



GÖTEBORGS UNIVERSITET  
INST FÖR PEDAGOGIK OCH SPECIALPEDAGOGIK

# Lyftet med problem

En fallstudie inom Matematiklyftet

**Birgitta Gånedahl**

---

Examensarbete:	15 hp
Program och/eller kurs:	Speciallärarprogrammet, SLP600
Nivå:	Avancerad nivå
Termin/år:	Ht/2014
Handledare:	Åse Hansson
Examinator:	Eva Gannerud
Rapport nr:	HT14 IPS07 SLP600

## Abstract

Examensarbete:	15 hp
Program och/eller kurs:	Speciallärarprogrammet, SLP600
Nivå:	Avancerad nivå
Termin/år:	Ht/2014
Handledare:	Åse Hansson
Examinator:	Eva Gannerud
Rapport nr:	HT14 IPS07 SLP600
Nyckelord:	Fortbildning, kompetensutveckling, matematikdidaktik, problemlösning, matematiksvårigheter, inkludering

---

**Syfte:** Studiens syfte är att belysa vilken betydelse fortbildningen ”Matematiklyftet, modul problemlösning” har på ett arbetslags uppfattningar om problemlösning och vilken kompetens lärarna utvecklar för att i undervisningen kunna stödja alla elevers utveckling och lärande i matematik genom problemlösning, och med fokus på elever i matematiksvårigheter. Syftet är även att belysa hur lärarna utvecklar sin kompetens och att identifiera vilka faktorer som påverkar lärarna under kompetensutvecklingen.

**Teori:** Formuleringen av forskningsfrågor och analys av resultatet utgår från en sociokulturell och socialkonstruktivistisk ansats då kollegialt lärande varit grunden för studien. Programteorin har använts som grund för att tolka de faktorer som påverkar lärarna under fortbildningen.

**Metod:** Fallstudiemetoden inspirerad av etnografi, har använts för att besvara studiens syfte. Empirin har främst samlats in genom inspelningar av arbetslagsmöten, samt vid några deltagande observationer. Anteckningar från arbetslagets möten och en gruppintervju har även använts vid datainsamlingen.

**Resultat:** Studien visar på att fortbildningen tycks ha utvecklat lärarnas uppfattning om begreppet problem och syftet med problemlösning så att de till viss del inser dess betydelse vid elevers lärande i matematik. Arbetslaget verkar ha utvecklat kompetens att bättre kunna stödja alla elevers lärande i matematik genom problemlösning, och de har tillägnat sig flera olika verktyg, vilka speciellt främjar elever i matematiksvårigheter och som behöver stöd för att nå målen. Lärarna har utmanats i sin medvetenhet om hur de sociomatematiska normerna påverkar undervisningen och hur den kan utvecklas. Resultatet visar de faktorer som verkar för lärarnas utveckling, såsom Matematiklyftets grundtanke med det kollegiala lärandet, Lärportalens tydliga struktur med blandning av teori och praktik, samt till viss del stöd av handledaren. Resultatet visar även på de faktorer som verkar emot lärarnas utveckling, främst då bristen på en engagerad skolledare som är en viktig del enligt tidigare forskning. Därutöver är det flera faktorer i lärarnas vardag som inverkar negativt, såsom intensiv dag innan arbetslagets mötestid, att bemöta elever i behov av stöd vid olika situationer, ofördelaktiga schemapositioner, samt framförallt en ständig tidspress.

## **Förord**

Denna studie hade inte varit möjlig utan de deltagande lärarnas medverkan varför ni alla skall ha ett stort tack och lycka till i ert fortsatta arbete med problemlösning i era klasser. Ert deltagande i studien har troligen till viss del även stöttat och sporrat er under utbildningen och jag har verkligen uppskattat era små personliga tillrop, som när en hantverkare kommer och skruvar i en dörr och ni tycker att ”Birgitta, nu kan du gå på toaletten”. Det har varit så roligt och intressant att lyssna på era diskussioner! De resulterade i ca 140 handskrivna sidor preskriberade och det har varit en utmaning att tolka allt viktigt ni har förmedlat. Än en gång varmt TACK!

Så ett stort tack till min handledare Åse Hansson, som var den som redan från början vid min första idé till studien uppmuntrade mig att genomföra denna forskning. Jag har fått så mycket värdefull konstruktiv kritik och stöttning vid arbetet och så många frågor att reflektera vidare på, och de har hjälpt mig till nya insikter.

Till sist ett varmt tack till min familj och främst då min make för stödet under höstens många timmar av skrivande.

# Innehållsförteckning

<b>Inledning .....</b>	<b>1</b>
<b>Bakgrund och teori anknytning .....</b>	<b>2</b>
Bakgrund .....	2
Försämrade matematikresultat .....	2
Matematiklyftet .....	3
Tidigare forskning .....	4
Definition av begrepp .....	4
Problemlösning .....	4
Problemlösningsförmåga .....	5
Inkludering .....	5
Fortbildning för lärare .....	6
Uppfattningar om matematikundervisning .....	7
Matematiksvårigheter .....	8
Matematikundervisning för, om och via problemlösning .....	10
Problemlösning och matematiska förmågor .....	10
Att arbeta med problemlösning .....	11
Teoretiska perspektiv på forskningsansatsen .....	14
Sociokulturellt perspektiv .....	14
Socialkonstruktivistiskt perspektiv .....	15
Programteorin .....	15
<b>Syfte .....</b>	<b>16</b>
<b>Metod .....</b>	<b>16</b>
Studiens design .....	16
Genomförande .....	17
Bearbetning och analys av data .....	19
Urval .....	19
Validitet, reliabilitet och generaliserbarhet .....	20
<b>Etik .....</b>	<b>21</b>
<b>Resultat .....</b>	<b>21</b>
Del 1: Lärarnas kompetensutveckling .....	21
Lärarnas uppfattningar om problemlösning .....	21
Sammanfattning .....	23
Lärarnas kompetens att stödja elevers matematiklärande .....	24
Formulera egna problem .....	24
Faser i problemlösningslektionen .....	24
Strategier vid problemlösning .....	25
Bedömning i problemlösning .....	26
Kommunikation i problemlösning .....	26
Anpassning av problem .....	26
Sammanfattning .....	27
Lärarnas medvetenhet om traditioner och normer .....	28
Sammanfattning .....	30
Del 2: Påverkansfaktorer på kompetensutvecklingen .....	30
Påverkansfaktorer inom Matematiklyftets struktur .....	31

Faktorer som arbetar för lärarnas utveckling .....	31
Faktorer som arbetar emot lärarnas utveckling .....	31
Påverkansfaktorer inom lärarnas vardag .....	32
Faktorer som arbetar för lärarnas utveckling .....	32
Faktorer som arbetar emot lärarnas utveckling .....	32
Sammanfattning .....	33
<b>Diskussion .....</b>	<b>34</b>
Metoddiskussion .....	34
Resultatdiskussion .....	35
Uppfattningar om problemlösning .....	35
Verktyg för att stödja elevers lärande i problemlösning .....	35
De sociomatematiska normerna .....	37
Påverkansfaktorer under fortbildningen .....	38
Specialpedagogiska implikationer .....	38
Framtida forskningsfrågor .....	39
Avslutande reflektioner .....	39
<b>Referenslista.....</b>	<b>40</b>
<b>Bilaga 1 .....</b>	<b>46</b>
<b>Bilaga 2 .....</b>	<b>47</b>

# Inledning

Matematikundervisningen i Sverige står under hård bevakning av media allt sedan resultaten från PISA 2009 presenterades (Programme for International Student Assessment), då svenska elevers matematikresultat hamnade under OECD-ländernas genomsnitt. Ännu större blev fokus då PISA 2012 visade fortsatt låga resultat. Sedan PISA-undersökningarna startade 2000 är det de svenska elevernas genomsnittliga resultat som försämrats mest i jämförelse med de andra länderna. På alla plan är detta betungande nyheter; för elever, föräldrar, skolledning, för styrande politiker och tjänstemän inom förvaltningar knutna till utbildning och undervisning samt för lärarutbildningarna. Nyheterna påverkar vårt samhälle och näringsliv, framförallt påverkar det dem som arbetar i skolan med matematikundervisning och som tycker att de gör ett bra jobb, men som den sista tiden utpekats som skyldiga till fiaskot, då kvalitén på undervisningen i matematik ifrågasätts. Samtidigt är det lärarens pedagogiska förmåga som bedöms ha stor effekt på elevernas studieresultat enligt Hattie (2009).

Lärarnas riksförbund visar i en studie från februari 2014 att åtta av tio lärare tror att ”Matematiklyftet kan vända utvecklingen”. Är det verkligen så? Kommer denna satsning att ha större inverkan på elevers resultat än tidigare satsningar? Matematiklyftet är en fortbildning för lärare i matematikdidaktik som skall erbjudas alla kommuner i landet under 2012-2016. Läsåret 2013-2014 startade matematiklyftet för flera arbetslag i min kommun och idén till denna studie kom sig av att ett unikt tillfälle att i en fallstudie kunna följa ett arbetslag under en termins arbete med matematiklyftet. Fortbildningen är strukturerad med en blandning av teori och praktik. Arbetslaget som studien följer arbetar i årskurserna 4-6 och även mitt eget arbetslag deltar i satsningen. Vi har arbetat med samma modul, problemlösning, dock konstruerade av olika högskolor, och det teoretiska innehållet är likvärdigt till viss del.

Huvudsyftet med studien är att belysa hur lärare som genomför Skolverkets matematikfortbildning ”Matematiklyftet, modul problemlösning” utvecklar sin kompetens att stödja utvecklingen av elevers matematiklärande genom problemlösning samt vad för kompetens de utvecklar. Vad händer med lärarnas syn på vikten av problemlösning i undervisningen under fortbildningen? Den syn som lärare har på hur elever lär sig borde avspeglas i hur de planerar och genomför sin undervisning, vilket i sin tur har stor betydelse för den enskilde elevens lärande, för att minst nå godkända kunskapskrav. Den studerade skolenheten har ett inkluderande arbetssätt, där inga elever lyfts ur den ordinarie gruppen och specialpedagogen arbetar i några av klasserna. Det är därför särskilt intressant att få en inblick i hur lärarnas fortbildning kan gynna de elever som är i behov av stöd för att nå målen.

Genom att belysa olika aspekter på fortbildningen utifrån forskningsfrågorna kan den kunskap studien bidrar med användas formativt i den studerade verksamheten. Studien kan då ge vägledning för vilken fortsatt kompetensutveckling som behövs för att bidra till en förbättrad matematikundervisning för alla elever och speciellt för elever i behov av stöd, vilket är viktigt i ett specialpedagogiskt perspektiv. Ur ett större perspektiv kan studien ses som del av Skolverkets utvärdering av Matematiklyftet och forskningen kan ge viktig information kring vad som är viktigt att beakta i liknande fortbildningsinsatser.

# Bakgrund och teoriansknytning

Kapitlet indelas i tre avsnitt med en bakgrund, tidigare forskning samt teoretiska perspektiv på forskningsansatsen.

## Bakgrund

Avsnittet inleds med en redogörelse för de studier som visar på sjunkande resultat i matematik och en kort historisk återblick. Därefter ges en presentation av Matematiklyftet.

## Försämrade matematikresultat

Enligt OECD (2014), Organisation for Economic Co-operation and Development, startade PISA - undersökningarna år 2000 och genomförs vart tredje år som ett projekt inom organisationen. Numera deltar ca 70 länder, både länder som är med i OECD och länder som inte är med i OECD. PISA syftar till att utvärdera utbildningssystemen hos de medverkande länderna genom att testa om 15-åringar har de kunskaper och färdigheter som krävs för att möta framtiden i arbetslivet. Man testar läsförståelse, matematik och naturvetenskap, men utgår inte från ländernas kursplaner. Vid de två första mätningarna låg svenska elevers resultat över medel, 2006 låg de på genomsnittet, men därefter försämras resultaten och hamnar under medel. Resultaten gäller alla ämnen, men försämringen är störst i matematik. De sämre resultaten finns hos både låg – och högpresterande elever och pojkar har försämrat sina resultat mer än vad flickor gjort. Vid det senaste testet visade det sig även att problemlösningsförmågan låg under medel och var sämst i Norden (digitalt test av vardagliga problem).

Enligt IEA (2014) som organiserar den andra stora internationella studien, TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study), visar resultaten på en kontinuerlig resultatförsämring i matematik. Studien organiseras av IEA (The International Association for the Evaluation of Educational Achievement), och 63 länder från hela världen deltar. Den första TIMSS -studien genomfördes 1995 och återkommer vart fjärde år. Studien mäter elevers kunskaper i matematik och naturvetenskap i årskurs 4 och 8 och syftar dels till att redovisa elevers attityder i dessa ämnen, dels att jämföra skillnader i ländernas skolsystem så att starka och svaga sidor lyfts fram. Andelen elever som inte når upp till den grundläggande kunskapsnivån har fördubblats sedan 1995, och andelen högpresterande elever har minskat ännu mer (Skolverket, 2008).

Ser vi till de nationella proven i årskurs 9 har andelen elever som ej nått godkänt resultat ökat från 9,2 % år 2003 till 19,3% år 2011 (Skolverket, 2011a). Även i betygsstatistiken syns det försämrade resultatet i allt lägre andel elever med godkända betyg.

Andel (%) elever som nått målen i matematik

1998	2000	2003	2006	2009	2012	2014
94,7	93,2	93,7	93,4	92,6	91,2	90,7

(Skolverket, 2014a)

Denna statistik visar således på den fortsatt nedåtgående trenden. Problemen inom skolmatematiken är dock inget nytt. I mitten på 1980-talet diskuterades för första gången ”matematik-krisen” utifrån svenska elevers resultat i jämförelse med andra länder. Emanuelsson (2001a) beskriver hur skolmatematikens karaktär i kursplanerna från 1969 till

1994 ändrades, så att grundläggande begreppsbildning, problemlösning och användning av hjälpmedel såsom miniräknare betonas. Trots det ägnade lärarna mycket tid av undervisningen till skriftliga beräkningsmetoder, tid som skulle kunnat användas för att utveckla taluppfattning och mer flexibla beräkningsmetoder. Den traditionella undervisningen med ensidigt fokus på räkning, där lärarens undervisning styrs av läromedlet och där lektionerna präglas av enskilt arbete fortsätter. I Statens offentliga utredning (SOU 2004:97) presenterades en handlingsplan för att lyfta matematiken, som gav förslag till åtgärder för att förändra attityder till och öka intresset för matematik samt för att utveckla matematikundervisningen. I planen ingick att utse matematikutvecklare i varje kommun, som genomförde olika utvecklingsprojekt under åren 2009-2011. Många satsningar har planerats och genomförts, men enligt PISA och TIMSS, liksom betygsstatistik, har det hittills inte gett den önskade effekten med förbättrade resultat hos eleverna.

Regeringen (2012) tar nu stöd i IFAU:s forskningsöversikt (Institutet för arbetsmarknads – och utbildningspolitisk utvärdering) och konstaterar att en av de viktigaste förklaringarna till resultatförsämringen är de undervisnings-former som innebär att läraren i mindre utsträckning leder undervisningen och att elever arbetar mycket enskilt i läromedlet, vilket även lyftes för tio år sedan (SOU 2004:97). Regeringen konstaterar att svensk matematikundervisning måste förbättras och att en särskild fortbildnings-satsning med fokus på ämnesdidaktik genomförs. Skolverket ges i uppdrag att genomföra en fortbildning, Matematiklyftet, av matematiklärare, med vilka åsyftas lärare som undervisar i matematik. Jag beskriver i följande avsnitt mer ingående fortbildningens syfte och genomförande.

## **Matematiklyftet**

Matematiklyftet syftar till att öka elevernas måluppfyllelse genom att stärka undervisningen. Skolinspektionen (2009, 2010, 2012) lyfter i flera kvalitetsgranskningar betydelsen av rektors förmåga att fungera som en pedagogisk ledare och att aktivt kunna leda ett utvecklingsarbete. Regeringen (2012) beslutar att rektorer även bör ingå i satsningen. Regeringen grundar fortbildningens utformning på forskning som visar att kollegialt lärande är den mest effektiva modellen för fortbildning, denna forskning kommer jag att redogöra för längre fram. Enligt National Center for Education Statistics (2003) visar resultaten från TIMSS videostudy att de sociomatematiska normerna har stor betydelse för undervisningen, det vill säga olika länders kultur av matematikundervisning. I Matematiklyftets modul Problemlösning för årskurs 4-6, poängterar Efva Taflin, att de sociomatematiska normerna är det som har den största påverkansfaktorn på undervisningen (Skolverket, 2014b). Skolverket, i samarbete med Nationellt centrum för matematikutbildning, NCM, skriver i programbeskrivningen för Matematiklyftet att målen är att utveckla undervisnings- och fortbildningskulturen på skolorna. Lärarna skall få professionellt stöd av särskilt utbildade handledare och även lärarnas rektorer skall utbildas för att aktivt stödja fortbildningen. Didaktiskt stödmaterial finns på Skolverkets webbplats Lärportalen för Matematik, där innehållet är indelat efter stadie och skolform och kategoriserat i 6 olika moduler efter matematiskt innehåll, en av dessa moduler är problemlösning. Varje modul är indelad i åtta delar som består av fyra moment A-D. Moment A- individuell förberedelse med teoretisk genomgång, film och litteratur. Moment B – kollegialt arbete, diskussion och förberedelse av aktivitet, moment C – aktivitet, genomförande av lektion samt moment D – gemensam uppföljning och diskussion. Materialet skall ge stöd för att utveckla undervisningen, att inspirera till gemensam planering av aktiviteter i klassrummet och till att reflektera över undervisningen. Kommunerna kan söka bidrag till varje arbetslag för ett läsår, en modul omfattar arbete under en termin, vilket betyder att arbetslagen tar del av två moduler under fortbildningen. Varje skolenhet avgör själv vilka två moduler de vill arbeta med. Målsättningen är att från 2012 till 2016 skall



samtliga lärare som undervisar i matematik ha deltagit i fortbildningen. Regeringen avser att låta IFAU utvärdera effekterna av satsningen med fokus på elevernas måluppfyllelse i matematik (Skolverket, 2014c).

## Tidigare forskning

I detta avsnitt definieras centrala begrepp och avsnittet behandlar vad tidigare forskning kommit fram till när det gäller lärarfortbildning, uppfattningar om matematikundervisning, matematiksvårigheter, matematikundervisning och problemlösning. Strävan är att behandla de aspekter kring matematikdidaktik och problemlösning som lärarna i studien möter i det didaktiska stödmaterialet i Matematiklyftet.

## Definition av begrepp

Här följer definitioner för studien viktiga begrepp: problemlösning, problemlösningsförmåga och inkludering.

### Problemlösning

Att definiera vad problemlösning är kan vara lika svårt som att definiera vad matematik är, menar Mamona -Downs och Downs (2005), "The question, what is problem solving, cannot have an unanimous answer, it depends too much on personal interests and philosophy." (s. 385). Jag redogör här för några definitioner. Problemlösning kan definieras som en uppgift som eleven skall lösa där det inte finns en given metod att använda och som dessutom stimulerar och engagerar eleven, enligt Wyndhamn, Riesbeck och Schoultz (2000). Uppgiften kan innehålla text eller endast siffror, eller bådadera. Både en textuppgift och en uppgift med endast matematiska symboler kan vara en ren rutinuppgift om metoden är känd för eleven. En uppgift kan vara ett problem för en elev medan det kan vara en ren rutinuppgift för en annan elev, beroende på vilka kunskaper eleven har sedan tidigare.

Hagland, Hedrén och Taflin (2005) menar att ett problem är en uppgift där eleven inte har någon på förhand given metod för att lösa den och det krävs ansträngning för att kunna lösa den. Matematiska problem är uppgifter som inte har rutinkaraktär, utan eleven måste undersöka och prova sig fram till en lösning. Eleven behöver ofta göra en matematisk tolkning av den konkreta situationen som problemet presenteras i, men de kan även vara rent matematiska och inte ha någon koppling till vardagen (Skolverket, 2011b). Så kallade rika problem utmanar ytterligare till reflektion och till diskussioner om viktiga matematiska idéer. De kan lösas på flera olika sätt, med olika strategier och representationer och de fungerar som brobyggare mellan olika matematiska områden (Hagland et al. 2005). Bergqvist och Bergqvist (2012) problematiserar begreppen problemlösning och att lösa problem, är det samma sak? Om en lärare tolkar att alla uppgifter som eleverna löser i läroboken är detsamma som att de då löser problem, då utmanas inte dessa elevers matematiktänkande i enlighet med styrdokumentet. Författarna menar på att detta tolkningsutrymme kommer sig av otydlighet i läroplanerna, begrepp är inte definierade och det finns heller inga tydliga exempel.

I denna studie används Matematiklyftets definition att ett problem är en uppgift där eleven inte på förhand har någon given metod för att lösa den, till skillnad från rutinuppgifter, och det krävs ansträngning för att kunna lösa den. Eleven måste undersöka och prova sig fram till en lösning, samt göra en tolkning av den konkreta situationen som problemet presenteras i. Problem kan vara rent matematiska och inte ha någon koppling till vardagen. Vad som är problem kan även vara individuellt för varje elev (Skolverket, 2014b).

## **Problemlösningsförmåga**

Skolverket (2011c) lyfter i kursplanen i matematik fram problemlösningsförmågan både som en av förmågorna att utveckla i matematik, men också som en del av det centrala innehållet. Problemlösning är både ett mål och ett medel att utveckla alla matematiska förmågor. I Lgr 11 är förmågorna framskrivna i ämnets syfte, där man menar att eleverna genom undervisningen skall ”ges förutsättningar att utveckla sin förmåga att formulera och lösa problem med hjälp av matematik samt värdera valda strategier och metoder.”(s. 62)

Problemlösningsförmåga kan alltså vara ett medel för att utveckla även de andra fyra matematiska förmågorna; begreppsförmåga, metodförmåga, resonemangsförmåga samt kommunikationsförmåga. Enligt Lgr 11 skall läraren svara för att eleverna får pröva olika arbetssätt och arbetsformer och att de med stigande ålder får ett reellt inflytande över dessa. Det är rektors ansvar att lärarna får de förutsättningar som behövs för att planera undervisningen och att de får möjlighet till kollegial samverkan.

