GÖTEBORGS UNIVERSITET
Utbildnings- och forskningsnämnden för lärarutbildning

# Kunskap eller okunskap i addition?

En studie om ett antal elevers kunskaper i addition i årskurs 2, utifrån elevdiagnos, elevintervju och lärarintervju

Louise Bryngnäs
Ingrid Sehlin

”Inriktning/specialisering/LAU350”
Handledare: Madeleine Löwing
Rapportnummer: HT06 – 2611-091

# Abstract

**Examinationsnivå:** Lärarprogrammet, examensarbete 10 poäng

**Titel:** Elevers kunskap eller okunskap i addition? – En studie om ett antal elevers kunskaper i addition i årskurs 2, utifrån elevdiagnos, elevintervju och lärarintervju

**Författare:** Louise Bryngnäs, Ingrid Sehlin

**Termin och år:** HT-06

**Institution:** IPD

**Handledare:** Madeleine Löwing

**Rapportnummer:** HT06-2611-091

**Nyckelord:** Addition, diagnos, individualisering, elevers kunskap, lärarens arbetsmetod

---

**Bakgrund**
Nationella- och internationella undersökningar visar att svenska elever har svaga och försämrade kunskaper i matematik. Barnets förkunskaper inom matematik läggs mycket tidigt och skolans första år är viktiga för elevens fortsatta lärande. Dessa kunskaper läggs som grund för eleven att bygga vidare på. Vi har under vår verksamhetsförlagda utbildning uppmärksammat elever som har stora svårigheter med enklare additionsuppgifter. Detta väckte vår nyfikenhet på hur elever tänker runt räkning i addition och hur läraren hanterar detta. Med dessa utgångspunkter har vi valt att kartlägga elevers kunskaper inom addition i fyra klasser i årskurs 2. Vi har även intresserat oss av vilka faktorer som eventuellt kan påverkar elevers kunskaper och svårigheter i addition.

**Syfte**
Syftet med vårt examensarbete är att titta närmare på elevers kunskaper i årskurs 2 inom räkneområdet addition, samt ställa detta i relation till lärarens undervisningsmetoder och rutiner kring diagnoser. Vi vill se om eleverna har förståelse för strategier som underlättar för dem eller om de har fastnat i tidskrävande och komplicerade tankeformer. Vi vill ta reda på varför dessa problem uppstår och vilka didaktiska konsekvenser det kan leda till samt se nya möjligheter till inlärning. Vår huvudfråga är: Vilka kunskaper har eleverna i addition och vilka räknestrategier använder de sig av samt vilken uppfattning läraren har om elevernas kunskapsnivåer och hur hon hanterar dessa?

**Metod**
Studien genomfördes med hjälp av elevdiagnos och elevintervju av elever i årskurs 2 samt lärarintervju. Eleverna fick genomföra två diagnoser. Den första diagnosen var uppbyggd av additionsuppgifter inom talområde 1-9 och den andra diagnosen inom talområde 10-19. Vi valde att använda oss av en blandning av strukturerade och halvstrukturerade intervjufrågor till såväl elever som lärare för att ge utrymme för eventuella följdfrågor. På detta tillvägagångssätt fick vi med information som annars kanske hade gått förlorad.

**Resultat**
I studien har det visat sig att elevers kunskaper i addition skiljer sig stort. Vi kan konstatera att en del elever använder sig av enkla räknestrategier och har förståelse för tals uppbyggnad medan andra har brister i sin taluppfattning och använder sig av komplicerade räknestrategier. Vidare verkar det som om det finns ett flertal faktorer som kan påverka elevernas kunskaper. Lärarens rutiner kring diagnoser och individualisering är en av dessa. Andra faktorer är lärarens val av arbetsmetoder och arbetsformer och hur de tolkar styrdokumenten. Lärarna lägger ner mycket arbete på att utöka förståelsen och mindre arbete med att öva tabellträning. Vi har insett betydelsen av att kartlägga elevernas kunskaper och låta dessa styra vid individualisering. Alla elever har rätt till en undervisning som är anpassad till deras egen nivå och förutsättningar. Slutligen har vi ännu en gång fått bekräftelse på värdet av att genomföra en målstyrd undervisning där elevens lust att lära står i centrum.

# Innehållsförteckning

# Figurförteckning

# 1 Inledning

## 1.1 Bakgrund

### 1.1.1 Elevers grundläggande problem med matematik

Enligt Skolverkets rapport (2003:57) visar nationella- och internationella undersökningar (PISA, TIMSS) att svenska elever har svaga och försämrade kunskaper i matematik. På sju av gymnasieskolans program är andelen IG högre än 60 % på A-kursprovet i matematik (NCM 2001:59). Ett sätt att få inblick i problemet är att gå tillbaka till de tidigare skolåren, då elevernas matematiska förkunskaper ligger som grund för fortsatt lärande. Vi har under vår praktik ute på skolorna uppmärksammat en stor mängd elever som har svårt för enklare räkneoperationer av additionstal. De räknar gärna på fingrarna och har svårt att se relationer mellan talen. Detta väckte vår nyfikenhet på hur elever tänker runt räkning i addition och hur läraren i sin tur hanterar detta. I läroplan för det obligatoriska skolväsendet anges att varje elev efter avslutad grundskola skall ”kunna behärska grundläggande matematiskt tänkande och kunna tillämpa det i vardagslivet”. Genom läroplanen Lpo 94 ökade lärarens ansvar att planera undervisningen på grunder som skall föra ”alla elever” till ovanstående färdigheter. Ett problem med detta som vi ser det, är att det finns lika många sätt för läraren att tolka målen som det finns olika behov för varje enskild elev att kunna nå dem. Kan en elevs framtida möjligheter att nå målen i ämnet matematik vara avgörande beroende på lärarens arbetsmetoder? Skolverkets rapport (2003:34) visar att läraren är den absolut mest viktigaste faktorn:

> Läraren anges samstämmigt av eleverna som den absolut viktigaste faktorn för lusten att lära. Det gäller alla elevgrupper vid alla enheter. Lärarens engagemang och förmåga att motivera, inspirera och kunna förmedla att kunskap är en glädje är central. Eleverna önskar lärare som har tilltro till elevernas förmåga att lära t ex matematik, har kunskaper i ämnet, som är lyhörda för vad eleverna har svårt att förstå och som kan förklara bra. Lärare som förmedlar lust att lära förmår anknyta till verkligheten, engagerar elever i utmanande samtal och visar hur kunskapen används.

# 2 Syfte och problemformulering

Syftet med vårt examensarbete är att titta närmare på elevers kunskaper i år 2 inom räkneområdet addition, samt ställa detta i relation till lärarens undervisningsmetoder och rutiner kring diagnoser. Vi vill se om eleverna har förståelse för strategier som underlättar för dem eller om de har fastnat i tidskrävande och komplicerade tankeformer. Vi vill ta reda på varför dessa problem uppstår och vilka didaktiska konsekvenser det kan leda till samt se nya möjligheter till inlärning. Vi vill även jämföra elevernas kunskaper och lärarnas arbetsmetoder i de två skolor som ingår i vår studie.

## 2.1 Frågeställningar

1. Vilka kunskaper har eleverna i addition?
2. Vilka räknestrategier använder sig eleverna av i addition?
3. Vilken uppfattning har läraren om elevernas kunskaper i addition?
4. Vilka arbetsmetoder har läraren och hur hanterar hon elevernas olika kunskapsnivåer?

# 3 Litteraturgenomgång

Litteraturgenomgången inleds med ett historiskt perspektiv som tar sin början för 30 000 år sedan och leder oss fram till vad vi i skolan står inför idag. Vi tycker det är en naturlig väg att börja med matematikens ursprung för att öka förståelsen för elevers eventuella problem runt tallinjen och räkning i addition. Vi har även refererat till de senaste styrdokumenten och synat dessa från två perspektiv, genom eleven och läraren. I nästa stycke går vi in i barnets första möte med matematiken. Eftersom examensarbetet kretsar runt addition, ägnas en relativt stor del av litteraturgenomgången åt att beskriva forskares olika syner runt taluppfattning samt additionens grundstrukturer, tekniker och räknelagar. Vi har även gått in på elevers svårigheter eftersom detta är en stor del av vår studie. Slutligen presenterar vi olika aspekter utifrån lärarens arbetsmetoder kring diagnostisering, individualisering, konkretisering och automatisering.

## 3.1 Matematikens ursprung och historia

För att visa antal håller ett barn ofta upp fingrarna på handen eller ritar streck och figurer. Detta har vi ofta sett på våra praktikplatser i skolorna. Johansen Hoines (2004:11-12) beskriver detta som ett naturligt sätt för barnet att uttrycka antal. Hon beskriver att det är rimligt att anta att människan började räkna redan i förhistorisk tid och visade antal genom olika symboler. Detta mot bakgrunden av att arkeologer har hittat bevis på detta. I Tjeckoslovakien fann man 1937 ett vargben som var 30 000 år gammalt med inristade skåror, grupperade i fem grupper. Med anledning av att skårorna är grupperade tror forskare att det kan röra sig om ett grundtal för ett talsystem med grundtalet fem som utgångspunkt.

Här är det värt att nämna vårt talsystem som är uppbyggt med basen 10. Johansen Hoines (2004:17-18) går vidare in från ett historiska perspektiv och menar att det finns flera talsystem som är uppbyggda utifrån ett system med basen 10. Redan före det skrivna ordet hade människan symboler för tal. Exempelvis under den fornegyptiska perioden 3 000 f. Kr, användes inristade symboler för att markera ett visst antal, t ex. oxar eller getter. Egyptierna skrev talen 1-10 med streck ex.1, 11, 111, 1111, osv. Talet 10 hade symbolen U. Att skriva större tal med detta system blev av naturliga skäl tidskrävande och senare utvecklades ett positionssystem för att ge talets position sitt värde. Johansen Hoines (2004:20) beskriver Piaget uppfattning om barns intelligensutveckling:

> Piaget hör till dem som hävdar att det finns mycket som tyder på att barns intelligensutveckling i matematik följer den historiska kunskapsutvecklingen. Där mänskligheten behövde lång tid på sig att utveckla en bestämd kunskap är det rimligt anta att det rör sig om en kunskap som barnen behöver god tid för att tillägna sig. Ett exempel är utvecklingen av positionssystemet, som mänskligheten behövde flera tusen år för att fullborda.

Myndigheten för skolutveckling (2003:7) beskriver hur Sverige fick sin folkskola 1842 och sedan dess har man ansett att grundläggande matematik hör till de färdigheter som alla barn ska inhämta under sin skolgång. Synen att inte alla barn kan lära sig detta och att matematik är ett abstrakt och svårt ämne har även hängt med. Eftersom matematikkunskaper är lätt att mäta har man varit snabb med att skilja de intelligenta från de obegåvade. Skolan har liksom samhället förändrats sedan dess. I dag styrs skolan av en läroplan som menar att alla elever skall ha möjlighet att skaffa sig matematikkunskaper för att lösa vardagsproblem. Det är en demokratisk rättighet att kunna följa med i samhällets ekonomi och undervisningen skall anpassas till varje elevs förutsättningar och behov.

## 3.2 Styrdokumenten

Under 80-talet genomfördes den s.k. IEA-undersökningen (International Association for Evaluation of Educational Achievement) som visade att svenska elevers prestationer var genomsnittligt sämre än motsvarande elevgrupper i flertalet andra länder. Detta nämner Malmer (1999:21-22). Delvis på grund av ovanstående resultat fick skolan en tydligare målstyrning genom den nya läroplanen Lpo 94 och en inriktning från kvantitativa kunskaper till mer kvalitativa kunskaper.

### 3.2.1 Lärarens uppdrag enligt Lpo 94

Enligt läroplanen för det obligatoriska skolväsendet(LPO 94), förskoleklass och fritidshemmet skall läraren anpassa undervisningen till varje elevs förutsättningar och behov samt svara för att eleverna får pröva olika arbetssätt och arbetsformer. Läraren skall även med utgångspunkt i elevernas bakgrund, tidigare erfarenheter, språk och kunskaper främja elevernas fortsatta lärande och kunskapsutveckling. I lärarens uppdrag ligger ett stort ansvar, eftersom endast syfte och mål anges i kursplanen. Det är upp till läraren själv att planera och bestämma hur undervisningen skall gå till. Detta betyder att elevers förutsättningar att nå målen kan varieras.

### 3.2.2 Kursplanen i matematik

I kursplanen i matematik specificeras mål som eleven skall ha uppnått i slutet av det femte skolåret. Vi har tagit med de mål som vi tycker är relevanta för vår studie kring addition.
Eleven skall ha förvärvat sådana grundläggande kunskaper i matematik som behövs för att kunna beskriva och hantera situationer och lösa konkreta problem i elevens närmiljö.
Inom denna ram skall eleven:

– ha en grundläggande taluppfattning som omfattar naturliga tal och enkla tal i bråk- och decimalform.

– förstå och kunna använda addition, subtraktion, multiplikation och division samt kunna upptäcka talmönster och bestämma obekanta tal i enkla formler.

– kunna räkna med naturliga tal – i huvudet, med hjälp av skriftliga räknemetoder och med miniräknare.

Skolan skall i sin undervisning i matematik sträva efter att eleven:

- inser värdet av och kan använda matematikens språk, symboler och uttrycksformer.

- Förstår och kan använda logiska resonemang, dra slutsatser och generalisera samt muntligt och skriftligt förklara och argumentera för sitt tänkande.

## 3.3 Barns första möte med matematik

Ahlberg (1994:15) förklarar att barns första inträde i matematikens värld är en process som inleds vid mycket tidig ålder. Deras matematiska kompetens har sina rötter i tidiga former av matematiska begrepp som fortlöpande byggs upp genom barnens samspel med föremål och människor i vardagslivet. Barns kunskap om matematiska begrepp och räknefärdighet har sina rötter i de ”förnumeriska” begrepp som utvecklas fortlöpande genom att barnet uppfattar och jämför olika mängder och kvantiteter. Barnen ordnar och parbildar olika föremål och de jämför form, storlek, mängd och massa. Heiberg Solem & Reikerås (2004:10) beskriver hur barn bygger upp och uttrycker matematik. Barn möter matematik naturligt i sin vardag. Exempelvis fyraåringen som är med och handlar i butiken och får väga apelsinerna och därefter leta fram 3 bröd. För barn utvecklas och uttrycks matematiken när de får pendla mellan handling och tänkande, genom matematiska aktiviteter. Att tänka, uttrycka sina tankar och att handla blandas samman. Detta blir tydligt när vi granskar det aktiva, lekfulla och utforskande barnet. Sterner (2000:216) nämner Vygotskys teori runt barnets inlärning. Vygotsky menar att begreppsutvecklingen och förmågan att skapa nya tankestrukturer utvecklas i ett socialt samspel, i interaktionen mellan människor. Vygotsky har även hävdat att språket har stor betydelse för all inlärning. Språket leder barnets utveckling framåt och språk och tanke utvecklas i en ständig pågående dialektik. Smith (1997:19) skriver följande om språkets betydelse för matematikinlärningen:

> In infancy and toddlerhood, children begin to acquire many language concepts. School experiences extend and enrich language learning. While some children come to school with an extensive ability to communicate, others need help in developing a rich repertoire of shared meanings. The language of mathematics is embedded in the development of many verbal communication skills.

Även Johnsen Hoines (2004:34) beskriver vikten av språkliga begrepp i matematik. Räkneorden är en naturlig del av barns språk och orden används innan de har byggt upp ett talbegrepp. Detta betyder inte att de har förståelse för räkneordens innebörd men så småningom får barnet större behov av att använda och förstå de matematiska begreppen och då använder de dessa mer medvetet i rätt sammanhang.

Ahlberg (2000:9) beskriver hur viktigt det första mötet är för barnet, när de möter matematiken i förskolan och i skolan. Hon menar att detta möte kan påverka elevens framtida förhållningssätt och möjligheter till att lära matematik. Den matematiska kunskapen hos små barn är olika beroende på de erfarenheter som de bär med sig från hemmet och förskolan. Hur människor förstår sin omvärld utvidgas och fördjupas ständigt genom olika erfarenheter vi gör i vårt dagliga liv. Den kunskap vi skapar är beroende av hur vi erfar, upplever och förstår de situationer och sammanhang som vi är delaktiga i. Ahlberg menar vidare att barnens möjligheter att lära främjas då läraren från början tar sin utgångspunkt i barnens tidigare erfarenheter och vidgar deras erfarenhetsvärld genom att ge dem nya upplevelser som skapar nyfikenhet och lust att lära. Kilborn (1989:10) menar att barn tidigt börjar att utveckla talramsan (talraden) som ett instrument med vars hjälp barnet kan bestämma antalet föremål i en mängd. Parallellt med talramsan lär sig barn att känna igen antal i mönster, exempelvis 5 på en tärning. Dessa färdigheter har de flesta barn tillägnat sig före skolstart men det finns undantag. Kilborn menar vidare att för en lågstadielärare är det viktigt att bygga upp en välplanerad undervisning om det grundläggande räknandet. Det är fördelaktigt om denna undervisning kan bygga på uppräknandets idé och på hur barn brukar tillägna sig denna. Kilborn (1989:25) nämner att addition i sin enklaste form kan reduceras till uppräkning. Eleven utgår från två eller flera mängder med föremål. Dessa mängder slås ihop till en ny mängd (unionsmängden) som innehåller alla föremål från de givna mängderna. Eleven gör därefter en uppräkning av föremålen i unionsmängden och får då svaret: ”Hur många är föremålen tillsammans?”. Kilborn skriver även att denna definition av addition är intuitivt klar för de flesta barn redan innan de börjar skolan men att den inte innehåller någon teknik för addition och därför opraktisk då eleven skall utföra mer komplicerade beräkningar. Syftet med undervisningen bör vara att utveckla allt mer effektiva tankar för addition.

## 3.4 Tal och räkning

De mest intressanta frågeställningarna inom matematikdidaktisk forskning är hur barn förstår tal och lär sig räkna. Inledningsvis går vi in på grundläggande taluppfattning följt av en mer detaljerad beskrivning av taluppfattning med en del exempel på uppgifter. Därefter följer en beskrivning av additionens grundstrukturer, tekniker och räknelagar. Slutligen går vi in från två perspektiv, genom elevers svårigheter och lärarens arbetsmetoder.

### 3.4.1 Uppräknandets fem principer

Kilborn (1989:10-11) nämner de två amerikanska forskarna Gelman och Gallistel och enligt dem bygger uppräknandet på fem principer. De menar att dessa principer är så fundamentala för vårt tänkande att de i det närmaste är genetiskt nedärvda. Kilborn beskriver att de flesta barn behärskar de fem principerna redan innan de börjar skolan och principerna är viktiga för att kunna utveckla en uppfattning om tal. Detta är en viktig kunskap för läraren om eleverna och kan erhållas genom att genomföra diagnos på eleverna. Kilborn (1989:11-13) anger dessa 5 principerna:

1. **Ett - till - ett principen**
   para ihop t.ex. siffran 5 med en enhet.
2. **Den stabila ordningen**
   1, 2, 3, 4 …
3. **Kardinaltalsprincipen**
   sista siffran = antal
4. **Abstaktionsprincipen**
   alla slags föremål kan räknas trots att vi inte ser dem.
   Vi kan tala om 3 stycken men inte se.
5. **Den irrelevanta ordningens princip.**
   Ett visst antal kan räknas i vilken ordning som helst utan att påverka det totala antalet.

