klass- eller skolbyte missade de lektioner då diagnosen genomfördes.

Det är svårt att så här i efterhand exakt avgöra hur stort bortfallet var. Det kan säkert ha varierat från år till år och från klass till klass. Som ansvarig för diagnosen under 7 år tror jag mig ha en någorlunda god uppfattning om bortfallet och bedömer att det kan röra sig om ungefär 1 elev per klass om 25 elever. Det skulle innebära ett bortfall på 4 % vilket är relativt lågt, men också speglar de ansträngningar lärarna gjort för att få alla elever att delta.

### 5.3.5 Bortfall – betyg i matematik A

Med diagnosresultaten som utgångspunkt har det i en del fall inte gått att hitta något betyg i matematik A och några av orsakerna kan vara:

- Eleven kan ha slutat på skolan
- Eleven kan ha bytt klass och/eller årskurs och då hittar jag inte eleven i rätt lista. Med ett bättre söksystem hade det gått att, åtminstone till viss del, eliminera detta bortfall, men då jag gjort detta manuellt har det varit svårt att återfinna elever som bytt klass.
- På några resultatlistor finns bara initialer och vissa fall inga elevnamn alls. I de fallen finns ingen möjlighet alls för mig att para ihop rätt elev med rätt betyg.

Av de totalt 414 diagnosresultaten från höstterminen 2000 har jag kunnat sammankoppla 346 med ett betyg i matematik A. Det innebär ett bortfall på 68 elever eller 16 %. Det verkar som att bortfallet är relativt slumpartat, möjligen med reservationen att man kan anta att det är en större andel av elever med låga resultat som avbryter sin utbildning.

### 5.3.6 Generaliserbarhet

När det gäller generaliserbarhet bygger slutsatserna i den kvantitativa delen på ett relativt stor empiriskt material, 4588 diagnosresultat. Att dessa diagnoser inbegriper alla elever som påbörjat nationella program under elva på varandra följande år på den aktuella skolan gör att man kan beskriva studien som en totalundersökning på den aktuella skolan. Bortfallet har varit relativt litet och därmed finns det underlag att uttrycka generella slutsatser om den aktuella skolan och till viss utsträckning om den aktuella kommunen även om det finns viktiga skillnader i populationen i det senare fallet.

I studien analyseras endast ett mindre antal diagnoser lite djupare - 47 diagnoser med de lägsta resultat från årgång 2010. Man kan se detta som ett stickprov och i första hand relateras resultat och slutsatser till dessa 47 elever, men med stöd av de kvantitativa resultaten som visar på relativt stabila förhållanden under de elva åren kan resultaten i denna del på goda grunder generaliseras till att gälla under alla elva år.

Sammanfattningsvis finns det inget i studien som tyder på att förutsättningarna för denna skola och kommun är unika och därmed är det rimligt att anta att resultatet är generaliserbart till andra liknande svenska gymnasieskolor.

## 5.4 Etiska ställningstaganden

När de gäller de krav på information, samtycke, konfidentialitet och nyttjande som bör prägla ett forskningsprojekt (Vetenskapsrådet, 1990) så finns ingen möjlighet att nu i efterhand påverka de förhållanden som rådde vid genomförandet av diagnosen. Förfaringssättet har varit ungefär detsamma under de 11 år som diagnosen har genomförts. Samtliga elever som påbörjat ett nationellt program har gjort diagnosen och eleverna har fått samma information om diagnosens användning. Dels har de fått veta att deras egen matematiklärare kan komma att använda elevens personliga resultat som ett underlag för samtal med eleven och för att anpassa undervisningen för eleven och klassen. Dels har de fått veta att resultatet för hela skolan kommer att sammanställas, men då i anonymiserad form.

Man kan betrakta denna uppsats som en sekundäranalys av de redan insamlade diagnosresultaten och i strikt mening kan man ifrågasätta om de etiska reglerna är uppfyllda exempelvis när det gäller samtycke och nyttjande eftersom eleverna inte har informerats om eller tillfrågats om användning av resultaten i detta sammanhang. Däremot går i princip användningen här inte utöver vad som informerades om i samband med genomförandet eftersom alla resultat är anonymiserade och de enskilda eleverna inte kan identifieras.

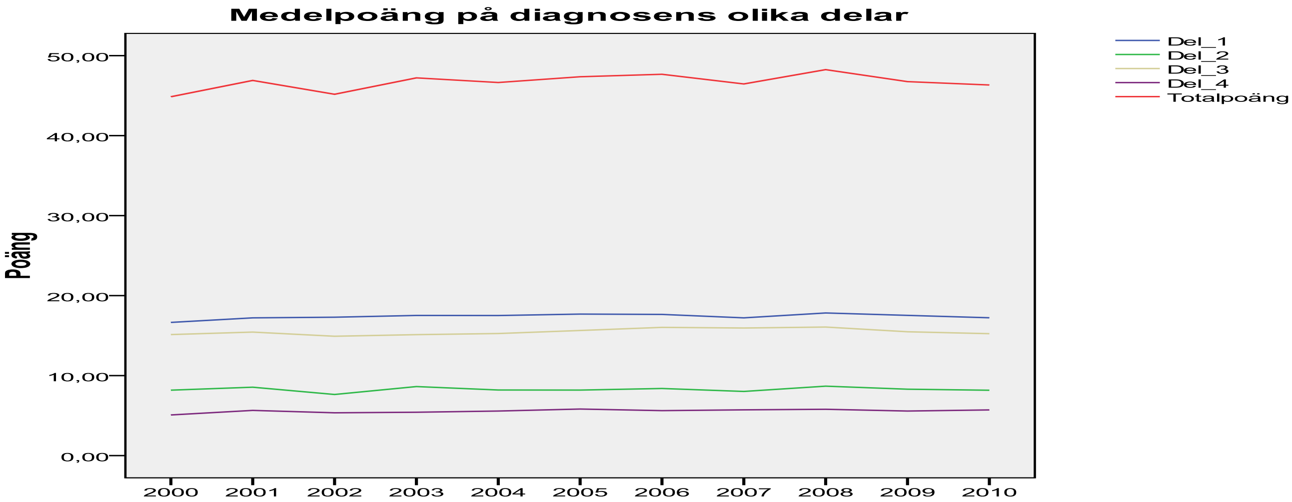
Inhämtande av betyg och användandet av dem och av diagnosresultaten i denna uppsats har godkänts av nuvarande skolledning på den aktuella skolan.

# 6 Resultat

Denna del struktureras så att resultatet presenteras i tre delar som i stort knyter an till de tre huvudsakliga frågeställningarna i uppsatsen.

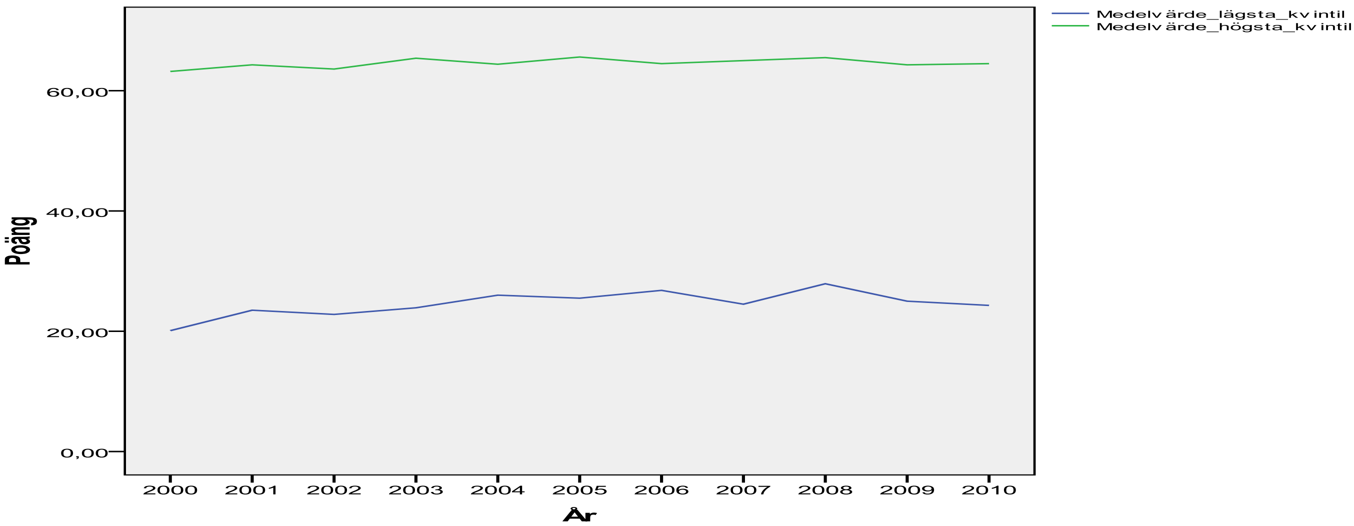
## 6.1 Kunskapsnivå utifrån hela diagnosmaterialet

Den första frågeställningen berör elevernas kunskapsnivå och förändringar av denna under de elva åren. Hela dataunderlaget har använts och i figur 6.1 nedan återges för varje år medelvärde för totalpoäng samt för de olika delarna var för sig. Diagrammet visar att ingen tydlig förbättring eller försämring av resultaten har skett varken för totalpoäng eller för de olika delarna.



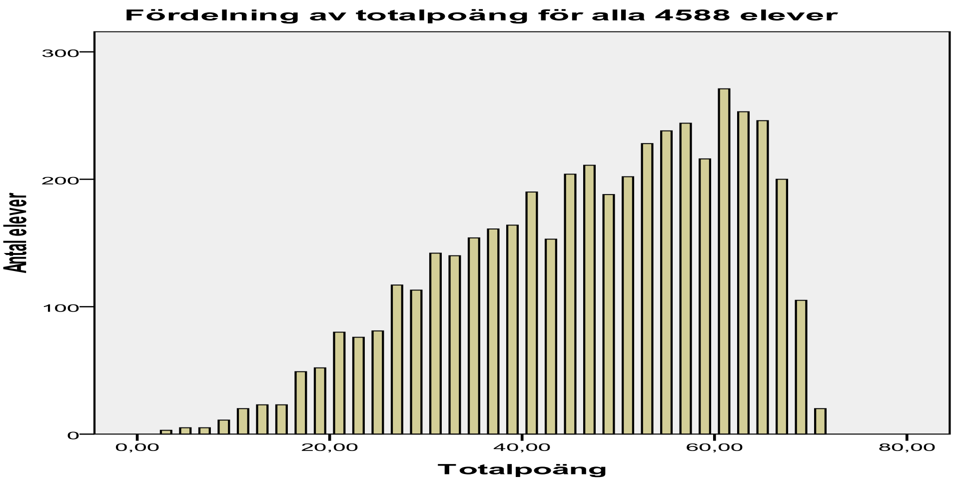

**Figur 6.1** Medelpoäng på diagnosens olika delar.

Trots att medelvärdena förändrats lite över åren (figur 6.1) finns det ändå en möjlighet att det har skett förändringar inom olika delar av elevunderlaget. För att granska detta har elevernas resultat storleksordnats och med kvintiler delats in grupper som var och en omfattar 20 % av dataunderlaget. I figur 6.2 redovisas medelvärdet för de 20 % av eleverna som hade lägst resultat, samt medelvärdet för de 20 % som hade högst resultat. Man kan se en svagt stigande trend i gruppen med låga resultat, d.v.s. att i gruppen elever som har svagast resultat så har kunskapsnivån stigit något.