## **Inkludering**

Elever har olika förutsättningar att klara kunskapskraven i matematik och av olika orsaker har en del elever svårt att nå målen, vilket jag återkommer till i nästa avsnitt. Stödinsatser kan organiseras på olika sätt, och i den studerade skolenheten används ett inkluderande arbetssätt för att möta elevers behov av stöd att nå målen, vilket innebär att specialpedagogen är delaktig vid lektionerna i vissa klasser. Detta skapar utrymme för att göra tillfälliga grupperingar, ingen elev lyfts ut regelbundet och ingen nivågruppering sker. Följande beskrivning vill visa på studiens synsätt på begreppet inkludering.

Ahlberg (2013) menar att begreppet inkludering beskrivs på olika sätt i olika tolkningar, men de har det gemensamt att det handlar om alla människors lika värde och deras rätt att vara med i skolans gemenskap. I en inkluderande skola kännetecknas skolmiljön av att man accepterar och försöker möta alla elever, elevers olikheter ses som en tillgång och inte ett hinder. Skolan måste alltså organisera sin undervisning så att alla elever passar in och känner delaktighet. Inkludering handlar om alla elevers rätt till en likvärdig utbildning och har sitt ursprung i Salamancadeklarationen från 1994, som utgör en överenskommelse mellan ett stort antal länder gällande hur undervisning för elever i behov av stöd skall organiseras. I våra styrdokument finns inte begreppet inkludering utskrivet i klartext, fast intentionen finns där. Enligt Skollagen 1 kap 4§ (SFS 2010:800) skall skolans utbildning ta hänsyn till elevernas olika behov, och de skall ges stöd och stimulans att utvecklas så långt som möjligt. Skolan skall sträva efter att uppväga skillnader i elevernas förutsättningar att kunna tillgodogöra sig undervisningen. Enligt 3 kap 5a§ skall elever som riskerar att inte nå den lägsta nivån av kunskapskrav snarast få extra anpassningar som stöd i den ordinarie undervisningen. Om detta inte är tillräckligt skall elevens behov av särskilt stöd utredas enligt 3 kap 8§.

Ahlberg (2013) menar att det trots intentionen om en inkluderande skola för alla elever finns särskiljande skolformer i dagens skola som visar på en klyfta mellan ideologi och praktik. Ahlberg lyfter fram komplexiteten som skapas av att alla elevers olikheter skall värdesättas samtidigt som alla elever ska nå upp till minst ett ”minimi” mål på samma tid, en uppgift som inte är enkel att få till med praktikens villkor. Idag nås inte målsättningen att skolan kan kompensera för alla elevers olikheter så att de lyckas med sin utbildning och får godkända betyg i årskurs nio. Specialpedagogiska insatser har viktiga funktioner i att stödja elever i svårigheter, att utveckla skolan så att eleverna får undervisning som tillgodoser deras behov och krav, och på så sätt även bidrar till att skapa en inkluderande och likvärdig skola. Lunde

(2011) lyfter att om inte det specialpedagogiska stödet i en inkluderande verksamhet skall resultera i ett uteblivet lärande, krävs ett samspel mellan specialpedagogiskt tänkande och generell matematikdidaktik med ny teori och metodik. Didaktiken måste anpassas till elevernas olika sätt att lära matematik och till den enskilde elevens behov. Genom en bättre förståelse för lärandet skapas effektivare undervisning som möjliggör att förebygga senare problem, som till exempel att eleven utvecklar matematiska missuppfattningar. I avsnittet om matematiksvårigheter kommer sådana faktorer beskrivas som forskare menar kan bidra till eller orsaka matematiksvårigheter och en sådan faktor är matematikdidaktiken, en felaktig didaktik kan skapa problem. När det gäller övriga påverkansfaktorer, har didaktiken en mycket viktig roll i att skapa bra lärandesituationer, enligt Lunde (2011).

## **Fortbildning för lärare**

Bentley och Bentley (2011) poängterar att lärares kompetens, utbildning och erfarenhet är den enskilt största faktor som påverkar vilka prestationer eleverna gör. De lyfter även att lärares *beliefs systems* påverkar hur undervisning utformas men också hur reformer tolkas. En av de mest verksamma åtgärderna för att påverka elevers prestationer positivt är därför att fortbilda lärare, och denna fortbildning måste beröra lärarens vardagliga undervisning och behandla matematikdidaktiska undervisningsproblem för att vara framgångsrik. Åman (2011) sammanställer i rapporten *Att lära av de bästa* internationella forskningsresultat om faktorer som påverkar elevers resultat. Den faktor som visar sig vara viktigare än andra är undervisningen. Lärarnas sätt att undervisa är det som betyder mest, och skillnaderna kan vara stora mellan klassrum, oavsett land och skola. Lester och Lambdin (2006) konstaterar att det finns relativt lite forskning kring hur lärare lär sig att undervisa genom problemlösning, men att det finns forskningsresultat som visar på att om läraren lyckas med detta, beror det på den uppmuntran och stöd de får från kollegor. Lärare blir framgångsrika genom att undervisa och reflektera kring sin undervisning, inte genom att gå kurs. Matematiska idéer måste kunna få analyseras och relateras till undervisningssituationer, och diskuteras med kollegor i det vardagliga arbetet.

Timperley, Wilson, Barrar och Fung (2007) har analyserat forskningslitteratur om att försöka förbättra elevresultat genom att lärarnas undervisningsmetoder och ämneskunskaper utvecklas. Flertalet studier där elevernas resultat förbättrades utgick från att lärare arbetade tillsammans med uppgifter knutna till sin undervisning. Samarbetet visade sig vara en viktig förutsättning för framgång, men ändå inte tillräckligt. Lärarna saknade kunskaper som var nödvändiga för att möjliggöra framsteg, och de bekräftade varandra mer än de ifrågasatte varandras syn på uppgiften. De upptäckte aldrig svagheterna i sitt sätt att arbeta och blev heller inte öppna för förändringar, utan befästes i sin övertygelse att deras undervisning var effektiv. Timperley m.fl. fann en gemensam aktivitet i de 97 studier där elevresultaten förbättrats, vilken var att lärarna lyssnat på personer med större kompetens än de själva. Men tillgången till expert-stöd var inte heller någon garanti för framgång, det visade sig att förändringar i undervisningen inte var bestående. De reformprogram som verkligen lett till förbättrade elevresultat var mer komplext organiserade. Där fanns inslag av både expertstöd och samverkan mellan lärare där båda delarna kompletterade varandra. En annan gemensam faktor var att de effektiva programmen pågick under längre tid, och teori och praktik varvades under flera år. Studierna visar på att det inte är en enkel process att förändra människors sätt att tänka och handla. Mellan reformens intention och det eftersträfvansvärda nya arbetssättet finns lärarens känslor, värderingar, vanor och tolkningar av uppgiften. Effektiva lärarutvecklingsprogram måste utmana de föreställningar och attityder lärarna har med sig, både för att de skall kunna knyta an till dem men också för att förändring i tankesätt skall kunna ske. En tydlig betoning på ämnesinnehåll och tillämpning av detta i praktiska

undervisningssituationer var utmärkande för de framgångsrika reformerna. Timperley m.fl. konstaterar att det största hindret för utveckling är lärarnas bundenhet vid sitt undervisningssätt och att det är omöjligt att nå framgång om man tvingar lärarna till något de inte själva tror på. Författarna menar att frånvaro av gemensamma mål är problematiskt – det vill säga, de som driver projekt vars syfte är att lärarnas arbetssätt skall utvecklas genom förändrade föreställningar och beteende ställs emot lärarnas ofta förekommande inställning att ingen djupgående förändring behövs. Slutligen poängteras skolledarnas roll, inte på grund av forskning som visar på deras betydelse på elevers resultat, men däremot på deras stora betydelse på trivseln och samarbetsklimatet bland lärarna. Om undervisningskvaliteten skall höjas genom stärkt kollegialt samarbete borde således rektor ha en nyckelroll.

Hur blir man en duktig matematiklärare, frågar Holden (2006). Hon besvarar frågan genom resultat från en aktionsforskning, ett utvecklingsarbete med syfte att förändra arbetssättet mot att vara mer elevaktivt. För att ett projekt skall vara framgångsrikt behöver rektor vara involverad och lärarna vara motiverade, tro på projektet och vara villiga att ändra sin egen praktik. De behöver få tid för reflektion, diskussion och återkoppling och de behöver en rådgivare som kan stötta i diskussionerna, då kan de utvecklas till duktiga matematiklärare. Hapstadius (2011) valde att göra en fallstudie om tre skolors matematiksatsning i sin magisteruppsats. Studien visade på de förutsättningar som skolorna hade för att verkställa Skolverkets dåvarande satsning. Flera framgångsfaktorer framkom men resultatet visar att endast i ett av projekten uppfylldes majoriteten av dessa faktorer. Det som behövs för framgångsrika matematikprojekt är att det utgår från det lokala utvecklings-behovet och ägs av lärarna själva. Det krävs långsiktighet och kontinuitet, liksom prioritet och stöd från kollegor och ledning.

## **Uppfattningar om matematikundervisning**

Hur vi som lärare uppfattar matematik påverkar det sätt som vi undervisar på och därigenom även den grad av stöttning elever i behov av stöd får. Ser läraren matematik som en samling traditionella metoder undervisar man troligen inte på samma sätt som den lärare som ser matematik som en problemlösande aktivitet. Schoenfeld (1985) delar in lärares uppfattningar i fyra delar. Det handlar om uppfattningar kring matematik som ämne, om sig själv som utövande av matematik, om hur matematikundervisning skall bedrivas och om hur matematikinläring sker. Dessa uppfattningar påverkar besluten vi tar i klassrummet och hur vi bedriver undervisningen. Enligt Bentley och Bentley (2011) har dessa uppfattningar, *beliefs systems*, rationella och emotionella grunder, de är därtill mycket stabila och svåra att påverka. Författarna beskriver lärarstuderandes svårigheter med att ändra sina *beliefs systems* eftersom de är präglade av den undervisning de mött under sin egen skolgång. Det kan vara lättare att lägga till ett system än att ändra ett som redan är etablerat och om läraren har flera parallella *beliefs systems* tillgängliga, kan man utgå från dem vid olika situationer.

Pehkonen (2001) visar på att elevernas uppfattningar om matematik formas av deras erfarenhet av matematikundervisning. Myterna om matematik i samhället och det sociala sammanhanget påverkar elevens syn på matematik och elevens matematiska beteende. Taflin (2007) lyfter fram vikten av lärarens egen attityd, därför att eleverna lär sig mer om läraren är positiv till problemlösning och visar det för eleverna. Forskning visar att de flesta elever är positiva till matematik i de första årskurserna, men att intresset sedan avtar och i årskurs 5 har glädjen och motivationen hos många försvunnit. För att bibehålla den glädje som eleverna i de tidigare årskurserna beskriver, behövs ett förändrat arbetssätt där eleverna får arbeta med problemlösning och att skapa matematiska resonemang (Blomquist, A., Elamari, U., & Supter, L. 2012; Dahlgren Johansson, A. & Sumpter, L. 2010).

Flera forskare har undersökt vilka uppfattningar, *beliefs*, som finns bland lärare och kommit fram till att en vanlig uppfattning är att formell matematik har väldigt lite att göra med problemlösning och att problemuppgifter skall lösas inom 10 minuter. Andra uppfattningar är att det är de duktiga eleverna som klarar av att lösa problem, problemlösning är en rolig aktivitet som består av att göra en ”kluring” och matematik lär man sig genom att upprepa procedurer i en lärobok (Schoenfeld, 1985; Thompson, 1989).

De uppfattningar om undervisning och lärande som finns hos lärare *och* elever bildar förväntningar om hur matematiklektioner skall bedrivas, och är en ofta outtalad överenskommelse som benämns *det didaktiska kontraktet*. Begreppet introducerades av Brousseau (1984) i hans teori om didaktiska situationer, där han fokuserar på interaktionen mellan lärare och elev, vilken följs av de ofta outtalade regler som finns i det didaktiska kontraktet. Blomhøj (1994) visar på att förväntningarna handlar både om innehåll och utförande, och de kan vara ett hinder om man till exempel vill införa ett nytt arbetssätt. Kontraktet sätter gränser inte bara för undervisningen och utan även för lärarens *och* elevernas uppfattning om ämnet, lärande och undervisning. Kontraktet ger en förklaring både till varför det är svårt för lärare att genomföra förändringar i sin undervisning och till varför man får inse att förändringar tar tid att genomföra. Men medvetenhet om detta fenomen innebär en möjlighet att kunna benämna och uppmärksamma det om man vill agera för förändring. Blomhøj menar vidare att det ställer stora krav på läraren att kunna planera och genomföra undervisning där man får ett mer reflekterande arbetssätt som utmanar eleverna, men att samplanering med kollegor är ett stort stöd. En svårighet är också att läraren måste förhålla sig till de ofta stora individuella skillnaderna mellan elever när det gäller samarbetsförmåga, tålmod, självkontroll eller förutsättningar för ämnet. Han menar att i en klass med tjugotal elever kan ”sådana svårigheter verka oöverstigliga medan traditionella genomgångar och arbete med uppgifter i läroboken framstår som den enda möjliga – men i verkligheten helt otillräckliga – undervisningsformen.”(s.8).

Skolinspektionens granskningar (2009, 2010) liksom Skolverkets rapport (2003) visar, att den vanligast förekommande undervisningsformen i Sverige innebär att läraren förmedlar metoder för att kunna lösa en viss typ av uppgifter, och eleverna tränar sedan på egen hand på dessa i läroboken. Mellin-Olsen (1991) benämner denna typ av undervisning som *uppgiftsdiskurs*. Här tänker och talar man kvantitativt om undervisningen, och eleverna skall räkna igenom och hinna till en viss sida. Taflin (2007) lyfter, som nämnts tidigare, den sociomatematiska normen som den faktor som till störst del påverkar hur undervisningen genomförs och hon poängterar att i vår kursplan, Lgr 11, lyfts istället ett mer kvalitativt tänkande om undervisning fram, där matematik inte handlar om att lösa uppgifter utan om att eleverna skall utveckla alla sina matematiska förmågor. Lärare behöver resurser för att kunna utveckla sin undervisning, om de vill det, och det handlar till stor del om tid. Hon menar att det tar minst 1,5 år för lärare och elever att förändra ett beteende. Lärarna behöver resurser för att kunna påverka fokus och innehåll i undervisningen, de behöver kunna ställa frågor och reflektera kring sin undervisning och de behöver bli medvetna om den (Skolverket, 2014b).

## **Matematiksvårigheter**

Förutom att beskriva påverkansfaktorer till matematiksvårigheter kommer även sambanden mellan problemlösning och läsförståelse att beskrivas samt de grundläggande kompetenser som krävs vid problemlösning.

Lunde (2011) och Engström (2003) betraktar matematiksvårigheter som ett problem orsakat av flera faktorer. De kan uppstå i samspelet mellan elevens lärostil (där kognitiva och emotionella faktorer ingår), innehållet i matematiken och undervisningsformerna. Fokus ligger inte på eleven utan lärandets kontext får en avgörande betydelse. Fyra dominerande områden identifieras varav en förklaras av didaktiken; hur undervisningen måste anpassas till eleven (inkluderande undervisning), missuppfattningar upptäckas, talförståelsen utvecklas, och hur fokus ska ligga på begrepp, språkfärdighet och förståelse. De tre andra förklaringsmodellerna handlar om sociologiska faktorer, psykologiska/kognitiva faktorer och medicinska/neurologiska faktorer. Därutöver kan andra samverkande svårigheter i samspel påverka matematikförmågan, till exempel läs- och skrivsvårigheter, kognitiva färdigheter som har att göra med uppmärksamhet och arbets- och långtidsminne, eller ADHD (Attention deficit hyperactivity disorder).

Det finns starka samband mellan problemlösningsförmåga och läsförståelse, menar Sterner och Lundberg (2002). En elev med svag läsförståelse får svårt att skapa de inre föreställningar av innehållet som krävs för att förstå problemet. Att läsa handlar både om god avkodning och läsförståelse, och först när läsaren förstått ordens innebörd och skapat sammanhang i textens innehåll kan man tala om egentlig läsning. Processen att kunna automatisera räknestrategier är begreppsmässigt likt den process som sker vid ordavkodning, och att kunna automatisera är viktigt eftersom eleven då kan använda sina mentala resurser åt förståelse för innehållet i texten och matematisk problemlösning. Även arbetsminnets kapacitet har stor betydelse för hur man lyckas både med räkneoperationer och med textuppgifter. Det är nära knutet till uppmärksamhet, koncentration och uthållighet, vilket det ställs krav på vid läsning och i matematik. Ett begränsat arbetsminne gör att eleven har svårt att hålla flera siffror eller instruktioner i minnet samtidigt, och det kan medföra att eleven inte alls kommer igång. En faktor som skulle kunna förklara sambandet mellan lässvårigheter och matematiksvårigheter kan vara allmän intelligens. Om den allmänna kognitiva förmågan är låg blir det svårt att lära sig mer komplicerade saker. I matematikens specifika vokabulär kan ett problem bli kontrasten mellan matematiska ord och deras innebörd och allmänna vardagliga ord. Matematikens språk är dessutom väldigt exakt och ofta ordknäppt.

Språkets roll vid begreppsbyggnaden i matematik betonas av bland andra Højnes (2000), Lunde (2011), Löwing (2006), Sterner och Lundberg (2002), samt Ollerton och Watson (2005). En orsak till den kris som finns i dagens matematikundervisning kan bero på bristen på ett adekvat språk. Lärare kanske använder ett korrekt matematiskt språk, men om det inte når fram till eleverna, om de inte har fått möjlighet att utveckla ett matematiskt språk, då förstår de heller inte. God språkutveckling är nödvändig för att eleven skall kunna utveckla förståelse och för att kunna uttrycka denna förståelse, liksom för motivationen. Elevernas språkliga kompetenser består av både ett informellt och ett formellt matematiskt språk. I det informella räknas vardagsspråket och det matematikbärande vardagsspråket, och i det formella språket matematiska begrepp. I undervisningen måste både det informella och det formella språket användas för att eleverna skall kunna utveckla personliga begreppsbilder och därigenom förståelse. Hansson (2011) fann i sin forskning att det är av särskilt stor vikt för de elever som inte har undervisnings-språket så väl utvecklat att läraren tar stort ansvar för elevernas lärande, ansvaret skall inte läggas på eleverna själva.

För att kunna lösa problem behöver eleven fyra kompetenser, enligt Schoenfeld (1983). En av dessa är *resurser* – de kunskaper eleven behöver ha inom det matematiska området, till exempel olika begrepp och algoritmer. En andra kompetens är *heuristik* – eleven känner till och kan tillämpa olika metoder och strategier för att angripa och lösa problem. En tredje

kompetens är *kontroll* – eleven måste vara medveten om och ha ordning på vad hen faktiskt gör under problemlösningen, samt ha förmåga att reflektera över sitt eget tänkande. Slutligen är *föreställning/tilltro* en viktig kompetens – elevens uppfattningar om matematik och sig själv som matematiker, dvs. den kompetens inom vilka de andra kompetenserna formas. Man kan då utgå från att om eleven inte har dessa kompetenser kan svårigheter uppstå.

## **Matematikundervisning för, om och via problemlösning**

Det finns tre olika förhållningssätt gällande problemlösning, vilket medför att elever möter problemlösning i undervisningen på olika sätt. Detta får betydelse för elevernas förutsättningar för inläring, och speciellt för de elever som behöver stöd i sitt lärande.

Lärare som anser att målet för matematikundervisning är att matematikkunskaperna skall kunna användas för att lösa problem, undervisar *för* problemlösning. Enligt Wyndhamn, Riesbeck och Schoultz m.fl. (2000) undervisar då av att läraren förmedlar kunskap om olika metoder och begrepp och på färdighetsträning, vilket begränsar elevernas kreativitet och självtillit. Lärare som undervisar *om* problemlösning ger eleverna en tydlig arbetsgång och lär eleverna en mängd strategier för att kunna lösa problemen, såsom gissa och pröva, göra en tabell eller ställa upp en ekvation. Eleverna får t.ex. lära sig Pólyas modell med fyra faser som en metod, förstå problemet, göra upp en plan, genomföra planen och sedan gå tillbaka och värdera lösningen. Eleverna kan inte vara så kreativa, utan styrs av de fastställda strategierna. Att undervisa i matematik *via* problemlösning har formulerats i den svenska kursplanen sedan Lpo-94. Genom att lösa problem ska eleverna upptäcka matematiska samband, utveckla matematiska tankar och kunna förstå och föra matematiska resonemang. I nästa avsnitt kommer jag att presentera forskning som på olika sätt argumenterar för undervisning genom problemlösning men som även visar på de utmaningar som finns.

## **Problemlösning och matematiska förmågor**

Varför skall man arbeta med problemlösning? Olika forskare visar på flera förtjänster som problemlösning har. Det kan vara ett sätt att lära sig nya matematiska begrepp och räknefärdigheter, samtidigt som eleverna resonerar och kommunicerar kring sina olika lösningar. Eleverna kan alltså utveckla och tillämpa andra matematiska förmågor i problemlösningen, och de kan engageras i mer kognitivt krävande uppgifter. Med problem kan abstrakt matematik knytas till elevens vardagserfarenheter. (Lampert, 1990; Schroeder & Lester, 1989). Om elever utmanas med problem och aktiviteter som kräver att de får kämpa med viktiga matematiska idéer utvecklas deras begreppsförståelse, enligt Hiebert och Grouws (2007). Eleverna visar sig då klara lika bra eller till och med bättre rena rutinuppgifter, än de elever som arbetar enligt mer traditionellt arbetssätt med att träna på uppgifter som har demonstrerats av läraren, och när begrepps-förmågan utvecklas blir de mer flexibla i sitt matematiska tänkande. De kan sedan lättare anpassa sina färdigheter när de ställs inför nya uppgifter. En författare som lyfter det kommunikativa undervisningssättet som en effektiv metod att öka elevernas intresse och engagemang är Boaler (2011). Hon förespråkar att lärandemiljön skall präglas av ett interaktivt arbetssätt och problemlösning. Eleverna får då förklara för varandra och visa på olika sätt att tänka när de t.ex. löser ett problem. Användning av olika representationsformer och resonemang om begrepp aktiverar eleverna.