### 3.4.2 Fem aspekter av god taluppfattning

Ahlberg (2000:39)nämner Reys och Reys som har en annan beskrivning på vad de 5 aspekter för vad en god taluppfattning av tal innebär:

1. **Förståelse för tals storlek och betydelse.**
   Subitizing – se grupperingar upp till sju/åtta.
   Unitizing – gruppera i enheter
   Positionssystem – en-, tio- och hundratal.
2. **Förståelse av tals relativa storlek.**
   Relationen mellan 100 och 1000 t.ex.
   5 pinnar = 5 myror
3. **Förståelse av ekvivalenta uttryck.**
   Samma tal på olika sätt.
   t.ex. 11 = 10 + 1 och 9 + 2.
4. **Kännedom om tals uppdelning och delbarhet.**
5. **Förståelse för och användning av räknelagarna.**

### 3.4.3 Vad menas med taluppfattning?

*Diamantprojektet,* Skolverket (in press, 2007) har även en aspekt av vilka delar grundläggande taluppfattning kan omfatta:

**1. En känsla för hur tal är uppbyggda**
Det gäller t.ex. att känna till talens ordning och talens grannar såsom att 6 + 1 = 7 eftersom 7 är talet efter 6. Det gäller också att känna till uppbyggnaden av vårt positionssystem med basen 10, till exempel att talet 18 är komponerat av 1 tiotal och 8 ental. (Detta kan underlätta för eleverna vid räkning av större tal, exempelvis om 3 + 4 = 7 då är 13 + 4 = 17 genom att addera entalen för sig och sedan lägga på tiotalet.) Eleverna behöver också behärska 10-tals- och 100-tals övergångar såsom att 8 + 3 = 11, vilket senare skall generaliseras till 98 + 3 = 101.

**2. De grundläggande räknelagarna**
De grundläggande räknelagarna är de kommutativa och associativa lagarna samt den distributiva lagen. Det är med hjälp av dessa lagar man kan analysera tal och dela upp dem i termer och faktorer. Det är på dessa lagar de viktigaste aritmetiska operationerna bygger. Exempel på kommutativa och associativa lagarna är att 8 + 7 kan beräknas genom att talet 7 delas upp i 2 + 5. Genom att 8 + 2 = 10 ger det i sin tur 8 + 7 = 10 + 5.

De grundläggande räknelagarna kan användas i följande situationer. Det är lättare att beräkna 5 + 32 som 32 + 5. För den som vill bli duktig i huvudräkning är det viktigt att behärska den här typen av operationer. Men då krävs det att man kan utföra dem i huvudet och med flyt.

**3. Tals avrundning**
Vid all beräkning är det viktigt att kontinuerligt kunna göra en rimlighetsbedömning av det man gör. För den som kan göra bra avrundningar at tal är det också enkelt att genom överslagsräkning göra lämpliga rimlighetsbedömningar. Detta ger samtidigt en säkerhetskänsla under hela beräkningen. (Ett exempel på detta är att 12 + 9 är ungefär lika med 10 + 10. Ett steg längre kan vara att räkna 12 + 10, vilket är 1 för mycket, alltså 21).

## 3.5 Additionens uppbyggnad

Kilborn (1989:47-48) delar in additions uppbyggnad genom grundstukturer, tekniker och räknelagar.

### 3.5.1 Additionens grundstrukturer

För att barnet skall upptäcka operationens mening är det bra att lösa kontextuella problem. Dessa kan vara av olika strukturer och för addition finns det två grundstrukturer. Den ena strukturen är dynamisk och den andra är statisk. Definitionen av addition säger att om man känner till delarna en enhet består av, används addition för att ange helheten i termen av delarna. Addition kan alltså användas både i dynamiska som statiska sammanhang.

**Dynamisk modell.**
Införliva, förändring – från början – resultat

Exempel på tankeform: Stina har 10 kronor. Olle ger henne 5 kronor. Hur många kronor har Stina nu? Det blir 15.

**Statiska modell.**
Del – del = hel
Exempel på tankeform: Kalle har tre katter och en hund. Hur många djur är det sammanlagt? Det är fyra djur.

Kilborn (1989:33-34) menar att likhetstecknet innebörd kan uppfattas på olika sätt:

> Det finns många som hävdar att 4+3 skall utläsas ”fyra plus tre blir lika med sju”. Den gruppen ger likhetstecknet en statisk innebörd. Andra hävdar att det skall utläsas ”fyra plus tre blir lika med sju”. Den gruppen ger likhetstecknet en dynamisk innebörd. Den förra gruppen brukar ofta tråka den senare, med frågor som hur de tolkar 7= 3+4 … På samma sätt som ett visst ord eller uttryck kan betyda olika saker, så kan likhetstecknet ha olika betydelser. Men man löser inga problem, genom att enbart acceptera en av dessa betydelser. Det är bättre att lyfta fram och bearbeta de olika betydelserna. Det underlättar elevernas möjligheter att tänka och kommunicera.

Malmer (1999:119) menar att eleverna kan arbeta med räknesagor för att få en djupare förståelse för att likhetstecknet innebär en likhet. Ex. Av 8 barn är det 5 pojkar och 3 flickor. Har elevens arbetat med namn för samma tal, är det naturligt att skriva 8= 5+3. Här går vi från helheten till delarna. Hon menar att detta arbete med likhetstecknets betydelse kan vara till stor hjälp vid senare algebran då eleven från början har lärt sig att tecknet innebär en likhet. Malmer menar att en lärare bör föregå med gott exempel och skapa denna förståelse för eleven.

### 3.5.2 Additionens tekniker

Carpenter & Moser (1984:189)är två forskare som under 80- talet bedrev en omfattande forskning om hur barn uppfattar grundläggande addition. De diagnostiserade och intervjuade barn i de tidigare skolåren under 3 års tid. De undersökte hur barn valde strategier för räkning i addition:

> When children have several strategies available, they often use them interchangeably rather than exclusively using the most efficient one. Even when a more efficient strategy like counting-on from larger has been acquired, children often revert to a less efficient strategy like counting-all

Barnet använder sig av olika tekniker vid uppräkning av addition. De startar oftast med uppräkning från början för att sedan gå framåt i utvecklingen.
Räknetekniker inom addition enligt Kilborn (1989:25-26):

**1. Uppräkning från början**
Exempel 5 + 10 = 15
Räknar upp fem steg  och sedan tio.

**2. Uppräkning från första**
Exempel 5 + 10 = 15
Starta på fem och räkna sedan upp tio steg.

**3. uppräkning från största**
Exempel 5 + 10 = 15
Startar på tio och räknar sedan upp fem steg.

### 3.5.3 Additionens räknelagar

Här beskrivs de olika räknelagarna inom addition. Det underlättar för eleven om de har förståelse för lagarna och tillämpar dem vid beräkningar av addition; (Kilborn 1989:30)

**Kommutativa lagen** (a+b=b+a)
10+5=15 och 5+10=15

**Associativa lagen** (a+b+c=a+(b+c)
10+5+4=10+(5+4)

Löwing/Kilborn (2003:35) beskriver vikten av att eleven har förståelse för att använda sig av uppdelning av tal och att de i dessa sammanhang tillämpar räknelagarna:

> En viktig beståndsdel i en god taluppfattning är att kunna dela upp ett givet tal i termer och faktorer. När yngre barn skall utföra en addition som 8+5 räknar de oftast upp från 8 i 5 steg till 13. Efter hand som deras taluppfattning utvecklas inser de att detta kan göras betydligt effektivare. Om de vet att 8+2=10 och att talet 5 kan delas upp i 2+3, så blir det enkelt att beräkna 8+5 som 8+(2+3)= (8+2)+3=13.

## 3.6 Diamant

De diagnoser vi använt är tagna från *Diamant* – Nationella Diagnoser i Matematik. Diamant är den diagnosbank för de tidiga skolåren (Förskoleklass – årskurs 5) utarbetat av skolverket med Madeleine Löwing som projektledare. Diamant utgår från kursplanens kunskapsmål i matematik varav vi har valt ut additionstal i aritmetikdelen. Diagnoserna är kvalitativa och består av 3 fält med 6 grupperade uppgifter av samma karaktär för att med stor sannolikhet kunna säga att elever behärskar den typen av uppgifter om de har alla rätt. Hade det varit mindre än 6 uppgifter inom samma kluster hade det inte med säkerhet kunnat dra denna slutsats. TU1 består av uppgifter inom talområdet 1-9 och behandlar talens grannar, dubblorna och dubblorna + 1, hälften och hälften + 1 samt tals uppdelning i termer. Diagnos TU2 består av uppgifter inom talområdet 10-19 och behandlar uppgifter med- och utan tiotalsövergångar

## 3.7 Elevers svårigheter

Malmer (2002:19) menar att det finns en fara med att symboler införs allt för tidigt utan att barnet har förstått den abstrakta symbolen. Hon menar att de flesta är nog rörande överens om att begreppen måste gå före symbolerna i matematik.

### 3.7.1 Övergången från barnets informella matematik till skolans mer formella matematik

Johnsen Hoines (2004:5) aspekt om barnets möte med skolmatematiken är att avståndet mellan den formella skolmatematiken och barnets informella kunskaper i matematik kan vara stor. Johnsen Hoines (2004:85) fortsätter med att betona vikten av en minskning av detta gap, för att eleverna skall förstå sammanhanget mellan det formella och informella. Myndigheten för skolutveckling (2003:13) menar följande angående elevers misslyckande i matematik:

> Inte minst misslyckanden i just matematik kan fungera som ett utsorterande filter och ett livslångt stigma. Svårigheter med att värdera och validera det matematikkunnande som faktiskt utvecklas i icke-formella och informella lärmiljöer medför också att många drabbas av inlåsningar och återvändsgränder. Detta trots att de besitter an avsevärd praktisk matematisk kompetens. De brister vad gäller baskunskaper och de negativa attityder till ämnet som ofta grundläggs hos eleven redan i ungdomsskolan leder istället ofta till en livslång och hämmande matematikångest, med stora förluster både för individ och samhälle.

Ahlberg (2001:30-31) menar att det tar många år för barn att lära sig att uppfatta talkombinationer och att omstrukturera tal på ett effektivt sätt. De elever som har kommit upp i skolåldern och menar att de inte förstår matematik har oftast inte uppnått de grundläggande principerna i taluppfattning, exempelvis Gellman och Gellistels principer. Ahlberg (2001:124) hävdar också att vissa elever redan efter de första åren i skolan förlorar tilltron till sin egen förmåga att klara av matematiska uppgifter. Hon menar att dessa elever ofta ger upp alla ansträngningar att lära sig ämnet. Detta skulle då kunna bero på att det finns ett segregerande moment i matematiken, eftersom det blir så tydligt vilka elever som lyckas och vilka som inte lyckas. Detta kan i sin tur leda till att de elever som har svårigheter får oro och ängslan för matematik. Den nationella kvalitetsgranskningen Skolverket (2003:26) säger följande om Lusten att lära: ”Lusten och glädjen uppstår i känslan av att lyckas med någonting vilket i sig är starkt motiverande. Och omvänt, elever som möter ständiga misslyckanden i skolarbetet, inte minst i matematiken förlorar raskt motivation och lust att lära.”

Ahlberg (2001:63) menar vidare att vissa skeenden i undervisningen är mer problematiska än andra. På ett generellt plan handlar om att de övergångarna från ett vardagligt tänkande till det abstrakta matematiska symbolspråket är svåra för eleven. Vid introduktionen av dessa moment måste läraren ta extra stor hänsyn till de elever som saknar tilltro till den egna förmågan, inte visar intresse eller behöver annan uppmuntran och stöd. Många lärare påtalar att positionssystemet, algoritmer och algebra är sådana moment som kräver extra vaksamhet av läraren. Enligt Ahlberg (2000:62-63) är det en lång process för barn att övergå från det konkreta till det abstrakta. Följande går att läsa:

> Många forskare och matematikdidaktiker anser att det matematiska symbolspråket införs för tidigt i skolan och att många barn i skolan använder symboler som de ännu inte har någon begreppsmässig förståelse av … Mötet med det abstrakta matematiska språket är ett kritiskt skede när det gäller barnens matematiska lärande. För att barnet inte ska tappa självförtroendet och intresset för matematiken är det viktigt att läraren kartlägger hur banen uppfattar de matematiska symbolerna och försöker skapa undervisningssituationer där det inte finns en stor klyfta mellan undervisningens krav och barnets möjligheter att lyckas.

Malmer (1999:86-87) beskriver att många elever får svårigheter i matematik beroende på en felaktig applicerad pedagogik. Hon menar att undervisningen kan ligga på för hög abstraktionsnivå och att eleverna inte får den tid som de behöver för att lära sig de grundläggande begreppen. En annan orsak till elevernas svårigheter menar hon är att lärarna inte kontrollerar om eleverna har fått förståelse för uppgiften som de skall lösa. Det kan vara så att eleverna endast har lärt sig att följa ett visst mönster och rutiner när de räknar.

### 3.7.2 Tidskrävande räknestrategier

Enligt Olsson (2000:202-203) har eleverna ett stor problem med ett- och etträkning uppåt och nedåt. De menar följande:

> Det kanske största problemet när barn ska utföra beräkningar är att en del elever fastnar i ett- och etträkningen, dvs de räknar talen ett och ett, uppåt vid addition och nedåt vi subtraktion. Denna strategi är inte utvecklingsbar och ganska snart blir den arbetskrävande och så småningom ohållbar. De barn som då inte fått hjälp med att förstå och behärska grunderna kan därför utveckla matematiksvårigheter.

Neumans (1989: 156-160) beskrivning barns räknestrategier där hon benämner vissa barn som ”dubbelräknare”. Neuman menar att barnen använder sig av ett- och etträkningen genom att räkna dubbla ramsor samtidigt. Som exempel när eleven skall räkna 2 + _ = 9 börjar hon att säga ”2”, varefter hon räknar upp antalet i den okända delen ”. Eftersom sista talet inte beskriver svaret på uppgiften måste hon räkna antalet igen och räknar antalet fingrar som hon har satt upp. Detta håller tyvärr inte i längden då högre talområden kommer in i uppgifterna. Att räkna med hjälp av fingrarna blir då mycket komplicerat och tidskrävande. Detta leder naturligtvis till svårigheter hos eleven. Malmer (1999:80) nämner många olika faktorer som kan orsaka svårigheter hos eleven. Problemet ligger inte endast hos eleven själv. Hon menar att utan hon menar att undervisningen i sig kan leda till att elever får matematiksvårigheter.

## 3.8 Lärarens arbetsmetoder och matematikundervisningen

Läraren har alltid haft en nyckelroll. Det är hon/han som har det övergripande ansvaret för hur matematikundervisningen skall läggas upp. Genom de senaste läroplanerna Lpo 94 och Lpf 94 genomgick kursplanen i matematik en förändring genom att inte innehålla några direkta anvisningar om undervisningens upplägg. Nu anger kursplanen i matematik syfte och mål för undervisningen vilket innebär att läraren får fria händer att styra undervisningen vilket ökar lärarens ansvar och nyckelroll ytterligare. Myndigheten för skolutveckling (2003:9).

### 3.8.1 Diagnos och individualisering

Redan 1946 genomförde Frits Wigfors (1946:114) undersökningar av elevers kunskaper i addition vid skolstart och han gav följande didaktiska råd:

> Det viktigaste resultatet av undersökningen är att nybörjarna stå på så oerhört olika nivå i räknefärdighet, när de börjar skolan. Under det de svagaste ej ens kan räkna till 10 är de duktigaste fullt i nivå med medelgoda barn i klass 2. Så olikartad som räknefärdigheten är, gör sig behovet av individualiserad undervisning mycket starkt gällande vid skolgångens början, troligen då mer än vid något annat skolstadium.

Enligt Olsson (2000:204-205) är det viktigt att tidigt uppmärksamma barnets tankestrategier. Detta för att hindra att barnet hamnar i matematiksvårigheter genom att fastna i ett- och etträkning på fingrarna. Under en viss period är det naturligt för barnet att räkna ett och ett på fingrarna men sedan måste läraren hjälpa eleven att komma vidare till bättre strategier. De nämner vidare att detta kan vara en av anledningarna till att elever med matematiksvårigheter i de högre skolåren aldrig har brutit med detta mönster. För att tidigt uppmärksamma dessa elever måste läraren intressera sig för barnets väg fram till svaret - själva tankeprocessen istället för att se på det nedskrivna svaret. Detta kan göras genom att läraren samtalar med eleven för att avgöra vilken kvalitet denna har på sina tankeformer. Läraren kan även observera eleven i räknesituationer. Forskarna inom matematikdidaktik är överens om vikten av att diagnostisera eleverna och individualisera undervisningen för elevens bästa. Detta gynnar alla elever oavsett vilken nivå de befinner sig på. Skolverket (2003:26) menar att för att främja elevernas motivation krävs det att eleverna får uppgifter på rätt nivå: ”Uppgifter på rätt nivå som utmanar elevernas förmåga optimalt främjar deras motivation och strävan efter att lära sig i riktning mot lärandemål.”

Löwing & Kilborn (2002:121) menar att för att kunna individualisera undervisningen måste läraren känna till undervisningens mål. Att individualisera inom klassens är svårt och en perfekt individualisering kan aldrig uppnås. Däremot är det möjligt att komma en bra bit på väg. Löwing & Kilborn fortsätter med en beskrivning på hur individualisering kan ske på olika sätt: "… genom att sätta olika mål för olika elever, genom att ägna olika lång tid åt olika elever, genom att konkretisera undervisningen på olika sätt."

Magne (1998:8) menar att det inte är omöjligt att alla elever kan lyckas med matematik men att det krävs att de elever med svårigheter får chansen att lära sig efter intresse, förmåga och individualitet. Inlärningen måste inrikta sig på elevens särskilda behov. Framgången i matematik beror inte enbart på eleven själv utan är beroende av omgivningens stöd. Hon menar vidare att det handlar om elevernas egna arbetsresurser i förening med omgivningens stödinsatser. Malmer (1999:91) betonar vikten av att en kartläggning av eleverna och att stödinsatser sedan sätts in på ett tidigt stadium.

Löwing & Kilborn (2002:177) skriver att många lärare kan uppleva att det tar lång tid att genomföra noggranna intervjuer och diagnoser med eleverna. Men hon menar att lärare har igen detta genom att de får en unik kunskap om eleverna som kan användas vid individualisering av undervisningen. Detta i sin tur sparar oerhört mycket undervisningstid som annars hade lagts på en allt för hög abstraktionsnivå och därför riskerar att lämna eleven utan förståelse och motivation. Därefter har vi analysera vilka stödinsatser som skulle vara lämpliga för respektive elev. Vi blev båda förvånade över vilken otroligt värdefull information läraren kan få genom att samtala med eleverna och detta tog inte längre än högst 10 minuter per elev. Löwing & Kilborn (2002:13) fortsätter med att förklara en viktig aspekt angående individualisering:

> All individualisering kräver god kännedom om respektive elevs aktuella förkunskaper. Dessa förkunskaper kan man ta reda på med enkla diagnostiska test. Man måste emellertid också ha klart för sig, att diagnostiska kunskapstest enbart ger besked om resultatet av elevernas tänkande. För att en djupare information om elevernas tankestrategier måste man därför komplettera diagnosen med intervjuer.

### 3.8.2 Att uppfatta olika aspekter av tal

För att elever inte skall fastna i något speciellt tankemönster och låsa sig fast i detta är det bra om de kan möta tal utifrån flera perspektiv. Eleverna kan utgå från ett tal, exempelvis 12 och arbeta tillsammans med sina kamrater. Ahlberg (2000:51) visar ett flertal exempel på hur detta kan göras. Eleverna kan utgå från följande frågeställningar runt talet: Vad kan vara 12? Vad kan kosta 12? Är 12 ett jämt eller udda tal? Hur många tiotal och ental finns i talet 12? Vad är hälften av 12? Vad är dubbelt så mycket av 12? Till hur många glassar räcker 12 kronor? Vilka kombinationer ger talet 12? Därefter kan eleverna skriva och rita räknesagor där talet 12 ingår och låta kamraterna lösa dessa. Enligt Ahlberg (2000:47) har barn många olika sätt att utveckla förståelse för talens innebörd. De menar att barn bör möta tal i många olika sammanhang för att utveckla en förståelse:

> För att utveckla förståelsen av tal som "sammansatta enheter" är det viktigt att barn får tillfälle att på olika sätt utgå från en helhet som de grupperar eftersom detta leder till att de erfar talens relationer och samtidigt upplever delar och helhet … Genom att använda det sinnliga erfarandet och se, höra och känna talen, kan barn simulant erfara lika aspekter av tal, dvs samtidigt uppfatta tal både som "positioner i talsekvensen" och som "sammansatta enheter" och därigenom utveckla sin förståelse för talens del – helhetsrelation.

