GÖTEBORGS UNIVERSITET

Huvudräkning inom addition och subtraktion

– en analys av ett läromedel i årskurs 1-3

Patrik Helander, Maja Lundström Kihlén, Malin Määttä

LAU390

Handledare: Johan Häggström

Examinator: Maria Svensson

Rapportnummer: 109

Abstract

Examensarbete inom Lärarprogrammet LP01

Titel: Huvudräkning inom addition och subtraktion – en analys av ett läromedel i årskurs 1-3

Författare: Patrik Helander, Maja Lundström Kihlén, Malin Määttä

Termin och år: VT - 2014

Kursansvarig institution: Institutionen för sociologi och arbetsvetenskap

Handledare: Johan Häggström

Examinator: Maria Svensson

Rapportnummer: 109

Nyckelord: Matematik, läromedel, analys, addition, subtraktion, strategi, uppgifter

Forskning visar att svensk matematikundervisning i de allra flesta fall vilar på ett läromedel i form av en matematikbok. Hur elever utvecklar sitt matematiska kunnande är således beroende av vad som behandlas i denna bok. I dagsläget finns ingen statlig granskning av läromedel och det är därför upp till den enskilda läraren att kvalitetssäkra de läromedel som används i undervisningen.

Utifrån ovanstående är vårt syfte att undersöka hur elever ges möjlighet att utveckla sin huvudräkning inom addition och subtraktion genom användandet av ett och samma läromedel under sin lågstadietid.
I relation till vårt övergripande syfte har vi utarbetat två övergripande frågor: Vilken typ av additions- och subtraktionsuppgifter förekommer i *Prima Matematiks* elevbok? Vilka huvudräkningsstrategier för att lösa additions- och subtraktionsuppgifter presenteras i *Prima Matematiks* lärarhandledning?

Vår metod har varit en läromedelsanalys av elevböckerna och lärarhandledningarna för läromedlet *Prima Matematik* årskurs 1-3. För att analysera vilka uppgiftstyper eleverna får arbeta med i elevböckerna har vi utvecklat ett analysverktyg som riktar sig till dessa. Lärarhandledningen analyseras utifrån vilka beräkningsstrategier som behandlas i denna. Beräkningsstrategier och uppgiftstyper är knutna till varandra så elevbok och lärarhandledning kan inte stå utan den andre.

Resultatet av vår analys av elevboken visar vilka uppgiftstyper som eleverna får arbeta mycket med och vilka som inte ges utrymme. I analysresultatet av lärarhandledningen redovisas vilka additions- och subtraktionsstrategier som tas upp. Vidare i vår diskussion knyter vi dessa delar till rådande styrdokument och matematiklärarprofessionen.

Innehåll

1. Bakgrund

Hösten 2013 läste vi matematik som specialisering inom ramen för lärarutbildningen. Under denna tid kom vi till insikt om att det inte endast var våra egna matematiska kunskaper som låg till grund för våra framtida elevers kunskapsutveckling. Vi behövde sätta oss in i olika förklaringsmodeller och arbetssätt för att göra matematiken logisk och greppbar för elever med olika förutsättningar. Löwing (2008:26) skriver att en forskningsrapport gjord av Ma (1999) visar att kinesiska lärare trots endast nioårig skola i botten var överlägsna de amerikanska med lång högskoleutbildning när det kom till att förklara hur man kan lösa elementära matematiska problem. Ma visar att många av de amerikanska lärarna såg skolmatematiken som något som var lätt att förstå. Det gällde för lärarna men inte för eleverna. Ma konstaterar således att det inte räcker att läraren själv är en god matematiker utan att det krävs en matematikdidaktisk ämnesteori (en skolämnesteori) som ger lärarna redskap för att få insikt i hur eleverna bygger upp och utvecklar sitt matematiska vetande.

Även Kilborn (2002:30) visar på vikten av att vi som lärare måste vara väl införstådda med att eleverna bygger upp sin kunskap i matematik på ett helt annat sätt än det som anges genom matematikens ämnesteori, som syftar till att samla och generalisera dagens matematik.
Skolämnesteorin är anpassad till lärarens profession. Läraren måste tillhandahålla olika beräkningsstrategier och förklaringsmodeller för att undervisningen ska kunna anpassas till elevers individuella inlärningsförmåga och användning av matematik. Det är av yttersta vikt att elever lär sig att behärska de grundläggande räkneoperationerna med flyt. Om inte dessa befästs hos eleverna så kommer de i framtiden få svårt att analysera och lösa problem (Löwing, 2008:17).

Får då elever möjlighet att lära sig olika strategier för att lösa matematiska uppgifter? Får de genom undervisningen en variation av uppgifter som ger dem möjlighet att utveckla förmågan att välja den matematiska strategi som bäst lämpar sig för att lösa en uppgift? Dessa frågor vill vi genom vår studie finna svar på.

Genom erfarenheter gjorda under vår verksamhetsförlagda utbildning (VFU) har vi alla kunnat konstatera att det arbetssätt inom matematik som dominerar är användandet av ett läromedel i form av en matematikbok. Den vanligaste matematiska kommunikationen ur en elevs synvinkel är den mellan elev och läromedel (Löwing 2008:34). Med detta i åtanke vill vi fokusera på hur addition och subtraktion behandlas i årskurs 1-3 utifrån ett givet läromedel, *Prima Matematik* (Brorsson, 2008, 2009, 2011).

Att vi som blivande lärare utvecklar förmåga att granska läromedel fyller ett vidare syfte. I Sverige har det inte funnits någon förhandsgranskning av läromedel sedan Skolöverstyrelsen och Statens institut för läromedelsinformation lades ner 1991. I dagsläget avgörs kvalitetssäkringen helt av lärarnas förmåga att själva granska kvalitén på läromedlen (Skolverket, 2012a).

Prima Matematik säger sig svara mot innehållet i Lgr11. Det får inte tas som en sanning av lärare. Det är viktigt att de som undervisar utifrån läroboken själva tar ställning till dess innehåll och inte minst till hur lärarhandledningen är uppbyggd. Vi har valt att analysera både det läromedel i form av en matematikbok som är det eleverna arbetar med, samt lärarhandledningen som är knuten till varje elevbok. Vi anser att dessa två delar av läromedlet utgör en helhet och att den ena därför inte kan stå fri från den andra. Vi har valt att analysera *Prima Matematik* från årskurs 1-3 för att få en heltäckande bild av hur huvudräkning inom addition och subtraktion grundläggs på lågstadiet. Det är även relevant när innehållet i läromedlet ställs i relation till Lgr11 då dess centrala innehåll är uppdelat i årskurserna 1-3, 4-6 samt 7-9.

1.1 Syfte och frågeställningar

Givet det som presenterats i bakgrunden kommer syftet med denna uppsats vara att undersöka hur elever ges möjlighet att utveckla sin huvudräkning inom addition och subtraktion genom användandet av *Prima Matematik* årskurs 1-3.

Då uppgiftstyper är starkt sammankopplade med beräkningsstrategier har vi i relation till vårt övergripande syfte utarbetat två undersökande frågor:

1. Vilken typ av additions- och subtraktionsuppgifter förekommer i *Prima Matematiks* elevbok?

2. Vilka huvudräkningsstrategier för att lösa additions- och subtraktionsuppgifter presenteras i *Prima Matematiks* lärarhandledning?

2. Teoretisk anknytning

I denna del presenterar vi följande *Läroplan och läromedel* och *Tidigare studier*. Därefter presenteras de olika additions- och subtraktionsuppgifterna samt beräkningsstrategierna under rubriken *Begreppsdefinitioner*.

2.1 Läroplan och läromedel

2.1.2 Läromedelsanvändning - vad är ett läromedel?

Begreppet läromedel används som *sådant som kan användas för att nå målen i skolan*. Med en sådan formulering är läromedel ett begrepp med en mängd olika betydelser, därför har begreppet läroboken utformats och syftar till de pedagogiska texter som används i skolan (Selander, 2003:185). På Skolverkets hemsida ges en historisk överblick av begreppet läromedel. Skolförordningen från 1971 redogör för begreppet läromedel på liknande sätt som Selander och syftar till att det innebär alla de resurser som kan användas i undervisningen (Skolverket, 2012b). Begreppet basläromedel blev senare en avgränsning av läromedels-begreppet. Med basläromedel syftade man till kursböcker, textböcker och bibeln, men även talböcker och arbetsinstruktioner.

Idag syftar begreppet läromedel till en stor variation av det undervisningsmaterial som används, till exempel texter, datorer, teater, radio och TV. Skolorna använder sig mer av multimodala arbetssätt där allt fler medier tillkommer i klassrummet. För att inkludera alla medier som används som redskap för undervisningen sammanfattar man idag läromedel som resurser för lärande och pedagogiska texter (Skolverket, 2012b).

2.1.3 Läromedlets roll i matematiken

Då vår studie är en analys av ett läromedel ämnar vi under denna rubrik belysa läromedlets roll i matematikundervisningen.

Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS) har genomfört en internationell enkätstudie som visar att svenska lärare i huvudsak utgår från läroboken i matematik när de utformar undervisningen (TIMSS, 2012:394). Skolinspektionen visar liknande resultat. 2009 publicerades en rapport där de granskat undervisningen genom enkäter, intervjuer och observationer på 23 grundskolor. Granskningen visar att läroboken styr lärarnas planering av undervisningen i matematik och att många lärare uppfattar läroboken som ett stöd i undervisningen. Rapporten visar att konsekvensen blir att eleverna inte får några eller endast små möjligheter till att utveckla förmågan till logiska resonemang, problemlösningsförmågan och förmågan att se matematiska problem i ett sammanhang.

Många av de intervjuade lärarna berättade att de litar på att läromedlet tolkar läroplanen på rätt sätt (Skolinspektionen, 2009). Eftersom lärare har den här synen på läromedel och förlitar sig på dem är det ytterst relevant att granska dess innehåll.

På uppdrag av regeringen har Skolverket (2012c) kartlagt och analyserat hur en ökning av den garanterade undervisningstiden i matematik i grundskolan kan användas för att stärka elevernas matematikkunskaper. Skolverkets slutsats är att undervisningen i matematik behöver varieras. Idag kännetecknas undervisningen till stor del av att eleverna arbetar självständigt i läroboken. Fler lektioner leder inte automatiskt till bättre resultat. För det krävs en utveckling av matematikundervisningen. En lärare som för en aktiv dialog med eleverna och utmanar dem genom att använda elevernas frågor som utgångspunkt för gemensamma diskussioner leder till ökad förståelse för matematiken.

Malmer (2002) menar att den formella matematiken ligger långt ifrån elevernas verklighetsförankring, både språkligt och erfarenhetsmässigt. Hon påpekar även att skolmatematiken innehåller allt för lite laborativa undersökningar och därmed upplevs matematiken som abstrakt och otillgänglig för många elever. Enligt Malmer beror det här på att lärare känner osäkerhet till sin planering och istället förlitar sig på läroboken i matematik. Elever som blir hänvisade till självständig och mekanisk räkning i boken känner mer tristess än förståelse. För att eleverna ska utveckla färdigheter i huvudräkning i den tidiga aritmetik-undervisningen föreslår därför Neuman (2013) en förändring i arbetssätt och kultur. Hon menar att man bör ändra uppfattningen om att barn lär sig addera, subtrahera, multiplicera och dividera genom att minnas och istället förstå att de lär sig genom att se och reflektera. Var femte niondeklassare blev inte godkända i det nationella provet i matematik våren 2011. Om den kultur som styr aritmetikundervisningen ändrades skulle andelen mycket svaga elever inom matematik avsevärt reduceras (Neuman, 2013:35).

När lärare och läromedel utgår från olika strategier för att lära eleverna lösa uppgifter uppstår osäkerhet och förvirring hos eleverna. Det leder till konflikter i kommunikationen eftersom lärarens instruktioner inte stämmer med de instruktioner eleverna fått genom läro-medlet (Löwing, 2004:241). Anghileri (2006:365, 377) menar att det är viktigt att eleverna kan välja den strategi som bäst lämpar sig för uppgiften. En del av strategierna är användbara vid mindre talområde, medan de blir ohållbara när de används vid större talområden. Då krävs det att eleverna har tillgång till flera strategier som de kan välja mellan för att lösa uppgifter effektivt. Om eleverna själva inte kan välja vilken strategi de vill använda sig av finns det ingen tanke bakom svaret och tillämpningen blir mekanisk. Enligt Anghileri bör man därför uppmuntra elevernas egna påhittade strategier vid huvudräkning. Eleverna bör även ha tillgång till olika strategier, speciellt när de börjar arbeta inom ett högre talområde (Anghileri 2002:167f).

Sammanfattningsvis kan man säga att läroboken styr matematikundervisningen i hög utsträckning. Innehållet i undervisningen planeras efter läroboken trots att flera studier visar att läromedel inte alltid svarar mot läroplanen på ett adekvat sätt. Flera studier visar även att enskilt arbete i läroboken inte ger någon positiv bild av matematiken. Därför föreslår många en förändring och eftersöker mer variation i matematikundervisningen.