Enligt Skolverket (2014c) är det huvudsakliga målet med undervisning genom problemlösning att eleverna skall utveckla en djupare förståelse för matematiska begrepp och metoder. Elevernas egna engagemang och meningsskapande är en nyckel till förståelsen. Att arbeta med problemlösning har eleverna nytta av i alla andra matematiska situationer. Att undervisa genom problemlösning på ett ”sätt så att alla elever blir delaktiga, utmanas,

utvecklas och bidrar till varandras lärande inrymmer både stora möjligheter och är en stor pedagogisk utmaning”, skriver Skolverket (2014d). Dessa tankar lyfter även Lester och Lambdin (2006), men poängterar att denna undervisning inte handlar om att hitta ”roliga” problem. Den matematik som är tänkt att behandlas måste finnas inbäddad i det valda problemet, och uppgifterna måste vara tillgängliga och utmanande för eleverna. Läraren har en viktig roll i att se till att klassrumsnormerna är sådana att de uppmuntrar eleverna till att lära sig på detta sätt. Läraren måste även se till att eleverna både reflekterar över sina egna och kamraternas lösningsmetoder och den matematik de lär sig under arbetet.

Lester och Lambdin (2006) menar att det verkligen är en utmaning för läraren att finna sätt så att undervisning genom problemlösning blir tillgängligt för alla. Samtidigt gör de det tydligt att de primära målen med att lära sig matematik är förståelse och problemlösning, två mål som är naturligt relaterade till varandra eftersom förståelse bäst uppnås genom problemlösning. Ett lärande som bygger på förståelse istället för memorering och kopiering motiveras av flera orsaker. Det är motiverande i sig självt att förstå, när något känns begripligt uppmuntras viljan och förutsättningen att lära sig mer, och förståelsen leder till självförtroende och engagemang. Förståelse hjälper minnet, för när man förstår viktiga principer och deras sammanhang är det betydligt lättare att komma ihåg än en massa memorerade osammanhängande fakta. En annan viktig aspekt är att transferera, att kunna tillämpa kunskaper i nya situationer, förbättras vid förståelse. Även attityder och föreställningar om matematik påverkas positivt, då förståelse gör matematiken logisk, sammanhängande och meningsfull.

Taflin (2007) menar att det viktigaste argumentet för att arbeta med problemlösning är själva processen, när eleverna förstår och löser problem på olika sätt. Hon visar dock på att hon funnit kritiska beskrivningar mot undervisning i problemlösning i litteratur. Det är svårt att få till ett heuristiskt arbetssätt, som innebär att man gissar och prövar, och det är svårt att finna rätt uppgifter. Läraren måste kunna tydliggöra den kognitiva processen och lyfta fram de matematiska kunskaper som används eller skapas i problemlösningen. Eleverna behöver få undervisning i problemlösning, få lösa många problem, lösa problem som tar lång tid och få arbeta med problemlösning under hela sin skolgång.

Hagland, Hedrén och Taflin (2005) poängterar att metakognition spelar stor roll vid problemlösning, ”det definieras som en persons kunskap om och kontroll över sitt eget tänkande och lärande” (s. 67). Lärarens bedömning och respons till eleven när den tar sig an ett problem, liksom när eleven arbetar i grupp och diskuterar metoder och tankar bidrar till att den metakognitiva förmågan tränas. Förmågan spelar även stor roll för elevens möjlighet att kunna lösa problem, och eleven kan behöva att läraren stöttar med frågor kring problemet. Även Lunde (2011) menar att metakognition är central vid problemlösning; ”man måste veta vad man vet - och inte vet - och vad man skall göra” (s. 82). Det finns flera faktorer som har betydelse för hur eleven utvecklar sin problemlösningsförmåga, enligt Lester (1996). Eleven behöver få tillgång till att lösa många problem och under lång tid eftersom denna förmåga utvecklas långsamt. Många elever gynnas av dels systematisk undervisning i problemlösning och dels av att deras lärare övertygar dem om vikten av problemlösning.

## **Att arbeta med problemlösning**

Hur kan man arbeta framgångsrikt med problemlösning? Vad är speciellt viktigt för att även elever i matematiksvårigheter skall lyckas med sin problemlösning? Jag kommer här att beskriva viktiga utgångspunkter som finns i forskning. Hagland, Hedrén och Taflin (2005) menar att undervisa i matematik genom problemlösning kräver att läraren har gedigna kunskaper, kanske mer än vid någon annan matematikundervisning, både i didaktik och i



ämnet. Detta krävs för att undervisningen skall bli väl genomtänkt men samtidigt elevstyrd. Valet av problem är viktigt för att det skall bli berikande för eleverna. Läraren måste noggrant tänka igenom problemet och de tänkbara lösningsmetoderna innan det presenteras för eleverna. För att alla elever skall ha möjlighet att lyckas måste problemet kunna anpassas så att alla skall kunna arbeta med det. Det kan till exempel bestå av flera deluppgifter och sammanhanget kan ligga nära elevernas intresse. Att formulera egna liknande problem är en viktig del eftersom eleverna då visar på vilka matematiska idéer de tillägnat sig och kan tillämpa.

Förutom att ha goda kunskaper i matematik och matematikdidaktik behöver läraren även ha goda kunskaper när det gäller elevers olika förutsättningar för att lära matematik. Jaworski (1996) menar att *alla* elever kan vara matematiska i en miljö som stöder och uppmuntrar dem. I klassrummet ”måste läraren uppenbarligen skapa ett klimat där verksamhet och samtal i matematik kan äga rum och där alla personers tankar respekteras” (s.100). Läraren måste bilda sig en uppfattning om den enskilde elevens styrkor och svagheter och därifrån välja uppgifter som utmanar eleven där den är i sin utveckling, detta behöver läraren planera in i sin undervisning. Dessa tre aspekter när det gäller lärarens förmåga, att ha en känsla för eleven, att organisera undervisningen och att använda väl valda uppgifter, kallar Jaworski Triadteorin.

Möllehed (2002) undersökte vilka faktorer det är som gör att elever misslyckas vid problemlösning och fann att flera av de hindrande faktorerna hade språklig eller kognitiv karaktär, såsom brister i textförståelse, verklighetsuppfattning och uppmärksamhet. Eleverna hade således svårt att ta till sig texten och att se samband. Förutom att förstå texten är det även ord och matematiska begrepp som eleven måste behärska för att kunna lösa problemet. Även Hagland, Hedrén och Taflin (2005) lyfter att språket kan vara ett bekymmer för vissa elever, och att texter med invecklad meningsbyggnad kan vara svår att förstå för många elever, vilket försvårar själva processen med problemlösningen. Ett hinder för elevens problemlösning kan vara om problemet ingår i ett sammanhang som eleven inte förstår eller inte känner till. Men det kan också bli problematiskt om sammanhanget är någon välbekant företeelse för eleven, då kan eleven sätta verklighetens realiteter i fokus istället för att fokusera på de matematiska sambanden som problemet är ämnat för. Det är därför av största vikt hur problemen väljs ut och att de anpassas för att ge alla elever stimulans.

Förutom valet av problem är det också viktigt hur man organiserar arbetet. Forskare visar på att man kan dela in lektionen i olika faser och vilka roller elever respektive lärare har i de olika faserna (Lester, 1985; Schoenfeld, 1992; Taflin, 2007). Inspirerad av dessa forskare och TIMSS-studierna presenterar Hårrskog och Taflin (2013) en matris, vilken presenteras i Matematiklyftet, se bilaga 1. Matrisen bygger på sex olika faser; återkoppling, presentation, idéfas, lösningsfas, redovisningsfas och reflektion/metakognitiv fas. I lösningsfasen kan eleverna välja olika strategier/metoder och använda olika representationsformer för att presentera sina lösningar. De tillvägagångssätt som kan användas vid problemlösning är enligt Lester (1996); gissa och pröva, rita bilder, leta mönster, arbeta baklänges, göra en tabell eller ett diagram, använda konkret, laborativt material, lösa ett liknande fast enklare problem, ställa upp en ekvation. Eleverna kan välja att arbeta med en eller kombinera flera av dessa strategier. Enligt Schoenfeld (1992) skall man inte direkt lära ut en mängd olika strategier, utan de bör lyftas fram i samband med att eleverna redovisar sina arbeten för varandra. Olika representationsformer fungerar som redskap och stimulans för tankearbete och kommunikation, enligt Hagland, Hedrén och Taflin (2005). De kan delas in i fyra grupper; konkret – laborativt material, logisk/språklig – resonemang, algebraisk/aritmetisk –

bokstäver/siffror samt grafisk/geometrisk – bilder, diagram, grafer eller tabeller. En svårighet för vissa elever kan vara att eleven saknar strategier för att komma igång med att lösa ett problem. Lunde (2011) och Boaler (2011) menar på att bristen på användningen av bra strategier ofta är det som kännetecknar elever med svag matematikutveckling. Det kan gälla en sådan viktig sak som att noggrant skriva ner och organisera sina svar. Enligt Hårrskog och Taflin (2013) har läraren en viktig roll i alla de olika faserna för att stödja den enskilde elevens lärande. Det kan handla om att förvissa sig om att eleven förstått problemet, och att stötta genom frågor och påståenden så att eleven kommer vidare i sitt matematiska tänkande. Det kan vara svårt att hinna med alla faser och då blir det ofta den sista reflekterande fasen, metakognitionen, som stryks, vilket är beklagligt då det som nämnts tidigare är viktigt för att eleven behöver träna sitt reflekterande över sitt eget lärande – en svårighet som elever i matematiksvårigheter ofta visar, enligt Hagland, Hedrén och Taflin (2005).

Förmåga att kunna föra och följa matematiska resonemang, till exempel att kunna dra logiska slutsatser om matematiska idéer och samband, och att kunna kommunicera matematiskt, som att kunna använda det matematiska språket och olika uttrycksformer, lyfts fram i kursplanen i matematik (Skolverket, 2011b). I de matematiska samtal som förs i klassrummet, som när läraren skall hjälpa eleven att lösa ett problem, kan samtalet tolkas på olika sätt, enligt Emanuelsson (2001b). Samtalet kan beskrivas med begreppet *lotsning* när eleven inte själv behöver fundera utan läraren hjälper eleven igenom ett problem genom successivt avgränsande frågor, så att eleven kan avge ett korrekt svar, men läraren har då egentligen själv besvarat frågan och vet inget om elevens kunnande. Samtal kan också beskrivas med begreppet *stöttning/scaffolding*, som innebär att läraren ställer frågor som leder eleven vidare. Det är den stöttning eleven behöver i sin närmaste utvecklingszon, alltså när eleven inte riktigt klarar det på egen hand utan behöver interagera med andra. Även Brousseau (1984) lyfter fram vikten av att läraren är stöttande i interaktionen, elevens föreställningar och ev. missuppfattningar måste medvetandegöras i lämpliga didaktiska situationer, så att de inte blir hinder för lärandet, utan nya föreställningar och förståelse utvecklas. Om läraren istället bara presenterar information blir hindren kvar och kunskapsutvecklingen uteblir. Brousseau poängterar särskilt lärarens stöttande roll för att lärandet skall utveckla förståelse om begrepp istället för vara ett proceduriellt härmande. Ollerton och Watson (2001) skriver i *Inclusive Mathematics* att *scaffolding* är ett viktigt sätt att interagera med eleverna för att utveckla deras tänkande, alltså att ställa frågor som relaterar till matematiskt tänkande. De menar också att för att *alla* elever skall kunna känna sig delaktiga är det viktigt att alla elever kan känna att de har något att säga och vågar säga det, läraren måste skapa en tillåtande klassrumskultur. Även Boaler (2011) lyfter vikten av att eleverna arbetar tillsammans på ett respektfullt sätt i heterogena grupper. Detta kräver att lärarna konsekvent arbetar för ett bra beteende i gruppen.

I undervisningen måste läraren göra en pedagogisk bedömning, som går ut på att skaffa sig underlag för att kunna besluta hur nästa steg i undervisningen skall genomföras, vilket är särskilt viktigt när det gäller elever som behöver stöd för att nå målen. Hur lärarens bedömningar används för att förbättra elevernas möjlighet att utvecklas, att stödja lärandet, är grunden i *formativ* bedömning, enligt William (2009). Han menar att daglig formativ bedömning är ett av de mest effektfulla sätten för att förbättra alla elevers lärande. Det är viktigt att beläggen för elevernas kunnande synliggörs och kan tolkas av både lärare och elever. Bedömningarna skall ha en formativ funktion så att de insikter läraren får används som grund för att fatta beslut, som då troligen blir bättre än om dessa insikter inte fanns. Var är vi? Vart ska vi? Hur tar vi oss dit? Utifrån dessa centrala frågor för undervisning har William tagit fram fem nyckelstrategier för formativ bedömning: att tydliggöra mål och kunskapskrav, att skapa effektiva klassrumsdiskussioner så att lärandet synliggörs, att ge återkoppling som

utvecklar lärandet, att eleverna aktiveras som resurser för varandra och att få eleverna att ta lärandet i egna händer. Hagland, Hedrén och Taflin (2005) menar att bedömning i första hand handlar om att ta fram vad eleverna kan för att hjälpa dem vidare i lärandet, och då blir bedömning positivt och centralt för hur läraren anpassar sin undervisning till sina elever och deras kunskaper. När bedömning sker i samband med problemlösning blir det naturligt att följa själva problemlösningssprocessen och inte resultatet av den. Det intressanta är inte svaret, utan hur eleverna angriper problemet, vad som för dem vidare under processen, och vad de lär sig under processen. Läraren kan få syn på de matematiska begrepp och strategier eleven använder sig av och i kommunikationen hjälpa eleven att bli medveten om sina egna tankar och kunskaper, det som kallas metakognition. Alla de matematiska förmågorna kan med fördel bedömas vid problemlösning, men det krävs att lektionen planeras så att eleverna får möjlighet att visa dem.

## **Teoretiska perspektiv på forskningsansatsen**

I detta avsnitt presenteras de teoretiska ramar i vilka studien tar sin grund. De teoretiska perspektiven kan ses som den position som forskaren intar vid genomförandet av sin forskning, vilket leder till ett visst sätt att se och uppfatta olika företeelser och då påverkar vad forskaren ser och inte ser. Studien har två övergripande perspektiv, det sociokulturella och det socialkonstruktivistiska samt en underordnad teori, programteorin. Studien har fokus på lärande där kollegialt lärande är basen. Lärandet sker genom kommunikation och samspel mellan lärarna i arbetslaget. Studien tar därför sin grund i en sociokulturell ansats vilket innebär att kommunikativa processer och språkanvändning är helt centrala för mänskligt lärande och utveckling. Här fokuseras undervisningsmiljön, eftersom de kommunikativa processerna ses som nödvändiga för lärandet. Studien grundar sig även i det socialkonstruktivistiska perspektivet vilket istället betonar individens eget konstruerande av sin kunskap i interaktion med andra. ( Hansson, 2011; Säljö, 2000).

### **Sociokulturellt perspektiv**

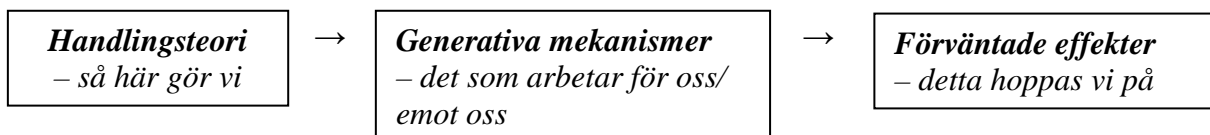
Säljö (2000) skriver ”det är genom kommunikation som individen blir delaktig i kunskaper och färdigheter” (s. 37). Han menar att kommunikation är som länken mellan det inre, tänkandet och det yttre, interaktionen. Utveckling är en socialisation in i en värld av föreställningar och samspelelmönster som är kulturella. Tänkande, begrepps användning och lärande förstås som delar av mänskliga verksamheter nära knutet till olika redskap, artefakter. Fysiska redskap, liksom intellektuella/språkliga, medierar verkligheten för människor, vilket innebär att våra föreställningsvärldar är framvuxna ur, och färgade av, vår kultur. Vårt sätt att se på världen konstrueras i interaktion med andra. Lärandet sker i ett sammanhang, en kontext, så kallat situerat lärande. Det är en grundläggande teoretisk utgångspunkt för studien då det gäller allt lärande, och här lärarnas lärande i interaktionen med varandra, men även hur man kan förstå lärarnas föreställningar kring hur eleverna lär sig och hur de organiserar undervisningsmiljön. Säljö refererar till Vygotskys tankar där människan ständigt är i utveckling och förändring. Det avstånd som finns mellan vad en människa kan prestera själv och utan stöd, och vad hon kan prestera under kompetent ledning eller i samarbete med andra, kallas den närmaste utvecklingszonen. Den mer kompetente vägleder den mindre kompetente och skillnaden i deras kunskaper är en förutsättning för att en rörelse inom utvecklingszonen skall ske, från uppnådd kompetens via utvecklingszonen till den framtida kompetensen. Man kan också se utvecklingszonen som den zon där den lärande är mottaglig för stöd och förklaringar.

## Socialkonstruktivistiskt perspektiv

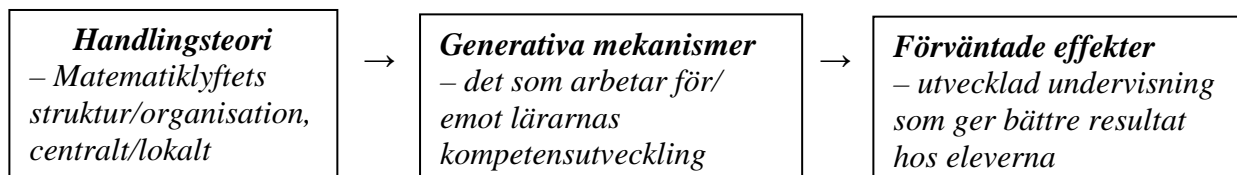
Det socialkonstruktivistiska perspektivet innebär att kunskapandet sker i samspel med andra människor och kan inte bara överföras från en person till en annan. Människan bygger själv upp sin egen kunskap genom att bearbeta de sinnesintryck hon får från omgivningen. Hennes tidigare erfarenheter och kunskaper spelar stor roll när ny kunskap konstrueras, och den skall passa ihop med de tidigare kunskaperna. Detta innebär att i en grupp människor bygger varje individ upp sin egen unika, subjektiva kunskap. I studien är arbetslaget denna grupp, men perspektivet har även betydelse för lärarnas föreställningar om elevernas lärande. I undervisningen är det betydelsefullt att läraren skapar goda miljöer för lärande. När eleverna diskuterar ett problems lösning eller ett begrepps innebörd tillsammans, när de diskuterar olika insikter, då får de alla möjlighet att bygga på och fördjupa sina tidigare kunskaper, liksom lärarna i sina diskussioner i fortbildningen. Eleverna har ett gemensamt språk som ligger nära deras eget lärande. Även i detta perspektiv knyter man an till Vygotskys teori om den närmaste utvecklingszonen. Olika konstruktivistiska synsätt har det gemensamt att alltid se samverkan med andra som ett stöd i individens kognitiva utveckling. För att individen skall kunna omvärdera sina kunskaper till att bygga nya behövs det en kognitiv konflikt som tar sin grund i samverkan med andra. Kognitiva konflikter medför att elevens uppfattning inte stämmer med andra elevers, eller med andra redovisade kunskaper, och läraren kan använda elevens misstag för att på ett positivt sätt hjälpa dem framåt i lärandet. (Hagland, Hedrén & Taflin, 2005; Hansson 2011).

## Programteorin

Enligt Lander (2006) kallas all ordnad, målinriktad verksamhet för program, och de som ansvarar för programmet antas ha en teori för hur det är tänkt att verksamheten skall fungera. Pawson och Tilley (2003) använder teorin för att fokusera på s.k. generativa mekanismer. Dessa mekanismer är de faktorer som arbetar med eller mot praktikerns handlingar, och kunskapen om dessa faktorer kan bidra till att förbättra möjligheterna att uppnå de önskade effekterna. Programteorins element kan beskrivas:



Pawson och Tilley (1997) menar att potentialen hos de generativa mekanismerna att ge de förväntade effekterna, det önskade resultatet, är starkt knutet till det sociala sammanhang, den kontext där programmet utförs. Av denna anledning kan ett program få varierande framgång på olika skolor. Med programteorin som grund kan Matematiklyftet beskrivas:



## Syfte

Studiens syfte är att belysa vilken betydelse fortbildningen ”Matematiklyftet, modul problemlösning” har på ett arbetslags uppfattningar om problemlösning och vilken kompetens lärarna utvecklar för att i undervisningen kunna stödja alla elevers utveckling och lärande i matematik genom problemlösning, och med särskilt fokus på elever i matematiksvårigheter. Syftet är även belysa hur lärarna utvecklar sin kompetens och att identifiera vilka faktorer som påverkar lärarna under kompetensutvecklingen.

