

# 2/67

Arne Elmroth och Ingemar Höglund:

## Analys av icke stationära värmeströmsförhållanden för ett plant tak med RC-nätverksmetod

Särtryck ur tidskriften Byggmästaren 11:1966

# ANALYS AV ICKE STATIONÄRA VÄRMESTRÖMSFÖRHÅLLANDEN FÖR ETT PLANT TAK MED RC-NÄTVERKSMETOD

av civilingenjör Arne Elmroth och docent Ingemar Höglund  
Institutionen för byggnadsteknik, Tekniska Högskolan, Stockholm

Utgivare: Statens institut för byggnadsforskning · Box 27 163 · Stockholm 27

Denna rapport utges enligt byggforskningsrådets beslut med medel från fonden för byggnadsforskning; försäljningsintäkterna tillfaller fonden.

## ENGLISH SUMMARY

### Analysis of non-steady-state heat flow for a flat roof by an RC-network method

By A Elmroth and I Höglund

Calculation of heat loss and gain as well as the variation and distribution of temperatures is of great technical and economical importance in the construction of the walls and the roof of a building.

Especially for flat roofs, radiation is an important factor in the heat balance of the exterior surface. Great variations in surface temperatures are often obtained in the spring and early autumn. During the days the temperature can rise very quickly due to absorbed short wave radiation and during the nights fall to low values, often lower than the air temperature, due to emitted long-wave radiation. This radiation factor must be given attention both in design and in the determination of heating and cooling loads.

In the article a new flat roof construction is described. It consists of (from bottom): 8" elements of cellular concrete, 2<sup>4</sup>/<sub>5</sub>" layer of air space, 2<sup>4</sup>/<sub>5</sub>" elements of cellular concrete, bitumenous felt membering and mineral surfaced bitumenous roofing. The top elements are placed on spacer blocks of cellular concrete.

Non-periodic, non-steady-state heat flow is calculated for the multi-layer roof by means of an RC-network method. Theoretical results are compared with experimental measurements of heat flow and temperatures (and with results calculated in Canada by a Response Factor Method). The comparison of heat fluxes indicates the accuracy of various sol-air temperature formulas.

The article also deals with constructional factors and the influence of moisture, free ventilation of air space and heat bridging of spacer blocks in the total thermal resistance of the flat roof.

636.

Särtryck ur Byggmästaren nr 11, 1966

*De i artikeln redovisade undersökningarna har utförts med anslag från Statens råd för byggnadsforskning och Siporex Central-laboratorium.*

# ANALYS AV ICKE STATIONÄRA VÄRMESTRÖMSFÖRHÅLLANDEN FÖR ETT PLANT TAK MED RC-NÄTVERKSMETOD

Av civilingenjör Arne Elmroth och docent Ingemar Höglund

UDK 69.024.3  
697.133  
TUS 241

Många byggnadstekniska dimensioneringsproblem fordrar för optimal lösning noggrann beräkning av värmeflöde och temperaturfördelning. Traditionella beräkningsmetoder är ofta mindre lämpliga. Stationärt värmeflöde förekommer exempelvis sällan vid plana tak med hög värmekapacitet på grund av variationer av lufttemperaturer ute och inne, kraftig uppvärmning av solstrålning och avkylning på grund av långvågig nettoutstrålning. Stora och snabba temperaturvariationer förekommer vid klart väder då ytterytans temperatur under dagen på grund av absorberad kortvågig strålning kan stiga hastigt för att under natten sjunka till låga värden — ofta lägre än lufttemperaturen — på grund av emitterad långvågig strålning.

Effekten av sådana temperaturvariationer har stor praktisk betydelse för ett taks funktion. De kan exempelvis påskynda nedbrytningen av ett täckande bitumenskikt och medföra temperaturrörelser i takkonstruktionens olika delar. Noggrann beräkning av värmeförlust och värmevinst erfordras också för bestämning av en byggnads totala värmebehov och i vissa fall även kylbehov.

Temperaturen på ett taks ytteryta antar alltid ett sådant värde att värmeförlust och värmevinst blir lika stora vid ytterytan. Värmeförlusten består dels av en konvektionsdel, dels av den långvågiga strålning som ytterytan emitterar till atmosfären. Värmevinsten består av absorberad direkt och diffus solstrålning samt också av absorberad långvågig strålning från atmosfären (en del av såväl den kort- som den långvågiga strålningen reflekteras vid ytan).

Lösning av icke-stationära värmeströmsproblem är oftast mycket tidskrävande med analytiska beräkningsmetoder för sammansatta konstruktions-element. I denna artikel redovisas bl. a. hur ett sådant problem kan lösas utifrån materialdata och meteorologiska data med hjälp av s. k. RC-nätverk och analogmaskin. Resultaten jämförs med dem som beräknats med en annan icke-stationär metod (från RC-nätverksmetoden fristående) samt också med direkt uppmätt värmeflöde och temperatur.

De använda metoderna tillämpas med fördel:

1. När ett problem är alltför komplext att lösas analytiskt och när »trial-and-error»-metoder blir för dyrbara

2. När ett problem har många variabler som kan anta en rad olika talvärden
3. När man vill studera effekten av olika enskilda faktorer såsom strålningens inverkan.

Undersökningen behandlar en plan takkonstruktionstyp av lättbetong (Siporex) bestående underifrån sett av bärande lättbetongelement, en ventilerad luftspalt, ett övertak av tunna element av lättbetong samt taktäckning. Avsikten med luftspalten är att fukt som eventuellt transporteras igenom de bärande elementen (genom ev. luftläckage och diffusion) skall ventileras bort. Den ventilerade luftspaltens inverkan på en konstruktions totala värmemotstånd är ofullständigt utredd. Av denna anledning tillåter inte gällande anvisningar i BABS 1960 att ventilerat luftskikt och konstruktionsdel utanför sådant luftskikt medräknas vid beräkning av värmegenomgångstalet om ej luftskiktets värmemotstånd särskilt klarlagts. För det här aktuella taket innebär anvisningarna således att det yttre lättbetongelementet, som har ett inte obetydligt värmemotstånd, inte får medräknas i konstruktionens värmegenomgångstal.

Trots att tak är mer exponerade för klimatförhållanden än övriga delar av en byggnad, synes de inte ha varit föremål för systematiska studier i samma utsträckning som t. ex. ytterväggar. Avsikten med föreliggande utredning har därför varit — förutom att analysera icke stationära värmeströmsförhållanden — att även bestämma takkonstruktionens praktiska värmemotstånd och söka belysa hur t. ex. fukt, naturlig ventilation av luftspalten, kort- och långvågig strålning inverkar på den plana takkonstruktionens totala värmemotstånd.

## UNDERSÖKNINGSOBJEKT

Experimentella undersökningar har utförts på yttertaket till en transformatorstation i Kevinge i Stockholms närhet tillhörande Danderyds elverk. Byggnaden blev färdigställd sommaren 1963 och togs i bruk i december samma år.

