



GÖTEBORGS UNIVERSITET

Kollegiala samtal utifrån videoinspelade matematiklektioner.

Britt Holmberg

Magisteruppsats i matematikdidaktik (15hp)
Handledare: Cecilia Kilhamn

Examinator: Christian Bennet

Rapportnummer: 2015 – IDPP 2105 MG 02

Innehållsförteckning

1. Sammanfattning	3
2. Bakgrund.....	3
2.1. Syfte och Forskningsfråga.....	6
3. Teoribakgrund	6
3.1 Pedagogical Content Knowledge, PCK.....	8
3.2 Mathematical knowledge for teaching, MKT	9
4. Metod	14
4.1 Fokusgrupp	15
4.2 Kategoriseringsmetod	17
5. Resultat.....	20
5.1. Reflektioner	28
6. Diskussion.....	31
7. Referenser	34

1. Sammanfattning

Engelsk titel: Teachers' discussions based on videotaped lessons in mathematics

Nyckelord: kollegiala samtal, video, matematiklektioner, fokusgrupp, MKT

Med video som verktyg undersöks i studien vad lärare väljer att utveckla genom att analysera och diskutera sin egen undervisning tillsammans med kollegor. Datamaterialet utgörs av videodokumenterade kollegiala samtal där lärare diskuterar sina egna och varandras videoinspelade lektioner med en forskare som moderator.

Lärarnas videoinspelade diskussioner har analyserats med hjälp av ramverket *Mathematical knowledge for teaching* (MKT) utarbetat vid University of Michigan av Ball, Thames och Phelps (2008).

Analysen visar att när lärarna själva får bestämma innehållet när den egna undervisningen analyseras, väljer de att diskutera den speciella matematik som behövs för att undervisa *Specialized content knowledge* (SCK) och innehållsliga aspekter av undervisningen *Knowledge of content and teaching* (KCT). Däremot är de kategorier i ramverket som betecknas *Common content knowledge* (CCK), *Horizon content knowledge* (HCK), *Knowledge of content and students* (KCS) samt *Knowledge of content and curriculum* (KCC) inte i fokus hos lärarna.

Lärarna reflekterar och ser möjligheter till förbättringar av sin egen undervisning när de analyserar och diskuterar de videoinspelade lektionerna. Ramverket MKT saknar en kategori för reflektion vilket begränsar kategoriseringen av lärarnas samtal. MKT skulle behöva vidareutvecklas med en kategori för reflektion om ramverket ska användas för att analysera lärares samtal i fortbildningssyfte. Studien visar att i samtal med kollegor om den egna undervisningen med video verktyg ges möjligheter till utveckling av lärares kunskaper och skulle kunna vara ett effektivt medel för fortbildning av lärare.

2. Bakgrund

Utgångspunkten i den här studien är lärares behov av fortbildning och utveckling av den egna undervisningen. Samhället förändras och ställer krav på avancerad kunskap och då måste utbildningssystemet erbjuda effektiv fortbildning för lärare enligt Darling-Hammond och Richardson (2009). Fortbildning i matematik av verksamma lärare för att utveckla undervisningen och öka elevernas måluppfyllelse har skett i olika omgångar i Sverige. Några exempel är Skolverkets satsningar Matematiklyftet (Skolverket, 2015) och Läsa/skriva/räkna (Skolverket, 2013) där jag medverkat som handledare. I båda fortbildningssatsningarna diskuterar och reflekterar lärarna med hjälp av en handledare tillsammans i lärarlag kring undervisning. Lärarna uttrycker i de utvärderingar jag gjort, att de genom fortbildningen har förändrat sin undervisning eftersom de har fått möjlighet att diskutera tillsammans med kollegor. Det kollegiala lärandet är något som lärarna framhåller som särskilt betydelsefullt.

Videoinspelade lektioner används ibland som verktyg i lärares fortbildning, exempelvis inom Matematiklyftet (Skolverket 2015) som är en webbaserad fortbildning för alla landets matematiklärare där allt material finns samlat i en "lärportal" på Skolverkets hemsida. I materialet ingår videofilmade lektioner som underlag för diskussioner om undervisning i de

kollegiala samtalen och används även som inspiration till lärarnas egen undervisning. Lärarna som deltar i Matematiklyftet studerar andra lärares undervisning i filmerna. Det ingår inte som en del av Matematiklyftet att spela in och analysera den egna undervisningen även om lärarna uppmanas att göra det. Lärare jag träffar i Matematiklyftet har använt ”lärplattor¹” för att spela in och dokumentera sin egen undervisning och uttryckt att det varit värdefullt eftersom de efteråt kan lyssna på hur eleverna har uppfattat undervisningen.

Dokumentation av lektioner med hjälp av video har förekommit sedan 1960-talet och fortbildning av lärare genom video har undersökts i olika studier (Jaworski, 1990; Eis & Sherin, 2008; Borko et al., 2008; Seidel et al., 2011; Marton & Pang, 2006; Runesson, 2007; Säljö, 2009). Seidel (2011) och hennes kollegor konstaterar utifrån sin studie att lärare som analyserar och diskuterar sin egen videoinspelade undervisning får större möjlighet till utveckling av sin undervisning än de lärare som tittar på andra lärares undervisning (Seidel et al., 2011). Medan Borko et al., (2008) menar att lärare som studerar andra lärares lektioner kan upptäcka nya sätt att undervisa, vilket också utvecklar lärarna.

”I have learned the most about my teaching by *watching* my teaching practice. Even better, though, was watching *others* teach a lesson that I also taught” (Borko et al., 2008 s. 417).

Eis och Sherin (2008) hade som fokus i sin studie att få lärarna att *notera* och då speciellt att ta reda på hur lärare lär sig att titta på klassrumsinteraktioner på ett nytt sätt när de deltar i möten som av forskarna kallas *video club meetings*.

”En *video club* består av en grupp lärare som träffas kontinuerligt för att titta på och diskutera sekvenser av videofilmer som visar lärares instruktioner” (van Eis & Sherin, 2008 s. 245 egen översättning).

De två studierna (Borko et al., 2008; van Eis & Sherin 2008) hade liknade upplägg genom att lärarna träffades kontinuerligt under ett till två år och fick möjlighet att lära känna varandra och att lita på varandra i gruppen. Borko et al., (2008) menar att om lärare ska våga låta sig filmas och sedan dela filmklipp med sina kollegor måste lärarna känna sig trygga med att de blir bemötta på en stöttande och professionellt sätt och förvissade om att de själva kommer att utvecklas (Borko et al., 2008).

Forskningen i de båda studierna av (Borko et al., 2008; van Eis & Sherin, 2008) är exempel på studier där det är forskarlagen som styr vilka videosekvenser som ska diskuteras och vilka frågor som ställs vid diskussionerna med lärarna. Forskarna i de båda studierna spelade in och valde ut sekvenserna som skulle diskuteras när lärarna träffades. Det var även forskarna som formulerade och ställde frågorna när sekvenserna diskuterades. Lärarna var enbart involverade i diskussionerna som forskarna ledde men styrde inte innehållet. Resultatet av en av studierna (van Eis & Sherin, 2008) visar att lärarna hade svårt att fokusera på och diskutera det som forskaren föreslog att de skulle diskutera eftersom lärarna kommenterade

¹ Några av lärarna i Matematiklyftet använder ordet ”lärplatta” för att understryka att surfplattan används i undervisningen.

andra delar av innehållet i videoklippen. Genom att delta i en video club fick lärarna kunskaper om undervisning även om forskarna styrde innehållet. Lärarna beskrev bland annat att de genom att studera videosekvenserna hade lärt sig att det är viktigt att försöka förstå hur eleverna tänker (van Eis & Sherin, 2008).

”The video club taught me to really look at, not so much what the teacher was doing , [but] what are the children actually doing at their seats while the teacher is teaching, and see if they are understanding and participating” (Eis & Sherin, 2008 s. 266).

Learning Study (Marton & Pang 2006) är exempel på användning av videoinspelade lektioner där lärarna själva fokuserar på ett specifikt innehåll för att utveckla undervisningen. Learning Study har fått stor spridning världen över på senare år och används på många skolor för att förbättra undervisning och elevernas lärande. Learning Study har sitt ursprung i den japanska modellen Lesson Study men skiljer sig genom att en Learning Study är inriktad på elevernas lärare medan Lesson Study handlar om själva undervisningen. En annan viktig skillnad är att en teori om lärande används medvetet i planeringen av lektionerna i en Learning Study (Runesson, 2007; Holmqvist, Gustavsson & Wernberg, 2008). I en Learning Study planerar lärarna en lektion utifrån ett innehåll som eleverna ska lära sig och som lärarna har sett kan vara problematiskt för eleverna. Lektionen filmas, analyseras och revideras för att genomföras i en ny klass i en cykel på tre lektioner. Lärarna får möjlighet att, tillsammans med kollegor och i en del fall även forskare, reflektera, analysera elevresultat och förbättra undervisningen utifrån de filmade lektionerna. Att lärare kan förbättra sin expertis genom undersökning och reflektion av den egna praktiken benämns ”reflective turn” (Runesson, 2007).

Tidigare forskning (Säljö, 2009) där lärarstudenter har analyserat videoinspelade lektioner har visat att det varit svårt för studenterna att strukturera sina observationer och se vad de ska fokusera på i klippen. Filmerna talar inte för sig själva. När studenterna blev delaktiga i hela arbetet med att välja ut vad som ska spelas in och även varit med och producerat filmen tydliggjordes innehållet i videoklippen (Säljö, 2009). Jaworski (1990) menar att lärare som studerar filmade sekvenser av lektioner där de själva inte deltagit kan uppleva filmerna som tråkiga. Diskussioner blir produktiva om den filmade läraren kan vara med i diskussionerna (Jaworski, 1990).

Videoinspelade lektioner kan bli effektiva i lärares professionella utveckling om innehållet i de filmade episoderna väljs ut med stor omsorg så att det stödjer lärarna i sitt arbete att utveckla undervisningen enligt Yung (2010). Filminnehållet kan ge möjligheter för kritiska reflektioner, meningsfulla jämförelser och produktiva diskussioner. För att diskussionerna ska fokusera på intressant matematiskt innehåll i videosekvenserna menar van Eis (2012) att en moderator/forskare behövs för att leda och stötta lärarnas samtal.

I forskningssyfte har videoinspelade matematiklektioner även använts för att jämföra matematikundervisning i olika länder, exempelvis i TIMMS (Hiebert et al., 2003) och Learning Perspective Studies (Clarke et al., 2006). I likhet med dessa studier är VIDEOMAT² ett internationellt komparativt videoprojekt på Göteborgs universitet med forskarteam från

² Projektet är finansierat av Nordcorp med professor Roger Säljö som huvudansvarig.

flera länder. Utöver Sverige ingår Finland, Norge och USA (Kalifornien). Projektet har pågått under tre år från 2011 och avslutas under 2014-2015. Forskateamet har videofilmade lektioner från de fyra ingående länderna i årskurs 6 och 7, men även låtit lärarna i studien delta i fokusgruppsdiskussioner där de diskuterat sin egen och andras videoinspelade undervisning. Dessa fokusgruppsdiskussioner utgör datamaterial för den här studien.

Utifrån den beskrivna bakgrunden finns det fortfarande ett behov av att undersöka vad lärare väljer att diskutera när de analyserar videoinspelad undervisning, i synnerhet när de själva får styra de frågor som diskuteras, och i vilken mån videostimulerade diskussioner kan vara ett effektivt verktyg för kompetensutveckling av lärare. Detta har utgjort grunden för den studie som rapporteras här.

