



GÖTEBORGS UNIVERSITET
Utbildnings- och forskningsnämnden för lärarutbildning

Laborativ matematik?

– Nio gymnasielärares uppfattningar om matematik
och ett laborativt arbetssätt

David Pålsson och Minna Strid

LAU350

Handledare: Per-Olof Bentley

Examinator: Madeleine Löwing

Rapportnummer: HT06-2611-100

Abstract

Examinationsnivå: Lärarprogrammet, Examensarbete (10 poäng)

Titel: Laborativ matematik?
– Nio gymnasielärares uppfattningar om matematik och ett laborativt arbetssätt

Författare: David Pålsson, Minna Strid

Termin och år: Hötterminen 2006

Institution: Institutionen för Pedagogik och Didaktik

Handledare: Per-Olof Bentley

Examinator: Madeleine Löwing

Rapportnummer: HT06-2611-100

Nyckelord: Laborativ matematik, Lärares uppfattningar, Metakognitiva strukturer, Teachers' Beliefs.

Syfte

Lärare har uppfattningar om vad matematik är, på vilket sätt man lär sig matematik och hur matematik undervisas. De har också uppfattningar om laborativt arbetssätt och material. Syftet med det här arbetet är att undersöka om, och i så fall på vilket sätt, det finns en koppling mellan de tre förstnämnda uppfattningarna och uppfattningar om laborativ matematik.

Metod

För att uppnå syftet har en kvalitativ metod använts i form av intervjuer. En grupp om nio gymnasielärare i matematik har intervjuats om deras uppfattningar om matematik och ett laborativt arbetssätt.

Resultat

Vi har kunnat urskilja tre olika kategorier som beskriver lärares syn på matematik. Trots detta kan vi inte se några stora skillnader i deras uppfattning om laborativ matematik. Lärarna använder en del laborativt material på ett traditionellt sätt, till exempel när det gäller geometri och statistik, men vi kan inte urskilja att de använder sig av ett laborativt arbetssätt i sin undervisning. Vi har alltså inte kunnat se att det finns en koppling mellan lärarnas uppfattningar om matematik och deras uppfattning om ett laborativt arbetssätt. Vi tror snarare att det är lärarnas tidigare erfarenheter som påverkar deras uppfattningar om laborativ matematik.

Innehållsförteckning

1	BAKGRUND	1
1.1	PERSONLIGA UTGÅNGSPUNKTER	1
1.2	INTRODUKTION.....	1
1.3	BEGREPPSDEFINITIONER.....	2
2	SYFTE	4
2.1	FRÅGESTÄLLNINGAR.....	4
2.2	AVGRÄNSNINGAR.....	4
3	TEORETISK ANKNYTNING	5
3.1	STYRDOKUMENT	5
3.2	VAD ÄR UPPFATTNINGAR?.....	6
3.3	UPPFATTNINGAR OM VAD MATEMATIK ÄR	8
3.4	UPPFATTNINGAR OM HUR MATEMATIK LÄRS	8
3.5	UPPFATTNINGAR OM HUR MATEMATIK UNDERVISAS.....	9
3.6	UPPFATTNINGAR OM LABORATIV MATEMATIK	12
3.7	HUR KAN MAN FÅ TAG PÅ UPPFATTNINGAR?	13
3.8	SAMMANFATTNING	13
4	METOD	14
4.1	DESIGN OCH DATAINSAMLING.....	14
4.2	URVAL	15
4.3	UNDERSÖKNINGSFÖRFARANDE	15
4.4	ANALYSMETOD	16
4.4.1	<i>Reliabilitet</i>	16
4.4.2	<i>Validitet</i>	17
4.4.3	<i>Generaliserbarhet</i>	17
4.5	ETISKA ÖVERVÄGANDEN.....	17
5	RESULTAT	18
5.1	BESKRIVNINGSKATEGORIER.....	18
5.1.1	<i>Vardagslivet</i>	18
5.1.2	<i>Tankestrukturer</i>	18
5.1.3	<i>Matematikens skönhet</i>	19
5.2	LÄRARNAS UPPFATTNINGAR	19
5.2.1	<i>Stig</i>	19
5.2.2	<i>Jan</i>	20
5.2.3	<i>Per</i>	21
5.2.4	<i>Tove</i>	22
5.2.5	<i>Mikael</i>	23
5.2.6	<i>Christina</i>	23
5.2.7	<i>Harry</i>	24
5.2.8	<i>Birgitta</i>	25
5.2.9	<i>Lena</i>	26

6	DISKUSSION	27
6.1	RESULTATDISKUSSION	27
6.1.1	<i>Att förändra uppfattningar</i>	27
6.1.2	<i>Uppfattningar om matematik</i>	27
6.1.3	<i>Uppfattningar om hur matematik lärs.....</i>	28
6.1.4	<i>Uppfattningar om hur matematik undervisas.....</i>	28
6.1.5	<i>Uppfattningar om laborativ matematik.....</i>	29
6.2	KONSEKVENSER FÖR LÄRARYRKET	30
6.3	STUDIENS BEGRÄNSNINGAR	30
6.4	STUDIENS SYFTE.....	31
6.5	FRAMTIDA FORSKNING	31

REFERENSER

BILAGA A

1 Bakgrund

Det här kapitlet är indelat i tre delar. I den första tar vi upp våra personliga utgångspunkter för det här arbetet. I den andra delen presenterar vi några inlägg i debatten om skolmatematiken. Sista delen innehåller en begreppsdefinition för att förtydliga viktiga begrepp som används i arbetet.

1.1 Personliga utgångspunkter

I avsnittet om ämnets karaktär och uppbyggnad i kursplanen för gymnasieskolans matematik står att ”matematik är en mänsklig tankekonstruktion och matematisk problemlösning är en skapande aktivitet” (Skolverket, 2000). Vi har upplevt att matematikundervisningen ofta är lärarledd och saknar diskussioner mellan elever där de kan utveckla det matematiska språket. Det finns inte så stort utrymme för skapande aktiviteter eller att utveckla elevernas tankemönster. Det är ofta bara ett lösningssätt som presenteras och eleverna kan få uppfattningen att det inte finns några alternativa lösningar. Vi tror att ett arbetssätt där eleverna själva får undersöka och diskutera med varandra kan vidga deras perspektiv och att matematikundervisning med laborativa inslag kan få fler elever att uppnå kursmålen och utveckla en djupare förståelse för matematiska mönster och begrepp.

1.2 Introduktion

Det finns en utbredd uppfattning om att skolans matematikundervisning domineras av tyst enskild räkning och gemensamma genomgångar. Om detta skriver Emanuelsson, Wallby, Johansson och Ryding (1996). De anser till exempel att elever får träna på procedurer men de får lite träning i problemlösning. ”Svårigheterna att individualisera undervisningen missgynnar inte bara elever som har svårt att lösa uppgifter på egen hand, utan också elever som kan och vill lösa mer komplexa problem.” (Emanuelsson m fl, 1996, s 11). Emanuelsson m fl menar att detta sätt att bedriva undervisning innebär att man inte kan nå målen i matematik. Om läraren måste hjälpa eleverna enskilt med samma problem om och om igen, blir undervisningen ineffektiv. Det är lärarens uppgift att välja ut lämpliga problem och situationer som kan skapa kommunikation mellan elever. Det sociala samspelet i klassrummet är viktigt och kan främja lärandet.

En annan vanlig åsikt om matematikundervisningen i skolan är att den ofta är beroende av läroboken. Matematikdelegationen hävdar detta i sitt betänkande (SOU2004:97). Vidare anser de att många lektioner upplevs som tråkiga och utan mening. De menar att det är på grund av att det är svårt att tolka läro- och kursplaner som läroböckerna har fått styra innehållet. ”Det största problemet är nog inte läroböckerna i sig – även om de kan bli bättre – utan hur de används.” (SOU2004:97, s 131). Läroboken ska vara ett stöd för att uppnå målen, kursen ska inte klaras av bara genom att räkna alla tal i boken. De säger också att ”Lärare har inte heller fått verktyg för att kritiskt granska om läromedlen lever upp till målen att sträva mot.” (SOU2004:97, s 142). De vill att man satsar resurser på att blivande och yrkesverksamma lärare har kompetensen att avgöra om ett läromedel är ett bra stöd för att nå de uppsatta målen.

När det gäller utvecklingen av matematikundervisningen hävdar bland andra Rystedt och Trygg (2005) att det finns en allmän uppfattning om att den är allt för långsam. De ställer sig frågan vad detta beror på. De hävdar att det inte kommer att ske någon förändring så länge lärarna själva inte förstår varför de ska undervisa på ett annat sätt än det traditionella. Om

denna förståelse saknas ”kommer lärare att undervisa som de alltid har gjort och själva har lärt. Det är bl a genom att jämföra sina erfarenheter med andras och diskutera hur de ska tolkas som en gemensam utveckling av undervisningen kan ske.” (Rystedt & Trygg, 2005, s 121).

Matematik upplevs av många som något tråkigt och svårt. Enligt matematikdelegationen visar undersökningar att matematiken blir tråkig när barnen är 10-12 år. Antingen är den för svår eller för lätt, vilket medför att matematiken blir ointressant och barnen tappar intresset (SOU2004:97, s 102). För att kunna nå alla elever är det viktigt att de ser en mening med matematiken, att det är roligt och att de får prova och se olika sätt. ”Olika arbetsätt och arbetsformer med lärarledda genomgångar, diskussioner, laborativt material, problemlösning, arbete i grupp och undersökande arbetsätt gör matematiken mer begriplig och mer meningsfull.” (SOU2004:97, s 131f). Genom att eleverna får prova olika arbetsätt kan de få en bättre förståelse, vissa elever kan behöva konkret material för att se samband, medan andra klarar av det genom abstrakt tänkande.

I läroplanen för de frivilliga skolformerna [Lpf94] står:

Genom studierna skall eleverna skaffa sig en grund för livslångt lärande. Förändringar i arbetslivet, ny teknologi, internationaliseringen och miljöfrågornas komplexitet ställer nya krav på människors kunskaper och sätt att arbeta. Eleverna skall i skolan få utveckla sin förmåga att ta initiativ och ansvar och att arbeta och lösa problem både självständigt och tillsammans med andra. (Skolverket, 1994, s 5)

Det är detta vi har att leva upp till som blivande lärare. Åsikterna ovan pekar på att undervisningen ofta är läroboksstyrd, att det inte finns så mycket utrymme för diskussioner eller så stor variation i arbetsätt. Kan detta bero på vilken inställning som lärare har till ämnet och hur man undervisar i matematik? Finns det en relation mellan lärares uppfattningar om matematik, lärande och undervisning och deras uppfattningar om ett laborativt arbetsätt?

1.3 Begreppsdefinitioner

De begrepp som vi infört ovan och som är viktiga i det här arbetet är *uppfattningar* och *laborativt arbetsätt*.

Med uppfattningar menar vi i det här arbetet det som i litteraturen benämns metakognitiva strukturer (eng. ”belief systems”). Pehkonen (2001) beskriver en uppfattning som ”en individs förhållandevis stabila subjektiva kunskaper (däri ingår även känslor) om en viss företeelse” (Pehkonen, 2001, s 232). Vi använder även begreppen syn och synsätt som synonymer till uppfattning.

I ett laborativt arbetsätt ingår flera delar enligt vårt sätt att se det, som användning av tekniska hjälpmedel såsom miniräknare och dator för att visualisera problem och användning av bilder och former för att illustrera samband och begrepp. Även vardagliga saker eller ett speciellt framtaget pedagogiskt material kan användas för detta. Att elever, både självständigt och i grupp, får möjlighet att undersöka ett problem för att komma fram till en lösningsstrategi eller se samband. Detta är ett sätt för eleverna att se olika sätt att lösa ett och samma problem. Att låta eleverna kommunicera med varandra är viktigt oavsett vilket arbetsätt som används. Det är i kommunikationen med andra som likheter och skillnader kan synliggöras. Rystedt och Trygg (2005) har liknande formuleringar när det gäller ett laborativt arbetsätt:

Laborativt material används ofta för att utveckla matematiska begrepp och tankar samt för att upptäcka mönster och samband. Det kan också brukas som ett åskådligt stöd för beräkningar, vid problemlösning och vara ett sätt att konkretisera matematiska begrepp som eleven redan är bekant med. (Rystedt & Trygg, 2005, s 23)

2 Syfte

Lärare har uppfattningar om vad matematik är, på vilket sätt man lär sig matematik och hur matematik undervisas. De har också uppfattningar om laborativt arbetssätt och material. Syftet med det här arbetet är att undersöka om, och i så fall på vilket sätt, det finns en koppling mellan de tre förstnämnda uppfattningarna och uppfattningar om laborativ matematik.

2.1 Frågeställningar

- Vilka är gymnasielärares uppfattningar om vad matematik är, på vilket sätt man lär sig matematik och hur matematik undervisas?
- Vilka är gymnasielärares uppfattningar om laborativt arbetssätt och material?

2.2 Avgränsningar

Uppfattningar om matematik, lärande och undervisning kopplat till laborativ matematik kan undersökas inom olika perspektiv. Några sådana är elev-, lärar-, samhälls- och föräldraperspektiv. Vi har valt att i vårt arbete enbart titta på uppfattningar ur ett lärarperspektiv och har begränsat undersökningen till en grupp om nio gymnasielärare i matematik.