2.1.4 Hermeneutiskt förhållningssätt

I Sverige har det inte funnits någon förhandsgranskning av läromedel sedan skolöverstyrelsen och Statens institut för läromedelsinformation lades ner 1991. Kvalitetsgranskningen är i dagsläget helt avgörande av lärarnas förmåga att själva granska kvalitén på de läromedel de ska använda i sin undervisning (Skolverket 2012a). När ett läromedel granskas är det utifrån den individuella lärarens förförståelse som innehållet tolkas. Även vår studie genomsyras av en tolkningsprocess och utifrån detta är Hermeneutiken ett relevant sätt för oss att kunna växla mellan det valda läromedlets olika delar och helhet. Ordet Hermeneutik har sitt ursprung i grekiskan och betyder förklaringskonst. Det är en metodlära som har utvecklats för att kunna tolka och förklara meningsfulla fenomen. De meningsfulla fenomenen inom Hermeneutiken syftar till resultat av mänskliga aktiviteter. För oss är det viktigt att vara medvetna ur vilket perspektiv vi väljer att tolka det läromedel vi analyserar. I vår studie är utgångspunkten att se uppgifter i elevboken utifrån den givna ramen av vårt analysredskap samt lärarhandledningen utifrån de av oss utvalda räknestrategierna. Vi behöver även vara medvetna vad vi vill uppnå med vår studie, vårt syfte bör vara ständigt närvarande under tolkningsprocessen. Det är även relevant att se vår tolkning i ljuset av våra egna värderingar, vår förförståelse och i vilket sammanhang som vår tolkning bedrivs (Gilje & Grimen, 2007).

2.1.5 Läroplansteori

Enligt Linde (2012:100) handlar läroplansteori om vad som klassificeras och väljs ut som giltig kunskap för elever att lära sig i skolan. Det handlar även om rådande strömningar som verkar på olika nivåer i vårt system som gör att vissa ämnesinnehåll lyfts fram.

Vår rådande läroplan utfärdades 2011. När staten utarbetar en ny läroplan så bygger den på den utvärdering som gjorts av den tidigare. Man frågar sig vad som har varit positivt och vad som varit negativt. Dessa frågor besvaras inte endast i ljuset av läroplanen utan är politiskt och ideologiskt betingade (Linde 2012:132).

Vad är då nytt gällande Lgr11 som är den nu rådande läroplanen jämfört med Lpo94 som var dess föregångare? Tidigare så innehöll inte själva läroplanen några kursplaner utan dessa publicerades separat så att de skulle kunna revideras fortlöpande. Lpo94 hade en målstyrningsprincip som innebar att det fanns strävansmål och mål att uppnå. Detta är i dagsläget borttaget och Lgr11 har i varje kursplan en inledning med ett avsnitt som kallas syfte. Efter detta kommer kursplanens centrala innehåll. Detta avsnitt innehåller en precisering av det innehåll som ska behandlas i respektive ämne under årskurserna 1-3, 4-6 samt 7-9. Denna läroplansstruktur är en återgång till den form som var rådande i läroplanerna från Lgr62, Lgr80 samt Lgy70 (Linde 2012:132).

Syftet med vår analys är inte att undersöka om *Prima matematik* behandlar allt innehåll som står skrivet i kursplanen för matematik utan att undersöka vilka beräkningsstrategier som förekommer. Vi anser dock att det är av intresse att ställa läroplanens innehåll i relation till vår analys då det i Lgr11 står skrivet att eleven ska behärska matematiska strategier samt att eleven kan anpassa dessa efter problemets karaktär (Skolverket, 2011a:63).

I kursplanens syfte för matematik står att elever ska ges möjlighet att utveckla sin förmåga att:

- *formulera och lösa problem med hjälp av matematik samt värdera valda strategier och metoder*
- *välja och använda lämpliga matematiska metoder för att göra beräkningar och lösa rutinuppgifter* (Skolverket, 2011a:63)

Fokus på att kunna förstå och välja rätt strategi vid rätt situation återfinns i det centrala innehållet för årskurs 1-3:

- *Centrala metoder för beräkningar med naturliga tal, vid huvudräkning och överslagsräkning och vid beräkningar med skriftliga metoder och miniräknare. Metodernas användning i olika situationer.*
- *Strategier för matematisk problemlösning i enkla situationer.* (Skolverket, 2011a:64)

I det centrala innehållet anges de obligatoriska moment som ska ingå i undervisningen i matematik. Vad som inte anges i kursplanen är hur mycket undervisningstid som varje punkt i det centrala innehållet ska tilldelas, detta är upp till varje lärare (Skolverket, 2011b:12) Trots att det inte anges hur mycket tid som ska ägnas åt det centrala innehållet så har läraren ett ansvar att eleverna når alla kunskapskraven. I kunskapskraven för årskurs 3 står:

> *Eleven kan lösa enkla problem i elevnära situationer genom att välja och använda någon strategi med viss anpassning till problemets karaktär. Eleven kan välja och använda i huvudsak fungerande matematiska metoder med viss anpassning till sammanhanget för att göra enkla beräkningar med naturliga tal och lösa enkla rutinuppgifter med tillfredsställande resultat* (Skolverket, 2011a:67).

Kunskapskraven grundar sig i de förmågor som beskrivs i syftet samt det centrala innehållet. Att eleven ska utveckla en bred kunskap om olika strategier samt att kunna anpassa dessa efter rätt sammanhang genomsyrar hela kursplanen i matematik för årskurs 1-3. Detta är intressant i vår analys av *Prima matematik* då vi undersöker i vilken utsträckning läromedlet ger eleverna möjlighet att utveckla strategier för att hantera olika uppgifter i addition och subtraktion.

2.2 Tidigare studier

Gällande tidigare läromedelsanalyser om additions- och subtraktionsstrategier finns det relativt lite skrivet. Vi kommer presentera de studier som vi menar har anknytning till det område vi berör. Få studier kan direkt kopplas till läromedelsanalys inom området, därför presenteras andra forskningsområden som har relevans i vår studie då det handlar om elevers additions- och subtraktionsstrategier.

Fuson (1992) har gjort en sammanställning av forskares syn på subtraktions- och additionsstrategier. Denna sammanställning visar på stor samsyn i grunden men olika forskare kategoriserar strategierna på lite olika sätt. I Sverige har vi bland annat Kilborn (2002) och Löwing (2008). I vår läromedelsanalys har vi utgått från tre subtraktionsstrategier: *räkna nedåt*, *räkna uppåt* och *räkna mot samma tal*, som baseras på strategier från Kilborn (2002) och Löwing (2008). Vi har även utgått från Löwings (2008) och Malmers (2002) additions-strategier: *överslagsräkning/runda tal*, *räkning från största termen*, *samt associativa-* och *kommutativa lagen*.

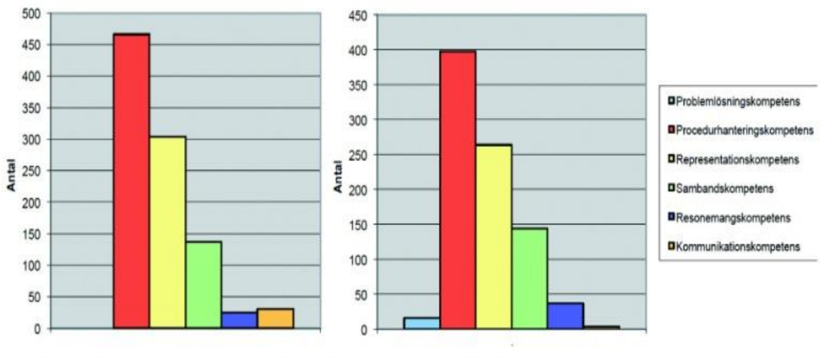
Frisk (2009) har gjort en läromedelsanalys om hur subtraktionsuppgifter är utformade i fyra olika läromedel för årskurs 2. Resultatet är relevant att lyfta fram i vår studie då vi gjort liknande analys, men över flera årskurser. Frisk har, liksom vi, analyserat textuppgifter och uppgifter som förekommer i en situation eller viss kontext. Även uppgifter som med hjälp av bilder illustrerar en händelse har analyserats. I studien har Frisk i likhet med oss utgått från Löwing (2008) och Kilborns (2002) kategorier för subtraktionsuppgifterna; *ta bort*, *komplettera* och *jämföra*. Hon har valt att dela upp varje kategori i två varianter. *Ta bort* kan exempel bestå av situationer där något minskar eller försvinner. Exempel: *Kalle har 100 kr, han köper en tidning som kostar 20 kr. Hur mycket har han kvar?* Med den andra varianten vet man vad som finns kvar. Exempel: *Kalle har 100 kr. När han köpt en bok har han 20 kr kvar. Vad kostar boken?* Resultatet av studien visar att *ta bort-uppgifter* av den första varianten är dominerande i de granskade läromedlen. Frisk kommenterar även spännvidden mellan olika läromedel, men i tre av fyra granskade läromedel är *ta bort-uppgifter* vanligast.

Johansson (2003) har gjort en studie om fem vanligt förekommande läromedel i svensk skola och huruvida de stämmer överens med läroplanen för matematik. Hon menar att läromedel anses som det viktigare inslaget när man undervisar i matematik, såväl i Sverige som i andra länder. Många lärare och elever anser att det som står i läroboken är det som symboliserar matematik (Johansson, 2003:6). Studiens resultat visar att de analyserade läromedlen inte återspeglar innehållet i läroplanen. Hon påpekar dock att det inte är läromedelsförfattarna som har ansvaret över att eleverna ska uppnå kunskapskraven i matematik, det är skolans ansvar (2003:75f).

Lundström (2011) har analyserat två läromedel i matematik för årskurs 5. Lundström har analyserat vilka förmågor, eller kompetenser, eleverna får möjlighet att utveckla vid självständigt arbete med lärobokens uppgifter. Trots att vi har olika fokus och olika utgångspunkter vill vi lyfta fram resultatet då vi anser att det har relevans för vår studie.

Utifrån ett kompetensramverk som Skolinspektionen (2009:5) använt i en gransknings-rapport analyserade Lundström alla uppgifter i två olika läromedel. Kompetensramverket är ett sätt att beskriva matematiskt kunnande. Det finns sex olika kompetensmål och enligt Skolinspektionen sammanfattar dessa väl vad den samlade matematikdidaktiska forskningen bedömer som de mest angelägna målen när det gäller att lära sig matematik. Samtidigt är det just de kompetensmålen som skolorna har svårast att hjälpa eleverna att nå. De sex olika kompetensmålen är:

- *Problemlösningskompetens,* som syftar till förmågan att kunna lösa uppgifter där det inte finns en färdig procedur för lösning.
- *Procedurhanteringskompetens,* elevens förmåga att kunna välja vilken procedur som lämpar sig för en viss uppgiftstyp för att kunna genomföra proceduren. Vanligtvis sker procedurer i form av algoritmer som stegvis beskriver hur man kan lösa en uppgift.
- *Representationskompetens,* förmågan att representera en konkret händelse med ett tal eller en matematisk företeelse med en annan. Ett exempel är att representera ett abstrakt begrepp som sfär med konkret material (t.ex. en boll) och beskriva att alla punkter på ytan befinner sig på samma avstånd från centrum.
- *Sambandskompetens,* förmåga att se samband mellan matematiska företeelser. Ett exempel är att kunna se multiplikation som upprepad addition.
- *Resonemangskompetens,* förmågan att motivera sina val och resultat genom att logiskt argumentera på ämnesteoretiska grunder. Det innebär även att kunna hitta mönster, samt formulera, förbättra och undersöka hypoteser vid laborativ verksamhet.
- *Kommunikationskompetens*. Förmåga att kunna kommunicera tankegångar och matematiska idéer bland annat muntligt och skriftligt.



Antal uppgifter i Matteborgen respektive Mattestegen där olika kompetenser kommer till uttryck

Resultatet av Lundströms analys visar att läromedel inte får med alla aspekter av läroplanen. Det är upp till läraren att kompensera undervisningen med andra material och metoder så att eleverna får möjlighet till att nå målen i matematik. Undersökningen visar att enbart arbete i matematikboken kan vara otillräcklig då eleverna inte får möjlighet att utveckla alla de kompetenser som läroplanen tar upp. Läromedlen erbjuder i första hand färdighetsträning av procedurer samt i viss mån representation och samband mellan begrepp. Eleverna får ingen möjlighet att utveckla resonemangs-, kommunikations- och problemlösningskompetenser i någon större utsträckning. I det ena läromedlet erbjuder uppgifterna för lite utmaning och utveckling för eleverna. I det andra finns utmaningar men samtidigt är dessa uppgifter där eleverna enbart tränar procedur-, sambands- och representationskompetens. Resultatet av analysen visar tydligt att elever som enbart arbetar i läroboken inte får möjlighet att utveckla alla de kompetenser som utgör matematikkunnandet. Därför krävs ett aktivt deltagande från läraren för att uppgifterna ska bli mer utvecklande och utmanande för eleverna (Lundström, 2011).

Kilborn (2002:44f) lyfter fram forskning gjord av Carpenter (1984) som visar att barn redan innan skolstart spontant byggt upp olika strategier kring subtraktion. Det är tre olika typer som de använder sig av: *ta bort*, *jämföra* och *lägga till*. Uppgifter som formulerats som *jämföra* löser barn genom jämförelse. Uppgifter som formulerats som *lägga till* löser barn genom att komplettera. Innan skolstart verkar barn inte ha några problem med användning av olika subtraktionsstrategier i olika situationer. Det kan bero på att situationerna är nära sammankopplade till barnens förkunskaper och de har en språklig förståelse för hur de ska lösa uppgifterna. Forskningen visar dock att efter några års skolgång har eleverna övergått till att använda endast en subtraktionsstrategi i alla situationer. Vissa elever har blivit uppåträknare medan andra har blivit nedåträknare. På sikt leder det till att eleverna får problem med de uppgifter som inte passar in i deras subtraktionsstrategi. Detta kan bero på att lärare ofta strävar efter att lära eleverna en enda strategi, den läraren själv föredrar eller uppfattar som den enda strategin. Många lärare har även en rädsla för att lära eleverna flera strategier eftersom eleverna då kan blanda ihop dem. Ett sådant synsätt leder dock till att eleverna inte får möjlighet till en variation av strategier.