Den aktuella takkonstruktionen består inifrån räknat av 20 cm armerade element av lättbetong ( $\gamma=0,5$ ), 7 cm luftspalt, 7 cm tunna element av lättbetong ( $\gamma=0,5$ ) och dubbel papptäckning (se fig. 1). De yttre elementen är upplagda på underslag av

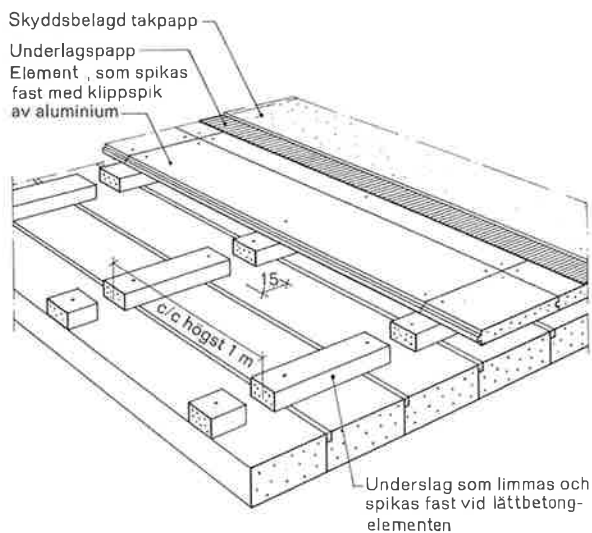


Fig. 1. The ventilated flat roof structure with 20 cm self-supporting cellular concrete elements and with 7 cm top elements of cellular concrete. The air space is achieved using 7 cm spacer blocks of cellular concrete. The air space has openings at the walls connecting it to the outer air.

lättbetongstavar (7 × 12,5 × 75 cm), som är placerade på de undre bärande elementen med ett centrumavstånd på ca 100 cm. För att tillåta luft rörelser vinkelrätt mot stavarnas längdriktning ligger dessa med små mellanrum. Stavarna upptar ca 10% av takets totalyta.

Luftspalten står i förbindelse med ytterluften genom öppningar vid takets anslutning mot tre av byggnadens ytterväggar. Dessa öppningar har storleken 2,5 × 15 cm och finns på ett avstånd av högst 150 cm. Öppningarna utmynnar lägre än luftspalten i takkonstruktionen, varför luftmotståndet blir relativt stort. Byggnadens läge är förhållandevis skyddat, speciellt för nordvindar.

Undersökningarna har utförts i ett rum utan fönster i byggnadens södra del. Denna uppvärms elektriskt och lufttemperaturen hålls nästan konstant genom termostatreglering. Relativa fuktigheten i lokalen är låg.

#### VÄRMOTSTÅND OCH VÄRMEGENOMGÅNGSTAL ENLIGT BABS 1960

Värmeegenomgångstalet har beräknats enligt anvisningar i BABS 1960 med de alternativa förutsättningarna att luftskiktet är a) ventilerat och b) icke ventilerat. I båda fallen har praktiskt tillämpbart värmeledningstal använts utan korrigering för den aktuella fuktkvoten i lättbetongen. Då fås enligt alternativ a)

$$\Sigma m = \frac{1}{k} = 0,30 + \frac{0,20}{0,13} = 1,84 \text{ m}^2\text{h}^\circ\text{C/kcal}$$

dvs.  $k = 0,54 \text{ kcal/m}^2\text{h}^\circ\text{C}$  (värdet på  $m_i + m_u$  har här valts till 0,30, eftersom det undre takelementets överyta icke vetter direkt mot det fria)

Enligt alternativ b) fås

$$\Sigma m = \frac{1}{k} = 0,20 + \frac{0,20}{0,13} + 0,20 + \frac{0,07}{0,13} + 0,03 = 2,51$$

dvs.  $k = 0,40$  (varvid  $m_i + m_u = 0,20$ )

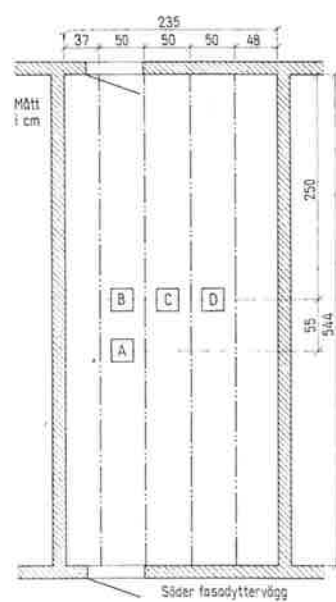
Skillnaden i k-värde är således betydande vid de alternativa beräkningsförutsättningarna, varför bland annat frågan om ventilationsgradens inverkan på det totala värmemotståndet har stor betydelse.

#### EXPERIMENTELLA UNDERSÖKNINGAR

Undersökningar har utförts under två längre perioder, dels under tiden 28.12.1963–28.1.1964, dels under tiden 6.3.1965–22.4.1965. Den första mätperioden infaller under den första eldnings-säsong varunder byggnaden varit i bruk, varför lättbetongen då fortfarande innehållit en avsevärd mängd byggfukt. Under den senare perioden har en stor del av denna fukt torkat. Denna period har dessutom förlagts längre fram på året bland annat för att säkrare kunna bedöma strålningens inverkan.

Värmeflödet genom taket har mätts på insidan med fyra termoelektriska värmeledningsmätare upp-satta så att lättbetong-mellanläggens inverkan i möjligaste mån eliminerats. Mätarnas placering framgår av fig. 2. Temperaturen har mätts med termoelement av koppar-konstantan. Den har bestämts i tre punkter på takets inner- och ytteryta och dessutom har lufttemperaturen utomhus och inomhus bestämts. På takets ytteryta har en asfalt-

Fig. 2. Plan av försöksrummet, som saknar fönster. A B C och D visar de fyra använda värmeledningsmätarnas placering. De streckprickade linjerna visar gränserna mellan de bärande lättbetongelementen i taket. Provboringar visade att värmeledningsmätarna inte var placerade under några underslag av lättbetong.



papp av samma slag som taket är täckt med klistrats över termoelementen för att få så noggranna temperaturbestämningar som möjligt. Termoelementen för mätning av lufttemperaturen har strålnings-skyddats. Såväl värmeflöde som temperatur har registrerats med en kompensationskrivare för 16 mätpunkter.

Konstruktionens värmemotstånd,  $m_{yy}$ , (exkl. övergångsmotstånd) har bestämts genom samtidig mätning av värmeflöde,  $q$ , och ytemperatur,  $\vartheta$ , på takets över- och undersida. Dygnsmedelvärden på ytemperatur och värmeflöde har erhållits genom tidsintegration av de registrerade värdena, varefter värmemotståndet för varje dygn beräknats enligt ekv.

$$m_{yy} = \frac{\bar{\vartheta}_i - \bar{\vartheta}_y}{q} \quad (1)$$

där  $\vartheta_i$  = temperaturen på takets inneryta, °C

$\vartheta_y$  = temperaturen på takets ytteryta, °C

$q$  = värmeflöde, kcal/m<sup>2</sup>h

För längre tidsperioder har det aritmetiska medelvärdet av värmemotståndet beräknats.

Registrering av solinstrålning och vindhastighet har skett i samband med institutionens undersökningar av värmebalans m. m. i särskilda provhus i Stockholms närhet.

Solinstrålningen har mätts med solarimeter och registrerats med en mV-skrivare. Den vid provhusen uppmätta solinstrålningen kan under dagar med växlande molnighet avvika något från solinstrålningen mot taket i Kevinge. Helt klara dagar torde överensstämmelsen däremot vara mycket god. Medelstrålningen under längre tidsperioder torde nära sammanfalla för två närbelägna platser.

Vindhastighet och vindriktning har registrerats vid provhusen. Transformatorstationen har varit skyddad för nordvindar, varför aktuella vindhastigheter vid nordlig vind kan ha avvikit från registreringarna vid provhusen. Under den senare mätperioden har dock nordlig vind registrerats endast under tre dygn och då har vindhastigheten varit låg.