3 Teoretisk anknytning

Det här kapitlet börjar med en genomgång av vad gymnasieskolans styrdokument säger om hur matematikundervisningen ska bedrivas, bland annat med avseende på laborativa inslag. Därefter beskrivs vad litteraturen skriver om vad uppfattningar är. Uppfattningar om matematik delas in i fyra undergrupper: vad är matematik, hur lär man matematik, hur undervisas matematik och uppfattningar om vad laborativ matematik är. Avslutningsvis kommer ett avsnitt om hur man kan få tag på uppfattningar.

3.1 Styrdokument

När det gäller kunskap står det under *mål att uppnå* i Lpf94 att det är skolans ansvar att alla som har slutfört en gymnasieutbildning ”kan formulera, analysera och lösa matematiska problem av betydelse för yrkes- och vardagsliv” (Skolverket, 1994, s 10). Eleverna ska alltså utveckla sådana kunskaper i matematik att de får förutsättningar för att klara sig i såväl sitt kommande yrkes- som vardagsliv. I rapporten *Lusten att lära* har Skolverket (2003) liknande tankar om det som kan kallas medborgarkompetens: ”Kunnande i och om matematik för alla är alltså mer än någonsin välmotiverat, både ur samhällets perspektiv och ur den enskilde medborgarens. Matematikutbildning skall idag lägga grunden för privat- och yrkesliv, för vidare studier och livslångt lärande.” (Skolverket, 2003, s 11). Detta synsätt återkommer också i kursplanen för matematik i gymnasiet. Där står bland annat att ”en viktig del av problemlösningen är att utforma och använda matematiska modeller och på olika sätt kommunicera om de matematiska idéerna och tankegångarna. Både i vardagsliv och yrkesliv behöver allt fler kunna förstå innebörden av och kommunicera om frågor med matematiskt innehåll” (Skolverket, 2000). Emanuelsson m fl (1996) är inne på samma linje: ”För att inte bli lurad i vardagslivet och samhälle, för att kunna förstå och påverka som fullvärdig medlem i demokratiska processer behöver man kunna kontrollera den ökande användningen av matematik.” (s 69). Träning i problemlösning kan hjälpa till att utveckla god analysförmåga och kreativitet. Det gäller att skaffa sig en beredskap för det kommande livet.

I Lpf94 finns inte något uttalat stöd för att arbeta i gymnasieskolan på ett laborativt sätt. Det finns bara en önskan att läraren ska låta eleverna pröva olika arbetssätt och arbetsformer. Däremot står det under *Riktlinjer* att läraren ska ”i undervisningen skapa en sådan balans mellan teoretiska och praktiska kunskaper som främjar elevernas lärande” (Skolverket, 1994, s 12). Detta gäller inte bara ämnet matematik utan alla ämnen. Det ska finnas en koppling mellan teori och praktik vilket kan underlätta lärandet.

I kursplanen påpekas vikten av att hitta tillämpningar inom områden som är välbekanta för eleverna.

Utbildningen syftar till att ge kunskaper i matematik för studier inom vald studieinriktning och för fortsatta studier. [...] Gymnasieämnet matematik skall därför knytas till vald studieinriktning på sådant sätt att det berikar både matematikämnet och karaktärsämnena. Kunskaper i matematik är ofta en förutsättning för att målen för många av karaktärsämnena skall uppnås. (Skolverket, 2000)

Det är viktigt att matematiken både behandlas ämnesövergripande och att eleverna har relevanta problem, som är kopplade till vilket program de läser.

3.2 Vad är uppfattningar?

Pehkonen (2001) beskriver uppfattningar (metakognitiva strukturer, eng. "belief systems") som "en individs förhållandevis stabila subjektiva kunskaper (däri ingår även känslor) om en viss företeelse" (s 232). Han menar också att det inte är säkert att det finns en hållbar objektiv grund till dessa subjektiva kunskaper. Eftersom känslor är inblandade har uppfattningar en affektiv, det vill säga känslomässig, prägel i motsats till den objektiva kunskapen. Individen väljer själv, medvetet eller omedvetet, vad han eller hon tror och accepterar. Pehkonen skriver att individer har uppfattningar med olika grad av övertygelse. Det finns djupuppfattningar och ytuppfattningar, där djupuppfattningar ofta är omedvetna och svårföränderliga, medan ytuppfattningarna är medvetna och uttalade. Han menar att det finns en divergens mellan lärarnas uttalade uppfattningar och deras undervisningspraxis, som ofta styrs av deras omedvetna djupuppfattningar. Pehkonen visar i ett exempel på hur en lärare kan ge uttryck för att det är viktigare att undersöka och analysera matematiska samband än att genomföra mekaniska räkneövningar, men att denna uppfattning sedan inte får genomslag i lärarens undervisning, genom att eleverna får en uppsjö av räkneuppgifter (Pehkonen, 2001, s 237).

Pajares (1992) beskriver några kännetecken för uppfattningar. Varje person har ett antal odiskutabla, personliga uppfattningar som inte påverkas av försök till övertalning. Dessa är de starkaste och mest centrala uppfattningarna och de har ofta formats tidigt. Uppfattningar kan också ha formen av önsketänkande, där man skapar situationer som inte stämmer med verkligheten. Orsaken till detta kan till exempel vara tidigare upplevelser som man vill göra allt för att inte uppleva igen. Uppfattningar har ofta en högre grad av känslomässiga värderingar och omdömen än ren kunskap. De bygger på varandra och är svåra att förändra. Uppfattningar bygger ofta på enstaka händelser eller episoder. Tidigare erfarenheter spelar en stor roll i utformningen av nya uppfattningar. Detta kan man se då en lärare stöter på ett problem där kunskapen inte riktigt räcker till. Han eller hon faller då tillbaka på uppfattningar som ofta är formade av tidigare erfarenheter. Pajares menar att detta är speciellt dåligt för lärare eftersom de ofta måste ta snabba beslut baserade på intuition snarare än eftertanke och reflektion (Pajares, 1992, s 309ff).

Green (i Thompson, 1992) diskuterar också de olika dimensionerna av uppfattningar. Han benämner dem som kvasilogik, psykologisk vikt och klusterstruktur. Uppfattningar är kvasilogiska eftersom en individ ofta har några grundläggande uppfattningar, egendefinierade axiom, som hans eller hennes övriga uppfattningar sedan härleds från enligt en individuell logik. En individs uppfattningar har olika stor betydelse för individen. En del uppfattningar är viktigare än andra. Det finns centrala och perifera uppfattningar, där de perifera uppfattningarna är lättare att förändra än de centrala. De har alltså olika psykologisk vikt. En individs uppfattningar grupperas i kluster. Uppfattningar inom ett kluster har starka samband, medan det mellan kluster inte behöver finnas några samband. Det betyder att individer kan ha motsägande uppfattningar på grund av klusteregenskaperna i de metakognitiva strukturerna (Green i Thompson, 1992, s 130).

Pajares (1992) diskuterar svårigheten att förändra lärares uppfattningar. De studenter som börjar på lärarutbildningen har ofta väl förankrade uppfattningar om lärande och undervisning. Dessa har formats under alla de år som de blivande lärarna själva har varit elever i skolväsendet. Bland annat finns uppfattningar om hur en effektiv lärare ska vara och hur elever ska uppträda. Inom andra områden, till exempel medicin och juridik, har studenterna inte några förutfattade meningar om vad som är rätt och fel. De måste bygga upp sina uppfattningar från grunden. Lärarstudenterna är däremot "insiders". De har dessutom ofta positiva erfarenheter av skola och utbildning. Det är därför stor risk att de fortsätter i samma

spår som de själva upplevt under sina år i skolan, i stället för att försöka förändra till något bättre. Deras framtida undervisning bygger alltså i stor utsträckning på uppfattningar som de format tidigt (s 322f). Även Hiebert och Carpenter (1992) är inne på samma linje när de skriver att det finns starka samband mellan hur lärare har undervisats på lärarutbildningen och hur de sedan lägger upp sin egen undervisning: "There are direct parallels between the ways teachers are taught and the instruction they implement in their classrooms as a result" (Hiebert & Carpenter, 1992, s 90). Hiebert och Carpenter fortsätter med att problematisera sätt att få lärare medvetna om sina uppfattningar och vilka effekter de har på elevernas lärande. Till exempel nämner de forskare som utformat speciella undervisningsmaterial med tillhörande metoder som tvingar lärarna att fundera över hur de ser på undervisning och lärande. Calderhead (1996) refererar till en studie utförd av Leinhardt, som ett av flera exempel som visar på hur lärares tidigare erfarenhet och utbildning påverkar deras sätt att undervisa:

Leinhardt (1988), for example, after studying several mathematics lessons taught by one teacher and after extensive interviews about both the lessons and the teacher's own past experiences of mathematics, pieced together an account of how the teacher's practice was contextualized within her own past experiences of learning mathematics and was influenced by her own professional training and contact with different curricular materials. (Calderhead, 1996, s 712)

Pehkonen (2001) beskriver hur ett arbete för att förändra uppfattningar kan se ut. Han börjar med att påpeka att om ett sådant arbete ska bli framgångsrikt måste initiativet för att förändra lärarens uppfattningar komma från lärarna själva. Det går inte att tvinga fram en förändring. Pehkonen uttrycker det som att: "En utbildning eller undervisning som syftar till att ofrivilligt eller påtvingat förändra någons uppfattningar kallas indoktrinering (det vanliga ordet hjärntvätt är en mycket passande beskrivning av vad som då sker)" (Pehkonen, 2001, s 242). För att en förändring ska komma till stånd måste istället, enligt Pehkonen, ett antal villkor vara uppfyllda. För det första måste den lärare som så småningom ska förändra sina uppfattningar uppleva att det är något med de nuvarande uppfattningarna som inte stämmer. Det behövs någon form av störning eller inkonsekvens som en utlösande faktor. När en sådan brist uppdagats måste läraren, för det andra, känna ett engagemang för att åtgärda bristen. Läraren behöver känna ansvar för sin situation. För det tredje behöver läraren ha en vision om hur undervisning och inläring av matematik ska se ut. Det behöver finnas ett klart mål att arbeta mot. Till sist måste läraren också vara med och utforma den plan som ska användas för att genomföra förändringen. Utan lärarens aktiva medverkan även här är utsikterna för ett framgångsrikt förändringsarbete små. Pajares, Hiebert och Carpenter, Calderhead samt Pehkonen påtalar alltså alla hur stor inverkan tidigare erfarenheter har på undervisningen, hur svårt det kan vara att förändra uppfattningar och vad som krävs för att ändå kunna göra det.

De matematikrelaterade uppfattningarna kan i de flesta fall delas in i olika kategorier. Pehkonen (2001) ger som exempel en uppdelning som innefattar uppfattningar om vad matematik är, hur man lär sig matematik, på vilket sätt undervisning i matematik utförs och hur man själv lär sig matematik (s 232). Han påpekar dock att detta är en uppdelning som egentligen bara är till för att lättare kunna strukturera uppfattningarna. Många uppfattningar passar in på flera av ovanstående kategorier. Detta spektrum av en individs olika matematikrelaterade uppfattningar kallar Pehkonen för individens syn på matematik.

3.3 Uppfattningar om vad matematik är

Cooney (2006) skriver om svårigheten att besvara frågan *Vad är matematik?*. Det är många faktorer som spelar roll, till exempel vilken kultur man lever i och vilken utbildning man har.

Att fundera över innebörden av matematik är ingen trivial fråga. Matematik definieras ofta på olika sätt i olika samhällen. Industrierbetare tenderar att definiera matematik i termer av baskunskaper, medan föräldrar med akademiska yrken sannolikt har en bredare syn på matematik. (Cooney, 2006, s 267)

Cooney menar att lärare måste ha förmåga att urskilja alla skilda synsätt för att förstå den underliggande naturen hos matematiken. Lärare som har en mångfasetterad syn på matematik har lättare att se alternativ i undervisning och bedömning. Lärare som har verktyg för att reflektera över undervisningen och elevernas kunskaper kan lättare anpassa sitt undervisningssätt till elevernas tänkande.

Det finns flera olika kategoriseringar av lärares syn på matematik. Ernest (i Thompson, 1992) beskriver en av dessa kategoriseringar. Han har tre kategorier som han kallar för ”problem-solving view”, ”platonist view” och ”instrumentalist view”. *Problem-solving view*: en problemdriven syn där matematiken ses som ständigt expanderande fält av mänskligt skapande och utvecklande. Matematik är en process av ifrågasättande, där svaren utökar individens kunskap. Matematiken är ingen slutprodukt, utan är i ständig utveckling. Pehkonen (2001) benämner denna syn som den konstruktivistiska synen där matematiken beskrivs som en process som är igång under till exempel problemlösning. *Platonist view*: matematiken består av sammankopplade strukturer och system som binds samman av logiska resonemang och meningsfullhet. Matematiken upptäcks, den skapas inte. Pehkonen kallar denna syn för den platonistiska synen där matematiken ses som ett formellt system. *Instrumentalist view*: matematik är en uppsättning fakta, regler och färdigheter som används av den skicklige utövaren för att nå ett mål. Matematik är en samling ändamålsenliga, med varandra orelaterade, regler och fakta. Pehkonen benämner denna syn som den instrumentella synen där matematiken kan ses som en verktygslåda. Thompson (1992) menar att lärare kan befinna sig i flera av ovanstående kategorier, även om de tycks vara motsägelsefulla, på grund av de tidigare nämnda klusteregenskaperna i de metakognitiva strukturerna.