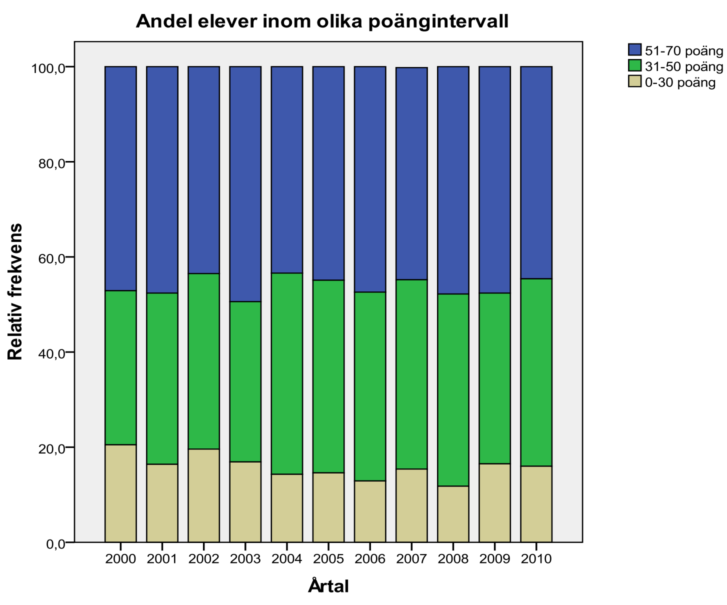

**Figur 6.2** Medelvärde för de 20 % av eleverna med högst resultat resp. lägst resultat.

Genom att studera poängfördelningen kan man få en uppfattning om svårighetsnivån på det diagnostiska provet och även få en bild av hur stor andel av eleverna som har svaga resultat.
I figur 6.3 visas ett histogram över elevernas totalpoäng. Varje stapel visar antalet elever inom 2 poängs intervall, d.v.s. antal elever med 0-1 poäng, 2-3, 4-5, 6-7 etc. Resultatet är förskjutet åt höger i diagrammet och att många elever får ett resultat som ligger relativt nära maxpoäng kan tolkas som att diagnosen är relativt enkel. Det finns dock även en ”svans” till vänster i diagrammet med en mindre andel elever som har svaga eller väldigt svaga resultat.




**Figur 6.3** Fördelning av totalpoäng.

På den aktuella gymnasieskolan, och tidigare även i Borås kommun, har man varit särskilt intresserad av denna andel då man kan förvänta sig att de kommer att få svårt att klara av matematiken på gymnasiet. 30 poäng har beskrivits som en gräns där elever med lägre resultat har stora kunskapsbrister och behöver mycket extra stöd i matematik. I figur 4 redovisas för varje år hur stor andel av eleverna som har 30 poäng eller mindre (och även andel elever med 31-50 och 51-70 poäng). Även här kan man skönja en positiv förändring i gruppen elever med svagast resultat, här i form av en över tid minskande andel elever med 0-30 poäng.




**Figur 6.4** Andel elever inom olika poängintervall.

## 6.2 Förståelse inom taluppfattning och aritmetik hos elever med låga diagnosresultat.

Den andra frågeställningen rör den grupp elever med lägst resultat och vilken förståelse eller brist på förståelse de uppvisar inom taluppfattning och aritmetik. För den sista årgången diagnoser som genomfördes höstterminen 2010 har samtliga elevsvar granskats där totalpoängen på diagnosen var 30 poäng eller lägre. Svaren har analyserats i relation till matematikdidaktisk forskning såsom den presenterats i den teoretiska bakgrunden tidigare i denna uppsats. I det följande presenteras de mest intressanta resultaten.

### 6.2.1 Decimaltal

Bland de uppgifter som berör decimaltal kan man i tabell 6.1 se att drygt hälften av denna elevgrupp korrekt kan avgöra vilket decimaltal som är störst. Det vanligast uppvisade felaktiga svaret (att 0,3 är störst) tyder på att dessa elever har uppfattningen att decimal-utvecklingens längd har betydelse för vilket tal som är störst eller minst. I detta fall är första decimalen en 3:a i två av talen och det är känt sedan tidigare forskning att elever ibland uppfattar att fler decimaler så att säga gör talet mindre, därav slutsatsen att 0,3 är det större talet (Steinle, 2004).

**Tabell 6.1** Fråga 1.3 *Vilket tal är störst? 0,09 0,385 0,3 0,1814*

| Kategorier | Frekvens | Relativ frekvens (%) | Typiska svar |
|---|---|---|---|
| Korrekt svar | 25 | 53 | 0,385 |
| Minst antal decimaler | 14 | 30 | 0,3 |
| Övriga ej korrekta svar | 5 | 11 | |
| Ej svar | 3 | 6 | |
| **Totalt** | **47** | **100** | |

Vidare ser man i tabell 6.2 att vid subtraktion av ett decimaltal från ett heltal ger endast 26 % av denna elevgrupp rätt svar. Bland felaktiga svar finns många olika typer som är svåra att kategorisera, men den vanligaste tyder på att dessa elever utfört subtraktionen utan hänsyn till platsvärde, d.v.s. att man utför subtraktionen $53 - 2{,}3$ genom att först beräkna $3 - 3 = 0$ och sedan $5 - 2 = 3$ och svarar sedan antingen 3 eller 0,3.

**Tabell 6.2** Fråga 1.4 *Beräkna 53 - 2,3*

| Kategorier | Frekvens | Relativ frekvens (%) | Typiska svar |
|---|---|---|---|
| Korrekt svar | 12 | 26 | 50,7 |
| Ej hänsyn till platsvärde | 5 | 11 | 3 och 0,3 |
| ”Glömt lån” av ental | 4 | 8 | 51,7 |
| Övriga ej korrekta svar | 17 | 36 | |
| Ej svar | 9 | 19 | |
| **Totalt** | **47** | **100** | |

Motsvarande sätt att hantera decimaltal ser man i analysen av fråga 1.5 (tabell 6.3). Vid beräkning av $2{,}03 + 0{,}7$ är det drygt en tredjedel av denna elevgrupp som adderar 3:an med 7:an.

**Tabell 6.3** Fråga 1.5 *Beräkna 2,03 + 0,7*

| Kategorier | Frekvens | Relativ frekvens (%) | Typiska svar |
|---|---|---|---|
| Korrekt svar | 23 | 49 | 2,73 |
| Adderar tiondelar med hundradelar | 17 | 36 | 3 och 2,1 |
| Övriga ej korrekta svar | 4 | 9 | |
| Ej svar | 3 | 6 | |
| **Totalt** | **49** | **100** | |

## 6.2.2 Bråktal

Vid addition av liknämniga bråk lämnar 38 % av denna elevgrupp korrekt svar. 34 % av eleverna svarar inte på frågan och av de lämnade felaktiga svaren är det 17 % som adderar täljare med täljare och nämnare med nämnare, något man sett i många tidigare studier, exempelvis i Petit, Laird & Marsden (2010).

**Tabell 6.4** Fråga 1.10 *Beräkna* $\frac{3}{8}+\frac{4}{8}$

| Kategorier | Frekvens | Relativ frekvens (%) | Typiska svar |
|---|---|---|---|
| Korrekt svar | 18 | 38 | $\frac{7}{8}$ |
| Adderar täljare och nämnare var för sig | 8 | 17 | $\frac{7}{16}$ |
| Övriga ej korrekta svar | 5 | 11 | |
| Ej svar | 16 | 34 | |
| **Totalt** | **47** | **100** | |

I uppgift 1.12 ska eleverna ta hälften av bråket $\frac{1}{4}$ , något endast 9 % av eleverna lyckas med. Det vanligaste felaktiga svaret som 21 % av denna elevgrupp lämnar är $\frac{1}{2}$ som troligen beräknats genom att eleven halverat 4:an istället för hela bråket.

**Tabell 6.5** Fråga 1.12 *Hur mycket är hälften av* $\frac{1}{4}$*? Svara i bråkform.*

| Kategorier | Frekvens | Relativ frekvens (%) | Typiska svar |
|---|---|---|---|
| Korrekt svar | 4 | 9 | $\frac{1}{8}$ |
| Blandar decimal- och bråkform | 4 | 9 | $\frac{0{,}5}{4}$ |
| Tar hälften av nämnaren | 10 | 21 | $\frac{1}{2}$ |
| Övriga ej korrekta svar | 16 | 34 | |
| Ej svar | 13 | 27 | |
| **Totalt** | **47** | **100** | |

### 6.2.3 Relationen bråk-/decimaltal

De uppgifter som kräver en förståelse för sambandet mellan bråktal och decimaltal har låga lösningsfrekvenser i denna elevgrupp. I fråga 1.15 ombeds eleven att skriva talet 0,02 i bråkform, något endast 3 av 47 elever gör korrekt. 3 elever tolkar 2:an som tiondel och övriga svar är svåra att kategorisera. En majoritet av eleverna svarar inte på denna fråga

**Tabell 6.6** Fråga 1.15 *Skriv 0,02 i bråkform*

| **Kategorier** | **Frekvens** | **Relativ frekvens (%)** | **Typiska svar** |
|---|---|---|---|
| Korrekt svar | 3 | 6 | $\frac{1}{50}$ och $\frac{2}{100}$ |
| Tolkar 2:an som tiondel | 3 | 6 | $\frac{2}{10}$ och 0,2 |
| Övriga ej korrekta svar | 10 | 22 | |
| Ej svar | 31 | 66 | |
| **Totalt** | **47** | **100** | |

I fråga 1.14 efterfrågas vilket värde siffran 3 har i talet 254,43 något 28 % av eleverna gör korrekt. De vanligaste felsvaren är ”tiondel” (9 elever) samt ”ental” (4 elever).

**Tabell 6.7** Fråga 1.14 *Vilket värde har siffran "3" i talet 254,43*

| **Kategorier** | **Frekvens** | **Relativ frekvens (%)** | **Typiska svar** |
|---|---|---|---|
| Korrekt svar | 13 | 28 | Hundradel |
| Förväxlar ental och hundradel | 9 | 19 | Tiondel |
| Förväxlar tiondel och hundradel | 4 | 8 | Ental |
| Övriga ej korrekta svar | 8 | 17 | |
| Ej svar | 13 | 28 | |
| **Totalt** | **47** | **100** | |

### 6.2.4 Negativa tal

Av de innehållsliga områden jag valt att granska är negativa tal det som visat sig vara minst problematiskt, men det är ändå många elever som uppvisar bristande förståelse. I uppgift 1.22 ska eleven beräkna -14+10 och här lämnar drygt hälften av denna elevgrupp rätt svar. Vanliga fel är exempelvis att eleven istället beräknar 14-10, något som kan tolkas som en felaktig användning av kommutativa lagen (Kilhamn, 2011).

**Tabell 6.8** Fråga 1.22 *Beräkna -14+10*

| **Kategorier** | **Frekvens** | **Relativ frekvens (%)** | **Typiska svar** |
|---|---|---|---|
| Korrekt svar | 26 | 55 | -4 |
| Felaktig användning av kommutativa lagen (14-10) | 6 | 12 | 4 |
| Subtraherar 10 istället för att addera | 4 | 9 | -24 |
| Ser båda talen som positiva | 3 | 6 | 24 |
| Övriga ej korrekta svar | 4 | 9 | |
| Ej svar | 4 | 9 | |
| **Totalt** | **47** | **100** | |

### 6.2.5 Procent och textuppgifter

I diagnosen finns endast tre uppgifter som berör procent. De är korta textuppgifter och ganska många i denna elevgrupp har redovisat knapphändiga eller inga lösningar alls. Underlaget är därför för litet för att det ska vara meningsfullt att analysera feltyper.

De textuppgifter i del 2 som avser att testa elevens förmåga att välja räknemetod och sedan genomföra korrekta beräkningar har ganska låga lösningsfrekvenser och underlaget är även här för litet för att det ska vara meningsfullt att analysera feltyper.

## 6.2.6 Elevers uppvisade förståelse

Som ett kompletterande perspektiv till den detaljerade analys av elevsvar som presenterats ovan görs i det följande en mer övergripande bedömning av dessa elevers kunskaper inom olika delområden. För varje elev görs en samlad bedömning av de svar som rör ett visst innehållsligt område och ett omdöme noteras i tabell 6.9 nedan. Underlaget utgörs fortfarande av de 47 elever från årgång 2010 som hade 30 poäng eller mindre i totalpoäng. (Kolumnen längst till höger är uppnått betyg i Matematik A och detta kommenteras vidare i avsnitt 6.3 nedan).

