



GÖTEBORGS UNIVERSITET

# Sociomatematiska normer i två svenska och två finska algebraklassrum

Joel Lindholm, Spasenija Stankic & Veena Williamson

Examensarbete i LAU390, 15 hp

Handledare: Cecilia Kilhamn

Examinator: Florenda Gallos Cronberg

Rapportnummer: VT14-2930-190



# GÖTEBORGS UNIVERSITET

## Abstrakt

### Examensarbete inom Lärarprogrammet LP01

**Titel:** Sociomatematiska normer i två svenska och två finska algebraklassrum

**Författare:** Joel Lindholm, Spasenija Stankic & Veena Williamson

**Termin och år:** VT 2014

**Kursansvarig institution:** Institutionen för sociologi och arbetsvetenskap

**Handledare:** Cecilia Kilhamn

**Examinator:** Florenda Gallos Cronberg

**Rapportnummer:** VT14-2930-190

**Nyckelord:** Sociomatematiska normer, matematikklassrum, internationell jämförelse, videoobservation, Sverige, Finland, VIDEOMAT.

**Sammanfattning:** Syftet med denna uppsats är att observera de sociomatematiska normer som råder i två svenska respektive två finska klassrum samt hur dessa skiljer sig från varandra. Uppsatsen söker även sprida medvetenhet om begreppet *sociomatematiska normer* och deras påverkan på undervisningen i matematikklassrummen. Vidare är uppsatsen ämnad att vara ett inlägg i den aktuella diskussionen om matematikundervisningen i Sverige gentemot den i Finland med anledning av resultatet i den senaste PISA-undersökningen (Skolverket, 2013). Studien baseras på en kvalitativ analys av fyra videoinspelade algebralektioner i fyra olika klasser i årskurs 6 samt transkript från dessa lektioner. Två av klasserna är i Sverige och två av klasserna är i Finland. Forskningsmaterialet är hämtat ur projektet *VIDEOMAT*. Baserat på de sociomatematiska normer som med viss säkerhet kunnat identifieras i de fyra olika klassrummen under de observerade lektionerna görs en jämförelse där både de två ländernas klassrum och de fyra klassrummen vart och ett ställs mot varandra. Resultatet visar tydliga skillnader och likheter främst mellan de rådande sociomatematiska normerna i de två olika ländernas respektive klassrum. Där de två svenska klassrummen generellt präglas av ett relativt öppet och utforskande matematiskt klassrumsklimat och en synbar strävan från lärarnas sida att få matematiken att framstå som enkel och praktisk så präglas de två finska klassrummen snarare av mer avgränsade undervisningsmål dock med tydligare fokus på det aktuella matematiska begreppet och det givna tillvägagångssättet. Dessa skillnader mellan de sociomatematiska normerna i de två olika ländernas klassrum läggs till grund för en diskussion om möjliga konsekvenser av de olika undervisningssätten och en uppmaning till yrkesverksamma matematiklärare att granska och utmana de sociomatematiska normer som råder i deras egna klassrum.

## Innehållsförteckning

<b>1. Inledning</b>	3
1.1. Inledning	3
1.2. Syftet med uppsatsen	4
<b>2. Bakgrund</b>	4
2.1. Teoretisk Bakgrund	4
2.2. Matematiklyftet	5
2.3. Tidigare forskning	7
<b>3. Metod</b>	8
3.1. Val av metod	8
3.2. Motiv för val av metod	10
3.3. Validitet/trovärdighet	11
3.4. Etiskt perspektiv	12
3.5. Dataanalys	12
<b>4. Analys</b>	12
4.1. Klassrum S1	12
4.2. Klassrum S2	15
4.3. Klassrum F1	18
4.4. Klassrum F2	20
4.5. Jämförelse	22
<b>5. Diskussion</b>	25
<b>6. Slutsatser</b>	29
<b>7. Referenslista</b>	31

# 1. Inledning

## 1.1. Inledning

*Sociomatematiska normer*, kort förklarat som sociala normer direkt kopplade till matematiken, är ett relativt nytt begrepp i spridningsfasen. Även om det inte ofta används i vardagssituationer så har dess förekomst i akademiska sammanhang spridit sig under de senaste 18 åren såpass att det nu förekommer i det riksomfattande *Matematiklyftet*. Vi kom först i kontakt med begreppet sociomatematiska normer i och med skrivandet av denna uppsats. Som en möjlig ingångsvinkel i en studie av ett tidigare konstruerat forskningsmaterial fann vi det intressant och vår nyfikenhet väcktes med en önskan att få mer förståelse för begreppet.

Vad vi lärde var att de sociomatematiska normerna går hand i hand med och kan beskrivas som en undergrupp av de sociala normerna vilka är närvarande i varje klass. Dessa normer kan vara olika beroende på miljön och individer som interagerar med varandra. Inspiration och kunskap har vi fått främst ifrån artiklar som vi fick fram genom *Education Research Complete*. De artiklarna har samtliga en utgångspunkt i Yackel & Cobb (1996) där begreppet *sociomatematiska normer* först nämns. Enligt dem skapas de sociomatematiska normerna i interaktion mellan elever och lärare. Utifrån lärarens tolerans och acceptans gentemot elevernas olika matematiska tillvägagångssätt får de olika sociomatematiska normerna fäste i varje klassrum. Detta påverkar individerna och deras lärande och utveckling (Yackel & Cobb, 1996).

Utifrån våra egna erfarenheter har vi konstaterat att matematikämnet i skolan ofta uppfattas som ett svårt och tråkigt ämne. Vi har mött elever med mycket negativ inställning till matematik. Sådana inställningar hos elever är något vi vill bryta. Vårt motiv är att få mer insikt och bekanta oss mer med den matematiska världen som omfattas av sociomatematiska normer. Genom vår forskning hoppas vi bl.a. kunna få mer kunskap om de sociomatematiska normerna som vi tänker omsätta i våra verksamheter för att utveckla undervisningen som ska främja elevernas lust till lärande. I Lgr 11 står det att:

”Undervisningen i ämnet matematik ska syfta till att eleverna utvecklar kunskaper om matematik och matematikens användning i vardagen och inom olika ämnesområden. Undervisningen ska bidra till att eleverna utvecklar intresse för matematik och tilltro till sin förmåga att använda matematik i olika sammanhang” (Skolverket, 2011, s 62)

Utifrån detta kan vi ha en utgångspunkt att matematik är ett mycket viktigt ämne som varje individ måste behärska för att kunna finna sig till rätta i vårt samhälle eftersom matematiken är ständigt närvarande i vardagen. Det är även viktigt att vi i undervisningen kan väcka elevernas intresse så de upplever matematiken som något positivt och blir villiga att lära sig.

Svenska elever blir bara sämre på matematik. Detta är ett påstående som allt oftare hörs både i media, av politiker och av de som arbetar i skolan. PISA-undersökningen 2012 (Skolverket, 2013) i matematik placerade Sverige på plats 28 av de 34 OECD-länderna. Finland placerades på plats nummer sex efter Sydkorea, Japan, Schweiz, Nederländerna och Estland. Både Sveriges och Finlands matematikresultat visar en markant försämring sedan 2003, emellertid ligger vårt grannlands resultat fortfarande en bra bit över vårt eget (Skolverket, 2013). Vi hävdar att PISA-resultatet från 2012 skapar ytterligare relevans för jämförande studier av matematikundervisning i Sverige och Finland, och vi fick igenom forskningsprojektet

*VIDEOMAT* tillgång till videoinspelningar av svenska och finska klassrum, som lämpar sig för en sådan jämförande studie.

## 1.2. Syftet med uppsatsen

Syftet med uppsatsen är att genom observation och analys av en lektion i två olika klassrum i Sverige och två klassrum i Finland få en mer utvecklad bild av hur de sociomatematiska normerna ser ut i dessa klassrum. Studiens vetenskapliga problem sammanfattas i två frågeställningar:

- Vilka sociomatematiska normer kan urskiljas i två svenska respektive två finska klassrum?
- Hur skiljer sig dessa normer mellan de två länderna?

Vi hoppas med vår studie av två klassrum i Sverige och två i Finland kunna bidra till att synliggöra och även i viss utsträckning uppmana till att utmana de sociomatematiska normerna i likartade klassrum samt öka medvetenheten om de sociomatematiska normerna och deras påverkan på klassrumsklimatet och eleverna.

## 2. Bakgrund

### 2.1. Teoretisk bakgrund

Begreppet *sociomatematiska normer* definierades först av Yackel & Cobb (1996). De beskriver sociomatematiska normer som de sociala normer som är direkt relaterade till matematik. Ett exempel på detta är vad som i ett visst sammanhang såsom en matematiklektion räknas som en matematisk förklaring. Om det exempelvis räcker att en elev försöker förklara hur hen tänker eller om särskilda begrepp och tillvägagångssätt och ett matematiskt korrekt svar krävs för att förklaringen ska godkännas som matematisk. Detta avgörs av de sociomatematiska normerna. Likväl som sociala normer är sociomatematiska normer situationsbundna och förhandlas löpande gemensamt av alla närvarande individer. Klassrummets kultur och de sociala normer som råder där skapas således av lärare och elever tillsammans även om läraren har en styrande roll (Yackel & Cobb, 1996).

Ett exempel på en social norm i klassrummet som kan utmanas av både lärare och elever är normen att eleverna räcker upp handen innan de talar. En norm som utmanades av Dixon, Egendoerfer & Clements (2009) i ett forskningsexperiment där eleverna uppmanades att inte rätta upp handen utan istället gemensamt föra diskussioner om givna matematikuppgifter och att hellre tilltala klasskamraterna än läraren, i syfte att undersöka hur utmanandet av denna sociala norm påverkade klassrumsklimatet och de rådande sociomatematiska normerna. Utmanandet av denna norm ledde i experimentet till ett friare klassrumsklimat under lektionerna då eleverna började tala till och lyssna på varandra snarare än enbart till läraren vilket i sin tur gav dem ökade möjligheter att dela sina matematiska resonemang med varandra (Dixon m.fl., 2009).

Exempel på sociomatematiska normer kan vara vad som räknas som en acceptabel matematisk förklaring och vilka förklaringar som räknas som matematiskt *olika*, *sofistikerade*, *effektiva* och *eleganta* (Yackel & Cobb, 1996). En lärare kan inte ensam bestämma de

sociomatematiska normerna i ett klassrum, lika lite som hen kan bestämma de sociala normerna. Hen kan däremot verka drivande för att initiera och implementera nya normer. I ett exempel i Yackel & Cobb (1996) verkar läraren för att implementera normer om vad som ska räknas som *matematiska olikheter*. Eleverna får en enkel additionsuppgift att lösa och deras olika förklaringar diskuteras tillsammans i klassen. Läraren assisterar eleverna genom att peka ut likheter och olikheter mellan de olika förklaringarna. På så sätt kan sociomatematiska normer skapas gemensamt i ett klassrum men under ledning av läraren (Yackel & Cobb, 1996)

Sociomatematiska normer och sociala normer är i mångt och mycket lika varandra och sociomatematiska normer kan även beskrivas som en undergrupp av sociala normer. Distinktionen kan skilja sig åt på följande sätt:

**Tabell 1.** Utvecklad utifrån Yackel & Cobb, (1996).

<b>Sociala normer</b>	<b>Sociomatematiska normer</b>
Eleverna förväntas förklara sina lösningar.	Vad som räknas som en <i>matematisk förklaring</i> .
Elever diskuterar problem.	Vad som räknas som <i>matematiska resonemang</i> och <i>bevis</i> .
I diskussioner förväntas eleverna komma med olika typer av lösningar.	Vad som definieras som <i>matematiska olikheter</i> .
Eleverna förväntas hitta det enklaste sättet att lösa ett problem.	Vad som är en <i>effektiv</i> matematisk lösning.

Det är de rådande sociomatematiska normerna i matematikklassrummet som avgör vilka av elevernas matematiska resonemang som är att betrakta som riktiga och vilka som är att betrakta som felaktiga. Sociomatematiska normer kan tillåta eleverna att undersöka matematiska problem fritt och själva eller gemensamt komma fram till egna lösningar och räknesätt. De kan också verka för ett strikt fokus på en enda acceptabel lösning eller ett enda riktigt räknesätt. Detta formas till stor del av lärarens utgångspunkt och förhållningssätt.

”The analysis of sociomathematical norms indicates that the teacher plays a central role in establishing the mathematical quality of the classroom environment and in establishing norms for mathematical aspects of students’ activity. It further highlights the significance of the teacher’s own personal mathematical beliefs and values and their own mathematical knowledge and understanding. In this way, the critical and central role of the teacher as a representative of the mathematical community is underscored.” (Yackel & Cobb, 1996, s 475).