3.4 Uppfattningar om hur matematik lärs

Hiebert och Carpenter (1992) skriver om hur man förstår matematik. Som bas för att utveckla sitt resonemang anser de att matematisk kunskap består av interna och externa representationer. Externa representationer kan till exempel vara tal, skrivna symboler, bilder eller fysiska objekt. Dessa behövs för att kunna kommunicera de matematiska idéerna. De interna, eller mentala, representationerna av den matematiska kunskapen behövs för att kunna tänka matematik. Eftersom de mentala representationerna inte kan observeras direkt bygger kunskapen om dem i hög grad på slutledningar av handlingar. Hiebert och Carpenter bygger vidare sitt resonemang genom att anta att det finns samband mellan de mentala och externa representationerna av matematik, att det finns samband mellan de olika externa representationerna och att de mentala representationerna kan relateras med varandra på ett konstruktivt sätt. Sambandet mellan det mentala och externa kan till exempel ses genom att studera hur elever skriver eller talar matematik. Det säger något om hur den mentala strukturen ser ut. När det gäller samband mellan externa representationer menar Hiebert och Carpenter att dessa ofta har formen av likheter och skillnader. Som exempel nämner de heltal som bland annat kan representeras av tal, skrivna siffror och tiobasmaterial. Samband mellan

dessa byggs genom att undersöka på vilka sätt de är lika och olika. De mentala representationerna sammanbinds i nätverk av kunskap. Författarna pekar på två olika sätt som detta nätverk kan vara uppbyggt. Det kan ha en hierarkisk struktur där vissa representationer av kunskap bygger på andra. Det kan också ha en spindelnätsliknande struktur där noderna representerar kunskap som binds samman på ett mer eller mindre avancerat sätt. Förståelse kan då ses som mer och mer strukturerade och sammanhängande nätverk. Förbindelserna i nätverket kan till exempel bestå av skillnader, likheter, inkludering och inordning. Hiebert och Carpenter skriver vidare att förståelse uppnås gradvis. Det sker genom att nätverken av kunskap utökas eller omformas. Ny information och kunskap kan läggas till den redan existerande och på så vis öka förståelsen. Det kan också ske genom att ett existerande nätverk omorganiserar genom att bryta en del av de förbindelser som finns och sedan skapa nya. Den här processen medför ofta en period med minskad förståelse innan de nya sambanden är klara (Hiebert & Carpenter, 1992, s 66ff).

Även Lester och Lambdin (2006) talar om de mentala nätverken och förståelse av matematik. ”Elevs mentala nätverk av idéer och begrepp utvecklas och växer i komplexitet och styrka när de löser problem som tvingar dem att tänka djupare samt att relatera, utvidga och förfinas sina tidigare kunskaper.” (Lester & Lambdin, 2006, s 98). De menar vidare att lärande genom förståelse, i motsats till att kopiera och memorera, är att föredra trots att det tar längre tid och är svårare att uppnå. Lester och Lambdin redovisar sex argument till varför en inriktning mot förståelse främjar lärande av matematik: *Förståelse är motiverande*. Då eleverna känner att de har förstått får de ofta en känsla av tillfredsställelse och en önskan av att lära sig mer, att skaffa sig en djupare förståelse. Uteblir förståelsen är det lätt att eleverna känner sig omotiverade och ger upp. Då behöver de motiveras med hjälp av yttre belöningar eller påtryckningar, till exempel pengar för bra betyg från föräldrar eller hot om prov från lärare. *Förståelse skapar förutsättningar för mer förståelse*. Om eleven inte har förståelse när de stöter på ett nytt problem är det svårt för dem att välja vilken metod som passar för att lösa det nya problemet, eller så används metoden på ett felaktigt sätt. Förståelse gör att när de ställs inför ett obekant problem har de bättre förutsättningar att angripa det. *Förståelse hjälper minnet*. Om eleven har ett strukturerat sammanhängande nätverk av principer blir dessa lättare att komma ihåg än om ett antal osammanhängande principer behöver memoreras. Den fjärde principen som Lester och Lambdin skriver om är att *förståelse förbättrar transfer*. Eleven använder sina gamla kunskaper för att ta sig an nya situationer. Elever som inte har denna förståelse stöter hela tiden på nya problem som de inte vet hur de ska lösa, de kan inte ta vara på sin tidigare erfarenhet. *Förståelse påverkar attityder och föreställningar*. När eleverna förstår blir de också mer positivt inställda till, ser logiken i och meningsfullheten med matematiken, vilket leder till att deras självförtroende stärks. Elever som inte förstår får däremot en negativ inställning, där de ser matematiken som något godtyckligt och mystiskt som bara vissa kan behärska. *Förståelse leder till självständiga elever*. När eleverna förstår kan de själva ställa upp sina del- och slutmål som de sedan arbetar mot, det vill säga förståelsen leder till att eleverna blir mer självständiga (Lester & Lambdin, 2006, s 98ff).

3.5 Uppfattningar om hur matematik undervisas

Kuhs och Ball (i Thompson, 1992) beskriver fyra olika uppfattningar som de funnit att lärare har om hur undervisning i matematik kan genomföras. En *elevfokuserad syn* där läraren ska ge stöd och hjälp i elevens lärande. Läraren ska ställa intressanta frågor och problemställningar, utmana eleverna att tänka och hjälpa dem att finna brister i sitt tänkande. Detta synsätt kan kopplas till en konstruktivistisk syn på matematik (problem-solving view enligt Ernest, se kap 3.3). I den elevfokuserade synen koncentreras på elevens aktiva deltagande i att

undersöka och formulera idéer. Eleven har ett stort eget ansvar för sin inläring. Kunskap bedöms utifrån graden av överensstämmelse mellan elevens idéer och den allmänt accepterade fakta som finns. Även att kunna försvara sina ståndpunkter och att kunna dra slutsatser av tillgängliga fakta är viktigt. I den *innehållsfokuserade synen med tonvikt på begreppsförståelse* är innehållet organiserat i enlighet med matematikens struktur till skillnad från den elevfokuserade synen, där det är elevens idéer och intresse som bestämmer strukturen. Här finns ett samtidigt inflytande från innehåll och elever. Den här synen betonar elevens förståelse av logiska samband mellan olika matematiska idéer. Elever ska inte bara kunna utföra procedurer utan även förstå den bakomliggande logiken. Detta sätt att undervisa följer av det platonistiska synsättet på matematik. En *innehållsfokuserad syn med tonvikt på utförande* är inriktad på att eleven ska behärska regler och procedurer. Läraren ska förevisa och förklara innehållet, medan eleven ska lyssna, svara på frågor och lösa problem med hjälp av de procedurer som läraren eller läromedlet presenterat. Detta kan kopplas till en instrumentell syn på matematik. Några viktiga egenskaper i denna syn på undervisning är att all matematik är regelbaserad, att kunna matematik är att kunna utföra de procedurer som behövs för att lösa ett problem och utförandet ska vara i princip automatiserat. Det centrala i den *klassrumsfokuserade synen* på undervisning är att aktiviteten i klassrummet är väl strukturerad och effektivt organiserad. En effektiv lärare har full kontroll på allt som sker i klassrummet. Han eller hon förklarar, delar ut uppgifter och kontrollerar elevernas arbete. Eleverna har att följa lärarens instruktioner. Innehållet i undervisningen förutsätts vara givet av skolans styrdokument (Kuh & Ball i Thompson, 1992, s 136f).

Hiebert och Carpenter (1992) har identifierat två olika sätt för läraren att lägga upp sin undervisning då målet är att bygga på elevernas interna nätverk och ge en ökad förståelse. Det första kallar de *bottom-up*. Här utgår läraren från elevernas tidigare kunskap och använder metoder som ger samband mellan denna tidigare kunskap och den nya kunskap som är aktuell. Detta arbetssätt har inga föreställningar om hur det slutliga nätverket av kunskap kommer att se ut. Det andra arbetssätt som Hiebert och Carpenter tar upp kallar de *top-down*. Här är det viktiga just hur nätverket av kunskap kommer att se ut, när eleverna uppnått en förståelse inom området. Utgångspunkten är hur samband i det mentala nätverket hos en expert inom området ser ut. Målet med undervisningen är sedan att få eleverna att se just dessa samband. Under denna process behövs ofta gammal kunskap omarbetas eller överges och gamla samband ersätts av nya. En nackdel med att bygga på elevernas tidigare kunskap enligt *bottom-up* är att den tidigare kunskapen kan vara en begränsning. Hiebert och Carpenter tar som exempel upp multiplikation av bråk och decimaltal när den tidigare kunskapen om multiplikation av heltal innebär upprepad addition. Här pekar de på sådana missuppfattningar som att multiplikation alltid ger ett större resultat, vilket ju inte alls behöver vara fallet. Ett angreppssätt enligt *top-down* kan å andra sidan göra att eleverna, eftersom läraren här i första hand inte bygger på tidigare kunskap, utvecklar separata system inom aritmetiken, där samband mellan dessa system är svaga. Det kan få till följd att eleverna har metoder och procedurer som används vid speciella problem, men inte ser sammanhången i matematiken (Hiebert & Carpenter, 1992, s 81ff).

Lester och Lambdin (2006) diskuterar hur lärare kan använda ett problembaserat arbetssätt i sin undervisning och hur de ska få kunskap i hur man tillämpar ett sådant arbetssätt. De skriver bland annat att kurser och workshops som kunskapskälla inte ger alls samma effekt som självreflektion, undervisning samt dagliga samtal med kollegor (se även Pehkonen (2001) i kap 3.2 och Rystedt & Trygg (2005) i inledningen). De refererar också en studie av Ball där det visar sig att studenter på lärarutbildningen inte får en ökad förståelse för skolmatematiken genom ett ökat antal kurser i matematik. Det som behövs i utbildningen är

tid att ”analysera matematiska idéer och relatera dessa till undervisningssituationer.” (Lester & Lambdin, 2006, s 101). Författarna påpekar att det är viktigt att lärarna förstår att eleverna ska delta aktivt i kunskapsbildningen, detta för att kunna koppla till sina tidigare erfarenheter i sitt lärande av matematik. I undervisning med problemlösning är eleverna ”aktiva deltagare i sitt skapande av kunskap snarare än passiva mottagare av regler och procedurer.” (Lester & Lambdin, 2006, s 101).

Bentley (2003) menar att påståenden om att matematikundervisningen domineras av gemensamma genomgångar och tyst räkning är allt för förenklade. ”Since a rather stereotypic picture of maths teaching is given by some researchers, a more profound description seems necessary to put forward.” (Bentley, 2003, s 200). Bentley visar på tio kvalitativt skilda sätt att bedriva undervisning. Dessa delar han in i tre huvudgrupper: helklassundervisning, gruppundervisning och individualiserad undervisning. I den typ av undervisning som benämns helklassundervisning är huvudinslagen en gemensam genomgång av läraren följt av elevernas enskilda räkning. En uppdelning i undergrupper görs med avseende på hur den enskilda räkningen är upplagd. Här finns exempel på när hela klassen håller samma tempo, när elever tillåts arbeta fortare i boken och när elever får ett mer avancerat och anpassat material att arbeta med. I den undervisningstyp som Bentley benämner gruppundervisning ger läraren instruktioner till eleverna gruppvis. Eleverna arbetar med materialet inom gruppen, tillsammans eller enskilt. Eleverna uppmanas att hjälpa varandra. Ibland finns vissa inslag av helklassundervisning. I den individualiserade undervisningen arbetar eleverna i sin egen takt med materialet. Gemensamma genomgångar förekommer sporadiskt. En uppdelning i undergrupper baseras på om läraren är reaktiv eller proaktiv. En reaktiv lärare ger individuell hjälp till eleverna när de stöter på ett problem. En proaktiv lärare har individuella eller gruppvisa genomgångar med eleverna innan de börjar arbeta. Eleverna arbetar sedan enskilt men uppmanas att hjälpa varandra i grupp.

I rapporten *Lusten att lära* skriver Skolverket (2003) om en nationell kvalitetsgranskning av lusten att lära med särskilt fokus på matematik. Bland annat har lärare fått svara på frågan om vad de anser att matematik är. I rapporten framkommer varierande svar. En del lärare anser att kursplanerna är så detaljerade att det inte finns utrymme för tolkning, det vill säga att matematik är det samma som kursplanens innehåll. För andra är matematik synonymt med lärobokens innehåll. Det framkom också ett annat synsätt där lärarna talar om matematik som en aktiv och kreativ process. Att förstå, kunna resonera och kunna kommunicera matematik är viktiga egenskaper (s 35). Skolverket frågade också lärarna vad som påverkar hur de lägger upp sin undervisning, både när det gäller innehåll och arbetsmetoder. Det framgår att två förhållningssätt är dominerande. Det ena är att läromedlet styr vad som är mål och arbetssätt. Detta är det vanligaste svaret. Det andra är att lärarna utgår från kursplanens olika målformuleringar och utifrån det väljer läromedel, material och arbetssätt. Detta gör att både lärares och elevers kreativitet får större plats i klassrummet (s 39). Skolverket nämner även hur lärare motiverar ett individualiserat arbetssätt, med enskilt räknande av samma innehåll i olika takt och svårighetsgrad. De säger att eleverna får räkna på den nivå där de verkligen befinner sig och att det är lättare att hantera stora elevgrupper med detta arbetssätt (Skolverket, 2003, s 24).