Lättbetongens fuktkvot (viktsprocent) har bestämts

vid tre tidpunkter. Materialprov från lättbetongen har uttagits i form av borrhärlor som vägts och torkats till konstant vikt vid +105°C, varefter fuktkvoten beräknats. Provställena har legat nära värmeflödesmätarna. Varje borrhärla har delats i tre delar på så sätt att provet från det undre takelementet delats i två lika delar medan den tredje delen kommer från det yttre elementet.

## RESULTAT OCH DISKUSSION AV DE EXPERIMENTELLA UNDERSÖKNINGARNA

### Fuktkvoter i lättbetongen

Resultaten av fuktkvotsbestämningarna har sammanställts i tabell 1. Materialprover från lättbetongen för fuktkvotsbestämningar har tagits vid tre olika tillfällen, den 17.1.1964, den 7.7.1964 och den 28.4.1965. De första proven har tagits i mitten av den första mätperioden, de andra på sommaren mellan första och andra mätperioderna och de tredje omedelbart efter den andra mätperioden. Vid den första provtagningen, som alltså gjordes den första vinter då huset användes har medelvärdet av fuktkvoterna i den undre hälften av det undre lättbetongelementet bestämts till 9,3 viktsprocent och i den övre hälften till 19,5 %. Vid samma tillfälle har fuktkvoten i det övre elementet bestämts till 14,3 %. Då har konstruktionen således innehållit relativt mycket fukt, vilken till stor del utgjorts av kvarvarande byggfukt. Fram till sommaren 1964 har medelfuktkvoterna i det undre elementet sjunkit till 6,0 % och 7,2 % för den undre resp. övre halvan och i det yttre tunna elementet till 5,2 %. Lättbetongen har alltså torkat kraftigt från januari till juli 1964.

Vid bestämningarna i april 1965 har följande medelfuktkvoter erhållits: i undre elementets undre hälft 4,7 %, i den övre hälften 6,0 % och i det övre elementet 6,5 %. I det undre lättbetongelementet har uttorkningen således ytterligare fortsatt men betydligt långsammare än under våren 1964. I det tunna elementet har fuktkvoten stigit något, vilket kan bero på att fukt kondenserat i denna under

Tabell 1. Bestämda medelfuktkvoter (viktsprocent) i lättbetongelementen vid tre olika tillfällen. Medelfuktkvoterna har beräknats som medelvärdet av minst fyra prover vid varje provtagning

■ Table 1. Determined mean moisture content (by weight) in cellular concrete units in the roof structure on three different occasions. The mean moisture content has been calculated as the mean value of at least four cores for each test

Datum för provtagning	Prov från undre lättbetongelement		Prov från övre lättbetongelement medelfuktkvot %
	0—10 cm från uk fuktkvot %	10—20 cm från uk fuktkvot %	
1964 17 jan .....	9,3	19,5	14,3
1964 7 juli .....	6,0	7,2	5,2
1965 28 april .....	4,7	6,0	6,5

vissa delar av vinterperioden. Fuktkvoten har emellertid ökat obetydligt.

Sammanfattningsvis visar resultaten att medelfuktkvoten i det undre bärande elementet har varit lägre än 6 viktsprocent efter två vintrar — alltså våren 1965. Den närmast rummet belägna delen av elementet har torkat betydligt fortare än den yttre, vilket väl överensstämmer med uttorkningen av lättbetongytterväggar [3]. Det yttre elementet har torkat snabbt under våren 1964, eftersom fuktkvoten i juli 1964 var 5,2 % mot 14,3 % i januari samma år. Detta antyder att det torkat i samband med kraftig solinstrålning, som bl. a. medfört att temperaturen i elementet blivit mycket hög.

### Bestämda värmemotstånd

Som tidigare nämnts har värmemotstånden bestämts under två längre tidsperioder, nämligen under perioden 28.12.1963—28.1.1964 och under perioden 6.3.1965—22.4.1965. Medelvärmemotståndet exkl. övergångsmotstånd bestämt med värmeflödesmätare A under första halva perioden (28.12.1963—14.1.1964) har bestämts till 2,44 m<sup>2</sup>h°C/kcal. Under andra hälften av första mätperioden har medelvärmemotståndet bestämts med samtliga fyra värmeflödesmätare A, B, C och D till 2,43, 2,45, 2,59 resp. 2,58 m<sup>2</sup>h°C/kcal. Värdet vid A har således varit nästan exakt detsamma under båda perioderna. Det betyder att det vid rådande förhållanden har varit tillräckligt att studera resultatet enbart från en 14-dygnperiod. Som framgått ovan har det bestämda värmemotståndet i de fyra mätpunkterna blivit något lägre vid mätare A och B än vid mätare C och D. Skillnaden är dock mycket liten och de inbördes relationerna har varit praktiskt taget konstanta från dygn till dygn. Medelvärmemotståndet under perioden 28.12.1963—28.1.1964 för alla fyra värmeflödesmätarna har därför beräknats till 2,5 m<sup>2</sup>h°C/kcal om övergångsmotstånden vid begränsningsytorna ej inkluderas. Detta värde har sålunda erhållits under den första eldningssäsong under vilken byggnaden användes, då taket fortfarande innehållit byggfukt.

Vid de upprepade och något utvidgade undersökningarna vårvintern 1965 har värmemotstånden bestämts för några enstaka dygn med hjälp av värden från samtliga fyra värmeflödesmätare. Dessa resultat visar att de olika mätarna givit praktiskt taget samma värmemotstånd. För att förenkla beräkningsarbetet har därför endast resultaten från värmeflödesmätare A studerats under hela perioden 6.3—22.4.1965, sammanlagt 48 dygn. Medelvärmemotståndet under denna period har bestämts till

2,70 m<sup>2</sup>h°C/kcal, dvs. något högre än vid bestämningarna från första vintern. Det högre värdet beror på att lättbetongen torkat. Värmeflödesmätarna har som nämnts varit placerade så att lättbetongstavarna mellan elementen ej signifikant påverkat värmeflödet, varför detta kan anses vara endimensionellt. Stavnellanläggens värmemotstånd är betydligt större än luftspaltens, varför de bidrar till att ytterligare minska de totala värmeförlusterna genom taket.

Sammanfattningsvis har värmemotståndet exkl. övergångsmotstånden under första perioden bestämts till 2,5 m<sup>2</sup>h°C/kcal och under andra perioden till 2,7 m<sup>2</sup>h°C/kcal. Enligt anvisningarna i BABS och med de förutsättningar som redovisats i föregående avsnitt har värmemotståndet (inklusive övergångsmotstånd) hos taket beräknats till 1,84 m<sup>2</sup>h°C/kcal och 2,51 m<sup>2</sup>h°C/kcal vid ventilerad resp. icke ventilerad luftspalt. Detta innebär således att de enligt anvisningarna beräknade värmemotstånden är lägre än de uppmätta, även om vid beräkningarna hänsyn inte tas till att luftspalten är ventilerad. Båda lättbetongelementen bör därför medräknas i värmemotståndet för denna takkonstruktion.

### Vindhastighetens inverkan på värmemotståndet

Eftersom luftspalten står i förbindelse med ytterluften och höjden mellan öppningarna är liten, kommer lufthastigheten i denna spalt främst att bero på tryckskillnaden mellan vind- och läsida. Det bör därför finnas ett visst samband mellan vindhastighet och lufthastighet i luftspalten. (Det har av vissa tekniska orsaker inte varit möjligt att direkt mäta sistnämnda hastighet.)