Malmer (2002) skriver om *sammanläggning* inom addition. Hon skiljer, precis som vi gjort, på statisk och dynamisk addition. Statisk *sammanläggning* innebär att det inte sker någon ökning. Man kan exempelvis utgå från att *det finns fem pojkar och tre flickor och tillsammans är det åtta barn* (Malmer, 2002:119). Det vanligaste är dock att man använder dynamisk addition, en händelse med en ökning. *Det är fem barn på gården. Så kommer tre barn till. Då blir det åtta* (Malmer, 2002:119). I vår studie har vi valt att kategorisera det sistnämnda likt Kilborn (2002) som dynamisk addition - *lägga till*. Får eleverna möjlighet till både statisk och dynamisk addition är risken inte så stor att eleverna fastnar för att något *blir* något i samband med likhetstecknet. Det är stor hjälp för det fortsatta arbetet inom matematik, inte minst inom algebran där eleverna behöver se likhetstecknet som en likhet. Därför bör lärare alltid läsa ut likhetstecknet som *lika med*, *är* eller *lika mycket som* (Malmer, 2002:119).

McIntosh (2008) redogör för hur barn beräknar de grundläggande additions- och subtraktionskombinationerna och visar att de endast använder ett litet antal strategier på effektiva sätt. Strategierna upptäcker en del barn tidigt på egen hand, medan andra förvärvar dem senare om de får undervisning om dem. Värt att notera är att de flesta elever verkar kunna multiplikationstabellen bättre än de grundläggande additions- och subtraktionstabellerna. Det kan bero på att undervisningen inte lägger lika stor vikt på additions- och subtraktionskombinationerna som på att memorera multiplikationstabellen. En annan orsak kan vara att addition och subtraktion med tal upp till tio är lättare och går snabbare att räkna ut och är därför inte lika motiverande att befästa (McIntosh, 2008:93ff).

Många elever är osäkra på de grundläggande additions- och subtraktionstabellerna och behöver därför en strukturerad undervisning med spel och aktiviteter för att befästa dem. Liksom Kilborn (2002) menar McIntosh (2008) att eleverna inte använder flera olika huvudräkningsstrategier. Till skillnad från Kilborn som menar att eleverna antingen blir uppåträknare eller nedåträknare vid subtraktion, menar McIntosh att eleverna uppfattar addition som uppåträkning och subtraktion som nedåträkning.

Neuman (2013:9ff) bygger vidare på detta och menar att båda synsätt är relevanta. Elever kan uppleva problem med subtraktion, främst av två anledningar. Ibland uppfattar eleverna subtraktion som addition. Det gör de till exempel ofta i subtraktioner av typen: *Du har 2 saker och behöver 9. Hur många fattas?* (2+ _ =9), medan de alltid upplever uppgifter som *Du har 9 saker och förlorar 7, hur många är kvar?* (9 - 7=_) som subtraktion. Den andra anledningen till problem inom subtraktion menar Neuman, precis som McIntosh, är att många elever förknippar addition med framåträkning och subtraktion med bakåträkning. Förstår eleverna inte sambandet mellan 9-7=2 och 2+7=9, så inser de inte heller att de kan välja mellan framåträkning eller bakåträkning när de subtraherar och då blir det svårt att lösa liknande uppgifter.

Neuman (2013:20ff) har intervjuat och observerat hur elever använder sig av fingrarna när de möter den första aritmetiken. För att underlätta har hon avbildat alla fingertal större än fem som romerska siffror, sju som VII och nio som VIIII exempelvis. När elever räknar med tal större än fem använder de ett tydligt störst-först-mönster där den odelade första handen (med fem fingrar, V) får utgöra en del, medan den andra handen fyller på återstoden. Elever som strukturerat fingertal på liknande sätt kan inte alltid tänka framåt i additivt upplevda subtraktioner och bakåt i subtraktivt upplevda subtraktioner. Den additiva uppgiften 2+ _=9 kan inte lösas genom att tänka framåt. Eleverna ser då den som VII II och tänker två steg bakåt från nio för att få reda på vilket tal som fattas. Likadant tänker de framåt från sju till nio när de löser subtraktionsuppgiften 9-7=_. Nybörjare inom matematik tänker dock varken framåt eller bakåt. De delar istället upp talen, exempelvis 9, delas upp som 2|7|9 [VII II] med hjälp av fingrarna viker de sedan undan eller tänker bort talets kända del. Uppgiften 2+ _=9 ser de som VII ~~II~~ och uppgiften 9- 7=_ som ~~VII~~ II (Neuman, 2013).

När eleven utvecklar huvudräkningsfärdigheter ökar deras kompetens, självförtroende och känslan av att behärska talen. Aktiviteter med huvudräkning har visat sig ha större effekt än skriftliga räkneuppgifter när det gäller att utveckla känsla för tal. Det är en avgörande skillnad mellan att memorera tabellerna utan förståelse och att befästa tabellerna om man kan beräkna dem på egen hand. Viktigt är dock att på sikt veta eller snabbt härleda de grundläggande kombinationerna. Har eleven den kunskapen tillsammans med förståelse för positions-systemet och räkneoperationer så finns förutsättningar att kunna hantera de fyra räknesätten med flersiffriga tal (McIntosh 2008:94).

Med bakgrund i den tidigare forskningen som visar läromedlets betydande roll i matematik-undervisningen valde vi att göra en läromedelsanalys. Enligt kunskapskraven i matematik ska elever i årskurs 3 kunna välja och använda en strategi som är anpassad till uppgiften (Skolverket, 2011a:67). För att elever ska kunna nå kunskapskravet krävs därför att eleverna har getts möjlighet att utveckla flera olika strategier för att kunna beräkna olika typer av uppgifter. Med detta som utgångspunkt har vi valt att analysera vilken typ av additions- och subtraktionsuppgifter som förekommer i Prima Matematiks elevbok. Då forskning visar att elever använder ett fåtal strategier på ett effektivt sätt vill vi analysera vilka additions- och subtraktionsstrategier eleverna får möjlighet att arbeta med genom användandet av *Prima matematik*. Då det inte finns mycket forskning om hur additions- och subtraktionsstrategier behandlas i läromedel hoppas vi genom vår studie kunna bidra med en utveckling av detta.

2.3 Begreppsdefinitioner

För att kunna genomföra vår studie så har vi kategoriserat uppgifter inom addition och subtraktion som eleven får arbeta med i *Prima Matematik*. Utöver uppgifter i elevboken så har vi även kategoriserat de räknestrategier som presenteras i lärarhandledningen.

I vår analys av *Prima Matematik* har vi valt att utgå från hur Karen Fuson (1992:245) delar in uppgifter med addition och subtraktion i tre olika kategorier för vardera räknesätt. Denna kategorisering har även gjorts på liknande sätt inom svensk forskning av bland annat Kilborn (2002), Malmer (2002) och Löwing (2008). Utifrån dessa forskares kategorisering har vi valt att benämna de tre varianter av additionsuppgifter som; *sammanläggning*, *jämföra* och *lägga till*. Uppgifter kring subtraktion benämner vi som; *jämföra, komplettera/ lägga till* och *ta bort*. Vi har även valt att skapa ytterligare två kategorier som vi valt att kalla *kontextlösa uppgifter* och *övrigt*.

För att tydliggöra hur vi definierat de olika kategorierna av uppgifter och räknestrategier som förekommer i *Prima Matematik* så följer nedan en mer ingående presentation av varje kategori. Först presenteras kategorierna av uppgifter eleverna får arbeta med i elevboken följt av de olika räknestrategier som förekommer i lärarhandledningen.

2.3.1 Additionsuppgifter

När additionsuppgifter består av två fasta mängder så kan man antingen göra en *sammanläggning* eller en *jämförelse* av dessa för att få fram en tredje mängd beroende på hur situationen är presenterad. Det sker ingen ökning i situationen utan den bygger på två fasta mängder som finns samtidigt. Detta är en så kallad statisk uppgift. Är uppgiften istället uppbyggd kring en redan känd mängd till vilken det sedan tillkommer något kategoriseras uppgiften som *lägga till*. Denna typ av uppgift är dynamisk, det vill säga att det sker en förändring i situationen (Malmer, 2002).

Addition - sammanläggning

De här uppgifterna handlar om att lägga samman två redan kända mängder som tillsammans bildar en tredje ny mängd. Uppgifterna är statiska då ingen förändring sker. Båda delmängderna är kända och man söker helheten.

Exempel på *addition - sammanläggning*:

Lisa har 12kr och Anna har 3kr. Hur mycket har de tillsammans?

I de uppgifter där läromedlet enbart visar *12kr + 3kr* i form av bilder på pengar så har vi kategoriserat det som en *sammanläggning*. Vi definierar det som att det finns två kända mängder samtidigt som läggs samman. Samma kategorisering har vi valt att göra vid alla liknande fall av illustrationer.

Addition - jämföra

Dessa uppgifter är uppbyggda kring *jämförelse* av två mängder. Man känner till värdet på båda mängderna. Uppgifterna är statiska eftersom de båda mängderna presenteras samtidigt och inget tillförs.

Exempel på *addition - jämföra:*

Lisa har 6 bollar och Anna har 3 fler. Hur många har Anna?

Addition - lägga till

Uppgifter i den här kategorin handlar om att det sker en ökning av en mängd. En mängd är redan känd, den ursprungliga helheten, och man söker en ny helhet efter en ökning. Uppgiften är då dynamisk eftersom det sker en förändring.

Exempel på *addition - lägga till.*

Lisa har 6 bollar. Hur många bollar har Lisa om hon får 3 bollar av Anna?

2.3.2 Subtraktionsuppgifter

Som nämnts tidigare har vi valt att kategorisera subtraktionsuppgifter i tre olika kategorier. Vi har valt att benämna dem som *jämföra, komplettera/lägga till* och *ta bort*. På samma sätt som vid addition så kan en uppgift kring subtraktion vara antingen statisk eller dynamisk. Innehåller uppgiften två kända mängder som presenteras samtidigt så är situationen statisk då ingen förändring sker. I en uppgift där något tas bort så sker en förändring och uppgiften klassas då som dynamisk.

Subtraktion - jämföra

Uppgifter som hamnar inom denna kategori handlar om att *jämföra* två av tre olika mängder. De två kända mängderna kan antingen vara den större mängden, den mindre mängden eller differensen. *Jämföra-uppgifter* innehåller ofta ord som fler, färre, kortare, längre, dyrare, billigare.

Exempel på en *subtraktion - jämföra* där den större och den mindre mängden är kända:
Lisa har 10 bollar och Anna har 6 bollar. Hur många fler bollar har Lisa?

Exempel på *jämföra-uppgift* där den större mängden och differensen är kända:
Lisa har 10 bollar och Anna har 4 färre. Hur många har Anna?

Subtraktion – komplettera/lägga till
I dessa uppgifter sker en ökning av en mängd och helheten är känd från början. Det som söks är en av mängderna som finns innan ökningen. Dessa uppgifter är dynamiska då en del måste kompletteras för att få helheten. Vanliga ord som förekommer i dessa uppgifter är till exempel hur länge, hur mycket saknas/fattas.

Exempel på *subtraktion - komplettera/lägga till* där man känner till det som finns från början och söker det som saknas:
Lisa är 7 år. Om hur många år fyller hon 12år?

Exempel på *subtraktion - komplettera/lägga till* där man känner till det som saknas samt helheten men söker istället det som finns från början:
Om 5 år fyller Lisa 12år. Hur gammal hon nu?

Subtraktion - ta bort
I de här uppgifterna tas någonting bort eller minskas från en känd helhet. Det som söks är en av delarna efter minskningen. Vanligt förekommande ord i dessa uppgifter är till exempel ger bort, köper, tappar, förlorar, blir kvar. *Ta bort-uppgifter* är dynamiska då de sker en förändring hos mängderna. Den ena mängden finns först och en annan mängd skapas efter att något sker.

Exempel på en *subtraktion ta bort* där man känner till mängden som ska tas bort och söker det som finns kvar:
Lisa har 15kr och köper godis för 6kr. Hur mycket har Lisa kvar?

Exempel där man känner till det som finns kvar och söker det som tagits bort:
Lisa har 15kr. När hon köpt godis har hon 6kr kvar. Vad kostade godiset?

Uppgifter som illustreras med exempelvis bilder på en mängd pengar där en del av mängden pengar är överstruken har vi kategoriserat som subtraktion *ta bort*.

Kontextlösa uppgifter - subtraktion/addition
Kontextlösa uppgifter har vi valt att kalla de uppgifter som inte är bundna till en kontext i varken text eller bild. Uppgifter som enbart skrivs med tal och gäller för både subtraktion och addition.

Exempel på *kontextlösa uppgifter*:
8 + 4 =
9 - 3 =
7 + _ = 9

Övrigt
I denna kategori hamnar de uppgifter som vi inte kunnat placera i någon av de andra kategorierna men som fortfarande kräver någon form av subtraktion eller addition.

Exempel på uppgift:
Dela upp talet 6 i två delar.

2.3.3 Räknestrategier

Vi har utgått från hur Kilborn (2002) och Löwing (2008) definierar de grundläggande strategier som används vid huvudräkning inom addition och subtraktion. Strategier för addition är den *kommutativa lagen, associativa lagen, räkning från största termen* och *överslagsräkning/runda tal*. De två lagarnas egentliga innebörd är att beskriva vad som är möjligt att göra inom addition men vi ser dem även som strategier. Att eleven behärskar dessa lagar med flyt utan att behöva reflektera tyder på en god taluppfattning hos eleven (Löwing, 2008:40).

