GÖTEBORGS UNIVERSITET
INST FÖR PEDAGOGIK OCH SPECIALPEDAGOGIK

Att läsa matematik-

det handlar om kontexten

Ewa Arvidsson och Marga Widén

Uppsats/ Examensarbete:	15 hp
Program och/eller kurs:	Speciallärarprogrammet, SLP600
Nivå:	Avancerad nivå
Termin/år:	Vt/2013
Handledare:	Åse Hansson
Examinator:	Eva Gannerud
Rapport nr:	VT13-IPS-12 SLP600

Abstract

Uppsats/Examensarbete:	15 hp
Program och/eller kurs:	Speciallärarprogrammet SLP600
Nivå:	Avancerad nivå
Termin/år:	Vt/2013
Handledare:	Åse Hansson
Examinator:	Eva Gannerud
Rapport nr:	VT13-IPS-12 SLP600
Nyckelord:	läsförståelse, läsförståelse i matematisk kontext, ord- och begreppsförståelse, ord- och begreppsförståelse i matematisk kontext, vardagsspråk, problemlösning.

Syfte: Syftet med studien är att undersöka och belysa relationen mellan läsförmåga och förmågan att lösa uppgifter i matematisk problemlösning.

Centrala frågor:
Vilket samband finns mellan läsförståelse och elevernas möjlighet att lyckas i problemlösning med matematiskt kontextualiserade problem?
På vilket sätt kan förståelsen av ord- och begrepp i vardagen, som i en matematisk kontext får en annan eller utvidgad betydelse, påverka elevernas problemlösningsförmåga?
Kan man se likheter och skillnader i resultat mellan matematiskt kontextualiserade problem och motsvarande problem i matematiskt kontextlösa uppgifter?
Vilket samband finns mellan läsförståelse och elevernas möjligheter att lyckas med aritmetiska, kontextlösa uppgifter?

Teori: Formulering av forskningsfrågor och analys av resultat utgår från en socialkonstruktivistisk och sociokulturell förståelse. Studien bygger på kvantitativ metod som analyserats med hjälp av statistiska grundteorier.

Metod: Metoden i undersökningen är kvantitativ. Undersökningsinstrumenten är tre tester. Test av läsförståelse, test av begreppsförståelse och aritmetisk förmåga i en matematisk kontext och test av aritmetisk förmåga med kontextlösa uppgifter. Testerna har använts för att generera data som legat till grund för analys av forskningsfrågorna.

Resultat: Resultaten visar ett samband mellan läsförståelse och ord- och begreppsförståelse i en matematisk kontext. Sambandet mellan läsförståelse och aritmetisk förmåga är däremot svagt. Elever behöver god läsförståelse och förmåga att förstå betydelsen av vardagligt språk i en matematisk kontext för att lyckas med problemlösning. Resultaten visar att elever ur alla kategorier, goda läsare, mellangoda läsare och svaga läsare, har svårigheter med ord- och begreppsförståelsen i matematisk kontext.

Förord

Vi är två grundskollärare med mer än 55 års gemensam erfarenhet från förskola och grundskola. I vårt arbete med elever i olika åldrar har vi båda intresserat oss för språkets betydelse och för att elever ska få möjlighet att lyckas med sin kunskapsutveckling. Språket är grunden för kommunikation och tillägnandet av kunskap. Språkets betydelse för utveckling i ämnet matematik har vi båda erfarenheter av i vår yrkesutövning. Detta avgjorde vårt val av ämnesområde för uppsatsen.

Examensarbetet ansvarar vi gemensamt för, men följande delar har en av oss varit mest ansvarig för:
Ewa Arvidsson har haft det huvudsakliga ansvaret för: Skolans styrdokument (1.1), Arbetsminnets betydelse för kunskapsutveckling (2.1), Läs- och skrivsvårigheter (2.4), Lärarens betydelse för elevens lärande i problemlösning (2.7), Forskningsansats (2.8).
Marga Widén har haft det huvudsakliga ansvaret för: Bakgrund (1), Vikten av att arbeta med problemlösning (1.2), Matematikens språk (2.2), Problemlösning (2.6).

Processen att skriva ett arbete tillsammans har varit både lärorik och berikande. Vi har fått fördjupad kunskap genom alla våra diskussioner. Överväganden och beslut under arbetets gång har varit både tidsödande och givande. Vi hade inte klarat oss utan varandra.

Ett stort tack till alla i vår omgivning, elever, vänner och familjer för att ni stått ut med oss när vi varit distraherade och frånvarande. Tack också för allt stöd vi fått av er, ni vet vilka ni är.

Ett särskilt tack till vår handledare Åse Hansson, som trott på vår idé, hjälpt oss med tabeller, kommit med bra kommentarer och uppmuntrat oss när arbetet gått trögt.

Tack Paul vår bästa scanner, med ögon känsliga för språk.

Ewa Arvidsson och Marga Widén

Innehållsförteckning

Inledning

”Matematik är en mänsklig aktivitet, ett socialt fenomen /…/ som vi människor använder för att göra världen mer begriplig” (Boaler, 2011 s.23). Att göra världen mer begriplig är en stor uppgift som all pedagogisk personal arbetar med. Speciallärare har ofta kontakt med de elever som har svårigheter i att skapa förståelse och sammanhang. För att lyckas med matematik behöver man en grundläggande aritmetisk förmåga och en språklig förmåga.

Denna uppsats behandlar elevers svårigheter med problemlösning i matematisk kontext. Med matematisk kontext menar vi en text som ingår i ett matematiskt sammanhang. Fokus ligger på läsförståelsens betydelse för att förstå matematisk text. Ett specialpedagogiskt problem är att några elever när de arbetar med problemlösning inte överför ordförståelsen till matematisk förståelse. Vissa ord i det naturliga språket har vidgad eller ny betydelse i en matematisk kontext, vilket kan ställa till svårigheter. Tidigare forskning, vilken vi kommer att redogöra för senare i uppsatsen, påvisar ett samband mellan ordavkodning, läsförmåga, läsförståelse och matematisk förmåga.

Elevers resultat i matematik har enligt internationella jämförelser haft en nedåtgående trend i Sverige, som exempelvis visats i Programme for International Student Assessment, PISA (Skolverket, 2007b). Matematisk kunskap och kompetens delas där in i tre dimensioner: innehåll, kompetens och sammanhang. Med innehåll menas breda matematiska begrepp med underliggande matematiskt tänkande, med kompetens avses analys, resonemang och kommunicering av tankar vid formulering och lösning av matematiska problem, med sammanhang menas de situationer i vilka man kan möta matematiken i vardagen (Skolverket, 2007b). Progress in International Reading Literacy Study, PIRLS 2006, visar att skillnaderna i läsförmågan ökar mellan elever i Sverige (Skolverket, 2007a). De låga resultaten har blivit lägre. Eftersom läsförståelse krävs för att lyckas i problemlösning hindras en del elever att utvecklas i den delen av matematiken på grund av sina brister i läskompetens.

Ytterligare en undersökning som pekar på att svenska elever har en försämrat sina matematikresultat är, Trends in International Mathematics and Science Study, TIMSS. Detta är ett internationellt projekt där ca 60 länder deltar. Projektets syfte är att jämföra hela utbildningssystem i de olika länderna i matematik och de naturvetenskapliga ämnena. Sverige har deltagit vid fyra tillfällen, senast 2011. Från 1995 och fram till 2007 har svenska elevers prestation försämrats och ligger under det europeiska genomsnittet. I ett av resultaten i djupanalysen visar det sig att elevers förståelse av begrepp var underutvecklat. Därför framstår det som särskilt viktigt att inlärning av begrepp får en central plats i undervisningen (Bentley & Bentley, 2011).

En av de största orsakerna till felaktiga lösningar på problem i årskurserna 4-9 är att eleverna inte förstår vissa ord och uttryck i texten, vilket gör att de inte förstår själva innehållet i texten. Detta medför att de inte kan välja relevant räknesätt (Möllehed, 2001).

1. Bakgrund

Elever i läs- och skrivsvårigheter kan även ha svårigheter med matematiska ord och begrepp, det vill säga ord och begrepp i vardagen, som i matematisk kontext får en annan eller ytterligare betydelse. Detta kan påverka deras matematiska förståelse och möjlighet att lösa problemuppgifter (Malmer, 2002). Vi anser att en viktig pedagogisk och specialpedagogisk uppgift är att tillsammans med eleverna arbeta med sådana ord och begrepp, för att öka förståelsen av matematiska problemlösningstexter.

Problemlösningsuppgifter kan definieras som uppgifter med text, där man inte från början vet vilken metod som bör användas (Taflin, 2007). Detta kan kopplas till en affektiv sida hos elever. Det vill säga en vilja att lösa problemet. Att lösa problemet är att skapa en metod (Bergsten, 2006). Författaren resonerar kring huruvida problemlösning är kärnan i det matematiska tänkandet. Han menar vidare, att problemlösning finns inneboende i varje matematisk aktivitet.

Anledningen till varför matematiker lyckas i sitt arbete är att de vet och kan lösa matematiska problem. Alla kan lära sig att lösa matematiska problem, genom att använda sig av en process där man medvetet gissar om förhållanden mellan mängder och former (Boaler, 2011). Kärnan i problemlösning är att ha god känsla för tal och kunna göra ungefärliga bedömningar och uppskattningar i sina lösningar.

Problemlösningsuppgifter innehåller ord som är matematiskt betydelsebärande i sin kontext. Med matematiskt betydelsebärande ord menar vi ord och begrepp, i en matematisk kontext, som behövs för att göra jämförelser av olika egenskaper och som är styrande för innehållet.
Forskningen för fram två områden där elever ofta stöter på svårigheter. Det ena området är att kunna automatisera talfakta och det andra är att kunna lösa textuppgifter, där kraven på god ordavkodning och läsförståelse kan bli övermäktiga om eleverna inte får den undervisning och det stöd de har behov av (Lundberg & Sterner, 2006).

Textuppgifter i matematik, benämns i denna studie som kontextuella uppgifter, kan vara komprimerade och ställer höga krav på både god ordavkodning och läsförståelse. Felläsning av ett enda litet ord kan leda till fullständig missuppfattning av den matematiska texten (Johansson, 1983). En del elever utvecklar strategier för att bortse från sammanhanget i texten och istället hitta något nyckelord eller en ledtråd. Detta är en mindre lyckad strategi bl. a därför att problem som innehåller samma nyckelord kan leda till helt olika räknesätt och beräkningar.

Vi känner till att många skolor varje år testar och kartlägger sambandet mellan läsförståelse och problemlösning med hjälp av Analys av Läsförståelse i Problemlösning, ALP-tester av Malmer (2005). Gudrun Malmer har under en stor del av sitt liv ägnat sig åt forskning, fortbildnings- och utvecklingsarbete i matematikdidaktik. I samband med att Malmer utnämndes till hedersdoktor vid Göteborgs Universitet beskrevs hur hon i läroböcker, lärarhandledningar och didaktikböcker, i artiklar och föreläsningar poängterat språkets betydelse och arbetssättets roll i matematikundervisningen (Emanuelsson, Ryding, Wallby, Emanuelsson, Mouwitz, 1999). I flera av hennes böcker (Exempelvis: Malmer, 1990; Malmer, 1984) tar hon upp både Piaget och Vygotskij och beskriver deras sätt att se på språket, där Piaget hävdar att tänkandet föregår språket, medan Vygotskij talar om språket som det främsta kommunikationsmedlet och något som föregår tänkandet. Malmer understryker vikten av att tala matematik, att tillvarata elevernas tidigare erfarenheter och elevers samverkan i grupper vid problemlösning. Social konstruktivism betonar det sociala sammanhang där inlärning sker. En individ bygger upp sin egen kunskap i växelverkan med andra individer (Björkqvist, 1993). Detta är grunden till att vi i vår studie gör antagandet att teorin bakom Malmers material kan härledas till den socialkonstruktivistiska teorin.

Vi är intresserade av att undersöka sambandet som kan finnas mellan läsförståelse och matematisk problemlösningsförmåga. Hur stor påverkan har bristen på läsförmåga på elevers matematiska förståelse och förmåga att lösa problemuppgifter i en matematisk kontext. För att undersöka relationerna vill vi även jämföra utfallet mellan kontextuella uppgifter och kontextlösa, rent aritmetiska, uppgifter.

I studien används begreppen läskompetens och läsförmåga, med dessa begrepp avses förmågan i läsförståelse. Begreppet aritmetisk kompetens avser förmågan att göra beräkningar med de fyra räknesätten i kontextlösa uppgifter.

1.1Skolans styrdokument

I Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011(Skolverket, 2011), står att läsa;

> ”Matematisk verksamhet är till sin art en kreativ, reflekterande och problemlösande aktivitet som är nära kopplad till samhälleliga, sociala och välgrundade beslut i vardagslivets många valsituationer och ökar möjligheterna att delta i samhällets beslutsprocesser” (s. 62).

Vidare står att läsa:

> ”Undervisningen ska bidra till att eleverna utvecklar kunskaper för att kunna formulera och läsa problem samt reflektera över och värdera valda strategier, metoder, modeller och resultat” (s. 62).

Läroplanen betonar att matematik ska behandla vardagsproblem. Problemsituationer är sällan förenklade, eller förenklade så att beräkningarna ska bli enkla att utföra. Inte heller liknar de problemsituationer som elever stött på tidigare i undervisningen. Det förväntas av eleverna att de ska kunna överföra sina kunskaper från ett tidigare behandlat problem till ett vardagsproblem (Bentley & Bentley, 2011).

Ett av syftena i läroplanen i ämnet matematik är att eleverna ska ges möjlighet att använda matematiska uttrycksformer för att kommunicera matematik både i vardagliga och matematiska sammanhang. Eleverna behöver både ett vardagsspråk och ett mer ämnesspecifikt matematikspråk för att kunna kommunicera i olika sammanhang. Det är viktigt att lärarna ger eleverna möjlighet i matematikundervisningen att via diskussioner tillägna sig ett alltmer ämnesspecifikt språk. Arbetet med ämnets språkliga aspekter behöver vävas in i undervisningen så att de blir begripliga för eleverna. Vardagliga ord används på olika sätt i olika ämnen och sammanhang. Detta gör det svårt för eleven att förstå varför man pratar och skriver på ett sätt inom t ex biologi och ett annat inom geografi. Ordet volym har en betydelse i musik mot en annan i matematik. Oavsett vilken text eleven ska arbeta med behöver eleven förförståelse för textens uppbyggnad och innehåll, men eleven behöver även veta varför texten är viktig. Det är skillnad mellan hur man lär sig vardagliga ord och mer vetenskapliga ord och begrepp. De vetenskapliga begreppen presenteras av läraren i undervisningen genom att den definierar begreppets betydelse. I matematik kan det betyda att beskriva ett begrepp och utveckla det vidare genom att jämföra, relatera och undersöka begreppet med dess olika betydelser (Skolverket, 2012a).