3.6 Uppfattningar om laborativ matematik

Att ha flera olika sorters externa representationer kan hjälpa eleverna till ökad förståelse. Hiebert och Carpenter (1992) pekar till exempel på nyttan med olika fysiska tredimensionella objekt. De tar till exempel upp positions- och tiobasmaterial, det vill säga kuber, stavar och skivor där storleken motsvarar talen 1, 10 och 100. Användningen av ett sådant material för förståelse av positionssystemet bygger på att de flesta barn har en förståelse för kvantiteter och att större betyder mer. Detta kan sedan kopplas till andra externa representationer, till exempel skrivna symboler. Då är det siffrornas position i talet som bestämmer hur mycket de är värda. Även operationer, till exempel plus och minus, kan representeras på detta sätt. Genom att lägga till och dra ifrån i tiobasmaterialet, och samtidigt utföra motsvarande handling med skrivna siffror och i tanken, kan kopplingar mellan de olika representationerna stärkas och en bättre förståelse erhållas. Anledningen till att ett användande av fysiska objekt i matematikundervisningen ofta ger ett gott resultat kan mycket väl bero på elevernas tidigare erfarenheter av kvantiteter och operationer på kvantiteter. Men om eleverna inte har de kunskaper om kvantiteter som läraren förutsätter när han eller hon använder till exempel ett tiobasmaterial, menar Hiebert och Carpenter att användandet av materialet på sin höjd kan ge närmast slumpmässiga samband i elevernas kunskapsnätverk. Eleverna får svårt att relatera de olika representationerna på grund av bristande förkunskaper. Vikten av att välja rätt material påpekas också genom ett exempel med tiobasmaterial där storleken på objektet har en direkt koppling till deras värde. Ett annat sätt vore att ha brickor med olika färg, där färgen representerar värde. Här är dock tilldelningen av en färg till ett värde helt godtycklig, vilket kan medföra att det blir svårare för eleverna att se de samband som läraren avser. En fördel som de fysiska objekten kan ha, som författarna tar upp, är att ge eleverna något gemensamt att diskutera. Elever med olika bakgrund och mål kan ha svårt att hitta gemensamma beröringspunkter i en diskussion om något fenomen, men de fysiska objekten kan ge den referensram som behövs för att få till stånd en utvecklande diskussion. Hiebert och Carpenter menar att genom att välja ut vissa laborativa material kan man också lyfta fram de samband som är viktigare än andra. Men det är inte säkert att eleverna ens då ser de samband som läraren förordar. Genom diskussioner i klassen mellan lärare och elever kan olika samband problematiseras och läraren kan fästa uppmärksamheten på de samband som är viktiga. Språket är alltså ett viktigt redskap för att kunna öka förståelsen (Hiebert & Carpenter, 1992, s 70ff).

Enligt Rystedt och Trygg (2005) gäller det att få eleven att gå mellan abstrakt och konkret tänkande, och vice versa, med hjälp av laborativa aktiviteter. Lärarens roll är central i genomförandet av dessa aktiviteter, ”det har stor betydelse på vilket sätt läraren leder laborationer, ställer utmanande frågor och pekar på kritiska punkter” (Rystedt & Trygg, 2005, s 22). De pekar på att det inte är det laborativa materialet som gör att eleverna utvecklar kunnande utan det är själva arbetssättet som gör det. Det får inte bli ett mekaniskt användande av materialet utan att eleverna tänker på vad de gör. Rystedt och Trygg hävdar också att studier har visat att det finns tre olika förhållningssätt hos lärare till laborativt material. I det första förhållningssättet uttrycker lärarna att det är lärobok, penna och papper samt andra enskilda hjälpmedel som eleverna använder i sitt matematikarbete. I det andra förhållningssättet finns en skiljelinje mellan yngre och äldre elever, där läraren i undervisningen av de yngre eleverna kan utnyttja föremål såsom stenar och knappar. För de äldre eleverna är lärarnas uppfattning att det inte behövs något laborativt material för att utveckla deras kunnande. I det sista förhållningssättet framhålls det laborativa materialets stora betydelse för alla elever oavsett ålder och förkunskaper (Rystedt & Trygg, 2005, s 32).

Lester och Lambdin (2006) diskuterar några av de faktorer som kan påverka användandet av ett problembaserat arbetssätt i undervisningen. En av de anledningar som är mest betydelsefulla är hur mycket tid som avsätts till lösning av problem och diskussion av olika förslag på lösningar. De säger till exempel att ”vid undervisning genom problemlösning tar diskussionen av ett problem och dess alternativa lösningar oftast längre tid än en vanlig lektion” (Lester & Lambdin, 2006, s 102). Denna tid behövs för att läraren ska kunna använda frågor av en mer begreppsrelaterad karaktär, kunna förklara en strategi eller ett underliggande resonemang. Läraren måste också, precis som Hiebert och Carpenter (1992) nämner ovan, avgöra vilka aspekter av ett problem som är särskilt viktiga att betona.

3.7 Hur kan man få tag på uppfattningar?

Calderhead (1996) beskriver ett antal metoder för att komma åt lärares uppfattningar och metakognitiva strukturer. Genom att genomföra *simuleringar* kan man få fram lärares uppfattningar om praktisk undervisning. Lärarna får beskriva hur de skulle agera i givna situationer. Det kan till exempel handla om hur lärare skulle hantera besvärliga elever i olika klassrumsmiljöer. Lärares *kommentarer* om hur de tänker, till exempel genom att direkt efter en lektion ha en strukturerad intervju med läraren så att han eller hon kan förklara varför de gjort på ett visst sätt, är ett annat sätt att komma åt uppfattningar. Det kan också vara att läraren får se en inspelning av sig själv och berätta hur han eller hon resonerade. Det finns dock en viss risk för efterhandskonstruktioner vilket gör att man måste vara försiktig i analysen av denna typ av data. Calderhead fortsätter med att beskriva metoder för att *systematiskt ta fram och presentera begreppsmässiga strukturer*. Dessa metoder kan till exempel vara bra för att följa en förändring av lärares uppfattningar och föreställningar över tid. Materialet i sådana här studier kan ofta presenteras i en lättöverskådlig matrisform. Användandet av *etnografiska studier och fallstudier* har gett mycket information om lärares tänkande och handlande. Genom intervjustudier kan komplexa samband redas ut och i en fallstudie kan forskarens relation med läraren göra att det går att prova teorierna i praktiken. Lärare kan föra *dagbok* över sin undervisning. Forskaren som tar del av dessa anteckningar kan sedan beskriva lärarnas egna teorier och perspektiv beskrivet med deras egna ord. Detta är ett sätt att visa komplexiteten i undervisning (Calderhead, 1996, s 711 ff).

3.8 Sammanfattning

I det här kapitlet har flera teorier och begrepp behandlats. Flera författare har diskuterat vad uppfattningar är. Pajares (1992) menar till exempel att alla människor har ett antal personliga uppfattningar som inte påverkas av försök till förändring. De har ofta en känslomässig bakgrund och bygger på tidigare erfarenheter. När det gäller lärare är deras uppfattningar om lärande och undervisning ofta grundade i den egna skolgången vilket medför att deras undervisning lätt faller tillbaka i gamla invanda fotspår. Lärare i matematik har uppfattningar om vad matematik är, om hur matematik lärs och om hur matematik undervisas. Det har gjorts ett flertal olika kategoriseringar av lärare med utgångspunkt i dessa uppfattningar. En lärare kan passa in i en eller flera kategorier som ibland kan vara motsägande. En kategorisering av lärare kan också ses i deras användning av ett laborativt arbetssätt. Många lärare pekar på den extra tid som måste läggas på planering och genomförande som en avgörande faktor för om de använder laborativt material. Som en förberedelse för metodavsnittet finns också en genomgång av några olika metoder för att kunna få tag på uppfattningar.

4 Metod

Metodavsnittet inleds med en motivering till metodval och därefter presenterar vi lärarna som ingår i undersökningen. Sedan beskrivs hur undersökningen har genomförts, vilket följs av en beskrivning av hur materialet har analyserats. Slutligen diskuteras etiska överväganden.

4.1 Design och datainsamling

Vårt syfte med det här arbetet var, som vi tidigare nämnt, att undersöka om, och i så fall på vilket sätt, det finns en koppling mellan lärares uppfattningar om matematik, lärande och undervisning och deras uppfattningar om ett laborativt arbetssätt. Calderhead (1996) har beskrivit några olika metoder för att få tag på lärares uppfattningar (se kap 3.7). Han nämner till exempel simuleringar, fallstudier och dagböcker. Eftersom vi var intresserade av lärares uppfattningar om matematik och ett laborativt arbetssätt valde vi att utföra en intervjustudie, med fyra frågeområden. Tanken med intervjun var att frågorna skulle vara öppna för att bättre fånga lärarnas uppfattningar. Stukát (2005) skriver om fördelar och nackdelar med olika metoder i forskningen. En av fördelarna med intervjuformen är möjligheten att ställa relevanta följdfrågor eller få ett förtydligande på någon punkt. Nackdelen med att bara ha intervjuer i en undersökning av detta slag är att vi bara får reda på respondenternas uttalade uppfattningar och åsikter, inte deras praktik. Stukát skriver att ”använda någon form av observation brukar vara lämpligast när man vill ta reda på vad människor faktiskt gör, inte bara vad de säger att de gör. Det kan vara stor skillnad.” (Stukat, 2005, s 49). En nackdel med observationer är att det är yttre beteenden som observeras, man kommer inte åt tankar och idéer. I ett mer omfattande arbete hade det varit naturligt att ha en kombination av observationer och intervjuer för att få en mera heltäckande bild.

Vi har valt att arbeta med en fenomenografisk utgångspunkt i det här arbetet. Marton och Booth (2000) beskriver vad detta innebär:

Variationen i människors sätt att erfara fenomen i sina världar är av högsta intresse för fenomenografiska studier, och fenomenografer strävar efter att beskriva den variationen. De söker det totala antalet sätt varpå människor erfar, eller är förmögna att erfara föremålet av intresse, och tolkar det i termer av distinkt skilda kategorier som fångar variationens väsen, en uppsättning beskrivningskategorier utifrån ett andra ordningens perspektiv. (Marton & Booth, 2000, s 159)

De beskrivningskategorier som omtalas ovan ställs upp enligt tre kriterier. För det första ska varje enskild kategori ha en tydlig koppling till det fenomen som undersökts och vara så välavgränsad att det inte råder något tvivel om vilka variationer som hör hemma i denna kategori. För det andra ska det finnas en logisk relation mellan de olika kategorierna. Denna koppling mellan olika kategorier har ofta en hierarkisk struktur. Det tredje kriteriet är att det ska finnas så få kategorier som möjligt. Det ”föremål av intresse” som Marton och Booth talar om i ovanstående citat är i vårt fall de olika uppfattningar som lärare har. De har skilda sätt att erfara vad matematik är, på vilket sätt man lär, hur matematik undervisas och vad som menas med laborativ matematik. Det är genom att analysera detta som vi kan få fram de olika beskrivningskategorier som sammanfattar lärarnas syn på matematik.

De fyra frågeområden som vi ville beröra var lärarnas uppfattningar inom följande områden: ämnet matematik, lärande och undervisning samt laborativt material. Frågorna redovisas i bilaga A.

4.2 Urval

I vår studie ville vi intervjua lärare som undervisar i matematik på gymnasienivå. För att kunna genomföra arbetet på den korta tid som ställts till förfogande beslutade vi oss för att använda kontakter som vi skapat tidigare i vår utbildning, det vill säga enligt tillgänglighetsprincipen. Vi ville intervjua både manliga och kvinnliga lärare som undervisar på både praktiska och teoretiska program. Vi tog personlig kontakt med nio lärare som alla gladeligen ställde upp och genomförde intervjun. I vår studie har vi således inte haft något bortfall. Intervjuerna genomfördes med fem manliga och fyra kvinnliga lärare. Fem av dem undervisar på praktiska program medan fyra undervisar på de teoretiska programmen. Två av lärarna är dessutom specialpedagoger. Lärarna har arbetat mellan 3 och 34 år som matematiklärare. Skolan som lärarna arbetar på ligger i en storstad och är en stor gymnasieskola som har både teoretiska och praktiska program. På skolan finns stor mångfald och de flesta eleverna är födda utomlands eller har föräldrar från något annat land. Nedan följer en genomgång av våra respondenter. Alla namnen är fingerade.

Stig är 59 år. Han har arbetat som lärare i matematik i 34 år. Han undervisar också i fysik.

Jan är 48 år. Han har arbetat som lärare i matematik i 17 år. Han undervisar också i kemi, naturkunskap och datorkunskap.

Per är 52 år. Han har arbetat som lärare i matematik i 12 år. Han undervisar också i datorkunskap.

Tove är 33 år. Hon har arbetat som lärare i matematik i 3 år. Hon undervisar också i datorkunskap.

Mikael är 45 år. Han har arbetat som lärare i matematik i 15 år. Han undervisar också i fysik och datorkunskap.

Christina är 39 år. Hon har arbetat som lärare i matematik i 12 år. Hon undervisar också i samhällskunskap och är specialpedagog.

Harry är 56 år. Han har arbetat som lärare i matematik i 6 år. Han är också specialpedagog.

Birgitta är 60 år. Hon har arbetat som lärare i matematik i 34 år. Hon undervisar också i naturkunskap.

Lena är 50 år. Hon har arbetat som lärare i matematik i 26 år. Hon undervisar också i kemi.

4.3 Undersökningsförfarande

Genom att genomföra en sökning i schemadatabasen för skolan fick vi fram de lärare som undervisar i matematik. Där framgick också vilka program de undervisar på. Vi gjorde en lista med fler lärare än vi egentligen behövde och började sedan kontakta dem personligen genom besök i deras olika arbetsrum. Redan vid denna första kontakt redogjorde vi för att intervjun skulle vara en del av vårt examensarbete, att medverkan var frivillig och anonym samt att intervjun skulle spelas in. När vi fått tillräckligt många respondenter formulerade vi ett e-brev där vi bekräftade tidpunkt och plats för intervjun och återigen påpekade att deras medverkan var totalt anonym, där varken namn eller skola framgår, och att intervjun skulle spelas in. Den

första av intervjuerna var planerad som provintervju, men vi fann ingen anledning att ändra på utformningen eller frågorna, så även den är inkluderad i undersökningsmaterialet.