Taluppfattning har fått en stor roll inom forskningen. En känsla för tal och hur dessa kan hanteras benämner man i USA som *Number sense.* Olsson (2000:196) nämner ett citat från forskarna Reys & Reys från en artikel i nämnaren 22, där de talar om number sense: "… en önskan att ge mening åt situationer med kvantitativa beskrivningar, att relatera tal till sammanhang och undersöka vad som händer när man manipulerar med tal. Det är ett sätt att tänka som borde genomsyra all undervisning och allt lärande i matematik."

Olsson (2000:200) går in lite närmare på *analys* och *syntes*. Med analys menar man att barnet utgår ifrån helheten och sedan bestämmer delarna och tvärt om med syntes där barnet utgår från delarna och söker helhet. Ett analysiskt tänkande är naturligt för barn men matematikundervisningen grundas oftast på ett syntetiskt tänkande genom tal som: 5 + 3 =__och 2 + 6 =__. De menar fortsättningsvis att den ena metoden inte skall ersätta den andra utan användas tillsammans. Olsson (2000:202) skriver följande: "Det är viktigt att vi lärare uppmärksammar detta, eftersom det har blivit vanligt att skriva in en och annan analysuppgift på sidor med syntesuppgifter. Barnen måste bli medvetna om dessa två sätt att tänka och reflektera över dem."

### 3.8.3 Konkretisering av matematiken

Det är av stor vikt att lärarna är medvetna om hur de skall lägga upp sin undervisning så att det gynnar elevernas förståelse i matematik. Det konkreta materialet är en del av det arbetet. Malmer (1999:108-109) menar att det är betydelsefullt att barn får möta ämnet matematik under sådana former som gör att de kan få utlopp för sin kreativitet och kompetens. Hon beskriver också att de flesta barn som börjar skolan kan en hel del matematik, även om de inte vet om det. De kan därför med hjälp av bilder, handling och ord få visa att de förstår och uppfattar ett matematiskt sammanhang, en situation eller räknehändelser. Här kan eleven ha god hjälp utav t ex flanobilder eller bilder för magnettavla. Dessa hjälpmedel har den fördelen att barnen får berätta och placera bilderna samtidigt. Malmer (1999:97) beskriver material som kan användas för att träna elevers uppfattning om positionssystemet. *Centimo* är ett material bestående av olika kuber i storleken 1*1 cm som är grupperat i entals-, tiotals-, hundratals- och tusentalskuber. Materialet skall hjälpa eleverna att få förståelse för positionssystemet genom att de kan plocka fram rätt antal i en mängd när de räknar.

Löwing & Kilborn (2002:132) berättar om winnetkakort som ett bra konkret material. När eleverna har byggt upp en förståelse för en grundläggande tankeform för addition är det lämpligt att de även bygger upp en färdighet. Om inte vissa grundläggande tankeformer blir automatiserade, dvs gripbara för eleven så orkar de inte räkna de uppgifter som innebär flerstegsproblem, t ex i form av en överslagsräkning. Löwing & Kilborn beskriver arbetet i en årskurs 1, där eleverna får använda winnetkakort för att färdighetsträna de moment som eleverna behövde träna på. Eleverna satt 3 och 3 och tränade varandra med den nivå på korten som de behövde träna på. Löwing & Kilborn (2002:159-160) beskriver lämpligt material för att konkretisera och färdighetsträna eleverna. De menar att konkret material ibland kan lösa en knut som eleven har. En elev som inte förstår att t ex 6 + 4 och 4 + 6 är 10 kan man utnyttja att eleven vet att 5 + 5 = 10. Läraren kan lägga upp knappar på olika sätt, först i två högar om 5 och 5 och därefter flytta en av knapparna från den ena högen till den an dra. När en elev så småningom behärskar de 45 grundläggande uppgifterna i additionstabellen är det lättare att generalisera dessa uppgifter till tiotal. En bra metod är då att använda sig av pengar, en tia och 10 enkronor. När en elev skall lösa 14 + 3 = ser han/hon direkt att 4 + 3 = 7 oberoende av tian. Lägger eleven sedan på tian så blir det 17. Här använder sig eleven av den associativa lagen. Detta klarar eleven tack vare att han behärskar den lilla additionstabellen.

Löwing & Kilborn (2002:204) menar att läraren har ett viktigt ansvar när de låter eleven använda konkret material. När en lärare skall konkretisera ett moment i matematiken är det viktigt att de klargör syftet med konkretiseringen. Det är viktigt att det inte enbart blir en aktivitet som enbart sysselsätter eleverna eller får dem att manipulera sig fram till ett korrekt svar för stunden. Läraren bör använda materialet på ett sådant sätt att det underlättar förståelsen av en operation eller tankeform. Löwing & Kilborn (2002:204) betonar vidare om att arbeta med konkret material: ”Det är ändå inte materialet som är konkret. Om man lyckats konkretisera något eller inte är alltså helt beroende av hur materialet används.”

### 3.8.4 Likhetstecknets betydelse

Enligt Ahlberg (2000:64-65) måste matematiska symboler tillskrivas en innebörd för att barnet skall förstå matematiska beräkningar. En ofta missförstådd symbol är likhetstecknet. Barn bör få möta likhetstecknet i konkreta situationer långt innan de räknar uttryck som 3 + 2 =__. Detta för att utveckla förståelsen av innebörden i likhetstecknet. Följande står:

> Om barn endast arbetar med likheter och samband med dessa uttryck genom att göra en mängd sidor i räkneboken med liknande uppgifter där svaret alltid skrivs till höger om likhetstecknet är risken stor att många barn får uppfattningen att tecknet betyder ”det blir” eller att det alltid är efter detta tecken som svaret ska skrivas. Problemen kommer senare när barnet möter uppgifter som 4 + ? = 6 x 2 och framförallt när barnet senare ska lösa ekvationer t ex 4 + 5x = 2x + 10 vilket verkligen kräver förståelse av likhetstecknets innebörd.

Ett bra tillvägagångssätt enligt Ahlberg (2000:65) är att barn kan få förståelse av likhetstecknets betydelse när de får laborera och diskutera runt tecknet. Ett hjälpmedel kan vara att använda sig av vågen. Vågskålarna skall väga lika mycket och om de inte gör det måste något läggas till eller tas bort och detsamma gäller när man använder likhetstecknet. Det går bra att använda sig av klossar.

### 3.8.5 Automatisering

Malmer (1999:124) menar att det tar varierande tid för eleverna att automatisera lilla additionstabellen. Nästa moment för eleven är att klara av tiotalsövergången, då talområdet utökas till att omfatta 1-18. I detta skede är det viktigt att eleverna får arbeta i sin egen takt och i lämplig kunskapsnivå. Själva övningsmomenten bör ske på både ett omväxlande och lustbetonat sätt. Malmer (1999:128) beskriver elevers möte med tiobassystemet enligt följande aspekt: ”Vårt tiobassystem är decimalt, dvs. dess bas är tio. Talsystemet är uppbyggt av tio symboler, siffrorna 1-9 jämte nollan, som fungerar som platshållare. Det är för alla elever viktigt att de i kombination med sifferskrivningen får talen också får en visuell bild av vad siffror representerar.”

Vikten av att behärska huvudräkning beskrivs av Löwing & Kilborn (2003:75). Hon menar att för att bli bra i huvudräkning krävs att eleven behärskar grundläggande addition. Om en elev saknar dessa förkunskaper uppstår problem med att hålla alla operationer levande i minnet. Det är därför viktigt att eleverna innan de nu går vidare behärskar:

- talraden framåt och bakåt,
- tiotalsövergångarna
- åtminstone den lilla additionstabellen

Hedrén (2002:141) menar att tabellkunskap är viktigt i alla räknesätten genom att det är en omöjlighet för eleven att kunna hålla så mycket data i korttidsminnet. Med anledning av detta blir det nödvändigt för eleven att lära sig att automatisera vissa beräkningar som huvudräkning och även med skriftliga räknemetoder för att det inte skall ta för lång tid och skapa allt för stor möda. Hedrén fortsätter med att undersökningar har visat att praktiskt taget alla elever kan lära sig tabellerna för de fyra räknesätten, men att det kan vara individuellt hur stor ansträngning de får lägga ner. Det gäller att bygga upp en lust och motivation för färdighetsträningen menar Löwing & Kilborn (2003:42) Tabellträningen kan göras både på ett intressant och stimulerande sätt. I äldre undervisningstradition var färdighetsträning ett vanligt inslag i undervisningen men idag har elevernas förståelse för matematik lyfts fram som viktigare än färdighet. Detta tror Löwing kan ge signaler till lärare att helt sluta med färdighetsträning i skolan. Löwing & Kilborn (2003:42) skriver följande: ”Vad man emellertid glömmer bort är att det sällan räcker med en förståelse av något. Förståelsen måste ofta kombineras med en färdighet i att också utföra de operationer man förstår.”

I början av de första skolåren klarar sig eleverna relativt bra med enbart en förståelse av tal utan någon färdighet. När talområdet blir större ökar kravet på att ha flyt i räknandet. Om eleven har komplicerade räknesätt att beräkna uppgifter på blir detta allt svårare desto mer avancerade uppgifterna blir. Detta menar Löwing & Kilborn (2003:42-43) kan vara förklaringen på de problem som högstadie- och gymnasieelever visar i grundläggande matematikkunskaper, på de utredningar som gjorts.

# 4 Metod

## 4.1 Design

För att få en samlad bild över elevernas kunskaper i addition valde vi att använda 2 diagnoser. Utifrån diagnoserna valde vi sedan ut 8 elever till en intervju. Dessa elever gick vi sedan vidare med, genom en riktad intervju om deras tankestrategier av 9 olika uppgifter. Slutligen intervjuade vi samtliga lärare i de 4 klasserna för att undersöka deras uppfattning om elevernas kunskapsnivåer, lärarnas egna arbetsmetoder och rutiner runt diagnostisering. Vårt syfte med lärarintervjuerna var att ställa dessa mot resultaten av diagnoser och elevintervjuer.

## 4.2 Metod och urval

Vi har valt att genomföra vår studie i fyra klasser jämt fördelat på två kommuner och skolor i Västsverige. Skolorna har varit våra VFU-platser under utbildningen varpå det kändes naturligt att vända sig dit. Båda skolorna är kommunala skolor. Vi har valt att diagnostisera och intervjua elever från årskurs 2 på grund av att uppgifterna i diagnosen stämmer bäst in på denna åldersgrupp. I klass 2A och 2B var respektive elevantal 9 och 7. I klass 2C var elevantalet 11 och slutligen var det 13 elever i klass 2D. Samtliga klasser var åldersintegrerade. Klasserna i kommun 1 var integrerade från Förskoleklass till årskurs 2. Klasserna i kommun 2 var integrerade från årskurs 1 till årskurs 2.

Vi har valt att använda oss av ett diagnosmaterialet från Diamantprojektet som är utarbetat mellan Skolverket och Madeleine Löwing som projektledare. Elevdiagnosen behandlar endast addition då vi har avgränsat vår studie till detta ämne. Diagnosernas syfte är att kartlägga elevernas förmåga att addera uppgifter inom talområde 1-9 samt 10-19. Uppgifterna i diagnos TU1 är uppbyggda på talområde 1-9. Diagnos TU2 behandlar talområde 10-19. Diagnoserna ger endast ett resultat av elevernas tankar när de löser uppgifterna. Genom diagnoserna får vi inte reda på elevernas tankestrategier dvs. hur de löser uppgifterna. Syftet med att ge eleverna två olika diagnoser var även att undersöka om eleven hade förmåga att generalisera från uppgifterna med ental i TU1 till tiotal i TU2. (Se bilaga 1 och 2). För att kunna förstå elevernas tankestrategier i addition valde vi att genomföra riktade intervjuer med eleverna. (Se bilaga 3). I varje klass valdes två elever ut. Denna fördelning gjordes utifrån vårt intresse att se likheter och skillnader mellan elever i de olika klasserna och mellan de två skolorna. Valet av dessa elever utgick även från deras resultat på diagnoserna. I vår studie ville vi få med intressanta resultat för att kunna belysa elevernas tankeformer utifrån flera perspektiv. De elever som valdes ut låg på sammanfattade bra och dåliga resultat samt de som presterade olika mellan diagnoserna. Vi valde att använda oss av halvstrukturerade intervjuer till lärarna. Här hade vi möjlighet att ställa följdfrågor till lärarna. Stukát (2005:39) skriver följande:

> Metoden är anpassningsbar och följsam. En skicklig intervjuare kan följa upp idéer, sortera svar och gå in på motiv och känslor på ett sätt som är omöjligt eller olämpligt i en strukturerad intervju eller enkät. Hur en respons avges (tonfall, mimik, pauser) kan ge upplysningar som ett skriftligt svar inte avslöjar. Följdfrågor används för att få svaren mer utvecklade och fördjupande.

Vi intervjuade alla lärare i de fyra klasserna för att kunna jämföra elevernas resultat kontra lärarnas uppfattningar. (Se bilaga 4) Lärarna fick redogöra för vilken undervisning och arbetsmetod som de bedriver i klassen. De fick även beskriva elevernas kunskaper. Vi ansåg att vi genom lärarintervjuerna fick värdefull information som förklarade bakomliggande kunskaper och svårigheter hos eleverna. Därför valde vi att redovisa samtliga lärare i studien. För att ge utrymme för de öppna frågor som förekom i intervjun valde vi att presentera lärarnas svar i samlad löpande text istället för att redovisa varje fråga och svar separat.

## 4.3 Genomförande av elevdiagnos

I samråd med lärarna planerades tid och plats för diagnoserna. Vi beräknade en halvtimma för att genomföra båda diagnoserna i respektive klass. Väl på plats gick vi noga igenom rutinerna för eleverna. Vi presenterade oss och klargjorde vårt syfte vilket var att undersöka elevers kunskap i addition. Vi poängterade att diagnosen syfte var att hjälpa oss i våra studier. Vi förklarade att vi inte kunde vara behjälpliga med diagnosen och att eleverna fick avstå uppgifter som de saknade förståelse för. För att undvika störande moment i klassen förberedde vi genom att förse varje elev med matematikböcker som de kunde börja arbeta i när de var klara med diagnoserna. Diagnoserna delades ut med framsidan vänd mot bänken och därefter började alla räkna samtidigt. Under diagnosens utförande observerade vi om eleverna använde sig av hjälpmedel i form av fingerräkning. Detta antecknades med ett (F) på respektive elevs diagnos. Vi noterade även hur lång tid som eleverna arbetade med varje diagnos. Syftet med detta var att få en uppfattning om eleverna hade automatiserat talen eller om de använde sig av omständliga räknestrategier. Under utförandet av diagnos TU2 fanns det elever som ville avsluta diagnosen i förtid på grund av svårigheter med uppgifterna. Efter misslyckade försök att uppmuntra eleverna fick de avbryta diagnosen.

Efter genomförda diagnoser rättade vi elevdiagnoserna och gjorde en sammanställning av elevernas resultat i olika stapeldiagram. Diagrammen redovisar både tid och antal rätt för varje enskild elev. Vi valde att använda oss av diagram för att göra resultatet mer överskådligt för läsaren. Vi redovisade samtliga klassers resultat då dessa ligger till grund för senare presentation i uppsatsen. Vi har döpt eleverna i respektive klass med siffror. Siffran 1 representerar den elev som har bäst resultat på TU1. Elev 2 får nummer 2 osv. I TU2 följer denna siffra med respektive elev oavsett om eleven presterat sämre. Elevens siffra synliggör även elevernas prestationer mellan diagnoserna.

## 4.4 Genomförande av elevintervju

Vid intervjun bad vi eleven tänka högt. Motivet till detta var att få en uppfattning om hur eleverna formulera sina tankeformer. Samtalen genomfördes i ett enskilt rum under skoldagen. Vid intervjutillfället ställdes 5 frågor till eleven. De tre första frågorna var uppmjukningsfrågor för att göra eleven mer avspänd inför intervjun och syftet med de 2 sista frågorna var att få en uppfattning om vilka hjälpmedel eleven använde sig av och hur eleven uppfattade likhetstecknet. Syftet var även att kunna relatera fråga 4 och 5 till elevernas resultat på diagnos TU1 och TU2. Följande frågor ställdes till eleverna i intervjun:

1. Hur gammal är du?
2. Vad har du önskat dig i julklapp?
3. Vad skall du göra om det blir mycket snö?

4. Har du några hjälpmedel när du räknar?
5. Vad betyder likhetstecknet?
6. Är det någon skillnad om likhetstecknet kommer före plustecknet?

Ett antal additionsuppgifter gavs till eleven under intervjun. Uppgifterna som eleven fick lösa under intervjun var hämtade från diagnos TU1 och TU2. Vi valde ut nio blandade exempel för att få en uppfattning om elevernas svårigheter och styrkor. Vi gav eleverna 3 liknande exempel efter varandra t.ex. 5 + 2 = __, 15 + 2 =__ och 12 + 5= __. Vi ansåg det intressant att se om eleven hade förmåga att generalisera från ett exempel till nästa exempel. En upptäckt som vi gjorde i efterhand var att eleverna hade lättare att generalisera uppgifterna i elevintervjun än i diagnosen. Detta kan bero på att diagnosens uppgifter var blandade och i intervjun fick eleven 3 exempel efter varandra som var baserade på liknande tal. Detta innebär ett hinder i sig med att jämföra med diagnosen, men även en öppning för oss, att tydligare se om eleven generaliserar eller inte. Vi gav följande uppgifter till eleven:

| | | | |
|---|---|---|---|
| Ex. 1 | 5 + 2 = __ | 15 + 2 = __ | 12 + 5 = __ |
| Ex. 2 | 4 + 5 = __ | 4 + __ = 9 | 14 + 5 = __ |
| Ex. 3 | 8 = __ + 5 | 8 = 3 + __ | 18 = 3 + __ |

Samtliga intervjuer spelades in för att underlätta redovisningsarbetet. Eivegård (2002:39) beskriver att en nackdel med att spela in intervjuer är att personerna kan bli hämmade. Före intervjun undersökte vi om bandspelarens ljud var av god kvalité. Vi var noga med att få ett godkännande från elevens föräldrar då vi bandade samtalet. Efter genomförda elevintervjuer transkriberades resultatet. Därefter valde vi ut 3 elevintervjuer för redovisning i vårt arbete. Valet av dessa 3 elever grundades på att vi ville presentera en variation av tankestrategier som kunde representera samtliga elevers. De elever som vi valde ut till intervju gav vi figurerat namn för att göra eleverna mer personliga.

## 4.5 Genomförande av lärarintervju

Vi valde att genomföra en halvstrukturerad intervju med utrymme för eventuella följdfrågor. Vårt syfte med lärarintervjun var att få en inblick i lärarnas uppfattning om elevernas additionskunskaper i respektive klass. Vi ville även få fram vilka undervisningsmetoder som lärarna tillämpade. Inför intervjuerna tog vi kontakt i god tid och vi undersökte om det var möjligt att spela in samtalet. Vi förberedde lärarna genom att dela ut frågorna före intervjun. Intervjuerna genomfördes i ostörd miljö efter skoldagens slut. Vi använde oss av 10 öppna frågor till lärarna för att få ett svar av mer beskrivande karaktär. Frågorna till lärarna var följande:

1. Hur många år har du arbetat som lärare?
2. Vilka inriktningar har du?
3. Hur tror du att klassen klarade diagnosen?
4. De som hade alla rätt hur lång tid tror du att de behövde för detta?
5. Vilka elever tror du hade svårigheter?
6. Hur tror du att eleverna har löst dessa uppgifter? Vilka strategier använder de sig av? För mig är det självklart att räkna i huvudet men hur tror du att eleverna gör?
7. Vilka elever tror du har automatiserat?
8. Du nämnde några som hade svårigheter, Vilka förkunskaper fattas hos dessa elever?

9. Hur ser undervisningen ut på en matematiklektion? Ge mig gärna några exempel. Har du gemensamma genomgångar?
10. Hur arbetar eleven med konkreta material för att lära sig addition?
11. Hur kartlägger du elevernas kunskaper i addition?