2.1. Syfte och Forskningsfråga

Syftet med den här studien är att ta reda på vad verksamma lärare väljer att ställa frågor om och diskutera när de får möjlighet att själva bestämma innehållet i ett samtal där den egna videoinspelade undervisningen ska analyseras och diskuteras tillsammans med kollegor. För att analysera vad lärare samtalar om används ett analytiskt ramverk, MKT (Ball et al., 2008), som är framtaget för att beskriva och mäta lärares ämnesrelaterade kunskap. Ramverket är empiriskt grundat och beskriver vilken kunskap lärare behöver för att undervisa i matematik. Den här studien bygger på antagandet att endast kunskap som kommer till uttryck utvecklas under samtalet. Delar av lärares kunskap som inte berörs i ett samtal har inga förutsättningar att utvecklas genom samtalet. Det är därför motiverat att analysera samtalet med utgångspunkt i om den kunskap lärare behöver för att undervisa i matematik kommer till uttryck och problematiseras i samtalet när lärare själva bestämmer innehållet i diskussionen. Hur användbart det befintliga ramverket är för detta ändamål är en empirisk fråga som också undersöks och diskuteras här.

Frågor som ställs i studien är:

- Vad väljer lärare att fokusera på och ställa frågor om när de analyserar och diskuterar sin egen videoinspelade undervisning i matematik tillsammans med kollegor?
- I vilken utsträckning är ramverket MKT användbart för att beskriva det innehåll lärare fokuserar på när de analyserar och diskuterar sin egen videoinspelade undervisning i matematik tillsammans med kollegor?

3. Teoribakgrund

För att kunna studera innehållet i lärarnas samtal om den egna videoinspelade undervisningen behövs ett ramverk. Till skillnad från *Grounded theory*, utarbetad av Glaser och Strauss (1967) där kategoriseringen utgår från kategorier som genererats ur i datamaterialet har jag i den här studien valt att använda kategorier framtagna för att beskriva och mäta lärares kunskap. Kategorierna prövas för att se om de är användbara för att beskriva vilken kunskap lärarna väljer att lyfta fram i sina samtal kring sin videoinspelade undervisning. De kunskaper

som lyfts och används problematiseras av lärarna och görs därmed möjliga att utveckla genom samtalen.

I kapitlet identifieras följande:

- *insiders – outsiders* (Jaworski, 2004) som är ett exempel på hur lärare och forskare kan samarbeta i forskningsprojekt
- teorier om vilken kunskap lärare behöver för att undervisa i matematik: PCK (Shulman, 1986) och MKT (Ball et al., 2008)
- en beskrivning av de kategorier som ingår i ramverket MKT (Ball et al., 2008).

Presentationen av ramverkets kategorier utgör grunden för kategoriseringen av de videospelade samtalen med lärarna i studien och det som sägs i samtalen har placerats under de olika kategorierna i MKT (Ball et al., 2008).

Insiders och outsiders

Lärares diskussioner om den egna undervisningen undersöks i den här studien. Det finns möjligheter till kollegialt lärande genom att lärarna tillsammans diskuterar sin egen och varandras undervisning. Lave och Wenger (1991) beskriver kollegialt lärande som *situerat lärande* där lärande sker genom deltagande i social praxis. Lärares kunskaper kan utvecklas när lärare reflekterar över sin undervisning och ställer frågor relaterade den egna undervisningen (Jaworski, 1998; Jaworski, 2004). Forskning om undervisning kan bedrivas av *insiders*, det vill säga lärarna, deltagarna i den praktik som studeras eller av *outsiders*, som här utgörs av forskare som kommer utifrån (Jaworski, 2004). Forskningsfrågor som lärare, *insiders*, ställer om den egna undervisningen har som avsikt att utveckla den egna praktiken medan forskning av forskare utifrån, *outsiders*, använder forskningens resultat till publicering för andra forskare (Jaworski, 2004). I den här studien är det lärarna som ställer frågor utifrån de egna videospelade lektionerna och medverkar i studien i samverkan med en forskare genom att forskarna i VIDEOMAT har besökt och filmat autentisk undervisning som lärarna själva har planerat. I fokusgruppsdiskussionerna är det lärarna som valt sekvenser och ställt frågor till den egna undervisningen och blir då *insiders*. En av forskarna i VIDEOMAT deltar som moderator, *outsider* under den filmade fokusgruppsdiskussionen och håller i samtalet utan att styra innehållet. Lärarna och forskaren samverkar i lärarnas önskan om att utveckla den egna undervisningen och samtidigt bidra till forskningen (Jaworski, 2004).

Lärares kunskaper

Lärares kunskaper är en viktig faktor som påverkar elevers möjligheter till lärande enligt en forskningsöversikt gjord av Hattie (2009). Enbart goda kunskaper i ett ämne är dock inte tillräckligt för att undervisa, utan lärare behöver även specifika kunskaper för undervisning relaterat till ämnesinnehållet (Shulman, 1998; Ball et al., 2008). Vygotsky (1995) menar att allt lärande sker genom kommunikation i sociala och kulturella sammanhang. Lärare utvecklar kunskaper om undervisning genom det dagliga samarbetet tillsammans med elever och kollegor i form av *situated learning* beskrivet av Lave och Wenger (1991). För att beskriva den kunskap lärare behöver utveckla myntade Shulman (1986) begreppet *Pedagogical Content Knowledge (PCK)*. Shulman och hans forskarteam studerade hur man kan bedöma lärares kunskaper i USA på 1980-talet. Det forskarna då reagerade på var

diskussionen om att det var viktigare att kunna undervisa och ta hand om eleverna än att ha goda kunskaper i ämnet. Shulman (1986) argumenterade för att lärarna behöver ha goda kunskaper om innehållet *kopplat till* pedagogiska kunskaper om undervisning:

”Mere content knowledge is likely to be as useless pedagogically as content-free skill” (Shulman, 1986 s. 8).

Shulman och hans kollegor kallade avsaknaden av forskning och diskussion angående ämneskunskaper hos lärare för ”det saknade paradigmet” (Shulman, 1986 s 6). Shulmans forskarteam menade att konsekvenserna av att det saknades fokus och forskning om ämneskunskaper för lärare var ett allvarligt problem både politiskt och forskningsmässigt (Shulman, 1986). Shulman är biolog men hans forskning fokuserade inte på ett speciellt ämne eller område inom undervisning utan forskningen inriktades på hur lärares kunskaper utvecklades när de undervisade på motsvarande vårt högstadium i så vitt skilda ämnen som engelska, biologi, matematik och samhällskunskap (Shulman, 1986). Efter att ha studerat lärarstudenters utveckling av undervisning kunde Shulman och hans team definiera flera olika kategorier av kunskaper hos lärarna där tre av dem betonades i relation till ämnesinnehållet:

- *Content knowledge* - ämneskunskaper
- *Curriculum knowledge* - kunskaper om styrdokument, läromedel och annat material som lärare behöver för sin undervisning
- *Pedagogical content knowledge* - de ämneskunskaper och pedagogiska kunskaper som är unika för lärare (Shulman, 1987 s. 8).

3.1 Pedagogical Content Knowledge, PCK

Enligt Shulman (1986) finns det, utöver allmänna ämneskunskaper, även speciella kunskaper inom varje ämnesområde som just lärare behöver för att kunna undervisa i ämnet. Blivande lärare förväntas ha med sig ämneskunskaper som under utbildningen omvandlas till undervisning så att andra kan förstå. Denna omvandling av ämneskunskaperna förutsätter vad han kallar *Pedagogical Content Knowledge (PCK)*. Till exempel behöver lärare kunskaper om varför ett visst innehåll kan vara lätt eller svårt, och vilka förkunskaper och vanliga missuppfattningar elever i olika åldrar kan ha med sig så att undervisningen kan anpassas därefter (Shulman, 1986).

”The teacher need not only understand *that* something is so the teacher must further understand *why* it is so [...]” (Shulman, 1986 s. 9).

Vad som ingår i kategorin PCK är inte specificerat för ett visst ämne eller inom en viss disciplin utan det är begreppet *Pedagogical Content Knowledge (PCK)* som har fått stor betydelse för forskning världen över under nära tre decennier (Ball et al., 2008). I syfte att utveckla och förfina Shulmans begrepp i relation till ämnet matematik har därför Ball och hennes kollegor (2008) utvecklat ett ramverk som de kallar *Mathematical knowledge for teaching (MKT)*.

3.2 Mathematical knowledge for teaching, MKT

I en studie (Ball et al., 2008) undersöktes amerikanska lärares arbete i syfte att kategorisera och mäta vilka kunskaper lärare använder när de undervisar i matematik. Studien resulterade i ett praktikbaserat ramverk *Mathematical knowledge for teaching (MKT)* baserat på Shulmans teorier om *Pedagogical Content Knowledge* Shulman (1986, 1987). *Pedagogical Content Knowledge (PCK)* för matematikundervisning är en specifik form av kunskap som binder ihop kunskaper i matematik med kunskaper om elevers lärande och pedagogik (Ball & Bass, 2009). PCK är den kategorin som skiljer en ämnesexpert från en lärare (Shulman, 1987). Enbart studier i matematik räcker inte för att undervisa i matematik, det behövs kunskaper i hur man kopplar ihop innehåll och undervisning, menar Shulman (1986, 1987). Balls forskarteam hävdade att det saknades definitioner om vad som ingår i kategorin *Pedagogical content knowledge (PCK)* och vad som skiljer PCK från andra former av lärarkunskap oberoende av ämnesinnehåll (Ball et al., 2008). I en studie undersökte Ball et al., (2008) vad som händer på lektionerna och vad undervisning i matematik innebär för lärare i vardagen. De frågade sig vilka kunskaper en lärare behöver för att göra undervisningen i matematik effektiv. Följande frågor ställdes i studien:

- Vilka är de återkommande arbetsuppgifterna och problemen i matematikundervisningen? Vad gör lärare när de undervisar i matematik?
- Vilka kunskaper och färdigheter och vilken lyhördhet behövs för att hantera dessa uppgifter? (Ball et al., 2008 s. 395, egen översättning).

För att svara på frågorna gjordes en empirisk undersökning av hur lärare undervisar i matematik (Ball et al., 2008). Det insamlade materialet bestod av videoinspelade lektioner, intervjuer med lärare, forskarteamets egna undervisningserfarenheter, test och elevarbeten. Fokus i forskningen låg på undervisningen, på vad lärare gör när de undervisar, inte på lärarna själva (Ball et al., 2008). Ball och hennes kollegor menar att det är svårt att dra generella slutsatser av resultatet eftersom antalet klassrum som besöktes var begränsat och alla fanns i USA men de grundlade genom sina studier en verksamhetsbaserad teori om kunskaper i matematik för undervisning. Med undervisning menas här sådant som lärare gör för att underlätta lärande hos eleverna. Ball och hennes kollegor menade att de identifierat att undervisning kräver en speciell form av ämneskunskap som enbart används i matematikundervisning *Mathematical knowledge for teaching, MKT* (Ball et al., 2008).

”By mathematical knowledge for teaching, we mean the mathematical knowledge needed to carry out the work of teaching mathematics“
(Ball et al., 2008 s. 395).

I sin analys av resultaten kunde Ball et al., (2008) identifiera fler aspekter av lärarkunskap än vad Shulman (1986) hade beskrivit inom ramen för *Pedagogical Content Knowledge, (PCK)*.

Två huvudkategorier av kunskaper identifierades:

Subject Matter Knowledge och *Pedagogical Content Knowledge*. Utifrån huvudkategorierna utarbetades underkategorier som framgår av tabell 1 och som beskrivs var för sig mer i detalj eftersom kategorierna används som analysinstrument i föreliggande studie.

Tabell 1: De två huvudkategoriernas uppdelning i underkategorier utarbetade av (Ball et al., 2008) egen översättning.