1.2 Vikten av att arbeta med problemlösning

Det finns flera anledningar till att arbeta med problemlösning. Vi lär oss exempelvis problemlösning för att klara att lösa problem i det verkliga livet. Att arbeta med problemlösning ger oss större möjlighet att lösa problem vi kan komma att ställas inför och kan förbereda oss för framtiden. Vi lär oss om problemlösning för att ha generella strategier för att kunna lösa problem. Ju fler strategier vi samlar på oss desto större möjlighet har vi att pröva olika vägar för att nå en lösning på problemet. Vi arbetar också med problemlösning för att genom det konstruera egen kunskap. När vi närmar oss ett problem använder vi den kunskap vi redan har, prövar den och kommer ibland fram till nya insikter som vi omformar till ny egen kunskap. Nästa gång vi möter liknande problem ingår den kunskapen bland den vi tidigare har och blir del i metoden vi använder för att lösa nästa problem (Schroeder & Lester, 1989).

Problemlösning kan sägas ligga till grund för skolmatematiken. Det är för att klara av att lösa problem vi behöver ämnet matematik. Man skiljer mellan rutinfrågor och ickerutinfrågor, där de första är frågor eller uppgifter vi ska träna på för att uppnå matematisk färdighet inom ett visst område och de andra är problem (Wyndhamn, 1993). Problemen, som är ickerutinfrågor, kan identifieras som tre typer: processproblem, öppna problem och problemsituationer. Att förstå problemet är att förstå relationen mellan ett fenomen som en symbol, ett ord, ett uttalande, en text, ett problem och dess kontext.

I matematik är det viktigt att kunna kommunicera sin kunskap och att ha förmåga att redovisa sina lösningar på flera olika sätt t.ex. visuellt, skriftligt, muntligt och med symboler. Det är även viktigt för eleverna att kunna använda relevanta strategier, metoder och modeller och att kunna analysera och reflektera kring sina egna lösningar men även kring andras lösningar (Pettersson, 2010).

2. Tidigare forskning

Kapitlet presenterar forskning inom områden som har relevans för studiens syfte. Först en beskrivning av arbetsminnet och dess betydelse för kunskapsutvecklingen. Forskning om matematikens språk behandlas. Därpå följer en redogörelse av forskning om matematiksvårigheter samt lär-och skrivsvårigheter och sambanden däremellan. Därefter behandlas begreppet problemlösning. Avslutningsvis tas lärarens betydelse för elevens lärande i problemlösning upp.

2.1 Arbetsminnets betydelse för kunskapsutveckling

I hjärnans inre partier, i det limbiska systemet finns hippocampus. Där finns minnet.
Skadas hippocampus förlorar man förmågan till inlärning. Hippocampus står för organisation och katalogisering av nyskaffad information (Melin, 2004).

Långtidsminnet och förståelse spelar en nödvändig roll för en framgångsrik matematikinlärning. Eleverna har lättare att komma ihåg olika moment inom matematik om de har förståelsen och kan relatera till kända sammanhang. Förståelse är ingen garanti för att långtidsminnet ska lagra det som lärts i matematik. Elever kan även glömma delar av matematiken som de har förstått bra tidigare och kommit ihåg under en kort tid. För att gå vidare till de svårare och mer krävande stadierna i matematik, behöver de ha ett väl fungerande arbetsminne. Där har de effektiv tillgång till matematiska fakta, begreppsförståelse och procedurer. Beräkning och problemlösning i matematik innefattar en tankeprocess i flera steg. Detta i sin tur betyder att arbetsminnet, tillsammans med korttidsminnet, spelar en nyckelroll i barnens förmåga att vidareutvecklas i matematik. Det är viktigt att ha ett väl fungerande arbetsminne, för att klara av att hålla fakta och symboler i tanken, medan de finner en lösning på problemet (Kay & Yeo, 2003; Henderson, 2012).

I arbetsminnet äger det mesta av det kognitiva handlandet rum. Där mottas information från sinnena som bearbetas på olika sätt för att möjliggöra lagring i långtidsminnet och vid behov plockas fram som kunskaper och färdigheter (Wyndhamn, Riesbeck & Schoultz, 2000).
Kunskaper som elever inhämtar under dagen hamnar först i arbetsminnet. Oftast beskrivs det med tre komponenter, den fonologiska loopen, den visuellt spatiala funktionen och den exekutiva funktionen. Den fonologiska loopen ansvarar för att avkoda språkljud till ord, mening och betydelser. I den visuellt spatiala funktionen kan beräkningar av aritmetiska uppgifter och deras lösningar representeras. Den exekutiva funktionen samordnar och dirigerar verksamheten i arbetsminnet, ansvarar för matematiska operationer, hämtar data från långtidsminnet och fokuserar vår uppmärksamhet (Bentley & Bentley, 2011).

Kopplingen mellan minnessvårigheter och matematiksvårigheter för elever i svåra läs- och skrivsvårigheter delas in i tre delar (Kay & Yeo, 2003). Den första delen handlar om hur elever kan fastna i rigida beräkningsstrategier vid lösningar av olika matematiska uppgifter och att de kan bli oroliga när reglerna inte går att tillämpa. Svagt arbetsminne hos dessa elever innebär, till skillnad från andra elever utan dessa svårigheter, att beräkningarna inte befästs och att de inte automatiserar metoderna. Det innebär även att de fastnar i mekaniska beräkningar av addition och subtraktion och fortsätter göra så, långt efter att andra elever automatiserat kunskapen. Den andra delen handlar om svårigheterna att automatisera tabellkunskaper t. ex. multiplikationstabeller. Många elever i läs- och skrivsvårigheter försöker använda sig av stegvisa beräkningar såsom upprepad addition och fastnar i detta, därmed misslyckas de med att automatisera tabellerna. Den tredje delen handlar om att utveckla och använda logiska resonemang kring olika matematiska beräkningsmetoder.

Forskning visar att användandet av effektiva beräkningsstrategier kräver litet arbetsminne och underlättar utantillkunskaper. Många elever i läs- och skrivsvårigheter misslyckas med att utveckla beräkningsmetoder, som är effektiva för dem själva och som de känner sig trygga med och säkra i. Detta leder till att de tappar mycket arbetsminne och inte förankrar nya kunskaper. Svagt långtidsminne förklarar delvis varför elever i läs- och skrivsvårigheter misslyckas med att generalisera olika form av kunskap inom t ex matematik (Kay & Yeo, 2003).

2.2 Matematikens språk

Matematik som vetenskap har ett symbolspråk, som är kompakt, kortfattat och mycket exakt. Matematikspråket ses som stringent och precist. Påståenden och definitioner måste vara mycket exakta och tydliga. Det karaktäriseras av att korta formuleringar kan uttrycka flera saker. Detta innebär att matematiska uttryck kan vara samlande uttryck för många situationer.

Några få symboler rymmer många och varierande meningsinnehåll (Johnsen Höines, 2002; Pettersson, 2010).

I matematiska textproblem förekommer olika typer av ord. En grupp ord är bekanta sedan tidigare men med utökad eller annorlunda betydelse, andra grupper är adjektiv och prepositioner (Österholm, 2004; Malmer, 2002). Halliday (citerad i Österholm, 2006), beskriver att språket inom matematiken, inte är ett eget språk utan är hur det naturliga språket används inom matematiken på ett annat sätt. Matematiken använder både ett naturligt språk och ett symbolspråk. Läsning kan vara relevant inom matematiken på samma sätt som i all kommunikation vilken utnyttjar det naturliga språket (Österholm, 2006).

Betydelsen av att fokusera på läsning inom matematik på alla skolnivåer är viktig eftersom detta är en speciell typ av kunskap. Matematiska texter byggs upp på samma sätt som naturliga texter dvs. med innehåll, form och struktur. Att lära sig matematik är som att lära sig ett nytt språk med olika ord, överenskommelser, logiska resonemang och olika begrepp (Pettersson, 2010). Matematikens språk kan delas i tre olika ordförråd. Det första ordförrådet beskrivs som vardagsspråk t.ex. fler, färre, mer, mindre, under, över. Det andra ordförrådet är specifikt för matematiken t.ex. nämnare och täljare. I det tredje ordförrådet har orden olika betydelser i vardagsspråket och i matematisk kontext t.ex. rymmer och ringa.

Förtrogenhet i matematikspråket betyder att kunna översätta vardagshändelser och vardagsspråk till ett matematiskt språk, även att kunna översätta däremellan.

2.2.1 Matematiskt vardagsspråk

”Mathematical discourse is notorious for involving both specialized terms and different meaning to everyday words” (Pimm, 1987, s. 8). När eleven är omedveten om ordens förändrade betydelse i den matematiska kontexten, är det lätt att förstå att flera svårigheter uppstår. Elever behöver förstå att både grammatik, betydelse, användandet av ord och uttryck varierar i olika kontext. Utan denna förståelse uppstår förvirring som medför att eleven inte ser meningen i uppgiften. Författaren menar att lära det matematiska språket kan jämföras med att lära sig ett nytt främmande språk.

Att vara förtrogen med det matematiska språket innebär att kunna översätta vardagshändelser och vardagsspråk till ett matematiskt språk och tvärtom. När elever uppmanas att identifiera matematiken i olika problem i en matematisk kontext utmanas de att reflektera över relationen mellan vardaglig och matematisk text eller till relationen mellan matematik och kontext (Johnsen Höines, 2002; Pettersson, 2010).

2.2.2 Språkets betydelse för begreppsförståelsen

I de flesta problemlösningsuppgifterna är begreppsförståelsen central. Ett felaktigt svar kan ofta bero på bristande begreppsförståelse (Pettersson, 2010).

Målet för matematiklärande är problemlösning och förståelse. Förståelse uppnås bäst genom problemlösning (Lester & Lambdin, 2007). En sammanfattning av orsaker som leder till att förståelse ger positiv matematisk utveckling, preciserades av Hierbert & Carpenter (citerad i Lester & Lambdin, 2007).

> ”Förståelse är motiverande. Förståelse skapar förutsättning för mer förståelse. Förståelse hjälper minnet. Förståelse förbättrar transfer. Förståelse påverkar attityder och föreställningar. Förståelse leder till självständiga elever.” (s. 98-100)

När elever förstår vill de lära sig mer för att uppleva ytterligare förståelse. Upplevelsen av att förstå ger en känsla av att lyckas som är motiverande. Detta pågår i individen själv utan yttre faktorer. Förståelsen av matematiska problem gör att matematiken blir användbar för elever och är på så sätt en förutsättning för ytterligare förståelse. När elever upplever en mening med matematiska principer är de lättare att hålla i minnet, eftersom förståelsen hjälper till att koppla ihop olika fakta till ett sammanhang. Om elever kan använda det de lärt sig med förståelse i andra sammanhang, transfer, har de större förutsättning att lyckas i nya situationer. Matematisk förståelse gör att elever upplever ämnet positivt och ger dem positiv självkänsla vilket medför att de blir mer självständiga. Problem blir utmaningar i stället för svårigheter.

Den matematiska förmågan har en stark koppling till våra föreställningar om vad vi själva tror oss att klara (Schoenfeld, 1992). Begreppet beliefsystem är tilltron till vår egen förmåga att kunna lösa matematiska uppgifter och ger synsättet vi använder oss av när vi närmar oss ett problem. Om vi inte förväntar oss att klara problemet använder vi inte vår affektiva sida, viljan att nå en lösning, eftersom vi inte anser oss kapabla att förstå matematik. Elevers föreställning om vad matematik är och vad man behöver för att utföra matematik inkluderar sällan läsning som en viktig förmåga. För att utvecklas matematiskt behöver de, förutom att förstå siffror och symboler även förstå ord och begrepp i en matematisk kontext (Fuentes, 2010).

Det är det vardagliga språket i matematiken som för en del elever orsakar problem. För att utveckla eleverna matematiskt måste vi utveckla elevernas läsförståelse. Ett experiment som utfördes av Call och Wiggin (citerad i Aiken, 1972) tar upp språklig förståelse i matematik. De lät en engelsklärare respektive en matematiklärare undervisa var sin grupp elever i matematik. Engelskläraren betonade i sin undervisning betydelsen av orden i den matematiska texten medan matematikläraren grupp utgjorde kontrollgrupp och fick ordinarie undervisning. Resultatet visade att gruppen som arbetat med ordförståelse lyckades bättre i det efterföljande testet.

2.3 Matematiksvårigheter

En av de största orsakerna till felaktiga lösningar på problem i åk. 4-9 är att eleverna inte förstår innehållet i texten (Möllehed, 2001). Det krävs flera förmågor hos eleven för att lyckas med problemlösning. Förmågorna delades i avhandlingen in i faktorer, som i sin tur sammanfördes till större grupper, kognitiva färdigheter och matematiska färdigheter. Bland de kognitiva färdigheterna ingick faktorn textförståelse. Textförståelse definieras på följande sätt: ”Eleverna missförstår på olika sätt den information som ges i texten, förstår ej sammanhanget i meningarna eller feltolkar enstaka detaljer”(s. 63). Denna faktor visade sig vara den mest förekommande orsaken till antal fel i alla årskurser. I årskurs 5 uppgick antal noterade fel på grund av bristande textförståelse till 389. Nästa faktor, relationen mellan helheten och dess delar, orsakade 198 noterade fel. I Mölleheds undersökning hade lärarna rätt att förklara vissa ord eller innebörden i en mening om eleverna inte förstod och ställde frågor till läraren. Trots detta var textförståelsen den faktor som hade störst betydelse för om eleverna lyckades eller misslyckades i att lösa uppgifterna.

Neuropsykologin tar utgångspunkt i att svårigheter i matematik beror på problem med olika former av kognitiva processer. Det kan handla om svårigheter med arbetsminnet, vilket gör att eleven får svårt med huvudräkning eller att lösa mer komplexa räkneoperationer. Andra problem kan handla om svårigheter med planering och organisering, procedurtänkande. Detta medför att eleven lätt tappar den ”röda tråden” vid lösandet av en uppgift, trots att eleven med stöd och hjälp kan berätta hur den ska lösas. En annan svårighet kan vara spatial organisering, där eleven i olika steg, via inre bilder, ser hur uppgiften skall lösas. Eleven kan ha svårigheter med att resonera och reflektera kring rimlighetsbedömning (Adler& Adler, 2006).