Det är således i stor utsträckning läraren och dennes matematiska värderingar och kunskaper som styr över de sociomatematiska normerna även om deras utformning är i ständig förhandling mellan lärare och elever i varje matematikklassrum.

## 2.2. Matematiklyftet

En googling som genomfördes 2014-04-02, kl 14.00 på sökorden ”*sociomathematical norms*” gav ungefär 6900 träffar. En sökning på ”*sociomatematiska normer*” gav 497 träffar. Med bakgrund av detta samt att begreppet funnits sedan 1996 (Yackel & Cobb, 1996) är det rimligt att anta uppfattning att begreppet *sociomatematiska normer* idag är mer utbrett än det varit

tidigare. Från att ha varit ett begrepp som nästan uteslutande har använts i forskningsrapporter och vetenskapliga artiklar används det numera ibland annat i omfattande skolutvecklingsprojekt såsom i nu högaktuella *Matematiklyftet* (Skolverket, 2013) vilket är ett projekt med material som är ämnat att vara till stöd för matematiklärare och främja kollegialt lärande lärare emellan. Syftet med Matematiklyftet är att utveckla undervisningen i matematiken och ge positiva effekter på elevernas resultat. Matematiklyftet för årskurs 4-6 innehåller sex moduler varav samtliga innehåller en text som behandlar fenomenet sociomatematiska normer. Följande är en kort redogörelse för vad de sex texterna om sociomatematiska normer i Matematiklyftets moduler säger om ämnet.

Olteanus & Kilhamn (2013) belyser definitionen av sociomatematiska normer utifrån Yackel & Cobbs (1996) teori att de sociomatematiska normerna justerar det matematiska resonemanget och påverkar lärandet. De hävdar att elevernas lärande påverkas beroende på synen på matematik, vilken styrs av sociomatematiska normer, och hur pedagogen styr matematikundervisningen. Om fokus till exempel främst ligger på att uppgifterna skall bli gjorda i matematikboken finns det en risk att eleverna får en syn på laborativa aktiviteter som någonting onödigt vilket kan göra dessa uppgifter till en outnyttjad resurs i lärandeprocessen. Detta styrks av Norén (2013) som även hävdar att de rådande sociomatematiska normerna anger vad eleverna får säga och göra i relation till det matematiska innehållet, men om eleven har svårigheter med att förstå regler, normer och värderingar som kan vara outtalade så kan det vara utgångspunkten för elevens inställning och förståelse till det matematiska innehållet. Det kan i sin tur sättas i relation till Nilsson (2013) som i likhet med Norén (2013) menar att matematiska klassrum omfattas av normer som formas olika från klass till klass. De sociala normerna illustrerar vilka regler det är som gäller samt föreställningar, förväntningar och uppmuntran vilka påverkar elevens lärande och förståelse av det matematiska innehållet.

Bennet, Lingerfjärd & Löwing (2013) menar att etableringen av sociomatematiska normer kan se olika ut beroende på lärarens arbetsätt. Ett exempel kan vara att en lärare lägger sin fokus på att eleverna lär sig givna tillvägagångssätt som när de behärskas leder dem fram till matematiskt korrekta svar. En annan lärare kan istället söka inspirera elever att arbeta med egna problemlösningar och uppmuntra elever att diskutera sina olika lösningar med varandra (Bennet m.fl., 2013). Gunnarsson (2009) hävdar att det för att sådana sociomatematiska normer som är utvecklande för elever och lärare ska etableras krävs samverkan mellan lärare och elev, vilket innebär att läraren låter eleverna räkna utifrån sina egna tankar samt att de får använda sig av olika strategier som de presenterar för varandra. Detta är utvecklande för både elever och lärare eftersom det blir möjligt för läraren att se hur eleverna tänker och var det brister kunskapsmässigt och eftersom det ger läraren ett underlag att utgå ifrån i utformandet av matematikundervisningen menar Gunnarsson (2009). Norén (2013) betonar även att läraren är den som ger eleverna tillträde till olika lösningar i klassrummet. I fall där undervisningen huvudsakligen utgår ifrån skriftliga läromedel faller förhandlingen bort och eleverna får mindre möjligheter att socialiseras i de sociomatematiska normerna (Norén, 2013).

Emanuelsson & Wallby (2013) talar om att elevernas syn på och attityd gentemot matematiken påverkas utifrån illustrationer av undervisningens gestaltande. Undersökningar visar att de som undervisats på ett traditionellt sätt har en annan syn på matematik och dess innehåll. De anser generellt att de inte har mycket nytta av procent, ekvationer, pi-beräkningar och trigonometri, medan de elever som har undervisats på ett projektorienterat sätt anser att matematik innebär ett logiskt synsätt och att det handlar om resonemang, logik, rum och problemlösning. Enligt Emanuelsson & Wallby (2013) bör elevernas svar inte spela någon

större roll i det matematiska arbetet utan snarare bör tillvägagångssätt och hur eleverna kan använda sig av resonemang i olika sammanhang vara centrala delar (Emanuelsson & Wallby, 2013).

Utifrån dessa texter ur Matematiklyftet är skillnaden mellan sociala normer och sociomatematiska normer att sociala normer förknippas med förväntningar på elevernas svar. Ett exempel på en social norm kan vara lärarens agerande på elevers åsikter och i vilken mån elever får uttrycka sig. De sociomatematiska normerna förknippas med matematiska sysselsättningar som omfattas av olika svar och beräkningsstrategier. Ett exempel kan vara matematikboken som illustrerar tillvägagångssättet som skall leda till rätt svar. Om läraren arbetar utifrån matematikboken och anser att de tillvägagångssätt som presenteras där är de som eleverna skall arbeta efter kan detta potentiellt leda till att eleverna får svårigheter att sätta in matematiken de lär sig på matematiklektionerna i andra sammanhang. Texterna lyfter fram betydelsen av innebörden att läraren och eleverna förhandlar om olika lösningar, svar och strategier. Samtliga författare poängterar att elevernas lärande influeras av lärarens förhållningssätt gentemot matematik och matematikundervisning. Detta är mycket viktigt för elevers lärande och deras förståelse av det matematiska innehållet. Det råder enighet mellan texterna att det är viktigt att eleverna uppmuntras att vara initiativtagande och reflekterande i gemenskap med sina klasskamrater. Detta utvecklar elevernas förståelse för matematik och förmåga att föra matematiska resonemang (Bennet m.fl., 2013, Emanuelsson & Wallby, 2013, Gunnarson, 2009, Nilsson, 2013, Norén, 2013 & Olteanus & Kilhamn, 2013).

### 2.3. Tidigare forskning

2014-03-31 genomfördes en sökning på databasen *Education Research Complete* med sökorden ”sociomathematical norms”. Resultaten begränsades till artiklar publicerade mellan januari 1996 eftersom det var då begreppet sociomatematiska normer uppstod och december 2014. Även avgränsningarna *Full Text* och *Scholarly (Peer Reviewed) Journals* användes. Efter dessa avgränsningar användes återstod 12 träffar varav två var en artikel som publicerats två gånger under den valda tidsperioden. Av dessa två valde vi bort den tidigare publikationen. De 11 artiklar som återstod användes som underlag för en granskning av tidigare forskning. Samtliga artiklar refererade till Yackel & Cobb (1996) varför även den artikeln togs med i granskningen.

Denna översikt av tidigare forskning visar att något gemensamt för flertalet av artiklarna är att de argumenterar för att inkluderande och engagerande sociomatematiska normer verkar positivt för elevernas lärande. Iannoe & Cockburn (2008) hävdar att diskussioner där eleverna talar till varandra är att föredra framför sammanhang där läraren är den enda publiken de förväntas vända sig till, något som även styrks av Dixon m.fl. (2009) och deras experiment där handuppräckning sattes åt sidan till förmån för mer öppna diskussioner. Hershowitz & Schwartz (1999) menar att undervisningens verktyg är lika avgörande för skapandet av sociomatematiska normer som den verbala dialogen i klassrummet. Szydlik, Szydlik & Benson (2003) talar om vikten av att eleverna uppnår ett *autonomt* matematiskt beteende, d.v.s. faktisk förståelse snarare än enbart memorerande, något som styrks av Yackel & Cobb (1996). Levenson, Tirosh & Tsamir (2009) fokuserar på tre olika aspekter av sociomatematiska normer: Lärarens eftersträvade normer, lärarens och elevernas praktiserade normer samt de normer eleverna uppfattade. Studien visar att det även i de fall där lärarens eftersträvade normer praktiseras i klassrummet är möjligt att eleverna inte uppfattar normerna likadant (Levenson m.fl., 2009).



Ett exempel på hur sociala och sociomatematiska normer kan se ut i en given situation återfinns i Tatsis & Koleza (2008). De identifierar och presenterar tre sociala normer och sex sociomatematiska normer som rådde i ett flertal liknande situationer där två lärarstudenter gemensamt fick lösa ett matematiskt problem. De identifierade sociala normerna var att studenterna förväntades samarbeta för att nå en lösning, rättfärdiga sina svar samt behandla varandra respektfullt i processen. De identifierade sociomatematiska normerna var att deras presenterade lösningar förväntades vara otvetydiga, att en tredje person skulle kunna läsa och förstå deras resonemang, att deras lösningar skulle kunna rättfärdigas på ett matematiskt sätt, att de skulle förstå skillnaden mellan olika typer av matematiska lösningar (t.ex. geometriska och algebraiska lösningar), att de olika lösningarna skulle valideras samt att de lösningar som presenterades skulle vara relevanta i sammanhanget (Tatsis & Koleza, 2008).

De flesta artiklarna i forskningsöversikten har videoobservation metod (Dixon m.fl., 2009, Fukawa-Connely, 2012, Iannoe & Cockburn, 2008, Kazemi & Stipnek, 2008-2009, Mottier Lopez & Allal, 2007, Szydlik, m.fl., 2003 & Zoest, Stockero & Taylor). Sánchez & García (2014) och Tatsis & Koleza (2008) baseras på transkriberad dialog från ljudupptagningar. Levenson m.fl. (2009) baseras på frågeformulär för både lärare och elever. Samtliga forskningsartiklar utom tre baseras på observation av barn i grundskoleålder, de tre övriga (Tatsis & Koleza, 2008, Sánchez & García, 2014 och Zoest m.fl., 2012) baseras istället på observation av lärarstudenter, eller som i Zoest m.fl. videoobservation av en grupp lärarstudenter samt en grupp lärare med mindre än 5 års yrkeserfarenhet sedan deras lärarexamen.

Med bakgrund av den tidigare forskning som gjorts i ämnet, varav flertalet artiklar baserats på videoobservation och/eller analys av transkript, ämnar denna uppsats bidra till att komplettera den existerande forskningen med ytterligare studier under liknande förutsättningar. Uppsatsen är även ämnad att vara ett inlägg i den pågående diskussionen om hur Sveriges och Finlands matematikundervisning skiljer sig från varandra och hur det kan ha påverkat det senaste PISA-resultatet.

### 3. Metod

#### 3.1. Val av metod

Den här uppsatsen studerar de sociomatematiska normerna som råder i de två svenska respektive de två finska klassrummen. Videoobservation samt analys av transkript från videoinspelningarna användes som tillvägagångssätt i studien. Materialet bestod av fyra på förhand inspelade och transkriberade matematiklektioner i årskurs 6. Två lektioner i olika klassrum med olika lärare i Sverige och två lektioner i olika klassrum med olika lärare i Finland. Samtliga lektioner var en första introduktion till algebra och pågick mellan ca 40 och 45 minuter. En dag användes till att titta på videoinspelningarna av lektionerna, därefter användes transkripten för fortsatt arbete och djupare analys.

Forskningsmaterialet är hämtat ur projektet *VIDEOMAT*. Ett projekt där en serie sammanhängande algebralektioner i 17 olika klassrum i allmänna skolor i fyra olika länder filmades. Länderna var Sverige, Finland, Norge och Kalifornien, USA. Inga privatskolor eller friskolor deltog i forskningen, ej heller några skolor med en särskild undervisningsprofil eller ovanligt stor andel elever med invandrarbakgrund eller elever i behov av särskilt stöd. Utöver

de filmade lektionerna samlades även ytterligare forskningsmaterial in såsom filmade lärardiskussioner om både deras egna och andra lärares lektioner, lärarintervjuer, elevmaterial, lärarplaneringar m.m.