**Tabell 6.9** Elevers uppvisade förståelse samt betyg i Matematik A

| Elev nr | Decimal tal | Bråktal | Rela-tionen bråk-/decimal tal | Negativa tal | Procent | Text-upp-gifter | Betyg i Mate-matik A |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | | | IG |
| 2 | | | | | | | IG |
| 3 | | | | | | | G |
| 4 | | | | | | | G |
| 5 | | | | | | | IG |
| 6 | | | | | | | IG |
| 7 | | | | | | | G |
| 8 | | | | | | | IG |
| 9 | | | | | | | G |
| 10 | | | | | | | IG |
| 11 | | | | | | | G |
| 12 | | | | | | | IG |
| 13 | | | | | | | IG |
| 14 | | | | | | | IG |
| 15 | | | | | | | IG |
| 16 | | | | | | | IG |
| 17 | | | | | | | ? |
| 18 | | | | | | | ? |
| 19 | | | | | | | IG |
| 21 | | | | | | | G |
| 22 | | | | | | | IG |
| 23 | | | | | | | IG |
| 24 | | | | | | | IG |
| 25 | | | | | | | G |
| 26 | | | | | | | G |
| 27 | | | | | | | IG |
| 28 | | | | | | | IG |
| 29 | | | | | | | G |
| 30 | | | | | | | G |
| 31 | | | | | | | ? |
| 32 | | | | | | | IG |
| 33 | | | | | | | IG |
| 34 | | | | | | | IG |
| 35 | | | | | | | G |
| 36 | | | | | | | IG |
| 37 | | | | | | | IG |
| 38 | | | | | | | IG |
| 39 | | | | | | | IG |
| 40 | | | | | | | G |

= Visar god förståelse
= Visar viss förståelse
= Visar ringa förståelse
= Visar ingen förståelse

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 41 | | | | | | | IG |
| 42 | | | | | | | G |
| 43 | | | | | | | IG |
| 44 | | | | | | | G |
| 45 | | | | | | | G |
| 46 | | | | | | | G |
| 47 | | | | | | | IG |
| 48 | | | | | | | IG |

Tabellen indikerar att många av dessa elever kommer att ha stora problem att tillägna sig gymnasiematematiken, liksom att kunskapsbristerna är särskilt tydliga inom vissa innehållsliga områden. Båda dessa saker diskuteras vidare i kapitel 7 nedan. Den samlade bilden i gruppen med låga poäng på diagnosen är att nästan alla elever uppvisar brister i förståelse inom åtminstone något av områdena. Innehållsligt är det inom området relationen bråk-/decimaltal som flest elever uppvisar svag förståelse, men även när det gäller procent och textuppgifter uppvisar denna elevgrupp svag förståelse.

Vid en jämförelse med en kontrollgrupp, 29 elever från samma årgång med poäng i intervallen 31-70, kan man se tydliga skillnader i förståelse (tabell 6.10) även om det i denna grupp elever också verkar som att förståelsen för relationen bråk-/decimaltal är problematisk.

**Tabell 6.10** Uppvisad förståelse i jämförelsegruppen

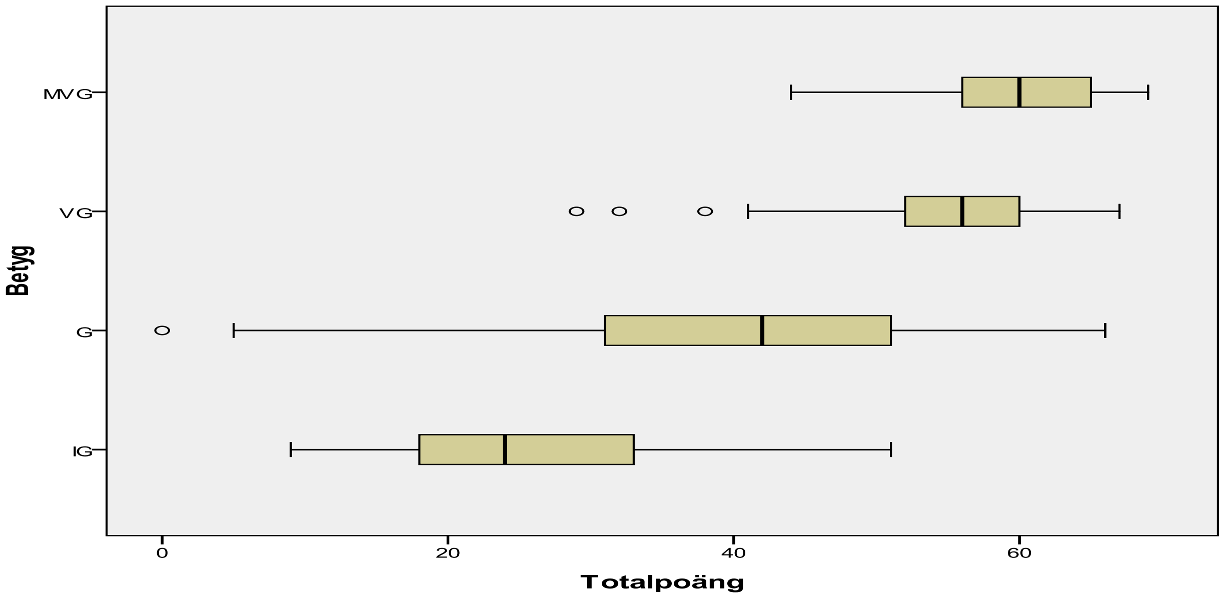
| Elev nr | Decimaltal | Bråktal | Relationen bråk-/decimaltal | Negativa tal | Procent | Text-uppgifter |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 20 | | | | | | |
| 49 | | | | | | |
| 50 | | | | | | |
| 51 | | | | | | |
| 52 | | | | | | |
| 53 | | | | | | |
| 54 | | | | | | |
| 55 | | | | | | |
| 56 | | | | | | |
| 57 | | | | | | |
| 58 | | | | | | |
| 59 | | | | | | |
| 60 | | | | | | |
| 61 | | | | | | |
| 62 | | | | | | |
| 63 | | | | | | |
| 64 | | | | | | |
| 65 | | | | | | |
| 66 | | | | | | |
| 67 | | | | | | |
| 68 | | | | | | |
| 69 | | | | | | |
| 70 | | | | | | |
| 71 | | | | | | |
| 72 | | | | | | |
| 73 | | | | | | |
| 74 | | | | | | |
| 75 | | | | | | |
| 76 | | | | | | |

## 6.3 Diagnosen som mätintrument

Den tredje frågeställningen rör kvaliteter i det diagnostiska provet som det är utformat. Det som granskats är hur relationen ser ut mellan diagnosresultat och senare uppnått betyg i Matematik A. En analys görs även av korrelation mellan diagnosens olika delar.

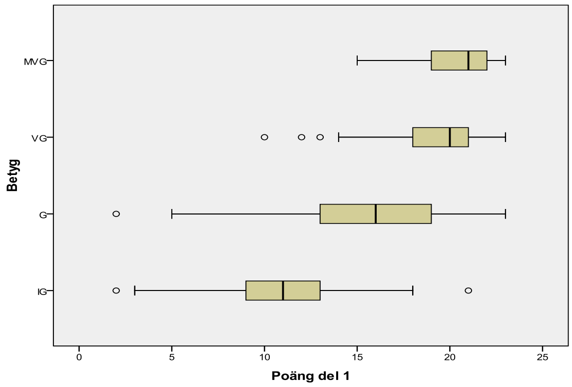
### 6.3.1 Diagnosresultat i relation till betyg i Matematik A årgång 2000

För de elever som genomförde diagnosen höstterminen 2000 har betyg i Matematik A inhämtats från den aktuella gymnasieskolan. Av de 414 eleverna som gjorde diagnosen har det varit möjligt att hitta ett betyg i 346 fall. Nedan redovisas dessa 346 betyg (vertikal axel) i relation till vilken totalpoäng eleven fått på diagnosen (horisontell axel). Det tjockare strecket mitt i ”lådan” svarar mot medianen. De streck som begränsar lådan svarar mot undre och övre kvartil vilket innebär att lådan ”innehåller” 50 % av den aktuella elevgruppen. Diagrammet visar betydande spridning både när de gäller elever som fått betygen G och IG. Man skulle kunna tänka sig att det fanns en tydligare koppling mellan diagnosresultat och senare uppnått betyg, men diagrammet visar att även ganska stor andel av de elever som senare fått G hade låga resultat på diagnosen.

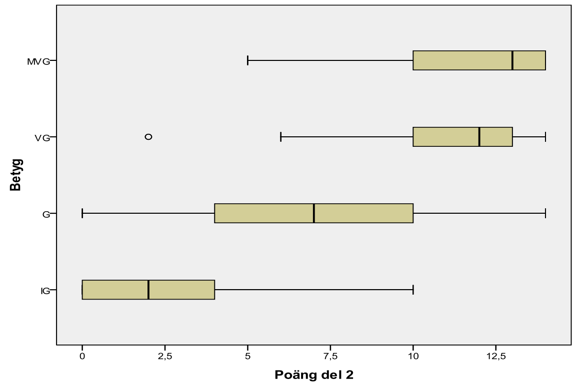



**Figur 6.5** Totalpoäng i relation till betyg i Matematik A.

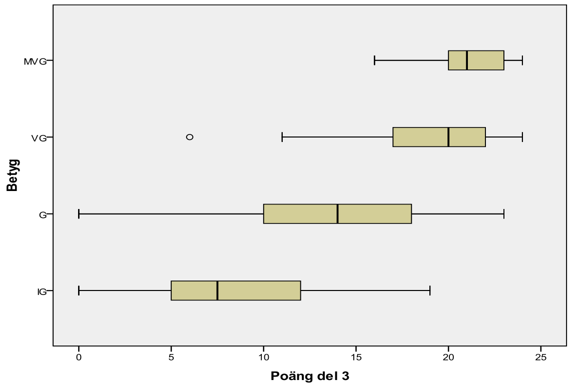
I följande fyra diagram redovisas betyg för de 346 eleverna i relation till deras resultat på de olika delarna av diagnosen. Del 1 berör taluppfattning, del 2 aritmetiska textuppgifter, del 3 handlar om geometri och slutligen innehåller del 4 ett mindre antal uppgifter under rubriken ”Huvudräkning”. I huvudsak är spridningen likartad med den man ser för hela diagnosen möjligen med undantag för del 2 (figur 6.7). Denna del innehåller textuppgifter och man kan se att de elever som senare fått IG i betyg har lyckats väldigt dåligt med denna del. Sammanfattningsvis indikerar resultatet i figur 6.7 att de elever som lyckas dåligt med textuppgifterna i del 2 löper högre risk att sluta med ett IG i betyg i matematik.



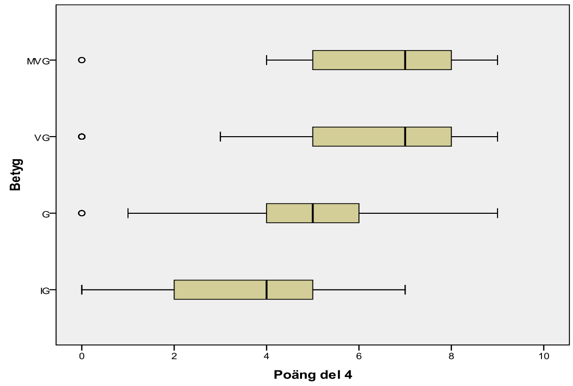

**Figur 6.6** Poäng del 1 i relation till betyg.




**Figur 6.7** Poäng del 2 i relation till betyg.



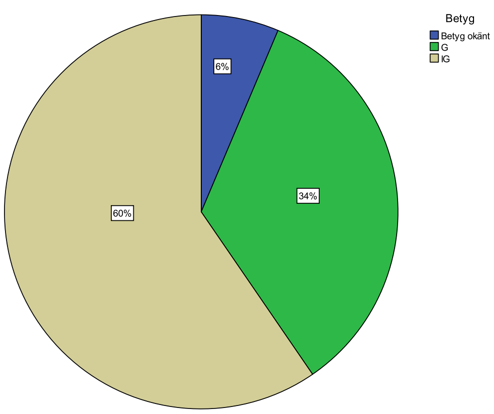

**Figur 6.8** Poäng del 3 i relation till betyg.




**Figur 6.9** Poäng del 4 i relation till betyg.

## 6.3.2 Diagnosresultat i relation till betyg i Matematik A årgång 2010

Betyg för Matematik A har även inhämtats för de 47 elever från årgång 2010 vars förståelse analyserats i avsnitt 6.2. Betygen har förts in i en kolumn längst till höger i denna tabell (se tabell 6.9 på sida 45). I denna grupp har en stor andel av eleverna fått IG i betyg vilket även tydligt illustreras i cirkeldiagrammet nedan (figur 6.10). Dock ser man i tabell 6.9 att även några elever med mycket svaga förkunskaper, som exempelvis elev 4 och 7, har lyckats nå upp till G.