2.4 Läs- och skrivsvårigheter

Elever i läs- och skrivsvårigheter kan ha svårt att lösa textuppgifter i matematik då det ställer krav på förmåga att ha god ordavkodning och läsförståelse. De här eleverna har behov av stöd och undervisning, som möter upp dessa elevers svårigheter. Om eleven får stöd i att sätta ord på sina upptäckter och handlingar, kan språk och handling interagera, eftersom språket hjälper eleven att få syn på och tydliggöra sina handlingar (Lundberg & Sterner, 2002, 2006). Läsning förutsätter att eleven kan göra åtskillnader mellan olika tecken och bokstäver. Eleven behöver dessutom ha ett arbetsminne som klarar av att komma ihåg ordet när det är färdigläst, känna igen det som lästs och ge det ett innehåll (Adler & Adler, 2006).

Elever som har läs- och skrivsvårigheter, har ofta svårigheter med att läsa matematiska texter. Matematikböcker har textuppgifter som måste läsas korrekt, annars finns det stor risk att lösningen blir fel. Ordförrådet är avgörande för läsförståelse och för att man ska förstå verbalt formulerade matematikproblem. Många ord har flera olika betydelser och kan skapa förvirring i matematiken för en del elever. Arbetet med avkodning för en del elever med läs- och skrivsvårigheter gör att all koncentration används till att ljuda fram ordet vilket medför att betydelsen blir sekundär. Svårigheter med avkodning av grundläggande ord är arbetsamt för elever i läs- och skrivsvårigheter och komplexa problemord där det krävs flera steg för att avkoda dem blir för mycket. Det kan öka ångesten och innebära att de ger upp matematiken.
Kräver textuppgifter många steg innan de når en lösning, tappar eleverna ofta bort tråden och klarar då inte att slutföra den (Henderson, 2012; Lundberg & Sterner, 2006).

2.5 Samband mellan läs- och skrivsvårigheter och matematiksvårigheter

Swanson, Cooney & Brock (citerad i Lundberg & Sterner, 2002), fann att de faktorer som bidrog mest till adekvata lösningar på skriftliga matematiska textproblem var elevers läsförståelse och kunskaper om olika räkneoperationer. Både skriftspråket och matematik bygger på språk i form av text, instruktioner och symboler. Språkliga svårigheter kan leda till att elever kan ha svårt att lära sig matematiska symbolers innebörder och platsvärden och att hantera den skriftliga dokumentationen. I matematiska textuppgifter krävs att man kan plocka ut given information som ska tolkas och integreras med andra data för att t.ex. användas i en matematisk modell. Genom att sätta ord på tankar och idéer lyfts de upp och blir synliga för reflektion och eftertanke och på så sätt kan en djupare förståelse nås. Eleverna måste ges en öppen, flexibel och mångdimensionell attityd till språket så att de utvecklar förståelse för att mindre vanliga betydelser hos ett ord som de redan kan och känner till. Eleverna måste förstå att ord kan ha mer än en betydelse och att meningen skapas av sammanhanget. Språket är exakt och det är viktigt att alla småord uppfattas och tolkas korrekt för att innehållet inte ska bli förändrat. Elever som kastar om ord i meningar eller tappar små ord eller saknar flyt i läsavkodningen kan uppleva svårigheter i att finna sammanhang och mening i texten (Lundberg & Sterner, 2002).

En möjlig bakomliggande faktor som kan förklara samband mellan läs- och skrivsvårigheter och matematiksvårigheter är allmän intelligens. Om den allmänna kognitiva förmågan är svag blir det svårt att lära sig komplicerade saker. En elev som har problem med att automatisera kognitiva operationer kan få svårigheter med både läsning och räkning. Fonologisk medvetenhet är en avgörandefaktor i läsinlärningen. Fonologi har med språkets ljudmässiga uppbyggnad att göra. Fonologiska svårigheter kan innebära att man har svårt att hålla isär och komma ihåg alla matematiska termer och begrepp. En förutsättning för god läsning är en väl automatiserad förmåga att känna igen skrivna ord. Eleven ska inte behöva tänka efter vad som står. Inför en räkneuppgift som kräver läsning av text kan svårigheter med orden bli ett så stort hinder att eleven inte kan visa sin egentliga förmåga att lösa matematiska problem. Elever i läs- och skrivsvårigheter har en sämre fonologisk förmåga än genomsnittsläsaren och elever i matematiksvårigheter har svårt att automatisera grundläggande talfakta. En förklaring kan vara en underliggande funktion som tar sig uttryck i svårigheter i att automatisera ordavkodningen, hämta ord från långtidsminnet och att lägga talfakta i långtidsminnet (Lundberg & Sterner, 2006).

I en kanadensisk studie undersöktes vilken inverkan dyslexi och andra läsförståelseproblem hade på matematisk problemlösning. Huvudfrågan berörde skillnaden i hur elever i "third grade" med dyslexi, specifika läs- och skrivsvårigheter respektive kontrollgrupp löste räkneoperationer, tabellkunskap och problemlösning. Ett stort samband påvisades mellan dyslexi och matematiksvårigheter, men forskarna efterlyste mer forskning i olika typer av läsförståelseproblem och dess koppling till matematikproblem. (Vukovic, Lesaux & Siegler, 2010).

I en annan studie undersöktes sambandet mellan läsförmåga och aritmetisk förmåga. Eleverna delades in i fyra grupper, där elever med svårigheter i läsförmåga (RL) var en. Resultatet visade sig att bristande läsförmåga hade liten effekt på elevernas aritmetiska förmåga (Reikerås, 2006). I ytterligare en studie med liknande design, mättes sambandet mellan bristande läsförmåga och problemlösningsförmåga. I studien framkom att läsförmågan inte hade så stor betydelse för problemlösningsförmåga som den matematiska förmågan. Bland de yngre eleverna var skillnaden inte märkbar, RL-gruppens resultat sammanföll med normalgruppens. Bland elever över tretton år låg resultatet under normalgruppens (Reikerås, 2009a). Författaren drar slutsatsen att den allmänna matematikkunskapen har större betydelse för problemlösning än bristande läsförmåga.

Annan forskning uppvisar att bristande läsförmåga har negativ effekt på matematik. Att det matematiska språket fodrar att man bemästrar sitt naturliga språk både i ord och strukturer för att innefatta det i en matematisk kontext klarlade Boero, Couek och Ferrari, Carter & Dean och Lager (citerad i Lamb, 2010). Svårigheter i läsförståelse påverkar möjligheten att lyckas i matematik negativt. Elever i lässvårigheter straffas dubbelt, både på grund av lässvårigheter och i matematiksvårigheter som beror på lässvårigheter (Lamb, 2010).

2.6 Problemlösning

2.6.1 Läroplaners syn på problemlösning

En omfattande inventering har gjorts över hur läroplaner genom tider benämner och beskriver problemlösning. Den startar med 1919 års undervisningsplan och fortsätter till Lpo 94 och finner att många begrepp använts och används för att beskriva problemlösning varav tillämpningsuppgift, räkneproblem och benämnda uppgifter är några. Ju närmare vår egen tid läro- och kursplanerna skrivs, desto oftare förekommer orden problem och problemlösning. Eleven ska ställas inför en utmaning och vara villig att försöka finna en lösning. Problemet ska också vara meningsfullt för eleven Lgr 80 tar upp den kognitiva delen av problemlösning och använder termer från Pólyas problemlösningsschema. I Lpo 94 är problemlösning en väg att utveckla matematiskt tänkande, upptäcka samband och kunna använda logiskt resonemang. Där betonas också vikten av kommunikation i matematiken. (Wyndhamn et al, 2000).

Läroplaner tar upp problemlösning på tre sätt. Problemlösning i en kontext, som ett hantverk/skicklighet och som en konst (Stanic & Kilpatrick, 1988). Den svenska läroplanen betonar att det är vardagsproblem som ska behandlas i matematiken. Den typen av vardagsproblem som förekommer är sällan elevernas vardagsproblem. Uppgifterna liknar sällan de uppgifter som eleverna stött på i den tidigare undervisningen. För att kunna hantera matematik i vardagliga situationer krävs omfattande träning men även elevernas egna erfarenheter kan komma till nytta i matematiken (Bentley och Bentley, 2011).

Att ha en bra problemlösningsförmåga innebär att man har igenkänning och kan associera och relatera till andra situationer. Det är även viktigt att man kan identifiera och formulera problem. Att vara en aktiv problemlösare innebär att man har en god logisk förmåga och att man stannar upp och gör rimlighetsbedömningar (Adler & Adler, 2006).

Vid problemlösning ställs höga krav på elevers olika förmågor, de ska kunna förstå uppgiften, komma fram till lämplig lösningsstrategi, utföra olika beräkningar och redovisa en begriplig lösning, som går att följa (Pettersson, 2010). För att kunna göra detta krävs att eleven har bl. a läsförståelse, begreppsförståelse, förstår räknesättens innebörd och samband med varandra. En inte helt ovanlig missuppfattning hos elever när det gäller ”hälften” är att det förväxlas med ”dubbelt”. Uttrycket ”så många” kan leda tankarna till en ökning. Ytterligare en vanlig missuppfattning är att ”dubbelt så många” uppfattas som ”lika många”. I de flesta problemlösningsuppgifter är begreppsförståelsen central och bristande begreppsförståelse kan leda till ett felaktigt resultat. Där det handlar om årtal och begreppet ”yngre” kan detta ord lura eleverna till att tänka subtraktion, vilket avgör valet av räknesätt. Detta kan väcka funderingar kring hur vi ser på räknesätten. Ser vi addition som ökning, eller lägga till eller jämförelse och ser vi subtraktion som minskning, ta bort eller jämförelse? Många av våra vardagsord såsom fler, mer, äldre leder lätt till additionstänkande medan ord som färre, mindre, yngre leder lätt till subtraktionstänkande (Pettersson, 2010).

Problemlösning kan utföras med hjälp av fyra faser (Pólya, 1970). Eleverna måste förstå problemet, göra upp en plan, genomföra den och kontrollera den. Pólya tar en heuristisk utgångspunkt. Heuristiken hjälper eleven att upptäcka, genom att gissa och ställa frågor till texten, för att förstå problemet. Den hjälper också till att göra upp en möjlig plan, eller flera möjliga planer för att lösa problemet. När planen genomförs är det viktigt att beskriva det man gör för när man granskar lösningen och kontrollerar den, kunna se tillbaka på den färdiga lösningen, granska och diskutera den. Man ser om svaret är rimligt och kan diskutera eventuella andra lösningar. Framställningen av ett problem måste vara begriplig och problemet måste vara väl valt.

2.6.2 Definitioner av problemlösning

Fyra villkor ska vara uppfyllda för att en uppgift ska anses som problem. Det ska vara lätt att förstå, kunna lösas på flera sätt, introducera viktiga matematiska idéer eller lösningsstrategier och ska leda till nya bra problem (Schoenfeld, 1992). På liknande sätt definieras problemlösning som en uppgift som för lösaren utgörs av ett okänt problem (Taflin, 2007).

> Den som ska lösa problemet måste bland annat ha förmåga att tolka problemet, och veta vad som ska lösas. För att en matematisk uppgift ska uppfattas som problem måste problemlösaren vilja lösa problemet utan att för den skull känna till på vilket sätt detta ska ske. En uppgift är ett problem först när det kräver att problemlösaren gör en särskild ansträngning för att finna lösningen”(s.21).

2.6.3 Definitioner av matematisk kontextuella problem

Matematiska problem är relaterade till hur individen upplever dem. Alla matematiska uppgifter, både kontextuella och ickekontextuella, kan upplevas som ett problem av en person medan de för en annan inte är något problem (Björkqvist, 2001). De textuppgifter som innehåller ett problem, som kräver både läsförståelse och matematisk kapacitet är de vi i vår studie intresserar oss för. Matematiska problem i texter har många benämningar. Vi beskriver här några vanliga benämningar som förekommer i matematisk litteratur.

Med *öppna problem* avses sådana uppgifter där lösningen inte är entydig utan det finns mer än en metod att nå lösning och ibland också flera lösningar. Att lösa problem handlar om att skapa en metod. Eleverna kan genom olika resonemang komma fram till möjliga lösningar (Bergsten, 2006). *Rika problem* kan vara både kontextuella och ickekontextuella. De får sin betydelse genom sitt matematiska innehåll och de hjälper till att koppla ihop olika tillvägagångssätt och utvecklar matematiska idéer (Björkqvist, 2001). *Textproblem* är en uppgift med text som inte behöver fylla alla kriterier för öppna eller rika problem. Den kan ha enbart en lösning och kan vara rutinfrågor (Wyndhamn, 1993).
I en uppgift med *vardagsproblem* finns ett problem som är förknippat med vardagen, ofta med vardagligt språk. Vardagsproblem är sällan förenklade eller anpassade så att beräkningarna ska bli enkla att genomföra. Uppgifterna liknar sällan de uppgifter som eleverna stött på i den tidigare undervisningen (Bentley & Bentley, 2011).

2.7 Lärarens betydelse för elevens lärande i problemlösning

Vygotskij menade att lärarens aktivitet och engagemang för att skapa och möjliggöra interaktion och andra sociala aktiviteter är av stor vikt. Man talar om att överföra eller ge eleverna stöttning i lärprocessen, ”scaffolding”, vilket är ett begrepp utvecklat av Bruner, utifrån Vygotskijs teori om den proximala utvecklingszonen. Det är främst knutet till barns språkutveckling där föräldrar och lärare har en central roll i kunskapsutvecklingen. I den aktiva lärsituationen ska läraren kunna förutse eventuella svårigheter och vägleda eleven genom lärprocessen. Genom denna stöttning ges eleven möjlighet att klara av att lösa problem och uppnå mål som annars skulle finnas utanför elevens egen förmåga. Undervisningen ska anpassas till elevernas vilja, kunnande och sätt att uppleva världen. Elevers tidigare erfarenheter är centrala vid skapandet av nya mer komplexa strukturer i deras kunskapsutveckling. Detta är av vikt för att eleverna ska kunna använda sina nyförvärvade kunskaper i nya situationer (Hansson, 2011; Wyndhamn et al., 2000).