Genom regressionsanalys har följande samband mellan vindhastighet,  $v$ , och värmemotstånd,  $m_{yy}$ , erhållits ( $v < 6$  m/s)

$$m_{yy} = 2,9 - 0,1 v \quad (2)$$

Korrelationskoefficienten har bestämts till 0,32, vilket innebär att det beräknade sambandet är svagt. Vindhastigheten har således inte signifikant påverkat värmemotståndet  $m_{yy}$ . Detta kan också väntas, då i detta fall den huvudsakliga isoleringen, ca 3/4 av det totala värmemotståndet, ligger under luftspalten (som är på kalla sidan). I sådana fall påverkas det totala värmemotståndet mycket litet av ventilationsgraden [7].

Luften som kommer in vid intagen torde värmas upp på en tämligen kort sträcka, 0,5—1,0 m, och påverkar därför inte påvisbart värmeflödet vid mätställena. Denna randeffekt motverkas till stor-

leksordningen av stavarnas positiva inverkan på hela takets värmemotstånd.

Resultaten antyder att lufthastigheten i luftspalten normalt är mycket låg. Utförliga undersökningar av lufthastigheten i horisontella luftspalter pågår för närvarande vid Institut für Technische Physik i Stuttgart. De första under hand erhållna erfarenheterna från dessa undersökningar antyder att lufthastigheten i dylika spalter inte skulle överskrida 0,2 m/s, vilket överensstämmer med slutsatsen att vindens inverkan på takets totala värmemotstånd,  $m_{yy}$ , skulle vara mycket liten.

### TEORETISK BESTÄMNING AV VÄRMEFLÖDE OCH TEMPERATUR I TAKKONSTRUKTIONEN MED RC-NÄTVERKSMETOD

#### Analogi mellan el- och värmeström

För endimensionell värmeströmning vinkelrätt mot en vägg eller takytas plan kan Fouriers differentialekvation för värmets ledning skrivas

$$\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} - \frac{c\gamma}{\lambda} \frac{\partial \vartheta}{\partial t} = 0 \quad (3)$$

där  $\vartheta$  = temperatur  
 $x$  = lägeskoordinat  
 $t$  = tid  
 $c$  = specifikt värme  
 $\gamma$  = volymvikt  
 $\lambda$  = värmeledningstal

För att ekvationen skall gälla förutsätts också att materialens egenskaper är oberoende av temperaturen och för övrigt oförändrade under den tid beräkningarna avser.

Denna partiella differentialekvation (3) är analog med den som gäller för en induktionsfri el-kabel utan avledning

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x_e^2} - RC \frac{\partial V}{\partial t} = 0 \quad (4)$$

där  $V$  = spänning  
 $x_e$  = lägeskoordinat  
 $R$  = resistans  
 $C$  = kapacitans  
 $t$  = tid

Ekvation (3) kan omskrivas:

$$\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} - M^1 K^1 \frac{\partial \vartheta}{\partial t} = 0 \quad (5)$$

$$\text{varvid } M^1 = \frac{1}{\lambda A} \quad (6)$$

$$K^1 = 1 \cdot c \cdot \gamma \cdot A \quad (7)$$

$M^1$  är då värmemotståndet för ett material med tjockleken 1 och ytan  $A$

$K^1$  är värmekapaciteten för ett material med tjockleken 1 och ytan  $A$

Överensstämmelsen mellan ekv. (3) och (5) är då uppenbar. Denna likhet har utnyttjats för uppbyggande av s. k. RC-nätverk för studium av värmeström genom tak- och väggkonstruktioner.

För detta fordras att man bl. a. kan göra följande antaganden:

1. värmeflödet är endimensionellt
  2. inverkan vid ytterytan av lufttemperatur, vindhastighet och strålning kan innefattas i en »ekvivalent» lufttemperatur,  $\vartheta_e$
  3. värmeöverföringen vid den varma insidan av konstruktionen kan uttryckas med ett kombinerat övergångstal,  $\alpha_i$ .
- (Antagande 3 är i detta fall väl försvarbart då rummet saknar fönster och omslutande ytors temperatur är nära rumsluftens temperatur.)

Likheten mellan det termiska systemet och det elektriska innebär då att

el resistans	»	värmemotstånd
el kapacitans	»	värmekapacitet
el potential	»	temperatur
el ström	»	värmeström (värmeflöde)

»analogimaskintid»                      »    verklig tid

Vid beräkning av värmeström och temperaturfördelning i en konstruktion indelas denna i flera skikt – ju fler dessa är, desto större blir noggrannheten. Delningen görs lämpligen i gränsytan mellan varje material i en flerskiktskonstruktion, men även de olika materialskikten kan delas upp om de har betydande tjocklek.

I det elektriska systemet är varje delskikt representerat av en  $\pi$ - eller T-länk (fig. 3).

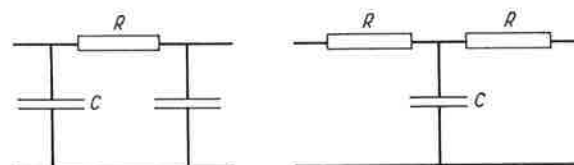


Fig. 3. Principskiss för en  $\pi$ -länk respektive en T-länk  
 ■ Fig. 3. Diagrammatic sketch of a  $\pi$ -link and a T-link

Vid en  $\pi$ -länk tänks skiktets värmekapacitet samlad i två lika delar vid skiktets båda begränsningsytor. Vid en T-länk tänks skiktets hela värmekapacitet koncentrerad till skiktets mitt. Vid uppbyggandet av ett RC-nätverk för en viss konstruktion ingår oftast både  $\pi$ -länkar och T-länkar på grund av att uppdelningen bör göras så att kapacitansvärdena blir så lika som möjligt.

Noggrannheten för beräkningar med RC-nätverk (gällande homogena skivor representerade av  $\pi$ -länkar) kan förbättras något om kapacitanserna



anbringas vid 21 %- och 79 %- punkterna av värmemotståndet [9]. Med hänsyn till övriga anlaganden som måste göras vid en byggnadskonstruktion är det dock i detta fall av underordnad betydelse.

Proportionalitetskonstanter för bestämning av relationen mellan värmestorheter och elektriska storheter väljs så att lämpliga komponentvärden kan erhållas i RC-nätverket.

Med utgångspunkt från nätverksanalogin kan ekvationer uppställas som kan lösas i analogmaskin. Vid uppställandet av RC-nätverket är det möjligt att använda proportionalitetsfaktorn *ett* genomgående, eftersom skalning ändå måste göras vid programmering för analogmaskin.

### Modelluppbyggnad för takkonstruktionen

Analogin mellan el- och värmeström har tillämpats för beräkning av värmeström och temperaturfördelning hos den ventilerade plana takkonstruktionen.