För subtraktion har vi valt att benämna strategierna som *räkna nedåt, räkna uppåt, räkna mot samma tal,* och *överslagsräkning/runda tal*. Användandet av dessa strategier är starkt sammankopplade till hur uppgiften är uppbyggd och det är därför viktigt att elever behärskar olika strategier för att kunna hantera olika typer av uppgifter. Även vid beräkning av en uppgift så krävs ofta att flera olika strategier kombineras för att kunna hantera uppgiften effektivt (Löwing, 2008:114). Genom att nedan ge exempel på vardera strategi kommer vi tydliggöra vikten av att välja rätt strategi för rätt uppgift.

Vi presenterar även *5/10-kamrater* och *dubbelt/hälften*. Dessa kallar vi inte strategier i sig själva utan istället ser vi dem som förkunskaper för att kunna hantera strategierna. Löwing (2008:83) menar att det är en förutsättning att eleverna behärskar *5/10-kamraterna* och den *associativa lagen* för att smidigt kunna hantera beräkningar som innehåller tiotalsövergångar. Att behärska *5/10-kamrater* och *dubbelt/hälften* inom talområdet 1-10 handlar om att elever har en känsla för hur tal är uppbyggda och utan att behöva reflektera kunna utföra beräkningar med dessa tal (Löwing, 2008:40).

Addition - associativa lagen:
$(a + b) + c = a + (b + c)$
Med den *associativa lagen* förenklar man huvudberäkningar genom att dela upp tal i mer lätthanterliga delar. Vid lösning av uppgiften 29+15 så kan man ta 1 från 15 och addera till 29 och får då istället 30+14, vilket är en enklare uppgift att hantera. Användandet av lagen kan skrivas ut som:
$29 + 15 = 29 + 1 + 14 = (29 + 1) + 14 = 30 + 14$

Addition - kommutativa lagen:
$a + b = b + a$
Denna lag bygger på att termerna i en addition kan byta plats med varandra utan att det påverkar summan. En addition som 8+12 kan även skrivas 12+8 vilket kan ses som en enklare beräkning att utföra för eleven. Den *kommutativa lagen* fungerar bra att tillämpa vid additioner som innehåller fler än två termer. Exempelvis så kan 25+9+5 skrivas 25+5+9. Att förstå lagen är en förutsättning om eleven ska tillämpa strategin *räkning från största termen* som beskrivs nedan.

Addition - räkning från största termen
Denna strategi bygger på att det oftast är enklare för eleven att addera ett mindre tal till ett större. Strategin är en av de första och viktigaste för elever i de lägre årskurserna (Löwing, 2008:71). Elever som förstår att 2+5 lika gärna kan skrivas 5+2 har förstått grunden för den *kommutativa lagen*.

Det är även lämpligt att *räkna från största termen* för att lösa en uppgift med större tal som exempelvis 15+29. Första steget är att utnyttja den *kommutativa lagen* och byta plats på termerna. Vidare beräkning kräver dock användande av andra strategier för att hantera uppgiften effektivt.

Addition - överslagsräkning/runda tal
Denna strategi är lämplig att använda vid beräkning av uppgifter som innehåller större tal. Man anpassar uppgiften med ett eller flera tal som är enklare att hantera i huvudet än de tal som finns från början. Ska uppgiften 29+15 beräknas med huvudräkning så kan exempelvis 29 bytas ut mot 30 för att göra uppgiften mer lätthanterlig. Talet 30 blir i detta fall ett *runt tal*. Beräkningen blir då 30+15=45. Den mängd som lades till för att få det *runda talet* 30 måste således tas bort från 45 för att få det korrekta svaret.

Subtraktion - överslagsräkning/runda tal
Överslagsräkning för subtraktion fungerar på liknande sätt som vid addition. Man gör om ett eller flera tal till *runda tal* för att få en mer lätthanterlig beräkning. En uppgift som 33-18 blir enklare att beräkna om man exempelvis rundar av talet 18 till 20, vilket ger 33-20=13. Eftersom man nu tagit bort 2 för mycket blir den slutgiltiga differensen 2 mer än 13, det vill säga 15.

Subtraktion - räkna nedåt
Denna strategi går ut på att man räknar nedåt eller bakåt från den största termen. Denna strategi går att dela upp i två varianter där den ena kräver mer förkunskaper. Den första varianten kräver att eleven stegvis kan räkna nedåt från största termen ner till återstoden eller att eleven räknar stegvis ner till den mindre delen. Den andra varianten kräver att eleven behärskar större steg åt gången. Vi använder uppgiften 33-18 som exempel.

Variant 1a (räknar nedåt till återstoden): Eleven räknar 18 steg nedåt från 33 (33, 32, ... 16, 15).

Variant 1b (räknar nedåt till den mindre delen): Eleven räknar hur många steg det är från 33 till 18 och har då räknat ut differensen (33, 32, ... 19, 18)

Variant 2: Eleven räknar nedåt stegvis med större steg. Exempelvis är det första steget från 33 till 20 (13 steg) och det andra steget från 20 till 18 (2 steg). Detta ger additionen 13+2 för att beräkna differensen. Denna strategi grundar sig på förkunskaper kring *runda tal* och till viss del *10-kamraterna* samt förstå sambandet mellan addition och subtraktion.

Den effektivaste strategin i det här fallet är variant 2 men den kräver större förkunskaper. Hade uppgiften istället varit 33-2 så hade variant 1a fungerat utmärkt då endast två steg behöver räknas. Strategin *räkna nedåt* fungerar överlag bra vid subtraktioner där differensen är stor. Trots att denna strategi kan delas in i olika varianter har vi, i vår analys, valt att kategorisera dem under kategorin *räkna nedåt*.

Subtraktion - räkna uppåt
För att beräkna 33-18 kan man även tillämpa strategin *räkna uppåt*. Man utgår då från talet 18 och ska komplettera detta för att nå 33. Även denna strategi går att dela upp i två varianter där den ena bygger på att räkna ett steg uppåt åt gången och den andra med större steg.

Variant 1: Eleven räknar stegvis uppåt från 18 till 33 och räknar då 15 steg (18, 19, ... 32, 33).

Variant 2: Eleven räknar exempelvis 2 steg från 18 till 20 och sedan 13 steg från 20 till 33. Detta ger additionen 2+13 för att beräkna differensen.

Vid subtraktioner där differensen är liten lämpar sig strategin *räkna uppåt* eftersom få steg behöver utföras. Hade subtraktionen varit 33-31 så räcker det att räkna uppåt 2 steg från 31.

Subtraktion - räkna mot samma tal
Denna strategi går ut på att man gör en jämförelse mellan termerna i uppgiften och väljer ett *runt tal* att räkna mot från båda termerna. Man räknar alltså nedåt från den större termen och uppåt från den mindre. Ska uppgiften 33-18 beräknas med denna strategi hade ett exempel varit att utgå från talet 20 som är ett *runt tal* som ligger mellan termerna. Man räknar då 13 steg nedåt från 33 till 20 och 2 steg uppåt från 18 till 20. Detta ger additionen 13+2 för att beräkna differensen. Strategin *räkna mot samma tal* är således en kombination av *räkna nedåt* och *räkna uppåt*. *Räkna mot samma tal* blir svårhanterlig då differensen är större. För att lösa exempelvis uppgiften 33-5 krävs att man finner ett bra värde att utgå från mellan termerna. I detta fall kan man räkna 5 steg upp från 5 till 10 och 23 steg ner från 33 till 10, vilket leder till additionen 5 + 23 för att nå differensen. Vid denna och liknande uppgifter är det bättre lämpat att använda andra strategier som exempelvis *räkna nedåt*.

När lärarhandledningen presenterar begreppet *jämföra* så syftar det till en jämförelse mellan två termer. Lärarhandledningen presenterar detta som en strategi men då själva räkneoperationen aldrig beskrivs ser vi detta som en ofullständig strategi. Löwing (2008) och Kilborn (2002) beskriver strategin *jämföra* som en strategi där man *räknar mot samma tal* i samband med en jämförelse. Utifrån deras definition av strategin *jämföra* har vi definierat vår strategi *räkna mot samma tal*.

5/10-kamrater
Det är vanligt att eleven utgår från *10-kamrater* vid uppgifter som innehåller tiotalsövergångar (Löwing, 2008:78). Det innebär att eleverna vet vilka två tal som tillsammans har summan tio. Förkunskaper till *10-kamrater* är att känna till vilka två tal som har summan 5, dessa kallas *5-kamrater*. Vi ser *10-kamrater* som en förkunskap till att hantera uppgifter som innehåller tiotalsövergångar och vid tillämpning av den *associativa lagen*.

8+5 beräknas genom att utgå från *10-kamraten* till 8, det ger 8+2. Samtidigt måste man kunna dela upp talet 5 som 2+3 för att få fram svaret. När man gör en uppdelning av talen vid additionsberäkning tillämpas egentligen den *associativa lagen* och *10-kamraterna* blir då en förkunskap till denna. Skrivs beräkningen ut blir den följande:
$8+5 = 8+(2+3) = (8+2)+3 = 10+3$

Dubbelt/hälften
Dubbelt innebär att eleven exempelvis vet att additionen 7+7=14. *Hälften* blir således anpassningsbart för subtraktioner då det är motsatsen till dubbelt 14-7=7. Att automatisera *dubbelt* och *hälften* är lämpligt då det ger ett flyt i huvudräkningen. De är även användbara för att beräkna uppgifter som är nästan dubbelt eller nästan hälften, som exempelvis 7+8 och 14-8 (Löwing, 2008:76).

2.4.4 Samband mellan uppgiftstyp och strategi
Löwing (2008:110) menar att om eleven ska bli en god huvudräknare så krävs det att denne behärskar ett flertal olika strategier och därmed kunna avgöra vilken strategi som passar bäst för en viss uppgift. I undervisningen bör därför elever få möta olika typer av uppgifter och pröva olika strategier. Inom subtraktion är uppgiftstypen *ta bort* kopplad till strategin *räkna nedåt*, uppgiftstypen *komplettera/lägga till* är kopplad till strategin *räkna uppåt* och uppgiftstypen *jämföra* är kopplad till strategin *räkna mot samma tal*. När det gäller att koppla uppgiftstyp till strategi inom addition är sambandet inte lika självklart. När man löser en additionsuppgift är additionsstrategierna i många fall

kopplade till varandra. Vilka strategier som bäst lämpar sig vid olika tillfällen är dels grundat på uppgiftstyp och dels på hur förtrogen individen är med de olika strategierna.

Utifrån vår första frågeställning får vi svar på vilka typer av uppgifter elever får möjlighet att träna på genom användandet av *Prima matematiks* elevbok. Genom vår andra frågeställning får vi reda på vilka strategier som lärarhandledningen tillhandahåller för att eleverna ska kunna lösa dessa uppgifter.

3. Metod

3.1 Presentation av Prima Matematik

Prima Matematik är ett läromedel i matematik för årskurs 1-3 som säger sig vara förankrad i Lgr11. Författaren Åsa Brorsson är matematikutvecklare och verksam lärare med mångårig erfarenhet av matematikundervisning.

I *Prima Matematik* inleds varje kapitel med beskrivning av målen samt en samtalsbild, följt av mattelabbet. I mattelabbet får eleverna arbeta med konkret material och laborativ problemlösning. Därefter är varje kapitel uppbyggt i grundspår med efterföljande diagnos med uppgifter kopplade till målen för kapitlet. Resultatet visar vilka mål eleven behärskar och vilka uppgifter eleven behöver träna ytterligare på. Repetition och utmaning finns avslutningsvis i varje kapitel för extra övning eller utmaning för de elever som behärskar det aktuella området.

Lärarhandledningen ska enligt Brorsson fungera som ett underlag och stöd för läraren i arbetet med läromedlet. Där ges samtalstips, förklaring på uppgiftens syfte och hur man kan arbeta vidare med innehållet. Under rubriken *Arbetsgång* i lärarhandledningen står det hur läraren ska introducera uppgiften och vad läraren bör tänka på. Därefter följer *Repetition* med uppgifter som är riktade till de elever som behöver öva extra och *Utmaning* för de elever som behärskar innehållet i kapitlet. *Utmaning* anses då som ett komplement till elevboken. Till lärarhandledningen medföljer en målmatris i vilken man kan markera olika avsnitt eleven behärskar. Den ska fungera som stöd för att tydliggöra elevers kunskapsutveckling.

3.2 Val av metod

Enligt Stúkat (2010:36) finns det några vanligt förekommande tillvägagångssätt för att samla information inom utbildningsvetenskapen. Det kan vara intervjuer, observationer eller frågeformulär av undersökande karaktär. Andra sätt att få information kring sitt ämne och frågeställningar kan vara att göra någon form av dokumentanalys. I inledningen av vårt uppsatsarbete och formulerandet av våra frågeställningar kom vi även till en punkt då vi skulle välja metod för genomförande. Gällande intervjuer kom vi fram till att när vi som studenter vill undersöka vilka additions- och subtraktionsuppgifter som elever på lågstadiet får arbeta med skulle det uppstått svårigheter om vi låtit eleverna berätta vilken typ av uppgifter de får arbeta med i sin matematikbok. Detta skulle ställa orimliga krav på elever i åldrarna 7-9 samt att vi skulle behöva vara säkra på att de har förstått innebörden av varje additions- och subtraktionsuppgift.

Skulle vi valt att observera matematikundervisningen i addition och subtraktion så skulle detta behöva vara ett långtgående arbete då observationer av enstaka lektioner enligt vår mening inte ger ett tillräckligt underlag för analys. Löwing (2008) skriver att gällande barns tidiga additions- och subtraktionsinlärning i svensk skola pekar på att det främsta undervisningsredskapet som lärare använder sig av är matematikboken.