De fyra klassrum som används i den här studien är:

- *S1*
  - Kvinnlig klasslärare med 3 års yrkeserfarenhet, mest med yngre barn.
  - 13 elever i klassen.
  - Sverige
- *S2*
  - Kvinnlig klasslärare med 10 års yrkeserfarenhet.
  - 30 elever i klassen.
  - Sverige
- *F1*
  - Kvinnlig klasslärare med 6 års yrkeserfarenhet, mest med yngre barn.
  - 12 elever i klassen.
  - Finland
- *F2*
  - Kvinnlig klasslärare med 15 års yrkeserfarenhet.
  - 27 elever i klassen
  - Finland

Granskningen av begreppet *sociomatematiska normer* som baserades på artiklarna under rubriken *Tidigare forskning* resulterade i ett antal på förhand konstruerade utgångspunkter för observationen:

- Vad som ansågs vara en accepterad matematisk förklaring och vilka förklaringar (om några) som inte accepterades.
- Vilken vikt som lades vid att eleven skulle förklara sitt resonemang på ett matematiskt sätt.
- Hur läraren svarade eleverna när de presenterade felaktiga svar. Vilken vikt som lades vid att svaret var matematiskt korrekt.
- Hur olika tillvägagångssätt för att lösa matematiska problem hanterades.

Innan observationen ägde rum formulerade uppsatsförfattarna baserat på egen förförståelse och fördomar några hypoteser angående hur de trodde undervisningen skiljde sig åt mellan de två länderna:

- Elevernas egna räknesätt accepterades förmodligen av läraren i större utsträckning i de svenska klassrummen än i de finska, oavsett om de ledde till rätt svar eller inte.
- I de svenska klassrummen var förmodligen fokus på matematikboken större än i de finska.
- I de finska klassrummen var förmodligen fokus på att eleverna skulle presentera matematiskt korrekta svar och använda godkända räknesätt större än i de svenska.
- I de finska klassrummen presenterades förmodligen flera olika räknesätt mer utförligt av läraren än i de svenska.

Under arbetet med analysen av lektionerna kom ytterligare en utgångspunkt till. Den var frågan om hur stort inflytande över undervisningen och dess utformning som matematikbokens innehåll hade i de olika klassrummen.

### 3.2. Motiv för val av metod

Enligt Stukát (2005) finns det två tillvägagångssätt för att genomföra pedagogiska studier. Den ena är *kvalitativ* metod och den andra är *kvantitativ* metod. *Kvalitativ* metod handlar om djupare studier och har grunder i hermeneutik och fenomenologi som fokuserar på vad som lärs och hur lärande sker. Tonvikt läggs på att analysera ord, beteende och känslor. Den här typen av studier ger utrymme att genomföra djupare studier av situationer genom att analysera data. Att tolka data är huvuduppgiften i kvalitativa studier, och det kan vara en nackdel eftersom resultatet då till viss del beror på vem som har tolkat datan (Stukát, 2005).

Den kvalitativa metoden kan enligt Esaiasson, Gilliam, Oscarsson & Wångerud (2012) bära med sig svårigheter att skilja mellan det detaljrika analysredskapet och helheten som forskaren bevarar i sitt sinne. Forskaren är skyldig att vara öppen med det som hen har iakttagit och ge tillträde för andra att iaktta. Detta är ett krav på forskaroberoende. Därtill skall forskaren motivera sitt ställningstagande. Det vetenskapliga idealet inom forskning går ut på att resultatet skall vara värderingsfritt och forskarens egna värderingar och förhållningssätt kan ha inverkan på detta (Esaiasson m.fl., 2012).

*Kvantitativa* studier, till skillnad från kvalitativa, har sina rötter i positivism, empirism och behaviorism där kvantitet och mätbara data spelar en central roll (Stukát, 2005). Genom enkäter eller intervjuer med förbestämda frågor med enkla svarsalternativ kommer forskaren fram till ett resultat som kan generaliseras så det representerar fler än bara de som intervjuats/tillfrågats. Resultaten ska vara mätbara i siffror och statistik (Stukát, 2005).

Eftersom syftet med denna studie är att se skillnaden gällande de sociomatematiska normerna i enstaka klassrum läggs mer vikt på djupare studie än t.ex. en stor enkätundersökning och en kvalitativ studiemetod passar således bra i detta fall. Denna studie bygger på videoobservationer vilket är lämpligt när det är processer eller strukturer som skall iakttas som kan vara svåra att beskrivas med ord eller är kontroversiella (Esaiasson m.fl., 2012). Observation som metod för datainsamling har enligt Stukát (2005) fördelen att forskaren inte bara hör vad deltagarna säger utan även ser vad de gör. Hen kan iaktta och lyssna och ta reda på både verbala och icke-verbala beteenden. Innan en observation av en lektion måste forskaren ta ställning till att hur hen kan få fram det hen vill ha svar på, samt vad hen förväntar sig se (Stukát, 2005). Därför formulerades det inför denna studie ett antal utgångspunkter och hypoteser.

En till fördel med videoobservation som metod enligt Stukát (2005) är möjligheten att titta många gånger på materialet. Läraren kan också se på videon efteråt för självreflektion. Hen kan se om lektionen blev precis som det var tänkt eller inte och observera hur hen hanterade situationer som uppstod. Nackdelar kan vara att det är mycket tidskrävande och det finns även en risk att lärare och elever inte agerar helt naturligt när de är medvetna om inspelningen (Stukát, 2005). Ett exempel på detta syns under en av lektionerna i den här studien där läraren uttryckligen säger att hon är nervös.

Videoupptagningarna i VIDEOMAT består av observationer av skolklasser i årskurs 6 och 7 eller motsvarande årskurser i Sverige, Norge, Finland och Kalifornien, USA. Med bakgrund av författarnas inriktning på lärarprogrammet mot förskolan och årskurs F-2 respektive årskurs F-6 gjordes ett val att studien enbart skulle fokusera på filmade lektioner i årskurs 6 för att komma så nära som möjligt de åldrar författarna senare ska arbeta med. Beslutet att lägga fokus på jämförelsen mellan svenska och finska klassrum fattades med bakgrund av den senaste PISA-undersökningen, i vilken Finland fick betydligt högre resultat än Sverige och den relevans för en jämförelse mellan de två grannländerna som detta medför. För att främja likvärdighet i studien och få ett lagom omfattande material gjordes valet att fokusera på två av de svenska klassrummen i årskurs 6 som skulle motsvara två av de finska klassrummen i samma årskurs. De fyra klassrummen för observationen valdes ut av Cecilia Kilhamn, uppsatsförfattarnas handledare tillika forskare i projektet VIDEOMAT, i syfte att få så likvärdiga klassrum som möjligt, detta eftersom fokus i studien var på jämförelsen mellan de olika länderna. Slutligen gjordes valet att enbart observera den första av de fem filmade lektionerna i varje klassrum i båda länderna eftersom dessa redan var transkriberade, vilket i sin tur skulle innebära en ökad tydlighet och minskad risk för missförstånd i processen.

### 3.3. Validitet/trovärdighet

De fyra klassrummen i undersökningen är på många sätt jämförbara. Förutom att lektionernas lärandemål är mycket snarlika i den betydelsen att de alla behandlar en introduktion av algebra ser många övriga förutsättningar ut på liknande sätt.

De excerpt som förekommer i uppsatsen har redigerats något. Saker som markerade tystnader, tidsmarkeringar och förtydliganden för oklarheter som bedömts som irrelevanta för forskningssyftet har i vissa fall tagits bort för att skapa tydlighet i texten.

Trots att uppsatsförfattarna inte personligen varit på plats vid insamlandet av forskningsmaterialet bedöms detta i uppsatsen som tillförlitligt då projektet VIDEOMAT är ett relativt omfattande internationellt forskningsprojekt som styrs av flera respekterade universitetsinstitutioner.

En viktig aspekt att ta hänsyn till vid studier av normer är att de ofta blir synliga först när de bryts. Detta gäller inte minst sociomatematiska normer (Yackel & Cobb, 1996). Med detta i beaktande är det viktigt att understryka att denna studie med sitt mycket begränsade urval, fyra klassrum med ett enstaka lektionstillfälle i vardera, inte är idealiskt utformad för att med säkerhet identifiera sociomatematiska normer som bortom allt tvivel rådande i klassrummen. Detta är anledningen till att analysen i stor utsträckning är utformad med formuleringar såsom *möjliga sociomatematiska normer...* och *... skulle kunna råda i klassrummet*. Begränsningarna av urvalet är satta med hänsyn till den tid som disponerats för skrivande av uppsatsen och i syfte att ge tid för en djupare analys av ett fåtal lektioner snarare än en hastigare överblick av fler lektioner.

Enligt Esaiasson (2012) kan grupparbetsformen öka validiteten i en studie eftersom författarna argumenterar med varandra vilket kan öppna upp för flera olika synvinklar på det som har observerats utifrån individernas tolkningar. Till viss del kan uppsatsförfattarnas egna förståelse och tolkningar av materialet påverka forskningsresultatets validitet negativt vilket är en faktor att ta i beaktande. En möjlig fördel i detta fall kan dock vara att uppsatsförfattarna saknar personlig koppling till de observerade klassrummen i ännu större

utsträckning än de forskare som var på plats när lektionerna filmades. Eftersom den här uppsatsen enbart bygger på den första lektionen i varje klassrum kan det även vara en fördel att uppsatsförfattarna inte har någon uppfattning om vad som sker under senare lektioner.

### 3.4. Etiskt perspektiv

Det forskningsmaterial som ligger grund för denna studie har hanterats varsamt och med hänsyn till rådande sekretessbestämmelser. Videomaterialet har endast hanterats på plats i Göteborgs universitets lokaler och de transkript som har lämnats ut till uppsatsförfattarna har avidentifierats och de figurerande har getts nya beteckningar innan några excerpt har lagts in i texten.

### 3.5. Dataanalys

Datan består av tidigare insamlat material i form av inspelade lektioner och transkript. Fokus vid analys av datan låg på identifierandet av de sociomatematiska normer som förekom i klassrummen. I viss utsträckning p.g.a. den svårdefinierade skillnaden mellan sociomatematiska och sociala normer inkluderades även ett antal observerade relevanta sociala normer i analysen. Arbetet gick till så att uppsatsförfattarna delade upp lektionerna och transkripten sinsemellan och skrev presentationerna av dessa på egen hand. Transkripten analyserades med syfte att identifiera de sociomatematiska normer som baserat på de givna lektionerna skulle kunna vara rådande i de aktuella klassrummen. Varje text som skrivits av en av uppsatsförfattarna validerades sedan av de andra två och redigerades vid behov. Jämförelsedelen gjordes gemensamt som ett seminarium med alla tre författarna. En av uppsatsförfattarna sammanställde anteckningarna från det tillfället till en text och de andra två validerade sedan den skrivna och redigerade vid behov, liksom med presentationerna.

## 4. Analys

Detta kapitel består av fyra delar med en presentation av vart och ett av klassrummen och de sociomatematiska (och relevanta sociala) normer som baserat på de observerade lektionerna skulle kunna råda där, följt av en avslutande del som jämför de möjliga sociomatematiska (och relevanta sociala) normerna i de fyra olika klassrummen med varandra. Varje del avslutas med ett antal sammanfattande punkter.

### 4.1. Klassrum S1

Läraren inleder lektionen med att samla eleverna för en genomgång i helklass. Det matematiska begreppet *ekvation* introduceras och fokus läggs på likhetstecknets betydelse.