<i>Subject Matter Knowledge</i> Kunskaper om ämnesinnehåll			<i>Pedagogical Content Knowledge</i> Kunskaper om ämnesinnehåll och undervisning		
CCK Common content knowledge	HCK Horizon content knowledge	SCK Specialized content knowledge	KCT Knowledge of content and teaching	KCS Knowledge of content and students	KCC Knowledge of content and curriculum
Allmänna ämneskunskaper	Kunskaper om framtida ämnesinnehåll	Specifika ämneskunskaper för undervisning	Kunskaper om innehåll och undervisning	Kunskaper om innehåll och elever	Kunskaper om innehåll, läromedel och styrdokument

Subject Matter Knowledge, kunskaper om ämnesinnehåll

De tre underkategorierna *allmänna ämneskunskaper (CCK)*, *kunskaper om framtida ämnesinnehåll (HCK)* och *specifika ämneskunskaper för undervisning (SCK)* som ingår i huvudkategorin *kunskaper om ämnesinnehåll* beskrivs i nedanstående text.

Common content knowledge, allmänna ämneskunskaper, CCK

”We define *common content knowledge* as the mathematical knowledge known in common with others who know and use mathematics” (Ball et al., 2008 s. 403).

Matematik används inom olika områden i samhället. De kunskaper i matematik som även andra yrkeskategorier än lärare använder, kallar Ball (2008) och hennes kollegor för *Common content knowledge, allmänna ämneskunskaper (CCK)*. Lärare som ska undervisa i matematik förväntas ha kunskaper för att kunna lösa matematiska problem på ett korrekt sätt. Dessa kunskaper behöver inte ha med undervisning att göra, men kunskaperna är helt nödvändiga för att kunna undervisa. Med *allmänna ämneskunskaper (CCK)* menas att lärare kan utföra olika procedurer och avgöra om en elevs svar är korrekt (Hill & Ball, 2009). En lärare med enbart *allmänna ämneskunskaper (CCK)* kan se om läromedlen definierar ett visst begrepp på ett felaktigt sätt men har inte den pedagogiska kunskapen att förklara begreppet med olika representationer så att elever förstår. När en elev räknar fel ser läraren det men vet bara *att* det är fel men inte *hur* han ska hjälpa eleven vidare och vilken undervisning som behövs för att eleven ska förstå (Ball et al., 2008).

Horizon content knowledge, kunskaper om framtida ämnesinnehåll, HCK

”*Horizon knowledge* is an awareness of how mathematical topics are related over the span of mathematics included in the curriculum”
(Ball et al., 2008 s. 403).

Kunskaper om framtida ämnesinnehåll, (HCK) är kunskaper som behövs för att förstå hur undervisning i matematik ingår i ett större landskap (Hill & Ball, 2009). Lärare behöver kunskaper om innehåll som ingått i tidigare undervisning och vad som kommer behandlas i senare årskurser för att kunna lägga grunden för kommande undervisning. När läraren har sådana kunskaper kan undervisningen utformas så att inläringen för eleverna underlättas och förhoppningsvis förhindra missuppfattningar hos eleverna i kommande årskurser (Ball et al., 2008). En rubrik som har använts av Hill och Ball (2009) för att beskriva detta kunskapsfält är *Knowledge at the Mathematical Horizon*. Jakobsen et al; (2013) menar att *kunskaper om framtida ämnesinnehåll (HCK)* inte bara handlar om ett mer avancerat innehåll i kommande kurser utan att lärare även behöver kunna göra kopplingar till ämnesinnehåll utanför det aktuella kursinnehållet.

“[...] that HCK is neither common nor specialized and that it is not about a curriculum progression, but more about having a sense of the larger mathematical environment of the discipline being taught”
(Jakobsen et al., 2013 s. 4).

Lärares kunskaper om hur kursplaner ska tolkas och vilka läromedel som ska användas skulle kunna ses som en del av detta kunskapsfält men kategoriseras inom ramverket under rubriken *Knowledge of content and curriculum*, det vill säga *kunskaper om innehåll, läromedel och styrdokument (KCC)*. Skillnaden är att KCC handlar om hur kursplaner och läromedel tolkas medan HCK sätter innehållet i ett större sammanhang, därför anser Jakobsen et al., (2013) att de två kategorierna *kunskaper om framtida ämnesinnehåll (HCK)* och *kunskaper om innehåll, läromedel och styrdokument (KCC)* bör ses som två olika kategorier.

Specialized content knowledge, specifika ämneskunskaper för undervisning, SCK

”[...] *specialized content knowledge (SCK)*, is the mathematical knowledge and skill unique to teaching” (Ball et al., 2008 s. 400).

Kunskaper i matematik är nödvändiga men inte tillräckligt för att kunna undervisa, det behövs ytterligare speciella kunskaper som enbart används vid undervisning menar Ball et al., (2008). Dessa kunskaper benämns som *Specialized content knowledge (SCK)*, i betydelsen *specifika ämneskunskaper för undervisning (SCK)*. Lärare behöver kunskaper utöver det innehåll som presenteras för eleverna. Om elever gör misstag behöver lärare kunna känna igen om det är ett vanligt fel och då ha strategier för vilken undervisning som behövs för att eleven ska förstå. Lärare måste snabbt kunna avgöra om en elevs lösning är matematiskt korrekt eller om det är fel och *på vilket sätt* eleven gör fel och vad det är som en elev inte förstår eller inte har

kunskaper om för att kunna hjälpa eleven vidare. Det räcker inte att veta *att* en elev gör fel, utan läraren måste även förstå *varför* eleven gör fel (Ball et al., 2008).

Nedan följer några exempel på situationer som Ball och hennes kollegor identifierat där läraren har behov av *specifika ämneskunskaper för undervisning (SCK)*. Uppgifterna är sådana som en lärare i matematik behöver kunna göra och gör dagligen. Utvecklat från Ball et al., (2008 s. 400):

- Välja exempel på uppgifter som belyser ett speciellt matematiskt innehåll och relatera det till tidigare innehåll samt anpassa uppgifter till elevers olika kunskapsnivåer.
- Utvärdera elevers kunskaper snabbt när eleverna behöver hjälp under lektionen, kunna svara på elevernas frågor och ställa frågor som leder till lärande
- Välja representationsformer för olika syften och undersöka vad som ingår i en speciell representationsform och koppla dem till andra representationer
- Förklara mål och syften med undervisningen för föräldrar
- Använda ett matematiskt språk
- Bedöma läromedel och anpassa det matematiska innehållet

Ett exempel från Ball et al., (2008) som visar hur lärares specifika kunskaper används för att ta reda på vad eleven kan och vad som behövs för att hjälpa eleven vidare är hur lärare tolkar och agerar när eleven har beräknat subtraktionen $307-168$ på följande sätt:

$$\begin{array}{r} 307 \\ -168 \\ \hline 261 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 307 \\ -168 \\ \hline 169 \end{array}$$

I de två uträkningarna går det att identifiera två vanliga fel som elever gör som bygger på olika missuppfattningar. I det första exemplet använder eleven kommutativa lagen fel och subtraherar $7-8=1$. Det kan vara så att eleven ”övergeneraliserar” eftersom tidigare subtraktioner alltid haft det större talet först. I det andra fallet växlar eleven ett hundratal och hoppar sedan direkt till entalen utan att växla tiotalen. Läraren behöver i detta fall undersöka var elevens kunskapsluckor finns. Det kan vara bristande förståelse av positionssystemet. Ibland händer det att eleverna gör korrekta men annorlunda beräkningar som ändå är generella. En lärare, med djupare kunskaper än att bara räkna ut och få rätt svar, ser detta och kan diskutera lösningarna med eleverna (Ball et al., 2008 s. 397).

Pedagogical Content Knowledge, kunskaper om innehåll och pedagogik

De tre underkategorierna *kunskaper om innehåll och elever (KCS)*, *kunskaper om innehåll och undervisning (KCT)*, *kunskaper om innehåll, läromedel och styrdokument (KCC)* som ingår i huvudkategorin *Pedagogical Content Knowledge* beskrivs i nedanstående text.

Knowledge of content and students, kunskaper om innehåll och elever, KCS

“[...] *knowledge of content and students (KCS)*, is knowledge that combines knowing about students and knowing about mathematics”
(Ball et al., 2008 s. 401).

Lärare behöver kunskaper om hur elever brukar förstå och vilka vanliga missuppfattningar elever kan ha inom ett visst matematiskt område. Att lärare lyssnar och försöker förstå hur eleverna tänker när de löser uppgifter i matematik är viktigt. Lärare som har erfarenhet av hur elever brukar uppfatta innehållet kan ställa frågor så att eleverna kan få hjälp med att utveckla sitt matematiska tänkande (Ball et al., 2008).

Knowledge of content and teaching, kunskaper om innehåll och undervisning, KCT

“[...] *knowledge of content and teaching (KCT)* combines knowing about teaching and knowing about mathematics”
(Ball et al., 2008 s. 401).

Kunskaper om innehåll och undervisning (KCT) innebär att en lärare har kunskaper om undervisning. När ett matematiskt innehåll ska presenteras för eleverna väljer läraren hur detta ska ske utifrån vilka metoder som är mest effektiva för elevernas möjligheter att tillägna sig innehållet. Läraren avgör också hur och i vilken ordning uppgifter ska presenteras, väljer material till undervisningen och avgör på vilket sätt laborativt material kan användas för att underlätta elevernas förståelse (Ball et al., 2008). I KCT ingår även hur läraren använder det matematiska språket, metaforer och olika kontexter för att utveckla elevernas förståelse för ett visst matematiskt innehåll (Ball et al., 2008).

”Each of these tasks requires an interaction between specific mathematical understanding and an understanding of pedagogical issues that affect student learning” (Ball et al., 2008 s. 401).

Knowledge of content and curriculum, kunskaper om innehåll, läromedel och styrdokument, KCC

”The curriculum is represented by the full range of programs designed for the teaching of particular subjects and topics at, a given level [...]”
(Shulman, 1986 s. 10).

Med begreppet curriculum menas här, i linje med Shulman, alla de dokument som är framtagna för att guida läraren i undervisningen, såväl styrdokument i form av läroplaner, kursplaner som läromedel. Lärare behöver kunskaper för att kunna välja och anpassa olika typer av läromedel som verktyg i undervisningen. Läromedel väljs för att passa in i en speciell situation för ett speciellt innehåll för att utveckla elevernas lärande (Shulman, 1986).

Ball och hennes forskarteam är osäkra på om KCC bör vara en egen kategori eller om *kunskaper om innehåll, läromedel och styrdokument (KCC)* ingår i andra kategorier (Ball et

al., 2008). Medan Jakobsen et al; (2013) argumenterar för att *kunskaper om framtida ämnesinnehåll (HCK)*, och *kunskaper om innehåll, läromedel och styrdokument (KCC)*, bör särskiljas eftersom *HCK* handlar mer om avancerad matematik och lärarnas utbildning medan *KCC* innefattar förståelse för matematiken i skolan och hur den organiseras utifrån styrdokument och läromedel (Jakobsen et al; 2013).

4. Metod

Den här studien redovisar fokusgruppsdiskussioner som har analyserats med hjälp av ramverket *Mathematical Knowledge for teaching*, MKT (Ball et al., 2008) utarbetat av Ball, Thames och Phelps, University of Michigan, USA för att kategorisera vad lärarna talar om när de analyserar och diskuterar sin egen videoinspelade undervisning tillsammans med kollegor.