De olika skiktens materialkonstanter är sammanslagna i nedanstående tabell. Vid uppställandet av denna har hänsyn tagits till de bestämmelser av konstruktionens värmemotstånd och fuktkvoter hos de olika materialskikten som erhållits vid fältundersökningarna. Vid beräkning av *M* och *K* har ytan *A* antagits till 1 m<sup>2</sup> varvid fås

$$M = \frac{d}{\lambda} \text{ och } K = d \cdot c \cdot \gamma$$

Värmeledningstalet ( $\lambda_p$ ) har korrigerats för fuktkvotens (*U*) inverkan enligt uttrycket [3]

$$\lambda_p \approx \lambda_{\text{torr}} + \frac{U}{300} \quad (8)$$

Tabell 2. Vid beräkningen använda materialkonstanter.  
1) I skikt I ingår det övre lättbetongelementet och takpappen, varför den sammanlagda tjockleken antagits till 7,5 cm.  
2) Lättbetongens värmeledningstal, volymvikt och specifika värme har korrigerats med hänsyn till den bestämda fuktkvoten 6,5 viktprocent.  
3) Som 2) men korrigeras till fuktkvoten 5,3 viktprocent.  
4) Vid beräkningar enligt RF-metoden har  $\lambda_p = 0,11$  använts för skikt III

Skikt (se fig.)	Övergångs- motstånd m <sup>2</sup> h <sup>o</sup> C/kcal	Värmeled- ningstal $\lambda_p$ kcal/mh <sup>o</sup> C	Volymvikt $\gamma$ kg/m <sup>3</sup>	Spec. värme <i>c</i> kcal/kg <sup>o</sup> C	Tjock- lek <i>d</i> m	$M = \frac{d}{\lambda}$ h <sup>o</sup> C/ kcal	$K = d \cdot c \cdot \gamma$ kcal/ <sup>o</sup> C
I	0,06	0,13 <sup>2)</sup>	500 <sup>2)</sup>	0,26 <sup>2)</sup>	0,075 <sup>1)</sup>	0,58	9,7
II	—	—	—	—	0,07	0,20	—
III	— 0,14	0,12 <sup>3)</sup> (0,11) <sup>4)</sup>	500 <sup>3)</sup>	0,25 <sup>3)</sup>	0,20	1,67 (1,82) <sup>4)</sup>	25,0

där  $\lambda_p$  = värmeledningstal för lättbetong med fuktkvoten *U*, kcal/mh<sup>o</sup>C

$\lambda_{\text{torr}}$  = värmeledningstal för torr lättbetong, kcal/mh<sup>o</sup>C

*U* = fuktkvot hos lättbetongen, vikts-%

I RC-nätverket har luftspalten, skikt II, antagits sakna värmekapacitet och har alltså enbart ersatts med resistans. Värmemotståndet hos den horisontella luftspalten har beräknats till 0,20 m<sup>2</sup>h<sup>o</sup>C/kcal som då antas begränsas av en varm yta på undersidan och av en kall på översidan [8].

Vid uppbyggnaden av RC-nätverket har skikt I ersatts med en  $\pi$ -länk och skikt III med två  $\pi$ -länkar.

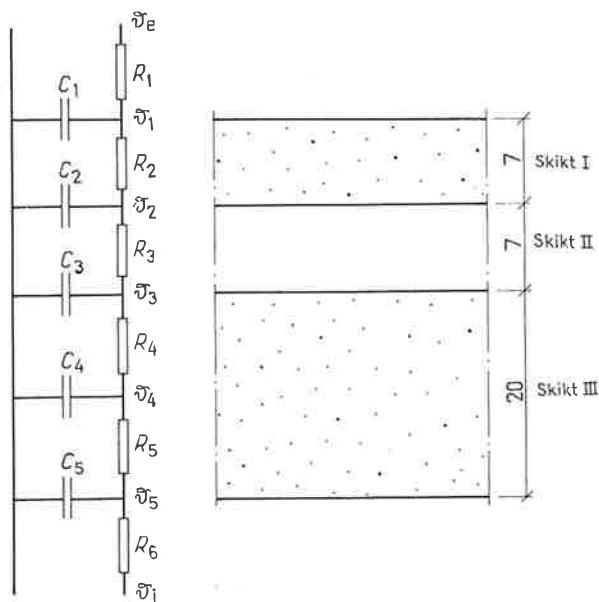


Fig. 4. Sektion genom takkonstruktionen och uppbyggnaden av det förenklade RC-nätverket för samma konstruktion. R=resistans, C=kapacitans och  $\vartheta$ =temperatur

Fig. 4. Section through the roof structure and the simplified RC-network for the same structure. R=resistance, C=capacitance and  $\vartheta$ =temperature

Table 2. Coefficients and properties used in the calculations:  
1) In layer I is included the outer cellular concrete elements and the roof topping, and the combined thickness has therefore been assumed to be 7,5 cm.  
2) The cellular concrete's thermal conductivity ( $\lambda^0$ ), density ( $\gamma$ ) and specific heat (*c*) has been corrected with regard to the determined moisture content *U* of 6,5 percent.  
3) As 2), but corrected to a moisture content of 5,3 percent.  
4)  $\lambda = 0,11$  has been used for layer III in calculations according to the RF-method

Uppdelning har gjorts så att kapacitansvärdena blir så lika som möjligt i samtliga länkar.

I fig. 4 visas det förenklade RC-nätverket.

R och C får värden enligt tabell 3, där R och C helt enkelt är andra beteckningar på värmemotstånd och värmekapacitet.

#### Ekvationsunderlag

Enligt Kirchhoffs lag kan en ekvation uppställas för varje knutpunkt i RC-nätverket. Då fås för knutpunkt 1 i fig. 4 (med beteckningar enl. figuren)

$$\frac{\vartheta_e - \vartheta_1}{R_1} + \frac{\vartheta_2 - \vartheta_1}{R_2} - \frac{d\vartheta_1}{dt} C_1 = 0 \quad (9)$$

$$\text{dvs } \frac{d\vartheta_1}{dt} = \frac{1}{C_1} \left[ \frac{\vartheta_e}{R_1} + \frac{\vartheta_2}{R_2} - \vartheta_1 \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \right] \quad (10)$$

På samma sätt fås

$$\frac{d\vartheta_2}{dt} = \frac{1}{C_2} \left[ \frac{\vartheta_1}{R_2} + \frac{\vartheta_3}{R_3} - \vartheta_2 \left( \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) \right] \quad (11)$$

eller allmänt

$$\frac{d\vartheta_v}{dt} = \frac{1}{C_v} \left[ \frac{\vartheta_{v-1}}{R_v} + \frac{\vartheta_{v+1}}{R_{v+1}} - \vartheta_v \left( \frac{1}{R_v} + \frac{1}{R_{v+1}} \right) \right] \quad (12)$$

För knutpunkt 5 gäller

$$\frac{d\vartheta_5}{dt} = \frac{1}{C_5} \left[ \frac{\vartheta_4}{R_5} + \frac{\vartheta_6}{R_6} - \vartheta_5 \left( \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} \right) \right] \quad (13)$$

Värmeförlusterna ut bestämda vid takets inneryta beräknas enligt

$$q_i = \frac{\vartheta_i - \vartheta_5}{R_6} \quad (14)$$

Vidare införs

$$\vartheta_e = \vartheta_1 + \frac{aI}{\alpha_y} = f_1(t) \quad (15)$$

där  $\vartheta_e$  = »ekvivalent» utetemperatur (»sol-air temperature»)

$\vartheta_1$  = uteluftens temperatur

$a$  = absorptionskoefficient för solstrålning

$I$  = solinstrålningsintensitet

$\alpha_y$  = yttre värmeövergångstal

$t$  = tid

Innetemperaturen,  $\vartheta_i$ , har varierat något med tiden bl. a. vid till- resp. frånslag av uppvärmningsanordningarna, dvs.

$$\vartheta_i = f_2(t) \quad (16)$$

$$\text{varvid } t = \int_0^T dt \quad (17)$$

Insätts de numeriska värdena på R och C enligt tabell 3 blir tidsenheten i ekvationerna (9)–(17) timme (h), eftersom R är uttryckt i h°C/kcal och C i kcal/°C. Då det självfallet är opraktiskt att arbeta i tidsskala 1:1 vid lösningen av problemet under flera dygn måste tidsskalning göras. Detta har utförts så att 1 sekund i maskinen motsvarar 1 timme i fysikalisk tid. Detta har ernåtts enbart genom att ändra tidsfunktionerna, dvs. 1 dygn blir lika med 24 sek. i maskinen.