Syftet med frågorna var att få en inblick i lärarnas bakgrund och hur läraren uppfattar elevernas kunskaper och strategier. Vi ville även ta reda på hur undervisningen bedrivs för att gynna elevernas förståelse för addition. Syftet var även att få en uppfattning om lärarnas kartläggning av elevernas kunskaper. Det var ett gediget material vi samlade in under 12 intervjuer med lärare och elever. Detta resulterade i en inspelningstid på 3 timmar och vi valde att transkribera samtliga intervjuer. Även Stukát (2005:40) nämner transkribering som tidsödande. Han menar att en timmes intervju kan ta upp emot 3 till 5 timmar att skriva ut.

## 4.6 Val av metod utifrån validitet, reliabilitet och generaliserbarhet

Vi anser att validiteten i vår undersökning är god utifrån de metoder vi valt i form av diagnos, elevintervju och lärarintervju. Dessa metoder mäter till stor del de kunskaper i addition som vi avser att mäta. Metoderna täcker in en stor del av de möjligheter att inhämta information för att belysa de frågeställningar som finns i vårt syfte. Vi hade funderingar på att genomföra observationer i respektive klass men denna metod valdes bort pga. studiens begränsade tid. Syftet med observationer hade varit att få bekräftelse på lärarnas undervisningsmetoder. Denna metod hade även ökat reliabiliteten i vår studie. Vi valde att genomföra vår studie på två olika skolor i två kommuner. Valet av två skolor anser vi ökar generaliserbarheten i vår studie.

Generaliserbarheten är begränsad i vår studie då vi är medvetna om att antalet elever och lärare i undersökningen är begränsade för att kunna dra några stora slutsatser. Vi hoppas dock att arbetet kan vara en bit i pusslet för att föra oss närmare förståelsen av elevers tankeformer och strategier i addition. Även öka förståelsen för hur lärarens arbetsmetoder påverkar elevernas kunskaper i addition. Genom att vi valt tre olika tillvägagångssätt för undersökningen i form av elevdiagnos, elevintervju och lärarintervju, har vi kunnat analysera elevernas kunskaper och räknestrategier utifrån olika vinklar. Även lärarnas arbetssätt och arbetsmetod ur olika perspektiv, vilket i sin tur ger en större reliabilitet i undersökningen. Som vi tidigare nämnt ingick diagnosmaterialet i Diamatprojektet. Uppgifterna i diagnosen är utarbetade av Madeleine Löwing. Diagnoserna hade 6 stycken blandade uppgifter samlade ex. 1a. Utifrån den forskning som bedrivits kan man förutsätta är att eleven kan de aktuella talen om de svarar rätt på alla exemplen. Samtliga intervjufrågor har noga diskuterats och utarbetats i samråd med handledare före genomförandet. För att säkerställa reliabiliteten ytterligare hade vi kunnat genomföra diagnos och intervjuer på en testgrupp elever och lärare. Detta får bli en kunskap till nästa vetenskapliga studie. Eftersom vi är två författare av denna rapport intervjuade vi 2 klasser och 2 lärare var på våra respektive VFU- skolor, vilket kan ha påverkat resultatet. Lärare och elever har olika relationer till oss, vilket kan ha medfört att vi ställde frågorna på olika sätt. Frågorna som vi ställde följde dock samma mall och vi har försökt att skapa liknande intervjumiljöer. Vi har båda intervjuat lärarna i klassrummet efter skolans slut och eleverna i ett grupprum enskilt under skoldagen. En annan aspekt som hade ökat reliabiliteten i vår studie hade varit att tillfråga lärarna i respektive klass hur länge de hade varit klasslärare i klassen. Denna aspekt tror vi kan göra en skillnad i lärarens förmåga att uttala sig om elevernas kunskap i addition. Syftet med en tydlig beskrivning av metoddelen har varit att vår undersökning skall vara reproducerbar dvs. att ge utförlig information så att studien kan genomföras på andra skolor.

## 4.7 Etik

Inför elevintervjun fick vi föräldrarnas godkännande via brev till hemmet. I utskicket förklarade vi vårt syfte med att kartlägga elevernas tankestrategier i addition som underlag för vårt examensarbete. Vi klargjorde även att vi skulle spela in intervjun och att elevernas svar skulle presenteras helt anonymt. Vi informerade dock inte föräldrarna innan genomförandet av elevdiagnoserna, då diagnoser är en vanlig företeelse i skolans vardag. Inför samtliga intervjuer förklarade vi vårt syfte för elever och lärare. Vi redogjorde även för vårt arbete i matematikdidaktik och att uppsatsen eventuellt kommer att publiceras på nätet. Johansson (2006:44) beskriver följande: ”Intervjuarens forskningsetik har stor betydelse för hur bra intervjun blir. Den intervjuade personen lämnar ut personliga ställningstaganden och behöver känna förtroende för intervjuaren. Intervjuaren måste därför klargöra vad intervjun skall mynna ut i och ge den intervjuade möjlighet att ge sitt samtycke till att delta.”

# 5 Resultat

Resultatredovisningen utgår från genomförda diagnoser, intervjuer av elever och intervjuer av lärare och knyts till studiens övergripande frågeställningar:

*1. Vilka kunskaper har eleverna i addition?*
*2. Vilka räknestrategier använder sig eleverna av i addition?*
*3. Vilken uppfattning har läraren om elevernas kunskaper i addition?*
*4. Vilka arbetsmetoder har läraren och hur hanterar hon elevernas olika kunskapsnivåer?*

## 5.1 Resultat av elevdiagnoser

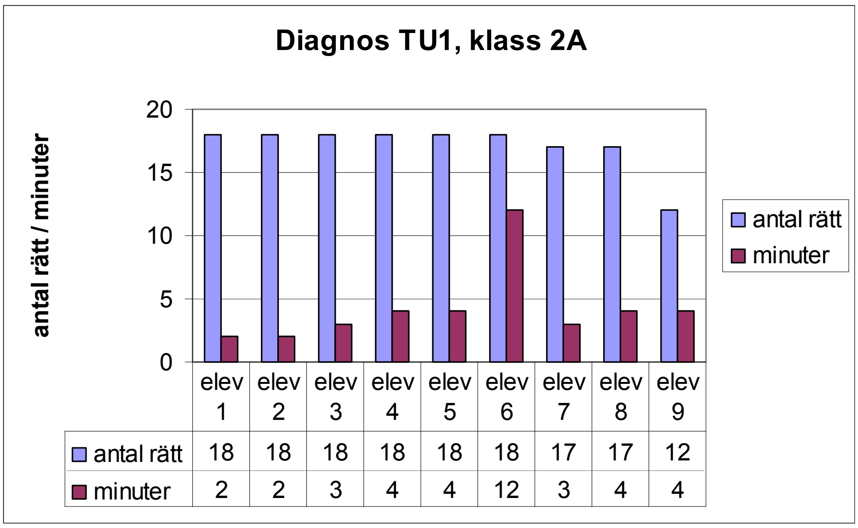
*1. Vilka kunskaper har eleverna i addition?*

Vår första frågesällning besvaras med hjälp två matematikdiagnoser. Det insamlade materialet skall användas för att belysa elevernas kunskaper men även svårigheter. I diagrammen nedan presenteras elevresultaten klassvis och vi har använt oss av följande förkortningar;

TU1 diagnos - additionstal inom talområde 1-9, max antal rätt: 18
TU2 diagnos - additionstal inom talområde 10-19, max antal rätt: 36
Klass 2A - klass årskurs 2 i kommun 1, elevantal: 9 st.
Klass 2B - klass årskurs 2 i kommun 1, elevantal: 7 st.
Klass 2C - klass årskurs 2 i kommun 2, elevantal: 11 st.
Klass 2D - klass årskurs 2 i kommun 2, elevantal: 13 st.

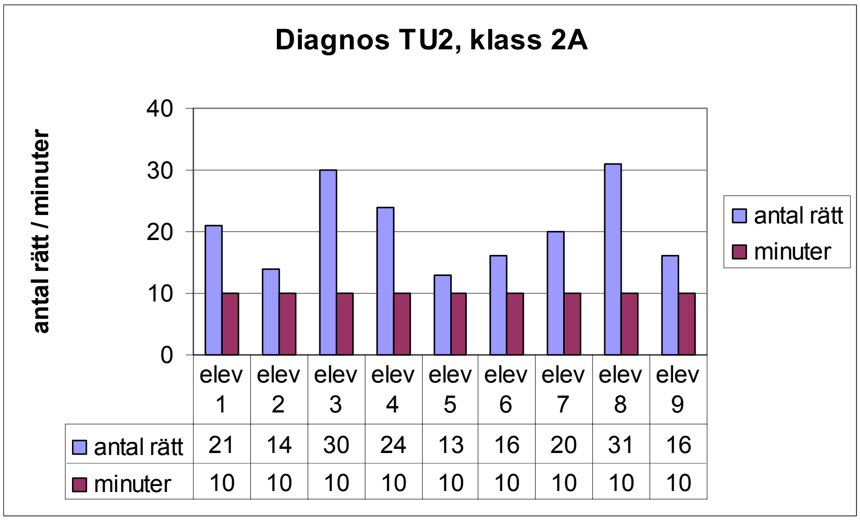
Olika matematikexempel på uppgifter förekommer i den löpande texten. De tal som eleven skall redovisa har vi markerat genom en understrykning. Exempel: 5 + 4 = 9.

### 5.1.1 Resultat av diagnoserna i klass 2A




**Figur 1. Fördelning av elevresultat av diagnos TU1 i klass 2A.**

Resultatet av antal rätt i diagnos TU1 varierade från max antal rätt, det vill säga 18 rätt, ner till 12 antal rätt. Elev 1, 2, 3, 4, 5 och 6 hade 18 rätt. Elev 7 och 8 hade 17 rätt och slutligen elev 9 med 12 rätt. Tiden för att göra klart diagnosen låg mellan 2 minuter och upp till 12 minuter. Elev 1 och 2 var klara på 2 minuter. Elev 3 och 7 hade tiden 3 minuter. Elev 4, 5, 8 och 9 var klara på 4 minuter och elev 6 var klar på 12 minuter.

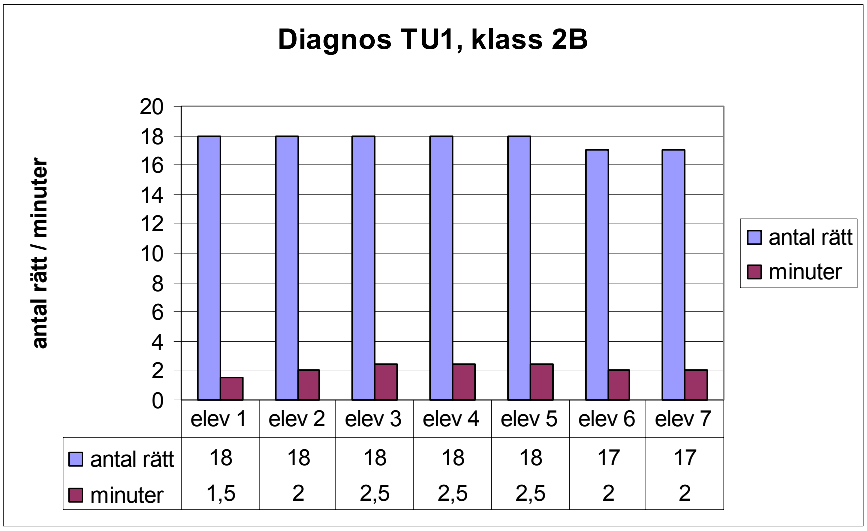



**Figur 2. Fördelning av elevresultat av diagnos TU2 i klass 2A.**

Resultat av diagnos TU2 varierade från 31 antal rätt ner till 13 antal rätt. Elev 8 hade 31 rätt följt av elev 3 med 30 rätt. Elev 4 resulterade i 24 rätt följt av elev 1 med 21 rätt. Elev 7 hade 20 rätt, elev 6 och 9 hade 16 rätt, följt av elev 2 och 5 med 13 rätt. Det tog 10 minuter för samtliga elever att göra klart diagnosen.

Resultaten av diagnoserna visar ett antal elever med alla rätt på kort tid i diagnos TU1 sedan hade ett sämre resultat i TU2. Dessa elever är framförallt elev 1, 2 och 5. Elev 2 tog hjälp av fingrarna för att klara av uppgifterna. Generellt sett presterade eleverna ett bra resultat på TU1 med undantag från elev 6 och 9 som hade problem med lättare additionstal, exempelvis 2+7=8. På diagnos TU2 märktes tydligt att flertalet av eleverna hade problem med likhetstecknets betydelse och tals uppdelning av ental och tiotal. 7 av 9 elever hade svårigheter uppgifter där placeringen av likhetstecknet kom före plustecknet. Ett uppmärksammat fel som stora mängder av eleverna gjorde vid dessa uppgifter var att addera ihop summan av talet med den första termen ex. 18=3+21. Eleverna gjorde även fel på uppgifter där ena termen är var okänd, ex. 14+_=19. Elev 2, 8, och 9 hade även svårigheter med att räkna addition med tiotal ex. 8+10=16. Detta tyder på att de inte kan generalisera. Samtliga elever räknade på fingrarna med undantag från elev 1, 3 och 6. Elev 3 höll ordning på sitt räknande genom att rita streck på pappret.

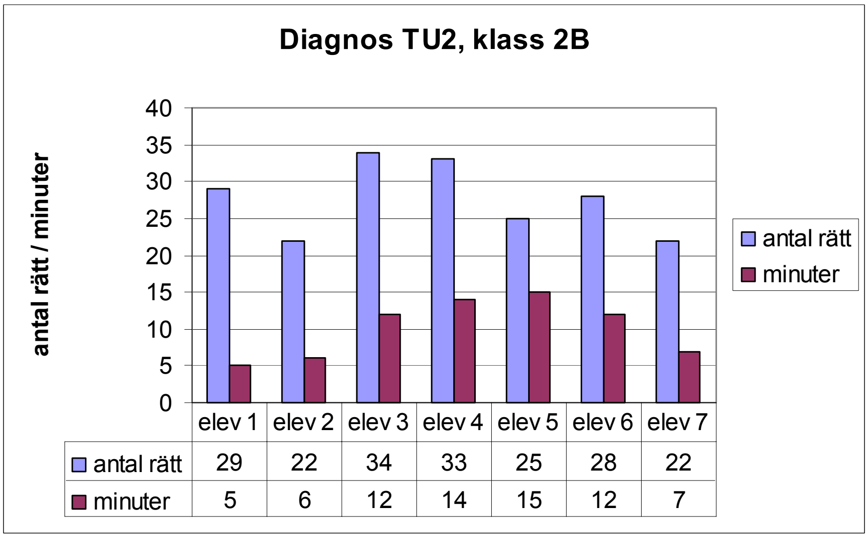
### 5.1.2 Resultat av diagnoserna i klass 2B




| | elev 1 | elev 2 | elev 3 | elev 4 | elev 5 | elev 6 | elev 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| antal rätt | 18 | 18 | 18 | 18 | 18 | 17 | 17 |
| minuter | 1,5 | 2 | 2,5 | 2,5 | 2,5 | 2 | 2 |

**Figur 3. Fördelning av elevresultat av diagnos TU1 i klass 2B.**

Resultatet av elevernas antal rätt i diagnos TU1 varierade från max antal rätt, det vill säga 18 rätt ner till 12 rätt. Elev 1, 2, 3, 4 och 5 hade 18 rätt. Elev 6 och 7 hade 17 rätt. Tiden för diagnosen låg mellan 1,5 minuter upp till 2,5 minuter. Elev 1 var klar på 1,5 minut. Elev 2, 6, 7 hade tiden 2 minuter och elev 3,4 och 5 var klara på 2,5 minuter.




| | elev 1 | elev 2 | elev 3 | elev 4 | elev 5 | elev 6 | elev 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| antal rätt | 29 | 22 | 34 | 33 | 25 | 28 | 22 |
| minuter | 5 | 6 | 12 | 14 | 15 | 12 | 7 |

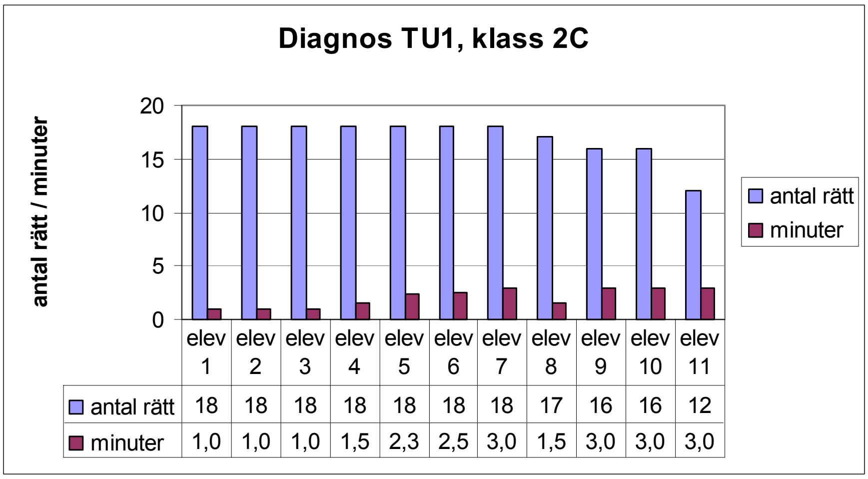
**Figur 4. Fördelning av elevresultat av diagnos TU2 i klass 2B.**

Elevernas resultat i diagnos TU2 varierade från 34 antal rätt ner till 22 antal rätt. Elev 3 hade 34 rätt följt av elev 4 med 33 rätt. Resultatet av elev 1 var 29 rätt och elev 6 hade 28 rätt. Elev 5 hade 25 rätt och slutligen kom elev 2 och 7 med 22 rätt. Tiden för diagnosen låg från 5 minuter upp till 15 minuter. Elev 1 var klar på 5 minuter följt av elev 2 som var klar på 6 minuter. Elev 7 hade tiden 7 minuter och elev 3 och 6 hade tiden 12 minuter. Elev 4 var klar på 14 minuter och slutligen elev 5 med 15 minuter.

Samtliga elever i klassen klarade diagnos TU1 med ett bra resultat såväl inom rimlig tid som antal rätt. Vid diagnostillfället observerades att elev 2, 4 och 6 räknade med hjälp av fingrarna. Även i denna klass kan vi se en tydlig försämring av elevernas resultat i TU2.

Exempelvis elev 2 som har delat sämst resultat tillsamman med elev 7. Elev 3 och 4 har de två bästa resultaten men de har tagit lång tid på sig under diagnosen. För övrigt räknade samtliga elever i klassen med hjälp av fingerräkning på diagnos TU2. Detta vill vi uppmärksamma. Flera elever har inte förstått likhetstecknets betydelse i TU2, då de adderar summan med termen, exempelvis 8=3+<u>11</u>. Andra elever har valt att inte ens försöka sig på dessa tal. Ett annat uppmärksammat fel är att de inte kan räkna tal då den ena termen är okänd. Till sist var det även en del av eleverna som hade svårt för att generalisera. Elev 5 svarade fel på ex. 2+<u>14</u>=12. Elev 7 svarade bl. a. fel på ex. 8+10=<u>16</u>.

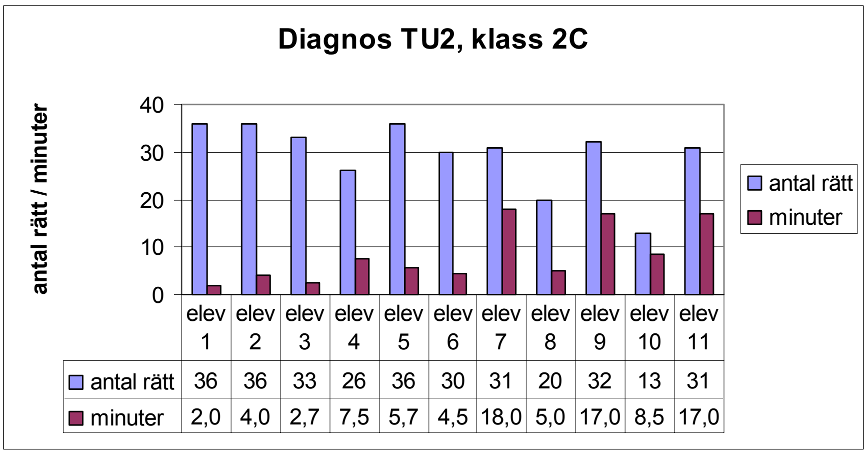
### 5.1.3 Resultat av diagnoserna i klass 2C




| | elev 1 | elev 2 | elev 3 | elev 4 | elev 5 | elev 6 | elev 7 | elev 8 | elev 9 | elev 10 | elev 11 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| antal rätt | 18 | 18 | 18 | 18 | 18 | 18 | 18 | 17 | 16 | 16 | 12 |
| minuter | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,5 | 2,3 | 2,5 | 3,0 | 1,5 | 3,0 | 3,0 | 3,0 |

**Figur 5. Fördelning av elevresultat av diagnos TU1 i klass 2C.**

Antal rätt i diagnos TU1 låg mellan max antal rätt, det vill säga 18 och ner till 12 rätt. Elev 1, 2, 3, 4, 5, 6 och 7 hade 18 rätt, följt av elev 8 med 17 rätt. Elev 9 och 10 hade 16 rätt och Slutligen elev 11 med 12 rätt. Tiden varierade från 1 minut upp till 3 minuter. Elev 1, 2 och 3 var klara på 1 minut. Elev 4 och 8 hade tiden 1,5 minuter och elev 5 var klar på 2,3 minuter. Elev 6 hade tiden 2,3 minuter och elev 7, 9, 10 och 11 var klara på 3 minuter.