Underlaget till studien består av redan befintligt insamlat datamaterial från forskningsprojektet VIDEOMAT. I projektet ingår studier om hur lärare introducerar algebra med fokus på introduktion av variabler i uttryck. Algebra valdes eftersom det är känt som något som vållar problem för elever i synnerhet när variabler införs och siffror byts ut mot bokstäver. En noggrann analys av de ingående ländernas kursplaner och läromedel gjordes och forskarna i VIDEOMAT beslutade att bjuda in lärare som undervisade i årskurs 6 och/eller årskurs 7. Projektet innefattar fyra olika länder men i denna studie redovisas endast material från Sverige. I Sverige deltog fyra lärare som undervisade fyra olika klasser i årskurs 6 på olika skolor, samt fyra lärare från en skola som tillsammans planerade och undervisade två parallellklasser i årskurs 7. Forskarna bad att få komma vid introduktion av algebra/variabler men styrde inte lärarnas planering av lektionerna eftersom man ville se autentisk undervisning. Alla de filmade lektionerna handlade om algebra och variabler men lektionernas upplägg var olika. En sekvens av fyra lektioner filmades i varje klassrum. Datamaterialet kompletterades därefter med en forskardesignad lektion, som inte ingår i underlaget till den här studien, och följdes upp av fokusgruppsdiskussioner. Materialet samlades in med hänsyn till gällande etiska regler. Forskargruppen i VIDEOMAT har spelat in och samlat videosekvenser i tre faser:

1. Under den första fasen gjordes videoinspelningar av undervisning i alla länderna.
2. I den andra fasen filmades fokusgruppsdiskussioner då lärare analyserar och diskuterar sin egen och varandras undervisning från det egna landet.
3. I den tredje fasen filmades fokusgruppsdiskussioner då lärare analyserar och diskuterar inspelade lektioner från de fyra ingående länderna.

Den här studien handlar om den andra fasen, fokusgruppsdiskussioner då de svenska lärarna analyserar och diskuterar sin egen och varandras videoinspelade undervisning. Fokusgruppsdiskussionerna videofilmades för att göra det möjligt att analysera lärarnas diskussioner utifrån olika forskningsfrågor. För att som forskare få ut det mesta ur fokusgruppsintervjuer bör de filmas/bandas med bra teknik så att allt som sägs går att transkribera (Bryman, 2004). Materialet i den här studien är filmat med god kvalitet och allt som sägs i de filmade fokusgruppsdiskussionerna är transkriberat.

4.1 Fokusgrupp

Den kvalitativa intervjuemetod som används i den här studien är fokusgruppsdiskussion. En fokusgrupp består av en grupp personer inom samma intresseområde som samlas för att diskutera ett gemensamt ämne där alla deltagare kan medverka. Boddy (2005) skiljer på fokusgruppsdiskussion och fokusgruppsintervju. I en fokusgruppsdiskussion deltar alla, även moderatorn gemensamt i diskussionerna och argumenterar för och emot synpunkter från deltagarna. I en fokusgruppsintervju är moderatorn mer styrande i frågeställningarna och riktar frågor till enskilda deltagare i stället för till hela gruppen (Boddy, 2005). I en fokusgrupp är det gruppens diskussion om ett speciellt ämne som är intressant enligt Bryman (2004). Gruppmedlemmarnas uppfattningar/kunskaper kan utmanas och utvecklas av medlemmarna i gruppen. Moderatoren i en fokusgruppsdiskussion har inte samma kontroll över samtalet som vid en intervju med en person. I den här studien används en fokusgruppsdiskussion där lärarna valt innehållet i samtalet. Det som sägs är vad lärarna vill belysa utifrån sina frågor om den egna undervisningen. I en fokusgruppsdiskussion har moderatoren två uppgifter: a) att låta samtalet flyta fritt och b) att ingripa om något intressant dyker upp som deltagarna själva inte uppmärksammat (Bryman, 2004). Moderatoren hjälper också till om samtalet börjar ta vägar som leder bort från det ursprungliga innehållet eller om deltagarna fastnar i någon frågeställning. Moderatoren som leder diskussionerna i den här studien har en stödjande roll och deltar vid några tillfällen i samtalet. I kategoriseringen av samtalet har de flesta av moderatorns inlägg tagits med eftersom frågorna som moderatoren ställer utvecklar lärarnas frågeställningar och moderatoren deltar vid tillfällen i diskussionerna. Vid två tillfällen föll moderatoren ur sin roll och tog över samtalet med inlägg där innehållet inte ledde till någon diskussion bland lärarna utan blev en genomgång. Citat 1 är ett exempel på ett sådant inlägg som inte finns med när samtalet kategoriserades:

R: moderatoren, C: en lärare och S: en lärare

Citat 1

R: och det är det som blir, så fort du blandar in en, ett, har en likhet, så att det blir en formel, då får du ju två variabler som beror av varandra.

C: mm

R: medans har vi bara ett uttryck så har vi en variabel i det

S: kan vara två också

R: ja du kan ha, det kan vara två också. Men även i dom enklaste

C: mm

S: javisst javisst

R: så har vi en variabel

R: men så fort den varierar så varierar ju uttryckets totala betydelse

S: mm

R: och om vi sätter det som en annan variabel som i det här fallet pappans ålder, så varierar ju det också

C: mm

R: och det, blir det tydligt för barnen?"

Det matematiska innehållet i de filmade lektionerna var styrt av forskarna i VIDEOMAT genom att det var lektioner om algebra och introduktion av variabler som filmades. Lärarna planerade själva hur innehållet skulle presenteras för eleverna i de filmade lektionerna. Inför fokusgruppsdiskussionerna fick varje lärare ta del av sina egna filmade lektioner. Frågor som ställdes om videoepisoderna vid fokusgruppsdiskussionerna valde lärarna själva utifrån sekvenser i de egna lektionerna som de valt att ta med till diskussionerna.

Lärarna som ingick i fokusgrupperna valdes ut genom att forskarna i VIDEOMAT gick ut med en förfrågan bland egna kontakter, rektorer och matematikutvecklare efter intresserade lärare som ville utveckla och diskutera matematikundervisning. Från början var det fyra lärare i år 6 och sedan fyra lärare från år 7 som kom med i projektet. De åtta svenska lärarna delades upp i två fokusgrupper med tre lärare i den ena gruppen och fem i den andra. Grupperna sattes ihop så att lärarna som ingick i respektive grupp hade olika erfarenheter och inte undervisade i samma klass. Båda fokusgruppernas diskussioner filmades. Studien som presenteras här bygger på data från fokusgruppen med tre lärare där två timmars diskussioner filmades.

Information om lärarna:

Lärare C undervisar som klasslärare i år 6 och har tio års erfarenhet som 1-7 lärare. I sin examen har läraren inriktning mot svenska och samhällsorienterade ämnen kompletterat med matematik. Lärare C kände inte de två övriga lärarna medan lärare M och S arbetade på samma skola.

Lärare M undervisar i år 7 och har fem års erfarenhet som 7-9 lärare i matematik och samhällsorienterade ämnen.

Lärare S undervisar i år 7 och har fjorton års erfarenhet som ämneslärare från årskurs 7 till gymnasiet i matematik och teknik.

I samtalen med fokusgruppen ingår en forskare från VIDEOMAT som moderator och betecknas i transkripten med *R* (researcher).

De två fokusgruppsdiskussionerna var en timme långa med paus emellan. När materialet samlades in fanns två kameror: en på gruppen av lärare och en på skärmen där episoden som läraren valt ut visades. Innan intervjun hade lärarna fått en CD med de videoinspelade lektionerna från sin egen undervisning för att kunna titta på dem. Lärarna fick följande instruktioner inför sina förberedelser:

Instruktionerna till lärarna:

1. Välj ut en eller flera episoder från någon av lektionerna (helst den första i sekvensen eller den första då variabler presenteras) som skildrar någon aspekt av algebraundervisningen som du tycker skulle vara intressant att få diskutera med andra lärare. Skriv upp var på filmen den valda episoden (episoderna) finns.
2. Formulera en eller flera frågor till episoden som kan tjäna som ingång till diskussionen. Exempel på fråga kan vara: Hur skulle man kunna underlätta elevernas förståelse här? Finns det andra exempel att välja här för att göra klagöra det här sambandet/det här begreppet? Här upplever jag ett dilemma, vad ser ni för svårigheter och möjligheter i den här situationen?

Till fokusgruppsdiskussionerna hade lärarna valt ut episoder ur sina videoinspelade lektioner att diskutera. De valda episoderna kunde ses av alla i gruppen. Innehållet i episoderna är olika eftersom lärarna valt att introducera variabler på olika sätt.

Det videofilmade materialet från fokusgruppsdiskussionerna i den här studien består av två filmer där film ett är 54 minuter lång och film två är 60 minuter. Filmerna innehåller fokusgruppsdiskussionerna inklusive uppspelning av de valda sekvenserna där det som lärarna säger i de filmade lektionerna framgår tydligt. Filmerna har transkriberats i sin helhet. I de fall där eleverna säger något på filmsekvenserna som visas har det tagits med i transkripten om det har gått att höra. Transkripten har sedan analyserats och delats upp i sekvenser som kategoriserats.

4.2 Kategoriseringsmetod

Innehållet i samtalen i fokusgruppsdiskussionerna i den här studien har kategoriserats utifrån MKT (Ball et al., 2008). Den kategoriseringsmetod som har använts är *Prototype theory* (Hahn, & Chater, 1997). Det som betecknar prototypeteorin är att det finns likheter i innehållet som kategoriseras.

“[...] judging the similarity between a specific object to a prototype in classification is exactly the same process as judging the similarity between two objects” (Hahn & Chater, 1997 s. 46).

Kategoriseringen av datamaterialet har utgått från transkripten av fokusgruppsdiskussionerna. När det framgick av transkriptet att lärarnas diskussioner bytte innehåll eller fokus skapades avgränsningar i dialogen. På så sätt delades hela diskussionen upp i kortare sekvenser där varje sekvens kan anses utgöra en enhet med diskussion kring ett visst innehåll. Dessa sekvenser utgör analysenheten som har kategoriserats utifrån MKT i enlighet med *Prototype theory*.

För att en sekvens ska placeras i en kategori måste innehållet i tillräcklig grad likna beskrivningen av en specifik kategori. I *Prototype theory* kan innehållet i vissa kategorier även överlappa varandra. Det betyder att forskaren, som gör kategoriseringen, tolkar hur likt innehållet är för att placeras i en specifik kategori (Hahn & Chater 1997; Kaarsein, 2014). Sekvenserna i det transkriberade diskussionerna har delats upp och placerats i den kategori som liknar beskrivningen av kategorierna i MKT (Ball et al., 2008). Sekvenser där samtalen ingår i två kategorier och överlappar varandra har placerats i båda kategorierna. Det finns sekvenser i fokusgruppsdiskussionerna där det inte är helt tydligt vilken kategori innehållet ska placeras i, vilket medförde avvägningar vid kategoriseringen av materialet. I tveksamma fall har två forskare från projektet tittat på transkripten och enats om kategoriseringen, vilket ökar reliabiliteten.

Om sekvenser varit kortare än 30 sekunder (ofta enbart en replik) som inte lett vidare till en diskussion har de inte tagits med i sammanräkningen av resultatet. Sekvenserna i samtalen utgör analysenheten och varje sekvens har kategoriserats. Allt material är transkriberat men inte medräknat i resultatet. Det material som har uteslutits från kategoriseringen är innehåll av rent praktisk karaktär så som att starta, spola och stoppa filmen. Även de avsnitt i transkripten

som enbart innehåller sekvenser där deltagarna sitter tysta och tittar på en uppspelad lektionsepisod har uteslutits ur kategoriseringen. Två sekvenser där moderatorn föll ur sin roll och hade en genomgång med lärarna som inte ledde till någon diskussion har också uteslutits.