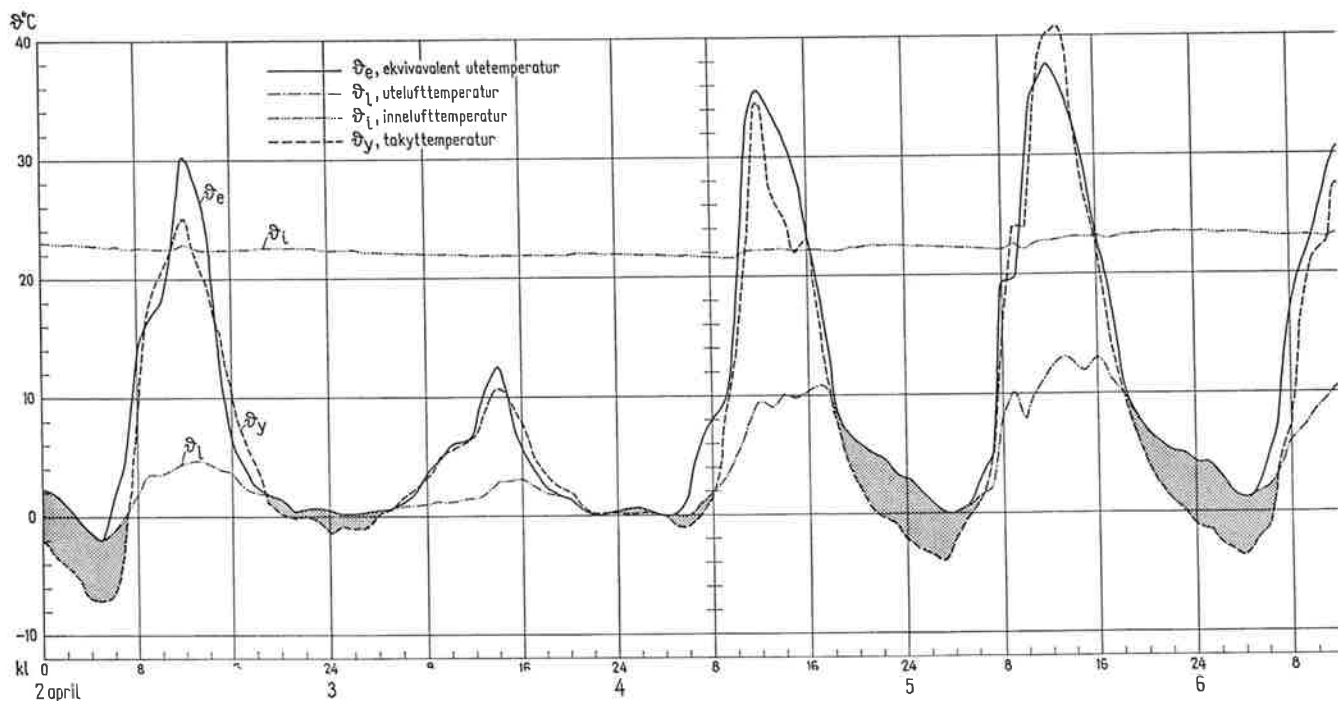
Genom införandet av den ekvivalenta utetemperatur först angiven av Macey & Wright [5]. enligt ekvation (15) tas hänsyn främst till den kortvägiga instrålningens, dvs. solinstrålningens, inverkan under dagen under förutsättning att himlen och omgivningen betraktas som en i strålningshänseende svart kropp vars yttemperatur är densamma som uteluftens, vilket inte är en helt riktig förutsättning. Som visats av bl. a. Parmelee och Aubele [6], Brown [2] och Bliss [1] kan värmeöverföringen vid en ytteryta variera mycket. Sålunda kan även den s. k. långvägiga nettoutstrålningen ha mycket stor inverkan på temperaturen hos en ytteryta. Denna kan t. o. m. vara avsevärt lägre än utelufttemperaturen. I synnerhet för en plan takyta under klara nätter med stor utstrålning mot omgivningen kan man därför vänta att den ekvivalenta utetemperatur beräknad enligt ovan inte kommer att vara en god parameter för hur den verkliga temperaturen varierar under dygnet (under natten är  $I=0$  vilket medför att  $\vartheta_e = \vartheta_1$ ).

Den ene av författarna har därför (vid National Research Council, Division of Building Research, Ottawa) härlett ett nytt uttryck  $\vartheta_e^*$  för en modifierad ekvivalent utetemperatur och beräknat värmeffödet genom taket med en där utvecklad icke stationär metod (»Response Factor method») [4] [10] [11].

Tabell 3. Numeriska värden på R och C i nätverket enligt fig. 4

Table 3. Numerical values for R and C in the network according to fig. 4

$v$	1	2	3	4	5	6
$R_v$ , h°C/kcal	0,06	0,58	0,20	0,835	0,835	0,14
$C_v$ , kcal/°C	4,85	4,85	6,25	12,5	6,25	—



För en horisontell yta gäller sålunda enligt [4]:

$$\vartheta_{e, \text{dag}}^* = \vartheta_l + \frac{aI}{\alpha_y} - \left(\frac{9-m}{9}\right)(4,2 - 0,06\vartheta_l) \quad (18 a)$$

$$\vartheta_{e, \text{natt}}^* = \vartheta_l - \left(\frac{9-m}{9}\right)(5,6 - 0,08\vartheta_l) \quad (18 b)$$

där  $\vartheta_l$  = uteluftsens temperatur, °C

$a$  = absorptionskoefficient för solstrålning

$I$  = solinstrålningsintensitet, kcal/m<sup>2</sup> h

$\alpha_y$  = yttre värmeövergångstal, kcal/m<sup>2</sup> h °C

$m$  = molnighetsgrad (0–8,  $m=0$  betecknar helt klar himmel och  $m=8$  betecknar helt molntäckt himmel)

De sista termerna i ekv. (18 a) och (18 b) tar hänsyn till att atmosfärens skenbara emissionstal är mindre än ett (speciellt vid klart väder).

Beräkningar av värmeflöde enligt den senare s. k. RF-metoden har också utförts såväl med  $\vartheta_e$  och  $\vartheta_i$  som ingångsdata (liksom vid beräkningarna med RC-nätverksmetoden) som med de direkt uppmätta yttemperaturerna.

#### Ingångsvärden på aktuella meteorologiska klimatt faktorer In- och ut signaler

Beräkningarna har utförts för en tidsperiod om 7 dagar fr. o. m. 2.4.1965 t. o. m. 8.4.1965 varunder vädret har växlat från helt mulet till helt klart. Under dessa dagar fanns ingen snö på taket, vilket exempelvis kunde ha ändrat takytans absorptionsfaktor. Bestämningarna av värmeflödet har visat att detta inte är periodiskt, dvs. det antar inte samma värde dag efter dag vid samma tid. Den

ekvivalenta utetemperaturerna har beräknats och uppritats med hjälp av bestämningar på utelufts temperatur och intensitet på solinstrålningen. Temperaturvariationerna för beräkningsperioden framgår av fig. 5. Absorptionsfaktorn för den svarta takpappen har antagits till 0,9 och värmeövergångstalet på utsidan till 17 kcal/m<sup>2</sup>h°C.

Vid analogiberäkningarna har den ekvivalenta utetemperaturerna,  $\vartheta_e$ , approximerats med ett stort antal på bästa sätt valda räta linjer, som programmerats till ett antal funktionsgivare, vilka seriekopplats vid beräkningen i analogmaskinen. På samma sätt har innetemperaturen,  $\vartheta_i$ , ersatts med räta linjer som i sin tur programmerats för särskilda funktionsgivare. Approximeringen till räta linjer har medfört en mycket god överensstämmelse med de bestämda temperaturerna, jämför fig. 5 och 6. Den har dock inneburit att temperaturkurvorna erhållit vissa brytpunkter, som givit upphov till motsvarande variationer i det beräknade värmeflödet.