Elevernas lärande är beroende av lärares kunskaper i och om matematik, vad som påverkar elevernas läsförståelse och hur man kan arbeta både med elevernas läsförståelse och matematiska kunnande. Genom en förbättrad undervisning med tydliga samtal och diskussioner om matematiska texters innehåll och olika förslag till läsningsstrategier kan eleverna förändra och utveckla sina uppfattningar så att de närmar sig uppgifter på ett mer metodiskt sätt där de tar hänsyn till sammanhanget där talen ingår. Därför är det viktigt att elever får träna läsförståelse även i samband med matematik (Johnsen Höines, 2002; Österholm, 2004).

Brousseau framhåller betydelsen av att läraren stöttar eleverna i deras kunskapsutveckling i lärprocessen, då eleverna ska förstå att det är ny kunskap eleven själv konstruerat. En förutsättning för att lära med förståelse, är att eleverna själva ansvarar för sin konstruktion av kunskap, samtidigt som läraren tar ansvar för att stödja elevernas lärprocess (Hansson, 2011). Läraren kan skapa förutsättningar för lärsituationer som liknar naturliga situationer med problem, där eleven i första hand är intresserad av att lösa problemet och inte av de matematiska lösningarna som kommer i andra hand, s.k. adidaktiska situationer. Brousseau menar att det är viktigt att skapa adidaktiska situationer vilka är en förutsättning för elevernas kunskapsutveckling. I dessa situationer ansvarar eleven för konstruktionen av sin egen kunskap, det överordnande ansvaret för att skapa dessa situationer och stötta eleven är lärarens. Eleverna skall lära matematik med förståelse och kunskaperna skall bli socialt och kulturellt accepterade. Det är lärarens ansvar att skapa didaktiska situationer där det sker en interaktion mellan alla elever där de tillåts föreställa sig fler olika lösningar till problemen (Hansson, 2011).

En central framgångsfaktor i elevernas matematikutveckling är lärarens förmåga att följa elevernas kunskapsutveckling och lärande och i och med detta synliggöra lärprocessen för både sig själv och för eleverna (Skolverket, 2012b). Om undervisningen är konceptuellt inriktad med fokus på begrepp och procedurer har eleverna större möjlighet att överföra sina matematiska kunskaper till nya situationer och till vardagliga situationer. Eleverna behöver resonera och diskutera i kommunikation med lärare och andra elever under lärares ledning.

Eleverna visar i sina resonemang om och på vilket sätt de förstått eller missförstått ett moment (Skolverket, 2012b).

Lärande som social process omfattar mer än kommunikation mellan lärare och elever kring stoffet. Det omfattar även lärprocesser där elever är i interaktion i olika miljöer där de vidareutvecklar sin grundförståelse. Lärare utmanas att tillrättalägga kommunikationen med elever på så sätt att det stimulerar elevers kommunikation i olika sammanhang. Detta utmanar läraren att ha respekt för elevens metakommunikation och metainlärning. Detta får konsekvens för vilket språk som används och hur det används. Med andra ord, lärares och elevers språkbruk får en fundamental betydelse för elevernas matematiska språkutveckling. En problemformulering bör vara så anpassad att den aktuella målgruppen utmanas både matematiskt och socialt. Matematiken bör placeras i för eleverna bekanta, vardagliga situationer. Detta kan vara komplicerat, då val av vardagsanknutna problem, matematiskt och socialt ställer krav på hur eleverna tolkar uppgiften och hur de tolkar uppgiftens syfte. Detta ställer krav på kommunikationen mellan lärare och elever (Johnsen Höines, 2002).

3. Forskningsansats

Vi kommer att beskriva två forskningsansatser i denna avdelning.

Alla begrepp och föreställningar har sina rötter i ett begränsat antal grundläggande idéer som rör sig över och mellan olika ämnen genom det språk vi använder. Tillägnad kunskap betonar det individuella sinnet och den inre kunskapsutvecklingen. Den reflekterade kunskapen däremot konstrueras tillsammans med andra, där varje person tillför sin kunskapsdel som bildar en helhet. Vår förmåga att förbereda oss för att hantera nya situationer vi kommer att möta, är själva kärnan i lärandet. Kompetens innebär att kunna upprepa vad som kan upprepas och samtidigt kunna ändra vad som behöver ändras. Man behöver ha både tillägnad kunskap och deltagande kunskap för att kunna förstå och skapa ny kunskap (Sfard, 1998).

Kommunikation och det vi lär oss skulle aldrig kunna ske om vi inte hade ett språk som kan ses som ett socialt medium. Människan är en social varelse och har alltid levt i olika sociala sammanhang där man kommunicerat, samarbetat och interagerat med andra människor för att kunna lösa och utveckla olika problem (Philips & Soltis, 2010). Författarna menar att all inlärning av historia, litteratur, matematik m.m. är ämnen inom vilket språket i grunden har en viktig social funktion. Genom att olika professioner genom tiderna har diskuterat, argumenterat och spridit kunskap vidare har de bidragit till att bygga upp kunskaper i samhället.

3.1 Sociokulturellt perspektiv

I ett sociokulturellt perspektiv talar man om att lärande handlar om vad människor och den sociala samvaro de ingår i tar med sig från olika sociala situationer och hur de använder det i framtiden. Vygotskij ansåg att vi människor till stor del lär oss av varandra, det allra viktigaste är att använda de av mänskliga samhällen utvecklade redskap för att kunna hantera omvärlden och människor runt omkring oss (Säljö, 2000). De redskap som används kan vara logik, begrepp, symboltolkningar mm. Med redskap menas de resurser vi tar till när vi människor försöker agera, förstå och tolka vår omvärld. Språket är det främsta redskapet framför alla. Språket gör det möjligt för oss att tillägna oss högre form av kunskap såsom problemlösning.

Vygotskij talar om att språket framförallt är ett kommunikationsmedel och de begrepp och relationer som saknas i språket förs över och erövras i ett socialt medium. Genom att erövra språkliga kategorier tillåter det människan att delta i sociala samspel, vilka påverkar och formar vårt sätt att tänka. Språket är en grundläggande del i vår förmåga att förstå verkligheter på olika sätt. Det är mångfalden i perspektiv och kontextualiseringar som skapar människans främsta kunskapsresurs (Säljö, 2000; Philips & Soltis, 2010).

Kunskaper är något man använder i sitt agerande i vardagen och en tillgång. Med dess hjälp löser man olika problem, hanterar kommunikativa och praktiska situationer på lämpliga sätt (Säljö, 2000). Kunskaper är det som hjälper människan att se på ett problem eller en företeelse som på något bekant och som något den har tidigare erfarenhet av.

3.2 Konstruktivism och socialkonstruktivism

Termen konstruktivsim kan ses som ett paraply för olika teoretiska positioner (Wyndhamn et al., 2000). Inriktningarna som intresserar sig för undervisning och lärande har sina rötter i tankar och idéer från Piaget, Vygotskij, Dewey och Bruner.

Matematik kan ses som en social konstruktion, en kunskap som människan skapat och konstruerat för att överleva och utvecklas starkt knuten till en viss kultur. Varje person bidrar till dess uppbyggnad i det specifika sammanhang där personen befinner sig vid det aktuella tillfället. När det talas om konstruktivism i undervisningssammanhang handlar det om hur man erhåller kunskap. Social konstruktivism betonar de sociala sammanhang som inlärning sker i, där en person skapar och bygger upp sin egen kunskap i växelverkan med andra människor. Det som är kännetecken för social konstruktivism är att man studerar kollektiv kunskap och dess relation till den individuella kunskapen och till egenskaper hos den reella världen (Björkqvist, 1993). Elevens egna matematiska erfarenheter är mycket starkt knutna till muntlig kommunikation. För en elev är det viktigt att ha konkreta upplevelser av situationer som kan knytas till en matematisk kontext då begreppsbildning bygger på strukturella likheter i erfarenheter, det betyder att det som eleven vet har förhandlats och prövats tillsammans med andra (Björkqvist, 1993; Wyndhamn et al., 2000). Språklig variation ingår som en del av den kontextuella variationen. När en elev ser syftet och meningen med en bestämd matematisk kunskap och att den kan användas i olika sammanhang gör det att kunskapen blir beständig. När det gäller innehållet i lärandet ska detta vara i en för eleverna känd kontext. Viktigt att lärarna har en medvetenhet om matematik i och utanför skolan i undervisningen. Om man tar elevernas egna frågeställningar som utgångspunkt i undervisningen ökar möjligheterna till bra kunskapsutveckling.

Elevens aktivitet i lärprocessen ses som betydelsefull i både det sociokulturella perspektivet och i det socialkonstruktivistiska perspektivet men de belyser olika delar av aktiviteten. I det sociokulturella perspektivet läggs större vikt vid den sociala undervisningsmiljön, medan i det socialkonstruktivistiska perspektivet är fokus på kunskapens omformning som sker inom den individuella personen. Kunskapen ses där som något subjektivt konstruerat och interagerad med omgivningen (Hansson, 2011).

4. Syfte och centrala frågeställningar

En viktig specialpedagogisk uppgift är att tillsammans med eleverna arbeta med ord och begrepp så de kan omfatta och överföra ord- och läsförståelse till matematisk förståelse vid problemlösning. Elever i läs- och skrivsvårigheter kan även ha svårigheter med matematiska ord och begrepp, dvs. ord och begrepp i vardagen, som i matematisk text får en annan eller utvidgad betydelse. Detta kan påverka deras matematiska förståelse och möjligheter att lösa problemuppgifter. Vi har valt att belysa relationerna mellan läsförmåga och förmåga till matematisk problemlösning. I läsförmågan tittar vi på läsförståelse och förståelse av ord och begrepp med samma eller utvidgad betydelse i en matematisk kontext.

Syftet med denna studie är att belysa relationen mellan läsförmåga och förmåga till problemlösning i matematisk kontext.

Studiens forskningsfrågor:

- Vilket samband finns mellan läsförståelsen och elevernas möjlighet att lyckas i problemlösning med matematiskt kontextualiserade problem?

- På vilket sätt kan förståelsen av ord och begrepp i vardagen som i en matematisk kontext får en annan eller utvidgad betydelse påverka elevernas problemlösningsförmåga?

- Kan man se likheter och skillnader i resultatet, i så fall på vilket sätt, mellan matematiskt kontextualiserade problem och motsvarande problem i matematiskt kontextlösa uppgifter?

- Vilket samband finns mellan läsförståelse och elevernas möjligheter att lyckas med aritmetiska, kontextlösa, uppgifter?

5. Metod

Metoden i undersökningen är kvantitativ och bygger på vetenskapligt beprövade metoder. Vi använde statistiska instrument för att beräkna korrelation och signifikans. Insamlad data utgörs av resultat från tre test.

Att kunna ett språk innebär att man har förmåga att använda och anpassa språket till olika sociala sammanhang. Då har man en kommunikativ kompetens (Pimm, 1987). Läsförståelse är en kommunikativ kompetens som är nödvändig vid problemlösning. För att kunskapen ska bli elevens egen krävs att eleven ser syftet och mening med denna matematiska kunskap och förstår att den kan användas i olika sammanhang (Wyndhamn et al., 2000). En metod att utföra problemlösning är att eleverna måste förstå problemet, göra upp en plan, genomföra den och se tillbaka på den färdiga lösningen, granska och diskutera den (Pólya, 1970). För att eleverna ska lyckas med detta krävs att de har en god språklig förmåga (Lundberg & Sterner, 2006; Johnsen Höines, 2002; Lamb, 2010). Läsförståelse och en god språklig förmåga måste bemästras för att man ska sägas kunna ett språk.

Dessa teorier stärkte oss i vårt val av forskningsområde. För att få svar på våra forskningsfrågor där vi ville undersöka hur läsförståelsen och ord- och begreppsförståelsen påverkade elevers möjlighet att lyckas i problemlösning i en matematisk kontext, valde vi att samla in data på de olika områdena, läsförståelse, ord- och begreppsförståelse. För att få svar på vår forskningsfråga där vi ville undersöka om det fanns skillnader mellan matematiskt kontextuella problem och kontextlösa uppgifter, valde vi att samla in data från kontextlösa uppgifter. Då två av våra forskningsfrågor berörde samband valde vi att vi använda statistiska instrument för att kunna analysera detta.

5.1 Studiens design

Vårt val av metod grundar sig i avsikten att utforska om och i så fall på vilket sätt elevernas kunskaper om vardagsord och ord med utökad eller förändrad betydelse påverkar deras möjligheter att lyckas i problemlösning i matematisk kontext.

För att kunna undersöka relationerna mellan läsförståelse, ord- och begreppsförståelse i matematisk kontextualiserade problemuppgifter och aritmetisk förmåga behövde vi data som speglade dessa tre faktorer. För detta ändamål använde vi oss av tre tester. De två första testen vi valde var standardiserade och utgjordes av Analys av Läsförståelse i Problemlösning 5 (ALP 5) av Malmer (2006). Detta är screeningtest utarbetade av Malmer vilka sträcker sig från årskurs två till och med vuxna elever. I varje uppgift finns tre nivåer där A- nivån mäter läsavkodningsförmåga, B- nivån mäter förståelse och korrekt tolkning av betydelsebärande ord och C- nivån mäter förmåga i begreppsförståelse samt konstruktivt och kreativt tänkande.

Det tredje testet var ett instrument som vi själva utvecklade utifrån de standardiserade testen. Detta instrument beskrivs närmare under 4.2.2, Test av aritmetisk förmåga. Testen utfördes vid två olika tillfällen, vid ena tillfället de två standardiserade testen och vid andra tillfället det av oss egenkonstruerade testet.

Beskrivningen av vad det innebär att kunna ett språk är att man har förmåga att använda och anpassa språket till olika sociala sammanhang. Då har man en kommunikativ kompetens. Läsförståelse är en kommunikativ kompetens som är nödvändig vid problemlösning (Pimms, 1987). Denna definition är den vi utgått ifrån i studien.

5.2 Undersökningsinstrument

Vi testade elevernas läskompetens i en matematisk kontext, Test 1. Dessutom testades elevernas förståelse av ord- och begrepp i en matematisk kontext. Kontexten var av problemlösningskaraktär där beräkningsmetoden inte var given. Eleverna behövde förstå kontexten för att göra upp en plan och genomföra den, Test 2. Elevernas aritmetiska kompetens testades med kontextlösa uppgifter, Test 3, som var skapade utifrån de kontextualiserade problemlösningsuppgifterna i Test 1 och Test 2.