Kategorier och överlappande kategorier

Kategoriseringen har gjorts med utgångspunkt i vad diskussionen har handlat om. Ett samtal där matematikuppgifterna i de visade episoderna varit i fokus har kategoriserats som *specifika ämneskunskaper för undervisning (SCK)*. En avvägning gjordes om innehållet skulle kategoriseras som *allmänna ämneskunskaper (CCK)* eller *specifika ämneskunskaper för undervisning (SCK)*. När fokus i diskussionerna var matematiken som behandlats på lektionerna kategoriserades innehållet under *specifika ämneskunskaper för undervisning (SCK)*. Det var bara vid ett tillfälle på några sekunder som samtalet handlade om allmänna kunskaper inte kopplat till undervisning. Lärare som undervisar i matematik förväntas i tidigare utbildning ha erhållit allmänna kunskaper om innehållet men inte de specifika kunskaperna som är nödvändiga för den grupp elever som läraren undervisar (Shulman, 1986; Ball et al., 2008). När fokus i diskussionerna var på undervisningen av uppgifterna som används i de filmade lektionerna kategoriserades innehållet som *kunskaper om innehåll och undervisning (KCT)*. Samtal som handlade om elevers uppfattning om undervisning utan koppling till lektionen i videoepisoderna kategoriserades under *kunskaper om innehåll och undervisning (KCT)*. De sekvenser där lärarna diskuterade elevernas engagemang och uppfattning av undervisningen under de lektioner som visades, kategoriserades under *kunskaper om innehåll och elever (KCS)*. Läromedel och styrdokument diskuterades av lärarna och sekvenserna kategoriserades i *kunskaper om läromedel och styrdokument (KCC)*. En kort sekvens på några sekunder handlade om *kunskaper om framtida ämnesinnehåll (HCK)*. Används den tolkning av *kunskaper om framtida ämnesinnehåll (HCK)* som Jakobsen et al; (2013) diskuterar skulle citat 2 kunna ingå i HCK när lärarna nämner historia. Eftersom kategoriseringen gjorts utifrån från MKT som Ball et al., (2008) utarbetat har innehållet inte räknats in i HCK. Citat 2 är exempel på innehåll som placerats i två kategorier som överlappar varandra. Citatet är en del av en sekvens där lärarna diskuterar hur elever resonerar om läromedel och innehåll i matematikundervisningen. Hela sekvensen placerades både i *kunskaper om innehåll och elever (KCS)* och *kunskaper om läromedel och styrdokument (KCC)*.

Citat 2

M: Alltså ibland så tycker jag det ändå kan vara, jag har nog varit med om exempel när man har försökt att använda historien när eleverna lite grann känner att, äh, men vad har det här med saken att göra. Och då har man ju kanske inte lyckats.

C. mm, nej

M: eller om man försöker koppla procent till nån historisk utveckling och dom tycker att det är, det känns, det kan kännas mer eller mindre..

C: malplacerat eller nu måste vi komma igång

M. ja eller, och jag tror att det är det, att det kan också vara en bild man bär med sig att matte är, matte är

inte att förstå hur det har utvecklats utan matte är att räkna liksom.

C: förväntningar

M: förväntningar. Det är väl kanske nånting, alltså, jag kan tänka, det är ju nåt som man får jobba med,

C: mm

M: hela tiden: vad matte är. Att, att det är så mycket mer än att... att bara räkna i en bok. Liksom

C: jag ser framför mig nån gång när vi, jag har ju lite yngre elever, när vi, när vi pratade om geometri och mäta och sådär, och så prata man om att man mätte med tum och fot och sådär. Och det var många elever som tyckte det var onödigt. Dom kunde gärna hoppa över dom sidorna, för att man skulle ju bara testa och gissa och sådär Det är ju typiskt. Att dom tycker att, det är den här riktiga matten i boken som är den viktiga, så vi hoppar dom här sidorna där vi ska gissa hur många fot det är i klassrummet eller sådär.

R: okej

Av det kategoriserade innehållet är 8 minuter både kategoriserade i *specifika ämneskunskaper för undervisning (SCK)* och *kunskaper om innehåll och undervisning (KCT)*. Sekvenserna handlar om matematiken och undervisningen därför blev det en avvägning vilken kategori innehållet var mest likt. Ibland gick det inte att särskilja eftersom samtalet handlar om både matematiken (SCK) och undervisningen (KCT) och överlappade varandra, då placerades innehållet i båda kategorierna. Citat 3 handlar om matematiken i ett algebraiskt uttryck och hur det presenteras för eleverna så att det inte blir missuppfattning kring vad bokstäverna står för. Citatet är ett exempel på ett innehåll som överlappar båda kategorierna *specifika ämneskunskaper för undervisning (SCK)* och *kunskaper om innehåll och undervisning (KCT)* eftersom sekvensen innehåller samtal om det matematiska innehållet och hur det presenteras i samma diskussion.

Citat 3

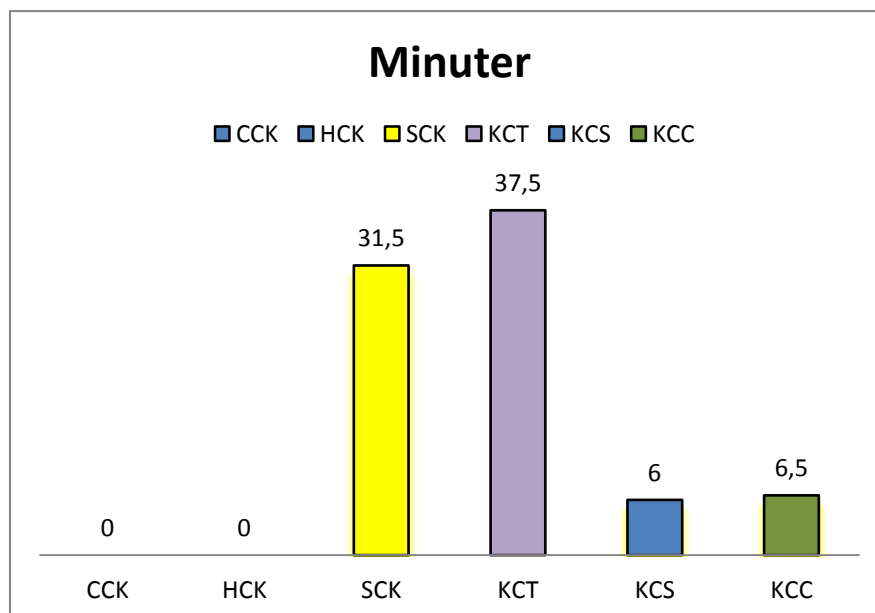
S: Jag tycker att vi ska använda formel det är bättre, då eleverna dom förstår vad räknar dom, eller man kan börja med uttryck sen utveckla till en formel

C: Jag tycker man ska göra tvärtom....jag tycker att man ska göra formel först och uttryck sen. För uttryck...och det har jag ju sen också och det är ju mer abstrakt alltså...och det är en av mina frågeställningar för att de och...jag såg att du också hade det. För eleverna vill lösa talet och det känns som att man får ta det sen att acceptera att här ska vi bara visa hur man..hur man löser talet inte här ska vi inte lösa talet. Jag tycker det kommer sen. Det är ett steg senare än ett ut... en ekvation.

Två kategorier *allmänna ämneskunskaper (CCK)* och *kunskaper om framtida ämnesinnehåll (HCK)* syns inte i sammanställningen eftersom sekvenser kortare än 30 sekunder inte är medräknade i kategorierna.

5. Resultat

Sammanlagt är 81,5 minuter av de videofilmade fokusgruppsdiskussionerna kategoriserade utifrån MKT (Ball et al., 2008). 37,5 minuter är inräknade i *kunskaper om innehåll och undervisning (KCT)* och 31,5 minuter i *specifika ämneskunskaper för undervisning (SCK)*. 6 minuter är inräknade i *kunskaper om innehåll och elever (KCS)* och 6,5 minuter i *kunskaper om innehåll, läromedel och styrdokument (KCC)*. 9,5 minuter av det sammanlagda innehållet är inräknade i två kategorier eftersom de överlappar två kategorier. Av dessa 9,5 minuter har 8 minuter räknats in i *kunskaper om innehåll och undervisning (KCT)* och i *specifika ämneskunskaper för undervisning (SCK)*. 1,5 minut har räknats in i *kunskaper om läromedel och styrdokument (KCC)* och i *kunskaper om innehåll och studenter (KCS)*.



Figur 1: Sammanställning i antalet minuter per kategori utarbetade av Ball et al., (2008).

Allmänna ämneskunskaper (CCK)

Kunskaper om framtida ämnesinnehåll (HCK)

Specifika ämneskunskaper för undervisning (SCK)

Kunskaper om innehåll och undervisning (KCT)

Kunskaper om innehåll och elever (KCS)

Kunskaper om innehåll, läromedel och styrdokument (KCC)

Resultatet visar att innehållet i fokusgruppsdiskussionerna mest faller inom de två kategorierna *kunskaper om innehåll och undervisning (KCT)* och den speciella matematiken som behövs för undervisning *specifika ämneskunskaper för undervisning (SCK)*. De kategorier lärarna talar minst om är *allmänna ämneskunskaper (CCK)* och *kunskaper om framtida ämnesinnehåll (HCK)*. De två sekvenserna är bara på några få sekunder och syns därför inte i diagrammet. Kategorierna *kunskaper om läromedel och styrdokument (KCC)* och *kunskaper om innehåll och studenter (KCS)* visar i stort sett lika mycket innehåll. I kategorin *kunskaper om innehåll, läromedel och styrdokument (KCC)* är det styrdokumentet som diskuteras mest av lärarna, läromedel nämns bara kort vid ett par tillfällen.

Ur varje kategori följer här ett urval av sekvenser som belyser innehållet i samtalen. Längden på citaten har inget samband med antalet minuter per kategori utan visar exempel på vad lärarna valt att diskutera om sin egen och varandras undervisning under de videofilmade fokusgruppsdiskussionerna.

Allmänna ämneskunskaper, CCK.

Innehållet i diskussionerna är på olika sätt kopplat till undervisningen. Citat 4 är ett exempel på allmänna kunskaper i matematik. Inlägget är på några sekunder och syns därför inte i sammanställningen. I citatet nämner en lärare matematik som används i vardagen:

Citat 4

C: Jag tänker att om man har en kassaapparat så programmerar man ju in med hjälp av en regel, för alla äpplen jag ska köpa eller om jag lägger, väger...det är ju väldigt mycket algebra som ligger dold under ytan i princip all handel som sker i alla elektroniska system ...och

Citat 1 (se sid 15) handlar om allmänna kunskaper i algebra kopplat till undervisning och kunde varit med under *allmänna ämneskunskaper (CCK)* men eftersom moderatoren tog över diskussionen och hade en genomgång med lärarna har den sekvensen inte tagits med i kategoriseringen.

Kunskaper om framtida ämnesinnehåll, HCK

Det matematiska innehåll eleverna kommer att arbeta med längre fram under skoltiden diskuteras inte av lärarna. Det finns en kort kommentar i en sekvens när en av lärarna talar om hur man skulle kunna hjälpa en elev att förstå när och hur man kan placera bokstäver och siffror i en ekvation. Eftersom repliken var på några sekunder finns den inte med i kategorierna. Citat 5 visar sekvensen.

Citat 5

...men det kommer ju inte alltid vara så när han kommer att jobba med matematik i fortsättningen...

Specifika ämneskunskaper för undervisning, SCK

Under 31,5 minuter, vilket är nästan halva tiden i de två filmerna, diskuterar lärarna matematiken i de uppgifter som förekommit under de filmade lektionerna. Lärarna använder då sina *specifika ämneskunskaper för undervisning (SCK)* när de analyserar och diskuterar. Sekvenser där fokus har legat på det matematiska innehållet i undervisningsepisoden har kategoriserats under *specifika ämneskunskaper för undervisning (SCK)*. Citat 6, 7 och 8 är exempel på innehåll i sekvenser inom denna kategori.