De forskningsfrågor som studien söker svar på är:

1. Hur utvecklas lärarnas uppfattningar om problemlösning; innebörd av begreppet och problemlösningens roll i elevers kunskapsutveckling?
2. Vilka verktyg för att stödja elevers lärande vid problemlösningsarbete utvecklar lärarna under fortbildningen?
3. Hur utvecklas lärarnas medvetenhet om betydelsen av traditioner och normer i undervisningen för att kunna utveckla och förändra undervisningen?
4. Vilka faktorer i Matematiklyftets upplägg/organisation påverkar lärarnas utveckling under fortbildningen?
5. Vilka kontextuella faktorer i lärarnas ”vardag” påverkar deras kompetensutveckling under fortbildningen?

## Metod

Inledningsvis redogörs för utgångspunkter kring studiens design, följt av en beskrivning av genomförandet vid datainsamlingen. Urvalet för studien, studiens tillförlitlighet samt etiska ställningstaganden behandlas därefter.

Valet av ansats och metod, som ingår i den kvalitativa forskningstraditionen, motiveras av följande resonemang. Utgångspunkten för kvantitativa studier är att det finns en objektiv verklighet som kan observeras och mätas. De kvalitativa angreppssätten stämmer bättre till studiens syfte, eftersom man då vill försöka förstå hur alla olika delar samverkar för att bilda en enhet, det främsta syftet är att förstå innebörden av en viss företeelse eller upplevelse. Man utgår från att det finns många sätt att se på verkligheten och att världen är subjektivt beskaffad genom ett samspel människor emellan. Processen, vad är det som sker, och innebörden, vad upplevs och hur tolkas det, hur förstås det, är utmärkande vid kvalitativa studier (Merriam, 1994).

## Studiens design

För att besvara studiens syfte och dess forskningsfrågor användes fallstudien som metod, inspirerad av etnografen. Enligt Merriam (1994) används fallstudien när man vill skaffa sig djupare insikter om en viss situation eller ett avgränsat fenomen och hur de inblandade personerna tolkar det, till exempel ett utbildningsprogram. Det gör man genom att systematiskt studera företeelsen och fokus ligger på processen. I fallstudier kan många olika sorters empiriskt material hanteras. Merriam poängterar att fallstudier särskilt lämpar sig när forskaren vill göra en utvärdering av ett utbildningsprogram, då har man möjlighet att kunna göra trovärdiga tolkningar av de fakta som framkommer, snarare än korrekta tolkningar. En fallstudie kan vara både beskrivande och tolkande, som när man vill lära sig något om en unik

situation, liksom beskrivande och värderande, när man vill bedöma hur ett visst program fungerar, och ofta är fallstudier en kombination av dessa beskrivningar, vilket stämmer överens med syftet i denna studie. Sedan lyfter även Merriam fram att fallstudier påverkas av andra ämnesområden, till exempel kan den etnografiska fallundersökningen ge en beskrivning och analys av deltagarna uppfattningar, handlingsmönster och värderingar.

Metodvalet har även inspirerats av etnografiska studier, praktiktära forskning, vilken kännetecknas av att man följer deltagarna i naturliga situationer under en längre tidsperiod, enligt Fangen (2005). Man använder sig av då av deltagande observation, ofta i kombination med andra metoder, till exempel intervjuer som kan vara strukturerade och/eller informella samtal. Syftet är att kunna beskriva vad deltagarna säger och gör i kontexter som inte är uppstrukturerade av forskaren, och man kommer deltagarnas verklighet in på livet. Fokus är på kulturella fenomen eller föreställningar, såsom idéer och tankesätt. Dessa beskrivningar stämmer väl överens med grundvalen i studien; att kunna beskriva och förstå deltagarnas perspektiv i relation till fortbildningens syfte och att kunna göra det med förförståelse som grund vid analysen.

## Genomförande

Datainsamlingen har skett huvudsakligen genom inspelning av arbetslagets möten och vid tre tillfällen deltagande observation även de med inspelning. Fangen (2005) förklarar att forskaren kan vara mer eller mindre grad deltagande eller observerande. Man måste vara medveten om att deltagarna påverkas av forskarens närvaro, men att påverkan minskar över tid. Utöver inspelningarna och de deltagande observationerna har datainsamling skett genom en gruppintervju, samt genom att följa modulernas innehåll och arbetslagets anteckningar från träffarna som de fört på en wiki-spacesida. Modulens innehåll har använts som grund för arbetslagets diskussionsfrågor, och kan jämföras med strukturerade intervjufrågor, även om jag till största delen har lyssnat av träffarna genom inspelningarna. Enligt Merriam (1994) är en intervju i grunden ett samtal som har ett bestämt syfte då man vill få kunskap om människors tankar och åsikter, något som man inte kan observera. Som kvalitativ fallstudieforskare är en delvis strukturerad intervju fördelaktig då man vill ha viss information från respondenterna. Intervjun är då styrd av de frågeställningar som skall undersökas men formen lämnar öppet för hur situationen utvecklas och nya insikter kan få komma fram.

Arbetslaget deltog under hela läsåret 2013-2014 i Matematiklyftet, de startade på höstterminen med ”modul Taluppfattning”, så vid studiens start på vårterminen var de väl insatta i Matematiklyftets upplägg och struktur. Under våren träffades arbetslaget för 17 möten, en gång per vecka 1,5 h. Jag mötte dem vid uppstarten och startade ljudinspelningen av deras diskussioner, som varade mellan 30 - 60 minuter. Lärarna stängde själva av inspelningen när de gick från mötet. Vid inspelningarna användes en diktafon, en Daisy-spelare, med god ljudupptagning. 13 av dessa 17 tillfällen spelades in. Vid de tre första träffarna hade samtycke ännu inte erhållits från alla deltagare och sedan missades ett tillfälle i modul 5. Jag deltog, som nämnts tidigare, vid tre av träffarna, en av dessa var den avslutande träffen, men valde att inte föra andra observationsanteckningar förutom inspelningen av samtalen som fördes, och kunde helt koncentrera mig på samtalens innehåll. Eftersom jag ännu inte fått samtycke till studien vid de två första träffarna, modulens inledande del, fanns inte möjlighet att spela in dessa, utan när samtycke erhållits gjordes en gruppintervju kring de frågeställningar som diskuterats i denna första del. Intervjun fördes som ett strukturerat samtal med stöd av modulens frågor och spelades också in. Alla 13 inspelningar och intervjun transkriberades, endast när diskussionerna några gånger blev irrelevanta till innehållet gjordes

parentes. Lärarnas utsagor skiljdes genom att ange L1, L2, osv, och speciellt relevanta utsagor i förhållande till mina frågeställningar markerades i kanten redan under transkriberingen. Tiden för utsagan antecknades, t.ex. 22:08, för att lätt kunna gå tillbaka i ljudfilen.Handledaren medverkade, helt eller delvis, vid sju tillfällen, utsagorna antecknades som HL.

Vid sammanställningen av resultatet utgick jag från Skolverkets stödmaterial med teoretiska frågeställningar, arbetslagets anteckningar från diskussionerna på deras möten och de transkriberade inspelningarna från träffarna. Till den första frågeställningen som undersöker lärarnas uppfattningar om vad problemlösning innebär och syftet med problemlösning, liksom till den tredje frågeställningen gällande lärarnas medvetenhet om de sociomatematiska normernas betydelse för undervisningen har data till största delen hämtats från lärarnas diskussioner med den första modulen och dess anteckningar, den uppföljande gruppintervjun samt från diskussionerna i den avslutande delen i modulen. De övergripande målen för den första delen i modul Problemlösning var att lärarna enligt Skolverket (2014b) skulle utveckla:

- sin uppfattning om matematiska problem, en gemensam terminologi inom matematisk problemlösning och att de skulle få kunskap om sociomatematiska normer som påverkar elevers lärande (del 1).

I den sista delen handlade målen om att lärarna enligt Skolverket (2014b) skulle utveckla:

- kunskap om betydelsen av metakognition, förmågan att beskriva sitt eget lärande, hur man i undervisning kan utveckla denna förmåga, och hur man kan använda kollegialt samarbete för att utveckla sin undervisning (del 8).

I den sista delen sammanfattar även arbetslaget vad de uppfattar som det mest centrala i arbetet med problemlösning och på vilket sätt fortbildningen hjälpt dem att utveckla sin syn på matematikundervisning via problemlösning. Vid den sista träffen deltog jag vid denna sammanfattning och hade då möjlighet att ställa förtydligande frågor.

För att besvara studiens andra frågeställning som behandlar vilka verktyg lärarna utvecklar för att kunna stödja elevernas problemlösningsförmåga, har data främst hämtats från modulens andra till sjunde del, samt från deras anteckningar från dessa delar. Målen handlade om att lärarna enligt Skolverket (2014b) skulle utveckla:

- förmågan att skapa situationer där eleverna ges möjlighet att formulera egna problem (del 2)
- förmågan att planera och genomföra en problemlösningslektion, indelad i olika faser samt förstå lärarens och elevens olika roller i faserna (del 3)
- förståelse för hur ett problem kan lösas och redovisas med olika strategier och uttrycksformer (del 4)
- förståelse för bedömningens syften och centrala begrepp i bedömning samt kunna använda problemlösning för att synliggöra och bedöma elevers matematiska förmågor (del 5)
- kunskaperna om betydelsen om matematisk kommunikation, utveckla förmågan att identifiera lösning, stöttning och matematiska idéer vid kommunikation (del 6)
- förståelsen för betydelsen av att anpassa problemen till elevers behov (del 7).

När det gäller frågeställningen kring vilka faktorer i Matematiklyftets upplägg/organisation som påverkar lärarnas utveckling under fortbildningen har data samlats dels utifrån informationen kring hur Matematiklyftet organiserats från Skolverkets och regeringens sida, dels från hur Matematiklyftet organiserats i arbetslagets verksamhet samt utifrån utsagor från lärarna. Den sista frågeställningen som behandlar vilka kontextuella faktorer i lärarnas ”vardag” som påverkar deras kompetensutveckling besvaras genom utsagor från lärarna under arbetet med hela modulen, ofta under diskussioner som förts vid sidan om själva diskussionsunderlaget i modulen, vid uppstarter, och vid den avslutande sammanfattande träffen.

## Bearbetning och analys av data

Tolkningen och analysen av materialet bestod av två delar och genomgick flera faser. Den första delen i bearbetningen tillhörde den första delen i syftet och de tre första frågeställningarna som handlar om lärarnas kompetensutveckling, och den andra delen fokuserade på de två sista frågeställningarna som behandlade faktorer i fortbildningen som påverkat lärarna. Vid bearbetningen av den insamlade datan arbetade jag kronologiskt, jag började med att läsa igenom allt genom att följa modulens struktur och dess olika delar, vilket kändes naturligt då diskussionerna transkriberats vid träffarna i denna ordning. Redan vid transkriberingen gavs en första inblick i lärarnas uppfattningar och markeringar i marginalen gjordes, på detta sätt startade den första analysen. Vid nästa genomläsning av allt material kunde jag markera med överstrykningspenna och markera i marginalen, men nu markerades frågeställningens nummer. På detta sätt gjordes tolkningar av utsagorna i förhållande till studiens frågeställningar, därefter kategoriserade jag och letade sedan efter mönster och samband. Merriam (1994) poängterar vikten av att man vid analysen av informationen pendlar mellan beskrivningarna och tolkningarna, mellan konkret information och abstrakta begrepp, allt för att skapa mening i informationen.

När det gäller den andra delen har tolkningarna främst utgått från de kommentarer och diskussioner som förts vid sidan om själva modularbetet och vid den avslutande träffen. Vid läsning och bearbetning av data användes annan färg på överstrykningarna och även fortsättningsvis skrevs frågeställningarnas nummer i marginalen. Tolkningsbestår här även av hur arbetslagets kollegiala samarbete ser ut och på vilket sätt diskussionerna förs, vilket tolkas ut från tonläge och stämning i gruppen. Vid analysen tog jag stöd av programteorin för att finna faktorer som påverkar lärarna positivt respektive negativt i deras kompetensutveckling.

Jag har eftersträvat att tolka på olika nivåer. Fangen (2005) beskriver att en tolkning av första graden innebär att forskaren konstaterar att detta har jag sett eller hört, man gör en så kallad erfarenhetsnära tolkning, då beskrivs situationer. Vid en tolkning av andra graden kommer tolkningar av utsagor in, hur jag som forskare förstår vad deltagarna kan ha menat, och tolkningen måste göras utifrån den aktuella kontexten. Tredje gradens tolkning innebär att underliggande, dolda intressen och drivkrafter tolkas. Här kan även en kritisk tolkning göras som tar fasta på omedvetna processer och maktförhållanden, och som kan vara etiskt problematiskt.

Min egen förförståelse in i studien har varit en grund för analysen. Förförståelsen kommer sig av min bakgrund som matematiklärare under liknande sociomatematiska normer som arbetslaget, och min kompetens såsom blivande speciallärare i matematik. Min egen förförståelse kring att samarbeta kollegialt i Matematiklyftet och min förståelse av Matematiklyftets intention finns även med - att vi matematiklärare behöver utveckla vår undervisning om vi skall lyckas vända utvecklingen så att måluppfyllelsen hos eleverna ökar.

## Urval

Valet av deltagare är gjort med bekvämlighetsurval, på en f-9 skola i en mindre stad i Götaland. Arbetslaget består av fyra lärare, med mellan 5 och 10 års yrkeserfarenhet och en specialpedagog, som har arbetat ca 35 år. De arbetar med årskurserna 4-6 och det finns tre klasser i varje årskurs. Skolan har organiserat undervisningen efter ämneskompetens, samtliga lärare i studien är behöriga matematiklärare. I resultat- och diskussionsdelen kommer de att benämnas oidentifierat som "L1", "L2" osv. Lärarna arbetar med minst två elevgrupper från



olika årskurser, till exempel Lärare 1 arbetar med en årskurs 5 och en årskurs 6. Specialpedagogen arbetar mestadels tillsammans med lärarna ute i klasserna, men i årskurs fem har de istället valt att göra tre mindre grupper av två klasser. Lärarna träffades varje måndag kl. 13.30 - 15.00, de hade fullt schema med lektioner fram till 13.30 och 15.00 -16.00 följde annan konferenstid. Skolans planerade konferenstid på måndagar var normalt 14.15 - 16.00, vilket innebär att lärarna gjorde 45 min "mertid" konferens i veckan. Detta kompenseras de för genom ledighet vid två kompetensutvecklingsdagar i juni. Under läsåret fanns inte utrymme för annan konferenstid för matematik, eller andra ämnen, då övriga lärare hade ämneskonferenser på måndagarna 14.15 -15.00. En risk i en liten urvalsgrupp på fem personer är bortfall pga. sjukdom, ledighet osv, som kunde medföra för liten tillförlitlighet i studien. Närvaron var dock mycket god, L1, L2 och L4 medverkade vid alla inspelade tillfällen, alltså 13 av 17 träffar, L3 var frånvarande ett tillfälle och L5 vid två tillfällen.

Under höstterminen då arbetslaget påbörjade Matematiklyftet började den nyanställda rektorn på Matematiklyftets utbildning för rektorer och genomförde den första delen. Målet för denna utbildning är att utveckla rektorers förmåga att som pedagogisk ledare aktivt leda genomförandet av Matematiklyftet vid sin skola. Vid vårterminens start slutade rektorn sin tjänst på skolan, varefter det efter några veckor anställdes en vikarierande rektor i väntan på att den därefter anställde rektorn började sin tjänst i april, de var då två rektorer fram till sommarlovet. Matematiklyftets handledare var en matematiklärare från högstadiet och som gick handledarutbildningen under året. Handledaren ansvarade för de tre arbetslag i kommunen, på två olika skolor, som genomförde fortbildningen under läsåret, varav två arbetslag hade samma mötestider.

## **Validitet, reabilitet och generaliserbarhet**

Fangen (2005) menar att deltagande observation har hög grad av validitet, att metoden verkligen mäter det den skall mäta, eftersom deltagarna studeras i ett för dem naturligt sammanhang som inte konstrueras efter forskarens syfte. Inre validitet handlar om, i vilken mån resultaten stämmer överens med verkligheten, och kan uttryckas med sanningsvärdet, enligt Merriam (1994). Det kan bland annat säkerställas genom att använda triangulering, som innebär att man använder flera informationskällor. Även att observationen pågår under en längre tid ökar validiteten av resultatet. Reliabilitet, tillförlitlighet, handlar om i vilken utsträckning som studiens resultat kan upprepas. Begreppet är enligt både Fangen (2005) och Merriam (1994) problematiskt eftersom det grundar sig på det antagande att det finns en enda verklighet som om vi upprepade gånger studerar den kommer att ge samma resultat, och människors beteende är föränderligt, inte statiskt. En stärkning av den inre validiteten i en kvalitativ studie innebär att reabiliteten ökar. Även att detaljerat visa på hur man kommer fram till sina tolkningar och vilka observationer och teorier som ligger till grund för dem ökar reabiliteten. Extern validitet, eller överförbarhet, handlar om huruvida din studies resultat kan överföras till andra liknande sammanhang och i så fall bidra till en generell förståelse av ett fenomen, enligt Fangen (2005). Detta är sällan ett mål för kvalitativa studier, eftersom de oftast endast har relevans i det sammanhang där studien utfördes, vilket är fallet med min studie. Studien har inte ambitionen att visa på generaliserbarhet, utan den vill beskriva ett unikt sammanhang inom vilket Matematiklyftet genomförs. Däremot kan studien ge värdefulla insikter inför kommande fortbildningsinsatser, lokalt och centralt.

## **Etik**

Vid vårterminens start, efter att jag fått godkännande av skollädaingen, fick deltagarna information om studien och dess syfte, hur datainsamlingen skulle ske, och frågan om de ville delta (se bilaga 2). Samtyckeskravet är en del av ett forskningsetiskt förhållningssätt och viktigt eftersom det kan innebära en etisk risk för deltagarna att medverka. Lärarna aidentifieras i rapporten för att skapa anonymitet (Vetenskapsrådet, 2002). När det gäller hanteringen av forskningsmaterialet kommer det att förvaras så att ingen obehörig kan få tillgång till det. Detta är viktigt eftersom materialet klassas under reglerna om allmänna handlingars offentlighet och man inte kan garantera sekretess (Codex, 2014). Speciellt när man utför en längre tids observationer i fält kan det skapa etiska dilemman då man kommer deltagarna nära och skall förhålla sig till dem under en längre tid, menar Fangen (2005). Det är viktigt att behandla informationen man får med varsamhet och att respektera deltagarnas konfidentialitet, deras personliga identitet. Även om deltagarna samtyckt till att vara föremål för forskning, kan det bli så att de känner sig utnyttjade när studien publiceras. Jag måste noga reflektera över hur de presenteras i rapporten, speciellt med tanke på bekvämlighetsurvalet och att deltagarna kan känna igen varandra i rapporten. (Vetenskapsrådet, 2002). Studien har en utvärderande aspekt som medför att jag valt att tona ner min egen roll, för att undvika att deltagarna skall känna sig kritiskt bedömda.

## **Resultat**

Studiens specifika frågeställningar handlade om hur lärarnas uppfattningar om problemlösning utvecklas, vilka verktyg för att stödja elevers matematiklärande genom problemlösning lärarna utvecklar och hur lärarnas medvetenhet om betydelsen av traditioner och normer i undervisningen utvecklas. Frågeställningarna handlade även om vilka faktorer i Matematiklyftets upplägg/organisation och om vilka kontextuella faktorer i lärarnas ”vardag” som påverkar lärarnas kompetensutveckling under fortbildningen. Resultatet från den insamlade datan redovisas i två huvudrubriker med syftets två olika inriktningar som grund. Citatens ursprung skrivs ut med L1, L2, L3, L4, L5 eller Anteckningar.

### **Del 1: Lärarnas kompetensutveckling**

Under denna rubrik kommer resultatet att presenteras när det gäller hur lärarna utvecklar sin kompetens för att stödja utvecklingen av elevers matematiklärande genom problemlösning. I resultatet strävar jag efter att visa på den utveckling som skett under tiden för arbetet med modulen, den process lärarna går igenom.

#### **Lärarnas uppfattningar om problemlösning**

I avsnittet besvaras frågeställningen kring hur lärarnas uppfattningar om problemlösning utvecklas; innebörd av begreppet och problemlösningens roll i elevers kunskapsutveckling.

När lärarna inledningsvis beskriver sin uppfattning om vad problemlösning är, nämner de att det är något som finns med i läromedlet. Arbetslaget använder ett läromedel där problemlösningssuppgifter finns med, något problem i varje kapitel. I årskurs 6 tillägnas ett helt kapitel problemlösning, där olika avsnitt har problem tänkta att lösa med en viss angiven strategi. Mycket av den problemlösning som eleverna arbetar med gör de enskilt i sitt läromedel, eftersom de löser problemet när de kommit till det i kapitlet, och där är de inte samtidigt. Lärarna förknippar problemen ofta med svårigheter med läsförståelse. L5, L4 och L3 som undervisar årskurs fyra menar att det för svårt med problemlösning för många elever,

de har inte verktyg att lösa problem och inte heller läsförståelsen. Följande dialog beskriver tankarna:

L5 – vi pratar mycket om våra fyror för de har inga verktyg då blir problemlösningen väldigt svår när du inte har några verktyg och dessutom är mindre bra läsare, så då har vi fått hoppa, först körde vi på men det fungerar inte när 22 elever sitter och fattar ingenting,  
L3 - nej vi gör problem men när det kommer till textuppgifter i boken då får vi styrka mycket  
L5 - det har vi fått stryka men nu har vi tagit fram att göra ett problem tillsammans och då har jag valt ett problem i boken

I perioder har alla lärarna arbetat mer gemensamt med problem i klasserna, då som ovan beskrivet av L5 och L3, eller som L4 med ”kluringar”, med månadsproblem eller med NCM:s adventskalender. De har således alla arbetat med problem på olika sätt och med varierande omfattning och de har ibland använt arbetsformen att eleverna får tänka först enskilt, därefter i par eller grupp. När de pratar om denna arbetsform och att arbeta med problem menar de unisont att de alla gått utbildning hos samme matematikdidaktiker, så detta är inget nytt. Men hur och i vilken omfattning kunskaperna används idag kan se olika ut. L1 uttrycker att: ”så vi kan detta men glömt en del, en del har hamnat på hyllan ... det är inte kan man göra så – utan så har vi gjort men inte tillräckligt ofta”.