Vi skulle kunnat genomföra en komparativ studie av två eller flera läromedel vilket kunnat vara av intresse om vi velat undersöka vilket läromedel som svarar bäst mot de strategier som vi anser viktiga för barns matematikinlärning. Vi valde slutligen att göra en djupgående analys av vilka additions- och subtraktionsstrategier som eleverna får möjlighet att utveckla genom användandet av ett och samma läromedel genom sin lågstadietid. Detta gjorde vi för att få en heltäckande bild av hur läromedlet grundlägger addition och subtraktion. Vår undersökning blev således en dokumentanalys uppdelat på en innehållsanalys av elevboken och en textanalys av lärarhandledningen. Valet av läromedel för analys föll på *Prima Matematik* årskurs 1-3 då detta är ett av de mest inköpta matematikläromedlen i Göteborg 2013 (GR-utbildning personlig kommunikation Marie Ekdahl 2014-04-02).

Prima Matematik säger sig svara mot innehållet i Lgr11. Vi som lärare får inte ta det som en sanning. Det är av yttersta vikt att vi själva tar ställning till läromedlets innehåll. Vi behöver utöver vår förtrogenhet med skolans styrdokument kunna värdera hur läromedlets arbetsgång kan implementeras så det passar för vår elevgrupp.

3.2.1 Metod - Analys av elevbok

Vilken typ av additions- och subtraktionsuppgifter förekommer i *Prima Matematiks* elevbok? För att kunna besvara denna fråga har vi själva konstruerat ett analysverktyg. Vi har utgått från hur Fuson (1992) delar in uppgifter med addition och subtraktion i tre olika kategorier för respektive räknesätt. Det finns även forskare inom Sverige som använt sig av likartad kategorisering. Det är bland annat Kilborn (2002), Malmer (2002) samt Löwing (2008) som arbetat med detta. Utifrån dessa forskares kategorisering anger vi additionsuppgifterna som: *sammanläggning, jämföra* och *lägga till*. Subtraktionsuppgifterna anger vi som: *jämföra, komplettera/lägg till* och *ta bort*. Utöver dessa har vi lagt till två kategorier som vi anger som *kontextlösa uppgifter* och *övrigt*. Dessa kategorier har varit nödvändiga att lägga till för att vi ska klara ”fullständighetskravet” på att analysenheter som inte hör hemma någon annanstans kan placeras i en övrig-kategori (Esaiasson, Gilljam, Oscarsson och Wägnerud 2012:204).

I ovanstående text nämner vi många kategorier. För vår undersökning blir våra huvudkategorier: Addition och subtraktion som är analysenheter. Egenskaperna hos analysenheterna blir våra variabler. Varje variabel presenteras ingående under rubriken begreppsdefinition. Det faktiska analysverktyget har vi konstruerat i Excel och systematiskt fyllt på med sifferuppgifter under analysens gång. Se schema nedan för presentation av analysenheter respektive variabel.

Analys-enhet Variabel	Addition Samman-läggning	Addition Jämföra	Addition Lägga till	Addition Kontext-lösa uppgifter	Sub. Jämföra	Sub. Ta bort	Sub. Komp-lettera	Sub. Kontext-lösa uppgifter

Ovanstående analysenheter och variabler utgör den kvalitativa delen av vårt analysverktyg. Hur frekvent förekommande varje variabel är utgör vår kvantitativa studie.

Enligt Esaiasson m fl. (2012:197) är den kvantitativa innehållsanalysens främsta kriterium på centralitet hur mycket utrymme något ges. Det centrala i vår kvantitativa analys är att belysa hur många uppgifter i elevboken som faller in under respektive additions- och subtraktionskategoris variabel. Varje variabel behandlas här likvärdigt. De tar helt avstånd från uppfattningen att en kvantitativ innehållsanalys endast skulle inbegripa mekanisk räkning. De menar att de innehållsliga enheterna måste tolkas för att det överhuvudtaget ska kunna gå att kategorisera dem för senare räkning. Detta är det vi fått göra under utformningsarbetet av vårt analysverktyg.

Även Björkdahl Ordell (2012:192) pekar på svårigheten med att genomföra renodlade kvantitativa undersökningar. Skribenten ger i tolkningsfasen ofta redogörelser som inte är siffror. Detta stämmer i vårt fall då vi redovisar kvantiteten för varje variabel genom systematisk räkning och att detta senare ger ett gott underlag för en kvalitativ analys som vi redogör för i vår diskussion.

3.2.2 Metod - Analys av lärarhandledning

Under rubriken analys av elevbok presenterade vi det analysschema som ligger till grund för den av oss genomförda innehållsanalysen. Den delen har även kvalitativa delar i form av de variabler som vi systematiskt räknar i elevboken *Prima Matematik*.

Utöver den innehållsanalysen har vi även valt att genomföra en textanalys. Denna textanalys använder vi för att besvara frågan: Vilka strategier för att lösa additions- och subtraktionsuppgifter presenteras i *Prima matematiks* lärarhandledning? I denna analys har vi först identifierat de strategier för addition och subtraktion som vi och tidigare forskare pekar på som viktiga för barns tidiga matematikinlärning. Dessa beskrivs under rubriken *begreppsdefinitioner*. Här har vårt fokus inte legat på hur frekvent förekommande varje beräkningsstrategi är utan hur de lyfts fram och behandlas i lärarhandledningen då denna utgör ett underlag för lärarens matematikplanering i relation till elevboken.

Esaiasson m.fl (2012:210) menar att den kvalitativa textanalysen systematik går ut på att få fram väsentligt innehåll genom systematiskt och noggrann läsning av textens helhet, delar och kontexten den ingår i. Här har forskaren möjlighet att anta att det centrala som denna vill fånga in inte behöver vara det samma som delarna. Vi har under genomförandet av vår analys valt att intensivläsa varje kapitel av lärarhandledningen och identifierat om de strategier vi söker finns med och hur de behandlas. Vi har även tittat på i vilken kontext strategin finns samt hur den förväntas förmedlas till eleverna. I de fall lärarhandledningen tagit upp en strategi som inte fanns med på vår ursprungliga lista så har vi fyllt på med denna. På detta sätt har vi haft våra fördefinierade beräkningsstrategier som utgångspunkt men även anammat ett öppet förhållningssätt där strategier som vi funnit i lärarhandledningen men inte varit fördefinierade av oss inkluderats i vår analys. Vår analys redogör för varje kapitel i lärarhandledningen av *Prima Matematik* år 1-3 som tar upp additions- och subtraktionsstrategier. Dessa utgör delarna som tillsammans ger ett underlag för lärarhandledningen som helhet. Man kan säga att vi systematiserar innehållet i varje kapitel genom att klassificera vilka strategier för addition- och subtraktion som vi finner. Utifrån denna klassificering kan vi kritiskt granska innehållet. Den kritiska granskningen blir i form av vår diskussion.

3.3 Studiens tillförlitlighet

Stukát (2005:125) skriver att reliabiliteten hos ett mätinstrument avser kvaliteten på detta, det vill säga hur noggrant det mäter och hur tillförlitligt det är.

För att genomföra vår analys av *Prima Matematiks* elevbok så har vi konstruerat ett eget analysverktyg. Detta är väl underbyggt av tidigare forskare som Kilborns (2002), Malmers (2002) och Löwings (2008) arbete med likartade verktyg och analysenheter. Vi anser att vårt analysverktyg genom detta har god reliabilitet.

Stukát (2005:125) skriver även om vikten av en studies validitet/giltighet. Med detta menas om den som genomför studien verkligen mäter det som denne avser att mäta. I vårt fall så avser vi att genom vårt analysschema mäta vilken typ av additions- och subtraktionsuppgifter som eleverna får arbeta med genom användandet av *Prima Matematiks* elevbok. Vi har således endast angett de uppgifter som har med addition och subtraktion att göra i vårt resultat av analysen. De uppgifter som lyder under andra räknesätt har därför inte analyserats och lämnats utanför vår studie. Genom detta tillvägagångssätt så mäter vi det vi säger oss mäta och ger god validitet till vår studie.

Forskning kan inte granska det specifika och enskilda, man måste undersöka det generella och allmängiltiga, samt söka mönster och samband (Esaiasson m fl., 2012:27). Då vi endast har analyserat en läromedelsserie kan vi inte göra några generaliseringar utifrån de resultat vi fått fram. Generaliserbarhet innebär att man resonerar kring vem eller vilka resultatet egentligen gäller för. Några faktorer som påverkar generaliserbarheten är om urvalet inte är representativt, om det är en liten undersökningsgrupp, om det finns ett stort bortfall som dessutom kan vara snedrivet och om populationen inte är tydligt definierad (Stukát, 2005:129). De resultat vi får fram i vår studie är därför inte generaliserande för samtliga läromedel i matematik. Hade vi däremot gjort en omfattande komparativ studie med flera läromedelsserier hade eventuella mönster och samband konstaterats och resultatet hade därmed varit generaliserbart.

3.3.1 Forskningsetiska överväganden

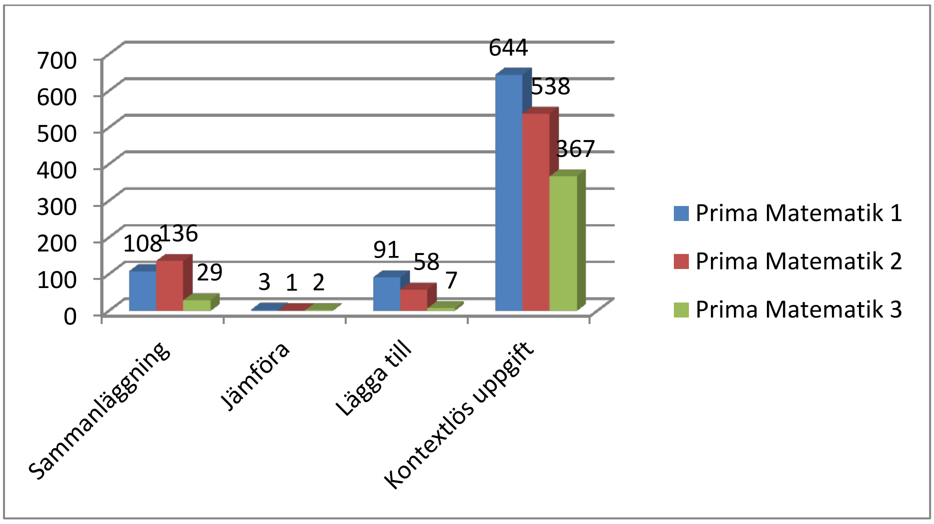
Forskningsetiska riktlinjer är utformade för att skydda undersökningspersoners integritet. Därför har *individskyddskrav* formulerats. Humanistisk-samhällsvetenskapliga forskningsrådet (HSFR) beskriver individskyddskravet utifrån fyra etikregler; *informaions*,- *samtyckes*,- *konfidentialitets*,- och *nyttjandekravet* (Stukát, 2010:130ff). Då vi har analyserat läromedel och inte har några opponenter i vår studie berörs vi endast av nyttjandekravet. Det innebär att den information som samlats in endast används för forskningsändamål. Den insamlade informationen kommer inte användas i kommersiellt bruk eller andra icke-vetenskapliga syften.

Ett viktigt villkor inom forskning är att resultatet måste kunna granskas och ifrågasättas. I APA-manualen diskuteras försummelse och oärlighet i betydelsen att man utelämnar eller fabricerar resultat som inte varit önskvärda för den undersökning man bedriver (Stukát, 2010:133). Vi har därför gjort det möjligt för läsaren att ta del av de resultat vi bygger vår slutsats på genom att i resultatredovisningen skriva ut kapitel för att läsaren lätt ska kunna granska våra resonemang.

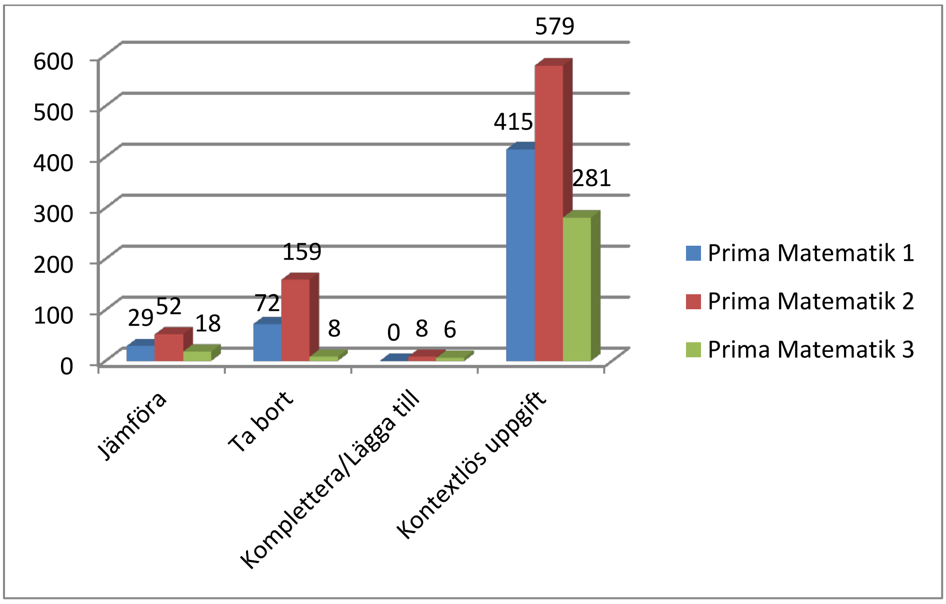
4. Resultat

4.1 Resultat – elevböcker *Prima Matematik*

I vår analys av *Prima matematik* årskurs 1-3 ingår det 6st elevböcker, 2st för varje årskurs. Vi har analyserat alla text- och bilduppgifter och gjort en kategorisering av samtliga uppgifter som behandlar addition och subtraktion. Hur uppgifterna är kategoriserade kan ses under rubriken *Begreppsdefinitioner* där varje kategori beskrivs mer ingående. Förutom textuppgifter har vi även använt kategorin *kontextlösa uppgifter,* som syftar till de uppgifter som endast består av tal. Uppgifter som vi inte analyserat är algoritmer med addition och subtraktion då vår studie fokuserar på de huvudräkningsstrategier som eleverna får möjlighet att utveckla.