Intervjuerna utfördes under en veckas tid med en till två intervjuer per dag. Samtliga intervjuer genomfördes i ett avskilt rum på lärarnas skola. Alla intervjuer utfördes av en person, medan den andra skötte inspelningen, skrev stödanteckningar och såg till att inte påverka intervjusituationen. Alla intervjuer utfördes på samma sätt vad gäller frågor och frågeordning samt plats och möblering. Inspelningen skedde på MiniDisc. Vi noterade att en del av respondenterna var nervösa i början av intervjun på grund av inspelningen, men för de flesta släppte nervositeten efter en kort stund. I början av intervjun talade vi om att frågorna skulle vara öppna med ett antal frågeställningar som grund. Eftersom det var öppna frågeställningar kom respondenterna ibland bort från ämnet och behövde då få en påminnelse om vad frågan var. I slutet av intervjun fick respondenterna tillfälle att tänka igenom frågorna en gång till och möjlighet att göra tillägg. De flesta av intervjuerna varade mellan 20 och 30 minuter.

Efter att en intervju genomförts diskuterade vi kort igenom vad vi tyckte var viktiga synpunkter och uppfattningar i intervjun. Därefter påbörjades transkriberingen där hela intervjun skrevs rent så ordagrant som möjligt. Även en del kommentarer inom hakparenteser skrevs för att förtydliga syftningar som från muntligt tal till skriven text inte alltid framgår. Därefter påbörjade vi analysarbetet.

4.4 Analyismetod

Med utgångspunkt i de fyra frågeområden som vi använt oss av läste vi igenom alla intervjuer och identifierade vilka uppfattningar som hör samman med vilken fråga. Detta färgkodade vi i transkriptionerna, så kallad open coding, för att skapa en bättre överblick över innehållet. Därefter sammanfattade vi varje lärares uppfattningar inom de olika frågeområdena. Detta gjorde att vi kunde urskilja ett mönster i lärarnas uppfattningar. Vi noterade viktiga begrepp hos varje lärare och vissa av dessa återkom hos flera lärare. Inledningsvis grupperade vi dessa begrepp i fem kategorier:

1. vardagsbehov, medborgarkompetens, hjälpmedel för samhället
2. redskap, problemlösning, hjälpmedel för naturvetenskapen
3. logisk, tankestrukturer, tankesätt
4. språk, som att lära sig ett språk
5. allt, matematiken finns överallt

Vi försökte på detta sätt kategorisera lärarnas uppfattningar i beskrivningskategorier som utformades utifrån de kriterier som det fenomenografiska arbetssättet föreskriver. De ursprungliga kategorierna reducerades i detta skede till tre kategorier. De första två kategorierna slogs samman eftersom de hade många gemensamma delar. Den femte kategorin utökades med att inkludera uttalanden om matematikens skönhet. Vi beslöt också att utesluta den fjärde kategorin, språk, eftersom den till största delen avsåg hur matematik lärs och inte vad matematik är. De slutliga kategorierna benämnde vi vardagslivet, tankestrukturer och matematikens skönhet. Dessa kategorier beskrev vi med utgångspunkt i lärarnas uppfattningar om vad matematik är.

4.4.1 Reliabilitet

Frågan om reliabilitet behandlar tillförlitligheten i resultaten, det vill säga om andra personer kan upprepa undersökningen och komma fram till samma resultat. Vi tror att en undersökning som använder sig av de kategorier som beskrivits ovan skulle kunna ge samma resultat som

denna undersökning. Dock tror vi att det faktum att det är människors uppfattningar som undersöks, och inte faktiska sakförhållanden, gör att en ny undersökning lika gärna kan ge ett annorlunda resultat. Även vårt snäva urval av lärare, med avseende på skola och ålder, tror vi ger en minskad reliabilitet. Stukát (2005) nämner några sätt att kontrollera reliabiliteten hos en undersökning. Vi skulle till exempel kunnat upprepa undersökningen eller låtit andra personer utföra samma undersökning. Ett liknande resultat skulle då tyda på en hög reliabilitet. Att upprepa undersökningen med samma respondenter skulle förmodligen ha gett ett annorlunda resultat. Respondenterna skulle nu ha varit medvetna om syftet med arbetet och därför inte svara på samma sätt, vilket skulle ge ett intryck av låg reliabilitet. Ytterligare ett sätt att kontrollera reliabiliteten skulle kunna vara att låta någon utomstående analysera våra intervjuer och sedan jämföra resultatet (Stukát, 2005, s 126).

4.4.2 Validitet

Frågan om validitet behandlar giltigheten i resultaten, om arbetet undersöker det som det är avsett att undersöka. I vårt arbete var vi intresserade av att få tag på respondenternas uppfattningar i olika frågor. För att genomföra detta använde vi oss av en intervju med relativt öppna frågor. När det gäller uppfattningar om vad matematik är och hur matematik lärs tror vi att intervjuformen ger en ganska bra bild av dessa. För uppfattningar om hur matematik undervisas och uppfattningar om laborativ matematik tror vi att intervjuer bara ger en begränsad bild av lärarnas uppfattningar. Genom en komplettering med observationer skulle validiteten öka, speciellt när det gäller uppfattningar om vad laborativ matematik är och hur det används. Olika tolkningar av oss och respondenterna om vad ett laborativt arbetssätt innebär hade förmodligen blivit tydligare om vi hade haft möjlighet att observera lärarna under ett antal lektioner. Validiteten i en undersökning där analysen, som i vår, leder till ett antal beskrivningskategorier beror också på hur väl dessa kategorier återspeglar respondenternas uppfattningar.

4.4.3 Generaliserbarhet

Respondenterna i vår undersökning arbetar alla på samma skola. De arbetar inom samma skolkultur och kommer i kontakt med elever av liknande bakgrund. Vi har inte eftersträvat någon representativitet för lärarkåren som helhet då vi gjort vårt urval. Vi har istället använt oss av tillgänglighetsprincipen vilket medfört att de flesta i vår undersökning är i samma ålder och har arbetat som lärare under ett flertal år. De har en liknande egen skolgång och lärarutbildning. Allt detta sammantaget gör att vårt arbetes resultat inte kan generaliseras i någon större utsträckning.

4.5 Etiska överväganden

Vi har informerat respondenterna om att det är en del av vårt examensarbete. Innan intervjun har vi inte klart formulerat vårt syfte med arbetet eftersom vi ville att respondenterna skulle ha ett så öppet sinne som möjligt och inte rikta fokus mot det de trodde att vi var ute efter. Vi var ute efter deras oreflektade tankar och uppfattningar. Efter intervjun förklarade vi vårt syfte med arbetet. Respondenterna fick också information om att medverkan var frivillig, men ingen avböjde att medverka. Vi påpekade vid upprepade tillfällen att medverkan i studien är helt anonym. Vi förklarade att vi kommer att byta ut deras namn och dessutom kommer det inte att framgå vilken skola de arbetar på.

5 Resultat

Det här kapitlet är uppdelat i två delar. Den första innehåller en redogörelse av de kategorier som vi har använt för att beskriva lärarnas uppfattningar. I den andra delen tar vi upp viktiga åsikter hos de enskilda lärarna.

5.1 Beskrivningskategorier

Genom vår intervjustudie har vi upptäckt några olika kategorier att dela in lärarnas synsätt i. Två kategorier beskriver lärarnas förhållningssätt till matematik och elever och dem kallar vi för *vardagslivet* och *tankestrukturer*. Den tredje kategorin som vi hittat handlar om lärarnas personliga syn på matematik som vi kallar *matematikens skönhet*.

5.1.1 Vardagslivet

Flera lärare ser matematikundervisningen som ett sätt att förbereda eleverna på det kommande livet. Både som en förberedelse för yrkeslivet och att utveckla en god medborgarkompetens. Per uttrycker detta när han pratar om användningsområden för matematiken: ”det är just det att man kunde få våra elever, de yrkesinriktade, att förstå sammanhanget där att det faktiskt finns en anledning, det finns ett användningsområde för matten, i yrket och det övriga vardagslivet” (Per). Även Harry pratar om matematikens betydelse där det är olika behov som styr vad som är viktigt. Han vill att matematiken ska vara sådan att man kan ”få användning för den även i sitt dagliga liv, då man inte jobbar på hotell och restaurang för så kanske man räknar mycket med kilo, liter, vikt och volym. Är det byggnad så är det något annat, som ekonom så är det ytterligare något annat” (Harry).

Upplägget av undervisningen kan se ut på lite olika sätt, men det vanligaste är lärarledda genomgångar och eget räknande för eleverna. Oftast fokuseras det på att procedurer ska gås igenom och övas. Mikael har ofta en genomgång och sedan menar han att ”eleven kan ju sitta och räkna uppgifter i en bok eller läsa teori i en bok, men man kan ju också göra praktiska saker för att lära sig samma moment. En kombination av de sakerna tror jag är det bästa. Så att man får en bredare förståelse för saker och ting.” (Mikael). Han pekar alltså på att ett visst mått av laborativa inslag kan berika undervisningen, men det får inte bli för mycket. Flera av lärarna inom den här kategorin har en uppfattning om att laborativ matematik kan vara bra till viss del men att användandet inte får ta för stor del av undervisningen. Det pekar på att de inte har några belägg för att det kan vara bra eller dåligt. Lärarna på de praktiska programmen har fler laborativa inslag som dessutom är kopplade till de program som eleverna läser.

5.1.2 Tankestrukturer

Några lärare ser matematikundervisningen som ett sätt att utveckla elevernas tankesätt kring matematik. En del av undervisningen går ut på att eleverna och läraren diskuterar kring begrepp och försöker se samband i matematiken. Lena pekar på att matematikens struktur och sättet att tänka inom matematik är viktigt. ”Det är ju tankestrukturer, det är det man lär ut, ett sätt att tänka. [...] Det är ju det som måste vara målet för oss, att de kan se strukturen, sen kanske vi inte lyckas med alla.” (Lena). Tove pratar om att hjälpa eleverna att lära sig de begrepp som ingår i de olika områdena. Hon ser det som särskilt viktigt när eleverna inte har svenska som modersmål. ”Och jag ser, jag uppmuntrar att de skall träna mer, läsa mer och frågar hur de resonerar och så. På så sätt så strukturerar jag faktiskt om jag stöter på någon fråga.” (Tove). Lärarna uppmuntrar till gruppdiskussioner och att läraren inte nödvändigtvis

behöver gå igenom materialet vid tavlan. Eleverna kan istället vara drivande i diskussionen med läraren som stöd.

Lena använder ett laborativt arbetssätt i ungefär samma utsträckning som lärarna i den första kategorin och inom samma områden som dem. Tove använder däremot ett laborativt arbetssätt i större utsträckning. Hon har ambitioner att utveckla användandet men är ännu i början av att utforma undervisningen och kommer senare att avgöra om det ger de positiva effekter som hon hoppas på.

5.1.3 Matematikens skönhet

I en annan kontext, där några av lärarna beskriver sina egna känslor för matematik i stället för ett elevfokuserat perspektiv, kommer det fram att matematikens väsen finns överallt. De har lite olika synsätt beroende på om de pratar om den egna personliga matematiksynen eller den syn de använder i sin undervisning. Det uttrycker Tove och Christina på följande sätt: ”För mig är det allt faktiskt. ... Man tittar, man ser olika liksom tankesätt, att det finns överallt matte, så matematik är för mig överallt.” (Tove) ”Men matematiken finns ju i allt, från mönster och konst till vardagsituationer” (Christina).

En tanke är att det finns en inneboende skönhet i matematiken. Detta uttrycker Birgitta som att ”samtidigt finns det ju också en skönhet i matematiken som alla kanske inte har förmåga att upptäcka” (Birgitta).

Denna kategori återspeglar alltså den personliga inställningen hos läraren och det verkar inte som om deras syn på hur eleverna ska lära sig matematik påverkas av detta. Det är istället någon av de andra kategorierna som sätter prägel på undervisningen.

5.2 Lärarnas uppfattningar

I den här delen redovisas lärarnas enskilda åsikter. Detta sker genom en repetition av lärarens bakgrund och några utvalda citat ur intervjuerna. Alla lärare svarar ungefär samma sak när de får frågan om inom vilka områden som de använder laborativ matematik. De nämner framförallt geometri och statistik, och i viss mån ekvationer. Även sannolikhetslära, funktioner och procent förekommer.

5.2.1 Stig

Stig är 59 år och har arbetat som lärare i matematik i 34 år. Han undervisar också i fysik. Stig passar in i kategorin vardagslivet. Han ser ett tydligt yrkesbehov för matematik, en förberedelse för yrkeslivet.

- För att samhället ska gå framåt är det oerhört viktigt att personerna verkligen får lära sig matematik.

När Stig talar om hur matematik lärs använder han följande metafor:

- Man ska bygga upp det hela, jag ser matematiken just när man lär in man får inte ha ett stort kvadratisk golv där man sveper omkring och sopar lite här och där. Utan det skall vara en smal gång där man sopar från ena sidan till andra sidan och får med sig allt skräp då och då är det inte skräp utan matematik istället som man får med sig. Och man ser att man går framåt och man kan gå tillbaka och få en bredare och bredare förståelse. Så man ska känna trygget i det man gör.

I grundskolan anser Stig att grunderna i matematiken ska nötas in genom att öva. På gymnasiet finns det i så fall utrymme för att resonera kring begrepp och få en djupare förståelse.