#### Excerpt S1-1

*Läraren: Så! Idag ska vi prata om något som heter ekvationer. Och... jag vet ju att ni har ju, pratat lite om ekvationer. Eh, vet ni vad ekvation är? Nej. Det är, man stä– Adam? Mm, ja.*

*Adam: Jag gissar på. Jag gissar att det är ungefär, det är väl typ u– Äh, det är ju, jag vet ju att det är... Uträkning, på sätt och vis annars.*

*Läraren: Ja, en uträkning.*

*Adam: Fast, jag vet inte, jag vet inte helt exakt.*

*Läraren: Nej, precis, för vi har inte jobbat med det så mycket. Eller hur? Och idag ska vi prata om, är-lika-med-tecknet! Och det har ni ju jobbat med jättemycket se– ända sedan ni började skolan, gjort enkla tal, som... Ett plus ett, är lika med...*

*Elev: Två.*

*Läraren: ...två, precis. Och, ibland tänker man inte på det här är-lika-med-tecknet att, det faktiskt betyder någonting. Är det någon som vet vad det betyder? Huh?*

*Elev: Eh, det är som... eller, ena sidan, ska vara likadant som på andra sidan av...*

*Läraren: Precis. Det ska vara– det ska vara lika mycket på den sidan, som den. Och man kan säga att det ska väga lika tungt.*

Lärarens respons på Adams definition av begreppet *ekvation* utifrån hans egen förståelse kan tyda på att det finns en sociomatematisk norm i klassrummet som innebär att elevernas gissningar ges plats i undervisningen och att de får positiv respons av läraren oberoende av hur matematiskt korrekt de svarar och vilka begrepp de använder. Normen kan kännetecknas av att det viktigaste inte är att eleverna svarar matematiskt korrekt utan att de aktivt deltar och visa sina kunskaper och sin tankeprocess. Det är rimligt att anta att Adam inte är så säker på om hans svar är rätt eller inte. I det här dilemmat får han inget stöd av läraren och begreppet lämnas tills vidare utan närmare förklaring, däremot blir han uppmuntrad att gissa och läraren tycks vara nöjd med hans svar.

Elevernas hypoteser ges plats i undervisningen och prövas fram genom att använda praktiska saker. Läraren tar fram en balansvåg och vikter med olika färg och olika vikt. En tänkbar anledning till detta är att läraren vill skapa förutsättningar för lek och lustfyllt matematiskt tänkande, vilket i så fall skulle vara ett försök att etablera eller upprätthålla en sociomatematisk norm där matematikämnet ses som någonting positivt och lekfullt. I och med att eleverna får pröva sina hypoteser och komma fram till konklusioner upprätthålls en annan sociomatematisk norm, att både läraren och eleverna samtidigt är deltagande och styrande i klassrummet. Undervisningen är inte monologisk utan dialogisk.

## **Excerpt S1-2**

*Läraren: Ta en annan, en annan. Vem vill du komma fram och prova? Och testa, man kan ju lägga i allteftersom, tills det väger jämnt. Är det någon som vill testa? Du vill testa. Vill du ställa en hypotes? Nå, till en kompis?*

*Elev: Mm.*

*Läraren: Om vi tar ut dem. Mm. Och utmanar en kompis. Är det någon som känner sig utmanad?*

*Elev 1: Jag undrar, kan jag göra en sådan som Olle gjorde?*

*Läraren: Jajjemänsan! Ja, det är klart du får göra!*

*Elev 1: Nej alltså, jag menar inte på tavlan, men, med vågen.*

*Läraren: Fast på ett annat vis?*

*Elev: Med vågen?*

*Elev 1: Med den här.*

*Läraren: Ja.*

*Elev 1: Men alltså, vem ska göra det sen?*

*Läraren: Vem vill du utmana? Vem vill bli utmanad?*

*Elev 1: Den är enkel.*

*Elev: Jag kan väl göra det.*

*Läraren: Vill du– ja, du vill göra men vill inte bli utmanad, nej?*

*Elev 2: Jag kan bli utmanad.*

*Läraren: Ja, kan bli utmanad.*

Läraren uppmanar eleverna att komma fram och utmana varandra att få jämvikt på vågen med olika slags vikter. Underförstått är att eleverna på samma sätt ska kunna ta reda på det obekanta talet i en ekvation. En möjlig sociomatematisk norm är att matematiken i klassrummet ska konkretiseras och visas på ett praktiskt sätt.

Läraren delar ut en samarbetsuppgift till eleverna:

*Läraren: Hur många olika tal kan ni göra, på en liten stund där? Om summan, summan ska bli, till exempel, tjugofem? Och då vill jag ha att ni ska göra ett är-lika-meds-tecken, och så ska ni göra, våg– att det ska väga lika i– och jämnt, och så ska ni använda... De här talen– ja, och försöka ha dem på, varsin sida.*

Hon märker att en elev sitter ensam på ett bord och vill att hen ska flytta sig till ett annat bord där två andra elever sitter för att samarbeta med dem. Möjliga sociomatematiska normer som kan utläsas här är att olika vägar till problemlösning uppmuntras och diskussioner mellan elever ses som någonting positivt. Det är dock oklart om elevernas samarbete är att betrakta som en social norm och inte en sociomatematisk norm då läraren inte specificerar för eleverna att syftet med samarbetet är att de ska kunna kommunicera matematiken med varandra.

Klassrummets miljö kan beskrivas som förhållandevis interaktiv. Frågor och svar kommer upp under hela lektionen. Det är främst läraren som ställer frågorna men eleverna uppmuntras att utmana varandra. Lektionens fokus är snarare ett praktiskt synliggörande av ekvationers konstruktion än en definition av det matematiska begreppet. Först i slutet av lektionen introduceras bokstaven  $x$  som en del i en ekvation med ett löfte från läraren att detta är något de ska prata mer om senare. En möjlig sociomatematisk norm som kan utläsas baserat på hela lektionens innehåll är att det anses viktigare att eleverna får en praktisk förståelse för likhetstecknet och ekvationer än att de kan förklara och sätta ord på de matematiska begreppen.

Följande sociomatematiska (och relevanta sociala) normer skulle baserat på denna analys kunna råda i klassrummet:

- Elevernas gissningar uppmuntras, det viktigaste är inte att de svarar matematiskt rätt utan att de tänker och försöker svara så gott de kan.
- Matematikämnet ska ses som någonting positivt och lekfullt.
- Matematikämnet ska konkretiseras och göras praktiskt.
- Både läraren och eleverna har styrande roller för matematikundervisningens utformande.
- Samarbete och gemensam matematisk problemlösning uppmuntras.
- Det är viktigare att få en praktisk förståelse för matematiken än att kunna använda rätt begrepp för att sätta ord på den.
- Matematikundervisningens innehåll styrs inte av någon matematikbok.

## 4.2. Klassrum S2

Läraren inleder lektionen med att samla eleverna för en genomgång i helklass. Hon återkopplar till någonting de jobbat lite med tidigare nämligen likhetstecknet och börjar tala om att skapa likhet där det finns ett obekant tal.

### Excerpt S2-1

*Läraren: Till exempel. Om jag... skriver på tavlan här.*

Läraren skriver "Ett tal adderat med 2" på tavlan

*Läraren: Det kan man ju, det tog ju ett tag att skriva det, eller hur?*

*Elever: Mm.*

*Läraren: Det går ju att göra mycket, mycket enklare. Är det någon som har ett förslag, på hur jag skulle kunna göra det här? För att det ska bli praktiskt för mig? Säger Henrik?*

*Henrik: Eh, kan jag visa på tavlan eller?*

*Läraren: Absolut. Du har det lite svårt att komma fram där, men. Skriv stort.*

*Henrik: Ja, precis.*

Henrik skriver " $x, x-2$ " på tavlan.

*Läraren: Är det någon annan som vill göra på ett annat sätt? Säger... Lisa?*

Lisa skriver " $x+2$ " på tavlan.

*Läraren: Tittar du på mig? Heh. Känner du dig nöjd?*

*Henrik: Oj! Adderat...*



*Läraren: Jag hörde där från Henrik att du upptäckte vad det var de hade tänkt på. Men håller ni med om att det här är ju ganska praktiskt? Att göra det här. Och matten handlar väldigt mycket om att du faktiskt hittar ett sätt att göra nånting praktiskt.*

Ur detta excerpt finns ett antal sociomatematiska normer att utläsa. Läraren säger att matematiken mycket handlar om att göra någonting praktiskt och enkelt. Hon använder uttryck som "Det går ju att göra mycket, mycket enklare" och "För att det ska bli praktiskt för mig". Dessa ordval kan tyda på att läraren försöker etablera eller upprätthålla en sociomatematisk norm angående elevernas inställning till matematikämnet. Matematiken ska göra något enkelt vilket därmed gör det underförstått att den inte ska krångla till saker. Detta förhandlas dock inte närmare med eleverna under den här lektionen och det är rimligt att anta att flera elever upplever lektionens innehåll som just krångligt vilket i sin tur skulle kunna vara en anledning till att läraren medvetet väljer att understryka just förenklandet som ett av matematikens syften.

En annan sociomatematisk norm som kan utläsas är hur läraren bemöter matematiska felaktigheter. Henrik skriver subtraktion istället för addition. Istället för att påpeka detta frågar hon om någon annan har ett annat sätt att dela med sig av varpå Lisa kommer fram till tavlan och skriver samma som Henrik fast med addition och Henrik själv upptäcker sitt misstag. Lärarens sätt att bemöta fel genom att inte säga något rakt ut utan istället locka eleverna att själva upptäcka det är genomgående under lektionen.

Efter den första genomgången, som även introducerar begreppet *variabel*, får eleverna i uppgift att i smågrupper gemensamt lösa en uppgift ur matematikboken. Uppgiften går ut på att utifrån givna ålderskillnader mellan ett barn och två andra ta reda på hur gamla de två andra barnen är vid olika tidpunkter baserat på det första barnets ålder. Grupperna sätter igång och läraren gör tydligt att de förväntas redovisa hur de har löst uppgiften. I övrigt lämnas de till att resonera fritt själva. Läraren går runt bland grupperna och ser över arbetet. Ingen i någon grupp räcker upp någon hand utan läraren går till de olika grupperna i tur och ordning. I takt med att eleverna sedan presenterar sina lösningar så scannar läraren in dem med en dokumentkamera och lägger upp dem på smartboarden. När alla lösningar har kommit in går läraren mycket snabbt igenom de som ser snarlika ut. En av grupperna har använt en variabel i uträkningen. Läraren frågar klassen:

### **Excerpt S2-2**

*Läraren: Var det nån grupp som förklarade åldrarna på det här sättet? När ni försökte komma fram till, hur gammal Osman var.*

*Elev: Nej.*

*Läraren: Ni gjorde det?*

*Elev: Mm.*

*Läraren: Varför gjorde ni det?*

*Elev 1: Jag vet inte.*

*Elev 2: Vi bara gjorde det.*

*Läraren: Ni bara gjorde det.*

*Elev 1: Ja.*

Elev 2: Ja, typ.

Läraren: Här är det ju så här: att det ni gör på varje uppgift är det ju samma, men det är en sak som varierar. Därför har de varit lite schyssta här och hjälpt er. För att har man bara kommit fram till det här, då går det ganska snabbt. Och ni som bestämde er för att vi använder oss av det, va- vad, hur, hur utgick ni från det då? Om vi tittar på den gruppen, som använde sig av  $d$ - det som stod där. Kan någon av er förklara lite granna hur ni gjorde? Kan Hugo och Ebba, kan ni komma fram bara och visa här? När ni diskuterade.

En tydlig sociomatematisk norm är det fokus som läggs på matematiska förklaringar i klassrummet. En uppgift är inte godkänd enbart om svaret är rätt utan att en redovisning av uträkningen finns med. Vilka förklaringar som accepteras är en annan sak. Läraren uppmuntrar eleverna att resonera själva och samarbeta för att med hjälp av egna tillvägagångssätt lösa uppgiften. När uträkningarna presenteras lyfter läraren emellertid bara fram den grupp som har räknat på rätt sätt, det vill säga det sätt som står i boken. Dessa två olika sociomatematiska normer kan tyckas stå i konflikt med varandra men icke desto mindre är det rimligt att anta att de båda är rådande samtidigt i klassrummet.

En ytterligare möjlig sociomatematisk norm som skymtas är en om språket som används i klassrummet. Eleverna introduceras för begreppet *variabel*, vilket även är vad lektionen handlar om, möjligen eftersom det är det begrepp som används i boken. Varken orden *algebra* eller *ekvation* nämns under lektionen. Det kan tyckas finnas en sociomatematisk norm som säger att eleverna ska behärska ett matematiskt språk och använda rätt begrepp under lektionerna, till exempel använder läraren begreppet *adderat med* i genomgången i början av lektionen. Dock är användandet av begreppet *variabel* förhållandevis litet under lektionen och det pratas istället mycket om tal som betecknas med bokstaven  $x$ ,  $y$  eller något annat liknande. De matematiska begreppens roll i klassrummet är med bakgrund av detta inte att betrakta som central för undervisningen. Begreppen används men i relativt liten utsträckning.

Efter den första samarbetsuppgiften, vilken är tagen direkt ur matematikboken och projiceras på klassrummets smartboard med dokumentkamera, och genomgången av räkning med bokstäver istället för ett obekant tal fortsätter grupperna gemensamt lösa uppgifter i matematikboken. Ett mål med lektionen tycks vara att hjälpa eleverna att sätta igång och räkna i boken på egen hand. Den sociomatematiska normen som syns här skulle kunna vara att matematikbokens inflytande är relativt centralt över undervisningen.