Lärarna menar att ett problem inte är en rutinuppgift och att eleven inte kan svaret direkt. Ett problem kan innehålla nytt matematiskt innehåll, som en introduktion. Problem behöver inte bara vara textuppgifter och det är individuellt vad som är ett problem. L4 beskriver detta ”det var också så att en elev kan lösa det tjof då har man inte utmanat den eleven heller så det är olika för varje elev vad problemlösning är”. Det individuella i vad som är ett problem kan även uttolkas av dialogen ovan, när L5 och L3 diskuterar kring textuppgifter/problem i läromedlet.

Arbetet med modulen kräver att lärarna gör problemlösningssuppgifter med sina grupper, ett problem i varje av de åtta delmomenten, och i det inledande arbetet uttrycker de att problemen inte passar in i deras vanliga lektionsplanering av arbetsområdena. När de har börjat med ett arbetsområde och nu måste göra något helt annat, då upplever de problemlösningen som ett störningsmoment. De är till viss del självkritiska, att de kanske inte borde känna så, vilket citatet visar:

L5 - förra gången hade vi precis startat upp arbetsområdet och så kommer det något helt annat men det kanske är för att vi har en bild av att det skall vara på ett visst sätt och barna känner väl av det också.

Lärarna uttrycker inledningsvis att problemlösning är viktigt eftersom det är en av förmågorna som skall utvecklas och att det är som en färdighet, att få en utmaning och hitta vägar att kunna ta sig förbi svårigheten. Ingen av dem nämner att problemlösning kan vara ett sätt att lära sig de andra matematiska förmågorna på. De uttrycker att synen på matematiska problem kan vara olika, därför att både elever och lärare tänker olika, men att det inte är svaret utan vägen dit som är det viktiga samt att man utmanar alla elever på deras individuella nivåer.

När lärarna kommit halvvägs i arbetet med modulen tycks det som om synen på problemlösning börjar förändras, vilket uttrycks genom att det gemensamma arbetet och resonemanget lyfts fram, nu arbetar man tillsammans med några av problemen i läromedlet, och inte som tidigare att eleverna löser dem enskilt. I den senare delen av modulen verkar lärarnas uppfattningar om problemlösning ändras till att vara alltmer positivt, allt fler elever lyckas att lösa problemen och de har fått syn på elevers förmågor, som de inte sett tidigare,

eller som dessa elever inte haft möjlighet att visa tidigare. Lärarna berättar entusiastiskt att eleverna är väldigt engagerade och aktiva och även elever med svårigheter i matematik deltar nu aktivt. Speciellt vid arbetet med problemet i del 7, *Glassarna*, är de mycket positiva.

L4 – alla tyckte det var en rolig uppgift och det var nog för att de fick måla och greja...

L5 – det var en lagom utmaning...

L2 – det var görkul, vi lade till så tre glasskolor... fascinerande hur många olika sätt de fick ner det på papper... mycket aha hur tänkte du där... det har vi inte haft någon så bra uppgift förut... mina fick skriva på tavlan och då var det knäpptyst, det brukar det inte vara, så här var det verkligen att de tog in och det har jag aldrig varit med om förut

L1 – ... satte upp tre lösningar och de fick välja vilken de tyckte var tydligast och de tyckte XX:s och han blev så glad, det var därför jag tog med den, han fick mycket beröm... fast han är en av dem som inte är godkända detta var ett problem som alla kunde jobba med...

I modulen genomförde lärarna åtta problem i de olika delarna: *Chokladbollar*, *Cykelturen*, *Klubben*, *Växten*, *Kuben*, *Fruktfatet*, *Glassarna* och *Rörvolym*. Under de fem första delarna följde lärarna helt modulens instruktioner, men när de kommer till del sex gör de bedömningen att de båda två föreslagna problemen är för svåra att förstå;

Problem *Tårtorna* L1 – ”den förstår inte ens vi det kan vi inte sätta i händerna på eleverna”.

Problem *Bollbyte* L1- ”den är urjobbig att förstå för dom som har svårt med svenskan och läsningen och läsförståelsen”.

Lärarna tar nu istället fram ett problem de arbetat med under modul *Taluppfattning*, *Fruktfatet*. Lärarna verkar ha blivit mycket säkrare i arbetet med problemlösning, och gör egna bedömningar utifrån sina elevers olika förutsättningar och förmågor att lösa problemet. Så här långt fram i modulen diskuterar lärarna ingående kring problemens karaktär, vilka svårigheter de förutser bland vilka elever, i vilka grupper problemen bäst lämpar sig och hur de skall anpassa problemen efter elevernas olika kunskapsnivåer. De diskuterar utifrån gemensamma matematiska begrepp kring problemlösningen, om de olika faserna och ingående om olika strategier. Nu beskriver lärarna hur de ändrat sin uppfattning vad det gäller vikten av de olika delar av problemlösning för elevernas lärande, särskilt de sista delarna som handlar om att redovisa olika lösningar, att synliggöra olika tankesätt, och metakognition, vad eleverna lärt sig. Flera av dem jämför med arbetet i No, där de alltid avslutar med att dra slutsatser tillsammans, vad har vi kommit fram till? Vikten av att använda momentet ”Gör ett liknande problem” är också något som de blivit medvetna om, att eleverna då får visa vad de verkligen förstått och på vilken nivå.

## Sammanfattning

Lärarna uttrycker inledningsvis en gemensam uppfattning när det gäller vad ett problem är; att det inte är en rutinuppgift, att det skall vara en utmaning för eleven och att det är individuellt vad som är ett problem för eleven. De sätter problem i samband med uppgifter som kräver god läsförmåga hos eleverna, och konstaterar att denna svårighet visar många elever i fjärde klass, problemlösning är för svårt för många elever här. Problemen lärarna arbetade med tidigare var främst kopplade till läromedlet, och eleverna har då arbetat med dem enskilt. Efter att ha mött modulens problem verkar de ha blivit medvetna om olika problems förtjänster, som när problemet är lätt att förstå och kan anpassas till att utmana alla elever med deras olika förutsättningar för att lära sig matematik. Lärarna tycks nu ha blivit medvetna om vikten av kommunikation, resonemang och samarbete vid problemlösning för att få alla elever delaktiga vid problemlösningen och förmedlar därigenom en förändrad syn på hur problemlösningens arbetet skall organiseras i klassrummet. Lärarna förefaller ha utvecklat sin

kunskap kring arbete med problemlösning och därigenom verkar de ha fått en förändrad syn på syftet med problemlösning, även om de har svårt att benämna och synliggöra detta själva. De uttrycker en insikt om att väl valda och anpassade problem kan stödja alla elevers kunskapsutveckling. Framförallt tycks de själva ha blivit mer positiva till undervisning via problemlösning när de fått en större säkerhet i arbetet.

## **Lärarnas kompetens att stödja elevers matematiklärande**

I detta avsnitt beskrivs resultatet till frågeställningen gällande vilka verktyg för att stödja elevers lärande vid problemlösning lärarna utvecklar under fortbildningen. Resultatet presenteras i den kronologiska ordning som lärarna arbetar i modulen.

### **Formulera egna problem**

I början av modulen arbetar lärarna med ett par problem där fokus ligger på att eleverna efter att ha löst problemet själva skall skapa liknande problem. Att utveckla förmågan att formulera ett problem finns med i beskrivningen av problemlösningsförmågan i Lgr 11. Karaktären på problemen har lärarna mött tidigare men de medger alla att de inte alls fokuserat på momentet att formulera egna problem. Nu verkar de inse att detta är viktigt för att bedöma vad och hur eleverna förstått, och att de måste prioritera detta framöver. De reflekterar över att alla elever kan göra problem efter egen förmåga och egna intressen och att de som lärare får mycket information om elevens kunskaper, till exempel brister och missuppfattningar, vilket är mycket viktigt för att kunna hjälpa eleven vidare i sitt lärande. Följande citat visar lärarnas nyvunna medvetenhet:

L4 – skapa tillfällen för eleverna att skapa egna problem, vi har inte gjort det

L3 – vi är jättedåliga på det, det är bara räknasagor

L5 – jag måste säga att jag inte gjort det

L1 – de vet vad det är att formulera problem men det är alldeles för sällan och följer man matteboken är det sällan det dyker upp där, vi borde göra det mycket oftare än vad vi gör

L2 - kommer det en sån uppgift, konstruera, då vill de vidare ... vi måste tänka på att avsätta tid... viktigt för sexor för att de skall förstå vad de verkligen GÖR – speciellt de som har svårt

L4 – alla hann inte göra eget på "Chokladbollen", då tänkte jag som eleverna, vi struntar i det, inte så viktigt

### **Faser i problemlösningslektionen**

Del 3 av modulen fokuserar på att planera och genomföra en lektion med problemlösning indelad i olika faser och vad som är lärarens respektive elevens roll i de olika faserna, och detta har lärarna inte arbetat med tidigare. Lärarna uttrycker redan vid planeringen en insikt i att arbetet med de olika faserna kommer att ta tid, vilket stressar dem, och att problemlösningen kommer att ta mycket energi, vilket gör att de bekymrar sig för om vissa av eleverna kommer att orka och ha tillräcklig uthållighet. De löser detta genom att dela upp faserna på olika lektioner. I resonemanget om presentationsfasen fokuserar de på hur de skall få eleverna att förstå problemet, att läsa upp det och ställa följdfrågor om vad de fått reda på, och denna fas känner de att de behöver utveckla och bli bättre på. I de följande faserna kommer arbetsformen enskilt – grupp – redovisning i helklass in under idéfas, lösningsfas och redovisningsfas. När det gäller idéfasen diskuterar lärarna hur man kan stötta de elever som inte kommer igång, genom att ställa frågor och ge förslag hur de kan börja. När eleverna skall arbeta i grupp diskuterar lärarna kring samarbetsproblem, speciellt fyror vill inte dela med sig av sina lösningar till någon annan, och i en del grupper blir det någon elev som inte säger något alls. Lärarna menar att man måste styra upp grupparbetet med att antingen vara ordförande själv, eller utse en ordförande och se till att man går laget runt. De elever som inte

har självförtroende att berätta om sin lösning, kan man underlätta för genom att dela in dem två och två. De vill inte göra för homogena grupper, utan menar att det är bra att ha någon drivande i varje grupp.

I del 3 uppmanas lärarna även att själva lösa problemet före lektionen, för att vara förberedda på elevernas lösningar. Detta visar sig ge givande reflektioner, eftersom de löser problemet på liknande sätt men presenterar det helt olika. De konstaterar att de själva tankemässigt är låsta i sina egna lösningsstrategier och hur viktigt det är att se andras tankesätt och lösningar. Lärarna resonerar:

- L1 – "... viktigt att ni lyssnar och försöker förstå hur någon annan tänkt och att vi tänker olika"
- L2 – ja det såg vi ju själva när vi gjorde, jag skulle aldrig gjort tabell men såg fördelen när du berättade

I presentationsfasen, som är ny både för lärarna och för deras elever, kommer det fram att många elever har svårt att med ord förklara sina lösningar, men de är heller inte vana att göra det. L5 beskriver det: "jag har inte varit så duktig på den efterföljande diskussionen, presentera, jobba ja, men kanske inte knutit ihop påsen". Eleverna är inledningsvis rädda för att ha gjort fel, men de blir alltmer trygga med presentationsfasen när de gjort flera problem. Den sista fasen, reflektionsfas/ metakognition, har lärarna inte arbetat så mycket med tidigare. Den första lektionen ser de också att många elever har väldigt svårt att reflektera. Längre fram i modulen beskriver lärarna helt andra scenarior med elever som entusiastiskt presenterar sina lösningar.

- L2 – ju mer vi jobbat tycker jag att de vågar testa, i början var de rädda att det skulle bli fel, nu hade jag en som ville gå fram och som hade räknat fel...
- L3 - jättebra om någon redovisar som tänkt fel då
- L2 – han var jättestolt
- L1 – nu slåss dom att få redovisa, nu vill nästan allihopa "jag vet inte om det är rätt men jag kan visa"

Lärarna har genom arbetet med de olika faserna utvecklat elevernas resonemangs – och kommunikationsförmåga, när eleverna får presentera sina lösningar för varandra och de får träna på den metakognitiva fasen.

### **Strategier vid problemlösning**

I del 4 inriktas modulen på att lärarna skall utveckla förståelse för de olika strategier och uttrycksformer som problem kan lösas och redovisas med. När lärarna diskuterar teorin de läst är de väldigt positiva, de kan benämna hur de gör när de löser problem, och de förstår hur det kan hjälpa eleverna:

- L5 – sätta namn på strategierna var skönt, vore bra att ha en lista i klassrummet
- L3 – det har vi där
- L2 – för pluttigt (läser upp)
- L5 – bra men för svår för barnen, vi kan skriva ut den de tagit fram. Uttrycksformer tycker jag var intressant (läser upp)... vad bra att sätta ord på det för när man gör det tänker man inte att man har en speciell uttrycksform fast nu är vi mer medvetna
- L2 – nu kan vi förstå att elever har svårt att förklara, det är så självklart
- L1 – det bara kommer och de vet inte hur de får fram det

När lärarna sedan planerar nästa problem benämner de strategierna i diskussionen kring hur de bedömer att eleverna kommer att lösa det, och de använder begreppen för uttrycksformerna för att beskriva hur man kan redovisa, L5: "jag visar gärna algebraiskt uttryck när vi redovisar

för vi kommer ju in på det sedan”. I arbetet med olika strategier och uttrycksformer utvecklar lärarna elevernas begrepps- och metodförmåga, och de lyfter betydelsen av att både de själva och eleverna har begreppen med sig i diskussioner och redovisningar. Att kunna benämna strategier och uttrycksformer visar sig vara ett viktigt verktyg speciellt när lärarna ger stöd till de elever som behöver det.

### **Bedömning i problemlösning**

I del 5 behandlar det teoretiska innehållet bedömning av elevers förmågor i samband med problemlösning och formativ bedömning. Här är det ett resultat-bortfall, den diskussionen finns inte data ifrån, men däremot från uppföljningen efter en genomförd och filmad lektion, när lärarna skall identifiera synliga förmågor, vilket de uttrycker är svårt. De identifierar att en elev visar begreppsförmåga och resonemangsförmåga. Lärarna diskuterar att eleverna visar stor uthållighet i arbetet med ”Kuben” och att alla elever tycktes förstå problemet, även om det tog tid när eleverna fick klippa och vika. De kommer fram till att man kan välja att ha fokus på någon förmåga och inte träna på allt samtidigt och de lyfter vikten av metakognition, att ställa frågor kring vad eleverna lärt sig. De återkommer i diskussionen till fördelen med att sätta ord på strategier och men nämner inte utvecklad metodförmåga. Under problemlösning kan elever visa förmågor de annars inte visar, speciellt när de observeras under grupparbete. Ett exempel är följande citat: L1: ”ibland tänker jag, du vet inte hur bra du är på matte just nu... de kan skina upp och lyckas väldigt bra i en annan situation”.

### **Kommunikation i problemlösning**

Fokus i del 6 i modulen ligger på betydelsen av matematisk kommunikation och på att identifiera stöttning respektive lotsning i sin kommunikation med eleverna. Trots att L1 och L2 inledningsvis vill tolka betydelsen av begreppen stöttning och lotsning tvärtemot hur den presenteras i modulen, konstaterar lärarna i sin diskussion att de bör stötta eleverna, inte lotsa dem, L5: ”vi får tänka att lotsning är något negativt betingat utifrån deras beskrivning”. De utvecklar en medvetenhet om begreppens innebörd och om sitt eget beteende, vilket de visar i diskussionen efter arbetet med ”Fruktfatet”:

- L2 – jag tyckte uppgiften var väldigt bra, den gav mycket i sig men sen kände jag att jag var så medveten om att jag skulle stötta dem och det är ju bra. En grupp var jag tvungen att lotsa, de som är svagast, som inte klarar att hitta hälften
- L5 – men kan man stötta så mycket att man slipper lotsa
- L2 – det gick inte i detta fallet
- L3 – nej sa man dela på tre så köpte de det direkt
- L2 – ja man fick tala om
- L1 – då hade du lotsat
- ...
- L5 – bra i den här modulen att nu har jag börjat tänka stöttar jag eller lotsar jag, ibland vill man att det skall gå fort fram och då hamnar man lätt i lotsning och ibland vill barnen ha det ”kan du inte säga vad det är”

Lärarnas undervisning tycks ha påverkats så att de har utvecklat kommunikationen i klassrummet och att de har blivit bättre på att stötta, inte lotsa, och vänta ut eleverna.

### **Anpassning av problem**

I den sjunde delen av modulen är målen att få förståelse för betydelsen av att anpassa problem och att kunna göra lämpliga anpassningar efter deras elevers olika förutsättningar. Nu har lärarna redan omedvetet visat på hur de anpassat de tidigare problemen i modulen, såsom när de diskuterat hur de skall presentera problemet, hur de lässvaga skall stöttas, och om

modulens problem är lämplig för deras elever (som i del sex). Lärarna har en ingående diskussion kring problemet som presenteras i den teoretiska delen, "Glassarna" och vilka anpassningar som kan göras, både att kunna göra problemet lättare och svårare. Till fyrona väljer man att tillverka konkret material, som eleverna kan plocka med när de sätter ihop glassarna av lösglasskolor. Till sexorna väljer man istället att ta med fler smaker och att ha en öppen ingång utan villkor i problemet. Lärarna diskuterar problemets matematiska innehåll och dess sammanhang, att det är konkret, vardagligt och lätt att förstå för alla elever. De lyfter vikten av att alla elever förstår det språkliga innehållet, vet alla vad lösglass respektive kulglass är? De reflekterar kring att elever vid tidigare problemlösning fastnat på detaljer i sammanhanget, att vissa elever kopplar för mycket till verkligheten. De diskuterar hur de skall organisera eleverna i olika grupper och gruppstorlekar, allt för att alla elever skall lyckas. När de träffas efter genomförd lektion har de alla med sig positiva reflektioner. Eleverna hade tagit till sig problemet väl, det var endast ett par elever i år fyra som löst problemet delvis men inte fullt ut. Det visade sig att några elever i en årskurs 4 inte förstod hur de skulle använda det laborativa materialet, medan i den andra fyran visade först läraren hur man kunde komma igång med materialet och där lyckades alla elever lösa problemet. Lärarna lyfte återigen vikten av hur problemet presenteras så att alla elever förstår. Eleverna presenterade flera olika lösningar och med olika uttrycksformer och hade arbetat engagerat. Lärarna var mycket nöjda med utfallet av problemlösningen:

- L2 – det var klart bästa uppgiften hittills, för att se hur eleverna hade gjort
- L1 – alla tog direkt tag i uppgiften det var inte "åh hur ska jag göra, kan du säga igen, jag fattade inte", inget sånt- det är inte ofta
- L5 – den var ju väldigt konkret
- L1 – skönt med sexorna de fokuserar på problemet inte att struten är snygg ... men det har vi tjtat mycket om också, att använda symboler

Lärarna reflekterar över vikten att välja och formulera problem. Här har de verkligen anpassat på alla nivåer efter att noggrant diskuterat igenom problemet innan, med resultatet att alla elever löste det. Vid den sista träffen sammanfattar en lärare:

- L5 - nu tror jag också när vi har gjort några uppgifter att man blir mer trygg i vad som krävs av uppgiften är det lättare att plugga in dom (problem) sen till nästa år för då är man mer trygg med allt runtomkring och eventuellt material och hur man kan anpassa och man vet kanske vilka frågor som dyker upp ... hur frågorna ställs är väldigt viktigt, det får inte vara för vardagsanknutet

## Sammanfattning

Resultatet tyder på att lärarna har utvecklat *flera olika verktyg* för att stödja elevers lärande vid problemlösning under fortbildningen, vilket resulterar i att de får med sig allt fler elever i arbetet med problemen. De utvecklar förståelse av vikten att låta eleverna arbeta med att *formulera egna problem*, för att kunna se vad eleverna förstått, men även formativt vad eleverna behöver för stöd att komma vidare, vilket de inte gett eleverna möjlighet till tidigare. De utvecklar en gemensam *terminologi inom problemlösning* som bidrar till samsyn inom kollegiet och även med eleverna, på så sätt underlättas kommunikationen och resonemangen kring problemlösningen. Lärarna utvecklar sin kompetens att planera och genomföra *problemlösningsektioner indelade i olika faser*, och utvecklar speciellt kunskap inom delarna presentations- och metakognitionsfas, vilket de inte arbetat med tidigare. De utvecklar även förståelse för vikten av hur presentationsfasen genomförs, för att alla elever skall förstå problemet. De utvecklar sin förståelse för hur problem kan lösas och redovisas med hjälp av *olika strategier och uttrycksformer*, att få sätta ord på vad och hur man gör lyfter lärarna som ett mycket betydelsefullt verktyg för att stödja alla elevers arbete vid problemlösningen.



Lärarna utvecklar viss förståelse för hur man kan använda problemlösning för att *synliggöra och bedöma* elevers förmågor, men detta är svårt för dem. Lärarna utvecklar sin medvetenhet om och förmåga att identifiera *lotsning och stöttning* som ett verktyg i att stödja elevernas lärande och de inser vikten av just stötta eleverna som behöver stöd, inte lotsa dem. Lärarna har under modularbetet successivt lärt sig allt mer att *anpassa problem* efter sina elevers olika förutsättningar och behov. De väljer ut och reflekterar kring problemens möjligheter och hinder och gör därigenom anpassningar för att alla elever skall lyckas och utmanas, till exempel tar fram laborativt material och planerar gruppindelningar. De utvecklar sin kompetens att kunna anpassa problem, vilket visar sig genom att allt fler elever lyckas bra vid problemlösningen, och eleverna är engagerade och aktiva.