- De har inte förstått algebran alltså. Man måste kunna språket först och man måste kunna testa det. Och det måste övas om och om igen på högstadiet inte bara en gång utan minst tjugo gånger.
- Det är det som är viktigt. Det är inte målet att läraren ska kunna visa för eleverna utan eleverna ska kunna visa för varandra och för läraren hur det hänger ihop och kunna förklara och resonera.

Stig ser stora problem då eleverna är på olika nivå i sina kunskaper. Det är då nödvändigt att individualisera. Detta gör att eleverna aldrig får diskutera med varandra.

- För man ska prata matematik som i Finland. Finland ligger bäst till visst i Europa och vad jag läste i våra facktidskrifter så pratar man matematik i Finland. Detta att man ska kunna prata matematik och diskutera innan man slår på räknaren. Det är med andra ord hur det [lärandet] går till.

Stig använder inte ett laborativt arbetssätt i någon större utsträckning. Han menar att han inte kan tillräckligt mycket om laborativt material för att använda sig det. Han skulle vilja ha fortbildning.

- Jag skulle vilja föra in det mer naturligtvis men då måste jag lära mig, fortbildning i det. Och det måste finnas, det ska vara lätt och på gymnasienivå vet jag inte hur man gör det.

Stig anser att användningen av olika hjälpmedel kan vara en tillgång i undervisningen, men de får inte användas i så hög grad att den grundläggande förståelsen drabbas.

- Då blir det fragmentariskt och man lär sig just det här materialet och så ”vad intressant” och så ser man inte något sammanhang.

Sammanfattning: Stig hamnar i kategorin vardagslivet. Han anser att eleverna ska kunna förklara idéer och begrepp för varandra och läraren. Han använder inte ett laborativt arbetssätt i någon större utsträckning eftersom han inte vet hur man gör.

5.2.2 Jan

Jan är 48 år och har arbetat som lärare i matematik i 17 år. Han undervisar också i kemi, naturkunskap och datorkunskap. Jan passar in i kategorin vardagslivet, han ser matematik som ett hjälpmedel för att samhället ska fungera och att det handlar om att lära sig procedurer. Han ser gruppövningar och diskussioner som viktiga inslag i undervisningen, då eleverna får en möjlighet att lära av varandra. Men det är också viktigt att räkna i boken.

- Jag har svårt att tänka mig att man kan leka in matematik, men jag kanske har helt fel. Men, så känner jag i alla fall direkt, att ju mer man räknar desto bättre går det för dem.

Jan tycker också att matematik är som ett språk och att det är som att lära sig ett språk.

- Det är ett språk kan man säga som alla talar fast vissa har ju svårt att uttala orden. ... Jag tror att det är som starka verb, man måste traggla in det, man måste öva in det.

Jan använder inte laborativa inslag i någon större utsträckning. Han nämner volymmätningar och spelet Plump. Jan menar att användningen av ett laborativt arbetssätt beror på vilka elever som är inblandade, de har olika stort behov av konkretisering.

- Som lärare måste man känna att det ger någonting till eleverna. Jag tror att om man tar duktiga elever då kan det nästan vara lite onödigt. För de behöver det här abstrakta tänkandet. [---] Man måste lära sig tänka utan att få det konkret, jag tror det är viktigt. Medan svaga elever som inte klarar av det annars, klart de måste ju ha det. Men det är ju någonting som man skulle kunna vilja utveckla, på något sätt. Jag vet inte hur mycket sådant [laborativt] material det finns.

Jan anser också att det kan finnas en övertro på olika hjälpmedel, till exempel datorer. Många av eleverna gör bara precis vad de behöver och Jan anser att det skulle de lika gärna kunna göra med papper och penna.

- Men värt att utveckla [det laborativa] men man måste göra det också och allting tar tid. Det är svårt att jobba med någonting man inte är 100 % säker på att det kommer att lyckas. Då ger man det inte en chans.

Sammanfattning: Jan passar in i kategorin vardagslivet. I undervisningen ser han räkning som viktigt men även diskussioner. Jan använder inte laborativa inslag i någon större utsträckning, han nämner att man som lärare måste vara säker på användningen för att vilja satsa på ett laborativt arbetssätt.

5.2.3 Per

Per är 52 år och har arbetat som lärare i matematik i 12 år. Han undervisar också i datorkunskap. Per har åtminstone två uppfattningar om vad matematik är. Den ena uttrycker hans personliga hållning.

- Annars tycker jag ju personligen att det är väldigt roligt med matte. Jag ser det som nåt, vad ska man säga, utvecklande för en själv. Man tränar sig i att tänka kreativt och lösa problem och så vidare va.

Pers andra uppfattning återspeglar hans syn på matematik i undervisningssituationen. Här fokuserar han på att matematik har användningsområden inom både vardags- och yrkesliv.

- Det är just det att man kunde få våra elever, de yrkesinriktade, att förstå sammanhanget där att det faktiskt finns en anledning, det finns ett användningsområde för matten, i yrket och det övriga vardagslivet.
- Därför är det lite svårt att svara på fråga hur man lär sig matte. Man borde alltså lära sig mer att koppla det, att tillämpa det mer på samhället i stort och få bort dem [eleverna] från tanken att det är ett separat ämne som man bara måste göra och jobba med. Så det vore intressant om man kunde få dem att se matten i alla andra sammanhang.

Per försöker i sin undervisning göra det så konkret som möjligt för eleverna och han har som mål att koppla i så stor utsträckning som möjligt till karaktärsämnen på det program som eleverna läser. Vidare menar Per att ett laborativt arbetssätt kan tillämpas på i stort sett alla områden. Det är dock svårt att använda till allt eftersom det tar tid att genomföra.

- Men i princip kan du använda dig av laborativa metoder i allt. Men som sagt var, jobba enbart på det viset då tror jag att de tröttnar och dessutom är det lite tidskrävande om man liksom ska göra det ordentligt och om man ska göra dokumentationer och så vidare. Det tar ju lite tid så att lagom är bäst.

Per nämner några olika områden där han använder ett laborativt inslag. Han låter eleverna göra en undersökning i statistik och restaurangeleverna får räkna på procentförlust då de filear en plattfisk.

Sammanfattning: Per hör hemma i kategorin vardagslivet och på ett personligt plan även i kategorin matematikens skönhet. Han betonar vikten av att eleverna ser användningen av matematiken. Han använder ett laborativt arbetssätt i samarbete med karaktärsämneslärarna.

5.2.4 Tove

Tove är 33 år och har arbetat som lärare i matematik i 3 år. Hon undervisar också i datorkunskap. Toves uppfattning om matematik uttrycker tydligt att matematiken finns överallt. Hennes uppfattningar passar in i både kategorierna tankestrukturer och matematikens skönhet.

- För mig är det allt faktiskt. ... Man tittar, man ser olika liksom tankesätt, att det finns överallt matte, så matematik är för mig överallt.

Tove pratar om matematikens logiska uppbyggnad och hur hon frågar hur eleverna tänker.

- Och jag ser, jag uppmuntrar att de skall träna mer, läsa mer och frågar hur de resonerar och så. På så sätt så strukturerar jag faktiskt om jag stöter på någon fråga.

Tove pekar på betydelsen av att använda de matematiska begreppen i sin undervisning, så att eleverna blir bekväma med dem att de inte orsakar några bekymmer när de dyker upp på det nationella provet.

- Så jag började att använda de här orden så att när de sitter med de här frågorna på provet så har de en aning om vad det betyder.

Tove har lärt sig de matematiska begreppen på svenska i vuxen ålder. Hon har bara bott tre år i Sverige.

- I början var det lite svårt med språket, termerna och så. Det var helt nytt för mig, eller hur ... liksom barn lär sig ett nytt språk. Jag hade inte planerat att jag skulle flytta till ett nytt land, det var inte planerat eller någonting.

Tove försöker uppmuntra eleverna att träffas utanför lektionstid för att till exempel arbeta med en inlämningsuppgift.

- Inlämningsuppgifter det brukar jag göra för att de skall känna att de har kontroll och gruppdelning, laborationer, då har jag laborativa uppgifter

Tove har inte använt ett laborativt arbetssätt förrän den här terminen. Hon har nu tillsammans med en annan lärare beställt ett material med flera inslag av laborativ matematik och försöker använda det i sin undervisning. Om hon märker att detta fungerar på ett tillfredsställande sätt kommer hon att fortsätta med det.

- Så vi kommer på olika resultat och så, och diskuterar om varför det inte blev så. Det [laborativa] förstärker elevernas tankesätt ...

Tove uttrycker en medvetenhet om språkets betydelse i lärandet av matematik. Hon jobbar mycket med matematikens begrepp och vill att eleverna ska diskutera mycket tillsammans.

Sammanfattning: Tove hamnar i kategorierna tankestrukturer och matematikens skönhet. Hon använder ett laborativt arbetssätt i större utsträckning än de flesta av lärarna i studien.

5.2.5 Mikael

Mikael är 45 år och har arbetat som lärare i matematik i 15 år. Han undervisar också i fysik och datorkunskap. Mikael ser matematiken som ett redskap för att klara sig i samhället och för att förklara och lösa naturvetenskapliga problem.

- Det kan vara vardagsmatematik där man ska klara sig i vardagen, de här allra enklaste sakerna som att man ska gå och handla i affären och klara vardagsbekymmer. ... Sen är ju matematiken en del också i naturvetenskapen som jag tycker är rolig. Det är den som jag tycker är mest intressant själv kanske, där man alltså använder matematiken som ett hjälpmedel för att förklara naturvetenskapliga problem och så vidare.

För att eleven ska komma igång med sitt lärande anser Mikael att det är viktigt att någon visar hur det går till.

- Jag tror det är viktigt med en genomgång och sen måste man själv sätta sig in i vad detta innebär och det kan man göra på olika sätt. Föreläsaren kan ju rent bara teoretiskt beskriva någonting. Han kan även då lite mera praktiskt beskriva saker och ting, använda hjälpmedel.

Även för eleverna tycker Mikael att en kombination av det teoretiska och praktiska är en fördel.

- Eleven kan ju sitta och räkna uppgifter i en bok eller läsa teori i en bok, men man kan ju också göra praktiska saker för att lära sig samma moment. En kombination av de sakerna tror jag är det bästa. Så att man får en bredare förståelse för saker och ting.

Mikael förbereder sina lektioner grundligt genom att fundera igenom hur ett visst moment kan framställas. Han vill ha flera alternativförklaringar.

- När man ser att man inte får med sig eleverna så får man försöka komma in på ett annat spår och det är mycket tanke bakom och funderingar när man ska gå igenom någonting. Jag lägger ned ganska mycket tid på det.

Mikael menar att ett laborativt arbetssätt är ett hjälpmedel för att illustrera teorier och begrepp. Det passar dock bättre till vissa avsnitt och Mikael nämner grundläggande räknefärdigheter som ett område där det till och med kan krångla till saker och ting. Han menar också att läroböcker ofta innehåller en del laborativa inslag.

- Jag tycker inte man ska skilja heller då det laborativa från läroboken. Mycket i läroboken är ju laborativt också. Där finns det ju moment med laborativa saker så att jag ser inte den gränsen så att antingen ska man använda läroboken eller så ska man använda laborativt.

Sammanfattning: Mikael passar in i kategorin vardagslivet. Han anser att ett laborativt arbetssätt kan vara ett hjälpmedel för att illustrera teorier och begrepp i vissa fall.

5.2.6 Christina

Christina är 39 år och har arbetat som lärare i matematik i 12 år. Hon undervisar också i samhällskunskap och är specialpedagog. Christina har två synsätt på vad matematik är. En personlig syn som pekar på skönheten i matematiken och en syn som fokuserar på användbarheten för att klara sig i samhället, vilket placerar henne i kategorierna matematikens skönhet och vardagslivet.

- Men för mig personligen så är det någonting som jag själv tyckt att det har varit roligt för mig själv, kan man säga. Men matematiken finns ju i allt, från mönster och konst till vardagssituationer. Och matten, man behöver ju matten för att klara sig, och så.

Precis som Jan menar Christina att lära sig matematik är som att lära sig ett språk.

- Många elever kan en del matte, men de kan inte språket, alltså de kan inte skriva skriftspråket så.

När det gäller hur elever lär sig matematik har Christina liknande uppfattningar som många andra av de lärare vi har intervjuat.

- Som elev så är det bra också att få någonting beskrivet för sig eller alltså typ på det sättet. Men sen så tror jag att det handlar mycket om att öva också. Och sen så handlar det om att fundera ut själv.

Hon menar också att det handlar om att medvetandegöra eleverna om vad de redan har för kunskaper.

- Till exempel så har vi ju väldigt många elever på gymnasiet som säger att de aldrig har kunnat lösa en ekvation, och där här med x och så förstår de inte. Men om man jobbar med den här klassiska med muggar och pärlor eller så där, och de sätter nya så där... Nämnaren, Emanuelssons, så kan de ju leka den leken, så de kan ju egentligen lösa ekvationer, fast det gäller att medvetandegöra dem.

Christina menar att undervisningen måste ha en struktur, att man arbetar efter en planering, så att eleverna vet vad det är som gäller. Det är viktigt att eleverna inser att det krävs en egen insats. Christina trycker på att en stor del av matematikundervisningen handlar om att eleverna utvecklar ett gott självförtroende och känner glädje. Christinas första association när vi nämner laborativ matematik är att de på skolan hade mycket mer utrustning förr. Men i övrigt menar hon att det handlar om att föra in gruppdiskussioner och ett aktivare arbetssätt för eleverna.