Figur 1. Additionsuppgifter



Figur 2. Subtraktionsuppgifter

Totalt har vi analyserat 3611st uppgifter från årskurs 1-3 i *Prima matematik*. Av dessa var 1984st additionsuppgifter och 1627st subtraktionsuppgifter. I diagrammen framgår tydligt att det är de *kontextlösa uppgifterna* som utgör störst antal av de behandlade uppgifterna. Av de uppgifter som har ingår i en kontext med text eller bild så utgör *addition-sammanläggning* 62,7%, *addition-lägga till* 35,8% och *addition-jämföra* 1,5% av uppgifterna. När det kommer till kontextbundna uppgifter inom subtraktion så utgör *subtraktion-ta bort* 67,9%, *subtraktion-jämföra* 28,1% och *subtraktion-komplettera/lägga till* 4% av uppgifterna. Eftersom vi inte har delat in kategorin *övrigt* i addition eller subtraktion så har vi inte presenterat kategorin i diagrammen.

I *Prima Matematiks* elevbok så minskar antal uppgifter som behandlar huvudräkning inom addition och subtraktion i årskurs 3. Dessa elevböcker behandlar i större utsträckning annan typ av matematik än addition och subtraktion som exempelvis multiplikation, division, bråk, geometri.

Tabell 1. Resultat innehållsanalys

Elevbok	Addition Samman-läggning	Addition Jämföra	Addition Lägga till	Addition Kontext-lösa uppgifter	Sub. Jämföra	Sub. Ta bort	Sub. Komp-lettera	Sub. Kontext-lösa uppgifter
1A	50	0	80	278	29	31	0	129
1B	58	3	11	366	0	41	0	286
2A	85	0	53	378	39	120	0	403
2B	51	1	5	160	13	39	8	176
3A	25	1	0	253	1	2	4	156
3B	4	1	7	114	17	6	2	125
Totalt	273	6	156	1549	99	239	14	1257

4.2 Resultat- Lärarhandledning *Prima Matematik*

Nedan följer en redogörelse för vår textanalys av lärarhandledningen för *Prima Matematik*. Vi presenterar lärarhandledningen i kronologisk ordning från årskurs 1-3. För de kapitel där additions- och/eller subtraktionsuppgifter förekommer så lyfter vi fram detta. De kapitel som inte innehåller några beräkningsstrategier inom addition eller subtraktion behandlas följaktligen inte.

Lärarhandledningen presenterar tre olika subtraktionsstrategier enligt benämningarna: *ta bort*, *komplettera* och *jämföra*. Vi har valt att benämna *ta bort* som *räkna nedåt* och *komplettera* som *räkna uppåt* då vi anser att dessa benämningar syftar till hur den specifika beräkningsproceduren genomförs. Ingående förklaringar för strategierna finns under rubriken *Begreppsdefinitioner*. Då lärarhandledningens definitioner av subtraktionsstrategierna är de samma som våra uppgiftstyper gör vi en tydlig särskiljning mellan uppgiftstyp och strategi genom våra egna definitioner. Strategin som i lärarhandledningen benämns som *jämföra* har vi ingen omskrivning till då vi inte ser denna som en fullständig strategi då själva räkneproceduren inte förklaras. Då våra beräkningsstrategier utgår från hur Löwing (2008), Malmer (2002) och Kilborn (2002) definierar strategierna så ser vi deras beskrivning av *jämföra* som räkneproceduren *räkna mot samma tal*.

4.2.1 Prima matematik lärarhandledning 1A

Kapitel 1

Författaren förespråkar arbete med *5-kamrater* genom att konkret dela upp talet.
Exempel: En elev gömmer några stenar i handen, med hjälp av de synliga stenarna ska kamraten ange hur många som är dolda.

Kapitel 2

Syftet är att öva begreppet *dubbelt* (dubbelt så många). Lärarhandledningen uppmanar läraren till att låta eleverna diskutera hur de själva tänker när de räknar dubbelt. Tonvikt läggs vid konkret arbete så att eleverna ska kunna befästa kunskapen.

Kapitel 3

Mattelabbets syfte är att eleverna ska få träna på att jämföra antal pärlor och kunna ange vilken färg det finns flest respektive minst antal av. Det konkreta arbetet i labbet är en introduktion till subtraktion kring jämförelse av två tal. Här presenteras lösningsmodeller för att jämföra två avgränsade mängder. Ett tillvägagångssätt är att lägga pärlorna bredvid varandra och genom parbildning avgöra vilka det finns flest av. Ett annat sätt är att räkna hur många det finns av varje färg, för att sedan jämföra de två tal eleven får fram. Om eleven har åtta blå pärlor och sex gröna jämför eleven talen och avgör utifrån talen att det finns flest blå pärlor. En sådan jämförelse är inledningen till subtraktion. Lärarhandledningen pekar på att det oftast är strategin *räkna nedåt* som introducerar subtraktion till eleverna, men här är det alltså strategin som lärarhandledningen kallar *jämföra* som presenteras.

Exempel för strategin *räkna nedåt*: Polly har fem kolor och ger tre till Milton. Hur många har hon kvar? Exempel för strategin *jämföra*: Polly har fem kolor och Milton har tre kolor. Hur många fler kolor har Polly? Exempel för strategin *räkna uppåt* som egentligen är en öppen additionsutsaga: Polly har tre kolor men behöver fem kolor. Hur många saknas? Strategin *räkna uppåt* presentras endast som strategi i lärarhandledningen, men inte som uppgift i elevboken.

Lärarhandledningen anger att strategin *jämföra* är särskilt användbar när termerna är relativt nära varandra. Exempel: Pollys mamma är 38 år och Pollys pappa är 37 år. Hur mycket äldre är Pollys mamma än hennes pappa? En sådan jämförelse klarar många elever av även om de skulle uppleva subtraktionen 38-37 som svår. Syftet med att presentera både strategierna *räkna nedåt* och *jämföra* är enligt lärarhandledningen att ge eleven tillgång till olika sätt att tänka så att de kan välja den effektivaste strategin beroende på vilka tal som ingår.

I kapitlet presenteras uppdelning av talet 10. Eleverna ska peka på en siffra i läromedlet och säga talets *10-kamrat*. Lärarhandledningen påpekar att man som lärare bör låta eleverna öva många gånger då *10-kamraterna* är till stor hjälp i matematiken framöver.

Lärarhandledningen ger exempel på hur strukturen för subtraktion kan visas genom att använda en tom tallinje. Ett exempel kan vara att låta eleverna beräkna 3-1 med hjälp av tallinjen för att visa vilken strategi de använder. Vid stegvis räkning bakåt handlar det om subtraktion med strategin *räkna nedåt*, om man däremot ser differensen mellan de båda talen 3 och 1 används en jämförelse.

Kapitel 4

I det här kapitlet tränas *dubbelt* och *jämföra*. Lärarhandledningen uppmanar till att ta reda på vilken strategi eleverna använder sig av när de räknar addition. Om någon elev räknar på fingrarna ska man som lärare visa att de ska utgå från största talet så att eleverna inte gör en uppräkning från början. *Dubbelt* repeteras i kapitlet.

Den *kommutativa lagen* för addition presenteras. Det innebär att termerna kan adderas i vilken ordning man vill, summan blir ändå densamma. Oftast är det en fördel att utgå från det största talet för att få en enklare uträkning. Lärarhandledningen menar att om eleverna kan detta sker en omvandling automatiskt i huvudet: ser de uppgiften 1+7 tänker de 7+1 och kan lättare se att svaret blir 8. För en del elever behövs dock detta visas konkret. Då kan man till exempel använda pärlor i två olika färger. 2 gröna och 4 blå pärlor blir tillsammans lika många som 4 gröna och två blå pärlor, det finns även kopieringsunderlag till vidare arbete med störst först. Där ska eleverna slå två tärningar och skriva det största talet först och sedan räkna ut summan av de två termerna. I diagnosen får eleverna arbeta med att dubblera så långt de kan.

Kapitel 5

I kapitlet visas konkreta exempel på strategin *räkna nedåt*. Läraren uppmanas att påminna eleverna om att det är viktigt att man först skriver hur mycket man har och därefter hur mycket man tar bort.

Förslag ges på hur eleverna kan göra egna räknehändelser där något tas bort respektive där talen jämförs, man ska då använda samma subtraktion. Det är en fördel om man först formulerar en räknehändelse tillsammans för att sedan låta eleverna diskutera i par och formulera räknehändelser.

4.2.2 Prima Matematik lärarhandledning 1B

Kapitel 6
Här arbetar man med begreppet *hälften* så många. Läraren uppmanas då till att arbeta konkret på tavlan genom att sätta upp till exempel fyra magneter och be en elev komma fram och sätta upp hälften så många. En del elever har svårt för begreppet *hälften så många*. Man kan då förklara att det har samma betydelse som *hälften*.

Kapitel 7
Innehåller repetition för *10-kamrater*, *hälften, räkna nedåt* samt *räkna mot samma tal*. Läraren uppmanas till att låta eleverna arbeta konkret för att träna dessa strategier. Lärarhandledningen menar att om elever inte automatiserar subtraktionskombinationerna riskerar de att få problem på sikt. Förslag som ges är systematisk träning, genom till exempel winnetkakort, där uppgiften står på ena sidan utan svar och på den andra sidan med svar. Det är då meningen att elever tillsammans övar på grundläggande subtraktionskombinationer.

I detta kapitel lyfts återigen strategierna *räkna nedåt* och *jämföra*. Här uppmanas läraren till att skriva subtraktioner på tavlan och låta eleverna berätta för varandra hur de tänker när de löser uppgiften. Om någon elev använder strategin att räkna bakåt vid tal som 16-14 är det en strategi som måste bytas ut mot någon mer effektiv. Det ges även tips på hur man med hjälp av tallinjen kan visa subtraktion för eleverna. Exempel 16-2 och 16-14 kan visas på olika sätt: Uppgiften 16-2 visar man genom att be eleven markera 16 på tallinjen och sedan fråga hur mycket eleven ska ta bort. Sedan får eleven visa hur mycket det är kvar genom att backa två steg på tallinjen. Uppgiften 16-14 visar man genom att markera både talet 16 och 14 på tallinjen. Skillnaden kan ses mellan talen. Enligt lärarhandledningen bör man som lärare arbeta med en strategi i taget.

4.2.3 Prima matematik lärarhandledning 2A

Kapitel 1
Här föreslås begreppet *dubbelt* för användning vid addition. Eleven ges i uppgift att lägga samma föremål genom att dubbla dem som stegvis räkning; 2, 4, 6, 8. Eleven kan även gruppera föremålen i 5- eller 10-grupper. Uppgiften ger även en tänkbar strategi för subtraktion, *jämföra,* genom att eleverna jämför två mängder med hjälp av parbildning och sedan räknar ut hur många som blir över. En annan strategi är att eleven räknar den större mängden för att sedan *räkna nedåt* ett lika stort antal som den mindre mängden innehåller.

Lärarhandledningen uppmanar att påminna eleverna om att subtraktion både kan handla om att *räkna nedåt* eller *jämföra*.

Repetition av *10-kompisar* tas upp i kapitlet för att befästa tabellkunskaperna i talområdet 0-10. Dessa tabellkunskaper kommer eleverna till nytta när de arbetar med ett högre talområde. Det är viktigt att de ser sambandet mellan tal som till exempel 5+2 och 15+2.

Kapitel 3
I mattelabbet ges eleverna konkret erfarenhet av subtraktion med strategin *räkna nedåt*. Lärarhandledningen ger samtalstips till strategin *räkna nedåt:* Hur mycket har du från början? Hur många tiokronor har du tagit bort? Vilket tal har du nu? Vilket räknesätt är det du använder?

Här beskrivs både strategierna *räkna nedåt* samt *jämföra*. Lärarhandledningen presenterar först strategin *räkna nedåt* genom exemplet: Milton har en summa pengar, handlar något för dessa och eleven ska sedan räkna ut hur mycket Milton har kvar. Subtraktion genom strategin *räkna nedåt* visas enklast för eleverna genom att någon köper något eller ger bort något. Differensen visar hur mycket man har kvar. Lärarhandledningen visar sedan att strategin *jämföra* presenteras enklast för eleverna genom att två tal jämförs. Man kan till exempel jämföra två varors pris eller räkna ut åldersskillnad. Detta handlar enligt lärarhandledningen om hur vi förklarar strategierna men i verkligheten handlar det om att eleverna ska kunna välja rätt strategi vid rätt tillfälle.

Exempel visas med följande uppgift: Polly har 61kr och handlar för 58kr. Hur mycket har hon kvar? Språket inbjuder till strategin *räkna nedåt* men om man tittar på talen är den effektivaste strategin *jämföra*. Hur mycket skiljer det mellan 61 och 58?