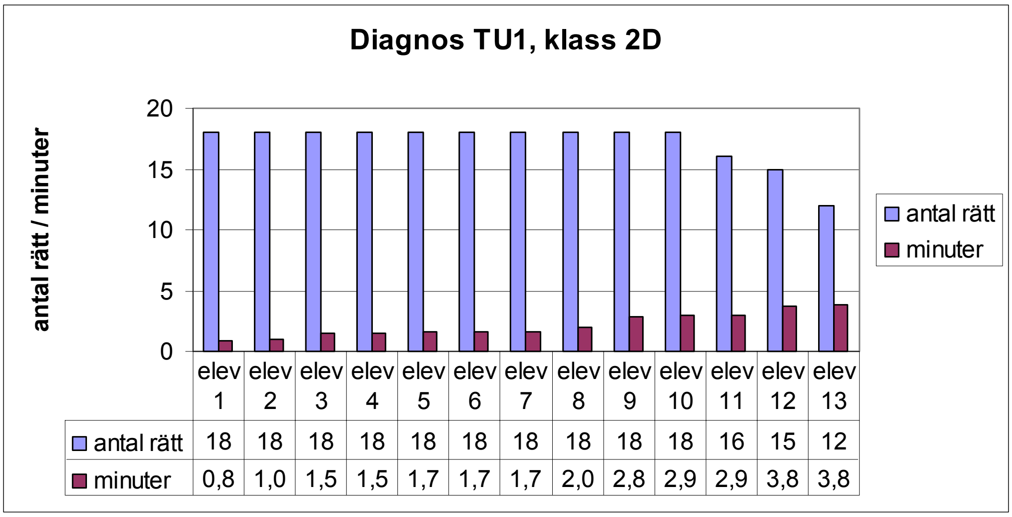

| | elev 1 | elev 2 | elev 3 | elev 4 | elev 5 | elev 6 | elev 7 | elev 8 | elev 9 | elev 10 | elev 11 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| antal rätt | 36 | 36 | 33 | 26 | 36 | 30 | 31 | 20 | 32 | 13 | 31 |
| minuter | 2,0 | 4,0 | 2,7 | 7,5 | 5,7 | 4,5 | 18,0 | 5,0 | 17,0 | 8,5 | 17,0 |

**Figur 6. Fördelning av elevresultat av diagnos TU2 i klass 2C.**

Resultatet av antal rätt på diagnosen TU2 låg från max antal rätt, alltså 36 ned till 15 antal rätt. Elev 1, 2 och 5 hade ett resultat med 36 rätt. Elev 3 hade 33 rätt följt av elev 9 med 32 rätt. Elev 11 hade 31 rätt och elev 4 hade 26 rätt. Elev 6 hade 30 rätt följt av elev 8 med 20 rätt. Slutligen elev 10 med 13 rätt. Tiden låg från 2 minuter upp till 18 minuter. Elev 1 hade tiden 2 minuter och elev 3 var klar på 2,7 minuter. Elev 2 var klar på 4 minuter följt av elev 6 med tiden 4,5 minut. Elev 5 hade tiden 5,7 minuter och elev 4 var klar på 7,5 minuter. Elev 15 hade tiden 8,5 minut följt av elev 8 och 11 med tiden 17 minuter. Elev 7 var klar efter 18 minuter.

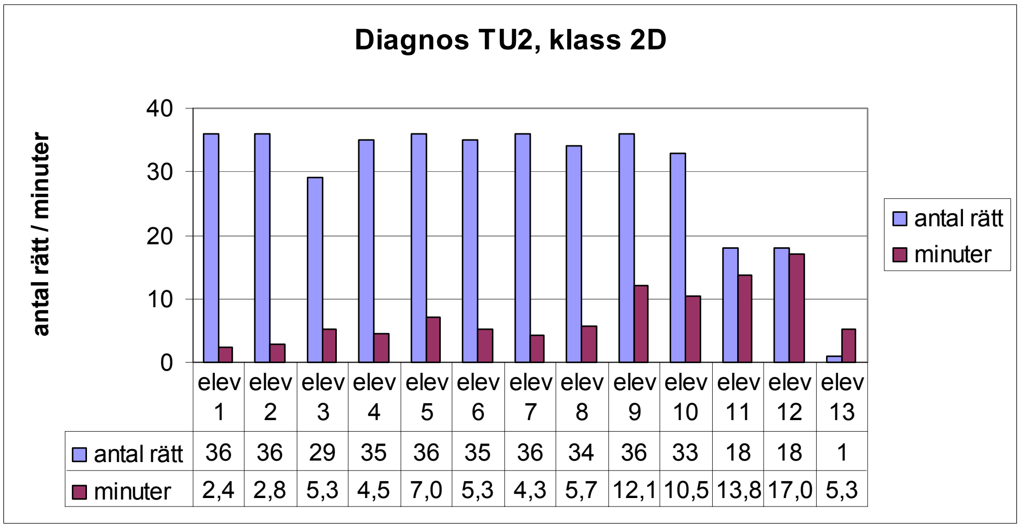
Samtliga elever i klassen har alla rätt eller strax under och på relativt bra tid på TU1, förutom elev 11 som för övrigt är i behov av extra stöd och har koncentrationssvårigheter. De fel som denna elev gjorde var att han hoppade över uppgifter där ena termen var okänd. Elev 10 som hade 2 fel på TU1 hade samma sorts svårigheter av uppgifter, ex. 1+8=7. På TU 2 kunde vi se att vissa elever har försämrat sitt resultat i jämförelse med TU1. Exempel på dessa elever är elev 4, 8 och 10 som hade svårigheter i de uppgifter då likhetstecknet placerades framför plustecknet och även de tal då ena termen var okänd. Sammantaget har de flesta eleverna ett bra resultat på TU2. Elev 3 har endast 3 fel som beror på att hon har lagt till ett tiotal i de tre sista uppgifterna ex. 19=16+13. Elev 4 har delvis gjort felet med att lägga till ett tiotal på tre av uppgifterna ex. 2+6=18. Detta fel har även elev 6, 7 och 9 gjort. Det andra felet som vi uppmärksammar är att de addera ihop summan av talet och den första termen ex. 19=16+35. Dessa elever är 4, 9, 8 och 11. Elev nummer 10 var en utav de tre elever som räknade på fingrarna. De övriga var elev 2 och 8. Elev 10 har många olika slags fel. Han har t.ex. lagt till tiotal och missat tiotal där detta inte skulle göras ex. 10+ 23=13 och 2+17 = 9. Elev 2 ligger jämt med elev 1 och 3 i TU1 men i TU2 har han förlorat i tid.

### 5.1.4 Resultat av diagnoserna i klass 2D




**Figur 7. Fördelning av elevresultat av diagnos TU2 i klass 2D.**

Resultatet av elevernas antal rätt i diagnos TU1 låg från max antal rätt det vill säga 18 och ner till 12 rätt. Elev 1 till och med 10 hade 18 rätt. Elev 11 hade 16 rätt och elev 12 hade 15 rätt. Slutligen hade elev 13 12 antal rätt. Tiden låg från 0,8 minuter upp till 2,9 minuter. Elev 1 hade tiden 0.8 minuter följt av elev 2 med 1 minut. Elev 3 och 4 var klara på 1,5 minuter. Elev 5, 6 och 7 hade tiden 1,7 minuter följt av elev 8 med 2 minuter. Elev 9 hade tiden 2,8 minuter. Elev 10 och 11 var klara på 2,9 minuter och slutligen elev 12 och 13 som hade tiden 3.8 minuter.




| | elev 1 | elev 2 | elev 3 | elev 4 | elev 5 | elev 6 | elev 7 | elev 8 | elev 9 | elev 10 | elev 11 | elev 12 | elev 13 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| antal rätt | 36 | 36 | 29 | 35 | 36 | 35 | 36 | 34 | 36 | 33 | 18 | 18 | 1 |
| minuter | 2,4 | 2,8 | 5,3 | 4,5 | 7,0 | 5,3 | 4,3 | 5,7 | 12,1 | 10,5 | 13,8 | 17,0 | 5,3 |

**Figur 8. Fördelning av elevresultat av diagnos TU2 i klass 2D.**

Elevernas resultat i diagnos TU2 av antal rätt låg mellan max antal rätt, alltså 36 ner till 1 antal rätt. Elev 1, 2, 5, 7 och 9 hade 36 rätt följt av elev 4 och 6 med 35 rätt och elev 8 med 34 rätt. Elev 10 hade 33 rätt och elev 11 och 12 hade 18 rätt. Slutligen kom elev 13 med 1 rätt då han inte slutförde diagnosen. Tiden varierade från 2,4 min upp till 17 minuter. Elev 1 var klar på 1 minut och elev 2 hade tiden 2,8. Elev 7 hade tiden 4,3 minuter och elev 4 var klar efter 4,5 minuter. Elev 3, 6, och 13 var klara på 5,3 minuter och elev 8 hade tiden 5,7 minuter. Elev 5 hade tiden 7 minuter och elev 10 var klar på 10,5 minuter. Elev 9 hade tiden 12,1 och elev 11 hade tiden 13,8. Slutligen var elev 12 klar på 17 minuter.

I diagnos TU1 har alla elever förutom elev 11, 12 och 13 max antal rätt. Drygt hälften av eleverna är klara på en mycket bra tid. Elev 13 som skiljer sig mest i resultat har koncentrationssvårigheter och är i behov av stöd. Han avstod helt från att göra sista delen av diagnosen TU1 där uppgifterna saknade den ena termen och TU2 gav han upp helt efter ett tag. Elev 11 och 12 hade fel vid uppräkning av tal i uppgifter då den ena termen är okänd, exempelvis 2+5=8. Fördelningen av resultaten i diagnos TU2 hänger samman med resultaten från TU1 men är här ännu mer markanta. De fel som elev 11 och12 har gjort är det återkommande att de inte har förstått likhetstecknets betydelse och de har även svårigheter med tal där ena termen är okänd, däremot har dessa elever inga större problem med uppdelning av tal. Det som har intresserat oss mest är det faktum att större delen av klassen har goda resultat jämt fördelat och de tar inte hjälp av fingerräkning. De fyra fel som elev 10 gjorde var problem vid uppräkning, ex. 11 + 5 = 17. Detta problem har även elev 11. Elev 12 fick problem när summan stod först i uppgiften och då den ena termen var okänd vilket ledde till att eleven avstod från att slutföra de sista uppgifterna. Elev 3 och 11 hade samma problem genom att de adderar ihop summan av talet med första termen ex. 7=2 9. Elev 3 och 8 hade glömt att föra över tiotal till summan ex. 5+3= 8.

### 5.1.5 Sammanfattning av samtliga diagnoser

I diagnos TU1 ligger antal rätt mellan klasserna mycket jämt och är högt förhållande till max antal rätt. Även tiden är jämn bortsett från klass 2A. Detta kan sammanfattas med att eleverna i de aktuella klasserna inte har några större problem med dessa uppgifter. I diagnos TU2 är det intressant att notera att det finns elever i samtliga klasser med svårigheter för de uppgifter där likhetstecknet är placerat före plustecknet. Det vill säga de saknar kunskaper om uppdelning av tal. Ett vanligt fel är att eleverna adderar ihop summan av talet med en term. Många elever har även svårt med tal där en term är okänd vilket ofta leder till att eleven svarar fel på uppgiften. Den klass som klarar dessa uppgifter bäst är klass 2D, vilket är intressant. Samtliga klasser har problem med att addera tiotal och ental i TU2. Den klass som klarar detta bäst är klass 2D. Det som är intressant när vi tittar på samtliga elevers diagnoser är att liknande svårigheter finns med i alla klasser mer eller mindre. Det som vi kan se är att klass 2D har ett större antal elever som har alla rätt. En annan intressant observation är att samtliga elever i klass 2B använder sig av fingerräkning på diagnos TU2 vilket vi kan jämföra med 2D där ingen elev har fingerräkning som hjälpmedel.

Vi har nedan räknat ut ett medelvärde på klassernas resultat i antal rätt och tid. Vi är medvetna att klass 2D har en elev som inte slutförde sin diagnos i TU2 vilket drar ner klassens medelvärde.

**Figur 9. Tabell över klassernas samlade resultat av diagnos TU1 och TU2.**

| | Antal rätt TU1 | Antal rätt TU2 | Tid/min. TU1 | Tid/min. TU2 |
|---|---|---|---|---|
| Klass 2A: | 17.1 | 20.5 | 4.2 | 10.0 |
| Klass 2B | 17.7 | 27.6 | 2.1 | 10.1 |
| Klass 2C | 17.0 | 29.6 | 2.0 | 8.3 |
| Klass 2D | 17.1 | 29.5 (31.8 utan elev 13) | 2.1 | 7.3 |

För att göra det tydligare har vi även jämfört de två kommunerna med varandra Det sammanfattande resultatet av diagnoserna TU1 och TU2 visar att klasserna i kommun 2 skiljer sig från de i kommun 1 genom att kommun 2 generellt sätt har ett bättre resultat. I TU1 är medelvärdet på tiden liknande i klasserna förutom klass 2A. När det gäller fördelningen av antal rätt i TU1 är denna mycket jämn. I kommun 1 var medelvärdet 3.18 minuter jämfört med ett medelvärde på 2.11 minuter i kommun 2. När det gäller resultatet mellan kommunerna av diagnosen TU2 visar dessa på en skillnad av såväl tid som antal rätt. I kommun 1 var medelvärdet 10.07 minuter och i kommun 2 låg medelvärdet på 7.09 minuter. I Kommun 1 har båda klasserna tillsammans ett medelvärde på 24 antal rätt och i kommun 2 är medelvärdet 29.5 antal rätt. Detta inkluderar elev 13 som endast hade 1 rätt på grund av koncentrationssvårigheter. När vi bortser från denna elevs resultat ser vi intressant nog att medelvärdet ökade ända till 31.8 antal rätt, vilket är en stor skillnad mot 24 antal rätt inom kommun 1. Klasserna i kommun 1 hade inte någon elev med max antal rätt, det vill säga 36 rätt. Det bästa resultatet låg på 34 rätt och förövrigt var denna elev ensam om detta resultat. I kommun 2 hade totalt 8 elever max antal rätt. Detta tycker vi är intressant och något att titta lite närmare på.

## 5.2 Resultat av elevintervjuer

*2. Vilka räknestrategier använder sig eleverna av vid i addition?*

Vår andra frågeställning besvaras genom 8 elevintervjuer. Vi valde ut 2 elever från varje klass för en djupgående intervju. Eleverna fick redovisa sina tankestrategier runt 9 olika uppgifter tagna ur diagnoserna. Nedan presenteras först ett exempel på samtliga elevers tankestrategier runt en av uppgifterna i elevintervjun. Därefter har vi valt att redovisa 3 elevers tankstrategier på olika nivåer runt samtliga uppgifter för att ge en nyanserad återgestaltning av det samlade materialet.

### 5.2.1 Exempel på uppgift tagen ur elevintervjun

**Uppgift: 14+5=__**

| | |
|---|---|
| **Elev 2, klass 2A** | Svarade nitton direkt. Räknade entalen först som han hade automatiserat och lade sedan på tiotalet. |
| **Elev 9, klass 2A** | Svarade nitton. Räknade upp 5 steg från 14. |
| **Elev 2, klass 2B** | Svarade nitton. Räknade entalen genom att räkna upp 4 steg från 5 och lade sedan på tiotalet. |
| **Elev 5, klass 2B** | Svarade nitton direkt. Generaliserar från talet innan som var 4+5 och lade sedan på tiotalet. . |
| **Elev 2, klass 2C** | Eleven funderar en stund. Räknar sedan upp 5 steg från fjorton. |
| **Elev 10, klass 2C** | Räknar upp 4 steg från femton. Genom att eleven kan den kommutativa lagen räknar han upp 4 steg i stället för 5. |
| **Elev 1, klass 2D** | Räknar upp 4 steg från siffran 5 och lade sedan på tiotalet. Använder sig av den kommutativa lagen för att snabbare komma fram till svaret. (5+4)+10. |
| **Elev 11, klass 2D** | Svarar nitton direkt. Generaliserar från talet innan som var 4+5 och lade sedan på tiotalet. |

### 5.2.2 Resultat av 3 elevers tankestrategier

**David elev 1, klass 2D**

| | |
|---|---|
| **15+2=__** | Svarade sjutton direkt, automatiserar. Han bara ser det. |
| **12+5=__** | Svarar sjutton direkt. Räknar (5+2)+10 snabbt i huvudet. Kan den kommutativa lagen och uppdelning av tal. |
| **4+5=__** | Svarade 9 direkt. Visste att 5+5=10 och tog sedan 10-1=9 i huvudet. |
| **5+2=__** | Automatiserar svaret direkt. |
| **4+__=9** | Automatiserar, svarar 5 direkt. Generaliserar från talet innan. |
| **14+5=__** | Svarade nitton direkt. Räknade entalen först som han hade automatiserat och lade sedan på tiotalet |
| **8=__+ 5** | Svarade 3 direkt. Har automatiserat att 5+3=8 |
| **8=3+__** | Svarar femton direkt. Har automatiserat, precis som talet innan. |
| **18=3+__** | Svarar 15 direkt. Har automatiserat entalen och lägger sedan på tiotalet och dessutom generaliserar han till talet ovan och vet direkt att det skall läggas på ett tiotal. |

David automatiserar de flesta talen han räknar. Han svarar snabbt på frågorna och beskriver strategier som underlättar räkningen. Han använder sig av den associativa lagen i exemplet 12+5 där han räknar 5+2+10. Han har lätt för att dela upp tal och generaliserar ofta till talet som han nyss har löst. David har även förståelse för uppdelning av tal vilket hjälper honom att svar rätt även i de uppgifter där likhetstecknet kommer före plustecknet. Han räknar aldrig på fingrarna och säger att han inte har några hjälpmedel utan bara tänker siffror i huvudet. På frågan om vad likhetstecknet betyder svarar han ”det betyder lika mycket på båda sidorna”.