**Figur 6.10** Fördelning av betyg i Matematik A för 47 lågpresterande elever, årgång 2010.

### 6.3.3 Korrelation mellan diagnosens olika delar

De olika delarna av diagnosen har lite olika karaktär och innehåll. För att se om det finns ett samband mellan de olika delarna har en korrelationsanalys gjorts. Underlag är alla elva årgångar. Del 1 berör taluppfattning, del 2 innehåller aritmetiska textuppgifter, del 3 handlar om geometri och slutligen innehåller del 4 ett mindre antal uppgifter under rubriken ”Huvudräkning”.

Del 1 som berör taluppfattning är av så grundläggande karaktär att man kan tänka sig att denna del borde uppvisa högst korrelation med totalpoängen, men så är inte fallet. Istället är det geometridelen (som ej analyseras i denna uppsats) som har högsta värdet på 0,88. Värdet för del 1 är 0,73 vilket också kan sägas vara ett högt värde.

**Tabell 6.11** Korrelation mellan diagnosens olika delar (n=4588).

| | **Poäng del 1** | **Poäng del 2** | **Poäng del 3** | **Poäng del 4** | **Totalpoäng** |
|---|---|---|---|---|---|
| **Poäng del 1** | 1 | 0,61 | 0,62 | 0,50 | 0,73 |
| **Poäng del 2** | | 1 | 0,70 | 0,60 | 0,85 |
| **Poäng del 3** | | | 1 | 0,58 | 0,88 |
| **Poäng del 4** | | | | 1 | 0,69 |
| **Totalpoäng** | | | | | 1 |

# 7 Diskussion

Resultatet diskuteras i det följande under sju rubriker som var och en relativt väl knyter an till någon av de tre frågeställningarna. Diskussionsdelen avslutas i avsnitt 7.8 genom att de viktigaste resultaten sammanfattas i punktform.

## 7.1 Stabila resultat

Vid en analys av diagnosresultaten under de elva åren kan inga tydliga trender ses, varken i totalpoäng eller i poäng på diagnosens olika delar (figur 6.1). Detta står i kontrast till andra undersökningar av elevers matematikkunskaper, exempelvis i TIMSS (Skolverket, 2008a), PISA (Skolverket, 2010a) och nationella prov (Skolverket, 2011a), som under samma tidsperiod visar på sjunkande kunskapsnivåer inom matematik. Man kan fråga sig vad det är som gör att denna skola på ett positivt sätt avviker från den trend av sjunkande kunskaper inom matematik som man sett på nationell nivå. Speglar resultaten en verklig skillnad eller finns det andra förklaringar, exempelvis att olika mätmetoder använts?

Den aktuella diagnosen har begränsad omfattning och täcker inte hela grundskolans kursinnehåll i matematik, exempelvis ingår inte algebra. De tre undersökningarna som nämnts ovan har däremot ambitionen att vara mer heltäckande. En möjlig förklaring skulle alltså kunna vara att de sjunkande resultaten på nationell nivå ligger inom områden som inte testas i den här aktuella diagnosen. En annan närliggande omständighet är att frågorna i diagnosen till största delen är s.k. nakna kortsvarsfrågor. Eleverna behöver inte redovisa tankegång eller beräkning utan ska bara ge ett svar. En mindre andel av frågorna innehåller mer än en mening text, men bara en handfull av frågorna är såpass komplexa till sin karaktär att de skulle kunna benämnas problemlösningsuppgifter. De tre ovan nämnda undersökningarna skiljer sig något från varandra, men alla har en större andel textuppgifter varav många har tydlig problem-lösningskaraktär. Detta gäller framförallt PISA och de nationella proven vilket leder till en annan möjlig förklaring - att olika förmågor testas och att diagnosresultaten i denna uppsats därför inte är jämförbar med TIMSS, PISA eller de nationella proven.

Ett unikt förhållande för denna undersökning är att diagnosens utseende varit exakt samma under alla elva år. Eleverna år 2000 svarade alltså på exakt samma frågor som eleverna år 2010. I övriga undersökningar (TIMSS, PISA och nationella prov) byter man ut frågor, men med ambitionen att testerna ska hållas likvärdiga från år till år och testa samma innehåll och förmågor. Att detta är svårt att få att fungera fullt ut i praktiken belyses av Peter Nyström (2004) som har analyserat nationella prov i matematik i detta avseende. Han pekar på att ju fler olika saker man vill testa i ett prov desto svårare är det att skapa nya prov varje år som är likvärdiga med tidigare prov. Ur detta perspektiv kan man hävda att de resultat kring förändringar av kunskapsnivåer som presenteras i denna uppsats är mer tillförlitliga än de förändringar över tid som redovisats i TIMSS, PISA och från nationella prov.

Det stabila resultatet bör kanske också diskuteras i relation till skolans läge, i en landsbygdskommun med relativ stabila förhållanden. Befolkningsstrukturen kan beskrivas som relativt homogen och inga stora förändringar i det avseendet har skett under den aktuella tidsperioden. Två av grundskolorna i kommunen har gått från att vara 1-6 skolor till att istället omfatta hela grundskolan, årskurs 1-9, men sammanfattningsvis har förändringarna inom grundskolan varit små. Möjligen speglar de stabila diagnosresultaten de relativt stabila förhållandena inom grundskolorna i upptagningsområdet?

Denna undersökning kan sägas vara en totalundersökning av eleverna på den aktuella skolan. Alla elever som har påbörjat ett nationellt program på skolan har med sig minst betyget G från grundskolans årskurs 9 vilket innebär att de elever som lämnat grundskolan utan betyg i matematik inte finns med i det diagnosresultat som analyseras i denna uppsats. Detta förhållande utgör en skillnad gentemot TIMSS, PISA och de nationella proven där alla grundskoleelever finns med, även de som senare går ur 9:an utan betyg. Man kan beskriva detta som att de olika undersökningarna sker inom olika populationer och detta faktum skulle kunna vara en förklaring till de olika utfallen. Det finns dock ett ganska övertygande motargument och det är att i TIMSS och PISA ser man resultatförsämringar även för de elever med bäst resultat. I figur 6.2 hittar man ingen motsvarande försämring i resultaten från de 20 % högst presterande eleverna i denna undersökning.

Hur undervisningen i grundskolan har gestaltat sig och förändrats under tidsperioden är ytterligare en parameter som är dåligt känd. Det har genomförts några projekt som kan tänkas ha haft positiv betydelse för matematiken. Ett av dessa löpte under tre år och berörde betyg och bedömning. Ett annat projekt kallat *Röda tråden* syftade till att skapa en helhetssyn kring undervisningen igenom hela grundskolan och genomfördes i en del av kommunen. Kanske har ytterligare insatser gjorts som jag inte känner till. Dessa satsningar kan tänkas ha bidragit till att bibehålla kvaliteten i grundskolorna i kommunen samtidigt som kunskapsnivån på andra grundskolor runt om i Sverige har rört sig i en negativ riktning. En närliggande förklaring skulle kunna vara att grundskolans lärare under den aktuella tidsperioden har förändrat sin betygssättning och börjat tillämpa en striktare bedömning för G. Det skulle i så fall synas i diagnosresultaten i form av en positiv förändring eftersom färre elever med svaga matematikkunskaper då kommer in på de nationella programmen.

Sammanfattningsvis kan man konstatera att denna undersökning, till skillnad från andra samtida undersökningar, inte visar på några försämrade resultat inom matematikämnet. Detta är naturligtvis ett glädjande resultat! Tyvärr grumlas glädjen något av att man inte med någon större säkerhet kan fastslå vad denna positiva avvikelse beror på.

## 7.2 Positiv utveckling för lågpresterande elever

Ett annat anmärkningsvärt resultat i undersökningen är att i gruppen elever med lägst resultat så har medelvärdet ökat något över de elva åren (figur 6.2). De tycks som att kunskapsnivån hos de svagast presterande har stigit. Något liknande återfinns inte i resultaten från TIMSS, PISA eller de nationella proven. Vad har man gjort i denna kommun för att nå en positiv utveckling när majoriteten svenska skolor har den omvända utvecklingen?

Frågeställningen är likartad den i föregående avsnitt och förbehållen lika många när det gäller diagnosens utformning och skillnader i population. Här bör också påpekas att just detta resultat är speciellt känsligt för ändrad betygssättning i grundskolan. Om lärarna i grundskolan exempelvis börjar tillämpa en striktare bedömning för vad som krävs för betyget G så avspeglar det sig direkt genom att färre elever med riktigt svaga kunskaper i matematik kommer in på gymnasiets nationella program. Därmed kommer gruppen som omfattar de 20 % av eleverna med lägst resultat innehålla något färre elever med riktig svaga kunskaper eftersom dessa istället blivit hänvisade till det individuella programmet. Om detta varit fallet under den aktuella tidsperioden skulle detta resultera i just en sådan graf man kan se i figur 6.2.

Sammanfattningsvis bör man vara försiktig med att sätta allt för stor tilltro till den positiva utvecklingen som kan skönjas för den lägst presterande gruppen. Det kan vara en verklig förändring som denna undersökning fångat upp, men det kan också vara en skenbar förändring beroende på någon av de omständigheter som tagits upp i detta och föregående avsnitt.

## 7.3 Lågpresterande elevers taluppfattning

Den sammanställning av vilken förståelse 47 lågpresterande elever uppvisar som redovisas i tabell 6.9 är ganska nedslående. En stor andel av dessa elever uppvisar svag förståelse inom flera viktiga innehållsliga områden och speciellt tycks det vara problematiskt med relationen mellan bråk- och decimaltal. Det är bara en handfull elever som uppvisar viss förståelse för detta. Exempelvis är det få som klarar uppgiften *”Skriv 0,02 i bråkform”* (Tabell 6.6) trots att det enda som egentligen krävs är grundläggande begreppslig förståelse för decimaltal och bråktal. Inga beräkningar behöver utföras. Den mest närliggande tolkningen är att de elever som misslyckas med denna uppgift inte vet att 2:an kan uttryckas som ”två hundradelar” och därför följaktligen inte vet hur man ska göra ett bråk av decimaltalet.

En annan uppgift med mycket låg lösningsfrekvens är *”Hur mycket är hälften av* $\frac{1}{4}$ *? ”* (tabell 6.5). Detta är också begreppsligt sett en enkel uppgift. Om en elev har en uppfattning om vad $\frac{1}{4}$ är och har en bild av detta, exempelvis som en fjärdedels pizza, så ligger det nära till hands att tänka sig att man delar denna pizzabit i mitten och alltså får två mindre bitar som var och en utgör $\frac{1}{8}$ av den hela pizzan. Varför är det så få som klarar denna uppgift?

Möjligen finns en förklaring i att dessa elever inte har någon, eller använder sig av en mindre lämplig, begreppslig bild av bråktal. Tall & Vinner (1981) skriver om begreppsbilder att dessa stöder individens uppfattning om och förståelse för begreppsdefinitioner. De menar att man knappast kan tänka sig en definition av ett begrepp utan att individen på något sätt relaterar detta till en bild eller företeelse, *conceptual image.* Olika individer kan ha lite olika begreppsbilder av samma begrepp och olika begreppsbilder kan ha olika förtjänster respektive nackdelar beroende på i vilket sammanhang begreppet förekommer.

För att illustrera en begreppsbild som inte är till hjälp vid lösningen av uppgiften ovan kan vi tänka oss en individ som ser $\frac{1}{4}$ som en grupp med fyra personer där varje person utgör en fjärdedel av gruppen. Om man då får i uppgift att ta hälften av $\frac{1}{4}$ så blir det i sammanhanget en väldigt konstig uppgift. Ska man ta och dela en av personerna i gruppen i mitten och vad får man i så fall? En halv person?

Begreppsbilder kan alltså vara till stor nytta, men de kan också utgöra återvändsgränder som begränsar individens möjlighet att nå djupare förståelse. Löwing (2008) beskriver det som att ett bråk har olika ansikten, vilket ungefärligt kan sägas motsvara de begreppsbilder Tall & Vinner diskuterar, och menar att vid introduktion av bråktal är den mest lämpliga begreppsliga bilden ”del av helhet” vilket ungefär motsvaras av pizzamodellen. Även ”del av antal” och ”bråk som tal” är begreppsliga bilder som är lämpliga att introducera relativt tidigt. Av största betydelse i en undervisningssituation är att läraren är medveten om vilka förtjänster och vilka nackdelar de olika begreppsbilderna har och att läraren känner till vilka begreppsbilder varje enskild elev använder sig av.