## Lärarnas medvetenhet om traditioner och normer

I avsnittet presenteras resultatet till frågeställningen hur lärarnas medvetenhet utvecklas när det gäller betydelsen av traditioner och normer i undervisningen för att kunna utveckla och förändra undervisningen.

Redan inledningsvis och kontinuerligt under arbetet med modulen, och i olika sammanhang, lyfter lärarna vikten av att ha ett bra arbetsklimat i klassen/gruppen. Det är viktigt med trygga grupper, där alla elever kan känna att de vågar svara och vågar redovisa hur de tänkt när de har löst ett problem. Lärarna sinsemellan har olika inställning till att organisera undervisningen så att eleverna ofta arbetar i grupp. I år 5 har arbetslaget valt att med tre lärare göra tre mindre grupper från två klasser, och här märker de av att en del elever inte är så trygga som de normalt är i sin egen klass. De väljer ändå att fortsätta denna gruppering, eftersom de anser att fördelarna med att ha tre små grupper är flera. De har 12 elever i varje grupp, blandade i kunskapsnivå, och märker att de ”starkare” eleverna drar och kan hjälpa övriga i gruppen. Lärarna belyser att de får till bättre lektioner med de mindre grupperna, kommunikationen blir bättre och lärarna hinner med alla elever. De tycker också att det är en fördel att inga elever behöver vara i någon egen liten spec. grupp, lärarna har en positiv inställning till det inkluderande arbetssättet. Speciellt när eleverna skall diskutera problem i grupp är både arbetsklimatet och samarbetsförmågan bland eleverna avgörande för ett gott resultat, vilket följande dialog lyfter:

L1 - vissa elever älskar att jobba i grupp, men inte alla fixar det att jobba ihop, den sociala biten, även om de är duktiga i matte funkar det inte i alla fall  
L5 – det sociala blir mer påtagligt på mellanstadiet ... överlag blir det svårt att få dem att samarbeta

Även att placera eleverna i studiegrupper på matematiklektionerna lyfter ett par av lärarna som framgångsrikt för samarbetet, och att de även vänjer sig vid att ta hjälp av varandra. Då är redan arbetsformen bekant inför att de skall lösa problem tillsammans.

Redan när lärarna tidigt i fortbildningen möter begreppet det didaktiska kontraktet och teorier kring de förväntningar och regler kring hur matematikundervisning kan bedrivas, visar de viss medvetenhet och igenkänning om fenomenet. De är även medvetna om att undervisningen kan se olika ut i olika klassrum, för olika lärare. Det didaktiska kontraktet skapas och formas främst av lärarna själva, det är de medvetna om.

Anteckningar: I många klasser finns olika arbetssätt befästa och eleverna är vana vid denna typ av arbetet. Eleverna vet i respektive klass vilka regler som gäller, en del arbetar med ett liknande koncept medan andra har ett mer varierat arbete när det handlar om hur man löser arbetsuppgifter.

L1 – man formar ju sina elever på tre år som man har dem alltså, man känner att de blir som jag tänker att jag vill ha det och sen kommer de till nån annan som tänker på ett helt annat sätt

Det didaktiska kontraktet påverkas och kanske formas även starkt av elevernas påtryckningar om att räkna i läromedlet. Lärarna beskriver hur de får försvara andra aktiviteter än räkning i boken. Varifrån, eller hur, denna starka önskan från eleverna kommer diskuterar lärarna inte. De beskriver fenomenet vid upprepade tillfällen under främst den första halvan av modularbetet, vilket följande citat visar:

L5 - de är väldigt fokuserade på att få jobba i boken, det är deras drömscenario många vill inte och man måste vara väldigt tydlig med att en del av lektionen skall gå till det – ”får vi räkna nu”, väldigt sug att gå in i materialet extrema fyrorna vill ta hem och räkna

L2 - jag tror också att de tycker det är roligt

L5 - ”snälla, kan vi inte bara få ösa på och sitta och räkna hela tiden”

Lärarna möter inledningsvis en del motstånd mot modulens arbete med problemlösning. Lärarna uttrycker att eleverna vill ha tid till att arbeta i boken och de stressas själva av sin planering baserad på läromedlet, indirekt skapar de därigenom själva ett motstånd. Varken lärare eller elever har vana av att arbeta med någon enskild uppgift eller problem som kräver så mycket tid som en hel lektion och ibland mer.

L1 – såna här problemlösningssuppgifter skulle jag gärna göra varje vecka, men det är inte alltid man hinner, hinner allt, alla faserna på en lektion men då blir jag lite stressad jag känner bara att nån gång måste vi jobba i boken också jag är inte beredd att lägga boken helt åt sidan

L3 - lösningsfasen tog längre tid, tog 30 min tänkt 20

L1 - nog viktigt att få ta tid men jag blev stressad och tänkte nu hinner vi inget annat nu hinner vi bara detta – nej men så får jag inte tänka detta ska vi se som viktigt

L3 - nej vi har inte tålmod, inte jag heller

Lärarna uttrycker att det är svårt att förändra sin undervisning, att det didaktiska kontraktet är väldigt starkt men att det ändå är möjligt över tid, vilket märks då lärarna under vårterminen möter allt mindre motstånd bland eleverna till problemlösningsektionerna. Kommentarer kring att eleverna vill jobba i boken blir allt färre ju längre fram på terminen tiden går, medan det under hela terminen diskuteras av lärarna hur de skall lyckas ”klämma in” problemen i sin planering. Speciellt lärarna som undervisar årskurs 6 är periodvis mycket stressade inför de nationella proven och detta påverkar motivationen för fortbildningen. Även om de sociomatematiska normerna är starka ser lärarna att det finns tillfälle till förändring när de får nya klasser.

L5 - men det blir väl lättare att bryta mönster allt eftersom

L4 – i sexan är det svårare, det är mycket lättare att ha det här i fyran fast de inte förstår eller har de här svårigheterna så är det mycket roligare att göra de här problemlösningarna, sexorna vill bara hålla på i boken, de är så ”varför ska vi hålla på med det här”

Vid modulens avslutning och i den sammanfattande filmen av modulen i del 8 med Eva Taflin, behandlas hur lärarens synsätt på hur eleverna lär sig matematik påverkar hur lärarna organiserar sin undervisning, och filmen lyfter fram Skolverkets syfte med att fortbildningen skall bidra till en utvecklad undervisning. Lärarna syn på matematikundervisning tycks i grunden inte ha förändrats under fortbildningen, de anser att bedriver god undervisning men att de har utvecklingspotential.

L4 - jag blir lite såhär jag fattar variation å men när dom sitter och pratar då är det nästan som om det är nåt fult att göra rutinuppgifter å vi har massor av elever som dom kommer inte att klara sig

L5 - jag tror man får tänka så här att man måste lägga grunden, den lägger man nerifrån och sen i fyran då kommer vissa moment till och sen i sexan då skall alla moment sitta då tror jag matten kan se annorlunda ut... min syn på undervisning har inte förändrats vi har alltid tänkt problemlösning och centralt innehåll kände jag till och förmågorna men kanske att man tänker olika faser för problemlösning, vikten av att ge utrymme för alla faser

L1 - lägga mer tid på sista (metakognition) som man ibland inte hinner med och gör alls, det känner jag har gett mig, förut tänkte jag att den är inte så jätteviktig, det är inte ett nytt sätt att jobba på men den biten

L5 - och att sätta ord på vad var det jag lärde mig

Lärarna uttrycker att det är viktigt att våga tänka nytt och att arbeta mer med problemlösning, vilket de ger uttryck för att de vill. De har med utvecklad kunskap om problemlösning fått större säkerhet och en bra grund för att arbeta vidare med detta i sina klasser. De ser också möjligheter att, och vågar alltmer, sovra i läromedlet. De önskar sig en bank av problem, med tillhörande konkret, laborativt material, som knyter an till aktuellt arbetsområde. Lärarna vågar nu och vill ge tiden till problemlösning, och de har funnit sätt att dela upp problemlösningens olika faser till olika lektionspass. De har upptäckt att om de är tydliga med att säga till eleverna direkt vid uppstarten vad som gäller för lektionen och att inte ha matteboken som ett alternativ, minskar motståndet. De märker också att eleverna under våren blivit allt mer bekväma med arbetssättet och att alla elever vågar prova sig fram utan att vara rädda för att göra fel.

### **Sammanfattning**

Lärarna tycks till viss del utveckla sin medvetenhet kring hur traditioner och normer påverkar deras undervisning och hur den kan utvecklas under arbetet med modulen. De poängterar vikten av ett gott arbetsklimat i gruppen vid problemlösningarbete där samarbete i grupp och redovisningar ingår, detta är speciellt viktigt för att alla elever skall vara trygga och våga uttrycka sina tankar. Lärarna uttrycker inledningsvis att eleverna inte vill göra annat än att arbeta i boken, men att de under terminen möter allt mindre motstånd vid problemlösningsektionerna, de kan förebygga motstånd och eleverna blir allt mer trygga och säkra med arbetet. Lärarna själva har under hela terminen svårt att släppa planeringen av arbetsområdena i läromedlet, de får inte tiden att räcka till. Men de börjar ändå finna sätt att frigöra tid genom att sovra i läromedlet och de uttrycker en vilja att arbeta mer med problemlösning., och de ser skillnad i att kunna förändra undervisningen när de får nya klasser. Under modulararbetet förändrar lärarna till viss del det didaktiska kontraktet, men de uttrycker ingen direkt strävan att utmana det vidare. De menar att matematiklyftet till största delen varit en bekräftelse på att de har en god undervisning, men med utvecklingsmöjligheter.

## **Del 2: Påverkansfaktorer på kompetensutvecklingen**

Under denna rubrik kommer resultatet att presenteras när det gäller att identifiera vilka faktorer som påverkat lärarna under kompetensutvecklingen. Avsnittet delas in efter de två forskningsfrågornas inriktning, dels faktorer i Matematiklyftets upplägg/organisation och dels kontextuella faktorer i lärarnas "vardag". Programteorins indelning i faktorer som arbetar för respektive emot lärarnas utveckling används här och en gemensam sammanfattning avslutar avsnittet.

## Påverkansfaktorer inom Matematiklyftets struktur

### Faktorer som arbetar för lärarnas utveckling

Skolverket har utformat Matematiklyftet enligt regeringens direktiv och upplägg/ organisation är baserat på forskning som handlar om kollegialt lärande, vikten av handledare, vikten av rektors roll och med Lärportalens struktur med blandning av forskningsbaserad teori och praktisk verksamhet. Resultatet visar att flera faktorer i Matematiklyftets upplägg och organisation verkar för lärarnas utveckling.

En sådan faktor är den grundläggande tanken med *kollegialt lärande*, att lärarna tillsammans diskuterar teorier och genomförda lektioner, planerar tillsammans, reflekterar tillsammans över de hinder och möjligheter de ser – detta är den absolut viktigaste faktorn för att de skall utveckla sin kompetens. De har sin bestämda mötestid som har högsta prioritet, vilket är en grundförutsättning för att de skall kunna genomföra sina kollegiala möten och få kontinuitet under fortbildningen.

*Lärportalens material och upplägg*, tydliga struktur och teoretiska innehåll är en faktor som tydlig verkar för lärarnas utveckling. Utan stödet i materialet hade de inte haft möjlighet att diskutera matematikdidaktik på det ingående sätt de nu gör, kopplat till forskningsbaserad teori och i kombination med erfarenheten från lektioner. Det tydliga upplägget gör att lärarna kan följa materialet helt självständigt, vilket de också gör. Modulen innehåller mycket teori, och med olika inriktningar, varannan vecka är det nytt innehåll som skall bearbetas, och lärarna tar till sig de olika delarna olika mycket och på olika sätt. Oftast är de engagerade vid den efterföljande diskussionen. Följande citat är från den avslutande träffen:

L2 – de har verkligen lyckats med själva utformningen, lite film och läsa  
L1 – upplägget har varit bra, vi har haft så mycket trevliga uppgifter

När det gäller *handledarens* roll visar resultatet inte en lika tydlig påverkansfaktor, men ändå en faktor som till viss del verkat för lärarnas utveckling. En lärare nämner att det blir bättre diskussioner när handledaren är med, vilket dock inte kan uttydas ur datainsamlingen. Det är således främst handledarens närvaro som verkar för deras utveckling, handledaren har deltagit vid 7 av 17 tillfällen, och ibland inte under hela mötestiden. I arbetslagets diskussioner består handledarens delaktighet mest av att vara en aktiv lyssnare samt ställer en del följdfrågor.

### Faktorer som arbetar emot lärarnas utveckling

En faktor som i arbetslaget verkar emot lärarnas utveckling är bristen på en *rektor*. Rektorn har stor betydelse som pedagogisk ledare och som den som skall leda utvecklingsarbetet, men skolenheten byter skolledare flertalet gånger under tiden för Matematiklyftet, och de nya har inte prioritet på den pågående fortbildningen. Det finns ingen skolledare som aktivt stödjer lärarna i fortbildningen och de saknar det. Detta visar sig flera gånger genom att de klart uttrycker det, och det skapar dessutom en osäkerhet kring deras arbetssituation. En mer osäker faktor i upplägget som kan verka negativt för deras utveckling är bristen på *handledare* som kunnat medverka vid varje tillfälle, nu är lärarna till största delen utlämnade till sig själva och varandra. Risken är uppenbar att lärarna mer bekräftar än utmanar varandra utan det yttre stödet. Det händer även att deras diskussioner fastnar vid någon detalj så inte alla modulens frågeställningar hinns med, vilket hade kunnat styras upp av en handledare. Följande citat belyser lärarnas känsla.

L5 – ledningsinfo idag – nej samverkan, men vi har ju ingen ledning, Birgitta, det kan du också ta med hur det påverkar mattelyftet att byta rektorer hela tiden

...  
L2 – läser från Del 8 moment D ” det är en fördel om rektor och handledare kan delta vid den gemensamma uppföljningen”  
L4 – vet våra rektorer om att vi går ens mattelyftet, de nya menar jag  
...  
L5 – för precis som att barna blir lyfta av att man visar intresse så är det samma för dom som jobbar inte det att vi behöver få en guldstjärna men nånting som det kan anknytas till

En faktor i Matematiklyftets upplägg som kan verka emot lärarnas utveckling på sikt är den *tid* under vilken fortbildningen genomförs, två terminer, ett arbetslag kan endast få bidrag av Skolverket, och huruvida fortbildningen då ger avtryck i lärarnas undervisning framöver. Lärarna uttrycker sina farhågor då det gäller hur fortbildningen kommer att följas upp.

L2: att det inte är något som i mångt och mycket att, fast jag bara jobbat i fem och halvt år, att det påbörjas saker och ting hela tiden som bara släpps.

Att arbetslaget inte riktigt har klart för sig under vilka *villkor* de genomför fortbildningen kan vara en faktor som verkar negativt. De gör mertid, men de är osäkra kring kompensationen, vilket kan ses mot bakgrunden av bristen i kontinuitet i skolledningen. En faktor i Matematiklyftets upplägg som verkar emot lärarnas utveckling är själva fortbildningens *syfte och ursprung*. Lärarna själva har inte efterfrågat fortbildningen, och har inte den bakgrundskunskapen med sig som uppdragsgivarna har, utan får till sig att nu skall de medverka i denna satsning.

## **Påverkansfaktorer inom lärarnas vardag**

### **Faktorer som arbetar för lärarnas utveckling**

En viktig faktor i lärarnas vardag som verkar för deras utveckling är det *kollegiala lärandet*, vilket även lyftes som en positiv faktor i upplägget. Förutom rent organisatoriskt behöver det vara ett arbetslag där lärarna ges möjlighet att utvecklas tillsammans, och detta är ett sådant arbetslag. De är aktiva och engagerade i diskussionerna, mer eller mindre. En lärare har en mer tillbakadragen roll i diskussionerna, men bidrar ofta genom att hålla med vid olika uttalanden. Lärarna är trygga med varandra, de stöttar varandra när det är motigt och de har roligt tillsammans. L1: ”vad skönt det var när ni sa att då gör inte ni denna veckan – då tar vi det och så diskuterar vi vårt nästa gång, det var så skönt”.

De är engagerade i arbetet med modulen på så sätt att de delger varandra förslag och idéer inom alla delar av modulen. Lärarna är uppriktiga och ärliga i sina kommentarer, och de är ödmjuka till sin egen kompetens, och till att den kan utvecklas. De säger till varandra: ”detta måste vi bli bättre på”, ”det här har jag inte gjort”, ”detta kan vi utveckla”, ”om jag skärper till mig”. De är strukturerade när de följer modulen och arbetsmoralen är hög.

Att lärarna medverkar i denna *forskning*, som följer dem under hela vårterminen, påverkar positivt deras utveckling, och i deras medvetanden finns det med, att det de säger och gör är intressant och viktigt. I brist på rektors engagemang, och i brist på en mer närvarande handledare, är min tolkning att forskningsprojektet ger fortbildningen större vikt för arbetslaget.

### **Faktorer som arbetar emot lärarnas utveckling**

Det finns flera faktorer i vardagen som verkar emot lärarnas utveckling. *Mötetiden* som är utökad konferenstid gör att lärarnas schema blir kompakt, speciellt under den dagen, och lärarna har lektion ända tills konferenstiden börjar. Det innebär att de ofta kommer trötta och

stressade till mötena. Under terminen visar det sig också flera gånger vara en dag där det händer olika incidenter kring elever, som lärarna förutom sina lektioner måste agera i, någon kallar det sin "helvetesdag", vilket även det tar mycket energi från dem, och de har då inte helt mentalt fokus på utbildningen. Mötestiden innebär även att under detta läsår finns ingen annan ämneskonferenstid, inte alls för övriga ämnen (fyra lärare undervisar även i no och tre lärare undervisar även i svenska), och inte heller för annan matematikkonferens än Matematiklyftet.

När det gäller att arbeta med modulens problem ute i klasserna finns det faktorer som verkar negativt. *Schemapositionerna* för matematiken är en viktig del i detta, i årskurs 5 ligger de tre lektionerna i matematik alltid sist på dagen. Lärarna märker av att eleverna är trötta och ofokuserade, det är en utmaning att få eleverna engagerade. En årskurs sex har en matematiklektion sist på en "långdag" och där uttrycker de två lärarna som har gruppen att både de och eleverna inte har någon energi. Rent generellt, över hela terminen, känner sig lärarna stressade och i ständig *tidsbrist*, det är svårt att få till tiden att genomföra uppgifterna i modulen, och det är så mycket annat de behöver hinna med. De efterfrågar mer laborativt material till problemen, men även här blir tidsfaktorn ett hinder. De nationella proven i år 6 tar mycket fokus från lärarna som undervisar de klasserna. När det är kortveckor på grund av helgdagar har lärarna mycket svårt att få till vilka lektioner som de skall genomföra modulens problem på. Tidsfaktorn har tidigare nämnts i resultatet, men behöver lyftas även här, det är ett återkommande tema under hela arbetet med modulen. De tre lärarna som arbetar med fyror är mycket bekymrade, och känner sig begränsade, av *elevernas förkunskaper* i matematik, många elever behärskar inte subtraktion, de har väldigt många elever med svag läsförmåga och eleverna har allmänt svårt att vara fokuserade. De bedömer att eleverna inte har grunderna med sig för att kunna arbeta med problemlösning. Lärarna måste även bemöta *elever med särskilda behov* i sina grupper som ibland omöjliggör att genomföra veckans uppdrag från modulen så som det var planerat på lektionen. Några olika citat exemplifierar ovanstående:

L1 – det är så mycket annat jag känner att man inte har tid med detta längre nu, jag har ju känt att jag hellre hade rättat nationella proven och nu hade jag hellre suttit och skrivit in betygen, det är alltid något jag borde ha gjort (om mattelyftet)

...

L5 – skall försöka sammanfatta nåt som i 4b då har det hänt nåt med (elev) och man får lämna och de blir oroliga och då är det inte läge att köra metakognition i det (om särskilda behov/incidenter)

...

L5 – så den förbaskade läsningen som måste komma till, hur man kan jobba med den på bästa sätt, så att de verkligen förstår problemen, nu har jag nästan berättat alla problem (om läsförmågan)

...

L4 – nu låter jag negativ men om man har elever som behöver ha strategier för att orka en lektion, som behöver gå iväg på toan, jag kan känna uthållighet vart lägger vi ribban (om särskilda behov)

## Sammanfattning

De faktorer som *verkar för* lärarnas utveckling i Matematiklyftets upplägg och struktur tycks vara det kollegiala lärandet, som även i detta arbetslag är en positiv faktor rent kontextuellt. Modulens tydliga struktur och blandning av teori och praktik verkar vara en viktig bidragande faktor till den utveckling lärarna gör. Att känna visst stöd från handledaren och att delta i denna studie är också faktorer som tycks påverka i positiv riktning.

En faktor som *verkar emot* lärarnas utveckling i Matematiklyftets upplägg och struktur tycks vara bristen på stöd från rektor. Att lärarna får till sig att genomföra en fortbildning de inte efterfrågat kan vara en negativ faktor, liksom den faktorn att de inte har handledarens delaktighet vid alla möten, som hade kunnat stödja och utmana lärarnas kompetensutveckling, istället som nu när de mestadels är utlämnade åt sig själva. Resultatet tyder på att det är flera faktorer i vardagen som arbetar emot lärarnas utveckling, såsom mötestidens disposition, efter intensiv dag av lektioner och incidenter bland eleverna, och schemapositioner för matematiklektionerna sent på dagarna, som bidrar till att det finns lite energi kvar till att göra ett fullgott arbete. Lärarna möter stora utmaningar i den inkluderande verksamheten med elevers olika behov och de känner sig begränsade av elevernas förkunskaper och lässvaghet i årskurs 4. Lärarna känner hela tiden en stor tidspress, av varierande anledningar.