**Bodil, elev 5, klass 2B**

| | |
|---|---|
| **5+2=__** | Svarar 7 snabbt genom att räkna upp två steg från 5. |
| **15+2=__** | Adderar entalen för sig för att sedan lägga på tiotalet. 5+2+10=17. Det vill säga att hon kan uppdelning av ental och tiotal. |
| **12+5=__** | Svarar sjutton direkt. Generaliserar från talet innan men kontrollerar för säkerhets skull genom att räkna upp fem steg från största. |
| **4+5=__** | Svarar 9 genom att räkna upp fyra steg från största. Hon har kunskap om den kommutativa lagen, det vill säga i detta exempel att 4+5=5+4. |
| **4+__ =9** | Svarar 5. Räknar upp fem steg från 4 med hjälp av fingrarna under bordet |
| **14+5=__** | Eleven tänker en stund och räknar sedan upp 5 steg från fjorton. Använder sig inte av den kommutativa lagen. |
| **8=__+ 5** | Eleven blir förvirrad. Frågar om det skall bli 8 och påpekar att talet är från fel håll. Eleven pekar på likhetstecknet och frågar vad det betyder. Intervjuaren: - Vet du vad det betyder? Eleven: - Nej jag vet bara att det skall bli 3, 8 eller 18. Efter en stunds funderande räknar eleven upp 3 steg från 5 och svarar att talet blir 8. Eleven håller räkningen med hjälp av fingrarna. |
| **8=3+__** | Eleven pekar på talet innan och svarar att det är samma tal. – Det skall bli 8 och jag har 3 och då blir det 5. Eleven generaliserar. |
| **18=3+__** | Eleven tycker att talet ser konstigt ut och frågar: - Skall det bli 8 och så har man 3? Eleven tittar på talet innan och trots detta generalisera hon inte genom att bara lägga på tiotalet. Är osäker på hur mycket hon skall lägga till. Svarar först 17 men ändrar sig sedan till 18. Eleven har stora svårigheter med uppgiften men kommer till slut fram till lösningen. |

Bodil har inga större problem med uppgifterna i början av intervjun då hon snabbt svarar. Hon beskriver att hon räknar upp från den största termen och använder sig även av den kommutativa lagen i exempel 4+5=_, då hon räknar upp 4 steg från 5. Däremot använder hon sig inte av den kommutativa lagen i uppgiften 14+5=__. Bodil generaliserar inte i någon stor utsträckning utan använder sig av uppräkning för att lösa de flesta uppgifterna. Problemen börjar när hon får uppgiften 8=_+5. Här blir hon förvirrad och frågar om talet skall bli 8. På frågan om vad likhetstecknet betyder svarar hon ”vet inte” och som hjälpmedel använder hon sig av fingrarna. Bodil har även problem med uppdelning av tal vilket försvårar de uppgifter där likhetstecknet kommer före plustecknet. På frågan om vad likhetstecknet betyder svarar hon ”det blir”.

**Daniella elev 11, klass 2D**

| | |
|---|---|
| **5+2=__** | Svarar sju direkt, automatiserar, räknade upp 2 steg från 5. |
| **15+2=__** | Säger sjutton efter ett litet tag. Räknade upp två steg från största talet. |
| **12+5=__** | Svarar femton men ändrar sig efter ett tag och svarar sedan sjutton. Räknar upp fem steg från tolv. Generaliserade inte från talet innan och använder sig inte heller av kommutativa lagen genom att räkna 15+2. |
| **4+5=__** | Svarar 9. Hon tänker 5+5=10 och tar sedan bort 1. - Jag kan tiokompisarna för det övar vi på ofta. |
| **4+__ =9** | Efter en stund svarade hon 5 - Jag testade först med 4 i huvudet men det blev ju 8 så då lade jag till 1. Eleven prövade sig fram med hjälp av tvillingkompisar |
| **14+5=__** | Svarade nitton. Räknade upp 5 steg från 14. |
| **8=__+ 5** | Svarade först 2 och ändrade sedan snabbt till 3. Räknade upp 3 steg från 5. |
| **8=3+__** | Tänkte länge och svarade sedan 4. |

Intervjuaren: ”Vad är 4+3?”
Elev: Oj! 5 blir det ju. Eleven generaliserar inte från talet innan.

**18=3+__** Började räkna på fingrarna med uppräkning från 3. Tappar bort sig i räkningen flera gånger då fingrarna inte räckte till. Det slutar med att hon inte vill försöka mer. Hon kan inte generalisera till talet ovan där 3+5=8 och sedan lägga på tiotalet. Hon kan inte heller se att 8-3=5 och sedan lägga på tiotalet.

Daniella har svårigheter i de flesta talen som hon räknar under intervjun. Hon svarar ofta fel och blir osäker när hon skall räkna uppgifter som innefattar tiotal. Det tar tid för henne att räkan upp med hjälp av fingrarna och hon tappar ofta bort sig. Daniella generaliserar inte heller från de tal som hon har gjort precis innan. I sista talet använder hon fingrarna men det blir för mycket att hålla reda på. Att använda sig av uppdelning av ental och tiotal skulle hjälpa henne att lösa några av uppgifterna, med detta tillämpar hon inte. Hon behärskar inte uppdelning av tal och får därför svårigheter då likhetstecknet kommer före plustecknet. På frågan om vad likhetstecknet betyder svarar hon ”det blir”.

### 5.2.3 Samtliga elevers tankestrategier i intervjuerna

Några elever har automatiserat en del av uppgifterna genom att direkt säga svaret utan att tänka i något mönster. Andra tar hjälp av uppräkning från det första talet och i bästa fall uppräkning från det största. En del elever använder sig av kommutativa lagen i alla uppgifter är det behövs medan andra inte alls behärskar denna teknik. Andra elever använder sig av kommutativa lagen i uppgifter innehållande ental men när det kommer in ett tiotal väljer de att räkna talen som de står. Några av eleverna behärskar att dela upp talen i ental och tiotal genom att räkna entalen för sig och sedan lägga på tiotalet. Det finns elever som på olika sätt generaliserar utifrån tidigare uppgifter. Många elever har svårt när likhetstecknet kommer före plustecknet och i de uppgifter som har en lucka där den ena termen skall placeras. Detta tyder på att de inte kan uppdelning av tal. En del elever använder sig av fingerräkning när de löser uppgifterna i intervjun. Något som är intressant är att de elever som har lätt för sig svarar på frågan om likhetstecknets betydelse att ”det betyder lika mycket på båda sidorna” medan de som har svårigheter svarar ”det blir”.

## 5.3 Resultat av lärarintervju

3. *Vilken uppfattning har läraren om elevernas kunskaper i addition?*
4. *Vilka arbetsmetoder har läraren och hur hanterar hon elevernas olika kunskapsnivåer?*

Genom lärarintervjuerna kan vi ställa elevernas kunskaper i relation till undervisningen. För få svar på frågeställning 3 och 4 har vi valt att genomföra en intervju med samtliga fyra lärare.

### 5.3.1 Intervju med lärare Annika i klass 2A

Annika har arbetat som lärare i åtta år med Svenska och So som inriktning från lärarutbildningen. Hennes syn på eleverna kunskaper var att de hade klarat diagnos TU1 bra förutom en del elever som kunde har problem i del 3b, där eleven skall fylla i den siffra som saknas i respektive lucka. De elever som läraren gissade hade haft svårigheter i diagnoserna var elev 4, 5, 8 och 12. Annikas uppfattning var att elev 1 hade klarat sig utan problem medan elev 6 troligtvis hade haft svårigheter med tiden eftersom han är noggrann. Lärarens trodde att några elever kunde ha svårigheter i diagnos TU2 med att räkna entalen för sig och sedan lägga på tiotalen. Hon trodde dessutom att dessa elever hade räknat upp från första på fingrarna. Hon antog även att en del elever hade haft svårt för uppgifter när det mindre talet kommer först, eftersom det då blir det svårt att hålla räkningen på fingrarna. Annika förklarade att det är nio helt olika elever som hon har i klassen och tycker därför att det är svårt att veta hur alla tänker. Detta tycker vi är intressant. Annika var mycket tveksam över om eleverna hade uppfattat innebörden av likhetstecknet när det placeras före plustecknet i uppgifterna. Framförallt elev 7 som alltid har bråttom.

När vi sedan frågar hur lång tid hon tror eleverna behöver för att hinna färdigt diagnoserna svarade hon 10 minuter för TU1 och mellan 15-20 minuter för TU2. Annika menar att det kan finnas några som eventuellt behöver en halvtimme på sig på TU2. Det är intressant då eleverna inte tog på sig längre tid än 10 minuter och borde klara det på betydligt kortare tid . Annika förklarade att eleverna i klassen har helt skilda strategier när de räknar. Några elever börjar räkna från början andra från första och en del från största. Sedan ändrade hon sig till att de flesta räknar från största och sedan säger hon att hon egentligen inte vet alls vet. Annika sa att elev 5, 7 och 12 räknar på fingrarna medan elev 1 inte gör det. Detta är intressant då just elev 1 faktiskt räknade på fingrarna i TU2. Hon var osäker på om elev 6 räknar med hjälp av fingrarna eller inte. Annika fortsatte med att säga att elev 1, 2, 3 och 5 säkert har ett automatiserat tänkande. Hon var osäker på om elev 8 hade automatiserat och trodde att elev 12 behövde mycket tid på sig för att komma fram till rätt svar. Annika blev osäker igen och upprepar att hon inte vet. De förkunskaper som hon trodde fattades hos de elever som hade svårigheter är att de inte har automatiserat och att de behöver träna mer på att se samband mellan tal.

Annikas matematiklektioner varierar i utformning. Klassen arbetar med problemlösningar både självständigt och i grupp för att tala matematik. Hon påpekar att när eleverna arbetar för mycket utanför matteboken blir det lätt klagomål från eleverna att de saknar den. Annika låter eleverna göra två sidor i matteboken för att sedan jobba med annat material t ex mattekort. Hon har dessa stopp för att kunna ha gemensamma genomgångar med klassen. När hon först kom till klassen tyckte hon att det var jobbigt att alla elever var utspridda i olika matteböcker. Det var svårt för henne att veta vad varje elev behövde då. Nu när alla är på samma sida är det lättare för alla att hänga med. Eleverna får även samma läxa som Annika har gemensam genomgång av. För att öka förståelse för addition låter hon eleverna i årskurs 1 träna olika kompistal, genom övningar där olika sifferkombinationer bildar 4, 5 och 6 o s v. I klassrummet finns det material som eleverna kan hämta när de behöver hjälp att konkretisera tal och uppgifter. Annika gör inga diagnoser i matematik med eleverna men däremot använder hon sig av Beta Pedagogens material där elevens sociala och ämneskompetens prickas av i ett samtal med eleven. Detta material används senare vid utvecklingssamtal. Annika tillägger att hon däremot ofta gör diagnoser i svenska.

### 5.3.2 Intervju med lärare Birgitta i klass 2B

Birgitta har arbetat som lärare i 32 år med orienteringsämnen som inriktning från lärarutbildningen samt att hon har erfarenhet som gymnastiklärare. Birgitta tittar på diagnos TU1 och TU2 och menar att elev 1, 2, 5 och 6 har haft svårigheter med diagnoserna. På frågan om hur lång tid eleverna hade haft till sitt förfogande svarade hon 4-5 minuter på TU1 för de snabbaste och 15 minuter för de mer långsamma. På TU2 trodde hon att den snabbaste eleven kunde genomföra diagnosen på 8 minuter och de långsammare på 20-30 minuter. Birgitta antog att elev 3 och 4 automatiserar när de räknar samt att de räknar entalen för sig för att sedan lägga på tiotalet när de räknar med uppgifter där tiotal ingår. Hon trodde att elev 1, 2, 6 och 7 räknar med hjälp av fingrarna. Elevernas räknestrategier uppfattade hon skiftar stort då en del räknar upp från första och andra från största talet. Birgitta uttryckte att den svåraste biten för eleverna säkert var när likhetstecknet kommer före plustecknet. Hon tycker det finns hinder med att presentera dessa uppgifter för elever som inte har hunnit lika långt i sina räknestrategier. När den här typen av uppgifter dyker upp i matteboken stryker hon ofta dem för eleverna. Hon inser syftet men låter dessa uppgifter komma senare för eleven. När vi frågar vilka förkunskaper elever med sämre resultat saknar, förklarar Birgitta att en del elever känner sig stressade över att inte få ställa frågor under en diagnos. Hon menar också att en del elever har svårighet att fokusera, vilket generellt kan leda till svårigheter i matematik. Utifrån uppgifterna förklarar hon att elever kan sakna förståelse för uppdelning av tal. Exempelvis att talet 17 kan delas upp i 10+7. Hon menar vidare att någon elev kan ha svårigheter med förståelsen av att talet 7 står för en mängd. Detta är intressant då denna förståelse är en förutsättning för att kunna räkna.

Matematiklektionerna kan se olika ut i Birgittas klass. Hon tar ett exempel från en lektion tidigare samma dag då eleverna gjorde en mattelek tillsammans. De pratade om talet sju. En elev säger ett tal och då skall en annan elev säga det tal som saknas för att bilda summan sju o s v. Eleverna använder ofta pengar för att förstå uppdelning av tal. De finns även en del konkret material, t ex plattor med tillhörande plus- och likhetstecken och röda knappar som placeras för att konkretisera termer och summa. Eleverna får även ställa upp sig som olika tal och gå mellan olika grupper för att bilda rätt antal. De får också arbeta med tabellträning och 10-kompisar. Eleverna kan spela med tärningar två och två där de tävlar om att komma först till tjugo. Birgitta förklarar att hon inte har några stopp i matteboken för sina elever utan låter dem arbeta på i sin egen takt. På detta sätt tycker hon att det blir individualisering. Det är viktigt att gå ifrån matteboken med jämna mellanrum för att undvika tävling mellan barnen. Birgitta har då och då gemensamma genomgångar på 5-10 minuter. Hon går ofta igenom den hemliga läxa eleverna har haft. Birgitta diagnostiserar eleverna ungefär 1 gång per månad vilket hon sedan använder som underlag vid IUP-samtal. Diagnoserna genomför Birgitta istället för att lägga tid på att rätta matteböckerna. Varje måndag får eleverna istället själva rätta sina matteböcker och Birgitta går då runt och hjälper till när eleverna undrar över något. På detta sätt menar Birgitta att hon sparar massor av tid och kan lägga mer krut på att planera roliga mattelektioner för eleverna.

### 5.3.3 Intervju med lärare Cecilia i klass 2C

Cecilia har jobbat som lärare i fem år och har Ma/No samt Engelska som inriktningar från lärarutbildningen. När vi frågade henne hur hon trodde att eleverna hade klarat sig på diagnosen, stämde hennes förväntningar väl med resultatet. Hon gissade på att elev 1 hade bäst resultat följd av elev 2 och 3. De elever som hon trodde hade klarat sig sämst var elev 7, 10 och 11. Cecilia tror att elev 10 hade svårigheter på grund av att han saknar förkunskaper om tals uppdelning och ofta räknar på fingrarna eller helt enkelt vägrar att räkna över huvud taget. Det är intressant att denna elev vid intervjun ändå visade rätt goda förkunskaper om tals uppdelning. Hon fortsatte med att ta upp elev 7 som behöver mycket tid till sitt förfogande och att han lätt tappar fokusering på det han gör. Även detta stämmer överens med resultatet, framförallt på TU2. Elev 11 har stora problem med koncentrationen enligt läraren och han en stödlärare. Cecilia tar dock inte upp några problem runt elev 8 och 9. Hon tror att eleverna behöver cirka 10 minuter på sig för att hinna med uppgifterna i var och en av diagnoserna. Detta är intressant då tiderna skall ligga runt 2-3 minuter. Generellt tror Cecilia att de elever som klarar testerna väl har god förståelse för tals uppdelning och att de har även övat upp en automatisering. De elever som inte klarat testen lika bra eller tar lång tid på sig har saknar denna förmåga och får istället använda sig av uppräkningar som är tidskrävande.

Cecilia varierar matematiklektionerna med att arbeta i matteboken och exempelvis gemensamma problemlösningar. Eleverna får dela in sig i grupper och tillsammans komma fram till en lösning som sedan redovisas för de andra grupperna. På detta sätt får eleverna tala matematik och höra kamraternas resonemang. Eleverna får jobba fritt i matteböckerna. Hyllorna i klassrummet är fulla med konkreta material och det är helt fritt för eleverna att sitta och arbeta med dessa under lektionerna. Materialen består av bl a. 100-plattor där eleverna skall lägga ut brickor 1-100 för att sedan kunna se sambanden för subtraktion och addition. Där finns även 100-block, 10-stavar och pärlor för att kunna pussla ihop och se sambanden mellan talen. I hyllorna finns mattespel som eleverna kan spela tillsammans och boxar fyllda med olika problemlösningar. Här finns även lådor som innehåller kort som eleverna kan använda för att öva pre-algebra med varandra. Cecilia har ofta genomgångar där hon går igenom läxan som ofta handlar om problemlösning. Hon visar även 10-kamrater och tvillingkamrater och samband mellan tal för eleverna. Eleverna tar hjälp av pengar och pärlor som hjälpmedel för att få förståelse för svåra uppgifter i matteboken. Cecilia diagnostiserar eleverna i matematik en gång per termin och samtalar i efterhand med eleven om resultatet.

### 5.3.4 Intervju med lärare Doris i klass 2D

Doris har arbetat som lärare i tre år med Sv/So som inriktningar. När vi frågar Doris angående klassens resultat på TU1 och TU2 stämde hennes uppfattning väl överens med resultatet förutom elev 8 genom att hon trodde att elev 1, 2, 4, 6 och 8 hade klarat sig bäst. Anledningen till detta är enligt läraren att de har en bra automatisering. De elever som hon trodde klarat sig sämre var elev 10, 11, 12 och 13. Läraren nämnde inte elev 3 som en av de elever som hade ett bra resultat och detta kan bero på att denna elev visar ett tydligtsämre resultat i TU2 där denna elev saknar förståelse för uppdelning av tal. Doris tror att eleverna behöver runt 10 minuter på sig per diagnos vilket är en lång tid för såväl TU1 som TU2. Doris nämner att elev 9 eventuellt behövde längre tid än 10 minuter för att genomföra diagnoserna. Enligt läraren har elev 13 stora svårigheter i matematik och behöver mycket stöd. När vi frågar henne hur hon tror de olika eleverna tänker, säger hon att elev 1 automatiserar även högre tal och använder sig av avancerade strategier. Han delar upp tusen-, hundra-, tio- och ental, därför kan han lätt räkna ut svårare tal. Doris tror att klassens räkning av mellanled har hjälpt elev 1 att hitta till dessa strategier. De elever som har svårigheter tror Doris också har en sämre taluppfattning och att de saknar en automatisering då de räknar.

Doris har genomgångar med eleverna på matematiklektionerna minst 40 minuter i veckan. Då går hon oftast igenom olika problemlösningar med eleverna som får komma med egna lösningar. På detta sätt får eleverna tala matematik med varandra och dela med sig av sina strategier. Winettkakort används flitigt. Eleverna sitter då två och två och turas om att dra ett kort där talet skall lösas. Rätt svar står på baksidan så att den andra eleven kan med säkerhet se om svaret är rätt eller fel. Eleverna arbetar även i matteboken i sin egen takt och utan stopp. De får oftast två sidor i läxa plus någon annan läxa av tematisk karaktär, t ex längd och mått. Eleverna arbetar mycket med tabellträning som de övar på stenciler. De hjälpmedel som eleverna använder sig av för att lösa olika uppgifter är mest pengar och pärlor. Doris genomför mattediagnoser med elever en gång per termin och hon poängterar att hon är mycket noga med att följa upp resultaten ihop med eleverna. Hon lägger stor vikt vid att eleverna skall ha förståelse för likhetstecknets betydelse och lyfter ofta fram detta för klassen. Doris arbetar även aktivt för att eleverna skall lära sig att räkna utifrån nya strategier. Hon poängterar för eleverna att de helst inte skall räkna på fingrarna och om de ändå behöver detta i ett övergångsläge försöker hon utveckla deras strategier. De elever som räknar på fingrarna från början uppmuntrar hon att räkna från första genom att de får knyta denna hand och fortsätta med uppräkning av den andra termen på de andra fingrarna. Nästa steg är att räkna från största genom att knyta handen. Tillslut skall de inte behöva använda fingerräkning alls.

### 5.3.5 Sammanfattning av lärarintervjuerna

De lärare som ingick i intervjuerna hade tjänstgjort olika länge som lärare. Det var endast Cecilia som var utbildad i matematik. Lärarnas uppfattning om elevernas resultat på diagnosen varierade. Cecilia och Doris uppfattning stämde väl överens med det faktiska resultatet medan Annikas och Birgittas uppfattning inte i lika hög grad stämde med resultatet. Utifrån uppgifterna i diagnosen beskriver samtliga lärare att elever med svårigheter saknar förkunskaper i uppdelning av tal, exempelvis att uppgiften 12+5 kan delas upp som 10+(5+2). Detta menar lärarna bidrar till att eleverna räknar upp från 12 istället för att räkna 5+2 och sedan lägga på 10. Många elever saknade förmåga att generalisera från ental till tiotal. Birgitta förklarade att en elev i hennes klass hade svårigheter med att förstå att en siffra eller ett tal står för antal. Denna kunskap ingår i den grundläggande taluppfattningen som eleven oftast har vid skolstart. Andra svårigheter som samtliga lärare nämner är att eleverna inte har automatiserat sitt räknande, de saknar färdigheten i huvudräkning. Annika, Birgitta och Cecilia nämner att flera av deras elever använder sig av fingerräkning för att hålla reda på antal. Detta stämmer också väl överens med den observation som vi gjorde under diagnoserna. Doris tror inte att många av hennes elever använder sig av fingerräkning vilket stämmer överens med vår observation under diagnoserna.