Följande sociomatematiska (och relevanta sociala) normer skulle baserat på denna analys kunna råda i klassrummet:

- Matematiken ska förenkla och göra saker praktiska, alltså inte krångla till saker.
- Elevers felaktiga svar bemöts inte direkt. De ges möjlighet att upptäcka sina egna fel.
- Samarbete, diskussion och gemensam matematisk problemlösning uppmuntras. Dock följs enbart de lösningar och de tillvägagångssätt upp som läraren ser som relevanta.
- Det finns ett rätt sätt att lösa ett matematiskt problem som avgörs av matematikboken.
- Det är viktigt att eleverna presenterar matematiskt korrekta förklaringar.
- Matematiska begrepp förekommer och förklaras i klassrummen men användandet av dessa är inte centralt i undervisningen.
- Matematikbokens inflytande över matematikundervisningen är centralt.

### 4.3. Klassrum F1

Läraren inleder lektionen med att samla eleverna för en genomgång i helklass. Begreppet *ekvation* introduceras:

#### Excerpt F1-1

*Läraren: Om jag säger hörni om jag skriver på tavlan, fyra, nu har vi jättelätt, plus nånting är lika med nie. Det där nånting va säger då ni? Hoppeligen. Matti?*

*Matti: Fem.*

*Läraren: Fem, visst det här är ju jättelätt för ni vet fyra plus fem är lika med nie. Jag lämnar bort den här ena luckan här. Nu övergår vi till matematikspråk. Just så löste Matti nånting som vi kallar en... Anna?*

*Anna: Ekvation.*

*Läraren: En på matematikspråk pratar vi om ekvationer jag tog ett sånt här jättelätt exempel för det där var ju väldigt såhär som ni kan på ettan. Men om vi tar det till matematikspråk så är det alltså ekvationer vi pratar om. Vi vet ena termen när vi har addition den andra termen vet vi inte och så vet vi svaret och det här kunde ni bara såhär men det är en ekvation som Matti löste, en enkel ekvation, men ändå en ekvation.*

Läraren använder sig av korta frågor och söker korta svar av eleverna. Svaren är antingen rätt eller fel. Inga längre egna resonemang efterfrågas utan eleverna förväntas lära sig det tillvägagångssätt som läraren går igenom. Läraren går igenom ekvationens beståndsdelar *höger led* och *vänster led* på varsin sida om *likhetstecknet* och talar om vikten av att det ska vara lika på båda sidor om detta. Därefter tar läraren upp att det obekanta talet kan representeras av bokstaven  $x$ . En rådande sociomatematisk norm i klassrummet tycks vara att det generellt enbart finns ett rätt sätt att räkna på, och det är det som står i matematikboken.

Vid ett tillfälle låter läraren eleverna resonera mer fritt, huruvida det går bra att skriva vilken bokstav som helst:

#### Excerpt F1-2

*Läraren: Men i stället då för att lämna tomt så kan man sätta ett frågetecken. Vi vet inte. Det är obekant. Det är frågetecken. Eller så går vi ett steg längre i matematiken och sätter ut ett  $x$ . Och varför gör man det, kan man ha nån annan bokstav än  $x$ ? Vad säger ni? Kan vi sätta nån annan bokstav? Jarmo?*

*Jarmo:  $y$  eller  $z$*

*Läraren:  $Y$  eller  $z$ . Kan jag sätta. Får jag sätta  $a$ ?*

*Elev: nä*

*Läraren: Varför inte? Varför skulle jag inte få sätta  $a$ ? Isak?*

*Isak: För att det är en vokal*

*Läraren: För att de. Marko?*

*Marko: Nog får man väl sätta den nog.*

*Läraren: Nog får jag i princip sätta vilken bokstav jag vill för det där obekanta men man, precis som Jarmo sa,  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , man brukar använda mest därför att det är sådana bokstäver som inte används så mycket normalt i vanlig skrift  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , men nog får jag sätta  $a$ ,  $b$ ,  $c$  om jag vill, det är inte förbjudet men  $x$ ,  $y$ ,  $z$  är de här allra vanligaste. Som jag också har skrivit. Ekvationer brukar man istället för en lucka eller frågetecken använda sig av andra tecken vanligtvis bokstäver som är obekanta för det obekanta talet.  $x$ ,  $y$  eller  $z$  eftersom det är bokstäver som man sällan använder i skrift.*

Läraren leder eleverna fram till rätt svar samtidigt som hon uppmanar dem att resonera själva och komma med förslag, detta är dock den enda gången under lektionen som detta sker. Det kan vara rimligt att anta att läraren eftersträvar en enkelhet under matematiklektionerna för att hålla tydligt vad som är rätt och vad som är fel vilket i så fall är en rådande sociomatematisk norm. Matematikboken och de begrepp och tillvägagångssätt för uträkningar som den presenterar tycks vara något som i mycket stor utsträckning styr matematikundervisningens innehåll.

Det tillvägagångssätt som presenteras går ut på att förenkla en ekvation genom att addera eller subtrahera likadant i vänster led och höger led, till exempel  $4+x=9$ ,  $4-4+x=9-4$ ,  $x=5$ . Vid ett tillfälle kommer Jarmo med ett annat räknesätt. Han gissar sig fram till svaret 57 på  $60-x=3$ . Det accepteras av läraren först när han har satt in bokstaven  $x$  i sitt svar och kontrollräknat baklänges så det stämmer:  $3+57=60$ . Att presentera korrekta matematiska förklaringar på samtliga uppgifter är till synes en central sociomatematisk norm under lektionen.

När eleverna ger felaktiga svar på lärarens frågor under lektionen så säger läraren det direkt. Hon säger även vid ett tillfälle under lektionen högt inför klassen att hon hörde att Jarmo inte förstår. Detta kan tyda på att rådande sociomatematiska normer säger att fel ska uppmärksammas med en gång och att det är viktigare att alla förstår än att inte göra någon ledsen genom att lyfta fram att hen inte förstår. Att inte förstå tycks inte vara något stigmatiserat i klassrummet.

Lektionen består av en genomgång i helklass och individuell räkning i matematikboken. Läraren går runt och hjälper eleverna. Hon förklarar i stort sätt på samma sätt när hon hjälper eleverna individuellt som hon gör framme vid tavlan. Viktigt är att de får med bokstaven  $x$  och att de skriver ner sina matematiska förklaringar på rätt sätt. De som inte hinner klart med lektionens uppgifter får i läxa att göra dem tills följande dag. Inga samarbetsmoment i mindre elevgrupper förekommer under lektionen. En rådande sociomatematisk norm kan vara att matematikklassrummet generellt präglas av lärarledd katederundervisning och individuellt arbete.

Följande sociomatematiska (och relevanta sociala) normer skulle baserat på denna analys kunna råda i klassrummet:

- Matematikundervisningens genomgångar präglas av korta frågor med korta svar. Eleverna får inga längre egna resonemang i helklassundervisningen.
- Det finns ett rätt sätt att lösa ett matematiskt problem som avgörs av matematikboken.
- Matematiken ska hållas enkel. Det ska vara tydligt vad som är rätt och vad som är fel.
- Det är viktigt att eleverna presenterar matematiskt korrekta förklaringar.
- Elevers felaktiga svar bemöts direkt. Att en elev inte förstår är inte något stigmatiserat.

- Matematikundervisningen präglas framför allt av katederundervisning och individuellt arbete. Inget samarbete i mindre grupper förekommer.
- Matematikbokens inflytande över matematikundervisningen är centralt.

#### 4.4. Klassrum F2

Läraren inleder lektionen med att samla eleverna och be dem ta fram sina matematikböcker. En elev talar om för läraren att hen inte har sin bok med sig och läraren säger att hen ska sätta sig bredvid en annan elev som har matematikboken med sig. En möjlig sociomatematisk norm i det här klassrummet är matematikboken har en central roll i utformandet av undervisningen. Därefter ger läraren allmän respons till hela klassen på ett matematikprov klassen har haft tidigare. Hon ger eleverna kritik för att många har använt likhetstecknet på fel sätt i sina uträkningar och visar några exempel på tavlan. Därefter följer en genomgång av likhetstecknet och en introduktion av begreppet *ekvation*.

##### Excerpt F2-1

*Läraren: Och när vi nu börjar med ekvationer så får ni för allt i världen inte glömma vad det här betyder för då blir det problem. Titta på sidan hundrasextio. Nu måste jag kika på din Antti eftersom Tommy har min bok. (Antti vänder på sin bok) Ja men jag kan titta upp och ner. Öh, ni har (skriver på tavlan)*

*x plus åtta är lika med femton. Mm. Det här uttrycket är lika med det här uttrycket (sveper samtidigt med handen över vänster led, över likhetstecknet, över höger led) Mm bra, alltså det här är en ekvation. Ett uttryck plus ett uttryck. Cassandra?*

*Cassandra: alltså jag tänkte säga alltså hur man räknar ut det*

*Läraren: Jaa, okej*

*Cassandra: ja för att få veta hur man skall öh öh nä. För att få veta svaret på x så måste man ta åtta minus femton som är sju*

*Läraren: Jaa, okej (suddar ut taveltext) Men kan du ta åtta minus femton?*

*Cassandra: Nä*

*Läraren: Mm. Varför kan du inte ta åtta minus femton?*

*Elev: För då blir det på minus sidan, det blir ett negativt svar då*

*Läraren: Ja precis.*

*Elev: Femton minus åtta.*

*Läraren: Femton minus åtta.*

En möjlig sociomatematisk norm är att presenterandet av matematiskt korrekta svar är av stor vikt i undervisningen, liksom användandet av det räknesätt som läraren lär ut. Läraren besvarar Cassandras felaktiga svar omedelbart med den ledande frågan ”kan du ta åtta minus femton?”. Läraren leder eleverna fram till rätt lösning och rätt tillvägagångssätt. En annan möjlig sociomatematisk norm är att det är läraren som anger vilka matematiska tillvägagångssätt som anses som acceptabla i klassrummet, troligtvis utifrån vad som står i

matematikboken. Det ges inte något utrymme till förhandling utan det som är viktigt i det här fallet är att eleverna lär sig att lösa en uppgift och inte får glömma hur de har gjort för att sedan kunna lösa kommande svårare uppgifter. Läraren gör tydligt att lektionens syfte är att eleverna även längre fram när det bli svårare uppgifter ska kunna räkna på rätt sätt och komma fram till rätt svar.

Efter genomgången i helklass får eleverna räkna individuellt i matematikboken. Läraren går runt och hjälper dem. Flera elever säger att de kan räkna ut svaret i huvudet men läraren insisterar på att de ska lära sig det sätt som står i boken. Det är inte acceptabelt att presentera ett svar som bara har räknats ut i huvudet utan läraren kräver att eleverna skall redovisa hela sina räkneprocesser. I slutet av lektionen är läraren hos Jonas som sitter fast på en läsuppgift.

## **Excerpt F2-2**

*Läraren: Om du jämför det här hur du har skrivit här nu*

*Jonas: Mmhm*

*Läraren: med hur dom har skrivit ekvationerna här uppe, vad är skillnaden då? (vässar en penna, ger den till Jonas, sätter sig bredvid Jonas) Och så jämför du hur vi har skrivit på tavlan och så tittar du på den här, nu är du på g, så har du hundrasextiosju kilo och ett x på ena sidan och två*

*Jonas: ( )*

*Läraren: Jaha, okej ja just det ja. Då har du nittiosju kilo och ett x på ena sidan och hundraatjugotvå kilo*

*Jonas: trettiotvå*

*Läraren: nej hundraatrettio två på den andra, och så gör du så att du tar helt ny rad för varje ny uppgift så har du*

*Jonas: Så blir det sådär halva häftet*

*Läraren: Ja och det skall det göra*

*Jonas: Nää*

*Läraren: Nittiosju kilo plus ett x är lika med hundraatrettio två kilo. Det är så här du skall skriva ut ekvationen*

*Jonas: Mhm*

*Läraren: så att vi vet okej, på en, nu i det här fallet så är det på ena sidan på vågen nittiosju kilo plus ett x och på den andra hundraatrettio två och det här väger lika mycket, fine. Så löser vi ut x, x är lika med hundraatrettio två kilo minus nittiosju kilogram. Vad då, så har vi x är lika med och så subtraherar du hundraatrettio två med nittiosju och vad blir det?*

*Jonas: int vet jag*

*Läraren: Jaa men då får du sätta igång och räkna då. Det är ju det Jonas, vi kan liksom inte sitta och räkna i huvudet hela tiden inte.*

Läraren lämnar Jonas med en uppmaning att sätta igång och räkna. Tillvägagångssättet är presenterat. En möjlig sociomatematisk norm här kan vara en grund i konstruktivistisk teori. Jonas ska själv hitta rätt svar och lathet tycks inte tolereras i matematikklassrummet. Läraren hänvisar till de ekvationer som står på tavlan och säger till Jonas att jämföra sin uppgift med dem. En tydlig sociomatematisk norm i klassrummet är att inga egna eller alternativa sätt att lösa matematikuppgifterna uppmuntras av läraren. Fokus för lektionen ligger på att lära sig ett rätt sätt att räkna på och kunna redogöra för detta på ett godkänt matematisk sätt.