Vid början av beräkningen måste självfallet vissa begynnelsevillkor uppfyllas. Bl. a. måste temperaturfördelningen i konstruktionen antas vara känd. Det enklaste sättet att bestämma begynnelsevillkoren är att ställa in godtyckliga värden och beräkna problemet med signaler motsvarande tiden  $t=0$ . I fortvarighetstillstånd är då utsignalerna lika med begynnelsevärdena. För det här speciella fallet har antagits att fortvarighetstillstånd råder den 2.4.1965, dvs. vid försöksperiodens början. Detta antagande innebär att alla föregående dygn förut-

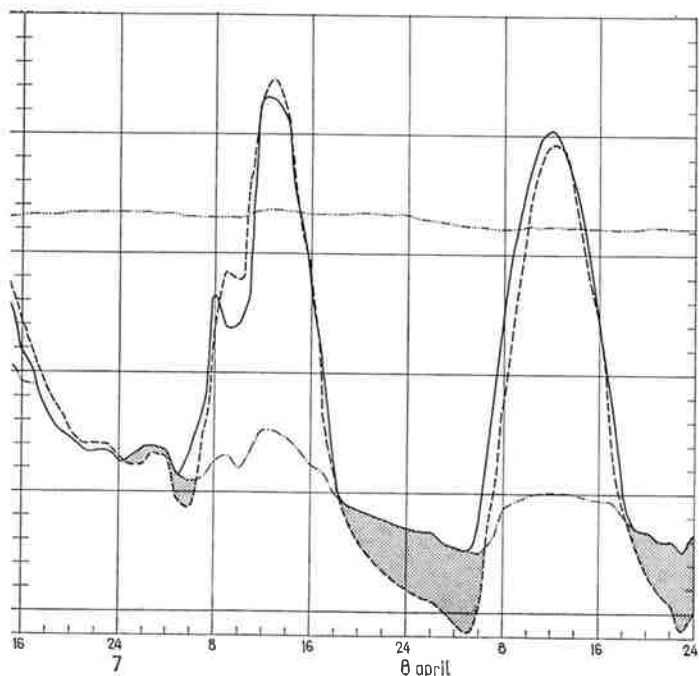


Fig. 5. Uppmätta temperaturer hos uteluften, inneluften och på takytan samt den enligt ekv. (15) beräknade ekvivalenta utetemperaturer för perioden 2—8 april 1965. Den skafferade delen av diagrammet markerar när takytans temperatur är lägre än utelufttemperaturer. I synnerhet under nätterna till den 5, 6, 8 och 9 april, som varit i det närmaste klara, har takytans temperatur varit väsentligt lägre än den omgivande luftens temperatur beroende på inverkan av långvägig nettoutstrålning. Under molniga nätter har däremot skillnaden mellan takytans och uteluftens temperaturer varit liten. Under dagen följer den ekvivalenta utetemperaturer takytans temperatur väl. Temperaturvariationerna på takets ytteryta under ett dygn är som synes mycket stora vid klart väder.

Fig. 5. Recorded temperatures of the outside air  $\vartheta_o$ , the inside air  $\vartheta_i$  and the roof surface  $\vartheta_y$  and the calculated sol-air temperature  $\vartheta_e$  according to equation (15) for the period 2—8 April 1965. The shaded part of the diagram shows when the roof surface temperature is lower than the outside air temperature. In particular during the nights of the 5th, 6th, 8th and 9th of April, which were almost clear, the roof surface temperature has been considerably lower than the outside air temperature due to the effect of long-wave net radiation. During cloudy nights the difference between the roof surface and the outer air temperature has been very small. During the day the sol-air temperature follows the roof surface temperature to a large degree. The temperature variations in the outer surface of the roof during a 24-hour period are as can be seen very large for clear conditions

satts ha haft exakt samma klimatförhållanden, vilket självfallet innebär en viss approximation och medför att beräkningsresultatet för försöksperiodens början blir något osäkert. Vid de följande dygnen har begynnelsevillkoren varit kända och lika med utgångssignalerna från närmast föregående dygn.

Tillgången till ett stort antal funktionsgivare har således gjort det möjligt att beräkna värmefflöde och temperaturfördelning i takkonstruktionen under en längre sammanhängande period. De uppmätta temperaturerna har mycket noggrant kunnat efterliknas oberoende av hur temperatursvängningarna har ägt rum. Dessa har alltså inte ersatts med något dygnsperiodiskt förlopp, vilket är vanligt vid liknande beräkningar. Av denna anledning har inläsningsapparaturen varit förhållandevis omfattande och programmeringen tämligen dryg och arbetskrävande. Detta torde vara en av de viktigaste faktorer som något begränsar denna metods användning vid icke-dygnsperiodicitet.

## RESULTAT OCH DISKUSSION

### Temperatur

I en analogmaskin (typ PACE 231 R) vid Institutionen för flygteknik, KTH, har temperaturerna beräknats i varje gräns mellan de olika delskikten i takkonstruktionen. Dessa har automatiskt uppritats med hjälp av en XY-skrivare. I fig. 6 redovisas sålunda beräknade temperaturer på takets inneryta och ytteryta, temperaturen på lättbetongytorna på båda sidor om den ventilerade luftspalten samt temperaturen i det undre bärande lättbetong-

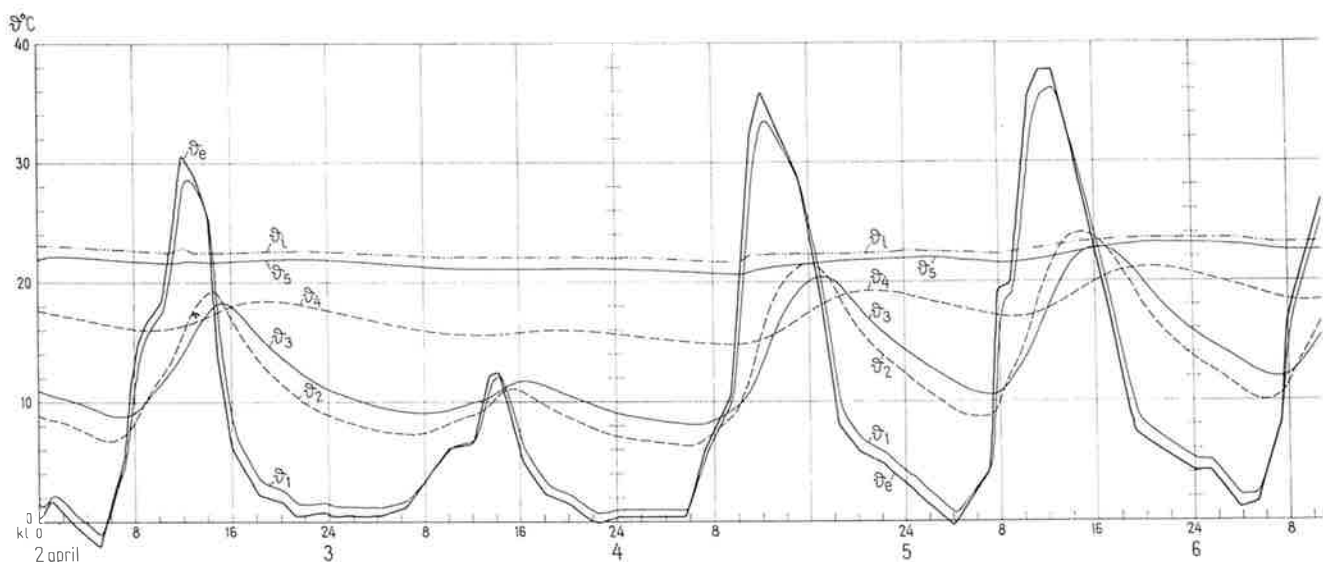
elementets mitt. Det är således totalt 5 temperaturer i olika delar av takkonstruktionen som beräknats och redovisats. I samma figur är också ritade de approximerade ingångsvärdena på den ekvivalenta utetemperaturer och innetemperaturen.