Det vanligaste svaret på uppgiften *”Hur mycket är hälften av* $\frac{1}{4}$ *? ”* i denna elevgrupp var $\frac{1}{2}$. Man kan här anta eleven helt enkelt har halverat 4:an utan hänsyn till vad som står i täljaren. Detta indikerar att eleven har använt en procedur, snarare än att ha tänkt igenom vad bråket står för och samma typ av procedurellt tänkande hittar man i svaren på uppgiften *”Beräkna* $\frac{3}{8}+\frac{4}{8}$ ” (tabell 6.4) där en del elever adderar nämnare med nämnare och täljare med täljare. Detta sätt att behandla de ingående heltalen ungefär som om de verkligen hade stått ensamma och inte ingått i ett bråk tyder på att eleven sitter kvar med sin heltalsförståelse och inte har uppfattat hur bråken fungerar, något som ibland med en engelsk vokabulär kallas *”[inappropiate] whole number reasoning”*. Eleven tillämpar procedurer som fungerar med heltal, istället för att se bråket som en helhet (Petit, Laird & Marsden, 2010).

Att gå från procedurellt tänkande till att se mer av helheter är något som forskaren Anna Sfard menar innebär att förståelsen fördjupas. I en artikel från 1991 argumenterar hon, bl.a. med bråktal som exempel, för att eleven behöver lära känna abstrakta matematiska begrepp på ett sådant sätt att de mer framstår som objekt. Man kan kalla detta för objektifiering eller använda den av Sfard föreslagna termen *reifikation*. Att en elev har reificerat bråktal innebär alltså att eleven ser det som en helhet och i sina tankar kan hantera detta abstrakt begrepp på ungefär samma sätt som konkreta objekt.

Sammanfattningsvis kan denna elevgrupps förståelse beskrivas i lite olika termer, men oavsett om vi beskriver det som att elevernas begreppsbilder (Tall & Vinner, 1981) är otillräckliga eller om vi konstaterar att de saknar djupare förståelse för bråkens olika ”ansikten” (Löwing, 2008) eller om vi hellre väljer att beskriva det som ett de inte har reificerat bråktal (Sfard, 1991) så kvarstår faktum – deras bristande förståelse utgör ett problem när de ska påbörja gymnasiets inledande matematikkurs. En diskussion kring detta följer i nästa avsnitt.

## 7.4 Lågpresterande elevers förutsättningar i gymnasiet

Vad kan man, utifrån resonemanget ovan, förvänta sig att denna grupp elever får problem med i gymnasiematematiken? Ett innehållsligt område som kräver god förståelse för både bråk- och decimaltal är procentberäkningar. I gymnasieskolan strävar man tydligare mot beräkningsmetoden där man först omvandlar procentsatsen till decimaltal och sedan utför beräkningen[7]. Att behärska detta är i och för sig ett mål även i grundskolan, men man nöjer sig i grundskolan ibland med metoden som innebär att man går via 1 %[8]. Båda fungerar egentligen lika bra, men den förra är mer utvecklingsbar då man kan gå vidare och räkna med ändringsfaktor och ränta på ränta m.m.

[7] Om man exempelvis ska beräkna 23 % av 350 kronor så gör man detta genom beräkningen 0,23 * 350
[8] Blir i detta fall 1 % av 350 kr = 3,5 kr och sedan 23 * 3,5

För en elev som inte förstår relationen mellan bråk och decimaltal blir metoden att gå via decimaltal obegriplig. Denna elev blir hänvisad till ett procedurellt lärande då eleven inte har tillräckliga förkunskaper för att genomskåda metoden. Eleven får helt enkelt lära sig att ”så här gör man” och den typen av kunskap är något vi helst inte vill att eleven ska ta till sig då den är väldigt situationsbunden. Det räcker med små förändringar i uppgiftsformuleringen för att eleven ska göra fel p.g.a. att den procedur som han/hon mödosamt har pluggat in inte längre är tillämpbar (Löwing, 2008).

Mer generellt är förståelse för bråktal något som återkommer i sammanhang där man ska ange proportioner av något slag. Procenträkning, som beskrivits ovan, är ett sådant område, men även inom geometri när det gäller likformighet och skala och inom sannolikhetsläran används bråktal. Inom algebraisk problemlösning är det bra att kunna hantera förhållanden i bråkform och att kunna utföra beräkningar med bråk både med och utan bokstavsvariabler, detta är dock något som inte förekommer speciellt mycket i gymnasiets inledande matematikkurs.

Ser man till området decimaltal så kan elever ibland hantera en bristande förståelse genom att kringgå problemet, exempelvis genom att omvandla 1,53 m till 153 cm etc., och sedan utföra beräkningar med heltal som de behärskar bättre (Löwing, 2008). Detta fungerar dock inte alltid och exempel på områden som kräver god förståelse för decimalers värde är sammanhang där mätetal, prefix och grundpotensform används. Utöver detta kan förstås decimaltal förekomma inom alla typer av beräkningar i gymnasiematematiken, medan det åtminstone i grundskolans tidigare åldrar är vanligare att de tal som ingår i uppgifterna är tillrättalagda så att eventuella decimaltal blir relativt enkla.

Sammanfattningsvis utgör den svaga taluppfattning som denna grupp lågpresterande elever uppvisar ett stort hinder för vidare inlärning. För att lyckas med gymnasiematematiken skulle dessa elever behöva lägga ner tid och arbete på att fördjupa sin förståelse inom området, något som också kräver resurser i form av extra lektionstid och hjälp av lärare med rätt kompetens. I brist på detta är det annars stor risk att dessa elevers arbete med matematiken i första hand blir procedurinriktat och att de får svårt att nå målen i gymnasiets inledande matematikkurs.

## 7.5 Lågpresterande elevers resultat i Matematik A

Tittar man på de betyg denna grupp om 47 elever senare fick i Matematik A ser man att endast en tredjedel nådde upp till betyget G (figur 6.10). Beaktar man deras relativt svaga förkunskaper kan man möjligen vara nöjd med detta utfall, men ur ett samhälleligt och ett individperspektiv är det ett misslyckande och skolans styrdokument är tydliga på denna punkt:

> ”Särskild uppmärksamhet måste ägnas åt de elever som av olika anledningar har svårigheter att nå målen för utbildningen.” (Skolverket, 2006b, s.4)

Alla dessa elever har blivit erbjudna både undervisning med speciallärare och möjligheten att gå till ”mattestugan” och i så motto kan man säga att man på den aktuella skolan har ansträngt sig för att följa läroplanens intentioner. Tyvärr har jag ingen information om i vilken utsträckning eleverna har utnyttjat dessa erbjudanden eller hur undervisningen i övrigt har gestaltat sig. För att ha en möjlighet att dra ytterligare slutsatser skulle man ha följt elevernas undervisning under Matematik A. Som det nu är får man en splittrad bild när några elever (t.ex. elev 7 och 21) verkar ha stora brister inom taluppfattning och aritmetik, men ändå når betyget G. Samtidigt har elev 27 och 34 relativt sett bättre kunskaper, men når ändå inte upp till G i betyg. Gissningsvis beror detta på skillnader i undervisningen under Matematik A.

## 7.6 Svag läsförståelse riskfaktor

En arbetshypotes jag hade under analysens gång var att IG i betyg skulle hänga ihop med låga diagnosresultat och att elever med betyg G och uppåt på motsvarande sätt skulle visa sig ha haft bra resultat på diagnosen. Studerar man figur 6.5 ser man att inget sådant entydigt samband finns. Visst har elever med IG i betyg i genomsnitt lägre diagnosresultat, men även bland de elever som fått G finns många med låga diagnosresultat. Några enkla slutsatser utifrån dessa resultat går inte heller att dra då ingen information finns om hur undervisningen sett ut för eleverna. Det är rimligt att anta att en elev med svaga förkunskaper som fått en god undervisning ändå har haft goda möjligheter att nå G, och att en elev som har haft goda förkunskaper men som har erbjudits en sämre undervisning kan ha halkat ner under G-gränsen.

Resultaten i figur 6.5 – 6.9 är alltså svåra att analysera på något sätt som genererar slutsatser med någon tyngd. Det som förmodligen ger mest i det avseendet är att jämföra de fem diagrammen med varandra och i en sådan jämförelse finns det anledning att studera figur 6.7 (som rör del 2 - aritmetiska textuppgifter) lite extra. Man ser här att elever som fått IG i Matematik A har klarat del 2 dåligt. Med reservation för att denna del av diagnosen inte är så omfattande tyder det på att innehållet i del 2 är mer utslagsgivande än övriga delar för huruvida eleven kommer att klara Matematik A eller ej.

Man kan ha åtminstone två olika perspektiv på del 2. Dels kan svaga resultat bero på att eleven inte behärskar det matematiska innehållet, dels kan de bero på att eleven har svårigheter i att tolka vad uppgifterna går ut på och alltså snarare brister i läsförståelse än matematisk förståelse. Något som stöder denna senare tolkning är att en del tidigare studier visat att brister i läsförståelse kan vara en viktig orsak till att elever misslyckas med matematikuppgifter av lite mer komplex karaktär. Exempelvis har man vid analys av nationella prov sett att en del elever aldrig kommit igång med att lösa uppgifterna p.g.a. att de så att säga fastnat i texten (Lundberg & Sterner, 2006).

En intressant ytterligare aspekt som Lundberg & Sterner tar upp är att bristande läsförståelse inte nödvändigtvis behöver vara den enda eller primära förklaringen, utan bakom de svårigheter man ser inom både matematik och läsförståelse kan finnas andra orsaker i form av kognitiva förmågor som är svagt utvecklade, man nämner bl.a. arbetsminne. Vidare forskning inom detta område kan förhoppningsvis ge en tydligare bild av hur mycket av dessa läs- och matematiksvårigheter som har en koppling till hjärnans fysiologi och processer, och hur mycket som beror på dålig undervisning och andra faktorer i elevens uppväxt och omgivning. Frågan är inte helt okontroversiell vilket framgår exempelvis av en artikel i Lärarnas tidning, *Hjärnan – ett pedagogiskt slagfält* (Lindgren, 2012, 16 maj), där det påpekas att hjärnforskningen knappast kan lösa alla skolans problem. En förhoppning är att forskare från olika vetenskapliga discipliner kunde hitta vägar att samarbeta och i detta sammanhang skulle det perspektiv som anläggs i denna uppsats – kritisk realism – kunna vara en bra gemensam vetenskapsteoretisk utgångspunkt (Danermark, 2009)

Sammanfattningsvis leder en jämförelse mellan diagnosresultat och betyg inte till några tydliga slutsatser. Det verkar som att del 2 är den del av diagnosen som är mest utslagsgivande och mot bakgrund av detta är det rimligt att hävda att svag läsförståelse är en viktig riskfaktor när detta gäller risken att inte klara av gymnasiematematiken.

## 7.7 Diagnosen som urvalsinstrument

Den diagnos som denna uppsats grundar sig på hade flera uttalade syften. Dels att den skulle kunna vara en hjälp för läraren att anpassa undervisningen till elevernas förförståelse – en formativ funktion. Dels skulle den fungera som översiktdiagnos och ge en bild av kunskapsnivån på hela skolan och utgöra ett underlag för beslut om stödinsatser.

Ser man till funktionen som översiktsdiagnos kan det vara intressant försöka reda ut om diagnosen fungerat bra. Ett sätt att studera detta, utöver det som diskuterats ovan, är att göra en korrelationsanalys. Exempel på korrelationer som man kan anta finns är att elever som har lågt resultat på del 1 (taluppfattning) antagligen även har låg totalpoäng. Utfallet av denna korrelationsanalys redovisas i tabell 6.11 och något förvånande är korrelationen högst mellan del 3 (geometri) och totalpoäng. Jag har inte närmare analyserat geometridelen i denna uppsats och det är därför svårt att uttala sig om vad som ligger bakom detta resultat.

Även om korrelationen med geometridelen är högst så är korrelationen hög även mellan totalpoäng och del 1 respektive del 2. När korrelationen är så hög som här så kan man tolka det som att de olika delarna i stor utsträckning testar samma sak. Det innebär att om man inte är så intresserad av svaren i sig, d.v.s. att man inte tänker använda resultaten i formativt syfte, så skulle man förmodligen kunna korta ner diagnosen och kanske använda en eller två delar. Man skulle då få en något kortare diagnos som skulle vara snabbare att genomföra, men ändå skulle ha ungefär samma egenskaper när det gällde att hitta elever som är i behov av extra stöd i matematik.