## Diskussion

I diskussionen förs ett resonemang kring vald metod och studiens resultat diskuteras i relation med aktuell teori och tidigare forskning. Resultatet belyses ur specialpedagogisk synvinkel, förslag ges till vidare forskning och avslutande reflektioner ges sist.

## Metoddiskussion

Beslutet att välja fallstudiemetoden kom sig av bedömningen att den bäst skulle besvara studiens syfte. Merriam (1998) menar att fördelen med metoden är att den är förankrad i verkligheten och resulterar i en fyllig och holistisk redogörelse över den studerade företeelsen. För att besvara hur lärare som genomför fortbildningen ”Matematiklyftet, modul problemlösning” utvecklar sin kompetens att stödja utvecklingen av elevers matematiklärande, genomförde jag en fallstudie där jag främst använde mig av deltagande observation med ljudinspelning. Hur deltagande forskaren är vid en observation har betydelse för hur deltagarna påverkas och för vad som synliggörs. I studien, där jag endast vid tre tillfällen är fysiskt närvarande, kan detta påverkat studien på så sätt att viktig information missats i det kollegiala samspelet. Det kunde också ha varit fördelaktigt för resultatet att ha varit deltagande vid alla tillfällen, men å andra sidan kan det vara så att diskussionen blev mer naturlig än om jag varit där, och det var förmodligen lättare att ”glömma bort” den lilla Daisy-spelaren. En fördel med att vara mer deltagande skulle ha varit att jag då kunnat skriva ner egna reflektioner efter varje möte, som dels kunde underlättat sammanställningen av resultatet, dels kunde gett stöd till analysen.

Enligt Fangen (2005) är syftet inom etnografin att beskriva vad deltagarna säger utan att vara uppstrukturerade av forskaren och man kommer deras verklighet nära. Resultatet visar hur lärarnas kompetens utvecklas under tiden för arbetet med modulen, och genom att följa dem kontinuerligt kommer de faktorer som påverkar deras utveckling fram. Studien avsåg inte att undersöka och beskriva enskilda lärares kompetensutveckling, därför valde jag inte att intervjua lärarna enskilt. Eftersom studien är gjord med bekvämlighetsurval skulle det finnas en risk för att det skulle bli etiskt problematiskt. Avsikten är inte att kritisk granska lärarna, utan att kritisk granska de villkor under vilka de genomför sin fortbildning och hur lärarna med de förutsättningarna lyckas utveckla sin kompetens. I metoden fanns en risk för bortfall, att flera av lärare inte deltog vid flera av träffarna, men så var inte fallet, utan närvaron var hög, vilket stöder resultatets tillförlitlighet. Däremot kan det till viss del ses som bortfall att en av lärarna inte är så delaktig vid diskussionerna, men det kan ses mot bakgrund av att läraren inte har huvudansvaret för undervisningen i klasserna.

## Resultatdiskussion

### Uppfattningar om problemlösning

Resultatet visar att lärarnas uppfattning om begreppet problem utvidgas under fortbildningen, och därigenom även till viss del deras uppfattning om vilken roll problemlösning har för elevernas lärande. Enligt Mamona -Downs & Downs(2005) och Schoenfeld (1992) kan begreppet problem vara svårt att definiera och många olika definitioner finns beskrivna såsom av Wyndhamn, Riesbeck och Schoultz (2000), Hagland, Hedrén och Taflin (2005) och Skolverket (2011b). Undervisningen organiseras beroende på hur läraren definierar problem, och den problematisering Bergqvist & Bergqvist (2012) gör när de menar att en lärare kan tolka det som att de uppgifter eleverna löser i läroboken, är det samma som att de löser problem, och att eleverna då inte utmanas i sitt matematiktänkande. Den bild som lärarna ger inledningsvis av hur de tidigare arbetat med problemlösning, har lite av denna karaktär, i vilket fall när det gäller textuppgifter i boken. Men lärarna är också tydliga med att vad som är problem är individuellt, och då de har många lässvaga elever i årskurs fyra, möter dessa elever också många problem när de arbetar i boken. För övrigt har eleverna tidigare främst arbetat med problemlösning enskilt, när det dyker upp i läromedlet. Några av lärarna har lyft in kluringar och problem från NCM i perioder som eleverna fått samarbeta med. Att lärarnas syn på problemlösning avspeglar sig på detta sätt i undervisningen kan förklaras såsom Bergqvist och Bergqvist (2012) skriver, genom det tolkningsutrymme som kommer sig av otydlighet i läroplanerna. Det kan inte i kursplanetexten utläsas HUR problemlösning skall genomföras i undervisningen för att eleverna skall utmanas matematiskt såsom styrdokumentet avser. Problemlösning är avsedd att träna elevernas alla matematiska förmågor, ett medel för undervisningen och så tycks inte lärarna ha använt problemlösning tidigare.

De beskrivningar av lärares uppfattningar om problemlösning som Schoenfeld (1985) och Thompson (1989) beskriver finns inledningsvis med bland studiens lärare, såsom att problem är kluringar som inte tar så lång tid att lösa och att bara duktiga elever klarar att lösa problem. Dessa uppfattningar förändras dock under fortbildningen, när de ser väl valda och anpassade problems möjligheter att aktivera alla elever, även de ”svaga”. Det finns individuella skillnader lärarna emellan, när det gäller insikt i att problemlösning är ett sätt att få fler elever att nå målen genom att undervisningen då bygger på förståelse istället för memorerande och kopierande, vilket märks på deras inställningar till problemlösningsarbetet. Här verkar det inte som om fortbildningen lyckats fullt ut, eftersom förståelse är så oerhört viktigt för elever som av olika orsaker har svårt med matematiken, vilket Lester och Lambdin (2006) skriver om. För alla de olika faktorer som kan orsaka matematiksvårigheter, som Engström (2003) och Lunde (2011) beskriver, är förståelse både ett stöd i svårigheterna och är förebyggande mot svårigheter. Förståelse ger stöd för minnet, ger motivation och självförtroende. Elever som har svårt för matematik är inte hjälpta av att träna mer av samma sak och på samma sätt, de behöver istället stöd att utveckla begreppsförståelsen genom resonemang och kommunikation.

### Verktyg för att stödja elevers lärande i problemlösning

Lärarna verkar ha utvecklat sin kompetens mycket när det gäller att ha verktyg att göra problemlösning till en aktivitet där alla elever utmanas och alla elever ges möjlighet att lyckas, även eleverna som behöver stöd. Nu kan de använda problemlösning för att eleverna skall utveckla alla matematiska förmågor, även om de kanske inte fullt ut är medvetna om detta själva, men då krävs att de organiserar upp arbetet och genomför alla faser, vilket har lyfts av flera forskare (Hagland, Hedrén och Taflin , 2005, Lester 1985, Schoenfeld 1992,



Taflin, 2007, Lester 1996). Detta arbetssätt vid problemlösning är nytt för lärarna, liksom den möjlighet till att bedöma elevers kunskap som blir tillgängliga för dem i de nya situationerna, till exempel när eleverna diskuterar sina lösningar i grupp, vilket ger dem möjlighet att stötta de elever som behöver det. Vid problemlösningsarbetet får lärarna "på köpet" del av nyckelstrategierna vid formativ bedömning, såsom effektiva klassrumsdiskussioner och att aktivera eleverna som resurser för varandra, vilka William (2009) menar är viktiga för att stödja elevernas lärande. Några av lärarna använder redan eleverna som resurser för varandra i studiegrupper vilket skapar möjlighet för mer stöd till de elever som har svårigheter. En annan nyckelstrategi är att ge eleven återkoppling som utvecklar lärandet, vilket lärarna utvecklade mycket när de medvetandegjordes om begreppen lotsning/stöttning, vilka även beskrivits av Brousseau (1984), Emanuelsson (2001) och Ollerton och Watson (2001).

Skolverket (2014d) och Lester och Lambdin (2006) är tydliga med att det är en stor pedagogisk utmaning att undervisa genom problemlösning så att alla elever blir delaktiga och utmanas. Forskare, såsom Hagland, Hedrén och Taflin (2005) poängterar att denna undervisning kräver att läraren har gedigna didaktiska och ämnesmässiga kunskaper samt som Jaworski (1996) poängterar har goda kunskaper om elevers olika förutsättningar att lära matematik. För att klara denna utmaning behöver lärarna vara trygga i sin egen roll vid problemlösningsarbetet. Under arbetet med modulen tycks lärarna utveckla sin kompetens så att de får de verktyg som krävs för att möta alla elever, och de lägger ner mycket tid till diskussioner kring att välja ut problem, presentera och anpassa problemen. För att problemlösningen skall bli ett framgångsrikt arbetssätt krävs denna ansträngning, som tar tid. Tid som lärarna ständigt säger att de har brist på! Det är ett genomgående tema under alla möten, "när ska vi hinna", "det tar tid", osv. Om lärarna inte känner sig trygga med att undervisa i matematik genom problemlösning, är det lätt att förlita sig på läromedlets problem, då har eleverna tränat problemlösningsförmågan, vilket Bergqvist och Bergqvist ((2012) problematiserar. Frågan är nu efter Matematiklyftet om de är tillräckligt trygga så att de väljer att prioritera tiden till att förbereda och genomföra undervisning genom problemlösning. Nu har de även haft stöttning av varandra i detta arbete, kan de få till det samarbetet i framtiden? Taflin (2007) och Lester (1996) lyfter just att eleverna behöver få arbeta mycket och under hela skoltiden med problemlösning, och att de behöver undervisning i problemlösning. Det är därför viktigt att lärarna inte ger upp detta arbete!

Skolan arbetar med ett inkluderande synsätt, alla elever oavsett särskilda behov och svårigheter, finns med i klasserna, och i några grupper finns specialpedagogen med som stöd. Lärarna har en positiv inställning till inkludering och motverkar själva aktivt homogena grupperingar. De är medvetna om vikten av gott klassrumsklimat, så att varje enskild elev känner sig trygg och kan medverka aktivt, detta lyfts av bland andra Jaworski (1996), och att deras elever behöver träna sitt samarbete. Lärarna utvecklar under fortbildningen sin kompetens att bättre möta många olika svårigheter kring elevernas lärande. Lunde (2011) och Engström (2003) lyfter didaktikens roll i matematiklärandet, som en del som kan bidra till svårigheter, eftersom det vid inkludering ställs särskilt stora krav på att anpassningar görs. Undervisning som gynnar alla elevers lärande i matematik bygger på förståelse av begrepp och metoder, vilket är syftet med problemlösning. Forskningen visar på olika synsätt när det gäller hur man skall arbeta, Lester (1996) och Taflin (2007) menar att eleverna behöver få undervisning i problemlösning och träna att lösa många problem. Schoenfeld (1992) anser att man inte skall lära ut strategier, eleverna skall upptäcka dem själva. Resultatet visar att lärarna märker att de får med sig fler elever när de börjar sätta ord på strategier, "kan du rita en tabell?", eller när de kan referera till det förra problemet de arbetade med. Många av eleverna behöver detta stöd, och både Lunde (2011) och Boaler (2011) lyfter att ett kännetecken för

matematiksvårigheter är just svårigheten med att organisera och skriva ner sina uträkningar. Metakognition är centralt vid problemlösning enligt Hagland, Hedrén och Taflin (2005) och Lunde (2011), och tränas vid problemlösning. I studien framkommer det att eleverna inte är vana att få reflektera över sitt eget lärande, och resultatet visar att lärarna inser betydelsen av metakognitionen. Ytterligare svårigheter som nämns vid flertalet tillfällen under mina observationer är läsförståelse och språkets roll vid förståelse av begrepp och problem. Flera forskare visar på detta samband, bland andra Möllehed (2002), Sterner och Lundberg (2002), Højnes (2000) och Ollerton och Watson (2005). Lärarna medvetandegörs om problematiken på olika sätt, som när eleverna inte förstår problemets text, eller som när verklighetens realiteter tar över i problemets sammanhang. Men under modulararbetet blir lärarna allt skickligare i att förutse svårigheter, bedöma och välja ut problem, som kommer att fungera till alla deras elever, just detta lyfter forskning som oerhört betydelsefullt (Hagland, Hedrén & Taflin, 2005, Jaworski, 1996).

## De sociomatematiska normerna

Många olika forskare lyfter förtjänster med problemlösning, såsom Lampert (1990), Schroeder och Lester (1989) och Hiebert och Grouws (2007). Framförallt är det en utvecklad förståelse för matematiska begrepp och metoder som är syftet med problemlösning. Om läraren anser att detta är ett bra sätt för eleverna att lära sig matematik, undervisar läraren genom problemlösning i sitt klassrum. Såsom Lester (19983) och Wyndham, Riesbeck och Schoultz m.fl. (2000) skriver att om läraren anser att elever lär sig matematik bäst genom att läraren förmedlar kunskap om metoder och begrepp samt att eleverna får träna med enskilt i läroboken, för att eleverna sedan skall kunna använda dessa kunskaper för att lösa problem, då undervisar läraren för problemlösning. Som jag tolkar det är det denna form av undervisning som Regeringen (2012) lyfter fram som den viktigaste orsaken till de försämrade matematikresultaten bland svenska elever, och som även är bakgrunden för beslutet om Matematiklyftet. Lärarens uppfattningar, *beliefs*, om undervisning kan då till exempel ta sig uttrycket att problemlösning består av så kallade kluringar, och skall helst lösas på 10 minuter. Det är så jag tolkar lärarnas inställning inledningsvis, som till viss del ändras under fortbildningen. Man kan även göra tolkningen att lärarna undervisar för problemlösning för att utveckla de kompetenser som Schoenfeldt (1983) menar att eleven behöver ha för att kunna lösa problem. Det starka sambandet mellan *beliefs systems* och lärares undervisning har påvisats av forskare såsom Bentley och Bentley (2011), Schoenfeld (1989) och Taflin (2007). Denna beskrivning av undervisning kännetecknas alltså av det didaktiska kontrakt som både Skolinspektionens granskningar (2009, 2010) och tidigare Skolverkets rapport (2003) visar vara den vanligast förekommande i Sverige och som är mycket svårt att förändra. Samtidigt kritiserar nu denna undervisning där läraren inte leder undervisningen i tillräcklig grad, utan eleverna arbetar mycket enskilt, och lyfts fram av Regeringen (2012) som nödvändig att förändra och utveckla. I bakgrunden beskrevs att problematiken lyfts kontinuerligt sedan mer än trettio år tillbaka, vilket ger bilden av ett så starkt didaktiskt kontrakt, att det är nästintill omöjligt att förändra – i vilket fall så länge lärarna själva dels inte vill, och dels inte får förutsättningar att bryta kontraktet (Emanuelsson, 2001; SOU 2004:97). Om de inte fullt ut förstår Skolverkets intention med Matematiklyftet, blir det mycket svårt att övertyga dem om att förändra något så starkt som det didaktiska kontraktet. Ytterligare en aspekt i denna reflektion är tiden, Eva Taflin beskriver i modulen att det tar minst 1,5 år att genomföra en förändring (om man arbetar aktivt för förändring), och trots denna kunskap planerar Skolverket för ett Matematiklyft för två terminer, och lämnar därigenom arbetslagen mitt i en pågående process. Timperley, Wilson, Barrar och Fung (2007) visar på flera av dessa samband i sin forskning, och effektiv blir en fortbildning först om den har en blandning av expertstöd, samverkan mellan lärare, betoning på ämnesinnehåll, blandning av teori och

praktik i flera år och rektors stöd. Dessutom måste lärarna själva tro på fortbildningens intention. Även Happstadius (2011), Holden (2006) och Regeringen (2012) lyfter vikten av skolledningens aktiva stöd för att nå framgång i fortbildningen. Resultatet tyder på att arbetslaget genomfört fortbildningen utan adekvat stöd från skolledningen och med för lite stöd från handledaren. Det kollegiala lärandet har bidragit till den kompetensutveckling som skett. Samarbete i arbetslag är en viktig del för att lärarna skall kunna utvecklas, men det är inte tillräcklig garanti för att de blir öppna för förändringar, utan de får bekräftelse i att de redan har en effektiv undervisning, vilket även Timperley m.fl. (2007) beskrivit. Bland lärarna i arbetslaget finns dock en självinsikt och önskan att bli bättre mattelärare, och det är en god grund, men troligen behöver de fortsatt stöttning att utvecklas.

## **Påverkansfaktorer under fortbildningen**

Resultatet visar på flera framgångsrika beståndsdelar i Matematiklyftets organisation och struktur som gynnar lärarnas kompetensutveckling, såsom det kollegiala lärandet och Lärportalens material, men resultatet visar även på faktorer som missgynnat dem i fortbildningen. Bristen på en stödjande skolledning har tidigare lyfts liksom den ständiga stress och tidsbrist lärarna känner, delvis på grund av det didaktiska kontraktet, men även orsakad av andra faktorer i deras vardag. De har ett pressat tidschema som påverkar dem mentalt vid mötena. Men det är även händelser kring elever som gör dem mentalt utmattade, hur motiverad är man för att lära sig nytt när man har haft en ”helvetesdag”? Uppgifterna som skall göras i klasserna kan inte alltid genomföras som det är tänkt, då elever strular eller inte orkar. Schemapositioner alltid sist på dagen, hur mottagliga är eleverna då? Det finns stora utmaningar i några av klasserna när det gäller elever i behov av särskilt stöd, vilket tar mycket energi från de lärarna. Blomhøj (1994) menar att det är en svår uppgift att förhålla sig till stora skillnader i behov hos eleverna i en klass och kan förklara att genomgångar följt av räknande i boken ses som den enda möjliga undervisningsformen, det blir en sorts individanpassning. Inkluderingen kan således ses som en aspekt till varför det är så svårt att förändra de sociomatematiska normerna.

## **Specialpedagogiska implikationer**

Matematiklärande som bygger på förståelse är motiverande i sig, stödjer minnet, ger självtillit, förbättrad transfer, positiv inställning och gör matematiken meningsfull (Lester och Lambdin, 2006). Vi kan se hur forskning visar på trenden att eleverna tappar intresset för matematik någonstans på mellanstadiet, då är inte matematiken längre meningsfull (Blomquist, A., Elamari, U., & Supter, L. 2012; Dahlgren Johansson, A & Sumpter, L. 2010). Är det för att förståelsen brister och den ensidiga färdighetsträningen dominerar? Samma forskare lyfter att undervisningen behöver förändras, vilket också Regeringen (2012) slår fast när de beslutar om att satsa på Matematiklyftet. Eleverna behöver få arbeta med problemlösning, genom att resonera om olika begrepp och jämföra olika lösningsstrategier när eleverna en utvecklad förståelse. Eleverna behöver få lösa många problem och bli trygga i denna lärsituation, vilket kräver lärare som dels är trygga i att arbeta med problemlösning, och dels själva visar eleverna en positiv attityd till problemlösning, vilket gör att eleverna lär sig mer, enligt Taflin (2007). Specialläraren har en viktig roll och stor utmaning i att stötta lärarna i arbetet med att utveckla undervisningen, både med handledning och i det dagliga arbetet ute i klasserna. Det förebyggande arbetet mot att svårigheter i matematik uppkommer är centralt, så som jag ser det. Lunde (2011) beskriver vikten av samspel, och därigenom samarbete, mellan specialpedagogiken och matematikdidaktiken. Specialläraren kan vara ett stöd i diskussioner kring de anpassningar som behöver göras i ett inkluderande arbetssätt. Specialläraren kan vara den extra trygghet som behövs i klassrummet för att läraren skall våga sig på mer

problemlösning. Specialläraren har även en betydelsefull uppgift att synliggöra problematiken kring att utveckla undervisningen för skolledningen. Lärarna behöver få rätt förutsättningar för att kunna, vilja och orka förändra sin undervisning så att *alla* elever lyckas och når målen.

## **Framtida forskningsfrågor**

På lokal nivå skulle det vara mycket intressant att följa upp vilket avtryck arbetslagets fortbildning har fått på deras undervisning, speciellt när det gäller deras arbete med problemlösning. Har lärarna återgått till att eleverna löser problem enskilt när de kommer till en sådan uppgift i boken, eller arbetar de med problem där eleverna får gå igenom alla faserna? Tidigare forskning har visat på att det är svårt att utmana och förändra lärares attityder som krävs för förändrad undervisning, och att nyvunna kunskaper och insikter under fortbildningen inte befästs därför att förändring tar tid (Timperley, Wilson, Barrar och Fung, 2007).

Vikten av att arbeta med problemlösning för att utveckla undervisningen har lyfts under längre tid i forskning och har även fått en allt mer central roll i styrdokumentet (Emanuelsson, Johansson & Ryding, 1991). Det är endast problemlösning som både lyfts som en förmåga och som ett centralt innehåll i kursplanen i matematik, Lgr 11 (Skolverket, 2011c). Ändå ser undervisningen olika ut i olika klassrum, och undervisningen är det som har allra störst betydelse för elevers resultat i matematik, enligt Åman (2011). Som jag ser det borde problemlösningens modul varit obligatorisk för *alla* lärare! Lgr 11, del 1, Skolans värdegrund och uppdrag (Skolverket 2011c) skriver att Skollagen föreskriver att utbildningen skall vara likvärdig, och sedan följer en förklaring om att det inte innebär att undervisningen ska utformas likadant överallt. Min erfarenhet och reflektion är att matematikundervisning är allt annat än likvärdig, att den utformas mycket olika i olika klassrum och detta är problematiskt. Varför har inte problemlösning den viktiga roll det borde ha? De bakomliggande orsakerna till denna problematik är viktigt att forska vidare kring.

## **Avslutande reflektioner**

Genom arbetet med studien har jag fått en allt djupare insikt om vikten av problemlösning som ett medel för att vända den negativa trenden inom svenska skolelevers matematikresultat. Men jag har även fått insikten att det inte är lätt att arbeta med problemlösning, det ställer stora krav på läraren dels ämnesdidaktiskt och dels för att kunna möta alla elevers olika behov och förmågor. Jag har även fått en djupare förståelse för de sociomatematiska normernas betydelse och svårigheterna att förändra dem. Det är en stor utmaning för en lärare att bryta det didaktiska kontraktet och föra in problemlösning som en del i undervisningen, att våga släppa läroboken och utmana både sig själv och sina elever, och för detta behövs stöd från skolledningen, speciallärare och kollegor.