- Ja, jag tänker på att diskutera ett problem i grupp, laborativ matematik, och det tycker jag är en viktig del som jag försöker göra på alla avsnitt som vi jobbar med, det går ganska bra. [---] Ett aktivare arbetssätt för eleven kan man säga, kanske jag tänker lite.

Sammanfattning: Christina hör hemma i kategorierna vardagslivet och matematikens skönhet. Hon pekar på betydelsen av ett strukturerat arbetssätt och att undervisningen till stor del handlar om att få eleverna att utveckla ett gott självförtroende. Christina menar att gruppdiskussioner och ett aktivt arbetssätt för eleverna är viktigt.

5.2.7 Harry

Harry är 56 år och har arbetat som lärare i matematik i 6 år. Han är också specialpedagog. Harry pekar på betydelsen av matematiken i det vardagliga och i yrkeslivet. Att det är olika behov som styr vad som är viktigt. Vilken yrkesroll eleverna kommer att få i framtiden.

- ... att få användning för den även i sitt dagliga liv, då man inte jobbar på hotell och restaurang för så kanske man räknar mycket med kilo, liter, vikt och volym. Är det byggnad så är det något annat, som ekonom så är det ytterligare något annat.

Harry försöker att lägga upp sin undervisning så konkret som möjligt. Bland annat ritar han bilder och använder enkla hjälpmedel för att illustrera. Han har en modell av ett hus för att visa hur många gavlar och väggar där finns, han använder böror i snusdosor för att illustrera ekvationer och han låter eleverna mäta upp ett rum med tumstock.

- Jag ska ta ett exempel, vi tar geometrin så är det ofta i en mattebok en husgavel. Den visar att den har en viss bredd och en viss höjd och sedan så står det i texten att väggarna är fyra-fem meter långa och då ser man [syftar på eleverna] inte väggarna, man ser inte huset heller, man ser bara en husgavel. Ställer jag frågan hur många husgavlar har huset? ”Ja det är en.” Hur ser taket ut då om det skulle ligga ovanpå där? Då ser de inte ens det knappt, att det börjar luta neråt. Utan då har jag gjort så att jag har klippt ut i kartong figurer så att jag har en gavel och en vägg och frågar hur många väggar är det då? Ja, då ser de att det är två väggar och två gavlar. Så mycket jobbar jag.

Han påpekar att han tagit inspiration av olika matematikdidaktiker genom böcker och föreläsningar, till exempel Wiggo Kilborn och Gudrun Malmer. Harry nämner också att när eleverna börjar förstå så blir matematiken rolig vilket ökar självkänslan och skapar en positiv spiral.

- Men sen är det de som kommer underfund med och det börjar fungera och rulla, de tycker att det är roligt. Det kan till och med vara så att någon säger att ”jag tror att jag ska ta B-kursen efter det här”. Då har man ju kommit långt. Det handlar först och främst, allt det här handlar om att skapa en självkänsla, att jag kan jag också.

Sammanfattning: Harry hamnar i kategorin vardagslivet. Han försöker lägga upp sin undervisning på ett konkret sätt och använder ett laborativt arbetssätt i så många moment som möjligt.

5.2.8 Birgitta

Birgitta är 60 år och har arbetat som lärare i matematik i 34 år. Hon undervisar också i naturkunskap. Även Birgitta uttrycker två olika uppfattningar om matematik: en personlig där hon betonar matematikens skönhet och en uppfattning där nyttan och användbarheten står i centrum.

- Och för eleverna nu så gäller det att få kunskap som man kan använda sig av. Men samtidigt så är ju matematiken ett ämne i sig, lever ett eget liv. Men det är viktigt också att kunna använda matematiken och tillämpa den, alltså att finna tillämpningar, som man ser att man har nytta av matematiken. Men samtidigt finns det ju också en skönhet i matematiken som alla kanske inte har förmåga att upptäcka.

Birgitta pekar på att det finns några olika sätt att lära. Det finns olika lärstilar exempelvis visuell och auditiv.

- Visuellt, att kunna se det framför sig. En del personer kanske kan läsa igenom en text och förstå. Någon kanske lyssnar och förstår på det viset, så att det är... Och då måste man göra på olika sätt, så att alla har möjlighet att förstå och lära sig.

Brigittas undervisning på hotell- och restaurangprogrammet präglas inledningsvis av arbetet med enheter, till exempel genom att göra receptomvandlingar.

- Så vi försöker ändå samarbeta med karaktärsämneslärarna, så att matematiken utnyttjas på ett vettigt sätt. Ibland har vi gjort så att vi har lagt en del av kursen i köket så att mattelärarna har varit med när de börjar då och sett till att de klarar det här med liter och deciliter och gram och kilo och tekoppar och kaffekoppar och matskedar och så.

Den laborativa matematiken försöker Birgitta att använda på ungefär samma innehåll som andra lärare i vår studie. Hon har också använt det i samarbete med karaktärsämneslärare på hotell- och restaurangprogrammet där eleverna fick räkna på matkorgar, göra menyer och räkna på intäkter och kostnader.

Sammanfattning: Birgitta passar in i kategorin vardagslivet och på ett personligt plan även i kategorin matematikens skönhet. Hennes matematikundervisning har en koppling till karaktärsämnen vilka också återspeglas i användandet av laborativa material.

5.2.9 Lena

Lena är 50 år och hon har arbetat som lärare i matematik i 26 år. Hon undervisar också i kemi. Lena passar in i kategorin tankestrukturer. Hon menar att det är viktigt att förmedla matematikens struktur, så att elever kan få en känsla för sammanhången i matematiken.

- Det är ju tankestrukturer, det är det man lär ut, ett sätt att tänka. [---] Det är ju det som måste vara målet för oss, att de kan se strukturen, sen kanske vi inte lyckas med alla.

När Lena talar om hur matematik lärs och när elever förstår pekar hon återigen på att se samband i matematiken.

- Jag tror att det är jätteolika för olika människor. Men jag tror att det är när man ser att det hänger ihop, att det inte är trolleriformler.

Lena menar att det är viktigt med gemensamma genomgångar och att eleverna sedan får möjlighet att öva. De gemensamma genomgångarna kan ta olika uttryck.

- ... och sedan tror jag ju faktiskt på det här med genomgångar, inte genomgångar där det betyder att jag står och skriver och pratar utan att vi faktiskt diskuterar tillsammans.

När det gäller laborativ matematik nämner Lena främst geometri, men även i viss mån procent och ekvationer. Totalt sett använder hon dock inte laborativt material i någon större utsträckning.

- Ibland så känner jag, dels är jag dålig på att använda det, ibland så känner jag att det blir mer yta än innehåll. Nu slänger vi fram det där som var kul, stavar här, det är inte alltid att det ... då ska man ha tänkt hela vägen.

Sammanfattning: Lena hör hemma i kategorin tankestrukturer. Hon har en ganska traditionell undervisning med gemensamma genomgångar som följs av att eleverna får öva, men hon menar att vid genomgångar diskuterar hon med eleverna. Lena använder inte laborativt material i någon större utsträckning.

6 Diskussion

Detta kapitel inleds med en resultatdiskussion där vi poängterar några viktiga resultat i studien och kopplar litteraturen till några av de tankar och idéer som lärarna har. Vi tar också upp konsekvenser för läraryrket, studiens begränsningar och syfte samt några förslag till vidare forskning.

6.1 Resultatdiskussion

Vi har i vår studie inte kunnat se något samband mellan synen på matematik, lärande och undervisning och användandet av ett laborativt arbetssätt. Vi tror oss däremot kunna se att lärarnas uppfattningar om laborativa inslag istället beror på deras bakgrund. Lärarens egen skolgång och lärarutbildning tror vi spelar en större roll än synen på matematik. Detta stämmer också med den forskning som bland annat Pajares (1992) redovisar. Beroende på ålder och tidigare erfarenhet i den egna skolgången påverkas lärarens uppfattningar om laborativa inslag. Tove och Lena har liknande syn på vad matematik är och på vilket sätt man lär sig matematik men de har olika syn på de laborativa inslagen.

6.1.1 Att förändra uppfattningar

De flesta lärarna i vår intervjustudie verkar inte vilja förändra sin undervisning i riktning mot ett större användande av ett laborativt arbetssätt. Pehkonen (2001) skriver om några olika kriterier som behöver vara uppfyllda för att ett förändringsarbete ska kunna ske (se kap 3.2). Bland annat nämner han att läraren måste bli utmanad i sina uppfattningar, att han eller hon upptäcker en störning eller inkonsekvens i sitt sätt att tänka. Vi tror att lärarna i vår studie inte har upplevt en störning och därför inte heller utvecklar ett engagemang för eller skapar en vision om hur undervisningen skulle kunna förändras. De måste också inse sitt eget ansvar för att genomföra förändringar och inte förvänta sig att någon annan ska ta tag i förändringsarbetet. En av lärarna, Tove, håller dock på att förändra sin undervisning mot ett mer laborativt arbetssätt. En anledning skulle kunna vara att hon för några år sedan flyttade till Sverige, vilket innebar att hon kom till en ny kultur och fick lära sig ett nytt språk. I matematik innebar det att hon fick lära sig alla begrepp på svenska som hon redan behärskade på sitt modersmål. Hon har upptäckt att matematiken har olika innehåll och undervisas på olika sätt i de båda länderna. Detta har lett till att hon har förändrat sina uppfattningar. Vi tror att eftersom Tove redan befinner sig i en förändringsprocess så har hon också lättare för att förändra sin undervisning.

6.1.2 Uppfattningar om matematik

Våra beskrivningskategorier, *vardagslivet*, *tankestrukturer* och *matematikens skönhet*, kan passas in i de kategorier som Ernest (i Thompson, 1992) beskriver (se kap 3.3). I vår kategori vardagslivet kan vi se spår av både platonistiskt och instrumentellt synsätt. Matematiken ses som ett formellt system och som en verktygslåda. ”Jag har svårt att tänka mig att man kan leka in matematik, men jag kanske har helt fel. Men, så känner jag i alla fall direkt, att ju mer man räknar desto bättre går det för dem.” (Jan). I kategorin tankestrukturer passar det konstruktivistiska synsättet in. Matematiken är ett ständigt expanderande fält av mänskligt skapande och utvecklande. ”Det är ju tankestrukturer, det är det man lär ut, ett sätt att tänka. [---] Det är ju det som måste vara målet för oss, att de kan se strukturen, sen kanske vi inte lyckas med alla.” (Lena). Kategorin matematikens skönhet passar inte riktigt in på någon av de tre kategorierna men vi kan se att delar av det platonistiska synsättet passar in.

Matematiken binds samman av logiska resonemang och meningsfullhet: ”Men för mig personligen så är det någonting som jag själv tyckt att det har varit roligt för mig själv, kan man säga. Men matematiken finns ju i allt, från mönster och konst till vardagssituationer.” (Christina).

6.1.3 Uppfattningar om hur matematik lärs

Lester och Lambdin (2006) tar upp betydelsen av förståelse i lärandet (se kap 3.4). De skriver bland annat om hur *förståelse skapar förutsättningar för mer förståelse*. Detta kan vi se hos Christina när hon talar om att medvetandegöra eleverna på vad de redan kan. Ett annat exempel som Lester och Lambdin tar upp är att *förståelse påverkar attityder och föreställningar*. De menar att förståelse medför en positiv inställning till ämnet som i sin tur leder till att deras självförtroende stärks. Motsatsen, att inte förstå, innebär en negativ inställning och det för med sig att eleverna upplever ämnet som något godtyckligt och mystiskt. Flera av lärarna i vår studie har här nämnt vikten av ett gott självförtroende hos eleverna. Harry säger till exempel att ”Men sen är det de som kommer underfund med och det börjar fungera och rulla, de tycker att det är roligt. [...] Det handlar först och främst, allt det här handlar om att skapa en självkänsla, att jag kan jag också.” (Harry). Lena talar om hur det går till när man förstår när hon säger att ”jag tror att det är när man ser att det hänger ihop, att det inte är trolleriformler.” (Lena). När eleverna förstår så ser de att det inte är något mystiskt utan att det finns logiska förklaringar.

Flera lärare i vår studie anser att man lär sig matte genom att räkna många uppgifter. Detta tror vi är en av förklaringarna till att undervisningen ser ut som den gör, med lärarledd genomgång och enskilt räknande. Vi anser att egen räkning är ett viktigt inslag i lärandet av matematik men på gymnasienivå tycker vi att eleverna ska ta eget ansvar för att göra detta i tillräcklig omfattning så att lektionerna kan utnyttjas till diskussioner och ett undersökande arbetssätt i större omfattning. På lektionerna är det begrepp och tankestrukturer som ska stå i fokus.

6.1.4 Uppfattningar om hur matematik undervisas

Kuhs och Ball (i Thompson, 1992) beskriver fyra olika uppfattningar som de funnit att lärare har om hur undervisning i matematik kan genomföras (se kap 3.5). I vår intervjustudie har vi kunnat utskilja tre av dessa. Det elevfokuserade synsättet kan vi se hos Lena och Tove. Det innehållsfokuserade synsättet med tonvikt på begrepp kan vi se hos till exempel Stig. Det innehållsfokuserade synsättet med tonvikt på utförande kan vi se hos till exempel Jan. Det fjärde synsättet, som Kuhs och Ball kallar ett klassrumsfokuserat synsätt, har vi inte sett i våra intervjuer. Vi tror att det beror på att det krävs observationer för att kunna identifiera detta synsätt hos en lärare.