## 7.8 Sammanfattning av de viktigaste resultaten

- Under de elva år som diagnosen har genomförts har ingen tydlig försämring eller förbättring av resultaten skett, varken i totalpoäng eller i diagnosens olika delar. Detta står i kontrast till andra undersökningar, exempelvis TIMSS och PISA, där kunskapsnivån i matematik under samma tidsperiod har sjunkit.
- Medelvärdet för gruppen som omfattar de 20 % av eleverna med lägst resultat visar en positiv trend. Detta kan tolkas som att den svagaste elevgruppen har blivit något duktigare under de elva åren, dock med reservation för att förändringar grundskolans betygssättning och därmed förändrad population kan vara en alternativ möjlig förklaring.
- Många av de lågpresterande eleverna tycks ha viss kunskap i att hantera bråk- och decimaltal, men de uppvisar samtidigt ingen förståelse alls för relationen mellan bråk- och decimaltal. En möjlig tolkning av detta resultat är att dessa elever tillägnat sig en procedurell kunskap som inte är förankrad i förståelse för de ingående matematiska begreppen.
- Den bristande taluppfattning som de lågpresterande eleverna uppvisar gör det troligt att de kommer att få problem med att följa gymnasieskolans inledande kurs i matematik. Inom de områden där de saknar grundläggande förståelse finns en risk att de under gymnasiestudierna riktar in sig på procedurell kunskap istället för en kunskap baserad på förståelse.
- En analys av diagnosresultaten i relation till uppnått betyg i Matematik A visar att låga totalpoäng på diagnosen indikerar en större risk att inte nå godkänt i betyg. Dock finns inget i resultatet som tyder på ett enkelt samband mellan poängnivå och betyg utan även elever med svaga resultat på diagnosen har lyckats nå upp till G.
- De elever som ej nått upp till G i Matematik A uppvisar svaga resultat i alla diagnosens delar, men resultatet på del 2, aritmetiska textuppgifter, framstår som speciellt svagt. Det vore intressant att ytterligare fördjupa analysen inom detta område, men tyvärr är denna del av diagnosen inte tillräckligt omfattande för att det ska vara möjligt att ringa in huruvida de svaga resultaten beror på brister i matematisk förståelse, brister i läsförståelse eller möjligen är kopplat till underliggande kognitiva förmågor som exempelvis arbetsminne.
- Korrelationen är hög mellan totalpoäng och del 3, *geometri*, i diagnosen, men korrelationen är hög även mellan totalpoäng och del 1, *taluppfattning*, respektive del 2, *aritmetiska textuppgifter*. Detta innebär att om man enbart avser att använda diagnosen som ett urvalsinstrument för att hitta elever som behöver extra stöd i matematik så skulle man kunna förkorta diagnosen. Användning av enbart en av de tre första delarna, eller en kombination av två av dessa, skulle ge ett urvalsinstrument med ungefär samma kvalitet.

# 8 Följder för undervisningen

Resultaten av elva års diagnosresultat ger en tydlig bild av att en mindre andel av de elever som påbörjar sina gymnasiestudier uppvisar sådana brister i sin förståelse inom taluppfattning och aritmetik att de rimligen kommer att ha svårt att tillägna sig innehållet i gymnasiets inledande matematikkurs. Följder för undervisningen diskuteras i två perspektiv: Kartläggning av kunskaper och utformning av undervisning.

## 8.1 Kartläggning av matematikkunskaper

Den typ av diagnos som har analyserats i denna uppsats kan vara ett värdefullt inslag för att hitta de elever som behöver extra stöd i matematik. Den höga korrelation som finns mellan diagnosens olika delar och totalpoängen indikerar att de i viss utsträckning testar samma sak (gäller dock ej del 4). Kanske kan man tänka sig en kortare diagnos som går snabbare att genomföra, men att man också testar andra saker som kan påverka hur väl eleverna lyckas i matematik, som exempelvis kognitiv förmåga och läsförståelse som har visat sig korrelera inte bara med hur väl eleven lyckas i matematik utan även med andra skolämnen (Lundberg & Sterner, 2006).

Väsentligt vid denna typ av skolgemensam kartläggning är att resultaten följs upp. Om inte resultaten används till något annat än att göra statistik har de inget berättigande, snarare kan i sådana fall kartläggningen motverka sitt syfte då elever med svaga kunskaper i matematik får uppleva ännu ett misslyckande när de får tillbaka ett dåligt resultat på det diagnostiska testet. En alternativ möjlighet är att arbeta med ett tydligare formativt upplägg där varje enskild matematiklärare väljer lämpliga uppgifter för att kartlägga vilka kunskaper eleverna har i den egna klassen. Denna typ av kartläggning blir mer integrerad med undervisningen och eleven kan själv tydligare se nyttan av att genomföra testuppgifter om resultatet direkt följs upp i undervisningen. En stor metastudie genomförd av Hattie visar tydligt att formativ bedömning som integreras i undervisningen är positiv för elevers kunskapsutveckling (Håkansson, 2011).

Om man väljer att använda sig av formativ bedömning kan det ändå vara viktigt att på skolan ha en gemensam organisation för detta. Om arbetssättet är nytt och oprövat bör lärarna få relevant utbildning och kanske kan man tänkas sig en uppstart i några få klasser innan man prövar i större skala. För att minska arbetsbördan för den enskilde läraren kan man tillsammans arbeta fram en gemensam ”bank” med lämpliga uppgifter eller utnyttja resurser som redan finns tillgängliga, exempelvis i form av Diamantdiagnoser som finns fritt nedladdningsbara från Skolverkets hemsida. Från hösten 2012 finns dessa även för årskurs 7-9 och många av dem bör fungera utmärkt i gymnasiets inledande matematikkurs (Skolverket, u.å.).

## 8.2 Undervisningens utformning

Den bristande förståelse som framkommit i denna uppsats ligger inom grundläggande taluppfattning och aritmetik. Det här är områden som gymnasielärare i matematik ofta ser som självklara och därför läggs relativt lite tid på dem och innehållet behandlas ofta som en form av repetition under de första veckorna av höstterminen i årskurs 1. För elever med svaga förkunskaper kan nyttan med denna repetition vara liten och min erfarenhet är att, i den mån de klarar av att lösa uppgifterna, ofta använder metoder som saknar grund i förståelse. Risken med en veckas kort, traditionellt upplagd repetition av bråktal är för denna elevgrupp att man befäster deras feluppfattningar snarare än utvecklar deras förståelse. För att lyckas hjälpa dessa elever vidare behövs ett mer genomtänkt arbetssätt, kanske utgående från en formativ bedömning, som utmanar och utvecklar elevernas förståelse för bråktal och decimaltal.

Värt att notera är att om en del av de elever som påbörjar sina gymnasiestudier har väldigt svag taluppfattning så ställer det stora didaktiska krav på undervisande lärare. Vanligtvis har gymnasielärare läst tre terminer av universitetskurser inom matematik och är därmed väl förberedda på innehållet i gymnasiets mer avancerade matematikkurser. Detta innebär dock inte automatiskt att dessa lärare är väl förberedda på att undervisa inom området grundläggande taluppfattning som kanske vanligtvis räknas tillhöra grundskolans matematik. Att hjälpa en 16-årig elev som ännu inte knäckt koden bakom bråk- och decimaltal är en utmaning som inte kräver så lite matematikdidaktisk kompetens - att fortbilda lärare är därför en angelägen åtgärd. En from förhoppning är att den satsning som nu görs på *Matematiklyftet* kan bidra till att ge de lärare som så behöver hjälp i dessa avseenden.

I grundskolan finns anledning att tro att man kommer att se en positiv utveckling beträffande elevernas förståelse av bråktal då det sedan 2008 finns en kursplan i årskurs 3 med det uttalade målet att eleven ska behärska bråktal. En förhoppning är att dessa nya skrivningar i kursplanen också innebär ett arbetssätt som arbetar med tydligare begreppslig förståelse och relationen mellan decimaltal och bråktal. Det finns en hel del grundläggande idéer om vad som karaktäriserar en sådan undervisning som redovisas på andra ställen i denna uppsats och för ytterligare fördjupning hänvisas till matematikdidaktisk litteratur, som exempelvis i *Grundläggande matematik* av Madeleine Löwing (2008).

Jo Boaler, som är professor i matematikundervisning i England, har forskat om matematikundervisning i dessa åldrar i England och USA. Hennes resultat leder fram till en kritik mot det traditionella sättet att undervisa (Boaler, 2011) och även om hennes forskning bedrivits inom andra skolsystem än de svenska så ser man likheter med den debatt som har förts här kring matematik och matematikundervisning. Många av Boaler's studier är genomförda på gymnasienivå där hon följt eleverna under flera år och hon kan i dessa studier se att en traditionell undervisning där matematiken framställs som en samling regler och metoder man ska lära sig leder till passivitet och dålig kunskapsutveckling. Som kontrast till detta presenterar hon undersökningar från andra skolor och klasser där man använder en mer utvecklande och utmanande undervisning som bl.a. inbegriper lösning av komplexa problem i grupper där kommunikationen mellan eleverna själva och mellan elev och lärare ses som en möjlighet att nå bättre förståelse.

Liknande tankar framför Eva Taflin (2007) i sin avhandling om rika matematiska problem där *rika* står för att problemen kan lösas på flera sätt och inbjuder till ett arbetssätt som innehåller mer av kommunikation och argumentation. Taflin är också medförfattare till boken *Rika matematiska problem* som ger inspiration och konkreta uppgiftsförslag till den som vill försöka arbeta på detta sätt (Hagland, Hedrén & Taflin, 2005). Hon understryker dock själv att hon inte vill introducera någon specifik metod eller undervisningsmodell, utan att hon vill:

> …lyfta fram de möjligheter till matematiklärande som ges då elevers kreativa lösningar uppmärksammas, lösningar som uppstår, då elever erbjuds möjligheter att lösa matematiskt rika problem som är formulerade med ett matematiskt syfte och på ett sådant sätt, att alla elever i en klass kan ha något att bidra med vid en gemensam diskussion. (Taflin, 2007, s.18)

Detta citat kan vara en lämplig slutpunkt för en uppsats som inleddes med ett förslag, framfört i en debattartikel i GP, att helt lägga ner matematikundervisningen på delar av gymnasiet. Detta mycket defensiva förslag skulle bara innebära ett krasst accepterande av att vissa elever inte kan lära sig matematik. Bättre då att försöka ta till vara några av de idéer som framskymtat i denna uppsats, exempelvis större inslag av problemlösning och formativ bedömning, och att utveckla undervisningen istället för att lägga ner den.

# Referenslista

Almer, Synnöve. (2012, 20 augusti). ”Vi har vunnit”. *Skolvärlden*, Hämtad 8 september 2012 från: http://www.skolvarlden.se/artiklar/”vi-har-vunnit

Allwood, C.M. & Erikson, M.G. (red.) (1999). *Vetenskapsteori för psykologi och andra samhällsvetenskaper.* Lund: Studentlitteratur.

Alvesson.M, & Sköldberg, K.(2008). *Tolkning och reflektion.* Lund: Studentlitteratur.

Bengtsson, A. (1999, 8 december). Avslöjande mattetest. *Borås Tidning.* 8 december.

Bentley, P-O. (2008). *Mathematical Teachers and their Conceptual models.* Gothenburg studies in educational sciences 265. Göteborg: Göteborgs universitet.

Boaler, J. (2011). *Elefanten i klassrummet: att hjälpa elever till ett lustfyllt lärande i matematik.* Stockholm: Liber.

Borås kommun. (1999). *Matematikdiagnos på gymnasieskolan i Borås kommun. Sammanställning av diagnosresultatet läsåret 1999/2000.* Opublicerad promemoria. Borås: Borås kommun

Butler, R. (1988). Enhancing and undermining intrinsic motivation; the effects of taskinvolving and ego-involving evaluation on interest and performance. *British Journal of Educational Psychology*, 58, 1-14.

Danermark, B. (2009). Kritisk realism och tvärvetenskap. *En realistisk sociologi i praktiken: nio texter om samhället : en bok tillägnad Freddy Winston Castro.* Göteborg: Sociologiska institutionen, Göteborgs universitet.