5.2.1 Test av läsförståelse i en matematisk kontext.

När vi valde att testa läsförståelse i problemlösning använde vi ALP 5 av Malmer (2006), eftersom det testar förmågan att utföra enklare räkneoperationer med hänsyn till korrekt tolkning av för innehållet styrande ord och uttryck. Förståelsen av ord och begrepp är nödvändig då den styr valet av strategi. Test 1 mäter läsförståelsen i en matematisk kontext men det mäter inte begreppsförståelsen och är anledningen till att varför vi valde att undersöka läsförståelse med hjälp detta test. Testet redovisas i resultatdelen.

Test 2 mätte begreppsförståelse i en matematisk kontext. Det testade även förmåga att utifrån innehållet dra logiska slutsatser och kunna utföra de räkneoperationer som ofta var flerstegslösningar. Krav ställs även på förmåga till kreativt och konstruktivt tänkande. Detta mättes i de kontextualiserade matematikuppgifterna och redovisas i resultatdelen som Test 2.

Vi hade kunnat välja annat material för att undersöka läsförmågans betydelse för problemlösning såsom uppgifter ur läroböcker, eget tillverkade uppgifter, ”Förstå och använda tal” av MacIntosh (2008) eller rena lästester. I MacIntoshs tester ligger emellertid betoning på taluppfattning och strategier för huvudräkning som den viktigaste beräkningsformen vilket inte skulle mäta det vi ville mäta. Egna tillverkade uppgifter i problemlösning hade varit ett alldeles för omfattande arbete att genomföra inom tidsramen för denna studie och hade inte varit lika tillförlitligt eftersom vi inte hade prövat ut testerna på flera grupper, som de standardiserade testen vi hade tillgängliga. Samma invändning vad gäller tillförlitlighet, gäller även för att välja ut uppgifter ur läroböcker.

Då vår avsikt var att undersöka läsförståelse och ord- och begreppsförståelse i matematisk kontext ansåg vi att lästester som t ex Diagnostiskt material för Läs- och Skrivförmåga (DLS) inte skulle mäta det vi avsåg att mäta. Dessa test mäter läsförståelse, stavning samt ord och begrepp i en icke matematisk kontext.

5.2.2 Test av aritmetisk förmåga

Då vi ville få syn på relationen mellan elevernas läsförståelse och ord- och begreppsförståelse med deras aritmetiska förmåga konstruerade vi kontextlösa uppgifter (se bilaga 1). Vi utgick från de kontextualiserade uppgifter som fanns i det standardiserade ALP - testen. Då A-uppgifterna i ALP-tester enbart mäter avkodning, gick det inte att skapa kontextlösa uppgifter som motsvarade dem. Ett exempel på A uppgift är ” Emma har en lina som är 20 meter lång. Hon klipper av en fjärdedel. A. Hur lång är hela linan?” (Malmer, 2005). De kontextlösa uppgifterna är därför utformade efter B- och C-uppgifterna. Uppgifterna poängsattes utifrån samma principer som ALP-testerna, dvs. Test 1 = 2 poäng och Test 2= 3 poäng. I Test 3 motsvarade detta 5 poäng.

Vi hade kunnat använda oss av Diamanttester (Skolverket, 2013), vi avstod från detta då det inte skulle mäta det vi avsåg att mäta. De mäter mestadels aritmetisk förmåga, de mäter inte läsförmågan i den matematiska kontexten vilket vår studie avsåg att undersöka. Därför valde vi att utveckla ett eget instrument som harmonierade med ALP testen vilket redovisas i resultatdelen som Test 3.

5.3 Analys av samband

En bivariat analys studerar sambandet mellan två variabler och den eventuella orsaksrelation denna kan avspegla. När det statistiska sambandet mellan två variabler undersöks, ställs frågan, om det är samband som observeras avspeglar ett reellt orsakssamband eller enbart är en statistisk samvariation som beror på tillfälligheter. (Djurfeldt, G., Larsson, R., Stjärnhagen, O., 2010).

För att sammanställa våra insamlade data i tabeller använde vi använde vi Stastical Package for the Social Sciences. Genom detta program har vi också tagit fram korrelationsdiagram och tabeller. Genom korrelationstabellerna kunde vi utläsa hur stora sambanden var mellan de olika testen. Sambandet visades i korrelationskoefficienten som var ett mått på styrkan i sambandet, kallas även för Pearsons r (Djurfeldt, G. et al., 2010). Vi utgick ifrån signifikantsmått som presenterades i SPSS för att analysera om sambanden var slumpmässiga eller systematiska.

Korrelationsdiagrammen, som visade spridningen av elevernas resultat, avsåg att undersöka eventuella sambanden mellan elevers läsförståelse och kontextualiserade problemlösningsuppgifter, läsförståelse och kontextlösa uppgifter, kontextualiserade problemuppgifter och kontextlösa uppgifter. Var det positivt, negativt eller inget samband?
Vi undersökte också om det fanns skillnader mellan olika grupper av elever, med avseende på deras läsförståelse och deras resultat på kontextuella problemlösningsuppgifter. Undersökningen genomfördes som ett t-test, d.v.s. ett test av medelvärdesskillnader. Begrepp som tas upp i t-test är frihetsgrader, vilket kan beskrivas som utrymmet eller friheten för slumpen att bestämma värdena i en fördelning. Ett annat begrepp är konfidensintervall som avgränsar felmarginalerna uppåt och nedåt.

5.4 Urval

I början av vår studie tänkte vi oss elever ur olika årskurser, men för att studien skulle få en högre validitet valde vi att undersöka elever ur samma årskurs. Vi grundade detta på att vi lättare skulle kunna jämföra resultaten.

Vårt urval bygger på 93 elever ur årskurs fem fördelat på tre klasser. En klass med 36 elever återfinns i en landsortskommun medan de andra två klasserna finns i storstad och består av 29 respektive 28 elever. Klassen med 36 elever är i matematik uppdelad i två grupper och som har samma lärare i matematik. I våra test redovisas dessa klasser som grupp A-D.
Bortfallet består av sju elever. Av dessa sju elever är det fem som är nyanlända till Sverige och har direktplacerats i klass. De hade endast varit i Sverige en kort tid och hade ännu inte någon svensk språkförståelse. De gick i klassen en del av dagen och var med i en grupp för nyanlända den återstående delen av dagen. De andra två har psykosociala svårigheter och har därför inte kunnat genomföra testen.

Tabell 1. Undersökningsgruppen uppdelad i grupp A, B, C och D. Bortfall redovisas inom parantes.

Grupp	Antal
A	29 (4)
B	28 (1)
C	15 (0)
D	21 (2)

5.5 Studiens tillförlitlighet

Undersökningsgruppen bestod av 86 elever vilka utförde tre olika tester vid två tillfällen. Reliabiliteten avgjordes av hur tillförlitliga våra val av mätinstrument var. Tillförlitligheten i Test 1 och Test 2 ansåg vi var stor eftersom dessa är standardiserade. De används vid många skolor och mäter läsförståelse, begreppsuppfattning och vardagsspråk med utvidgad betydelse i matematisk kontext.

Vårt eget konstruerade instrument var inte utprövat på andra elever än de i undersökningsgruppen. Vi skulle kunna ha testat det på andra grupper av elever för att pröva om det var tydligt och lätt för dem att förstå, men tiden tillät inte att vi gjorde detta. En brist vi såg var att när vi skrev uppgifterna på datorn såg divisionsalgoritmen ut på ett sätt, som eleverna inte var vana vid från läroböcker eller lärares genomgångar. För att minimera feltolkning lät vi lärarna skriva olika symboler för division på tavlan. Detta kan ändå ha gjort att en del elever inte förstod vilket räknesätt de förväntades att använda. På grund av detta var inte reliabiliteten lika god på Test 3 som på Test 1 och Test 2. För att säkerhetsställa resultaten utfördes korrelationstabeller och spridningsdiagram mellan Test 1 och Test 2, Test 1 och Test 3 samt mellan Test 2 och Test 3.

Alla resultat erhållna från våra testinstrument kan ha blivit påverkade av yttre störningar såsom dagsform, gissningseffekter, felskrivningar, felberäkningar, gruppkonstellationer och konflikter i gruppen. Detta är påverkansfaktorer som finns i vardagen i denna form av verksamhet och kan då ge effekter på reliabiliteten.

Genom att använda oss av ALP tester och motsvarande uppgifter med kontextlösa uppgifter ansåg vi att vi svarat på de forskningsfrågor vi ställt oss. Eftersom vår studie avsåg att mäta läsförståelse samt ord- och begreppsförståelse i en matematisk kontext och sedan jämföra detta resultat med ren aritmetisk förmåga fann vi validiteten hög. För att stärka validiteten kunde vi ha använt ytterligare test som mäter läsförståelse i en icke matematisk kontext.

Resultatet gällde för studiens undersökningsgrupp. Urvalet på 86 elever var relativt stort och resultatet kan därför sägas vara av intresse för alla som undervisar i matematik i grundskolan. Urvalet bestod av elever från både landsbygd och en centralt belägen skola i en storstad, där alla socialgrupper är representerade i samtliga elevgrupper. I alla grupper ingick elever med behov av stöd av olika anledningar som i de flesta klasser. På det sättet kan urvalet sägas vara representativt. För att öka studiens generaliserbarhet kunde vi utfört ALP- tester och tester med kontextlösa uppgifter på ett större urval. Vi valde att använda t-test för att se om resultatet var generaliserbart.

5.6 Etiska principer

Studien har eftersträvat noggrannhet. Vi har även strävat efter att resultaten redovisats sanningsenligt. Alla elever som ingått i studien blev informerade om syftet med den genom klassläraren som informerade i ett veckobrev till hemmen. Då undersökningen inte innefattade frågor av privat eller etisk känslig natur kunde samtycke inhämtas via företrädare för undersökningsdeltagare t ex lärare. Eftersom studien var inom klassundervisningens ram ansåg vi att samtyckeskravet var uppnått. Allt som redovisas i studien var avkodat och alla data som insamlades behandlades konfidentiellt. Inga personuppgifter fanns att tillgå för andra än oss själva och berörda klasslärare. Undersökningen behandlades enligt Forskningsetiska principer (2002).

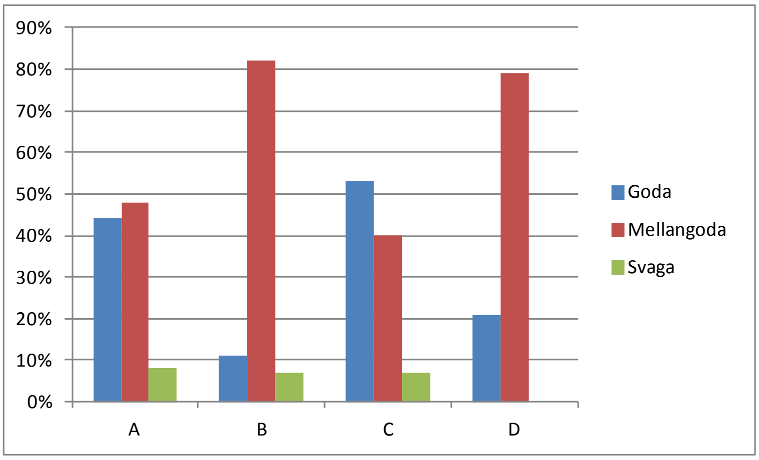
6. Resultat

Först sammanställs och jämförs resultaten mellan de tre testerna i studien. Utfallet visar att elevernas resultat på de kontextlösa uppgifterna, Test 3, är högre än resultatet av läsförståelsetestet, Test 1, och testet med kontextualiserade problemlösningsuppgifter, Test 2. Vi ser också att det finns färre elever med låga poängsiffror på Test 3.

När resultaten av testen var klara valde vi att dela in eleverna i tre kategorier. I materialet såg vi intressanta och spännande saker som vi ville gå vidare med i analysprocessen och behövde därför förtydliga resultaten av testerna för att göra det. Utifrån resultaten gjorde vi indelningen goda, mellangoda och svaga. Det fanns ett antal elever med alla rätt i Test 1, de fick utgöra kategorin goda, de med mindre än hälften rätt fick utgöra kategorin svaga och resterande elever fick utgöra mellangoda. Indelningen av dessa kategorier gjorde att vi tydligare kunde hur resultaten i de tre testen förhöll sig.

Alla test har lika många uppgifter men uppgifterna ger olika poäng i respektive test. Test 1 gav 2 poäng/uppgift, Test 2 gav 3 poäng/ uppgift och Test 3 gav 5 poäng/ uppgift. Detta gör att kategoriernas gränser inte möts.
I Test 1 är eleverna indelade i kategorierna; goda läsare – alla rätt = 20 rätt, mellangoda läsare – 10-18 rätt, svaga läsare – 0-8 rätt.
I Test 2 är eleverna indelade i kategorierna: goda – alla rätt =30, mellangoda – 15-27 rätt, svaga – 0-12 rätt.
I Test 3 är eleverna indelade i kategorierna: goda – alla rätt =50, mellangoda – 25-45 rätt, svaga – 0-20 rätt.
För att tydliggöra resultaten redovisas de i procent i diagrammen. Som tidigare redogjorts för under metod, utgörs grupperna A-D av de tre olika klasserna som i matematik utgörs av fyra grupper.

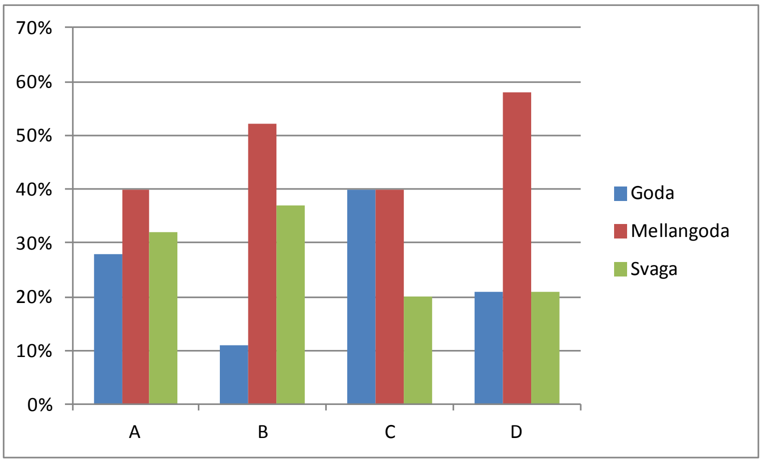
6.1 Resultat uppdelat på Test 1, Test 2 och Test 3



Figur 1. Test 1. Elevernas resultat i läsförståelse.