Citat 6 är hämtat från en diskussion som handlar om en lektion i algebra där variabler introduceras i uttryck genom att man kontrasterar variabler mot konstanter (tal som inte varierar) och arbetar med att formulera uttryck. Läraren går först igenom tabellen (se Figur 2) på tavlan och diskuterar med eleverna hur man kan skriva uttryck. Bilden på tavlan visar svårigheten att på ett algebraiskt sätt förklara en vardagshändelse för elever som inte tidigare arbetat med variabler. Lärarnas *specifika ämneskunskaper för undervisning (SCK)* kommer till uttryck under lektionen och i diskussionen om episoden. Den sista uträkningen längst ner i tabellen handlade om att eleverna skulle se att $3 \cdot x$ var lika mycket som $3x$. Efter genomgången fick eleverna arbeta själva med en liknande tabell. Den här uppgiften diskuterades och problematiserades vid flera tillfällen under lärarnas diskussioner.

Skriv ett uttryck


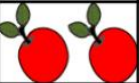

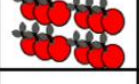


Bild	Ord	Uttryck för vad du betalar
	Kostnaden då du köper två stycken äpplen.	$3 \cdot 2$
	Kostnaden då du köper fem stycken äpplen	$3 \cdot 5$
	Kostnaden då du köper tolv stycken äpplen	$3 \cdot 12$
	Kostnaden då du köper x stycken äpplen	$3 \cdot x = 3x$

Figur 2

Figur 2 visar en uppgift från en lektion. Uppgiften nämns av lärarna vid flera tillfällen.

Citat 6 innehåller en diskussion från lektionen om hur man skriver när priset är känt och antalet varierar. I bilden med exemplet (se Figur 2), står priset per äpple (3) först och antalet äpplen (x) sedan och då blir uttrycket $3 \cdot x$ i stället för $x \cdot 3$. Frågan som lärarna ställer sig är hur man gör det tydligt för eleverna att $3 \cdot x$ och $x \cdot 3$ är samma sak och hur man ska skriva uppgiften med text för att underlätta förståelsen.

Citat 6

S: Sen som jag sa alltså, vi hade börjat med, eh, priset per styck gånger antal styck, vi kommer fram till en, ett uttryck i stort sett $3x$. Inte x gånger 3.

C: nej just det.

S: Och sen man, man tvungen att säga så, x gånger 3 eller 3 gånger x det är samma sak. Men vi brukar att skriva koefficienten först.

R: ja

S: ja. Man kunde undvika det fallet också.

R: ja just det.

S: om man, om vi hade börjat skriva sån mening alltså: priset per styck gånger antal styck. Här första, ja, antal styck är 3, eh 2 sen 3, sen 12.

Citat 7 kommer från en diskussion kring en lektion där en av lärarna använder sin egen ålder och de övriga familjemedlemmarnas ålder för att förklara begreppet variabel. Eleverna vet lärarens och familjemedlemmarnas åldrar. Med hjälp av en formel får eleverna i uppgift att räkna ut pappans ålder när läraren blir 40 år. Eleverna fick sedan göra egna exempel utifrån sina familjer. På tavlan står ett elevexempel med ett uttryck $P=E+36$ där P betyder "Pappa" och "E" (elevens namn) och 36 antal år som pappan är äldre än eleven.

Citat 7

R: sen har du fått ett uttryck där: $P = E + 36$

C: mm

S: mm, alltså om ska börja med din ålder, vi säger att alltså om jag är 20 år, min pappa är 27 år äldre, hur jag ska skriva pappas ålder, då blir 20 plus 27. Sen andra exempel. Om jag är 25 år, hur ska jag uttrycka min pappas ålder? 25 plus 27. Om jag är 30 år, 30 plus. Sen om jag är x år

C: mm...mm.

R: men, ja för då går du till, då gör du den, uppföljningen som liknar den äppeluppgiften där att man kommer från det specifika fallet till det generella till slut.

S: ja vi vill visa alltså alltså att det här bokstav beskriver nånting som varierar, hela tiden. Här du har introducerat variabel direkt. Och sen du har börjat att, du har sagt att om det var så, om det var så...Det är baklänges man kan säga va

C: mm (har m-at under hela S beskrivning)

Eftersom lärarna funderar över vad som är variabeln i exemplet ställer moderatoren en fråga för att föra diskussionen vidare och ge lärarna möjlighet att fördjupa samtalet om det matematiska innehållet, se citat 8.

Citat 8

R: Vad är det som är variabler i det här? Alltså variabel är inte ett helt enkelt begrepp.

C: nej.

R: så hur ser du på det?

C: Det är det okända. Det vill säga den man utgår ifrån, dens ålder, är variabeln.
R: är det P eller E här?
C: ja precis, där är det E.
S: båda!
C: nej. E är ju det okända. Pappans ålder är ju det okända, eh, hennes ålder plus blablabla
S: men i den här formel som du har skrivit båda två är variabler.
R: mm
C: ja den varierar ju efter hennes ålder då
S: mm båda två är variabler

Kunskaper om innehåll och undervisning, KCT

Under 37,5 minuter, vilket är lite mindre än hälften av den kategoriserade tiden, diskuterar lärarna undervisning och använder sina *kunskaper om innehåll och undervisning (KCT)*. I den följande sekvensen diskuteras uppgiften med äpplena ytterligare en gång och nu med fokus på undervisningen. En av lärarna undrar hur man ska ställa frågor så att det blir tydligt för eleverna vad läraren vill att eleverna ska få syn på.

Citat 9

C: Hur ska man ställa frågan så att det blir tydligare? I stället för man säger...man köper ju inte x antal äpplen, alla vet ju antalet äpplen ... det blir ju konstigt för eleverna bara att man säger att man köper om jag köper x antal äpplen hur räknar man ut det. Bara det blir ju så där...hur ställer man ...vad är smarta frågor och ställa så att de förstår liksom vad det betyder
R: Kan ni komma på en så'n smart fråga att ställa?
S: Smart fråga! Skratt
M: Nämen jag har tänkt lite på att formulera ..att om du vet antalet äpplen Hur räknar du då ut kostnaden?
C: Mmm

Språkets betydelse diskuteras i citat 10, 11 och 12 när lärarna funderar över hur frågorna ställs och hur läraren arbetar med begreppen konstant och variabel för att det ska bli tydligt för eleverna.

Citat 10

M: Som en hjälpfråga i övergången att man kanske skulle jobbat utifrån att med att jobba först med att skriva med ord och att sen jobba med att skriva på matte....språket
C: Ja just det
M: Så att man jobbar med språket så att man jobbar i olika representationsformer
S: Det är som vi har sagt tidigare att man ska skriva det som en mening eller som en regel och sen man ska gå till

siffror bara och sen av de siffror som varierar vi kan använda okänt tal kan vara vilket av de här talen som helst

C: Ja just det

M: Det vi hade bestämt här var att vi skulle trycka väldigt mycket på begreppen konstant och variabel och jag skulle visa på vad som var konstant och variabel och jag tror att det här med att jag kallade de här talen för variabel är en frukt av det samtalet. Jag tror inte bara att det en blunder just här utan att det var nå'n diskussion vi hade haft om att trycka på variationen där

Citat 11

M: Hmm

M: Sen kan man kanske vara lite mer exakt i språket ..men det var ändå ... Nå'n stans här så blev ju inte ..

I citat 12 hjälper moderatören till i diskussionen så att lärarna får möjlighet att fundera och fördjupa samtalet.

Citat 12

R: Att skriva nånting, ett uttryck, helt enkelt beskriva nånting med symbolspråk. Det tänker du som ...

C: ...ett steg senare

R:...mer abstrakt

C: ...ja jag tänker mig det

R:...mer generellt

C:...ja

R:...så fort det är en likhet så är det mer specificerat ... skulle man kunna säga så?

C:...ja det är lättare att få med dom där ...för att det är mer likt det dom har räknat tidigare tycker jag... där man ändå löser någonting..eller...

M: Jag tror nog att det ställer nog inte elevernas värld lika mycket upp och ner .. att man helt plötsligt får någonting som man inte ska... som dom ser som att man inte ska räkna ut

Sekvenser där fokus i diskussionerna har legat på själva undervisningen har kategoriserats i *kunskaper om innehåll och undervisning (KCT)*. Citat 9, 10, 11 och 12 är exempel där lärarna använder sina kunskaper om *kunskaper om innehåll och undervisning (KCT)*.

Kunskaper om innehåll och elever, KCS

Under 6 minuter diskuteras elevernas engagemang och hur eleverna tar till sig och uppfattar undervisningen. I citat 13 ställer moderatorn frågan om hur eleverna kan ha förstått uppgifterna och läraren säger att hon tror att hon vet vad eleverna kom ihåg efter lektionen.

Citat 13

R: och det, blir det tydligt för barnen?

R: att både P och E här är variabler?

C: nej det tror jag inte. Jag, jag, det kändes som att dom förstod själva uppgiften och att dom kunde använda den sen. Men däremot så tror jag inte att dom är helt säkra på vad just variabel betyder fortfarande.

R: nej?

C: det jag har ju sagt att det var att det är nånting som varierar, och det vet jag att dom minns efter det. Men vilken av dom här som är variabel det tror jag inte är tydligt. Jag tror dom tror att allt är en variabel

S: ja

R: hela? (markerar en helhet med händerna)

C: ja

S: mm

R: formeln är liktydigt med variabel?

C: ja, det tror jag, mm

Elevernas engagemang tas upp av moderatorn vid 12 tillfällen. Citat 14 är ett exempel på en fråga från moderatorn om eleverna är engagerade och läraren konstaterar efter att ha tittat på sekvensen att eleverna inte är engagerade

Citat 14

R: kan man se här på eleverna är, att dom är engagerade eller intresserade utav det här? Den här introduktionen?

S: Nej jag ser inte det här (oklart...) Jag ser inte reaktion från eleverna. Dom har inte frågat nånting.

I citat 15 tar läraren själv upp elevernas engagemang utan att moderatorn ställt frågan.

Citat 15

C: Den här genomgången är kopplad lite grann till frågeställningen sen om hur man får eleverna mer engagerade. För här ser jag flera gånger att eleverna är genuint engagerade och dom frågar vettiga saker och vill alla kunna.

Sekvenser där fokus har varit på hur eleverna har uppfattat undervisningen har kategoriserats i *kunskaper om innehåll och elever (KCS)*. Citat 13, 14 och 15 är exempel på diskussioner där lärarna använt sina *kunskaper om innehåll och elever (KCS)*.

Kunskaper om innehåll, läromedel och styrdokument, KCC

Under 6,5 minuter samtalar lärarna om läromedel och kursplaner och använder sina *kunskaper om innehåll, läromedel och styrdokument (KCC)*. Namnet på ett läromedel kommenteras av en lärare när elever sagt att det är den riktiga matematiken i boken som är den viktiga. Innehållet i kursplanen samtalar lärarna om när de diskuterar kopplingen mellan matematik och andra ämnen såsom, historia och geometri och i vilken årskurs okända tal och variabler brukar introduceras.

Citat 16

C: Vet alla vad ni har jobbat med okända tal och så tidigare eller .. x?

S: nejnejnej det är första gången

C: ja.

R: det är första gången i sjuan-

S: jag vet inte om dom har jobbat i på, på

C: nejnejnej

S: på årskurs 6, 5 eller 6 jag vet inte. Men,...

Citat 17 visar att kopplingen till matematik i historiska sammanhang diskuteras när lärarna talar om att ordet algebra kommer från arabiskan. Geografi nämns när lärarna pratar om var Uzbekistan ligger eftersom Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi, som man anser har gett namn åt algebran kom därifrån. Sekvensen skulle kunna kategoriseras i *kunskaper om framtida ämnesinnehåll (HCK)* eftersom det ingår innehåll i ett vidare perspektiv utifrån argument av Jakobsen et al; (2013). Innehållet liknar dock mest kategorin *kunskaper om innehåll, läromedel och styrdokument (KCC)* och har därför kategoriserats där.