De uppgifter som de flesta elever hade svårigheter med var där likhetstecknet placerades före additionstecknet. De elever som klarade dessa uppgifter bäst tillhörde klass 2D. Doris nämner att hon arbetar aktivt med eleverna för att öka förståelsen för likhetstecknets betydelse. Hon förklarar att det skall var lika mycket på båda sidor om tecknet. Dessa uppgifter nämner Annika och Birgitta som troliga exempel där eleverna har stora svårigheter. Birgitta anser att denna typ av uppgifter inte är bra för de elever som har svårigheter eftersom de kan bli förvirrade. Hon menar att uppgifterna är bättre lämpade för de elever som har kommit längre i sin taluppfattning. De flesta eleverna i Birgittas klass har svårigheter med dessa tal i diagnosen. Cecilia och Doris nämner inte dessa typer av uppgifter som något större problem. Annika och Birgitta ser problem med att en del elever räknar upp från första talet istället för från största och i samband med detta tappar bort sig i räkningen. Samtliga lärare uppskattade en mycket längre tidsåtgång än resultatet visade och vad det bör ta för eleverna att räkna klart, då TU1 skall genomföras på cirka 2 minuter och TU2 på cirka 3 minuter.

På frågan om hur en matematiklektion ser ut nämnde samtliga lärare att de låter eleverna arbeta med problemlösning antingen själva eller i grupp. När gruppen har kommit fram till svaret får de redovisa för de andra hur de tänkte. De menar att detta främjar de övriga elevernas strategier då de får erfara andras sätt att tänka. Birgittas använder sig av mattelekar för att öka förståelse för tals uppdelning. Alla lärare har gemensamma genomgångar med eleverna då de går igenom nya moment eller det som är svårt för eleverna. Annika menar att hon medvetet gjorde stopp i boken för att kunna ha genomgångar. När hon tog över klassen var alla elever på olika ställen i boken och då var det omöjligt att ha genomgångar. Birgitta, Cecilia och Doris har inga stopp i matteboken utan de låter eleverna räkna på i sin egen takt. Birgitta och Doris låter eleverna öva additionstabellen på olika sätt. Doris arbetar t ex mycket med Winettkakort och tabellträning på stenciler och Birgitta övar tabellträning genom att de arbetar med 10- kompisar. Annika nämner inte att de arbetar medvetet med just tabellträning i addition. Samtliga lärare beskriver konkret material som viktigt för att öka förståelsen. Lärarna nämner pengar, pärlor, klossar, brickor och kort som eleverna kan välja mellan när de arbetar. Detta material finns alltid tillgängligt för eleverna. I Cecilias klass finns även lådor och kort för att öva pre-algebra. Detta är intressant då detta kan gynna elevernas förståelse för uppgifterna i TU2. De nämner inte hur de kan individualisera genom att använda materialet för varje enskild elev i klassen eller hur de som pedagoger arbetar tillsammans med eleverna med materialet.

Lärarnas kartläggning av elevernas kunskaper varierade. Birgitta diagnostiserade eleverna en gång i månaden, Cecilia och Doris diagnostiserar eleverna en gång per termin och Annika utförde inga diagnoser. Detta är intressant då Annika hade svårt att beskriva vilka elever som hade svårigheter. Det är även förvånande att Birgitta hade samma svårighet då hon diagnostiserar en gång per månad. Cecilia och Doris hade uppföljande samtal med eleverna efter genomförda diagnoser för att undersöka vilka strategier som eleverna använder sig av.

# 6 Diskussion

Inledningsvis i diskussionen summerar vi centrala delar av resultatet. Därefter beskrivs resultatets frågeställningar i relation till tidigare forskning. Vi för även en diskussion om uppnående av vårt syfte samt förslag på framtida forskning. Slutligen går vi in på vad studien har lärt oss och hur vi kan dra nytta av dessa kunskaper i vår kommande yrkesroll som lärare.

## 6.1 Summering av centrala delar av resultatet

Något som vi tycker är anmärkningsvärt från resultatet av elevdiagnoserna är att en stor del av eleverna har allt för många fel på diagnoserna samt att de behövde lång tid på sig. Det var vanligt att eleverna räknade på fingrarna. Detta kan bero på att de saknade såväl förståelse av tals uppbyggnad som automatisering av uppgifterna. Det kan konstateras att eleverna saknar tillräckliga förkunskaper i uppdelning av tal. Vi efterfrågar mer uppgifter i matteböckerna samt i undervisningen där eleverna får möta uppgifter från fler perspektiv, ex 8 = _ + 3. Detta för att de senare skall få ökad förståelse för algebra. Tabellträning för att öva upp en automatisering är även något som vi skulle vilja se mer av i undervisningen. Lärarna försöker variera undervisningsinnehållet genom att växla elevernas studier i matteboken med aktiviteter där problemlösningar, spel och lekar kommer in i elevernas undervisning. Eleverna får även fri tillgång till konkret material i hyllorna men tyvärr är läraren inte med och handleder dem med materialet. Vi tycker att läraren skall ha en mer aktiv roll där hon förklarar materialet och även vägleder eleverna hur det kan användas. Läraren kan visa att materialet kan användas på olika sätt och även synliggör dess syfte för eleverna. Något som vi efterfrågar är mer täta diagnoser som följs upp efter speciella rutiner. Dessa kan kompletteras med intervjuer där läraren får en djupare insyn i elevernas räknestrategier och kan därefter veta mer exakt var de skall bryta de omständliga tankemönster samt ge konkreta tips på strategier som underlättar för eleverna. Vi tycker även att det är viktigt att förklara för eleverna varför tabellträning är bra för dem. Det kan lätt bli något som eleverna gör för att läraren tvingar dem till det istället för att få höra att detta är för deras skull. Ju mer tid lärare och elever lägger ned på tabellträning tillsammans desto lättare och roligare blir det för eleverna. Framförallt längre fram i skolåldrarna när matematiken blir mer och mer avancerad.

## 6.2 resultatet i relation till tidigare forskning.

### 6.2.1 Vilka kunskaper har eleverna i addition?

Det sammanfattande resultatet av elevdiagnoserna visar att de flesta elever har kunskaper att räkna additionsuppgifter inom talområde 1-9. Det finns dock enstaka undantag vilket kan tyda på att dessa elever saknar förståelse av grundläggande taluppfattning. Kilborn (1989:10-13) redogör för Gelman och Gallistels forskning runt grundläggande taluppfattning samt betonar vikten av att läraren bygger upp undervisningen runt uppräknandets idé. Ahlberg (2001:30-31) menar att elever som påstår att de inte förstår matematik har oftast inte uppnått de grundläggande principerna i taluppfattning. Även Ahlberg (2000:39)nämner Reys & Reys forskning runt taluppfattning och dess betydelse för barns förståelse för matematiken. Olsson (2000:196) beskriver Reys & Reys uppfattning av *Number Sense*. De elever som har svårigheter när de börjar skolan tror vi halkar efter ännu mer desto svårare uppgifterna blir.

Det är viktigt att eleverna får med sig den grundläggande förståelsen i addition. Ahlberg (2000:9) menar att elevens möjligheter att lära, främjas då läraren från början tar sin utgångspunkt i elevens tidigare erfarenheter. Övergången från barnets informella matematik till skolans mer formella kan vara en svår övergång enlig Johnsen Hoines (2004:5), Myndighet för skolutveckling (2003:13), Ahlberg (2001:62-63). I samtliga klasser visade det sig att flera elever som presterade mycket bra i diagnos TU1 sedan hade ett försämrat resultat i diagnos TU2. Detta kan bero på att de med hjälp av fingerräkning har lyckats prestera ett bra resultat i TU1 men när dessa elever senare skall lösa mer komplicerade uppgifterna i TU2 faller deras strategier tillsammans med resultatet. Enligt Neuman (1989:156-160) har elever ett stort problem med ett- och etträkning uppåt vid addition. Hon menar att elever som fastnat i denna strategi får mer och mer problem desto högre talområdet blir eftersom de räknar dubbla ramsor samtidigt. I samtliga klasser förekom elever med svårigheter för uppdelning av tal. Detta märktes tydligt då de hade svårigheter med uppgifter där likhetstecknet var placerat före additionstecknet ex. 8=3+_ och där den ena termen saknas ex. 2+_=18. Ett vanligt fel är att eleverna adderar summan med termen i de båda exemplen. Ahlberg (2000:64-65) menar att om matematikböckerna är uppbyggda med uppgifter där svaret alltid skrivs till höger om likhetstecknet, uppfattar eleverna detta som att likhetstecknet betydelse är att ”det blir”. När eleverna senare skall möta ekvationsuppgifter uppstår problem då de inte har förståelse för likhetstecknets innebörd. Kilborn (1989:33-34) menar att likhetstecknet kan uppfattas på både ett dynamiskt och statiskt sätt. De elever som ser likhetstecknet som att det **blir,** får naturligtvis problem med uppgifter som 8=3+<u>5</u>.

Flertalet av eleverna i de aktuella klasserna har svårigheter med uppgifter inom talområde 10-19. Dessa elever har inte generaliserat mellan uppgifter som 4+4 och 14+4. I dessa fall har eleverna inte förståelse för uppdelning av tal eller vårt positionssystem med basen 10, Malmer (1999:128). De räknar upp på fingrarna med hjälp av varierade räknetekniker, Kilborn (1989:47-48). Det kan även finnas elever som har automatiserat inom talområdet 1-9 men sedan faller i TU2 på grund av att de inte kan generalisera. Det vi kan se är att de inte har förståelse av ekvivalenta uttryck så som att 14=10+4, alltså att talet 14 är uppbyggt av ett tiotal och fyra ental. Hade dessas elever haft kännedom om tals uppbyggnad hade de adderat entalen för sig och sedan lagt på tiotalet. Ahlberg (2000:47, 51) betonar vikten av att eleverna får möta tal utifrån fler perspektiv för att få förståelse för tal som ”sammansatta enheter” och ”positioner i talsekvensen”. Något som vi även uppmärksammade är att några elever har problem med uppgifter som 2+17. Dessa elever har antagligen räknat upp från två, tills de hamnat på 17. Risken blir då att de tappar bort sig på fingrarna. Det hade varit en fördel för dem att använda sig av den kommutativa lagen då de vänder på talet och räknar upp två steg från 17 eller det ultimata att ha automatiserat uppgiften Kilborn (1989:30).

### 6.2.2 Vilka räknestrategier använder sig eleverna av i addition?

Resultatet av elevintervjuerna liknade de från diagnoserna. Det är ändå en stor skillnad att höra eleverna själva hur de resonerar kring sina tankestrategier gentemot att dra slutsatser ifrån en diagnos. Nu kunde vi även upptäcka mer djupgående strategier på enskilda tal som annars inte hade gått att dra några slutsatser av. Här fick vi bekräftelse på om de använde sig av uppräkning eller automatiserade. Vi kunde vidare konstatera om de räknade upp från början, första eller största. Löwing & Kilborn (2002:13, 177) beskriver vikten av att komplettera diagnos med elevintervju då individualisering kräver att läraren har en god kännedom om elevernas förkunskaper. De menar vidare att diagnosisk kunskapstest endast ger besked om resultatet av elevernas tänkande och för att få en djupare information om elevernas tankestrategier måste man komplettera diagnosen med intervju. Den största likheten med elevintervjun som vi även hade sett i diagnosen var att eleverna hade svårigheter för uppdelning av tal genom att de även här hade problem med uppgifter där likhetstecknet inte var placerat på traditionellt sätt, Ahlberg (2000:64-65) menar att det är viktigt för elever att möta likhetstecknet på många olika sätt.

De elever som lyckats bäst i additionsräkningen automatiserar de flesta av uppgifterna i intervjun. Löwing & Kilborn (2003:75), Löwing & Kilborn (2003:42-43) och Hendrén (2002:141), beskriver vikten av att behärska huvudräkning för att inte behöva hålla alla operationer levande i minnet. När det underlättar för dem räknar de ental för sig genom att de utgår från det största och lägger sedan på tiotalet. I andra fall kan de räkna upp från största tiotalet och om det underlättar byter de plats på entalens placering. Eleverna delar upp talen och väljer sedan den mest okomplicerade räknestrategin samt generaliserar från tidigare tal. De räknar dessutom aldrig på fingrarna och har förståelse för likhetstecknets betydelse. Sammanfattningsvis behärskar de additionens grundstrukturer, räknelagar och tekniker samt har en god taluppfattning, (Kilborn 1989:47-48). I klass 2C och 2D fanns flest elever som hade automatiserat talen i diagnos och elevintervjun. Eleverna med svårigheter kan i bästa fall svara relativt snabbt på de enklaste uppgifterna med ental. De automatiserar inte direkt utan räknar upp. När ett tiotal kommer in i uppgifterna blir det genast svårare. Exempelvis i uppgift 12+5=_ får de tänka en stund. De räknar inte ental och tiotal för sig och de byter heller inte plats på entalen för att göra det lättare vid uppräkning. De räknar alltså upp fem steg från tolv istället för att räkna upp två steg från 15. Detta tyder på bristande kunskaper om uppdelning av tal. Ahlberg (2001:63) beskriver elevernas förståelse av positionssystemet som en av flera kritiska skeenden. När dessa elever senare kommer till uppgifter där plustecknet är placerat före likhetstecknet eller där den ena termen saknas blir det riktigt svårt. Många tycker att uppgifterna är fel skrivna och frågar vad det betyder. Eleverna saknar förståelse för likhetstecknets betydelse. Vår analys av detta är att eleverna inte i tillräckligt stor utsträckning får möta tal utifrån fler perspektiv. Malmer (1999:119) menar att det är viktigt för eleverna att både utgår från helheten till delarna som att utgå från delarna till helheten för att öka förståelsen. Även Olsson (2000:200) går in på detta område genom att tala om *analys* och *syntes*.

### 6.2.3 Vilken uppfattning har läraren om elevernas kunskaper i addition?

En av frågorna i till lärarna i vår studie var hur de tror eleverna klarat diagnoserna. Detta resultat visade sig skifta mellan lärarna. Cecilia och Doris hade störst säkerhet om deras elevers kunskapsnivåer. Annikas och Birgittas uppfattningar var inte lika säkra. Vi ställde denna fråga utifrån forskning som menar att kartläggning är av största vikt för att belysa elevernas kunskapsnivå, (Malmer 1999:91). Utifrån information som läraren får genom kartläggning kan de planera en individualisering för varje enskild elev. Detta menar Löwing & Kilborn (2002:121), Wigfors (1946:114) och Magne (1998:8) är av stor vikt. Även Läroplanen (Lpo 94) beskriver hur läraren skall anpassa undervisningen till varje elevs föresättningar och behov. Malmer (1999:86-87) menar att elever kan få svårigheter i matematik beroende på en felaktig applicerad pedagogik då läraren inte vet vilken nivå undervisningen skall ligga på. I vår studie framkom att 3 av 4 lärare diagnostiserade eleverna. Dessa var Birgitta, Cecilia och Doris men endast Cecilia och Doris följde upp diagnoserna med intervju. Annika däremot varken diagnostiserade eller intervjuade sina elever. Utifrån detta resultat kan vi konstatera att de lärare som arbetade med diagnoser och intervjuer hade en säkrare uppfattning om sina elevers kunskapsnivåer än de som endast diagnostiserade eller inte använde något av dessa metoder. Löwing & Kilborn (2002:13) poängterar vikten av att följa upp diagnos med intervju för att få en djupare information om elevernas tankestrategier och menar att detta är en förutsättning för att kunna planera en bra individualisering.

Lärarnas uppfattning om de elever som klarat diagnosen väl var att de hade förmåga att dela upp tal och att de behärskade att automatisera uppgifterna. Däremot de elever med sämre resultat saknade denna förmåga. Lärarnas uppfattningar om svåra uppgifter stämde väl in på resultatet av diagnosen. Ett exempel var uppdelning av entalen och tiotalet. I en uppgift som 11+8 menade lärarna att eleven räknade upp från första istället för från största eller räkna ihop entalen för sig och sedan lägga på tiotalet. Annika och Birgitta ser ett problem med att eleverna räknar på fingrarna. Detta stämde väl med våra observationer under diagnosen och under elevintervjun. Det som är anmärkningsvärt är att ingen lärare beskrev vilka insatser de gjorde för specifika elever när de hade svårigheter. De uppgifter Annika och Birgitta ansåg som svårast för eleverna var de i TU2 där eleven skulle dela upp tal, t ex 8=3+_. Detta stämmer väl överens med elevresultatet från diagnos och intervju. Cecilia och Doris nämnde inte dessa uppgifter som någon större svårighet. Ett antal forskare som Ahlberg (2000:47, 51, 64-65), Olsson (2000:200, 202), Malmer (1999:119) och Kilborn (1989:33-34) menar att elever ofta har svårigheter med förståelse för uppdelning av tal och likhetstecknets betydelse. Det är viktigt för eleverna att få möta uppgifter från olika perspektiv. Birgitta gick så långt att hon tog bort dessa uppgifter ur matteboken för de elever som hade svårigheter. Annikas och Birgittas elever hade störst problem med dessa uppgifter. Utifrån detta resultat kan man ana att eleverna inte fått erfara additionstal där talen delas upp från helhet till delarna varken skriftligt eller muntligt i undervisningen.

Samtliga lärare uppfattande att diagnos TU1 och TU2 tog längre tid än den faktiska tiden. Detta resultat är intressant då diagnoserna bör göras på ca 2-3 minuter och de flesta elever hade svårigheter med att klara av diagnoserna på denna tid. En annan aspekt av resultatet är att Birgitta diagnostiserar 1 gång i månaden och därigenom borde veta hur lång tid en diagnos tar. Vårt syfte med att mäta tiden och samtidigt se om de använde fingrarna var att undersöka i vilken utsträckning eleverna hade automatiserat uppgifterna. Resultatet var att många elever i klass 2A och 2B behövde längre tid och räknade på fingrarna i större utsträckning än eleverna i klass 2C och 2D. Vi kan genom detta dra slutsatsen att elever i klass 2A och 2B inte har den kunskap i addition som krävs för att kunna automatisera uppgifterna.

### 6.2.4 Lärarens arbetsmetoder och hur hon hanterar elevernas olika kunskapsnivåer?

Nu anger kursplanen i matematik syfte och mål för undervisningen vilket innebär att läraren får fria händer att styra undervisningen, vilket ökar lärarens ansvar och nyckelroll ytterligare, Myndigheten för skolutveckling (2003:9). Annika, Cecilia och Doris uppger att eleverna får arbeta med problemlösning enskilt eller i grupp. Birgitta arbetar med matematiska lekar. Eleverna får ofta resonera sig fram till en lösning där alla elever kan delta oavsett kunskapsnivå. Språkets betydelse och socialt samspel för barns inlärning av matematik nämner Ahlberg (1994:15), Sterner (2000:216), Heiberg Solem & Reikerås (2004:10), Smith (1997:19), Johnsen Hoines (2004:34), samt Kilborn (1989:10). Kursplanen i matematik specificerar mål som eleven skall ha uppnått i slutet av det femte skolåret. Eleven skall kunna beskriva och hantera situationer och lösa konkreta problem i elevens närmiljö. Undervisningen i matematik skall sträva efter att eleven inser värdet av och kan använda matematikens språk, symboler och uttrycksformer samt förstår och kan använda logiska resonemang, dra slutsatser och generalisera samt muntligt och skriftligt förklara och argumentera för sitt tänkande. Lärarna menar att eleverna får erfara varandras sätt att tänka. Resultatet av diagnos och elevintervju visade att många elever hade svårigheter med uppdelning av tal. Frågan är om eleverna lämnades att tala matematik utan läraren som kunde styrda in eleverna på de tankeformer som underlättar för eleverna.