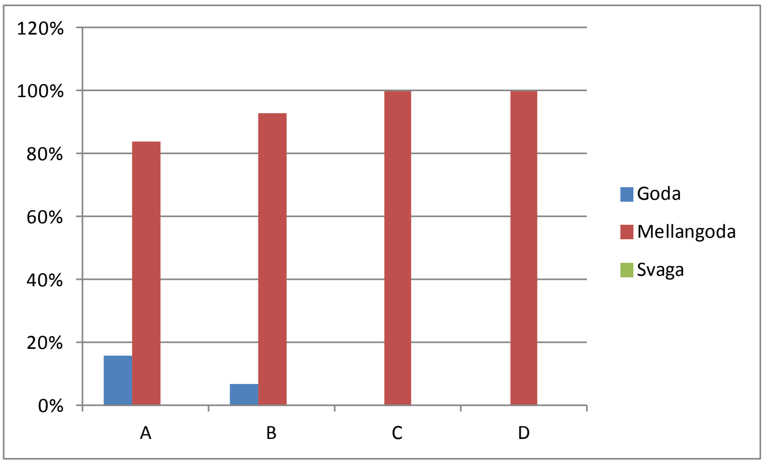
Elevernas resultat i läsförståelse visar att andelen goda läsare varierar stort mellan grupperna. I grupp C är andelen goda läsare högst och utgör 53 % medan de i grupp B endast utgör 11 %.

Merparten av eleverna utgörs av mellangoda läsare som i två av grupperna, B och D, är 79-82%. Det är en procentuellt liten del som utgörs av svaga läsare. I tre av grupperna, A, B och C, är andelen svaga läsare 7-8%. Inga svaga läsare återfinns i grupp D.



Figur 2. Test 2. Elevernas resultat av ord-och begreppsförståelse i matematiskt kontextuella uppgifter.

I elevernas resultat av ord-och begreppsförståelse i matematiskt kontextuella uppgifter, återfinns en stor andel elever i kategorin goda. Merparten av eleverna utgörs av kategorin mellangoda. I grupp C överensstämmer kategorin goda och mellangoda. Både goda och mellangoda utgör där 40 %. Kategorin svaga är i grupp A 32 %, grupp B 37 %, grupp C 20 % och i grupp D 21 %.



Figur 3. Test 3. Elevernas resultat i kontextlösa uppgifter.

I Test 3, som testar elevernas resultat i de kontextlösa uppgifterna, återfinns enbart elever i kategorierna goda och mellangoda. Ingen elev hamnar i kategorin svaga. Merparten av eleverna utgörs av kategorin mellangoda. I grupperna C och D finns alla elever i kategorin mellangoda. Möjliga orsaker till detta behandlas under avsnitt 6.6. De goda återfinns i grupp A och B. Att bristande läsförmåga har liten effekt på elevernas aritmetiska förmåga visas i figur 3.

6.2 Samband mellan läsförståelse och matematiskt kontextualiserade problem

I den inledande översiktliga analysen fann vi att det tycktes existera intressanta samband mellan läsförståelse och matematiskt kontextualiserade problem. Därför gick vi vidare med mer noggranna statistiska analysmetoder.

Tabell 2. Samband mellan Läskompetens och Kontextualiserade uppgifter.

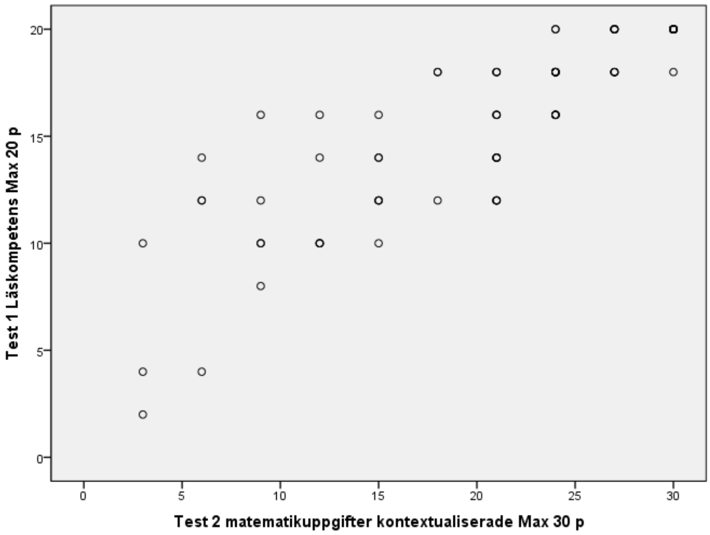
		Test 1 Läskompetens Max 20 p	Test 2 matematikuppgifter kontextualiserade Max 30 p
Test 1 Läskompetens Max 20 p	Pearson Correlation	1	,865**
	Sig. (2-tailed)		,000
	N	86	85
Test 2 matematikuppgifter kontextualiserade Max 30 p	Pearson Correlation	,865**	1
	Sig. (2-tailed)	,000	
	N	85	85

**. Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

I tabellen är N (antal) både lika med 86 och 85. Det beror på att vi inte skrivit in resultatet 0 i Test 2 för en elev utan lämnat en tom cell. När data matades in i bearbetningsprogrammet, SPSS, lästes inte den cellen av.

Vi har undersökt sambandet mellan läsförståelse (benämns läskompetens i tabellen) och ord- och begreppsförståelse i en matematisk kontext (benämns matematikuppgifter kontextualiserade i tabellen). I tabell 2 framgår att det finns en signifikant korrelation mellan Test 1 läskompetens och Test 2 kontextualiserade matematikuppgifter. Korrelationskoefficienten är lika med 0.865 vilket indikerar ett starkt samband, då koefficienten har signifikant skillnad från 0 utifrån $p< 0.001$ (www.statstutor.ac.uk/.../coventrycorrelation.pdf).

För att ytterligare åskådliggöra detta på ytterligare ett sätt har vi valt att redovisa ett korrelationsdiagram.



Figur 4. Korrelationsdiagram mellan Test 1 Läsförståelse och Test 2 Kontextualiserade uppgifter.

Korrelationsdiagrammet visar att det är positiv korrelation mellan läsförståelse och kontextualiserade uppgifter. Mönstret i figur 4 pekar mot ett tydligt positivt samband mellan de två testen (Byström & Byström, 2011)

6.3 Samband mellan läsförståelse och kontextlösa uppgifter

I den inledande översiktliga analysen fann vi att det tycktes existera intressanta samband mellan läsförståelse och matematiskt kontextlösa uppgifter. Därför gick vi vidare med mer noggranna statistiska analysmetoder för att undersöka dessa samband.

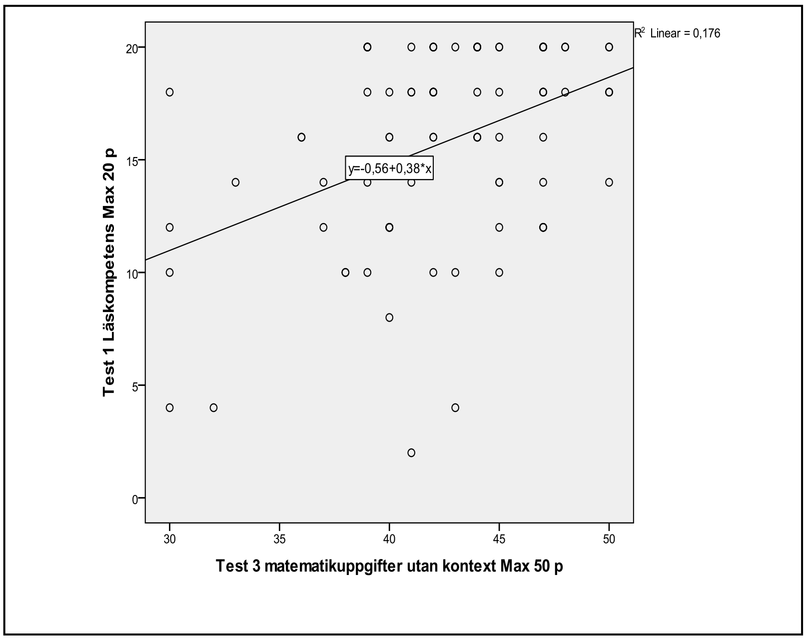
Tabell 3. Samband mellan läskompetens och kontextlösa uppgifter.

Correlations

		Test 1 Läskompetens Max 20 p	Test 3 matematikuppgifter utan kontext Max 50 p
Test 1 Läskompetens Max 20 p	Pearson Correlation	1	,420**
	Sig. (2-tailed)		,000
	N	86	86
Test 3 matematikuppgifter utan kontext Max 50 p	Pearson Correlation	,420**	1
	Sig. (2-tailed)	,000	
	N	86	86

**. Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

Tabell 3 visar att korrelationen är 0,420, mellan läskompetens och kontextlösa uppgifter, vilket är ganska svagt samband (Stukát, 2005, s. 96-98). Detta är ett betydligt lägre värde än det samband vi fann mellan läsförståelse och kontextualiserade uppgifter.
För åskådliggöra detta på ytterligare ett sätt har vi även här valt att redovisa ett korrelationsdiagram.



Figur 5. Korrelationsdiagram mellan Test 1 läsförståelse och Test 3 kontextlösa uppgifter.

Figur 5 liksom figur 6 har ett annat värde på x-axeln eftersom ingen elev har ett resultat som understiger 30 poäng på Test 3. I figur 5 syns ett svagare samband jämfört med de som visades i figur 4. Det visar att det finns elever i gruppen svaga läsare som har aritmetisk kompetens (30,4), (32,4), (41,2) och (43,4), där det låga värdet står för resultatet i Test 1, läskompetensen och det höga står för resultatet i Test 3, kontextlösa uppgifter. Sambandet mellan läskompetens och aritmetisk kompetens är inte stark jämfört med sambandet mellan läskompetens och kontextualiserade uppgifter. Eftersom de flesta elever har ett bra resultat i de båda testen, hamnar de i det övre högra hörnet.

6.4 Samband mellan matematiskt kontextualiserade problem och matematiskt kontextlösa uppgifter.

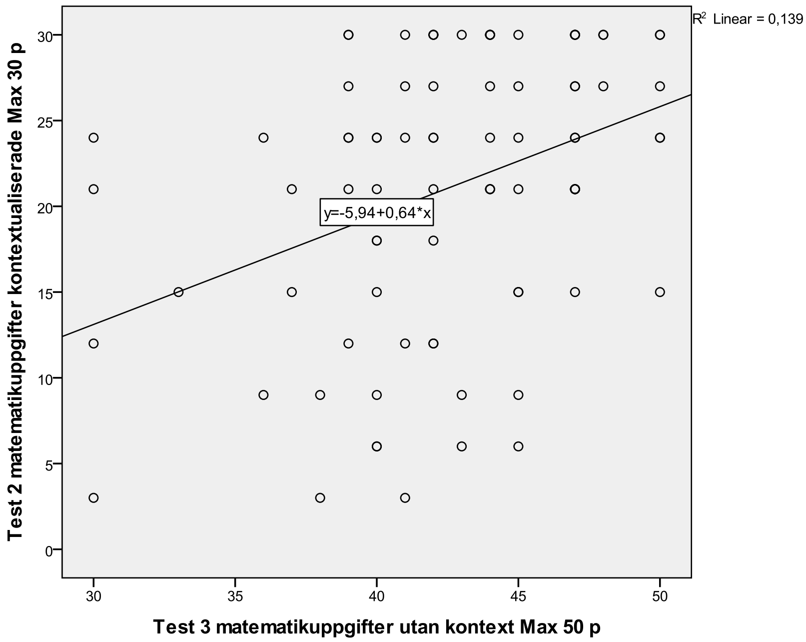
Tabell 4. Samband mellan kontextuella uppgifter och kontextlösa uppgifter.

Correlations

		Test 2 matematikuppgifter kontextualiserade Max 30 p	Test 3 matematikuppgifter utan kontext Max 50 p
Test 2 matematikuppgifter kontextualiserade Max 30 p	Pearson Correlation	1	,372**
	Sig. (2-tailed)		,000
	N	85	85
Test 3 matematikuppgifter utan kontext Max 50 p	Pearson Correlation	,372**	1
	Sig. (2-tailed)	,000	
	N	85	86

**. Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

Tabell 4 visar att korrelationen är 0.372, Detta visar ett ganska svagt samband eftersom koefficienten är under 0.5 och är ett betydligt lägre värde än i tabell 2 och 3.



Figur 6. Korrelation mellan Test 2 kontextualiserade uppgifter och Test 3 kontextlösa uppgifter.

Eftersom en elevs data saknas i Test 2 väljer vi att redovisa resultatet här. Resultatet var (30,0). Eleven saknade alltså poäng i Test 2 och hade 30 poäng i Test 3. De eleverna med lägst resultat i Test 2 fick betydligt högre resultat i Test 3, (30,3), (38,3) och (41,3). Det visar att även elever med svårigheter i kontextualiserade uppgifter kan lösa de kontextlösa uppgifterna. I figur 6 är det svårt att se relationen mellan de kontextualiserade uppgifterna och de kontextlösa uppgifterna, då dataparen från de olika testen sprider sig över stor del av diagrammet.

6.5 Ord och begrepp i vardagen som påverkar elevernas problemlösningsförmåga

Grammatik, betydelse och användandet av ord och uttryck varierar i olika kontext. För att det inte ska uppstå svårigheter behöver eleverna ha en medvetenhet och förståelse för detta. Bristande begreppsförståelse kan medföra svårighet med problemlösning i en matematisk kontext. Begreppsförståelsen är central (Pettersson, 2010; Pimm, 1987).

De uppgifter som vållade mest svårigheter i Test 1 och 2 handlade om ålder, i uppgifterna 2, 7 och 9. Uppgift 5 handlade om liter, deciliter och rymd (i betydelsen hur mycket en flaska rymmer), vilket också skapade svårigheter. Elevernas svårigheter redogörs genom att först skriva ner uppgifter ur ALP 5, Test 1 och 2, (Malmer, 2005). Därefter tas de ord och begrepp upp som eleverna måste förstå i den matematiska kontexten för att kunna lösa uppgiften.

Vi använde Svenska Akademins Ordlista (2006) för att se vilka vanliga ord och synonymer SAOL använde till de ord och begrepp som fanns med i Test 1 och 2. Därefter analyserades vilken betydelse orden fick i den matematiska kontexten.