Djurfeldt, G., Larsson, R. & Stjärnhagen, O. (2003). *Statistisk verktygslåda: samhällsvetenskaplig orsaksanalys med kvantitativa metoder*. Stockholm: Studentlitteratur.

Dumontheil I & Klingberg T (2012). Brain activity during a visuospatial working memory task predicts arithmetical performance 2 years later *Cerebral Cortex,* 22(5).

Engström, A. (1997). *Reflektivt tänkande i matematik: om elevers konstruktioner av bråk.* Studia psychologica et paedagogica 128. Lund : Univ.. Stockholm.

Entrepenörskapsforum. (u.å.). *Thulins tabeller: Innovativt svenskt entreprenörskap hotat av sjunkande kunskapsnivå.* Hämtad 8 september från: http://entreprenorskapsforum.se/forskning/thulins-tabeller/thulins-tabeller-innovativt-svenskt-entreprenorskap-hotat-av-sjunkande-kunskapsniva/

Hagland, K., Hedrén, R. & Taflin, E. (2005). *Rika matematiska problem: inspiration till variation.* Stockholm: Liber.

Hansson, Å. (2011). *Ansvar för matematiklärande : effekter av undervisningsansvar i det flerspråkiga klassrummet*. Gothenburg studies in educational sciences 313. Göteborg : Göteborgs universitet, 2011. Göteborg.

Helenius, Ola. (2006). Kompetenser och matematik. *Nämnaren, nr 3.* Göteborg: NCM, Göteborgs universitet.

Håkansson, J. (2011). *Synligt lärande: presentation av en studie om vad som påverkar elevers studieresultat.* Stockholm: Sveriges Kommuner och Landsting.

IFAU. (2010). *Den svenska utbildningspolitikens arbetsmarknadseffekter: vad säger forskningen?* Rapport 2010:13. Stockholm: IFAU

Kilhamn, C. (2011). *Making sense of negative numbers.* Gothenburg studies in educational sciences 304. Göteborg : Göteborgs universitet.

Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (red.) (2001). *Adding it up: helping children learn mathematics.* Washington, D.C.: National Academy Press

Klingberg T (2010). Training and plasticity of working memory. *Trends in Cognitive Science*,14(7): 317-324.

Korp, H. (2003). *Kunskapsbedömning: hur, vad och varför*. Stockholm: Myndigheten för skolutveckling.

Lindgren, K. (2012, 16 maj). Hjärnan – ett pedagogiskt slagfält. *Lärarnas tidning.* Hämtad 15 september 2012 från: http://www.lararnasnyheter.se/lararnas-tidning/2012/05/16/hjarnan-pedagogiskt-slagfalt

Loewenberg Ball, D., Ferrine-Mundy, J., Kilpatrick,J., Milgram, R.J., Schmid, W. & Schaar, R. (2005) *Reaching for Common Ground in K-12 Mathematics Education.* Hämtad 8 september 2012 från: http://www.maa.org/common-ground/cg-report2005.html

Lundberg, I. & Sterner, G. (2006). *Räknesvårigheter och lässvårigheter under de första skolåren - hur hänger de ihop?* Stockholm: Natur och kultur.

Löwing, M. & Kilborn, W. (2002). *Baskunskaper i matematik: för skola, hem och samhälle*. Lund: Studentlitteratur.

Löwing, M. (2008). *Grundläggande aritmetik- matematikdidaktik för lärare.* Lund: Studentlitteratur .

Magnusson, Andreas. (2012, 23 augusti) Slopa matematiken i gymnasieskolan. *Göteborgsposten*, Hämtad 8 september 2012 från: http://www.gp.se/nyheter/debatt/1.1042492-slopa-matematiken-i-gymnasieskolan?articleRenderMode=default

Miller, G.A. (1956). The magical number seven, plus-or-minus two or some limits on our capacity for processing information. *Psychol. Rev*. 63, 81–97

Mårtensson, L.J. (1921). Räkneundervisningen. Allmänna bråk och decimalbråk. *Folkskollärarnas tidning.* Hämtad 4 maj 2012 från: http://gupea.ub.gu.se/bitstream/2077/27398/1/gupea_2077_27398_1.pdf

Möllehed, E. (2001). *Problemlösning i matematik: en studie av påverkansfaktorer i årskurserna 4-9*. Studia psychologica et paedagogica 157. Lund : Univ. Malmö.

Niss, M. (2001). Den matematikdidaktiska forskningens karaktär och status. I Grevholm, B. (red.). *Nordiskt perspektiv på matematikdidaktik.* Sid 21-47. Lund. Studentlitteratur.

Niss, M., & Højgaard Jensen, T. (2002). *Kompetencer og matematiklaering : ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark.* København: Undervisningsministeriets forlag.

Nyroos, M. & Wiklund-Hörnqvist, C. (2011). The association between working memory and educational attainment as measured in different mathematical subtopics in the Swedish national assessment: primary education. *Educational Psychology: An International Journal of Experimental Educational Psychology.*Volume 32, Issue 2, 2012

Nyström, P. (2004). *Rätt mätt på prov: om validering av bedömningar i skolan*. Umeå: Umeå universitet

Palm, T., Bergqvist, E., Eriksson, I., Hellström, T. & Häggström, C-M. (2004). *En tolkning av målen med den svenska gymnasiematematiken och tolkningens konsekvenser för uppgiftskonstruktion.* PM Nr 199. Umeå: Institutionen för beteendevetenskapliga mätningar, Umeå universitet.

Petit, M.M., Laird, R.E. & Marsden, E.L.(2010). *A focus on fractions: bringing research to the classroom*. New York: Routledge.

PRIM-gruppen (u.å.) *Tidigare ämnesprov för årskurs 9.* Stockholm: PRIM-gruppen, Stockholms universitet. Hämtad 8 september 2012 från: http://www.prim.su.se/matematik/tidigare_9.html

Regeringen. (2012). *Budget 2012: Regeringens satsningar på matematik, naturvetenskap och teknik.* Hämtad 8 september 2012 från: http://www.regeringen.se/sb/d/14715

SCB. (2012). *SCB:s kommunfakta.* Hämtad 8 september 2012 från: https://www.h5.scb.se/kommunfakta/kommunlankar/kommunlankar.asp

Sfard, A.(1991). On the dual nature of mathematical conceptions: reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics, 22,* 1-36.

SFS 2012:161. *Förordning om statsbidrag för fortbildning av matematiklärare och för matematikhandledare.* Stockholm: Utbildningsdepartementet

Skolinspektionen (2009). *Undervisning i matematik – Utbildningens innehåll och ändamålsenlighet.* (Rapport 2009:5). Stockholm: Skolinspektionen

Skolverket. (u.å.). *Diamant.* Hämtad 8 september 2012 från:

http://www.skolverket.se/prov-och-bedomning/ovrigt-bedomningsstod/grundskoleutbildning/arskurs-1-3/2.1312/diamant-1.111287

Skolverket (2000). *Grundskolan: kursplaner och betygskriterier. (1. uppl.)* Stockholm: Statens skolverk.

Skolverket (2001). *PISA 2000: svenska femtonåringars läsförmåga och kunnande i matematik och naturvetenskap i ett internationellt perspektiv*. Stockholm: Skolverket.

Skolverket. (2003). *Den nationella provsystemet – vad, varför och varthän?* Stockholm: Skolverket.

Skolverket (2004). *Nationella utvärderingen av grundskolan 2003. Sammanfattande huvudrapport.* Rapport nr. 250. Stockholm: Skolverket.

Skolverket (2006a). *Med fokus på matematik och naturvetenskap: en analys av skillnader och likheter mellan internationella jämförande studier och nationella kursplaner*. Stockholm: Skolverket.

Skolverket (2006b). *Läroplan för de frivilliga skolformerna Lpf 94: gymnasieskolan, gymnasiesärskolan, den kommunala vuxenutbildningen, statens skolor för vuxna och vuxenutbildningen för utvecklingsstörda*. Stockholm: Skolverket.

Skolverket(2008a). *TIMSS 2007-huvudrapport.* Rapport nr.323. Stockholm: Skolverket.

Skolverket (2008b). *Svenska elevers matematikkunskaper i TIMSS 2007.* Analysrapport nr.323. Stockholm: Skolverket.

Skolverket (2009a). *Ämnesprov matematik årskurs 9, Bedömningsanvisningar delprov B.* Hämtat 25 augusti 2012 från: http://www.prim.su.se/matematik/ap_9/2009/prov/BedAnvB09.pdf

Skolverket. (2009b). *Vad påverkar resultaten i svensk grundskola? Kunskapsöversikt om betydelsen av olika faktorer.* Stockholm: Skolverket

Skolverket (2009c). *Kursplan med kommentarer till mål som eleverna lägst ska ha uppnått i slutet av det tredje skolåret i ämnena matematik, svenska och svenska som andra språk.* Stockholm: Skolverket.

Skolverket (2010). *Rustad att möta framtiden? PISA 2009 om 15-åringars läsförståelse och kunskaper i matematik och naturvetenskap : resultaten i koncentrat.* Stockholm: Skolverket.

Skolverket (2011a). *Var femte klarade inte provet i matematik*. Hämtat 8 september från http://www.skolverket.se/statistik-och-analys/statistik/2.4290/2.4442/var-femte-klarade-inte-provet-i-matematik-1.161967

Skolverket (2011b). *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011*. Stockholm: Skolverket.

Skolverket (2011c). *Kunskapsbedömning i skolan: praxis, begrepp, problem och möjligheter*. Stockholm: Skolverket.

Skolverket (2011d). *Kommentarmaterial till kursplanen i matematik.* Stockholm: Skolverket.

Skolverket. (2012a). *Kursplan – Matematik.* Hämtad 8 september från: http://www.skolverket.se/forskola-och-skola/grundskoleutbildning/laroplaner/2.5241/kursplaner-for-grundskolan-2000?_xurl_=http%3A%2F%2Fli64-rh5-kursweb.skolverket.se%3A26025%2Fcompulsorycw%2Fjsp%2Fsubjectkursinfo.htm%3Bjsessionid%3DD7BB55CC9BA5D8D62EFE7233B585ADC8%3FsubjectCode%3DMA%26code%3DGRGRLAR2000%26tos%3DCOMPULSORY_SCHOOL_GR_2000

Skolverket. (2012b). *Om nationella prov.* Hämtad 8 september 2012 från: http://www.skolverket.se/prov-och-bedomning/nationella-prov

Skolverket. (2012c). *Ämnesproven 2011 i grundskolans årskurs 9 och specialskolan årskurs 10.* Stockholm: Skolverket

Sterner, G. & Lundberg, I. (2002). *Läs- och skrivsvårigheter och lärande i matematik.* Göteborg: Nationellt centrum för matematikutbildning, Göteborgs universitet.

Steinle, V. (2004). *Changes with age in students' misconceptions of decimal numbers.* Unpublished PhD thesis, University of Melbourne, Melbourne

Stukát, S. (2011). *Att skriva examensarbete inom utbildningsvetenskap.* (2. uppl.) Lund: Studentlitteratur.

Svensson, G. (2002). Matematik och språk. *Nämnaren* 2002(3): 13–17. Göteborg: NCM, Göteborgs universitet

Taflin, E. (2007). *Matematikproblem i skolan: för att skapa tillfällen till lärande.* Diss. Umeå: Umeå universitet, 2007. Umeå.

Tall, D., Vinner, S. (1981). Concept Image and Concept Definition in Mathematics with particular reference to Limits and Continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12 (May, 1981), no. 2, 151–169.

Utbildningsdepartementet (1998). *Läroplan för det obligatoriska skolväsendet, förskoleklassen och fritidshemmet: Lpo 94, anpassad till att också omfatta förskoleklassen och fritidshemmet.* Stockholm: Utbildningsdep., Regeringskansliet.

Vetenskapsrådet. (1990). *Forskningsetiska principer inom humanistisk-samhällsvetenskaplig forskning*. Hämtat 4 maj 2012 från: http://www.ibl.liu.se/student/bvg/filarkiv/1.77549/Forskningsetiska_principer_fix.pdf

Wallén, G. (1996) *Vetenskapsteori och forskningsmetodik.* Lund: Studentlitteratur.