Citat 17

S: Ja det, det är bra alltså i, i läroplan alltså, i kursplan också det man måste koppla matematik till historia eller till andra ämnen till... Och då, när jag börjat planera min lektion alltså direkt jag kom på alltså, ordet "Algabr" (småskratt) Det kommer från arabiska. Alltså och sen så jag har letat alltså vilket år och, jag vet, jag visste tidigare att det heter Al'harizmi. Men jag visste inte vilket år som. Men jag tycker det var ännu bättre om man ska, jag känner att vi säger Uzbekistan eleverna dom, kanske i årskurs 7 kanske dom vet inte var ligger Uzbekistan. Det var ännu bättre om man ska hämta direkt från äh, ja om man hade en karta direkt från nätet. Och visa alltså var ligger Uzbekistan.

Sekvenser där kursplan och läromedel diskuteras har kategoriserats i *kunskaper om innehåll, läromedel och styrdokument, (KCC)*. Citat 16 och 17 är exempel på när lärarna använder sina kunskaper om *kunskaper om innehåll, läromedel och styrdokument, (KCC)*.

5.1. Reflektioner

Lärarna ifrågasätter och reflekterar över sin egen undervisning när de analyserar och diskuterar de videofilmade lektionerna. Reflektion av den egna undervisningen har ingen kategori i ramverket MKT (Ball et al., 2008) vilket innebär att sekvenser där reflektion förekommer i diskussionerna är kategoriserade utifrån innehållet i samtalen. Det är speciellt två av lärarna som reflekterar över sin egen undervisning och detta syns i inläggen. I citat 18 kommenterar en lärarna sin egen genomgång och hur det skulle blivit tydligare för eleverna om uppgiften om äpplena förklarats annorlunda. Citatet ingår i en sekvens där lärarna diskuterar undervisning och innehållet har kategoriserats i *kunskaper om innehåll och undervisning (KCT)*.

Citat 18

S: för det första jag tycker, att, det var inte så tydligt till eleverna, det var, det skulle vara mycket tydligare om jag hade skrivit från i början: eh, om vi ska beräkna, för det första språket alltså. För jag skulle säga, kostnaden om man ska köpa, 2 äpple eller 3 äpple. Inte vad har jag köpt?

R: du frågar, du säger vad har jag köpt? Är det det du säger?

S: Ja, alltså, jag skulle säga alltså alltså kostnaden OM jag ska köpa 3 stycken äpple, eller 2 stycken äpple. Kostnaden för, ja, Jag har sagt det en gång bara. Kostnaden för jag har handlat, men,

R: jah, okej

S: ja, sen det blir nåt annat. Man måste koncentrera sig på alltid alltså, alltså det uttrycket beskriver kostnaden för det man har köpt.

R: ja

S: inte vad har jag köpt?

En lärare upptäcker att någonting i den egna lektionen inte är korrekt. Lärarna säger i samtalet att man får vara försiktig med vad man säger när man undervisar. Citat 19 ingår i en sekvens där det matematiska innehållet diskuteras och har kategoriserats i *specifika ämneskunskaper för undervisning (SCK)*.

Citat 19

S: Här har jag sagt nånting så som stämmer inte egentligen.

R: mhm?

S: alltså när jag alltså x kan anta vilket värde som helst.

R: mm

S: men det beror på vad pratar vi om?

R: mm

S: här vi pratar om antal äpple. x kan inte anta vilket värde som helst. Alltså därför så jag tycker att, alltid man ska tänka att vara försiktig med...

C: vad man säger?

S: vad man säger

C: ja

S: ja. Alltså det kan vara en elev som är duktig alltså, x kan inte anta vilket värde som helst".

Citat 20 är hämtat ur en sekvens där lärarna konstaterar att bokstäverna blir förvirrande för eleverna när läraren använde familjemedlemmarnas ålder för att introducera variabler. Både bokstäverna M och P används för att uttrycka pappans ålder. Läraren börjar med första bokstaven i namnet på familjemedlemmarna. Senare under lektionen byts den tidigare beteckningen M som är första bokstaven i pappans namn till P för Pappa i stället. Läraren inser att hon borde förtydligat för eleverna att bokstaven inte har någon betydelse när hon pratade om pappans ålder som en variabel. Lärarna diskuterar undervisningen i sekvensen och innehållet har kategoriserats i *kunskaper om innehåll och undervisning, (KCT)*.

Citat 20

C: Jag kan säga en sak som är.. som blev väldigt rörig när jag gjorde den här introduktionen det var att bokstäverna blev väldigt olika...ja just det det kommer ni att märka snart. Jag borde kanske förtydliga på nåt sätt. De blev, de blev osäkra på vilka bokstäver ska jag använda. Helt plötsligt ska man börja använda bokstäver i matten och en del så...ibland så har dom skrivit sina föräldrars för.. så som jag har gjort med första bokstaven men sen skriver jag mamma och pappa och då är det till och med nån elev som tänker fel pga att jag gör så. Jag skriver M och P alltså helt utan att tänka på det så blir det lite rörigt i onödan...

I citat 21 anser en av läraren att den egna förklaringen inte var bra och att det gick för fort när en elev behövde hjälp. Det är lätt att som lärare prata för mycket själv och lotsa eleverna när många elever behöver hjälp och tiden räcker inte till säger lärarna. I sekvensen diskuterar lärarna undervisning och citatet har kategoriserats i *kunskaper om innehåll och undervisning (KCT)*.

Citat 21

C: Dåligt förklarar..

L: ..dom färgerna ..och nu ska du

R: Varför tycker du att det var dåligt förklarar?

C:hade du satt en etta där...det är ju bara så jag tänker. Det är ju inte säkert att hon är med i det över huvud taget. Jag går för snabbt fram som vanligt när man hjälper enskilda elever så ..man går för snabbt fram när man förklarar

R: Det är ganska vanligt känner ni. Känner ni också igen det också att...

M: Men det är ju också det att ..hamnar man ju den där lotsningen. Man skulle ju vilja förklara så mycket mer och tycker att det vore jättebra. Men så har man ju liksom de där 15 händerna till och ibland så tror jag att man lotsar för att det för att det är nå'n form av att rädda klassrumssituationen...

...

C: Som sagt så tycker jag att jag pratar för mycket själv.

Två av lärarna berättar i citat 22 att de filmade lektionerna har gjort det tydligt hur undervisningen behöver ändras. Moderatoren fortsätter med en följdfråga till den tidigare diskussionen om lotsningen i citat 22 för att föra diskussionen vidare. Lärarna uttrycker att de genom att titta på filmerna upptäcker att de borde få eleverna att tänka mer och låta eleverna förklara för läraren. Citatet ingår i en sekvens där lärarna diskuterar hur de undervisar och har kategoriserats i *kunskaper om innehåll och undervisning (KCT)*.

Citat 22

R: Är det vanligt tycker ni att ni ger hela svaret själv?

C: Jaa, och som sagt det är tidsbrist man vill ha koll på hela klassen .. man jaa men alltså efter att ha sett alla filmer så tänker jag att jag måste få eleverna att tänka mer ...själva när jag hjälper dom ..alltså jag måste ge det tid

R: Så hur skulle det...kan ni komma med förslag på hur ni skulle gjort i denna eller i den förra situationen i stället? ..för att tala om..

C: Till att börja med att läsa upp talen. Jag märker att jag ofta läser talet för eleverna i stället för att dom läser det för mig. Bara det får dom ju att tänka mer om de läser upp för mig... ja uppmana dom till att förklara hur ... hur man ska räkna.. alltså uppmana dom till att det ska vara dom som förklarar hur dom tänker och hur dom har provat sig fram och så vidare så att det inte är jag som...

C: förklarar...jag måste ta det lugnare kring varje elev

Citat 23 visar hur en lärare genom att studera filmen flera gånger ser att de egna förklaringarna kan förbättras. Lärarna diskuterar undervisning i sekvensen och citatet har kategoriserats i *kunskaper om innehåll och undervisning, (KCT)*.

Citat 23

C:...jag hade bara kunnat förklara det bättre det är egentligen.. min notering här när jag ser det här. Det

är ofta jag ser att jag kan förklara mer eller bättre än jag gör

S: Det är alltid så när man tittar på filmen andra eller tredje gången att du upptäcker vissa saker alltså ..jag kunde se det bättre jag kunde göra det bättre ja visst..

Citat 18-23 är exempel på lärarnas metareflectioner och diskussioner om den egna undervisningen. Lärarna reflekterar över vad som inte var bra och hur de skulle kunna göra för att förbättra undervisningen.

6. Diskussion

Video används som verktyg i studien både när lektionerna spelades in och när fokusgruppen diskuterade innehållet i lektionerna i form av en *video club* (van Eis & Sherin, 2005). Video skulle kunna användas som ett verktyg i lärarnas fortbildning och utveckling av den egna undervisningen genom att synliggöra lärares praxisnära kunskaper vilket skapar möjligheter för lärare att utveckla kunskaper tillsammans med kollegor. Lärarna i den här studien fick möjlighet att själva välja innehåll från och ställa egna frågor om de filmade lektionerna till fokusgruppsdiskussionerna. Videoinspelade lektioner har i tidigare forskning beskrivits som en hjälp för lärare att reflektera, diskutera och förbättra sin undervisning (Borko et al., 2008; van Eis & Sherin 2008). Fördelen med video är att filmerna går att titta på flera gånger och ger möjlighet att upptäcka det som kan förbättras i undervisningen, vilket en av lärarna uttrycker i citat 23.

I studien är det inte en forskare utan lärarna själva som ställer frågor om den egna undervisningen och väljer det innehåll de vill diskutera. Detta skiljer sig från andra studier där forskarna har valt ut vad lärarna ska fokusera på i de videoinspelade lektionerna och formulerat frågorna (Eis & Sherin, 2008; Borko et al., 2008; Seidel et al., 2011). Tidigare forskning har visat att när forskarna har valt innehållet så har det inte varit samma innehåll som det lärarna velat diskutera (van Eis & Sherin, 2008). Till skillnad från studier där forskare studerar lärares undervisning som exempelvis (Ball et al., 2008) har den här studien inneburit att lärare studerar sin egen undervisning och forskare har i sin tur studerat lärarnas samtal om undervisningen.

Resultatet som besvarar den första forskningsfrågan om vilket innehåll lärare väljer att fokusera på och ställa frågor om när de analyserar och diskuterar sin egen videoinspelade undervisning i matematik tillsammans med kollegor visar att när lärare själva väljer innehåll fokuserar de främst två kategorier inom ramverket MKT (Ball et al., 2008) *specifika ämneskunskaper för undervisning (SCK)* och *kunskaper om innehåll och undervisning (KCT)*.

Detta är kunskaper som enligt Shulman (1986) och Ball et al., (2008) är nödvändiga för undervisning. Fokus i samtalen ligger på själva undervisningen och hur uppgifterna presenteras för eleverna samt på hur det matematiska innehållet kan bli tydligt så att eleverna förstår. Lärarna använder sina speciella kunskaper om ämnesinnehållet och undervisningen när de diskuterar och får genom det kollegiala samtalet möjlighet att fördjupa och utveckla dessa kunskaper.

Under själva fokusgruppsdiskussionen kan lärarna ha påverkats av att de filmades tillsammans med en forskare och att de därför anpassat diskussionen till situationen. Det går inte att säga om diskussionen skulle sett annorlunda ut om lärarna hade suttit utan kamera och forskare som moderator. Jaworski, (2004) menar att lärare som är involverade och engagerade i forskningsprojekt om den egna undervisningen som *insiders* bidrar till sin egen utveckling av undervisning men även till forskningen genom att en forskare, *outsider* medverkar.