Följande sociomatematiska (och relevanta sociala) normer skulle baserat på denna analys kunna råda i klassrummet:

- Det är viktigt att eleverna presenterar matematiskt korrekta svar och matematiskt korrekta förklaringar.
- Elevers felaktiga svar bemöts direkt.
- Det finns ett rätt sätt att lösa ett matematiskt problem.
- Matematikundervisningen är starkt målstyrd. Eleverna ska lära sig rätt sätt att lösa matematiska uppgifter för att kunna gå vidare och lösa svårare uppgifter.
- Matematikundervisningen präglas framför allt av katederundervisning och individuellt arbete. Inget samarbete i mindre grupper förekommer.
- Matematikbokens inflytande över matematikundervisningen är centralt.

#### 4.5. Jämförelse

Som tidigare nämnts handlar den här uppsatsen om att observera de sociomatematiska normer som råder i två svenska respektive två finska klassrum och jämföra synliga likheter och skillnader. Observationen av videoinspelningarna och deras transkript visade tydliga skillnader mellan de två svenska respektive finska klassrummen som sammanfattas här nedan.

Båda klassrummen i Sverige (S1 & S2) uppmuntrar grupparbete. Samarbete elever emellan och mellan lärare och elever är en grundläggande aktivitet som kännetecknar de två svenska lektionernas klassrumsklimat och tycks vara en naturlig del av undervisningen. Matematisk problemlösning genom diskussion och gemensamma lösningar uppmuntras. Det gör att klassrumsmiljön kan beskrivas som *interaktiv* och undervisningen som *dialogisk*. Däremot är s.k. *katederundervisning* och enskilt arbete framstående inslag i de två finska klassrummen. Undervisningen är lärarstyrd och elevdeltagandet begränsas framför allt till individuellt arbete. Inget samarbete i mindre grupper, vilket även kan vara orsak till att klassrumsmiljön är tystare än i de två svenska klassrummen. Lärarnas genomgångar i de två finska klassrummen kan närmast beskrivas som *monologiska* med korta frågor och svar.

I de svenska klassrummen ges elevernas tankar och resonemang en central roll i undervisningen. Fokus läggs på deras matematiska tänkande och undran och elevernas deltagande i undervisningen är åtminstone stundtals viktigare än att de svarar matematisk korrekt. Lärarna där uppmanar eleverna att medverka aktivt, särskilt i S1, och lektionens innehåll skapas tillsammans. I de två finska klassrummen däremot sitter eleverna stilla och tycks lära in det läraren säger. Lärarna där använder traditionella redskap såsom bok och tavla. Arbete i matematikboken är ett centralt moment i undervisningen som framför allt kännetecknar de två finska klassrum som observerades även om det också förekommer i klassrum S2.

I de svenska klassrummen ges elevernas egna gissningar för de matematiska begreppens innebörd ett betydande utrymme i undervisningen, särskilt i klassrum S1 där utformande av *hypoteser* får stor plats i matematikundervisningen i samband med iakttagelser och eleverna får undersöka och pröva själva. Matematikämnet gestaltas stundtals mer praktiskt än teoretiskt och olika problemlösningar accepteras av läraren. Däremot i de finska klassrummen läggs fokus på en av matematikboken given metod för matematisk problemlösning som överförs från lärare till eleverna och tycks behandlas som det enda korrekta sättet att lösa ett sådant matematiskt problem. Fokus läggs på att lära eleverna det tillvägagångssätt ordentligt.

I de två finska klassrummen bemöts elevernas felaktiga svar direkt. Matematikundervisningen tycks hållas enkel på det sätt att rätt ska vara rätt och fel ska vara fel. Till exempel i en situation där en elev i klassrum F2 försöker subtrahera 15 från 8 så ställer läraren direkt en till synes ledande fråga om det är möjligt att göra så? Läraren reagerar direkt på det påstådda felet och en annan elev tillhandahåller det svar som efterfrågas. Det tycks även viktigt i de två finska klassrummen att eleverna presenterar matematiska korrekta förklaringar. Däremot hålls logiskt tänkande, matematiska resonemang och argument och delaktighet till synes som något högt prioriterat av lärarna i de svenska klassrummen, även om matematiskt korrekta förklaringar tycks prioriterade åtminstone i klassrum S2. I en situation i klassrum S2 påpekas en elevs felaktiga svar inte uttryckligen av läraren utan en annan elev frågas om en annan lösning och felet upptäcks själv av den elev som gjorde det. Läraren säger att han tänkte rätt men skrev fel. Det kan vara ett uttryck läraren använder sig av i syfte att uppmuntra eleverna att våga försöka och samtidigt lägga vikt på tankeprocessen och inte lika mycket vad som är ett matematiskt rätt eller fel svar. I klassrum S1 förekommer inga elevsvar alls som läraren tycks betrakta som felaktiga.

I de svenska klassrummen tycks lärarna sträva efter att förmedla en positiv bild av matematikämnet. Matematikundervisningen genomförs på ett till synes lekfullt sätt i klassrum S1 där läraren använder sig av en balansvåg för att förklara likhetstecknet och ekvationer. I S2 tycks läraren försöka göra tydligt att matematiken är till för att förenkla saker. Båda lärarna tycks ta olika omvägar för att göra matematiken begriplig ur olika utgångsvinklar. Däremot de två finska lärarna tycks försöka göra matematikundervisningen enkel genom att hålla sig till en enda accepterad matematisk förklaring och en enda metod för problemlösning. De strävar till synes efter att eleverna ska behärska det sätt som enligt boken är det rätta.

I de finska klassrummen är lärarna väldigt tydliga med syftet med lektionen, att eleverna ska lära sig en metod för uträkningar så de sedan kan gå vidare och räkna svårare uppgifter. De gör eleverna medvetna om vikten av det de lär sig just den dagen och dess användning i framtiden. Även i klassrum S2 tycks läraren försöka förmedla samma syfte med lektionen. Däremot i klassrum S1 börjar läraren med att introducera ekvationer med användning av bokstaven  $x$  först på slutet av lektionen. Ordet *ekvation* nämns i början men begreppet ges ingen tydlig förklaring. Fokus läggs till synes på den praktiska förståelsen och olika vägar till problemlösning snarare än på att sätta ord på matematiken med hjälp av begrepp.

I klassrum S2, F1 och F2 läggs fokus på att eleverna ska lära sig räkna med hjälp av bokstäver. I klassrum S2 går begreppet *variabel* igenom medan lektionerna i de två finska klassrummen handlar om *ekvationer*. Lärarna i dessa tre klassrum accepterar efter genomgången endast de matematiska förklaringar som innehåller en bokstav såsom  $x$  eller  $y$  medan fokus i klassrum S1 läggs på att förklara matematikens innehåll snarare än dess begrepp. Matematikboken tycks ha stor betydelse för lektionsinnehållet i klassrum S2, F1 och



F2. I klassrum S1 däremot används inte någon matematikbok alls under lektionen och eleverna arbetar istället med pratiska experiment och självformulerade uppgifter.

I de två svenska klassrummen återkopplas lektionen till tidigare tillfällen när de har pratat om likhetstecknet. I klassrum F2 återkopplar läraren också lektionens innehåll till ett tidigare tillfälle, ett matematikprov, och poängterar att flera elever där har använt sig av likhetstecknet på fel sätt.

Sammanfattningsvis utifrån de tidigare nämnda utgångspunkterna för observationen skulle följande skillnader och likheter kunna råda mellan de sociomatematiska (och relevanta sociala) normerna i de fyra klassrummen:

- *Vad som anses vara en accepterad matematisk förklaring och vilka förklaringar (om några) som inte accepteras:* I klassrum S1 tycks alla förklaringar accepteras utan att uttryckligen definieras som matematisk. I de tre övriga klassrummen tycks endast de förklaringar accepteras som presenteras på det sätt som läraren tidigare gått igenom.
- *Vilken vikt som läggs vid att eleven ska förklara sitt resonemang på ett matematiskt sätt:* I klassrum S2, F1 och F2 läggs fokus på att eleverna ska lära sig räkna med bokstäver och förklara sina resonemang på ett matematiskt sätt. I klassrum S1 däremot tycks fokus snarare ligga på att eleverna ska få en praktisk förståelse för likhetstecknet och ekvationers uppbyggnad. Lektionernas olika utformande kan tyda på olika sociomatematiska normer angående vad lärarna anser bör vara det mest centrala i en introduktion av algebra.
- *Hur läraren svarar eleverna när de presenterar felaktiga svar. Vilken vikt som läggs vid att svaret är matematiskt korrekt:* Felaktiga svar bemöts direkt i de två finska klassrummen. I klassrum S2 lockas eleverna upptäcka felet själva. I klassrum S1 tycks inte läraren anse att några av elevernas svar är felaktiga.
- *Hur olika tillvägagångssätt för att lösa matematiska problem hanteras:* I de två svenska klassrummen uppmuntras diskussioner och egna matematiska lösningar. I klassrum S2 söker läraren dock efter en specifik metod att förklara det matematiska fenomen som presenteras i matematikboken. I de två finska klassrummen accepteras endast den metod som står i matematikboken.
- *Hur stort inflytande över undervisningen och dess utformning som matematikbokens innehåll har:* Matematikbokens inflytande är till synes centralt i klassrum S2, F1 och F2 även om läraren i klassrum S2 även uppmanar eleverna till fri diskussion om en av dess uppgifter. I klassrum S1 förekommer ingen matematikbok under den observerade lektionen.

Utöver dessa utgångspunkter skulle även följande skillnader mellan de sociomatematiska (och relevanta sociala) normerna i de olika klassrummen kunna råda:

- I de två svenska klassrummen tycks lärarna försöka förmedla en positiv bild av matematikämnet som någonting enkelt. I de två finska klassrummen tycks matematiken hållas enkel genom tydliga riktlinjer.

- De två finska lärarna är tydliga med lektionernas syfte. Läraren i klassrum S2 tycks försöka förmedla samma syfte till sin klass. I klassrum S1 tycks däremot syftet vara mer dolt för eleverna.
- I alla fyra klassrummen presenterar lärarna lektionsinnehållet i början av lektionen som en genomgång i helklass. Genomgången präglas av det aktuella matematiska begreppet och dess innebörd utom i klassrum S1 där begreppet *ekvation* nämns men inte förklaras.
- Undervisningen i klassrum S1 sticker i flera jämförelser ut som särskilt praktisk och med tydligt fokus på *konkretisering*.
- I de två svenska klassrummen styr både lärare och elever över lektionsinnehållet. Lektionerna i de två finska klassrummen är starkt lärarstyrda.

Huruvida dessa punkter beskriver sociomatematiska eller sociala normer beror till viss del på om det som beskrivs är något unikt för matematikklassrummet eller om det förhåller sig likadant under andra lektioner i andra ämnen. I så fall kan det röra sig om sociala normer snarare än sociomatematiska.

## 5. Diskussion

Det är av största vikt att understryka i en uppsats som denna att inblicken som denna studie ger i Sveriges och Finlands matematikundervisning i stort är mycket liten. Fyra enstaka tillfällen i olika klassrum ger inte en särskilt omfattande bild av hur undervisningen ser ut i samtliga svenska och finska matematikklassrum jämfört den översikt som hade skapats med exempelvis en enkätundersökning där tusentals respondenter deltar (Esaiasson m.fl., 2012). Detta har inte heller varit något mål med den här uppsatsen utan den har snarare handlat om fördjupning i och närmare granskning av dessa fyra enstaka tillfällen med fokus på sociomatematiska normer.