Uppgift 2
”Bodils mormor är 65 år. Just nu är hon fem gånger så gammal som Bodil, som just fyllt år.” (s.14)
Ord och uttryck som kräver korrekt förståelse i en matematisk kontext är: gånger så gammal, just nu och just.
Gånger kan betyda: antal tillfällen eller multiplikation.
Just nu och just kan betyda: tidsangivelse eller hederlig och ärlig fast med inkorrekt stavning (jfr juste).
35 elever gjorde fel på uppgiften. Gånger så gammal betyder i den här uppgiften omvänd multiplikation, alltså division.

Uppgift 5
”Amanda har fyra liter saft. Saften ska slås över till flaskor, som vardera rymmer en halv liter.”(s.14).
Ord och uttryck som kräver korrekt förståelse i en matematisk kontext är: halv, vardera, rymmer, liter.
Halv kan betyda: inte hel, en av två delar.
Vardera kan betyda: åt var och en.
Rymmer kan betyda: flyr eller försvinner, hur mycket som får plats, hur mycket en mängd innehåller.
Liter är ett rymdmått.
32 elever gjorde fel på uppgiften. Vardera är ett äldre uttryck som inte längre är vanligt i vardagsspråket. Varje är ett vanligare uttryck än vardera men läsaren måste förstå det korrekt. Rymmer används oftast i betydelsen att försvinna och mer sällan i samband med innehållsmängd förutom i matematiken.

Uppgift 7
”Tora och hennes två år äldre syster Pia är tillsammans 20 år gamla.”(s.15).
Ord och begrepp som kräver korrekt förståelse i en matematisk kontext är: äldre, tillsammans.
Äldre är ett jämförelseord.
Tillsammans betyder en mängd som hör ihop, sammanlagt. Ordet används ofta i samband med addition.
36 elever gjorde fel på uppgiften. För att kunna lösa uppgiften krävs att läsaren förstår att äldre betyder att man är född tidigare på tidslinjen samt inse vad åldersskillnaden på två år innebär för val av strategi.

Uppgift 9
”Åkes farfar är född 1935. Hans farmor är precis fem år yngre. Åke föddes det år farmor fyllde 50 år.”(s.15).
Ord och begrepp som kräver korrekt förståelse i en matematisk kontext är: yngre, årtal, precis.
Läsaren bör kunna jämföra ung, yngre och yngst.
Vid läsning av årtal bör läsaren förstå att yngre betyder senare på tidslinjen.
Precis kan betyda exakt, alldeles, just, på pricken och på klockslaget.
35 elever gjorde fel på uppgiften. För att kunna lösa uppgiften krävs att läsaren förstår att om någon är t ex fem år yngre måste man lägga till fem år på det givna årtalet.

6.6 Resultat på kontextlösa uppgifter

På Test 3, kontextlösa uppgifter, hade eleverna svårigheter med uppgift 8 som innehöll symbol för < och > , enhetsomvandling i uppgift 9, division med decimaltal i uppgift 10. I uppgift 10 använde sig eleverna av olika strategier för att lösa uppgiften. Symbolen för division var en annan än den de var vana vid.

41 elever gjorde fel på uppgift 8. Svårigheterna kan bero på att grupperna inte är bekanta med symbolerna för större och mindre än. 34 elever gjorde fel på uppgift 9. Vissa grupper klarade uppgiften men inte andra, vilket kan tyda på att de grupperna inte arbetat med enhetsomvandling. 61 elever gjorde fel på uppgift 10. Största svårigheten var att dividera med decimaltal. Ingen av grupperna har arbetat med detta. De elever som lyckades lösa uppgiften använde sig av olika strategier såsom att rita eller använda laborativt material.

6.7 Resultat på t-test

T-test gjordes för att undersöka om det var markant skillnad mellan medelvärdena för att se om resultatet är generaliserbart.

Tabell 5. Signifikans goda läsare och mellangoda läsare av matematiskt kontextualiserade problemuppgifter.

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Kategori A Goda läsare	20	30,00	,000	,000
Kategori B Mellangoda läsare	41	23,20	2,685	,419

Test Value = 0			
t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference
55,308	40	,000	23,195

Skillnaden mellan goda läsare och mellangoda läsare där ett kritiskt värde med en frihetsgrad på 40 och med 5% konfidensintervall är 2.021. Vår studie visar ett t-värde på en 55.308 vilket innebär att skillnaderna i förmåga att lösa kontextualiserade matematikuppgifter är signifikant mellan grupperna goda och mellangoda läsare.

Frihetsgraden anger vilken felrisk som räknas med. När frihetsgraden är 40 ska det kritiska värdet överstiga 2.021 vid 5% konfidensintervall. Konfidensintervallen avgränsar felmarginalen

Tabell 6. Signifikans goda läsare och svaga läsare

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Kategori A Goda läsare	20	30,00	,000[a]	,000
Kategori C Svaga läsare	25	9,72	4,605	,921

Test Value = 0			
t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference
10,553	24	,000	9,720

Skillnaden mellan goda läsare och svaga läsare, där ett kritiskt värde med en frihetsgrad på 24 och med 5 % konfidensintervall är 2,064. Vår undersökning visar ett t-värde på 10,553 vilket innebär att skillnaderna i förmåga att lösa matematiskt kontextualiserade problemuppgifter är signifikant mellan grupperna goda och svaga läsare.

7. Diskussion

Studiens syfte var att undersöka vilken påverkan läsförmåga har på matematisk problemlösningsförmåga. I resultatet framkom ett samband mellan elevernas läsförståelse och deras möjlighet att lyckas i matematiskt kontextualiserad problemlösning. Att ord- och begreppsförståelse av vardagliga ord, som får en annan eller utvidgad betydelse i en matematisk kontext, påverkade elevernas problemlösningsförmåga framgick i resultatet. Vi ser stora skillnader i resultatet mellan matematiskt kontextuella problemuppgifter och kontextlösa uppgifter. Vi ville se om samband fanns mellan läsförståelse och kontextlösa uppgifter, här ser vi inte att läsförståelse påverkar den aritmetiska förmågan.

I diskussionen kommer vi att reflektera kring vald metod och diskutera resultatet. Vi ämnar belysa resultatet ur en specialpedagogisk synvinkel och ge underlag för att bygga upp en undervisning i läsförståelse i matematisk kontext. Slutligen kommer vi att ge förslag till vidare forskning.

7.1 Metodreflektion

För att få svar på om det finns en relation mellan läsförståelse och förmåga till problemlösning i en matematisk kontext, samt relationen mellan läsförståelse och kontextlösa matematikuppgifter använde vi tre olika tester för att samla in data. Det standardiserade test vi utgick från mätte om förståelsen av ord och begrepp, som i en matematisk kontext får en annan eller utvidgad betydelse, påverkade elevernas problemlösningsförmåga.

Användandet av en kvantitativ metod för att analysera testresultaten gjorde att vi kunde få svar på våra forskningsfrågor. De relationer och samband vi undrade över belystes.

Valet av data gjorde att vi statistiskt kunde visa relationen mellan läsförståelse och förmåga till problemlösning i matematisk kontext och aritmetisk förmåga på ett tydligt sätt. När vi i den inledande översiktliga analysen delade in eleverna i tre kategorier: goda, mellangoda samt svaga läsare/lösare, kunde vi se en tydlig skillnad mellan Test 1 och Test 2. Resultatet i Test 3 skiljer sig markant från de övriga testerna. Det fanns ingen ur kategorin svaga i någon av grupperna.

Metoder som intervju och observation hade inte tydliggjort detta lika bra. Intervju av lärare och elever skulle ha med fördjupande frågor kunnat belysa hur elever upplever att arbeta med problemlösning i en matematisk kontext. Vi hade då kunnat intervjua elever för att få syn på deras upplevelse av sin förmåga att lyckas med problemlösning. Eftersom vi ville undersöka förmågan att läsa och lösa problem i en matematisk kontext i en större grupp, ansåg vi inte att detta var en framkomlig väg.

Vår undersökning avsåg inte att undersöka hur eleverna arbetade med problemlösning, därför valde vi inte observation som metod. Resonemanget i klassrummet kring problemlösning hade kunnat tydliggöras genom observation, men att höra och tolka hur alla elever resonerade hade varit alltför omfattande utifrån den tid vi hade till förfogande och hade inte mätt det vi ville mäta.

Test 1 mäter läsförståelsen i en matematisk kontext men det mäter inte begreppsförståelsen. Detta är anledningen till att vi valt att undersöka läsförståelse med hjälp av Test 1. Test 2 mäter begreppsförståelse i en matematisk kontext.

7.2 Resultatdiskussion

I resultatet ser vi att språket har betydelse för förmågan att kunna lösa problem i matematisk kontext. Vi ser att elevernas förståelse av ord och begrepp är lägre när begreppen förekommer i en matematisk kontext, eftersom fler elever återfinns i kategorin svaga. Den kategorin ökade när det gällde kontextualiserade matematikuppgifter.

TIMSS - rapportens djupanalys visar att elevernas förståelse av begrepp var underutvecklad. I vår studie ser vi att elevernas förståelse av matematiska begrepp inte räcker till för att lösa problem i matematisk kontext.

Resultatet visar att trots god läsförståelse i Test 1, klarar många inte att föra med sig förståelse av ord och begrepp in i och överföra detta till en matematisk kontext.

Den forskning vi tagit upp (Möllehed, 2001; Österholm, 2004; Pettersson, 2010; Lamb, 2010) pekar på att problem uppstår vid överföringen av ord och begrepp från en vardaglig betydelse av det lästa till en betydelse i en matematisk kontext. När ord och begrepp används i vardagen har de en betydelse som ingår i elevernas ordförråd. När samma ord och begrepp dyker upp i andra sammanhang och får en annan betydelse uppstår svårigheter. Förståelsen av ord och begrepp är nödvändig då den styr valet av strategi.

De elever som har brister i läsförståelse, har även brister i matematisk ord- och begreppsförståelse.

Undersökningen visade att de flesta eleverna hade god läsförståelse, trots detta lyckades de inte lika bra att lösa kontextuella problem. Detta var för oss ett överraskande resultat. Vi trodde inte att så stor del av de mellangoda läsarna skulle ha problem med ord och begrepp i matematisk kontext. Även de goda läsarna, som hade alla rätt på läsförståelsetestet, hade svårigheter med de kontextualiserade matematikuppgifterna. Detta indikerar vikten av att träna ord och begrepp i matematisk kontext som om matematik vore ett eget språk med alla elever. Att matematik kan ses som ett nytt främmande språk förs fram av Pimm (1987).

Resultatet visade tydligt att eleverna lyckades bättre i de kontextlösa uppgifterna jämfört med de kontextualiserade uppgifterna. De elever som hade brister i läsförståelse och i ord- och begreppsförståelse lyckades bättre i de kontextlösa uppgifterna. Det fanns ingen elev som misslyckades i att lösa kontextlösa uppgifter. Kategorin svaga läsare återfanns inte. Få elever lyckades lösa alla kontextlösa uppgifter, eftersom tre av uppgifterna behandlade avsnitt som var okända för de flesta eleverna.

I resultatet syntes att det inte är den aritmetiska förmågan som brister. För att lyckas lösa aritmetiska uppgifter krävs att eleven har fungerande arbetsminne ur vilket de kan ta fram och använda sig av taluppfattning, strategier och tabellkunskap. Detta är viktigt för att klara av att hålla fakta och symboler i tanken medan de finner en lösning på problemet (Kay & Yeo, 2003; Henderson, 2012). I den här studien visar eleverna att de har en god aritmetisk förmåga och att de har tillgång till arbetsminnet på ett adekvat sätt. Resultatet kan tyda på att eleverna har lärt sig effektiva beräkningsstrategier. Vilket också är det som läroböcker prioriterar jämsides med tabellkunskaper.

Elever som har brister i ord- och begrepps förståelse måste ges möjlighet att träna läsförståelse i matematik. De behöver träna på att översätta mellan de olika språken. Får de inte detta ges de inga möjligheter att klara problemlösning. De behöver lära sig att orden betyder olika saker i vardagsspråket och i matematisk kontext. De flesta elever fick i vår studie sämre resultat i de kontextualiserade uppgifterna. Det indikerar att mer tid bör ägnas åt resonemang och samtal kring ord och begreppsförståelse i matematisk kontext.

Jämförande ord kring ålder t.ex. åldersskillnad, äldre och yngre, gånger så gammal, skapade problem för många elever i de kontextualiserade problemuppgifterna. Istället för att ta reda på hur mycket yngre en person var, antogs de vara äldre. Detta indikerar att elever även har problem med tidslinjen. Ord som yngre leder lätt till subtraktionstänkande och ord som äldre till additionstänkande. Det är viktigt att i diskussion kring dessa räknesätt tala om att det också handlar om jämförelse (Pettersson, 2010).

Andra ord som ställde till svårigheter i de kontextualiserade problemuppgifterna var halv, vardera, rymmer och liter. Eleverna behöver förstå vad vardera och rymmer betyder för att få sammanhanget klart för sig i uppgiften. Ordet rymmer, är ett vardagsord som får en helt annan betydelse i matematisk kontext. Vardera är ett ålderdomligt ord som dagens elever inte använder i sitt eget vardagsspråk.

Eleverna behöver få tid till att arbeta med ord och begrepp för att klargöra ordens utvidgade betydelse och för att påvisa hur ord och begrepp styr val av beräkningsstrategier. En fara ligger i att koppla ett bestämt ord eller begrepp till ett visst räknesätt, då ordet eller begreppet kan leda till helt olika räknesätt (Johansson, 1983). Ordet tillsammans behöver inte alltid betyda addition vilket de flesta elever antar och ordet halv kan indikera, men behöver inte betyda, räknesättet division.

Att problemlösningen upplevs svår beror också på att eleverna inte äger orden och begreppen. Matematikens vardagsspråk behöver vävas in i undervisningen så att det blir begripligt för eleverna likväl som matematiska termer och symboler. Eleverna behöver förförståelse för hur matematisk text är uppbyggd (Skolverket, 2012a).

Korrelationen mellan studiens test av läsförståelse och kontextualiserade matematikuppgifter indikerade ett mycket starkt samband. Tidigare forskning har också visat detta (Johansson, 1983: Lundberg & Sterner, 2006, & Pimm, 1987). Vår studie understryker ytterligare att så är fallet. Detta gav ett tydligt svar på vår övergripande forskningsfråga och visar språkets betydelse i matematik. Språket är grunden till förståelsen. Förståelse uppnås bäst genom problemlösning och gör matematiken användbar för eleverna. Eleverna måste noggrant läsa varje ord och begrepp i texten, gärna tillsammans, för att förstå. Eftersom matematisk text ofta använder korta formuleringar kan dessa betyda flera saker.