Lärarna hade olika förhållningssätt till matteboken. Annika ser till att alla elever håller sig på samma nivå i boken för att kunna göra gemensamma genomgångar. Detta är intressant då genomgångarna borde ge en större kunskap i matematik än vad eleverna i klass 2A erhållit utifrån resultatet på diagnos och intervju. Birgitta, Cecilia och Doris gör inga stopp utan låter eleverna räkna på i sin egen takt. Birgitta anser att hon individualiserar på detta sätt. Detta ifrågasätter vi då individualisering innebär att läraren vet vilken kunskapsnivå eleven befinner sig på och utifrån detta lägga upp undervisningen på rätt nivå för den enskilde eleven, Skolverket (2003:26) beskriver att individualisering diagnostisering och samtal och därefter ge eleverna uppgifter i rätt nivå.

Lärarna hade en positiv syn på att eleverna arbetade med konkret material. För att klara av svåra uppgifter använder sig många elever av pengar. Detta är även ett material som lärarna nämner som vanligt i undervisningen. Även Löwing & Kilborn (2002:159-160) och Malmer (1999:97, 108-109), beskriver pengar som ett lämpligt material för att konkretisera och färdighetsträna eleverna. Hur använde då lärarna materialet i klassen? Visade lärarna hur materialet skulle användas? De flesta lärarna beskrev att materialet fanns tillgängligt för eleverna att hämta i hyllorna. Det som vi kan konstatera är att det materialet användes till stor del självständigt eller tillsammans med en kompis. Lärarna beskriver inte att de använder materialet i gemensamma genomgångar för att underlätta en viss uppgift eller tankeform. Om en lärare lyckas konkretisera något eller inte, är helt beroende av hur materialet används. Löwing & Kilborn (2002:204) menar att när läraren skall konkretisera ett moment i matematiken är det viktigt att de klargör syftet. Det är viktigt att det inte enbart blir en aktivitet som endast sysselsätter eleverna eller får dem att manipulera sig fram till ett korrekt svar för stunden.

Genom lärarintervjun framkom att eleverna i klass 2D undervisades systematiskt i att räkna från första istället för från början och från största istället för från första, beroende på vilket stadium de hade nått i sina räknetekniker. Carpenter & Moser (1984:189) diskuterar runt elevers olika räknestrategier och menar att elever kan skifta mellan olika räknestrategier men att de ofta återgår till räkning från början. Kilborn (1989:25-26) beskriver tekniker vid uppräknande i addition och nämner vidare att dessa blir opraktiska då eleven skall utföra mer komplicerad räkning. Läraren i klass 2D kontrollerade regelbundet elevernas räknande på fingrarna och försökte leda eleverna framåt i dess räknetekniker. När hon såg att de räknade från början fick eleverna knyta handen och börja räkna från den andra termen med fingrarna på den lediga handen. Nästa steg var att alltid knyta handen med det största talet och sedan att inte använda fingrarna alls. Olsson (2000:202-203, 204-205) menar att det är viktigt att uppmärksamma elevernas tankestrategier för att förhindra att de fastnar i ett- och etträkning. Hon menar vidare att läraren måste hjälpa eleven vidare till bättre strategier. Detta är precis det Doris gör för sina elever och vi tror att detta har bidragit till att hennes elever hade kommit relativt långt i sina räknestrategier.

Som vi tidigare nämnt har flertalet av eleverna svårigheter för uppdelning av tal. Detta visade sig tydligt i de uppgifter där likhetstecknet placerades före additionstecknet, där den ena termen var okänd. De klasser som klarade dessa uppgifter bäst var klass 2C och 2D. I klass 2A och 2B var det många elever som avstod från att räkna dessa tal. Vi kan konstatera att lärarna i klass 2C och 2D i större utsträckning arbetade med att eleverna skulle få förståelse för likhetstecknets betydelse och uppdelning av tal. Cecilia lät eleverna arbeta med prealgebra i form av kort och lådor och Doris samtalade ofta i klassen om likhetstecknets betydelse. Ahlberg (2000:65) beskriver hur läraren kan skapa förståelse för likhetstecknets betydelse genom att eleverna får laborera och diskutera runt tecknet. Ett hjälpmedel kan vara att använda sig av vågen. När vi jämför elevernas resultat och lärarnas undervisning kan vi konstatera att Cecilias och Doris undervisning har till stor del skapat den förståelse som krävs för att eleverna skall klara dessa uppgifter i diagnosen. Doris hade hela 5 elever med alla rätt på diagnos TU2.

Lärarna nämner att eleverna behöver automatisera för att räkna snabbt i huvudet. Olika lärare beskriver hur de låter eleverna träna tabellräkning. Doris låter eleverna använda winettkakort tillsammans med sina kamrater och stenciler som de skall fylla i, Löwing & Kilborn (2002:132). Detta arbetssätt stämmer väl överens med den forskning som vi beskriver i litteraturgenomgången. Flera författare, Malmer (1999:124), Löwing & Kilborn (2003:75) och Hedrén (2002:14) menar att det är viktigt för eleverna att automatisera den lilla additionstabellen och därefter lära sig tiotalsövergången, då talområdet utökas till 1-19. De menar även att färdighetsträning är viktig då det är svårt för eleven att hålla för mycket data i minnet. Löwing & Kilborn (2003:42) menar att tabellträning var ett vanligt inslag i äldre undervisningsformer men att undervisningen idag lyfter fram förståelse framför färdighetsträning vilket bidrar till att lärare gärna missar detta moment i undervisningen. Det vi kan konstatera utifrån resultatet är att en större koncentration på tabellträning är av stor vikt parallellt med förståelse. Detta gäller framför allt undervisningen i klass 2A och 2B.Utifrån elevernas resultat och lärarintervjun kan vi konstatera att undervisning av tabellträning och uppdelning av tal har givit en bra kunskapsbas för eleverna.

## 6.3 Bedömning av studiens hållbarhet och tillförlitlighet

Utifrån tidigare erfarenheter av att genomföra diagnoser i klasser på våra VFU- skolor och utifrån att vi har tagit del av bl. a Stukat (2004), Johansson & Svedner (2006) böcker som beskriver hur diagnos och intervju skall genomföras anser vi att vi har ökat tillförlitligheten i vår studie. Valet av elevdiagnos, elevintervju och lärarintervju visade sig passa vårt syfte. Vi upplever att våra frågeställningar blir besvarade och att det vi avser att belysa framkommer i vår studie. Genom att vi valt tre olika tillvägagångssätt för undersökningen, har vi kunnat analysera elevernas kunskaper och räknestrategier utifrån olika vinklar. Även lärarnas arbetssätt och arbetsmetod ur olika perspektiv, vilket i sin tur ger en större tillförlitlighet i undersökningen. Vårt syfte med att välja 2 skolor och därefter 2 klasser i varje skola var att få en variation av uppfattningar om sättet att undervisa från olika håll. Detta anser vi ökar vår tillförlitlighet i studien eftersom skolorna ligger långt ifrån varandra. För att göra studien ännu intressantare hade vi kunnat välja 2 skolor med skillnad i elevernas sociala bakgrund och miljö, men detta valdes bort på grund av den redan etablerade kontakten på de aktuella skolorna. Alla svar i diagnos och i intervju har bearbetats och noggrant analyserats av oss själva i studien. Valet av frågor till elever och lärare anser vi är relevanta genom att de ger svar på de frågeställningar vi har i vårt syfte. (Se vidare metod)

## 6.4 Uppnående av studiens syfte

Syftet med vårt examensarbete var att titta närmare på elevers kunskaper i år 2 inom räkneområdet addition, samt ställa detta i relation till lärarens undervisningsmetoder och rutiner kring diagnoser. Vi ville även se om eleverna har förståelse för strategier som underlättar för dem eller om de har fastnat i tidskrävande och komplicerade tankeformer. Vi ville ta reda på varför dessa problem uppstår och vilka didaktiska konsekvenser det kan leda till samt se naya möjligheter till inlärning. Vi ville även jämföra eleverna kunskaper och lärarnas arbetsmetoder. De diagnoser och intervjuer riktade till elever och lärare gav oss en bild av elevernas tankeformer och strategier samt lärarnas arbetsmetoder. Vi har med denna undersökning fått större förståelse för hur komplext matematikämnet är genom att det finns så många olika sätt som eleverna löser additionstal. En stor del av det som framkommit i vår studie stämmer överens med litteraturgenomgången. Lärarnas riktade insatser på elever med svårigheter kom inte fram som vi hade önskat. Lärarintervjun gav svar på lärarnas uppfattning av elevernas kunskapsnivåer, vilket vi kunde jämföra med resultatet av diagnoserna. Vi anser att vi utifrån de metoder vi valt i form av elevdiagnos, elevintervju och lärarintervju samt litteraturstudier har svarat på de frågeställningar som redovisades i vårt syfte.

## 6.5 Framtida forskning

Under vår studie stötte vi på många intressanta frågor som inte har rymts i arbetet. Vidare hade det varit intressant att följa upp dessa elever i en högre ålder för att undersöka om undervisningen har hjälpt dem. Något som hade varit intressant att arbeta vidare med är att dela upp vårt arbete i mindre och djupare beståndsdelar. Förslag på detta skulle kunna vara om elevers matematikkunskaper påverkas beroende på om läraren: diagnostiserar eller inte, har matematik som inriktning eller något annat ämne, har gemensamma genomgångar eller inte, individualiserar eller inte, använder sig av konkret material för att konkretisera eller inte, låter undervisningen styras av matteboken eller inte osv. Det hade även varit intressant att studera vidare på hur vanligt förekommande muntliga diagnoser är i skolan och om eleverna får tid att samtala med sin lärare i den utsträckning som den vill och behöver och vilka konsekvenser detta bär med sig.

## 6.6 Sammanfattande slutsats

I studien har det visat sig att elevers kunskaper i addition skiljer sig stort. Vidare verkar det som om det finns ett flertal faktorer som kan påverka elevernas kunskaper. Lärarens rutiner kring diagnoser och individualisering är en av dessa. En större koncentration på att diagnostisera och intervjua varje enskild elev kan bidra till att eleverna inte får matematiska svårigheter. Individualiseringens syfte är att alla elevers behov skall kunna uppfyllas och även att läraren skall kunna skapa de rätta tankeformerna för eleverna. Eleverna skall inte behöva hamna i omständiga tankeformer och strategier som tar stor kraft av dem. En annan faktor som kan ha påverkat elevernas resultat i vissa klasser är att undervisningen koncentreras i stor utsträckning runt elevernas förståelse och inte i lika hög grad på tabellträning i skolorna. Vi har sett att ett stort antal av eleverna saknar en automatisering av uppgifterna. Vi anser att förståelse och färdighetsträning bör gå hand i hand. Utifrån de resultat vi har fått på diagnos och elevintervju kom det fram att eleverna har problem med uppdelning av tal. Det finns ett behov av gemensamma genomgångar av exempelvis hur siffror och tal är uppbyggda och deras förhållande till varandra. Det är även av stor vikt att regelbundet gå igenom räknestrategier och räknelagar då många elever saknade denna kunskap. I klasserna var eleverna till stor del hänvisade till att arbeta självständigt med det konkreta materialet. Läraren har ett stort ansvar att arbeta målinriktat med att konkretisera materialet för eleverna, detta utifrån deras kunskapsnivå och behov.

Vi tycker själva att vi tillgodogjort oss både en bredare och djupare kunskap kring olika sätt att undervisa genom denna studie som kan hjälpa oss i vår framtida yrkesverksamhet. De didaktiska konsekvenserna av denna studie är att vi nu sätter en stor vikt med att bygga vidare på barnets informella med skolans formella matematik genom att binda samman det konkreta och det abstrakta i ett vardagligt tänkande. Matematikkunskap som består av förståelse ihop med färdighet tror vi underlättar för eleven. Framförallt har vi utökat vår egen förståelse av vikten att kartlägga elevernas kunskaper och låta dessa styra vid individualisering. Alla elever har rätt till att få en undervisning som är anpassad till deras egen nivå och egna förutsättningar. Utifrån kartläggningen får även föräldrarna en bra insyn i sina barns kunskapsutveckling. Slutligen har vi ännu en gång fått bekräftelse på värdet av att genomföra en målstyrd undervisning där elevens kunskap och motivation står i centrum.

# 7 Referenser


Ahlberg, A. (2001). *Lärande och delaktighet*. Lund: Studentlitteratur.

Ejvegård, R. (2002). *Vetenskaplig metod för projektarbete*. Lund: Studentlitteratur.

Hedrén, R. (2001). *Matematikdidaktik- ett nordiskt perspektiv.* Lund: Studentlitteratur.

Heiberg Solem, I. & Reikerås, E. (2004). *Det matematiska barnet*. Stockholm: Bokförlaget Natur och Kultur.

Johansson, B. & Svedner, P. (2006). *Examensarbetet i lärarutbildningen*. Uppsala: Författarna och kunskapsförlaget, fjärde upplagan

Johansen Hoines, M. (2004). *Matematik som språk*. Kristianstad: Kristianstads Boktryckeri AB.

Kilborn,W. (1989). *Didaktisk ämnesteori i matematik Del 1, Grundläggande aritmetik.* Stockholm: Författarna och Utbildningsförlaget.

Löwing, M. & Kilborn, W. (2002). *Baskunskaper i matematik- för skola, hem och samhälle.* Lund: Studentlitteratur.

Löwing, M. & Kilborn W. (2003). *Huvudräkning- en inkörsport till matematiken*. Lund: studentlitteratur.

Magne, O. (1998). *Att lyckas med matematiken i grundskolan*. Lund: Studentlitteratur

Malmer, G. (1999) *Bra matematik för alla*. Lund: Studentlitteratur.

Myndighet för skolutveckling.(2003). *Baskunnande i matematik*. Stockholm: Fritzes.

Neuman, D. (1989) *Räknefärdighetens rötter*. Stockholm: Skolöverstyrelsen och Utbildningsförlaget

Utbildningsdepartementet (1994) *Läroplan för det obligatoriska skolväsendet. Lpo 94*

Skolverket (2000) *Kursplanen i matematik.* Stockholm:Fritzes

Skolverket (2004) *Nationella utvärderingen av grundskolan 2003. (*Rapport 251). Stockholm: Fritzes

Smith, S. (1997). *Early Childhood Mathematics*. Boston: Pearson Education Inc.

Stukát, S. (2005). *Att skriva examensarbete inom utbildningsvetenskap.* Lund: Studentlitteratur

## Artiklar

Ahlberg, A. (2000). *Matematik från början.* In (Ed) Nationellt Centrum för matematikutbildning. (NCM). *Att se utvecklingsmöjligheter i barns lärande*. Göteborg: Författarna och Nämnaren

Olsson, I. (2000). *Matematik från början.* In (Ed) Nationellt Centrum för matematikutbildning. (NCM). *Att skapa möjligheter att förstå*. Göteborg: Författarna och Nämnaren

Sterner, S. (2000). *Matematik från början.* In (Ed) Nationellt Centrum för matematikutbildning. (NCM). *Matematik som språk.* Göteborg: Författarna och Nämnaren

## Rapporter

Ahlberg, A. (1994). *Att möta matematiken i förskolan*. Rapport nr:1994:12. Göteborg: Institutionen för pedagogik, Göteborgs Universitet

Carpenter, T. & Moser, J. (1984) *The acquisition of addition and subtraction concepts in grades one through three*. Journal for research in mathematics education. Vol. 15, No. 3, (pp. 189)

Skolverket (2007 in Press). Diamant – Nationella diagnoser I matematik.

NCM. Nationellt Centrum för matematikutbildning. (2001). *Hög tid för matematik.* NCM-rapport 2001:1. Göteborg: NCM.

Skolverket (2003). *Lusten att lära- med fokus på matematik*. (Skolverkets Rapport 2003:221). Stockholm: Skolverket.

# Bilagor

Bilaga 1 Elevdiagnos TU1

Bilaga 2 Elevdiagnos TU2

Bilaga 3 Intervjufrågor till elev

Bilaga 4 Intervjufrågor till lärare

Diagnos TU1

Namn:__________________________

Klass:__________________________

| | | |
|---|---|---|
| 1a. | 7 + 1 = _____ | 6 + 2 = _____ |
| | 5 + 2 = _____ | 8 + 1 = _____ |
| | 1 + 6 = _____ | 2 + 7 = _____ |
| 2a. | 4+ 4 = _____ | 3 + 5 = _____ |
| | 3 + 3 = _____ | 5 + 4 = _____ |
| | 4 + 5 = _____ | 4 + 3 = _____ |
| 3a. | 4 + ____ = 9 | 2 + ____ = 8 |
| | 3 + ____ = 7 | 5 + ____ = 8 |
| | 1 + ____ = 7 | 3 + ____ = 9 |

Diagnos TU2

Namn:______________________________

Klass:______________________________

1a.

| | |
|---|---|
| 10 + 7 = ____ | 10 + 6 = ____ |
| 4 + 10 = ____ | 8 + 10 = ____ |
| 10 + ____ = 13 | 2 + ____ = 12 |

2a.

| | |
|---|---|
| 17 + 1 = ____ | 16 + 2 = ____ |
| 12 + 5 = ____ | 11 + 8 = ____ |
| 1 + 16 = ____ | 2 + 17 = ____ |

3a.

| | |
|---|---|
| 14 + 4 = ____ | 13 + 5 = ____ |
| 3 + 13 = ____ | 5 + 14 = ____ |
| 14 + 5 = ____ | 4 + 13 = ____ |

3b.

| | |
|---|---|
| 8 = 3 + ____ | 9 = 6 + ____ |
| 7 = 2 + ____ | 8 = 5 + ____ |
| 9 = 4 + ____ | 7 = 4 + ____ |

4a.

| | |
|---|---|
| 14 + ____ = 19 | 2 + ____ = 18 |
| 13 + ____= 17 | 5 + ____ = 18 |
| 11 + ____ = 17 | 3 + ____ = 19 |

4b.

| | |
|---|---|
| 18 = 3 + ___ | 19 = 16 + ____ |
| 17 = 2 + ____ | 18 = 15 + ____ |
| 19 = 4 + ____ | 17 = 14 + ____ |

## Intervjufrågor till elev

Uppmjukningsfrågor

1. Hur gammal är du?
2. Vad har du önskat dig i julklapp?
3. Vad skall du göra om det blir mycket snö?

Jag tänkte fråga dig lite om matematik. Jag har fått en uppgift från min skola att ta reda på hur barn tänker när de räknar och sedan skall jag skriva en om detta i en uppgift som jag har. Är det ok om jag spelar in vårt samtal?

Jag vill att du räknar några tal och det skulle vara spännande om du kunde räkna högt så jag hör hur du tänker när du räknar.

Skriv talen för eleven på ett papper och låt eleven räkna ut.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Ex. | 5 + 2 = ___ | 15 + 2 = ___ | 12 + 5 = ___ |
| Ex. | 4 + 5 = ___ | 4 + ___ = 9 | 14 + 5 =___ |
| Ex. | 8 = ___ + 5 | 8 = 3 + ___ | 18 = 3 + ___ |

4. Har du några hjälpmedel när du räknar?

5. Vad betyder likhetstecknet?

6. Är det någon skillnad om likhetstecknet kommer före plustecknet?

## Intervjufrågor till lärare

1. Hur många år har du arbetat som lärare?
2. Vilka inriktningar har du?
3. Hur tror du att klassen klarade diagnosen?
4. De som hade alla rätt hur lång tid tror du att de behövde för detta?
5. Vilka elever tror du hade svårigheter?
6. Hur tror du att eleverna har löst dessa uppgifter? För mig är det självklart att räkna i huvudet men hur tror du att eleverna gör?
7. Vilka elever tror du har det automatiserat?
8. Du nämnde några som hade svårigheter, vilka förkunskaper fattas hos dessa elever?
9. Hur ser undervisningen ut på en matematiklektion? Ge mig gärna några exempel. Har du gemensamma genomgångar?
10. Hur arbetar eleven med konkreta material för att lära sig addition?
11. Hur kartlägger du elevernas kunskaper i addition?