Wiliam, D. (2007). Keeping learning on track: Classroom assessment and the regulation of learning. In F.K. Lester Jr. (Ed.), *Second handbook of mathematics teaching and learning,* 1053-1098, Greenwich, CT: Information Age Publishing.

Åsberg, R. (2001). *Det finns inga kvalitativa metoder – och inga kvantitativa heller för den delen.* Pedagogisk Forskning i Sverige Årgång 6 nr 4, Göteborg: Göteborgs universitet, Institutionen för didaktik och pedagogik.

# Bilaga 1

# Matematikdiagnos

Borås kommuns gymnasieskolor
Höstterminen 1999

*Del 1 - 3*

**Namn :** ________________________________

**Gymnasieskola :** __________________________

**Program :** ______________________________

***Obs : Var extra noga med att fylla i vilken skola du kom ifrån !!***

**Tidigare skola :**__________________________

**Poäng del 1 :** ____

**Poäng del 2 :** ____

**Poäng del 3 :** ____

**Poäng del 4 :** ____

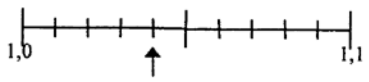
**Poäng totalt :** _____

# Del 1 Tal i olika form.

1 poäng / uppgift. Endast svar krävs

**1.** Skriv ett tal som är större än 0,4 och mindre än 0,5 Svar:____________

**2.** Vilket tal pekar pilen på? Svar:____________




**3.** Vilket tal är störst ? Ringa in ditt svar.

0,09 0,385 0,3 0,1814

**4.** Beräkna: 53 - 2,3 Svar:____________

**5.** Beräkna: 2,03 + 0,7 Svar:____________

**6.** Minska följande tal med tre tiondelar: 0,75 Svar:____________

**7.** Per, Albin och Eva delade en pizza i sju lika delar. Per tog två bitar, Albin fyra bitar och Eva resten.
Hur stor del av pizzan tog var och en av dem ?
***Svara i bråkform***
Svar:________________________________________________

**8.** Vilket av talen är störst? Ringa in rätt alternativ. $\frac{3}{10}$ $\frac{1}{2}$

**9.** Vilka <u>tre</u> av följande tal är lika stora? Ringa in de rätta svaren.

$\frac{2}{5}$ $\frac{2}{10}$ $\frac{4}{10}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{8}{20}$

**10.** Beräkna $\frac{3}{8}+\frac{4}{8}$ Svar:______________

**11.** Beräkna $1-\frac{2}{7}$ Svar:______________

**12.** Hur mycket är **hälften av** $\frac{1}{4}$? ***Svara i bråkform*** Svar:______________

**13.** Vilket värde har siffran "3" i talet 234, 45 ?
***Skriv svaret med ord*** Svar:______________

**14.** Vilket värde har siffran "3" i talet 254,43 ?
***Skriv svaret med ord*** Svar:______________

**15.** Skriv 0,02 i bråkform Svar:______________

**16.** Skriv $\frac{7}{10}$ i decimalform Svar:______________

**17.** Vilket av talen är störst? Ringa in ditt svar. $\frac{1}{10}$ 0,09

**18.** Beräkna och skriv svaret i bråkform $1\frac{2}{10} - 0,3$ Svar:____________

**19.** Temperaturen är -6° C. Hur mycket blir den om den stiger fyra grader ?
Svar:____________

**20.** En vintermorgon var det - 7 ° C ute. På eftermiddagen var det +2 ° C.

Hur stor var temperaturskillnaden ? Svar:____________

**21.** Ordna temperaturerna nedan i storleksordning:

1,2 ° -1,2 ° -7 ° 3 ° Svar:____________

**22.** Beräkna -14 + 10 Svar:____________

**23.** Beräkna -7 – 6 Svar:____________

## Del 2 De fyra räknesätten och vardagsmatematik

2 poäng / uppgift. ***Lösning måste redovisas för full poäng.***

**1.** Anna ska spela in en programserie på ett videoband.
Programmen börjar kl. 15.45 och slutar kl. 16.03.
Hur många avsnitt kan hon spela in på ett band med 3 timmars speltid ?

Svar:____________

**2.** Anna har handlat mat. Hon köpte 2,2 kg potatis, 3 hg nötter och
en burk sylt som vägde 850 g. Hur mycket vägde varorna tillsammans ?

Svar:____________

**3.** En flaska schampo innehåller 300 ml och kostar 18 kr. Vad blir literpriset ?

Svar:____________

4. Lisa kokade 3,15 liter saft som hon ska hälla på 9 flaskor.
Hur många cl rymmer varje flaska ?

Svar:____________

5. Bregott innehåller 80%fett, 0,5% proteiner och 0,5% kolhydrater. Resten är vatten och tillsatser. Hur många procent är vatten och tillsatser ?

Svar:____________

6. En förening hade 200 medlemmar. 40 av dem var ungdomar.
Hur många procent av föreningsmedlemmarna var ungdomar ?

Svar:____________

7. Vikten av ett parti virke på 300 kg minskade vid torkning med 17%.
Hur mycket vägde virket då ?

Svar:____________

## Del 3 Geometri.

Antal möjliga poäng är utsatt vid varje uppgift.

1. Rita en trubbig vinkel. (1)

2. Rita en rät vinkel. (1)

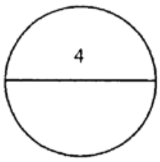
3. Rita en likbent triangel med höjden 4 cm. (2)

**4.** Ungefär hur stora är följande vinklar? Ange antal grader. ( 4 )

Svar: __________ __________ __________ __________

**5.** Hur stor är cirkelns radie? ( 1 )

(cm)

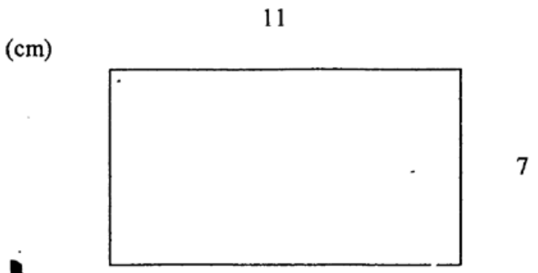



Svar:__________

**6.** Rita en rektangel med omkretsen 12 cm. ( 2 )

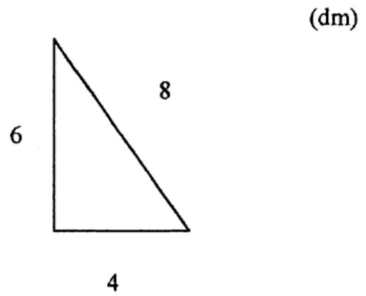
7. Beräkna arean av figuren nedan. ( 2 )

Svar:______________




8. Beräkna arean av figuren nedan. ( 2 )

Svar:______________



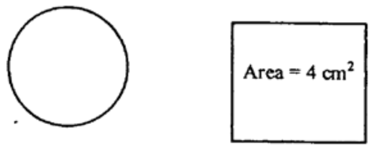

9. En cirkel har diameter 2 cm. Hur stor är cirkelns omkrets? ( 1 )

a. 10 cm  b. 8 cm  c. 6 cm  d. 5 cm

Svar:______________

**10.** Ungefär hur stor är cirkelns area? (1)

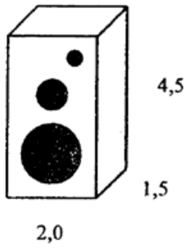
Svar:____________




**11.** Beräkna volymen hos högtalarlådan. (2)

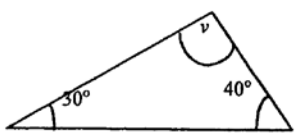
Svar:____________

(dm)



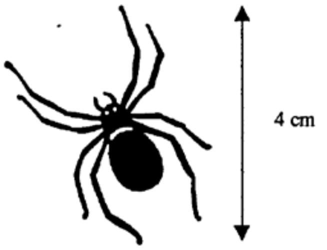

**12.** Hur stor är vinkeln *v* ? (1)

Svar:____________



**13.** Hur stor är spindeln i verkligheten ? (2)

Svar:____________




skala 4:1

**14.** På en karta i skala 1: 1000 är avståndet mellan två byggnader 15 cm. (2)

Hur stort är avståndet i verkligheten? Svara med en lämplig enhet.

Svar:____________

# Matematikdiagnos

Borås kommuns gymnasieskolor
Höstterminen 1999

***Del 4***

**Namn :** ______________________________

**Gymnasieskola :** ______________________________

**Program :** ______________________________

***Obs : Var extra noga med att fylla i vilken skola du kom ifrån !!***

**Tidigare skola :**______________________________

**Poäng :** _____

## Del 4 Huvudräkning .

Tid 10 minuter. 1 poäng / uppgift

**1.** Ringa in det eller de alternativ som ger samma resultat som $0{,}5 \cdot 880$

a. $2 \cdot 880$ b. $1 \cdot 440$ c. $\frac{880}{2}$ d. $5 \cdot 88$ e. $\frac{880}{5}$

**2.** Per ska beräkna $0{,}8272 \cdot 1{,}369$. Ringa in det riktiga alternativet.

a. Resultatet ligger mellan 0,8272 och 1,369.

b. Resultatet är större än 1,369.

c. Resultatet är mindre än 0,8272.

d. Det kan man inte avgöra utan att först beräkna.

**3.** Maria ska beräkna $\frac{5{,}0}{0{,}83}$. Ringa in det riktiga alternativet.

a. Resultatet är större än 0,83 men mindre än 5,0.

b. Resultatet är större än 5,0.

c. Resultatet är mindre än 0,83.

d. Det kan man inte avgöra utan att först beräkna.

**4.** En ny cykel kostar 4 800 kr. vid en rea sänks priset med 10%.
Vilket av alternativen anger hur stor prissänkningen är?

a.10 kr b. 480 kr c. 4 320 kr d. 4 790 kr

e.4 810 kr f. 48 kr

5. Arnold köper pennor och suddgummin till sina barn. Han köper pennor som kostar 18 kr/styck och suddgummin som kostar 6,50 kr/styck.
Förklara med egna ord vad som beräknas med följande uttryck:

a. $2 \cdot 18$ b. $18 + 3 \cdot 6{,}50$

a) ..........................................................................................................

..........................................................................................................

b) ..........................................................................................................

..........................................................................................................

6. Marias moped har en bensintank som rymmer 7 liter. Hon skall hälsa på en kamrat som bor två mil bort. Mopeden drar ungefär 0,4 liter bensin per mil. Innan hon åker iväg tankar hon. Hon köper 4,5 liter bensin som kostar 7,60 kronor per liter.
Förklara med egna ord vad man räknar ut med följande uttryck :

a. $2 \cdot 0{,}4$ b. $\frac{7}{0{,}4}$

a) ..........................................................................................................

..........................................................................................................

b) ..........................................................................................................

..........................................................................................................

7. Bertil hade 589 kr. Han använde 97% av dessa för att köpa CD skivor.
Ungefär hur mycket betalade han för skivorna? Ringa in det riktiga alternativet.

a. Mycket mindre än 589 kr.
b. Lite mindre än 589 kr.
c. 589 kr.
d. Lite mer än 589 kr.
e. Mycket mer än 589 kr.

# Bilaga 2

| | Uppgifter del 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1.1 | 1.2 | 1.3 | 1.4 | 1.5 | 1.6 | 1.7 | 1.8 | 1.9 | 1.10 | 1.11 | 1.12 | 1.13 | 1.14 | 1.15 | 1.16 | 1.17 | 1.18 | 1.19 | 1.20 | 1.21 | 1.22 | 1.23 |
| Uppgifter med decimaltal | x | x | x | x | x | x | | | | | | | x | x | x | x | x | x | | | | | |
| Uppgifter med bråktal | | | | | | | x | x | x | x | x | x | | | x | x | x | x | | | | | |
| Uppgifter med negativa tal | | | | | | | | | | | | | | | | | | | x | x | x | x | x |
| Uppgifter med procent | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Aritmetiska textuppgifter | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

| | Uppgifter del 2 | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **2.1** | **2.2** | **2.3** | **2.4** | **2.5** | **2.6** | **2.7** |
| Uppgifter med decimaltal | | x | | | | | |
| Uppgifter med bråktal | | | | | | | |
| Uppgifter med negativa tal | | | | | | | |
| Uppgifter med procent | | | | | x | x | x |
| Aritmetiska textuppgifter | x | x | x | x | x | x | x |