Hiebert och Carpenter (1992) inför de två begreppen *bottom-up* och *top-down* när de diskuterar olika sätt att lägga upp undervisningen. *Bottom-up* utgår från elevernas tidigare kunskaper och bygger på dessa medan man i *top-down* utgår från hur en expert inom området ordnar sin kunskap och försöker skapa en likadan struktur även hos eleverna (se kap 3.5). Av lärarna i vår studie är det få som passar in på ett *bottom-up*-perspektiv. Stig anser att eleverna själva ska upptäcka samband, det räcker inte att läraren kan matematiken perfekt och kan visa det. ”Det är det som är viktigt. Det är inte målet att läraren ska kunna visa för eleverna utan eleverna ska kunna visa för varandra och för läraren hur det hänger ihop och kunna förklara och resonera.” (Stig). De flesta lärarna i vår studie har ett *top-down*-perspektiv, där de går igenom och visar eleverna matematikens struktur. Eleverna får sedan öva genom uppgifter i

framförallt läroboken. Mikael säger till exempel att ”Ja, ett viktigt sätt tror jag är att se någon annan visa, alltså att någon förevisar. Det tror jag är en viktig del. Att man ser hur saker och ting går till, och jag tror att det är den viktigaste delen så att säga, för att kunna förstå matematik.” (Mikael).

Flera av lärarna i vår studie kommenterar vikten av att kunna matematik för att klara sig i sitt kommande vardags- och yrkesliv. ”Det är just det att man kunde få våra elever, de yrkesinriktade, att förstå sammanhanget där att det faktiskt finns en anledning, det finns ett användningsområde för matten, i yrket och det övriga vardagslivet.” (Per). Detta överensstämmer både med Emanuelssons m fl (1996) och Skolverkets (2003) uppfattningar.

Kursplanen i matematik säger att ”Gymnasieämnet matematik skall därför knytas till vald studieinriktning på sådant sätt att det berikar både matematikämnet och karaktärsämnena.” (Skolverket, 2000). Efter vår analys av intervjuerna har vi sett att denna koppling mellan matematikämnet och karaktärsämnena är tydligare för de lärare som undervisar på de praktiska programmen än för dem som undervisar på de teoretiska programmen.

6.1.5 Uppfattningar om laborativ matematik

Rystedt och Trygg (2005) diskuterar hur ett laborativt arbetssätt kan användas för att gå från det abstrakta till det konkreta, och tvärtom (se kap 3.6). De flesta av lärarna i vår intervjustudie verkar använda det för att gå från det konkreta till det abstrakta, men inte omvänt. ”När vi har bråk [och] procent, pizza gillar alla ungdomar. Vi är så många som är i rummet och vi säger att det står fem hela och två femtedelar först, hur många delar är alla pizzorna i?” (Harry). Flera av lärarna uttrycker också att det laborativa materialet ibland används på fel sätt. Det kan till exempel liknas vid det som Rystedt och Trygg benämner som ett mekaniskt användande utan att eleverna tänker på vad de gör. Rystedt och Trygg har pekat på faran med att använda ett laborativt material utan att eleverna reflekterar över vad de gör. Lärares roll är viktig för att använda materialet på rätt sätt. Även Hiebert och Carpenter (1992) talar om vikten av att välja rätt material för att lyfta fram de samband som är viktigare än andra (se kap 3.6). Vi vill också peka på att användningen av tekniska hjälpmedel som ett rent räknehjälpmedel inte får gå för långt. Detta finner vi stöd för i kursplanen för matematik där det står att: ”De tekniska hjälpmedlen har begränsat värde utan kunskaper om begrepp och metoder. Förståelse, analys av hela lösningsprocedurer och kritisk granskning av resultat samt förmåga att dra slutsatser är grundläggande i gymnasieskolans matematikämne.” (Skolverket, 2000). När eleverna kan begrepp och ser samband kan till exempel miniräknaren bli en tillgång. Dock finns det en svårighet att hitta stöd till laborativ matematik i styrdokumentet. Som vi nämnt tidigare inkluderar ett laborativt arbetssätt olika begrepp så som hjälpmedel, illustrationer, fysiska saker, undersökningar och kommunikation etc. Dessa termer finns med i styrdokumentet men det kallas inte laborativa inslag. Det är upp till lärarna att tolka styrdokumentet och avgöra om, och i så fall hur stor del, som laborativa arbetssätt kan användas i undervisningen.

Rystedt och Trygg (2005) beskriver, som vi tidigare nämnt, tre förhållningssätt till laborativt material. Vi ser att det förhållningssätt som delar på yngre och äldre elever när det gäller behov av laborativt material är dominerande. Vi ser också lärarna i vår studie ser olika behov mellan elever på praktiska och teoretiska program. På de praktiska programmen anser de att laborativt material behövs för att konkretisera, medan det på de teoretiska programmen inte behövs eftersom eleverna ska utveckla ett abstrakt tänkande. Det gäller också för elever som lärarna anser har lättare eller svårare för matematik:

Sen kan det ju vara i vissa grupper och så vidare så blir det ju mer när det abstrakta tänkandet är olika utvecklat hos eleverna så kan det ju va... I ena gruppen kan det ju vara motiverat att ta med ett rätblock och visa hur det ser ut. I andra grupper så är det ju självklart, och där tar man kanske inte då med sig lådan och visar... (Mikael)

Flera av lärarna anger tidsaspekten som anledning till att inte använda ett laborativt arbetssätt. ”Det går ju givetvis att jobba rätt mycket laborativt med matte, problemet är att det tar lite tid. Det kan ibland bli på bekostnad av att man får korta ner andra moment.” (Per). De nämner också att de är osäkra på om det verkligen är en hjälp för bättre förståelse hos eleverna. ”Men värt att utveckla [det laborativa] men man måste göra det också och allting tar tid. Det är svårt att jobba med någonting man inte är 100 % säker på att det kommer att lyckas. Då ger man det inte en chans.” (Jan). Lester och Lambdin (2006) diskuterar också tidsaspekten, men i ett problembaserat arbetssätt. Trots att diskussionen kring ett problem ofta tar längre tid än en vanlig lektion, överväger fördelarna genom de positiva effekter som uppkommer. Läraren ska se till att det finns tillfälle att föra en diskussion av mer begreppsmässig karaktär och välja ut de mest centrala begreppen. Vi tror att den mertid som ett laborativt arbetssätt innebär initialt fås tillbaka i slutändan.

6.2 Konsekvenser för läraryrket

Det är få av lärarna som motiverar varför eller varför inte de använder ett laborativt arbetssätt. De båda specialpedagogerna, Christina och Harry, nämner dock att de tagit inspiration från olika personer, till exempel nämner de Wiggo Kilborn och Gudrun Malmer. Det är alltså viktigt, anser vi, att det utförs mer forskning på om ett laborativt arbetssätt är en tillgång och att resultatet sedan förs ut till de yrkesverksamma lärarna så att de får en chans att tillämpa den. Lärarna behöver både få belägg för att det är bra och kompetensutveckling för att utveckla sin undervisning. De ska inte behöva uppfinna hjulet om och om igen. Lärarna behöver bli uppmärksammade på det material som finns och hur det kan användas. En förändring av lärarnas uppfattningar när de väl blivit medvetna om vilka material som finns måste sedan ta sin utgångspunkt i lärarna själva. Det finns fler konsekvenser för läraryrket som vi berört tidigare i diskussionen, till exempel att vi anser att en lärares investerade tid i början av ett laborativt arbetssätt fås tillbaka i slutet.

6.3 Studiens begränsningar

Eftersom vi har stor likriktning bland våra respondenter tror vi att det kan finnas fler än de tre beskrivningskategorier som vi kan urskilja. För att få ett bättre urval av lärare till en sådan här studie kan en förenkät vara till hjälp. Genom att ta reda på lärares bakgrund på några olika skolor kan ett urval göras som ger en större spridning av ålder och erfarenheter.

Om vi hade haft möjlighet att utföra observationer i kombination med intervjuer tror vi att vi skulle ha kunnat använda mer förfinade kategorier och ge en mer nyanserad bild i våra beskrivningar och kategoriseringar av lärarna. Det kan finnas en skillnad mellan vad lärarna säger att de gör och vad de faktiskt gör som kan komma fram under observationer. Vi tror också att lärarna har mer laborativa inslag än de ger sken av i intervjuerna, vilket vi skulle kunna se i observationer. Vi lägger in mer i begreppet laborativ matematik än lärarna gör. Detta kunde vi också ha varit mer tydliga med i intervjusituationerna. Ett sätt att åtgärda detta problem kan vara att utföra flera intervjuer med samma lärare så att eventuella oklarheter kan redas ut.

6.4 Studiens syfte

Vårt syfte med det här arbetet var att undersöka om, och i så fall på vilket sätt, det finns en koppling mellan lärares uppfattningar om matematik, lärande och undervisning och deras uppfattningar om ett laborativt arbetssätt. Vi har kunnat urskilja tre olika kategorier som beskriver lärares syn på matematik. Trots detta kan vi inte se några stora skillnader i deras uppfattning om laborativ matematik. Lärarna använder en del laborativt material på ett traditionellt sätt, till exempel när det gäller geometri och statistik, men vi kan inte urskilja att de använder sig av ett laborativt arbetssätt i sin undervisning. Vi har alltså inte kunnat se att det finns en koppling mellan lärarnas uppfattningar om matematik och deras uppfattning om ett laborativt arbetssätt. Vi tror snarare att det är lärarnas tidigare erfarenheter som påverkar deras uppfattningar om laborativ matematik.

6.5 Framtida forskning

I den litteratur som ligger till grund för det här arbetet har vi sett att lärarnas bakgrund, utbildning och tidigare erfarenhet har en avgörande roll för på vilket sätt de lägger upp sin undervisning och hur villiga de är att förändra den. Vi tycker det vore intressant att forska på hur lärarnas bakgrund påverkar deras uppfattningar om och benägenhet att använda ett laborativt arbetssätt.

Vi anser att forskning om ett laborativt arbetssätt på *gymnasienivå* är önskvärt. Denna forskning skulle kunna inrikta sig på om ett användande av ett laborativt arbetssätt ger en ökad förståelse hos eleverna. Vi tycker också att det vore intressant att se om det är till nytta för alla elever eller om det är vissa elevgrupper som har stor användning av ett laborativt arbetssätt medan andra grupper av elever är mer betjänta av ett mer abstrakt tänkande. Även elevernas inställning till ett laborativt arbetssätt vore intressant att undersöka.

Referenser

- Bentley, P. (2003). *Mathematics Teachers and Their Teaching* (Göteborg Studies in Educational Sciences, 191). Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.
- Calderhead, J. (1996). Teachers: Beliefs and Knowledge. I R. C. Calfee (Red), *Handbook of Educational Psychology*. (s 709-725). New York, USA: Macmillan.
- Cooney, T. (2006). Många sätt att se på matematik och undervisning. I J. Boesen, G. Emanuelsson, A. Wallby & K. Wallby (Red.), *Lära och undervisa matematik*. (s 259-274). Göteborg: Nationellt Centrum för Matematikutbildning, Göteborgs Universitet.
- Emanuelsson, G., Wallby, K., Johansson, B., & Ryding, R. (Red.). (1996). *Matematik – Ett Kommunikationsämne*. Göteborg: Nationellt Centrum för Matematikutbildning, Göteborgs Universitet.
- Hiebert, J., & Carpenter, T. (1992). Learning and Teaching with Understanding. I D. A. Grouws (Red), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. (s 65-97). New York, USA: Macmillan.
- Marton, F., & Booth, S. (2000). *Om lärande*. Lund: Studentlitteratur.
- Lester, F., & Lambdin, D. (2006). Undervisa genom problemlösning. I J. Boesen, G. Emanuelsson, A. Wallby & K. Wallby (Red.), *Lära och undervisa matematik*. (s 95-108). Göteborg: Nationellt Centrum för Matematikutbildning, Göteborgs Universitet.
- Pajares, F. (1992). Teachers' Beliefs and Educational Research: Cleaning Up a Messy Construct. *Review of Educational Research*, 62(3), 307-332
- Pehkonen, E. (2001). Lärares och elevers uppfattningar som en dold faktor i matematikundervisningen. I B. Grevholm (Red.), *Matematikdidaktik – ett nordiskt perspektiv*. (s 230-253). Lund: Studentlitteratur.
- Rystedt, E., & Trygg, L. (2005). *Matematikverkstad*. Göteborg: Nationellt Centrum för Matematikutbildning, Göteborgs Universitet.
- Skolverket (1994). *Läroplan för de frivilliga skolformerna Lpf94*. Stockholm: Fritzes
- Skolverket (2000). *Kursplan för Gymnasial Utbildning i Matematik*. Hämtat 5 januari 2006, från <http://www.skolverket.se/>
- Skolverket (2003). *Lusten att Lära* (Skolverkets Rapport nr 121). Stockholm: Fritzes
- SOU2004:97. *Att lyfta matematiken. Intresse, lärande och kompetens*. Stockholm: Fritzes
- Stukát, S. (2005). *Att skriva examensarbete inom utbildningsvetenskap*. Lund: Studentlitteratur.
- Thompson, A. (1992). Teachers' Beliefs and Conceptions: A Synthesis of the Research. I D. A. Grouws (Red), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. (s 127-146). New York, USA: Macmillan.

Bilaga A - Intervjufrågor

Bakgrundsfrågor

- Ålder
- Ämnen
- Antal år som matematiklärare

Huvudfrågor

- Vad är matematik för dig?
- På vilka sätt anser du att man lär sig matematik?
- På vilka sätt lägger du upp din undervisning?
 - Vad påverkar ditt val av arbetsätt?
- Vad tänker du när du hör laborativ matematik?
 - Använder du laborativ matematik? Vad gör du?
 - Finns det något innehåll som lämpar sig mer/mindre för ett laborativt arbetsätt?