Eftersom sociomatematiska normer ofta blir synliga först när de bryts (Yackel & Cobb, 1996) så hade studien även kunnat gynnas av att inkludera fler observationer under en längre tidsperiod. De begränsningar som sattes för observationen gjorde det som tidigare nämnts med hänsyn till författarnas inriktning på lärarprogrammet, det forskningsmaterial i VIDEOMAT som fanns transkriberat, den relevans som jämförelsen mellan Sverige och Finland skulle ha med bakgrund av PISA-undersökningen 2012 samt i syfte att samla ihop ett för oss som uppsatsförfattare under den tilldelade skrivtiden överskådligt forskningsmaterial med utrymme för fördjupning.

De resultat som presenteras i den här uppsatsen kan i viss mån vara att betrakta som generaliserbara gentemot liknande matematikklassrum och liknande klassrumssituationer. Vi argumenterar för att lärare kan känna igen sig i de sociomatematiska normer som syns i de olika klassrummen och utifrån det ta ställning till både hur de sociomatematiska normerna ser ut och hur de bör se ut i deras egna matematikklassrum.

Innan observationen ägde rum formulerade vi som tidigare nämnts ett antal hypoteser angående hur vi trodde de sociomatematiska normerna skulle se ut i de svenska klassrummen jämfört med de finska. Dessa hypoteser var enbart formulerade utifrån vår egna förståelse och i viss mån av våra fördomar om hur det rimligtvis borde förhålla sig. Hypoteserna såg ut så här:

1. Elevernas egna räknesätt accepterades förmodligen av läraren i större utsträckning i de svenska klassrummen än i de finska, oavsett om de ledde till rätt svar eller inte.
2. I de svenska klassrummen var förmodligen fokus på matematikboken större än i de finska.
3. I de finska klassrummen var förmodligen fokus på att eleverna skulle presentera matematiskt korrekta svar och använda godkända räknesätt större än i de svenska.
4. I de finska klassrummen presenterades förmodligen flera olika räknesätt mer utförligt av läraren än i de svenska.

Hypoteserna 1 och 3 visade sig stämma relativt väl in på vad vi sedan presenterade i analysen av de fyra klassrummen. De båda svenska klassrummen, särskilt klassrum S1, präglades av en öppenhet för elevernas tankegångar och egna matematiska tillvägagångssätt medan lärarna i de två finska klassrummen tycktes söka stöpa eleverna någorlunda i en och samma mall vad gäller räknesätt och matematiska resonemang och fokus på matematiskt korrekta svar framgick betydligt mer tydligt än i de två svenska klassrummen. Hypotes 2 visade sig vara mer eller mindre helt tvärtom. Fokus på matematikboken tycktes större i de två finska klassrummen än i klassrum S2 där matematikboken användes som utgångspunkt för genomgångarna och arbetet i smågrupper. Dock var skillnaden störst mellan de tre övriga klassrummen och klassrum S1 där någon matematikbok över huvudtaget inte användes alls under lektionen. Den hypotes som besvarades minst var hypotes 4 eftersom ingen av de fyra lärarna presenterade flera olika räknesätt särskilt grundligt. Däremot kan vi konstatera att olika matematiska tillvägagångssätt uppmuntrades i betydligt större utsträckning i de två svenska klassrummen än i de två finska, där de knappt förekom alls.

Det klassrum som vi konstaterat sticker mest ut i jämförelsen är klassrum S1. Undervisningen där och de sociomatematiska normer vi tyckt oss kunnat utläsa lämnar oss med en del frågor: I vilken utsträckning förstod eleverna syftet med lektionsinnehållet? Är det möjligt att de lämnar lektionen med en känsla att de bara har lekt? Är detta i så fall ett medvetet mål med lektionen från lärarens sida? Vad är i så fall syftet med det målet? Detta är frågor vi givetvis inte kan få svar på utan närmare insikt i lärarens lektionsplanering och uppföljning av elevernas kunskaper. Vi vill dock spekulera en aning om möjliga konsekvenser, positiva som negativa, av att undervisningen som regel utformas på det här sättet och utifrån de sociomatematiska normer som vi tyckt oss kunna se i klassrummet.

En möjlig konsekvens skulle kunna vara att eleverna utvecklar omfattande praktisk förståelse för matematikens uppbyggnad utan att riktigt kunna sätta ord på den. Deras förmåga att föra logiska matematiska resonemang kan bli större än de är medvetna om eftersom de inte behärskar alla nödvändiga matematiska begrepp. Kreativiteten tar stor plats på bekostnad av tydligheten och fokus läggs på att matematiken ska konkretiseras på bekostnad av abstraheringen av de praktiska matematiska experiment som genomförs. Vi vill vid ett sådant scenario efterlysa undervisning som abstraherar och gör tydligt hur matematiken ska formuleras även i teorin.

Med detta sagt vill vi ändå försvara läraren i klassrum S1 och hennes undervisning. Det stora elevinflytandet under lektionen och den nivå på vilken eleverna deltar i klassrummets olika matematiska resonemang ser vi som något föredömligt, liksom den värld av matematiska möjligheter som visas upp i undervisningen. Både de sociomatematiska och de sociala normerna i klassrummet talar för att en möjlig konsekvens är att eleverna får stärkta självförtroenden, att de vågar svara på frågor utan rädsla för att svara fel samt blir delaktiga i

samarbetsprocesser. Att eleverna förhoppningsvis får en så positiv bild som möjligt av matematikämnet är givetvis också någonting som är värt att sträva efter.

Undervisningen i de två finska klassrummen är betydligt mer snarlik än den i de två svenska klassrummen. De präglas av en genomgående tydlighet med lektionens mål och syfte, vad som räknas som matematiskt rätt och fel samt de tillvägagångssätt som eleverna förväntas använda för att nå målen. Vad gäller tydlighet i den bemärkelsen ser vi de två finska klassrummen som föredömen. Det är rimligt att anta att det därigenom blir relativt enkelt för eleverna att förstå vad de ska lära sig. Däremot finns det argument för att utveckla undervisningen och se över de sociomatematiska normerna även i dessa klassrum. Ida Heiberg Solem och Elin Kirsti Lie Reikerås skriver i sin bok *Det matematiska barnet* att

”Matematik har i skolan traditionellt varit knuten till stillasittande aktiviteter, medan den matematik som kan utvecklas utanför skolan inte har värdesatts särskilt mycket. Rumsförståelse är ett exempel på matematik som inte kan utvecklas enbart med papper och penna eller genom att man samtalar med barnen. För att utveckla rumsliga begrepp måste hela kroppen användas.” (Solem & Reikerås, 2004, s 77)

Matematiken omfattar inte bara abstrakta begrepp och aritmetik. Lärarledda genomgångar och individuell räkning i boken ger därför i vår mening inte en tillräcklig bild av matematikens möjligheter. Solem och Reikerås hävdar även att ett centralt moment för utvecklandet av matematisk kompetens är att kommunicera matematiken tillsammans med intresserade och lyhörda kommunikationspartners (2004). I ett scenario där undervisningen i matematik domineras av lektioner såsom dem i de två observerade finska klassrummen vill vi efterlysa granskning av de sociomatematiska normerna för utveckling av matematiskt samarbete eleverna emellan och konkretisering av undervisningen.

Både lärarna i de två svenska klassrummen och lärarna i de två finska klassrummen tycks ha medvetna strategier för att göra matematiken enkel och begriplig. I klassrum S1 fokuserar läraren på konkretisering och praktisk förståelse för ekvationers uppbyggnad och i klassrum S2 understryker läraren att matematiken är till för att förenkla och göra saker praktiska. Ett möjligt hinder för implementeringen av den bilden av matematiken hos eleverna är att lektionen sedan kan uppfattas som påfallande krånglig. Eleverna samarbetar och formulerar lösningar till givna problem men får inte alltid något riktigt matematiskt stöd för sina tankar. Detta skulle något simplificerat kunna sammanfattas som att lärarna i de två svenska klassrummen *försöker göra* matematiken enkel men i de två finska klassrummen med sin tydlighet och enkelspårighet vad gäller rätt matematiskt tillvägagångssätt så *är* matematiken enkel.

Utbildningsminister Jan Björklund har ofta talat om den svenska skolan som *flummig* och efterlyst mer ordning och reda i skolan. Vi vill däremot ställa oss frågan om det som i politiken beskrivs som flummigt i vissa fall även hade kunnat beskrivas som kreativt? Jonas Emanuelsson och Fritjof Sahlström skrev 2008 en artikel som heter *The price of participation* och behandlar liksom den här uppsatsen fyra klassrum i två olika länder. I denna artikel är det dock Sverige och USA som jämförs. De resultat som studien visar är väldigt talande.

“In the whole class episode in the Swedish material the students have limited possibilities to see, or in Sfard’s words *acquire*, the main mathematical idea of the presentation (Sfard, 1998). There is little evidence of a mathematically relevant shared understanding between the teacher and the students on what the set task requires and how understanding can be argued mathematically. However, the students’ possibilities to participate are extensive and they make use of these

possibilities. [...] Thus, the analysed data seem to suggest that participation is in the way of acquiring, and that a tighter teacher control over content would be beneficial for mathematical learning. In contrast, the analyses of the US frontal teaching data can be seen as suggesting that what teachers should do to solve the problems of the constraints on student learning imposed by regulated participation in formal public interaction is to open up for a student participation along the lines of the Swedish example. This, however, would contradict what is implied in the analysis of the Swedish mathematics example, namely that the consistency of content is sacrificed for participation, and that what is needed for the learning of mathematics is a less responsive and dynamic interaction.” (Emanuelsson & Sahlström, 2008, s 218-219)

Det är med andra ord på bekostnad av kunskapsinläringen som eleverna aktivt deltar i undervisningen och likaså på bekostnad av det aktiva deltagandet som eleverna ges tillräcklig möjlighet att inhämta all den kunskap som de behöver för att kunna ta till sig lektionens lärandemål. Liksom i Emanuelsson & Wallby (2013) blir en konflikt synlig mellan matematiskt korrekta svar och olika applicerbara matematiska resonemang.

En första arbetstitel för den här uppsatsen var *Varför är Finland så mycket bättre än Sverige på matematik?* Den titeln byttes relativt snabbt ut mot den nuvarande titeln främst med anledningen att vi av uppenbara skäl inte skulle ha någon chans att besvara den frågan i uppsatsen. Frågan innehåller även ett påstående att Finland är mycket bättre än Sverige på matematik. Ett påstående som vi inte heller helt och hållet kan ställa oss bakom att betrakta som fullständig sanning. Icke desto mindre är det en fråga som sedan resultatet presenterades efter den senaste PISA-undersökningen (Skolverket, 2013) ofta har formulerats på liknande sätt i den allmänna debatten av allt ifrån högt uppsatta politiker till vanliga människor utan någon annan koppling till skolväsendet än sin egen och eventuellt sina barns skolgång. Därför utgör den frågeställningen ett perspektiv utifrån vilket vi finner det relevant att behandla den här studien.

Vi vill med bakgrund av våra iakttagelser av de sociomatematiska normerna i två finska och två svenska algebraklassrum och ett generaliserande antagande att det skulle kunna se ut på liknande sätt i många andra klassrum i Finland och Sverige utmana den vitt utbredda synen på det senaste PISA-resultatet som ett facit på hur skolelevernas kunskap ser ut. En möjlig anledning till Sveriges låga och Finlands höga PISA-resultat i matematik skulle kunna vara just att sociomatematiska normer i finska klassrum skapar bättre möjligheter för eleverna att prestera högt på matematikprov under de rådande former som finns där med tydliga definitioner av vad som är rätt och fel och vad som accepteras som godkända matematiska räknesätt än att applicera matematikens många möjligheter på världen utanför skolan och skapa sig en praktisk förståelse för alla teoretiska begrepp. Det skulle då kunna innebära att Sveriges låga matematikresultat i PISA till viss del beror på att rådande sociomatematiska normer i svenska klassrum skapar mer möjligheter för att upptäcka och förstå matematiken överallt i världen än att specialisera sina matematikkunskaper på det som räknas på ett matematikprov. Därmed inte sagt att svenska elever nödvändigtvis är medvetna om alla sina matematikkunskaper eftersom ett visst mått av tydlighet exempelvis vad gäller begreppsdefinitioner skulle kunna saknas för att eleverna ska kunna sätta ord på vad det är de lär sig. Oavsett i vilken omfattning denna teori faktiskt stämmer så vill vi argumentera för att PISA ska betraktas som ett verktyg av flera för att utvärdera och utveckla skolan. Inte som ett kunskapsfacit som på en endimensionell skala talar om vilket lands skola som är bäst och vilken som är sämst. Kunskap i alla dess former är enligt vår bestämda uppfattning något mycket mer komplext än så.