Kapitel 4
Här ges additionsexempel: 9+3. Lärarhandledningen beskriver det som utfyllnadsmodellen. Modellen går ut på att man fyller upp till 10. För att göra detta behöver man kunna dela upp tal i olika delar och behärska *10-kamraterna*. När man ska addera talet 9+3 delar man upp termen 3 i 1+2 och utnyttjar således den *associativa lagen*. Lagen beskrivs genom att visa alla steg i beräkningen: $9+3=9+(1+2)=(9+1)+2=10+2$

Addition med dubbelt och nästan dubbelt tas upp i kapitlet. Lärarhandledningen anger att kunskaperna om dubbelt oftast är goda hos eleverna och därför bör utnyttjas för att arbeta med kombinationer som är nästan dubbelt. Detta kan visas med exempel: 6+5 och 7+6

Lärarhandledningen uppmanar till att avsätta rikligt med tid för arbete med tiotals-övergångar då det är viktigt att eleverna ges tid att befästa sina kunskaper. Ger även rådet att komplettera boken med konkret arbete och ger förslag på detta. I kapitlet repeteras dubbelt och nästan dubbelt.

Kapitel 5
I mattelabbet uppmuntras eleverna att tänka subtraktion som en jämförelse. Här anges det att målet är att eleverna så småningom ska kunna välja den subtraktionsstrategi *jämföra* eller *räkna nedåt* som bäst passar den aktuella uppgiften.

4.2.4 Prima matematik lärarhandledning 2B

Kapitel 7
Visar att talsortsräkning är effektivt vid huvudräkning särskilt när det inte krävs några växlingar. Exempel:126+302. Därefter ges exempel på repetition av addition med talsortsräkning.

Kapitel 8
I samtalsunderlaget för kapitlet ställs frågor till eleverna. Exempel: Det är elva djur på bilden. Hur många skulle man se om två av björnarna gick in i grottan? Detta för att läraren ska få insikt i vilken strategi eleven väljer i förhållande till uppgiften. Innan diagnosen uppmanar lärarhandledningen till komplettering av färdighetsträningen i boken för att göra matematikinlärningen mer lustfylld för eleverna.

4.2.5 Prima matematik lärarhandledning 3A

Kapitel 2
Betonar vikten av att eleverna behöver behärska flera additionsstrategier för huvudräkning. Läraren uppmanas att visa eleven vilka strategier den behärskar och utgå från dem för att senare bygga vidare. Om eleven är säker på dubbelt kan nästa steg vara att lära eleven nästan dubbelt. Exempel: Om 7+7=14, vad är då 7+8? I undervisningen arbetar man då via dubbelt till nästan dubbelt.

Kapitel 4
I kapitlet betonas återigen vikten av att elever behärskar flera strategier för huvudräkning men i detta fall gällande subtraktion (se kapitel 2). Om eleven behärskar hälften kan han/hon ta hjälp av detta för att lösa uppgifter med nästan hälften.
Exempel: Om 14-7=7, hur mycket är då 14-8, 14-6?
Här introduceras överslagsräkning som ett sätt att avgöra om ett svar är rimligt. Eleven får uppgifter som 169+24, 112+36, 48+39. Handledningen påpekar problematiken med *överslagsräkning* där tal som avrundas åt samma håll måste kompenseras efter överslagsräkningen för att nå det exakta svaret.
Exempel: 169+24 avrundas till 170+25, det exakta svaret skulle vara 170+25-2.

4.2.6 Prima matematik lärarhandledning 3B

Kapitel 6
Lärarhandledningen menar att det är viktigt att diskutera och jämföra elevers olika strategier för huvudräkning inom addition och subtraktion. Detta för att visa på svagheter och styrkor med olika strategier. På detta sätt blir det tydligt vilka elever som använder omständliga strategier. De når rätt svar men strategierna är inte effektiva eller utvecklingsbara. Dessa elever behöver erbjudas effektivare strategier.
Som i lärarhandledning för årskurs 1 påpekas här att när två termer i en uppgift är nästan lika stora är *jämföra* den mest effektiva strategin.

Kapitel 10
Kapitlet innehåller en kort repetition med strategierna *räkna nedåt* och *jämföra*.

4.3 Resultatsammanfattning

Vår analys av additions- och subtraktionsuppgifter i *Prima matematik* för årskurs 1-3 visar att 55 % avser addition och 45 % avser subtraktion. Detta visar att läromedlet har en jämn fördelning mellan räknesätten, dock utgör additionsuppgifter en större del av årskurs 1 än subtraktionsuppgifter. I årskurs 2 och 3 får räknesätten lika mycket utrymme.
Inom addition har vi kategoriserat 435 uppgifter som *sammanläggning, jämföra* och *lägga till*. Av dessa syns att den uppgiftstyp som ges mest utrymme är *addition-sammanläggning* med totalt 273st uppgifter. *Addition-lägga till* ges ungefär hälften så mycket utrymme med 156st medan *addition-jämföra* endast består av 6st uppgifter genom alla årskurser.
Genom den här uppdelningen ges eleven störst möjlighet att träna på att tolka och beräkna statiska uppgifter i form av *addition-sammanläggning*. Då denna kategori är dominerande ges stort utrymme för uppgiftstyper där båda delmängderna är kända och man söker en helhet, vilket gör att denna uppgiftstyp är den eleven blir mest förtrogen med. Genom *addition-lägga till* får eleven träna på att tolka och beräkna uppgifter som är dynamiska.
Inom subtraktion har vi kategoriserat 352 uppgifter som *ta bort, jämföra* och *komplettera/lägga till*. Vanligast förekommande kategori är *subtraktion-ta bort* med 239st uppgifter. Den näst vanligaste kategorin är *subtraktion- jämföra* med 99st uppgifter följt av kategorin *subtraktion-komplettera/lägga till* där endast 14st uppgifter återfinns genom alla årskurser.
Både inom addition och subtraktion har vi en kategori som vi benämner som *kontextlösa uppgifter*. Inom addition finns det 1549st och inom subtraktion finns det 1257st. Kategorin *kontextlösa uppgifter* är således den främst förekommande av alla.

Arbetet med *5/10-kamrater* presenteras i årskurs 1 genom konkret arbete. Redan från början läggs stor vikt vid uppdelning av tal och grundläggandet av *5/10-kamraterna*. Precis som *5/10-kamraterna* introduceras *dubbelt/hälften* med konkret arbete i årskurs 1. Det konkreta arbetet med begreppen fortlöper i årskurs 2.

Lärarhandledningen tar upp utfyllnadsmodellen i årskurs 2. Vi ser detta som en enklare variant av den *associativa lagen*. Under årskurs 1 presenteras den *kommutativa lagen*. Det ges en kort beskrivning om vad lagen innebär. Det påpekas att vissa elever kan behöva arbeta konkret för att förstå den *kommutativa lagen*. Strategin *räkning från största termen* som grundar sig på den *kommutativa lagen* behandlas endast en gång genom alla årskurser.

Överslagsräkning för addition och subtraktion introduceras först i årskurs 3. Då introduceras *överslagsräkning* som ett sätt att avgöra rimlighet. Strategin *räkna nedåt* är den strategi som eleven får träna mest på då den är närmast kopplad till uppgiftstypen *ta bort* som är den mest förekommande i elevboken. Subtraktionsstrategin *räkna uppåt* presenteras endast en gång i lärarhandledningen i årskurs 1 och förekommer inte i elevboken.

5. Diskussion

Addition-sammanläggning ges stort utrymme i årskurs 1 och 2. I elevbok 3A minskar antalet avsevärt för att nästan helt försvinna i elevbok 3B. Tillskillnad från *addition-sammanläggning* så ges *addition-lägga till* endast stort utrymme i elevbok 1A och 2A. Frågan vi ställer oss är om eleven förväntas vara så väl införstådd med innebörden av denna uppgiftstyp att eleven inte behöver mer träning? Malmer (2002:119) menar att uppgiftstypen *addition-lägga till* leder till att många elever tolkar likhetstecknet som att något *blir*. Då denna uppgiftstyp inte är lika frekvent som *addition-sammanläggning* blir eleven inte lika bekant med uppgifter där en mängd redan är känd, den ursprungliga helheten, och man söker en ny helhet efter en ökning. Malmer (2002:119) visar på vikten av att elever får träna på att tolka och beräkna båda statiska och dynamiska uppgifter för att de inte ska fastna för att något *blir* i samband med likhetstecknet. Det Malmer (2002) pekar på menar vi kan få stora konsekvenser när eleven senare ska börja med algebra då likhetstecknets betydelse måste ses som att det är lika värde på båda sidor om tecknet.

Kategorin *addition-jämföra* är nästintill obefintlig med endast 6st uppgifter genom alla årskurser. Detta kan enligt oss leda till att eleven får svårt att avgöra vad det är som efterfrågas i uppgiften. Att denna uppgiftskategori inte ges mer utrymme kan leda till att den jämförande aspekten av addition kan gå förlorad hos eleven. Risken finns att de alltid kopplar samman addition med att något läggs till eller att något räknas samman eller till och med att eleven inte kan avgöra vilket räknesätt som ska tillämpas.

Att *subtraktion-ta bort* är dominerande visade även Frisk (2009) då hon presenterade resultatet av flera olika läromedelsanalyser för årskurs 2. Vi menar att regelbunden träning av denna uppgiftstyp gör att eleverna blir väl förtrogna med att tolka uppgifter där någonting tas bort eller minskas från en känd helhet. I subtraktionsuppgifter *ta bort* återfinns nyckelord som: ger bort, köper, tappar, förlorar, blir kvar. Genom att denna kategori är så frekvent förekommande så ser eleven direkt genom nyckelorden att uppgiften är en *subtraktion-ta bort*.

Kategorin *subtratkion-jämföra* ger eleverna träning i att jämföra två av tre olika mängder. De två kända mängderna kan vara den större mängden, den mindre mängden eller differensen. Då antalet uppgifter i denna kategori är avsevärt mindre än *subratktion-ta bort* får eleverna inte samma träning i att lösa dessa uppgifter. Nyckelorden fler, färre, kortare, längre, dyrare, billigare blir i vår mening ett bra redskap för eleven för att kunna definiera kategorin *subtraktion-jämföra*. Vi anser dock att om dessa nyckelord ska få en betydelse för eleven måste denne få chans att beräkna denna typ av uppgift i större utsträckning än vad *Prima matematik* tillhandahåller.

Med endast 14st uppgifter genom hela läromedlet är kategorin *subtraktion-komplettera/lägga till* enligt vår mening helt åsidosatt. Eftersom eleven inte ges möjlighet till träning av dessa uppgifter så kan eleven inte förhålla sig till de vanligt förekommande nyckelorden: hur länge, hur mycket saknas, hur mycket fattas. Då den språkliga aspekten av en *komplettera/lägga till-uppgift* ofta inbjuder till att tänka addition blir det i vår mening svårt för eleven att avgöra att det rör sig om en subtraktionsuppgift då de ej ges träning i detta.

Det som är positivt med att *kontextlösa uppgifter* är så framträdande är att elevernas färdighetsträning gällande procedur-hantering tränas. Löwing (2008:39) pekar på vikten av att elever ska kunna räkna med flyt. För att detta ska kunna ske behöver de få stor träning i att behärska tal och deras egenskaper, alltså få tid till att räkna. I vår mening är det bra att eleverna genom *kontextlösa uppgifter* får träna så pass mycket att de automatiserar sin huvudräkning. McIntosh (2008:94) visar dock att det är stor skillnad mellan att memorera additions- och subtraktionstabellerna utan förståelse och att befästa dem så att man kan beräkna uppgifter på egen hand. Därför anser vi det viktigt att elever tillåts diskutera sina lösningar av *kontextlösa uppgifter*. På så sätt blir de medvetna om sitt egna sätt att tänka och får ta del av andras lösningar.

Lärarhandledningen presenterar additionsstrategierna *överslagsräkning/runda tal*, *räkning från största termen*, *associativa lagen* och *kommutativa lagen*. Dessa strategier har vi benämnt på samma sätt i vår analys. Subtraktionsstrategierna benämner lärarhandledningen som *överslagsräkning/runda tal*, *ta bort*, *komplettera* och *jämföra*. Då de tre sistnämnda har samma benämning som våra uppgiftskategorier har vi valt att i vår analys kalla dem *räkna nedåt (ta bort), räkna uppåt (komplettera)* och *räkna mot samma tal (jämföra)*. Våra benämningar syftar mer till utförandet av beräkningsstrategin. För att kunna hantera dessa strategier behöver eleven ha förkunskaper i form av *5/10-kamraterna* och *dubbelt/hälften*.

Det är positivt att lärarhandledningen uppmanar till mycket träning av *5/10-kamraterna* och inser vikten av dessa för matematiken framöver. I årskurs 2 arbetar man med att befästa tabellkunskaper i talområdet 0-10. Detta gynnar eleverna när de arbetar i ett högre talområde. När den *associativa lagen* presenteras i årskurs 2 är det viktigt att vi lärare ser till att eleven behärskar *10-kamraterna* för att denne ska kunna tillämpa lagen.

Vi menar att det gynnar eleverna om de uppmanas att resonera kring begreppen då matematik även är språkligt betingat (Löwing, 2008:34).

Eleverna ges många olika möjligheter att arbeta med uppdelning av tal, dock poängteras det inte i lärarhandledningen vikten av att kunna behärska den *associativa lagen*. Då vi anser att strategin utgör en viktig bas inom addition bör detta påpekas för den undervisande läraren. Strategin behandlas endast en gång genom alla årskurser och är vid det tillfället inte benämnd som *associativa lagen* vilket är en stor brist i läromedlet. Eftersom lagen utgör en bas i addition anser vi att lagen måste befästas tidigt för att eleven inte ska få svårigheter med den grundläggande aritmetiken när de hanterar mer avancerade beräkningar.

I lärarhandledningen skrivs att vissa elever kan behöva arbeta konkret för att förstå den *kommutativa lagen*. När vi analyserar elevboken ser vi att de uppgifter som behandlar den *kommutativa lagen* i de flesta fall består av *kontextlösa uppgifter*. Gällande detta upplever vi att lärarhandledning och elevbok har olika förhållningssätt för att arbeta med strategin. Detta kan leda till problem för läraren när denne har två olika synsätt att förhålla sig till.