I den här studien diskuterar lärarna elevernas engagemang när moderatorn ställer frågor om hur eleverna uppfattar undervisningen. Moderatoren styr då in diskussionen på ett innehåll som lärarna själva inte valt att ta upp. Frågan är om lärarna hade diskuterat elevernas uppfattning och övrigt innehåll utan moderator? Forskaren var samtalsledare och kunde på det sättet leda samtalet om lärarna behövde komma vidare i diskussionen. Hur påverkade det diskussionen? För att diskussionerna ska fokusera på intressant matematiskt innehåll i videosekvenserna menar van Eis (2012) att en moderator/forskare behövs för att leda och stötta lärarnas samtal. När moderatorn i den här studien ställde frågor om elevernas engagemang styrdes diskussionerna in på eleverna och påverkade på så sätt resultatet i kategorin *kunskaper och innehåll och elever (KCS)*. Lärarna nämnde eleverna men hade inte fokus på engagemang och hur eleverna uppfattade undervisningen. Frågorna från moderatorn stöttade lärarna i att se ytterligare en aspekt som inte togs upp av lärarna själva.

Metarefleksion äger rum kring innehållet i diskussionerna om undervisning i de kategorier där lärarna samtalar vilket syns i materialet. Lärarna reflekterar och diskuterar delar av den egna undervisningen de inte var nöjda med och uttrycker möjligheter till förändring och utveckling. Ramverket MKT saknar en kategori för reflektion och begränsar därför analysen av lärarnas diskussioner. Bjuland, Cestari, och Borgesen (2012) menar att reflektion och undersökning av den egna undervisningen spelar en viktig roll för utvecklingen av den professionella identiteten. Lärarna väljer själva att reflektera och kan genom samtalet med kollegor diskutera vad som är möjligt att förändra. Utvärderingen av den egna insatsen hjälper läraren att förändra undervisningen. Lärarna uttrycker att de genom att studera filmerna flera gånger ser sådant de inte är nöjda med och kan förändra. Om en kategori för reflektion funnits med hade den haft en annan dimension och gått tvärs över de andra kategorierna. Studien visar att en kategori för reflektion behövs om ramverket MKT ska kunna användas för att analysera kollegiala samtal i fortbildningssyfte.

För att analysera innehållet i lärarnas samtal är flera teoretiska utgångspunkter möjliga. I *Grounded theory*, grundad teori utarbetad av Glaser och Strauss (1967) prövas inte en redan existerande teori och det är inte givet på förhand vad det är som ska "upptäckas" utan kategorier utvecklas under arbetets gång. I den här studien vet vi vilket matematiskt område lärarna kan diskutera när de samtalar om lektioner i algebra men inte vilka frågor de själva väljer att ställa utifrån de filmade lektionerna eller hur dessa frågor tas upp till diskussion. Det är innehållet i samtalet som analyseras och då har lärares specifika kunskaper för undervisning betydelse för diskussionerna. Att använda ett redan befintligt ramverk för att kategorisera lärares kunskaper kring innehåll var därför en stor hjälp.

Resultat som besvarar den andra forskningsfrågan huruvida ramverket MKT är användbart för att beskriva innehållet i lärarnas samtal, visar att genom att använda ett ramverk som utvecklats för att beskriva och mäta lärares kunskaper (Ball et al., 2008) blev det synligt inom vilka områden av lärares kunskaper som lärarna diskuterar sin undervisning och som därmed

potentiellt kan utvecklas genom samtalet. Vi kan dra slutsatsen att lärarna i den här studien genom sitt samtal skapat möjligheter att utveckla sina kunskaper inom de kategorier av lärarkunskap där samtalet rört sig, även om vi inte kan se i vilken grad detta skett.

En kritik som kan riktas mot studien är att eftersom det var matematiklektioner som filmats och diskuterats så är det väntat att samtalet skulle handla om matematikundervisning. Ramverket MKT (Ball et al., 2008) hjälpte till att fästa uppmärksamheten även på vad lärarna *inte* samtalade om. Inom dessa områden gavs lärarna därmed inte av samtalen utrymme att utveckla. Lärarna valde att inte fokusera på *allmänna ämneskunskaper (CCK)*, *kunskaper om framtida ämnesinnehåll (HCK)*, *kunskaper om innehåll, läromedel och styrdokument (KCC)*, *kunskaper om innehåll och elever (KCS)*, utan fokus riktades mot den egna undervisningen av ett specifikt matematiskt moment. KCS diskuterades när moderatören ställde frågor men lärarna tog inte själva upp *kunskaper om innehåll och elever (KCS)*.

Hela fokusgruppens samtal gick att dela in i innehållsliga sekvenser som kunde kategoriseras inom ramverket, med undantag av de sekvenser där praktiska frågor kring videoepisoderna diskuterades. Detta visar att lärarna inte valde att fokusera saker som föll utanför ramverkets kategorier, så som till exempel att prata om enskilda elever, ekonomiska resurser eller sociala relationer, vilket är ämnen som annars ofta kommer upp i lärares kollegiala samtal. Att lärarnas diskussioner var så pass innehållsfokuserade skulle kunna bero på att det kollegiala samtalet ägde rum inom ramen för ett forskningsprojekt med påslagna videokameror och en moderator närvarande, eller så skulle det kunna vara ett resultat av att samtalet utgick från deltagarnas egen videoinspelade undervisning och frågor de själva valde att ställa.

En annan kritik mot att använda ramverket kan vara att det är utarbetat i USA och att kulturella skillnader i undervisning mellan olika länder kan påverka hur användbart ramverket är för svenska förhållanden, något som har diskuterats av Jóhannsdóttir och Gísladóttir (2014). I den här studien går det inte att utläsa några kulturella skillnader hos de svenska lärarnas kunskaper som påverkar kategoriseringen av innehållet i samtalen.

Sammantaget visar resultatet i den här studien att när lärare själva väljer innehåll om den egna undervisningen i kollegiala samtal diskuterar och reflekterar de över hur undervisningen ser ut, hur den kan förändras och över sin egen och elevernas förståelse av matematiken som förekommer. Trots att studien baseras på endast tre lärares diskussioner har vi sett att det skapas möjligheter till utveckling av lärarkunskaper genom samtal med hjälp av video, när lärarna själva styr vad som tas upp, men det behövs ytterligare forskning för att ge svar på *hur* detta sker och därmed om det skulle kunna vara ett effektivt medel för fortbildning av lärare.

7. Referenser

- Ball, D. L., Thames, M. H. & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Ball, D. L. & Bass, H. (2009). Interweaving content and pedagogy in teaching and learning to teach: Knowing and using mathematics. In J. Boaler (ED.), *Multiple Perspectives on Mathematics Teaching and Learning*. Westport, CT: USA Greenwood Publishing Group.
- Boddy, C. (2005). A rose by any other name may smell as sweet but “group discussion” is not another name for a “focus group” nor should it be. *Qualitative Market Research: An International Journal*, 8(3), 248-255.
- Borko, H., Jacobs, J., Eiteljorg, E., & Pittman, M. E. (2008). Video as a tool for fostering productive discussions in mathematics professional development. *Teaching and Teacher Education*, 24(2), 417-436.
- Bryman, A. (2004). *Social Research Methods*. New York: Oxford University press Inc.
- Bjuland, R., Cestari, M. L., & Borgersen, H. E. (2012). Professional mathematics teacher identity: Analysis of reflective narratives from discourses and activities. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 15(5), 405-424.
- Clarke, D., Keitel, C., & Shimizu, Y. (Eds.). (2006). *Mathematics classrooms in twelve countries: The insider's perspective* (Vol. 1). Rotterdam: Sense publishers.
- Darling-Hammond, L., & Richardson, N. (2009). Research review/teacher learning: What matters. *Educational leadership*, 66(5), 46-53.
- van Eis, E. A., & Sherin, M. G. (2008). Mathematics teachers “learning to notice” in the context of a video club. *Teaching and Teacher Education*, 24(2), 244-276.
- van Eis, E. A. (2012) Examining the development of a teacher learning community: The case of a video club. *Teaching and Teacher Education*, 28(2), 182-192.
- Glaser, B. G. & Strauss, A. M. (1967). *The discovery grounded theory: Strategies for Qualitative Research*. New York: Aldine.
- Hahn, U., & Chater, N. (1997). Concepts and similarity. *Knowledge, concepts and categories*, 43-92.
- Hattie, J. (2009). *Visible learning*. Abingdon: Routledge
- Hiebert, J., Gallimore, R., Garnier, H., Givvin, K. B., Hollingsworth, H., Jacobs, J. et al. (2003). *Teaching mathematics in seven countries: Results from the TIMSS 1999 Video study: NCEES (2003)*. Washington, DC: National Centre for Education Statistics.

- Hill, H., & Ball, D. L. (2009). The curious—and crucial—case of mathematical knowledge for teaching. *Phi Delta Kappan*, 91(2), 68-71.
- Holmqvist, M., Gustavsson, L., & Wernberg, A. (2008). Variation theory: An organizing principle to guide design research in education. In Kelly, A. E., Lesh, R. A., & Baek, J. Y. (2008). *Handbook of design research methods in education. Innovations in Science, Technology, Engineering and Mathematics Learning and Teaching* (p. 111-130). New York: Routledge Taylor & Francis Group
- Jakobsen, A., Thames, M. H., & Ribeiro, C. M. (2013). Delineating issues related to Horizon Content Knowledge for mathematics teaching. In *Proceedings of the Eight Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*.
- Jaworski, B. (1990). Video as a Tool for Teachers' Professional Development: This paper was presented to the topic group on video and film at the International Congress on Mathematics Education, ICME 6, Budapest 1988. *Journal of In-Service Education*, 16(1), 60-65.
- Jaworski, B. (1998). Mathematics teacher research: Process, practice and the development of teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 1(1), 3-31.
- Jaworski, B. (2004). Insiders and outsiders in mathematics teaching development: The design and study of classroom activity. *Research in Mathematics Education*, 6(1), 3-22.
- Jóhannsdóttir, B. & Gísladóttir, B. (2014). Exploring the mathematical knowledge of prospective elementary teachers in Iceland using the MKT measures. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 19(3-4), 21-40.
- Kaarstein, H. (2014). A comparison of three frameworks for measuring knowledge for teaching mathematics. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 19(1), 23-52.
- Lave J., & Wenger, E. (1991). *Situated learning: Legitimate peripheral participation*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Marton, F., & Pang, M. F. (2006). On some necessary conditions of learning. *The Journal of the Learning sciences*, 15(2), 193-220.
- Runesson, U. (2007). A collective enquiry into critical aspects of teaching the concept of angels. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 12(4), 7-25
- Seidel, T., Stürmer, K., Blomberg, G., Kobarg, M., & Schwindt, K. (2011). Teacher learning from analysis of videotaped classroom situations: Does it make a difference whether teachers observe their own teaching or that of others? *Teaching and Teacher Education*, 27(2), 259-267.
- Shulman, L.S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-22.

Britt Holmberg

Skolverket. (2015). Matematiklyftet <http://www.skolverket.se/kompetens-och-fortbildning/lorare/matematiklyftet>

Skolverket. (2013). Utvärdering av stadsbidraget för basfärdigheterna läsa, skriva och räkna. www.skolverket.se/publikationer?id=2999, nerladdat 2014-09-09

Säljö, R. (2009). Video papers and the emergence of analytical perspectives on teaching practices. *Technology, Pedagogy and Education* Vol. 18, No. 3, October 2009, 315–323.

Vygotsky, L. S., & Lindsten, K. Ö. (1995). *Fantasi och kreativitet i barndomen*. Göteborg: Daidalos.

Yung, Benny Hin Wai, et al. (2010). "Towards a model of effective use of video for teacher professional development." *The International Seminar*. 2010.