Elevernas matematiska språkutveckling är beroende av lärares och elevers sätt att tala och använda språket. Interaktion mellan elever och lärare och mellan elever och elever gör att kunskap skapas (Säljö, 2000). Genom att kommunicera matematiska problem ges eleverna tillfälle att delge varandra sina olika strategier och lösningar. Det är viktigt att läraren ser till att tid avsätts för reflektion för att synliggöra elevernas tankar. Det är av vikt att variera undervisningen i problemlösning. Genomgångar i helklass, arbete i mindre grupper, gruppredovisningar av problemuppgifter och att använda laborativt material är några exempel på variation.

7.3 Specialpedagogiska implikationer

I matematiska problem ska även vardagsproblem återfinnas. I läroplanen betonas användandet av vardagsproblem men i läroböckerna ligger vardagsproblemen ofta långt ifrån elevernas verklighet. För att underlätta för eleverna och göra dem motiverade att vilja lösa problemet, använda sin affektiva sida, kan lärare och speciallärare skapa matematiska vardagsproblem som ligger nära elevernas egna erfarenheter.

När man arbetar med problem är det är viktigt att lärarna stöttar eleverna i lärprocessen så de kan konstruera ny kunskap. Lärarens förmåga att följa elevernas kunskapsutveckling är central. Vi arbetar med problemlösning för att genom det konstruera egen kunskap (Schroeder & Lester, 1989). När vi konstruerat vår kunskap och prövar den i ett nytt problem kan vi komma fram till ny förståelse (Björkqvist, 1993).

Inställningen till matematikämnet är negativ bland många elever. Anledningen är ofta att de tycker det är svårt, eftersom de inte upplever meningen med matematik. Tilltron till deras egen förmåga är låg. De elever som inte har någon tilltro till sin förmåga förväntar sig inte att klara av uppgiften. De här eleverna är de som behöver mest stöd för att lyckas med problemlösning och få stärkt självkänsla och tilltro till sin egen förmåga. De behöver mötas där de befinner sig, både socialt och kunskapsmässigt. Det är viktigt att skapa lärsituationer som närmar sig elevernas vardag och intressesfär, och där eleverna kan känna sig trygga.

För att eleverna ska bli goda problemlösare, måste lärarna våga släppa taget om läroboken. För att klara detta behöver de vara trygga i sin lärarroll. Kommunikationen i arbetslaget kan vara avgörande för tryggheten. Specialläraren finns inte bara till för eleverna utan också för lärarna och skolutvecklingen.

7.4 Framtida forskningsfrågor

Det hade varit intressant att utföra denna studie med ett större urval och ur fler åldersgrupper för att se om det sker någon progression av ord- och begreppsförståelsen i en matematisk kontext. Nu ska de lägre årskurserna få utökad tid i matematik. Kommer detta att ge någon effekt på elevernas resultat i matematisk problemlösning?

Vi hade inte förväntat oss att elever med god läsförmåga skulle ha problem med den matematiska kontexten, utan trodde att de skulle klara uppgifterna utan svårighet. Att flera av de mellangoda läsarna hamnade i gruppen för svaga läsare var inte heller något vi förväntade. Beror detta enbart på förändringen av kontexten? Vilka faktorer kan spela in?

Pólya skrev om problemlösning redan 1938. Sedan dess har olika forskning visat på vikten av att arbeta med matematisk problemlösning. Trots detta har arbete med problemlösning i en matematisk kontext inte fått genomslag i matematikundervisningen. Vi tycker att det är märkligt, när mycket forskningstid lagts ner på detta område, att det inte lett till ändrad undervisningsmetod. Möjliga orsaker kan vara låg matematisk kompetens hos lärarna, lärares stora arbetsbörda, otydlig beskrivning av matematisk problemlösning i läroplaner etc. Orsakerna till varför detta inte fått genomslag är en fråga för fortsatt forskning.

Dessa tre frågor är betydelsefulla för oss och av stort specialpedagogiskt intresse.

7.5 Avslutande reflektioner

För att bli en god problemlösare måste man våga gissa. Därför måste eleverna träna på att göra uppskattningar och rimlighetsbedömningar i problemlösning. Eleverna måste förstå att när man gör fel, är det ett steg på vägen att hitta rätt. En viktig uppgift för specialläraren är att få eleverna trygga så de vågar pröva olika vägar. Speciallärare har kunskaper att kartlägga och hitta vilka strategier olika elever behöver ha tillgång till för sin kunskapsutveckling. De lärare som ofta träffar eleven behöver få tillgång till vilka metoder som är framgångsrika för elever i behov av stöd.

Skolans resurser räcker inte till. Klasserna blir större samtidigt som elevernas behov ökar och specialresurserna minskar på flera skolor. För att vända den nedåtgående trenden av elevernas resultat i internationella undersökningar krävs resurser i form av speciallärare, grupptimmar, minskad klasstorlek, behörig personal, kompetensutveckling av både speciallärare och undervisande klasslärare för att tillgodogöra elevernas behov.

Referenslista

Adler, B. & Adler, H. (2006). *Neuropedagogik – om komplicerat lärande.* Lund: Studentlitteratur

Aiken, L. (1972). Hämtad 3 mars 2013, från http://rer.sagepub.com/content/42/3/359.refs.html

Bentley, C. & Bentley, P-O. (2011). *Det beror på hur man räknar.* Stockholm: Liber.

Bergsten, C. (2006). En kommentar till den matematiska problemlösningens didaktik. I L. Häggblom, L. Buman & A-S. Röj – Lindberg (red.), *Perspektiv på kunskapens och lärandets villkor* (s. 165-176). Åbo Akademi, Vasa.

Björkqvist, O. (1993). Social konstruktivism som grund för matematikundervisning. *Nordisk matematikkdidatikk, 1(*1), 8-17.

Björkqvist, O. (2001). Matematisk problemlösning. I B. Grevholm (red.) *Matematikdidatik – ett nordiskt perspektiv* (s. 115-130). Lund: Studentlitteratur.

Boaler, J. (2011). *Elefanten I klassrummet.* Stockholm: Liber.

Byström, J., Byström, J. (2011). *Grundkurs i statistik.* Stockholm: Natur och kultur.

Djurfeldt, G., Larsson, R., Stjärnhagen, O. (2010). *Statistisk verktygslåda - samhällsvetenskapligorsaksanalys med kvantitativa analysmetoder.* Lund: Studentlitteratur

Emanuelsson, G., Ryding, R., Wallby, K., Emanuelsson, J., Mouwitz, L. (1999). Gudrun Malmer Hedersdoktor. *Nämnaren, 1999*(4), 6-7.

Fuentes, P. (2010). *Reading Comprehension in Mathematics.* Hämtat 3 mars 2013 från http://dx.doi.org/10.1080/00098659809599602

Hansson, Å. (2011). *Ansvar för matematiklärande: Effekter av undervisningsansvar i det flerspråkiga klassrummet.* (Doctoral thesis, Gothenburg Studies in Educational Sciences, 12). Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis. Tillgänglig http://hdl.handle.net/2077/26669

Henderson, A. (2012). Dyslexia, dyscalculia and mathematics: a practical guide. London: Routledge.

Järpsten, B., Taube, K. (2010). Diagnostiskt material för analys av Läs- och Skrivförmåga. Stockholm: Assessio.

Johnsen Höines, M. (2002). *Fleksible språkrom. Matematikklaering som tekstutvikling.* Bergen: Institutt for Praktisk Pedagogikk: Det psykologiska fakultet.

Johansson, B. (1983). Problem med problemlösning. *Nämnaren 9*(3), 10-13

Kay, J. & Yeo, D. (2003). *Dyslexia and Maths.* London: David Fulton Publishers Ltd.

Lamb, J. (2010). Reading Grade Levels and Mathematics Assessment: An Analysis of Texas Mathematics Assessment Items and Their Reading Difficulty. *The mathematics educator*, No *20* (1). 22-34.

Lester, F., Lambdin, D. (2007). Undervisa genom problemlösning. I J. Boesen, G. Emanuelsson, A. Wallby, & K. Wallby, (red.) *Lära och undervisa matematik – internationella perspektiv* (s. 95-108). Göteborg: NCM

Lundberg, I., Sterner, G. (2002). *Läs- och skrivsvårigheter och lärande i matematik* (NCM-rapport, 1650-335x, 2002:2). Göteborg: Nationellt Centrum för matematikutbildning, Göteborgs Universitet.

Lundberg, I., Sterner, G. (2006). *Räknesvårigheter och lässvårigheter under de första skolåren – hur hänger de ihop.* Stockholm: Natur och Kultur.

McIntosh, A. (2008). *Förstå och använda tal – en handbok.* Göteborg: NCM

Malmer, G. (2002). *Bra matematik för alla.* Lund: Studentlitteratur.

Malmer, G. (2005). *Analys av Läsförståelse i Problemlösning 1-8.* Lund: Gudrun Malmer och firma bok och bild.

Malmer, G. (1984). *Matematik – ett ämne att räkna med.* Solna: Esselte studium.

Malmer, G. (1990). *Kreativ matematik.* Solna: Ekelund.

Melin, L. (2004). *Språkpsykologi – Hur vi talar, lyssnar, läser, skriver och minns.* Stockholm: Liber.

Möllehed, E. (2001*). Problemlösning i matematik: En studie av påverkansfaktorer i årskurserna 4-9.*(Doctoral Thesis, Studia Psykologica et paedagogica et, 157). Malmö: institutionen för pedagogik.

Pettersson, A. (2010). *Bedömning av kunskap för lärande och undervisning i matematik.* Hämtat 2 februari 2013, från www.skolverket.se/publikationer?id=2360

Philips, D. C. & Soltis, J. F. (2010). *Perspektiv på lärande.* Stockholm: Nordstedts.

Pimm, D. (1987). *Speaking mathematically. Communication in mathematics classroom.* London and New York: Rothlegde.

Pólya, G. (1970). *Problemlösning. En handbok i rationellt tänkande* .Hämtat 14 januari 2013, från www.kevius.com/polya/

Reikerås, E. (2006). Performance in solving arithmetic problem: a comparison of children with different levels of achievement in mathematics and reading. *European Journal of Special Needs EducationVol. 21*(3), 233-250. doi : 10.1080/08856250600810633

Reikerås, E. (2009a). A comparison of performance in solving arithmetical word problems by children with different levels of achievement in mathematics and reading. *Investigations in Mathematics Learning, 1*(3), 49-72.

Sfard, A. (1998). *On Two Metaphors for Learning and the Danger of Choosing Just One.* Hämtad 15 december 2012 från http://edr.sagepub.com/content/27/2/4

Schroeder, T.L., Lester, Jr. F. (1989). Developing understanding in mathematics via problem – solving. In P.R. Trafton (red.), *New directions for elementary school mathematics, 1989 Yearbook of the NCTM* (pp. 31-42). Reston, VA: NCTM

Schoenfeld, A.H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metakognition, and sense making in mathematics. In D.A. Grouws (red.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 334-370). New York: Macmillan.

Skolverket. (2007a). *PIRLS 2006 Läsförmågan hos elever i årskurs 4 – i Sverige och i världen.* Stockholm: Fritzes kundservice.

Skolverket. (2007b). *Pisa 2006 15-åringars förmåga att förstå, tolka och reflektera – naturvetenskap, matematik och läsförståelse.* Stockholm: Fritzes kundservice.

Skolverket. (2011). *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011.* Stockholm: Fritzes.

Skolverket. (2012a). *Få syn på språket – Ett kommentarmaterial om språk- och kunskapsutveckling i alla skolformer, verksamheter och ämnen.* Stockholm: Fritzes.

Skolverket. (2012b). *Utökad undervisningstid i matematik.* Stockholm: Fritzes.

Skolverket.(2013). *Diamant- ett diagnosmaterial för matematik.* Hämtat 2 april 2013 www.skolverket.se/popopoly_fs/1.193716!/Menu/article/attachment/

Stanic, G., Kilpatrick, J. (1988). Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum. In R. Charles, E. Silver (red.), *The teaching and assessing of mathematical problem solving* (pp.1-22). Reston, VA: NCTM

Stukát, S. (2005). *Att skriva examensarbete inom utbildningsvetenskap.* Lund: Studentlitteratur.

Svenska akademiens ordlista över svenska språket [SAOL]. (2006). Hämtat 2 april 2013 http://www.svenskaakademien.se/ordlista

Säljö, R. (2000). *Lärande i praktiken: ett sociokulturellt perspektiv.* Stockholm: Nordstedts akademiska förlag.

Taflin, E. (2007). *Matematikproblem i skolan – för att skapa tillfällen till lärande* (Doctoral dissertation, Department of Mathematics and Matematical statistics,). Umeå: Umeå University.

Vetenskapsrådet (2002). *Forskningsetiska principer inom humanistisk – samhällsvetenskaplig forskning.* Stockholm: Vetenskapsrådet.

Vukovic, R., Lesaux, N., & Siegel, L. (2010). The mathematic skills of children with reading difficulties. *Learning and Individual differences, 20,* 639-643.

Wyndhamn, J. (1993). *Problem-solving revisted, On school mathematics as a situated practice.* Linköping: Studies in Art and Science, Linköping University.

Wyndhamn, J., Riesbeck, E.& Schoultz, J. (2000). *Problemlösning som metafor och praktik: Studier av styrdokument och klassrumsverksamhet i matematik- och teknikundervisningen.* Linköping: Institution för tillämpad lärarkunskap, Univ, 2000.

Österholm, M. (2004). *Läsa matematiska texter: Förståelse och lärande i läsprocessen.* (Doctoral Thesis, Linköping Studies in Science and Technology, 1134) Matematiska Institutionen.: Linköpings Universitet

Österholm, M. (2006). *Kognitiva och metakognitiva perspektiv på läsförståelse inom matematik.* (Dessertation, Linköping Studies in Science and Technology, 1057). Matematiska Institutionen: Linköpings Universitet.

www.statstutor.ac.uk/.../coventrycorrelation.pdf

Bilaga 1 Test 3 Kontextlösa matematikuppgifter

1. 6×2=

2. 6×2+3×6=

3. 65/5=

4. 65+7=

5. 60/2=

6. 30/3=

7. 240-70=

8. Ringa in det rätta svaret av A eller B:
   A. 240-70+240>400
   B. 240-70+240<400

9. 0.5 l = ___dl

10. 4/0.5=

11. 20/4=

12. 20-5=

13. 18/2=

14. 9+5=

15. 24-6=

16. 18-6=

17. 1935+5=

18. 1940+50=

19. 25-2=

20. 25+27+23=