## Referenslista

- Ahlberg, A. (2013). *Specialpedagogik i ideologi, teori och praktik: Att bygga broar*. Stockholm: Liber.
- Bentley, C. & Bentley, P.O. (2011). *Det beror på hur man räknar. Matematikdidaktik för grundlärare*. Stockholm: Liber.
- Bergqvist, E. & Bergqvist, T. (2012). *Intentions with and Interpretations of the Concept of Problem*. Umeå Mathematics Education Research Centre, Umeå University.
- Blomhøj, M. (1994). *Ett osynligt kontrakt mellan elever och lärare. Nämnaren 1994:4*. Göteborg: Göteborgs universitet, Nationellt centrum för matematik.
- Blomqvist, A., Elamari, U., & Sumpter, L. (2012). Grade 2 and Grade 5 students' conceptions about mathematics and mathematics education. I Proceedings of NORMA 11: *The sixth Nordic conference on mathematics education* (s.187-196). Reykjavik.
- Boaler, J. (2010). *The Elephant in the Classroom. Helping Children Learn and Love Maths*. London: Souvenir Press Ltd.
- Brousseau, G. (1984) The crucial role of the didactical contract in analysis and construction of situations in teaching and learning mathematics. In H.-G. Steiner et al (Ed): *Theory of Mathematics education* (TME), ICME 5, Topic area and miniconference. Occasional paper No. 54, Bielefeld: IDM.
- CODEX. (2014). *Regler och riktlinjer för forskning. Personuppgifter*. Hämtad 2014-10-24 från <http://www.codex.vr.se/manniska3.shtml>
- Dahlgren Johansson, A., & Sumpter, L. (2010). Children's conceptions about mathematics and mathematics education. I K. Kislenko (red.) *Current State of Research on Mathematical Beliefs XVI* (s. 77-88). Tallinn: OÜ Vali Press.
- Engström, A. (2003). *Specialpedagogiska frågeställningar i matematik*. Rapporter från pedagogiska institutionen, 8. Örebro universitet.
- Emanuelsson, G. (2001a). *NCM rapport 2001:3. Svårt att lära – lätt att undervisa?* Göteborg: Göteborgs universitet, Nationellt centrum för matematik.
- Emanuelsson, J. (2001b). *En fråga om frågor – Hur lärares frågor i klassrummet gör det möjligt att få reda på elevernas sätt att förstå det som undervisningen behandlar i matematik och naturvetenskap*. (Doctoral thesis, Gothenburg Studies in Educational Sciences, 168). Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis. Hämtad 2014-10-31 från [https://gupea.ub.gu.se/bitstream/2077/8448/1/gupea\\_2077\\_8448\\_1.pdf](https://gupea.ub.gu.se/bitstream/2077/8448/1/gupea_2077_8448_1.pdf)
- Fangen, K. (2005). *Deltagande observation*. Stockholm: Liber.

- Hansson, Å. (2011). *Ansvar för matematiklärandet. Effekter av undervisningsansvar i det flerspråkiga klassrummet*. (Doctoral thesis, Gothenburg Studies in Educational Sciences, 313). Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis. Hämtad 2014-11-01 från <https://gupea.ub.gu.se/handle/2077/26669>
- Hagland, K., Hedrén, R., & Taflin, E. (2005). *Rika matematiska problem: Inspiration till variation*. Stockholm: Liber AB.
- Happstadius, E.-L. (2011). *Skolutvecklingsuppdrag i matematik – En studie om tre skolors matematiksatsning 2010*. (Magisteruppstas). Borås: Högskolan i Borås, Institutionen för pedagogik. Hämtad 2014-11-01 från <http://www.uppsatser.se/upsats/ceb51ce8cd/>
- Hattie, J.A.C. (2009). *Visible Learning: a synthesis of over 800 meta-analyses relating to achievement*. London: Routledge.
- Hiebert, J., & Grouws, D.A. (2007). The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*. Charlotte, NC: Information Age Publishers.
- Holden, I., M. (2006). Hur blir man en bra matematiklärare? I J.Boesen, G. Emanuelsson, A. Wallby & K. Wallby. (Red.), *Lära och undervisa matematik – internationella perspektiv*. (s.241-257). Göteborgs universitet: NCM.
- Hårrskog, A. & Taflin E. (2013). *Lektionens faser. Lärportalen i matematik*. Hämtad 2014-10-30 från <https://matematiklyftet.skolverket.se/matematik/content/conn/ContentServer/uuid/dDocName:Page1496?rendition=web>
- Højnes, M. (2000). *Matematik som språk: verksamhetsteoretiska perspektiv*. Malmö: Liber.
- IEA. (2014). *International Association for the Evaluation of Educational Achievement*. Hämtad 2014-12-02 från <http://www.iea.nl/>
- IFAU. (2010). *Den svenska utbildningspolitikens arbetsmarknadseffekter: vad säger forskningen? Rapport 2010:13*. Uppsala: IFAU.
- Jaworski, B. (1996). Kan alla elever vara matematiker? I G. Emanuelsson, K. Wallby, B. Johansson & R. Ryding (Red.), *Matematik – ett kommunikationsämne*. (s. 92- 100). Göteborg: Göteborgs universitet. Nämnaren TEMA.
- Lampert, M. (1990). When the problem is not the question and the solution is not the answer: Mathematical knowing and teaching. *American Educational Research Journal*, 27 (1), 29 – 64.
- Lander, R. (2006). *Programteori och studentinflytande i en universitetskurs. Interna rapporter 2006:13*. Göteborg: Göteborgs universitet, Institutionen för pedagogik och didaktik.

- Lester, F. K. (1985). Methodological Considerations In Research on Mathematical Problem-Solving Instruction. In E. A. Silver (Ed), *Teaching and Learning Mathematical Problem Solving: multiple Research Perspectives*. (pp.41-69). Hillsdale, NJ: LEA.
- Lester, F. K. (1996). Problemlösningens natur. I G. Emanuelsson, K. Wallby, B. Johansson & R. Ryding (Red.), *Matematik- ett kommunikationsämne*. (s.85-91). Göteborg: Göteborgs universitet, Nämnaren TEMA.
- Lester, F., K. & Lambdin, D., V. (2006). Undervisa genom problemlösning. I J. Boesen, G. Emanuelsson, A. Wallby & K. Wallby (Red.), *Lära och undervisa matematik – internationella perspektiv* (s.95-108). Göteborgs universitet: NCM.
- Lunde, O. (2011). *När siffrorna skapar kaos – matematiksvårigheter ur ett specialpedagogiskt perspektiv*. Stockholm: Liber.
- Löwing, M. (2006). *Matematikundervisningens dilemma – hur lärare kan hantera lärandets komplexitet*. Lund: Studentlitteratur.
- Mamona -Downs, J. & Downs, M. (2005). The identity of problem solving. *Journal of Mathematical Behavior*, 24, 385-401.
- Melin-Olsen, S. (1991). *Hvordan tenker laerere om matematikkundervisning?* Landås: Bergen laererhøgskole.
- Merriam, S. (1994) *Fallstudien som forskningsmetod*. ( B. Nilsson, övers.). Lund: Studentlitteratur.
- Möllehed, E. (2001). *Problemlösning i matematik: en studie av påverkansfaktorer i årskurserna 4-9*. (Doctoral Thesis, Studia psychologica et paedagogica. Series altera, 0346-5926 ; 157). Malmö: Institutionen för pedagogik, Lärarhögskolan Malmö.
- National Center for Education Statistics (2003). *Third International Mathematics and Science Study 1999, Video Study Technical Report, Volume 1: Mathematics*. U.S. Department of Education, Institute of Education Sciences.
- OECD (2014). *Programme for International Student Assessment*. Hämtad 2014-12-02 från <http://www.oecd.org/pisa>
- Ollerton, M. & Watson, A. (2005). *Inclusive mathematics 11-18*. London: Continuum.
- Pawson, R. & Tilley, N. (1997). *Realistic evaluation*. London: SAGE.
- Pawson, R. & Tilley, N. (2003). Go Forth and Experiment. In C. Seale (Ed.) *Social Research Methods: A Reader*. (s.54-58). London: Routledge
- Pehkonen, E. (2001). Lärares och elevers uppfattningar som en dold faktor i matematikundervisningen. I Grevholm, B. (red.), *Matematikdidaktik – Ett nordiskt perspektiv*.(s. 230-256). Lund: Studentlitteratur.

- Regeringen. (2012). *Regeringsbeslut 1:44, Uppdrag att svara för utbildning*. Hämtad 2014-10-09 från [http://www.skolverket.se/polopoly\\_fs/1.172962!/Menu/article/attachment/U2012\\_2103\\_Mattelyftet.pdf](http://www.skolverket.se/polopoly_fs/1.172962!/Menu/article/attachment/U2012_2103_Mattelyftet.pdf)
- Schoenfeld, A.H. (1983). Episodes and Executive Decisions in Mathematical Problem-Solving. In R. Lesh & M. Landau (Ed.), *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes* (s. 345-395). New York: Academic Press, Inc.
- Schoenfeld, A.H. (1985). *Mathematical Problem Solving*. Orlando, FL: Academic Press.
- Schoenfeld, A. (1992). Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition and Sense Making. In D. Grouws (Ed.), *Handbook of Research in Mathematics Teaching and Learning*. (s.334-370). New York: Macmillan Publishing Company.
- Schroeder, T. L., & Lester, F.K. (1989). Developing understanding in mathematics via problem solving. In P. R. Trafton (Ed.), *New directions for Elementary School mathematics, 1989 Yearbook of the NCTM* (s.31-42). Reston, VA: NCTM.
- SFS 2010:800. *Skollag*. Stockholm: Utbildningsdepartementet
- Skolinspektionen. (2009). *Kvalitetsgranskning, Rapport 2009:5 Undervisningen i matematik utbildningens innehåll och ändamålsenlighet*. Hämtad 2014-10-28 från <http://www.skolinspektionen.se/documents/kvalitetsgranskning/matte/granskningsrapport-matematik.pdf>
- Skolinspektionen. (2010). *Kvalitetsgranskning, Rapport 2010:13. Undervisningen i matematik i gymnasieskolan*. Hämtad 2014-10-28 från <http://www.skolinspektionen.se/Documents/Kvalitetsgranskning/matte-gymnasie/kvalgr-magy2-slutrapport.pdf>
- Skolinspektionen (2012). *Kvalitetsgranskning, Rapport 2012:1, Rektors ledarskap med ansvar för den pedagogiska verksamheten*. Hämtad 2014-12-02 från <http://www.skolinspektionen.se/documents/kvalitetsgranskning/rector2/slutrapport-rektors-ledarskap-2012.pdf>
- Skolverket. (2003). *Lusten att lära – med fokus på matematik. Nationella kvalitetsgranskningar 2001-2002*. Stockholm: Skolverket
- Skolverket. (2008). *TIMSS 2007. Svenska grundskoleelevers kunskaper i matematik och naturvetenskap i ett internationellt perspektiv*. Stockholm: Skolverket.
- Skolverket. (2011a). *Resultat från ämnesproven i årskurs 9 vårterminen 2011*. Hämtad 2014-12-04 från [http://www.skolverket.se/polopoly\\_fs/1.162136!/Menu/article/attachment/PM%20Grundskolan%20C3%A4p9%20111129.pdf](http://www.skolverket.se/polopoly_fs/1.162136!/Menu/article/attachment/PM%20Grundskolan%20C3%A4p9%20111129.pdf)
- Skolverket. (2011b). *Kommentarmaterial till kursplanen i matematik*. Stockholm: Utbildningsdepartementet.



- Skolverket. (2011c). *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011*. Stockholm: Skolverket.
- Skolverket. (2014a). *SIRIS. Kvalitet och resultat i skolan*. Hämtad 2014-10-09 från [http://sir.is.skolverket.se/reports/rwservlet?cmdkey=common&notgeo=&p\\_hm\\_kod=&report=gr9\\_jmftid&p\\_skol\\_kod=&p\\_verksamhetsar=2004&p\\_lan\\_kod=&p\\_kommun\\_kod=&p\\_kgrupp\\_kod=&p\\_komminv\\_kod=&p\\_rapport=gr9\\_jmftid&p\\_verksform\\_kod=11&p\\_info\\_omrade=betyg](http://sir.is.skolverket.se/reports/rwservlet?cmdkey=common&notgeo=&p_hm_kod=&report=gr9_jmftid&p_skol_kod=&p_verksamhetsar=2004&p_lan_kod=&p_kommun_kod=&p_kgrupp_kod=&p_komminv_kod=&p_rapport=gr9_jmftid&p_verksform_kod=11&p_info_omrade=betyg) samt [http://sir.is.skolverket.se/reports/rwservlet?cmdkey=common&notgeo=&p\\_hm\\_kod=&report=gr9\\_jmftid&p\\_skol\\_kod=&p\\_verksamhetsar=2014&p\\_lan\\_kod=&p\\_kommun\\_kod=&p\\_kgrupp\\_kod=&p\\_komminv\\_kod=&p\\_rapport=gr9\\_jmftid&p\\_verksform\\_kod=11&p\\_info\\_omrade=betyg](http://sir.is.skolverket.se/reports/rwservlet?cmdkey=common&notgeo=&p_hm_kod=&report=gr9_jmftid&p_skol_kod=&p_verksamhetsar=2014&p_lan_kod=&p_kommun_kod=&p_kgrupp_kod=&p_komminv_kod=&p_rapport=gr9_jmftid&p_verksform_kod=11&p_info_omrade=betyg)
- Skolverket. (2014b). *Lärportalen för matematik. Modul 4-6. Problemlösning*. Hämtad 2014-10-17 från [https://matematiklyftet.skolverket.se/matematik/faces/training/ak4-6/newlink49914/newlink1861?\\_adf.ctrl-state=kyj5ntx3b\\_85&\\_afLoop=952571574866311](https://matematiklyftet.skolverket.se/matematik/faces/training/ak4-6/newlink49914/newlink1861?_adf.ctrl-state=kyj5ntx3b_85&_afLoop=952571574866311)
- Skolverket.(2014c). *Lärportalen för matematik*. Hämtad 2014-10-17 [https://matematiklyftet.skolverket.se/matematik/faces/training/newlink8190/newlink920?\\_afLoop=953345323819416&\\_afWindowMode=0&\\_adf.ctrl-state=kyj5ntx3b\\_489](https://matematiklyftet.skolverket.se/matematik/faces/training/newlink8190/newlink920?_afLoop=953345323819416&_afWindowMode=0&_adf.ctrl-state=kyj5ntx3b_489)
- Skolverket (2014d). *Lärportalen för matematik. Modul 7-9. Problemlösning*. Hämtad 2014-10-17 från [https://matematiklyftet.skolverket.se/matematik/faces/training/ak7-9/newlink843?\\_adf.ctrl-state=11tvd23d7b\\_886&\\_afLoop=410299414099177](https://matematiklyftet.skolverket.se/matematik/faces/training/ak7-9/newlink843?_adf.ctrl-state=11tvd23d7b_886&_afLoop=410299414099177).
- SOU 2004:97. *Att lyfta matematiken - intresse, lärande, kompetens*. Stockholm: Fritzes Offentliga Publikationer.
- Sterner, G. & Lundberg, I. (2002) *Läs – och skrivsvårigheter och lärande i matematik*. Göteborgs universitet: NCM.
- Säljö, R. (2000). *Lärande i praktiken – ett sociokulturellt perspektiv*. Stockholm, Nordstedts Akademiska förlag.
- Taflin, E. (2007). *Matematikproblem i skolan – för att skapa tillfällen till lärande*. (Doctoral Dissertation, Department of Mathematics and Mathematical Statistics). Umeå University. Hämtad 2014-10-28 från <http://umu.divaportal.org/smash/get/diva2:140830/FULLTEXT01.pdf>
- Timperley, H., Wilson, A., Barrar, H. & Fung, I. (2007). *Teacher Professional Learning and Development: Best Evidence Synthesis Iteration*. Wellington: New Zealand Ministry of Education.

- Thompson, A.G. (1989). Learning to teach mathematical problem solving: changes in teachers' conceptions and beliefs. I R.I. Charles & E. A. Silver (red.) *The Teaching and Assessing of Mathematical Problem Solving* (s. 232-243). Reston (Va): Lawrence Erlbaum & NCTM.
- Vetenskapsrådet. (2002). *Forskningsetiska principer inom humanistisk-samhällsvetenskaplig forskning*. Hämtad 2014-10-24 från [http://lincs.gu.se/digitalAssets/1268/1268494\\_forskningsetiska\\_principer\\_2002.pdf](http://lincs.gu.se/digitalAssets/1268/1268494_forskningsetiska_principer_2002.pdf)
- William, D. (2009). *Assessment for learning: why, what and how?* London: Institute of Education: University of London.
- Wyndhamn, J., Riesbeck, E., & Schoultz, J. (2000). *Problemlösning som metafor och praktik*. Institutionen för tillämpad lärarkunskap, Linköpings universitet.
- Åman, J. (2011). *Att lära av de bästa – en ESO-rapport om svensk skola i ett internationellt forskningsperspektiv*. (ESO-rapport 2011:8). Hämtad 2014-10-11 från <http://eso.expertgrupp.se/wp-content/uploads/2011/07/ESO-2011-8-till-webben.pdf>

# Bilaga 1

## Lektionens faser

Andreas Härskog, Eva Taflin m.fl.

Fas	Namn på fasen	Elevens roller	Lärarens roller
1	<b>Återkopplingsfas</b>	Lösa bekanta uppgifter som introduktion till problemet.	Välja en aktivitet som kan stödja och leda in i lektionen
2	<b>Presentationsfas</b>	Lyssna och läsa uppmärksamt för att förstå problemet. Ställa frågor för att förstå problemet. Tolka och avgränsa problemet, inse vilken information som är nödvändig.	Introducera ett lämpligt problem där texten valts och strukturerats på ett matematiskt medvetet sätt. Hjälpa eleverna att förstå problemet. Uppmuntra eleverna att ställa frågor. Vandra runt bland eleverna och besvara deras frågor. Förvissa sig om att eleverna har förstått problemet genom att ställa frågor.
3	<b>Idéfas</b>	Famla, söka och prova strategier. Ställa frågor till läraren och kamraterna. "Tjuvlyssna" på lärarens samtal med andra elever. Lyssna till kamrater.	Stötta eleverna, besvara deras frågor och ge dem frågor eller påståenden som leder dem vidare. Diskutera med enskilda elever och med grupper av elever. Diskutera felaktiga lösningar.
4	<b>Lösningsfas</b>	Jämföra lösningar, finna och diskutera likheter och olikheter. Uttrycka upptäckta matematiska mönster generellt. Formulera ett eget matematiskt liknande problem och lös det. Lös kamraters problem.	Leta efter intressanta lösningar, både korrekta och felaktiga, kategorisera lösningar för att senare följa upp dem i helklass.
5	<b>Redovisningsfas</b>	Förklara lösningar på tavlan. Lyssna till kamraters förklaringar. Lyssna på och delta i den lärarledda diskussionen.	Leda diskussionen i helklass genom att: - utgå från elevlösningar - diskutera lösningar - diskutera felaktigheter - lyfta fram likheter och olikheter - strukturera - generalisera Utvidga och fördjupa matematiska resonemang. Följa upp de problem som eleverna skapat.
6	<b>Reflektionsfas Metakognitiv fas</b>	Svarar på frågorna: Vad lärde du dig? Hur lärde du dig? Vad vill du nu arbeta vidare med?	Ställer frågor av typen: Vad lärde du dig? Hur lärde du dig? Vad vill du nu arbeta vidare med?

## Bilaga 2

Hej!

Som du vet läser jag nu Speciallärarprogrammet på Göteborgs Universitet och har klarat av 2/3 av utbildningen. Det sista året skall vi göra vårt examensarbete, som innebär en forskningsstudie på magisternivå. Kursen "Vetenskapsteori och metod" startade förra veckan med en uppmaning att direkt spåna på vad vi kan vara intresserade av att undersöka - vi skall göra en empirisk studie. De betonade att det är viktigt att man undersöker något som man är intresserad av och som har ett relevant syfte.

Jag har ett tag funderat på en idé och bollade nu den med kursansvarig, som stöttar idén. Egentligen skall vi förbereda oss i vår och göra själva insamlandet av datan i höst, men nu har vi ett unikt tillfälle som just är min idé. Jag har lyft idén med ledningen här, som också stöttar den!

Nu till varför jag skriver detta till dig - idén är att göra en studie inom Matematiklyftet. Jag spånar om att kunna göra en sk. fallstudie, att följa en grupp lärare och deras tankar under fortbildningen i vår och syftet skulle kunna skrivas ungefär "vad händer med lärares lärande under Matematiklyftet". Det är alltså en kvalitativ studie vars syfte inte är att finna något generellt mönster utan mer att beskriva hur det kan se ut.

Jag har lite funderingar om hur den skulle kunna genomföras, men detta måste jag bolla mer med min handledare. Jag skulle kunna t.ex. spela in era diskussioner vid träffarna, observera vid några träffar, göra gruppintervjuer och/eller enskilda intervjuer, observera vid aktivitet i klass, eller lite av varje.

MEN först och främst måste ni ju vilja vara med i studien. Jag mailar alla enskilt, för ni måste få kunna svara enskilt. Det kräver dock att alla vill vara med för att det skall vara genomförbart. Det skulle vara fantastiskt roligt att få följa er under våren!

Forskning på den egna skolan är givetvis utvecklande för skolans verksamhet, och i detta fall är studien intressant även för kommunen, Göteborgs universitet och för Skolverket.

Väntar spánt på svar...

Med vänliga hälsningar  
Birgitta Gånedahl