Läraren uppmanas att ta reda på vilka strategier eleverna tillämpar i sin huvudräkning och då nämns *räkning från största termen* som en tänkbar strategi. Då Löwing (2008:71) menar att *räkning från största termen* är en av de första och viktigaste strategierna för elever i de lägre årskurserna så anser vi att denna borde ha getts mer utrymme. Vi menar att en konsekvens av att denna strategi inte ges mer utrymme blir att eleven ägnar mycket tid och energi på de grundläggande additionskombinationerna då elevens val av strategi följaktligen blir en mer tidskrävande.

Gällande *överslagsräkning* lägger lärarhandledning fokus på att eleverna ska kunna avgöra rimlighet och inte för att komma fram till exakt svar. Vi ser *överslagräkning* som en strategi som kan användas både för att nå exakta svar och bedöma rimlighet. Detta är något lärarhandledningen också påpekar, men vi ställer oss frågande till varför endast uppgifter gällande rimlighet återfinns i elevboken. För att eleverna ska kunna använda *överslagsräkning* som strategi bör de få träna på detta i tidigare årskurser. Vid större talområden är det svårt att hålla talen levande i minnet och av det skälet är strategin *överslagsräkning* användbar (Löwing, 2008:114).

Då användandet av subtraktionsstrategierna är starkt sammankopplade till hur uppgifter är uppbyggda krävs att eleven behärskar olika strategier för att kunna hantera olika uppgiftstyper (Löwing, 2008:114). Strategin *räkna nedåt* är den strategi som framhävs starkast i lärarhandledningen och uppgiftstypen *ta bort* är den mest förekommande i elevboken. På så vis menar vi att relationen mellan strategi och uppgiftstyp har ett tydligt samband, vilket ger eleven goda möjligheter att utveckla sin huvudräkning gällande strategin *räkna nedåt*.

När subtraktionsstrategin *räkna uppåt* presenteras i lärarhandledningen för årskurs 1 så ges en förklaring av strategin med efterföljande kommentar att den inte kommer behandlas i kapitlet. Vi ställer oss ytterst frågande till kommentaren då strategin aldrig mer tas upp i någon av lärarhandledningarna. Det blir ännu mer uppenbart att denna strategi inte ges utrymme då den är starkt kopplad till uppgiftstypen *komplettera/lägga till* som endast återfinns i 14 uppgifter genom alla årskurser. Får eleverna inte träna på att *räkna uppåt* som subtraktionsstrategi så menar vi, liksom Neuman (2013:9), att risken finns att elever får problem eftersom de upplever uppgiftstypen *komplettera/lägga till* som addition.

Strategin *jämföra* beskrivs som att man gör en jämförelse mellan två avgränsade mängder och att differensen ska beräknas. Som vi skrivit i begreppsdefinitionen så ser vi inte denna som en fullständig strategi då förklaringen av hur eleverna ska utföra räkneoperationen inte är tillräcklig. Vid ett tillfälle presenteras strategin *jämföra* med konkret material där två avgränsade mängder ska jämföras genom parbildning, det som blir över utgör differensen. Den här tillämpningen av strategin anser vi endast är möjlig vid arbete med konkret material eller vid illustrerade uppgifter. Strategin är inte utvecklingsbar då den är begränsad till mindre talområden. I fortsatta uppgifter då två termer ska jämföras efterfrågas endast differensen och lärarhandledningen brister i att ge förslag på hur beräkningen av differensen ska utföras. Då det endast är differensen som efterfrågas och eleverna inte fått möjlighet att utveckla en jämförande strategi anser vi att det finns stor chans att eleverna tillämpar en strategi som inte har med jämförelse att göra. Kilborn (2002:44f) skriver att det finns risk att elever får problem med att lösa uppgifter om de inte kan välja lämplig subtraktionsstrategi. Vi anser att en användbar strategi att tillämpa vid jämförande uppgifter skulle vara strategin *räkna mot samma tal*. I likhet med lärarhandledningen så sker en jämförelse mellan två termer men här ges även en strategi för att beräkna differensen.

Vilka additions- och subtraktionsstrategier har eleverna getts möjlighet att utveckla genom användandet av *Prima Matematik* årskurs 1-3? Som vi redogjort för i ovanstående diskussion läggs det mycket fokus på *5/10-kamrater* och *dubbelt/hälften* vilket vi anser är relevant då det är grundläggande förkunskaper till den *associativa lagen*. Gällande den *associativa-* och *kommutativa lagen* borde dessa ha getts betydligt mer utrymme då de utgör grunden för god additionsförståelse (Löwing 2008:40).

Inom subtraktion är det tydligt att det är strategin *räkna nedåt* som dominerar. Strategin *räkna uppåt* har fallit bort helt. Strategin som lärarhandledningen benämner som *jämföra* ges relativt mycket utrymme men vi anser att den inte kan klassas som en fullständig strategi så som den är presenterad. Det här innebär enligt vårt synsätt att eleven endast får med sig en fullständig subtraktionsstrategi, det vill säga *räkna nedåt*. Lärarhandledningen anger i årskurs 3 vikten av att eleven behärskar flertalet strategier och kunna välja vilken som lämpar sig bäst för att lösa given uppgift. Att detta står skrivet i lärarhandledningen menar vi inte spelar någon roll då bristen på fullständiga strategier är uppenbar.

Om *Prima matematik* är det enda undervisningsmaterial som används av läraren i klassrummet för detta stora konsekvenser för elevens huvudräkning inom addition och subtraktion. I årskurs 1-3 ska eleven bli väl förtrogen med den grundläggande aritmetiken. Detta är en nödvändighet då matematiken i högre årskurser kräver att dessa huvudräknings-strategier är väl befästa så att de kan användas effektivt istället för att eleven fastnar i enklare beräkningar.

Att eleven endast blir väl förtrogen med en subtraktionsstrategi genom användandet av *Prima matematik* kan ge upphov till att kunskapskraven i årskurs 3 bli svåra att nå. Enligt kunskapskraven ska eleven i årskurs 3 kunna välja och använda en strategi som är anpassad till ett problems karaktär (Skolverket, 2011a:67). För att nå kunskapskravet behöver eleven ha getts möjlighet att utveckla flera strategier. Då *Prima matematik* endast lyfter en subtraktionsstrategi har läromedlet inte till fullo svarat mot kursplanen i matematik. Detta visar att matematikundervisningen inte kan bedrivas med *Prima matematik* som enda undervisningsform, vilket även påpekas i lärarhandledningen. Johansson (2003) och Lundström (2011) visar i enlighet med vår studie att analyserade läromedel inte återspeglar innehållet i läroplanen. I vår studie har vi endast analyserat vilka huvudräkningsstrategier eleverna ges möjlighet att utveckla när de använder *Prima matematik*. Vi har alltså inte analyserat läromedlet i helhet. När en lärare väljer matematikläromedel till sin undervisning finns det många faktorer som ska tas hänsyn till och vi anser att ett enda läromedel sällan uppfyller alla kriterier. Utifrån valt läromedel måste läraren kunna identifiera vad som behöver kompletteras i undervisningen. För att kunna utöva sin matematiklärarprofession på ett tillfredställande sätt bör läraren därför vara väl förtrogen med rådande läroplan samt inneha matematikdidaktiskt kunnande.

5.1 Vidare forskning

Vi har analyserat ett läromedel i matematik för årskurs 1-3. Om vi hade analyserat ett annat läromedel skulle resultatet möjligtvis sett annorlunda ut. En fortsättning på vår studie skulle därför kunna vara en mer omfattande komparativ studie av flera läromedel där man analyserar additions- och subtraktionsuppgifter samt olika beräkningsstrategier. För att genomföra en komparativ studie kan vårt analysverktyg med fördel appliceras på andra läromedel.

För läromedel i högre årskurser skulle det vara intressant att analysera strategier för multiplikation och division men då krävs utveckling av ett nytt analysverktyg.

Då vår studie är en granskning av ett läromedel skulle det vara givande att komplettera med intervjuer och observationer för att få djupare insikt i hur läromedlet används av lärare i praktiken. Genom att delge vår studie till andra lärare så kan vi bidra till insikten att ett läromedel i många fall inte kan vara det enda inslaget i matematikundervisningen utan behöver kompletteras för att undervisningen ska svara mot läroplanen.

6. Referenser

Anghileri, J. (2006). A study of the impact of reform on students written calculation methods after five years' implementation of the National Numeracy Strategy in England. *Oxford Review of Education,* vol. 32, No. 3, ss. 363–380.

Björkdahl Ordell, S. (2012) Kvantitativ metod - ett annat sätt att tänka? I *Lära till lärare. Att utveckla läraryrket - vetenskapligt förhållningssätt och vetenskaplig metod*. Stockholm: Liber.

Brorsson, Å. (2008a). *Prima matematik 1A*. Malmö: Gleerups Utbildning AB.

Brorsson, Å. (2008b). *Prima matematik 1B*. Malmö: Gleerups Utbildning AB.

Brorsson, Å. (2008c). *Prima matematik 1 Lärarhandledning*. Malmö: Gleerups Utbildning AB.

Brorsson, Å. (2009a). *Prima matematik 2A*. Malmö: Gleerups Utbildning AB.

Brorsson, Å. (2009b). *Prima matematik 2B*. Malmö: Gleerups Utbildning AB.

Brorsson, Å. (2009c). *Prima matematik 2 Lärarhandledning*. Malmö: Gleerups Utbildning AB.

Brorsson, Å. (2011a). *Prima matematik 3A*. Malmö: Gleerups Utbildning AB.

Brorsson, Å. (2011b). *Prima matematik 3B*. Malmö: Gleerups Utbildning AB.

Brorsson, Å. (2011c). *Prima matematik 3 Lärarhandledning*. Malmö: Gleerups Utbildning AB.

Esaiasson, P. Gilljam, M. Oscarsson, H. & Wängnerud, L. (2012). *Metodpraktikan: Konsten att studera samhälle, individ och marknad*. Stockholm: Nordstedts.

Frisk, S. (2009). Subtraktion i läromedel för årskurs 2. *Nämnaren nr 3, 2009*. Hämtad från http://ncm.gu.se/pdf/namnaren/1015_09_3.pdf

Gilje, N. & Grimen, H. (2007). *Samhällsvetenskapernas förutsättningar*. Göteborg: Daidalos

Fuson, K (1992). *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. New York: Macmillan Publishing Company

Johansson, M (2003). *Textbooks in mathematics education – a study of textbooks as the potentially implemented curriculum*. Luleå universitet.

Kilborn, W. (2008). *Didaktisk ämnesteori i matematik: Del 1. Grundläggande aritmetik*. Stockholm: Liber

Linde, G. (2012) *Det ska ni veta! En introduktion till läroplansteori*. Lund: Studentlitteratur

Lundström, P-Å. (2011). *Nämnaren nr 4, 2011*. Hämtad från http://ncm.gu.se/pdf/namnaren/3841_11_4.pdf

Löwing, M. (2004). *Matematikundervisningens konkreta gestaltning: en studie av kommunikationen lärare - elev och matematiklektionens didaktiska ramar*. Göteborg: Universitet.

Löwing, M. (2008). *Grundläggande aritmetik. Matematikdidaktik för lärare*. Lund Studentlitteratur.

Malmer, G. (2002). *Bra matematik för alla*. Lund: Studentlitteratur.

Malmqvist, J. (2012) Allmänt om analys. I *Lära till lärare. Att utveckla läraryrket - vetenskapligt förhållningssätt och vetenskaplig metod*. Stockholm: Liber.

Neuman, D. (2013). Att ändra arbetssätt och kultur inom den inledande aritmetikundervisningen. *Nordic Studies in Mathematics Education,* 18 (2), 3–46.

Selander, S. (2003). Pedagogiska texter och andra artefakter för kunskap och kommunikation. En översikt över läromedel – perspektiv och forskning. I *Läromedel-specifikt: Betänkande om läromedel för funktionshindrade*. Stockholm: Fritzes offentliga publikationer. Hämtat från http://www.regeringen.se/content/1/c4/10/29/7af6dff7.pdf

Skolinspektionen, Sverige (2009). *Undervisningen i matematik: undervisningens innehåll och ändamålsenlighet*. Hämtat från http://www.skolinspektionen.se/documents/kvalitetsgranskning/matte/granskningsrapport-matematik.pdf

Skolverket (2011a). *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet*. Stockholm: Fritzes.

Skolverket (2011b). *Kommentarmaterial till kursplanen i matematik*. Hämtad från http://www.skolverket.se/om-skolverket/visa-enskild-publikation?_xurl_=http%3A%2F%2Fwww5.skolverket.se%2Fwtpub%2Fws%2Fskolbok%2Fwpubext%2Ftrycksak%2FRecord%3Fk%3D2608

Skolverket (2012a). *Hur väljs och kvalitetsgranskas läromedel?* Hämtad från http://www.skolverket.se/skolutveckling/forskning/didaktik/tema-laromedel/hur-valjs-och-kvalitetssakras-laromedel-1.181769

Skolverket (2012b). *Vad är ett läromedel?* Hämtad från http://www.skolverket.se/skolutveckling/forskning/didaktik/tema-laromedel/vad-ar-laromedel-1.181690

Skolverket (2012c). *Utökad undervisningstid i matematik. Hur en ökning av undervisningstiden kan användas för att stärka elevernas matematikkunskaper*. Hämtad från http://www.skolverket.se/press/pressmeddelanden/2012/fler-matematiklektioner-i-grundskolan-1.182979

TIMSS, Trends in International Mathematics and Science Study (2012). *TIMSS 2011: international results in mathematics*. Chestnut hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center.