En intressant utgångspunkt för den här studien var att vi som författare till uppsatsen har olika etniska bakgrunder och väldigt olika erfarenheter från vår skolgång. En av oss är född i Sverige och har gått i grundskola, på gymnasium och folkhögskola i Sverige. En annan av oss är född i Indien och har gått motsvarande grundskola och gymnasium och läst fem år på universitet i Indien samt gått på SFI och läst kurser i svenska och samhällskunskap i Sverige. En tredje av oss är född i forna Jugoslavien och har gått två år i motsvarande grundskola där samt resten av motsvarande grundskola i Tyskland och gymnasium i Sverige innan vi alla tre möttes på lärarprogrammet vid Göteborgs Universitet i Sverige. Våra grundskoleutbildningar sträcker sig över fyra olika länder och vår syn på hur matematikundervisning kan och bör se ut har skiljt sig något från varandra under arbetets gång. Dock har våra uppfattningar genomgående präglats av en osäkerhet om vad som är den bästa teorin och det bästa tillvägagångssättet och vi har allt som oftast landat i slutsatsen att detta i stor utsträckning beror på sammanhanget, samt att det finns fördelar och nackdelar med så gott som alla beslut vi som lärare fattar både i och utanför matematikklassrummet.

## 6. Slutsatser

Vi har i den här uppsatsen observerat och jämfört de sociomatematiska normerna under en inledande algebralektion i två klassrum i Sverige och två klassrum i Finland. Vår analys har visat olika skillnader och en del likheter i rådande sociomatematiska normer både mellan de två olika länderna och mellan alla de fyra klassrummen. Vi har även lyft fram möjliga konsekvenser av de sociomatematiska normernas inflytande över undervisningen och tagit upp fördelar och nackdelar med dessa. Vi vill understryka att budskapet i uppsatsen inte bör översimplifieras både med tanke på studiens begränsningar och på de mer spekulerande styckena i diskussionen. Studieresultatet är att betrakta som i viss utsträckning generaliserbart gentemot andra liknande klassrum.

Vi vill med den här uppsatsen uppmana till att både granska och utmana de sociomatematiska normerna i svenska och finska matematikklassrum då dessa skulle kunna ha en negativ effekt på klassrumsklimatet samt elevernas lärande och deltagande i undervisningen och ett utmanande av sociala eller sociomatematiska normer skulle kunna ha positiva effekter på detsamma, som i Dixon m.fl. (2009) där den sociala normen om handuppräknings utmanades med lyckat resultat. Vi vill även uppmana till ett kritiskt förhållningssätt gentemot stora undersökningar om skolan, såsom PISA-undersökningen, och framhålla en syn på dessa som redskap för skolutveckling utifrån en begränsad ingångsvinkel snarare än facit på elevers samlade kunskap.

Slutligen vill vi påvisa ett komplext didaktiskt dilemma som blir synligt både i jämförelsen i Emanuelsson & Sahlgren (2008) och i vår jämförelse mellan två svenska och två finska matematikklassrum. Å ena sidan kan undervisningen utmana elever att bli bra på att ta initiativ. Eleverna kan få utrymme att engagera sig i och bli aktiva medskapare av undervisningen. De kan då med viss möjlighet utvecklas till kloka och resonerande människor som är innovativa och initiativtagande. Sådana människor som möjligtvis har bättre självförtroende men kan mindre än de tror. Å andra sidan kan undervisningen uppmana eleverna att göra rätt enligt en given metod. Elevdeltagandet kan då bli mer passivt då läraren lär ut och eleverna lär in. Detta kan medföra att undervisningsinnehållet blir enklare för eleverna att ta till sig vilket då innebär att fler lyckas bättre vad gäller provresultat och betyg. Eleverna skulle kunna utvecklas till kunniga och bildade människor som däremot tar mindre egna initiativ och har sämre självförtroende men kan mer än de tror. Vad som är viktigast och

hur det ena ska kunna vägas mot det andra lämnar vi åt var och en att ta ställning till i varje enskilt sammanhang. Vår första kursbok på lärarprogrammet var skriven av Lars-Åke Kernell och hette *Att finna balanser*. Den handlade om just detta och alla liknande dilemman om en lärare ställs inför ständigt i sitt yrkesliv. I vart och ett av dem är det lärarens uppgift att ta ställning och finna balans mellan olika metoder, utgångspunkter och tillvägagångssätt (Kernell, 2010).

## 7. Referenslista

### Primära källor

Bennet, C. Lingerfjärd, T. & Löwing M. (2013). *Interaktion och normer under matematiklektioner*. Matematiklyftet-Grundskolan 4-6-Geometri. Hämtad 2014-05-16 från [https://matematiklyftet.skolverket.se/matematik/faces/training/ak4-6/newlink3647/newlink119?\\_adf.ctrl-state=pga71yj7i\\_4&\\_afLoop=2671377461519000](https://matematiklyftet.skolverket.se/matematik/faces/training/ak4-6/newlink3647/newlink119?_adf.ctrl-state=pga71yj7i_4&_afLoop=2671377461519000)

Dixon, Juli K., Egendoerfer, Lisa A. & Clements, Tylar (2009). Do they really need to raise their hands? Challenging a traditional social norm in a second grade mathematics classroom *Teaching & Teacher Education*. 25(8), 1067-1076. doi 10.1016/j.tate.2009.04.011.

Emanuelsson, G & Wallby, K. (2013). *Att undervisa i matematik*. Matematiklyftet-Grundskolan 4-6-Taluppfattning och tals användning. Hämtad 2014-05-16 från [https://matematiklyftet.skolverket.se/matematik/faces/training/ak4-6/newlink3647/newlink119?\\_adf.ctrl-state=pga71yj7i\\_4&\\_afLoop=2671377461519000](https://matematiklyftet.skolverket.se/matematik/faces/training/ak4-6/newlink3647/newlink119?_adf.ctrl-state=pga71yj7i_4&_afLoop=2671377461519000)

Emanuelsson, Jonas & Sahlström, Fritjof (2008). The Price of Participation: Teacher control versus student participation in classroom interaction. *Scandinavian Journal of Educational Research*. 52(2), 205-223. doi: 10.1080/00313830801915853

Esaiasson, Peter, Gilljam, Mikael, Oscarsson, Henrik & Wängnerud, Lena (2007). *Metodpraktikan – Konsten att studera samhälle, individ och marknad*. Stockholm: Nordstedts Juridik AB

Fukawa-Connelly, Timothy (2012). Classroom sociomathematical norms for proof presentation in undergraduate in abstract algebra. *Journal of Mathematical Behavior*. 31(3), 401-416. doi: 10.1016/j.jmathb.2012.04.002.

Gunnarsson, U. (2009). *Problemlösning med olika representationsformer*. Matematiklyftet-Grundskolan 4-6-Problemlösning. Hämtad 2014-05-16 från [https://matematiklyftet.skolverket.se/matematik/faces/training/ak4-6/newlink3647/newlink119?\\_adf.ctrl-state=pga71yj7i\\_4&\\_afLoop=2671377461519000](https://matematiklyftet.skolverket.se/matematik/faces/training/ak4-6/newlink3647/newlink119?_adf.ctrl-state=pga71yj7i_4&_afLoop=2671377461519000)

Hershowitz, Rina & Schwarz, Baruch (1999). The emergent perspective in rich learning environments: Some roles of tools and activities in the construction of sociomathematical norms. *Educational Studies in Mathematics*. 39(1-3), 149-166.

Iannone, Paola & Cockburn, Anne D. (2008). “If you can count to ten you can count to infinity really”: fostering conceptual mathematical thinking in the first year of primary school. *Research in Mathematics Education*. 10(1), 37-51. doi: 10.1080/14794800801915897.

Kazemi, Elham & Stipek, Deborah (2008/2009). Promoting Conceptual Thinking in Four Upper-Elementary Mathematics Classrooms. *Journal of Education*. 189(1/2), 123-137.

Kernell, Lars-Åke. (2010). *Att finna balanser (2:a rev upplagan)*. Lund: Studentlitteratur.



Levenson, Esther, Tirosh, Dina & Tsamir, Pessia (2009). Students' perceived sociomathematical norms: The missing paradigm. *Journal of Mathematical Behavior*. 28(2/3), 171-187. doi: 10.1016/j.jmathb.2009.09.001.

Mottier Lopez, Lucie & Allal, Linda (2007). Sociomathematical norms and the regulation of problem solving in classroom microcultures. *International Journal of Educational Research*. 46(5), 252-265. doi: 10.1016/j.ijer.2007.10.005.

Nilsson, P. (2013). *Klassrumsnormer och det didaktiska kontraktet*. Matematiklyftet-Grundskolan 4-6-Sannolikhet och statistik. Hämtad 2014-05-16 från [https://matematiklyftet.skolverket.se/matematik/faces/training/ak4-6/newlink3647/newlink119?\\_adf.ctrl-state=pga71yj7i\\_4&\\_afLoop=2671377461519000](https://matematiklyftet.skolverket.se/matematik/faces/training/ak4-6/newlink3647/newlink119?_adf.ctrl-state=pga71yj7i_4&_afLoop=2671377461519000)

Norén, E. (2013). *Normer och interkulturell kommunikation*. Matematiklyftet-Grundskolan 4-6-Samband och förändring. Hämtad 2014-05-16 från [https://matematiklyftet.skolverket.se/matematik/faces/training/ak4-6/newlink3647/newlink119?\\_adf.ctrl-state=pga71yj7i\\_4&\\_afLoop=2671377461519000](https://matematiklyftet.skolverket.se/matematik/faces/training/ak4-6/newlink3647/newlink119?_adf.ctrl-state=pga71yj7i_4&_afLoop=2671377461519000)

Olteanus, C. & Kilhamn, C. (2013). *Sociomatematiska normer i algebraklassrummet*. Matematiklyftet-Grundskolan 4-6-Algebra. Hämtad 2014-05-16 från [https://matematiklyftet.skolverket.se/matematik/faces/training/ak4-6/newlink3647/newlink119?\\_adf.ctrl-state=pga71yj7i\\_4&\\_afLoop=2671377461519000](https://matematiklyftet.skolverket.se/matematik/faces/training/ak4-6/newlink3647/newlink119?_adf.ctrl-state=pga71yj7i_4&_afLoop=2671377461519000)

Sánchez, Victoria & García, Mercedes (2014). Sociomathematical and mathematical norms related to definition in pre-service primary teachers' discourse. *Educational Studies in Mathematics*. 85(2), 305-320. doi: 10.1007/s10649-013-9516-0.

Skolverket (2011). *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet - Lgr11*.

Skolverket. (2013). *Matematiklyftet*. Hämtad 2014-04-03, från [https://matematiklyftet.skolverket.se/matematik/faces/training/ak4-6/newlink895/newlink658?\\_adf.ctrl-state=3tj4m88o3\\_4&\\_afLoop=1779479729881000](https://matematiklyftet.skolverket.se/matematik/faces/training/ak4-6/newlink895/newlink658?_adf.ctrl-state=3tj4m88o3_4&_afLoop=1779479729881000)

Skolverket. (2013). *PISA 2012, Sammanfattning av rapport 398*. Stockholm: Skolverket.

Solem, Ida Heiberg & Reikerås, Elin Kirsti Lie (2004). *Det matematiska barnet*. Stockholm: Natur och kultur.

Stukát, Staffan (2005). *Att skriva examensarbete inom utbildningsvetenskap*. Lund: Studentlitteratur.

Szydlik, Jennifer E., Szydlik, Stephen D. & Benson, Steven R. (2003). Exploring Changes in Pre-service Elementary Teachers' Mathematical Beliefs. *Journal of Mathematics Teacher Education*. 6(3), 253-279.

Tatsis, Konstantinos & Koleza, Eugenia (2008). Social and socio-mathematical norms in collaborative problem-solving. *European Journal of Teacher Education*. 31(1), 89-100. doi: 10.1080/02619760701845057.

Yackel, Erna, & Cobb, Paul (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*. 27, 458–477.

Zoest, Laura, Stockero, Shari & Taylor, Cynthia (2012). The durability of professional and sociomathematical norms intentionally fostered in an early pedagogy course. *Journal of Mathematics Teacher Education*. 15(4), 293-315. doi: 10.1007/s10857-011-9183-y.

### **Sekundära källor**

Sfard, A. (1998). On two metaphors for learning and the danger of choosing just one. *Educational Researcher*. 27(2), 3–14.