### Dämpning

Redan temperaturkurvorna i sig själva ger värdefulla upplysningar om takkonstruktionens termiska verkningsätt. Det är då i första hand konstruktionens dämpande och tidsfördröjande inverkan som direkt kan avläsas i temperaturdiagrammen. Genom att konstruktionen uppdelats i flera skikt kan dessutom varje skikts dämpning och tidsfördröjning studeras. Dämpningen kan definieras som

$$\frac{\text{amplituden för innerytans temperatur}}{\text{amplituden för ytterytans temperatur}}$$

Denna definition kan ge upphov till avvikelser från det verkliga förhållandet om lufttemperaturen inne ändras genom exempelvis termostatreglering, varvid självfallet även yttemperaturen på innerytan påverkas oberoende av ändringen i den ekvivalenta utetemperaturer. Om dämpningen bestäms enligt denna definition har den i medeltal legat mellan 0,03 och 0,04, vilket innebär att amplituden hos yttemperaturen på takets insida uppgår till endast 3 à 4 % av amplituden hos ytterytans temperatur. Det är således en mycket stark dämpning, vilket innebär stor fördel, speciellt om noggrann temperaturreglering inomhus eftersträvas. Som framgår av



temperaturkurvorna är dämpningen inom varje delskikt också betydande.

### Tidsfördröjning

Tidsfördröjningen kan erhållas om exempelvis tidpunkten för maximivärdena hos temperaturerna i de olika skikten avläses. Resultaten visar att ju närmare konstruktionens inneryta temperaturen beräknats, desto senare inträffar temperaturmaximum. I det här fallet uppgår den totala tidsförskjutningen till 10–12 timmar. Denna stora tidsförskjutning har ofta fördelaktig inverkan på det totala värmebehovet. Oftast infaller den lägsta temperaturen utomhus under efternatten – någon eller några timmar före soluppgången – medan dygnets högsta temperatur i regel uppnås på eftermiddagen. En tidsförskjutning om 12 timmar medför då att värmeflödet blir störst på dagen när temperaturdifferensen inne – ute är minst.

### Temperaturfördelning

Det är inte enbart en temperaturvägs dämpning och tidsfördröjning som kan bestämmas med hjälp av de analogberäknade temperaturkurvorna. Dessa ger också en klar bild av den aktuella temperaturfördelningen i konstruktionen vid olika tidpunkter på dygnet. I synnerhet vid klart väder är temperatursvängningarna mellan dag och natt som synes mycket stora. Inte ens under ett helmulet dygn (den 3 april 1965) är temperaturfördelningen linjär, i motsats till de antaganden som ofta görs vid traditionella ingenjörsmässiga beräkningsmetoder.

### Jämförelse mellan beräknat och uppmätt värmeflöde

I stort sett är överensstämmelsen god mellan det

direkt uppmätta och i analogmaskinen beräknade värmeflödet, fig. 7, under mulna dygn. Det beräknade värmeflödet varierar dock något annorlunda än det uppmätta. Det har ett antal till synes omotiverade snabba förändringar och antar spetsiga maximi- och minimivärden. Detta torde bl. a. bero på att det har beräknats som skillnaden mellan stora tal – se ekv. (14) – skillnaden mellan luft- och yttemperaturen vid takets inneryta. Denna skillnad är som framgår av den beräknade temperaturfördelningen (fig. 6) mycket liten, varför relativt små avvikelser (tiondels grader) från det verkliga förhållandet ger relativt stort utslag på det beräknade värmeflödet. Speciellt stora har avvikelserna blivit vid de brytpunkter som den approximerade temperaturkurvan fått, och detta har medfört att det beräknade värmeflödet har erhållit mycket snabba och plötsliga förändringar.

Det beräknade värmeflödet med RC-nätverksmetoden i analogmaskinen har i genomsnitt blivit något mindre än det uppmätta, vilket främst beror på att inverkan av den långvågiga nettoutstrålningen från takytan mot omgivningen under dygnens mörka delar försumrats vid dessa beräkningar. Vid beräkningen av den ekvivalenta utetemperatur,  $\theta_e$ , har som framhållits hänsyn inte tagits till denna strålning. I fig. 5 har också den registrerade temperaturen på takets ytteryta redovisats. Därav framgår att yttemperaturen och den ekvivalenta utetemperatur under dagen i stort korresponderar, varför strålningens inverkan då synes vara ganska väl innefattad i den ekvivalenta utetemperatur. Under dagen har alltså kvoten  $\frac{\alpha}{\alpha_y}$  tillfredsställande innefattat både den kortvågiga och den långvågiga strålningens inverkan. (Detta

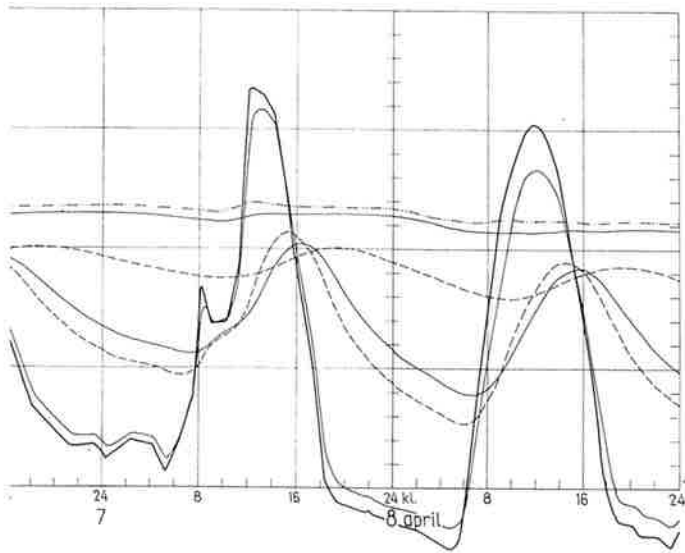


Fig. 6. Beräknade temperaturer ( $\theta_1-\theta_5$ ) med analogmaskin enligt RC-nätverksmetoden. De till ett stort antal rätta linjer approximerade värdena på Innelufts temperatur.  $\theta_1$ , respektive den ekvivalenta utetemperatur,  $\theta_e$ , har utgjort ingångssignaler vid beräkningarna. Som framgår av diagrammet föreligger ingen dygnsperiodicitet hos  $\theta_e$  och  $\theta$ . Av figuren framgår att temperaturfördelningen i taket inte ens under en förhållandevis molnig dag (3 april) har varit linjär. Tvärtom har temperaturvariationerna i synnerhet i det yttre lättbetongelementet varit mycket stora.

De beräknade temperaturerna är:  
 $\theta_1$  = takytans temperatur på utsidan  
 $\theta_2$  = temperaturen i underkant av det yttre lättbetongelementet  
 $\theta_3$  = temperaturen på det bärande elementets överyta  
 $\theta_4$  = temperaturen i det bärande elementets mitt  
 $\theta_5$  = temperaturen på takets inneryta

Fig. 6. Calculated temperatures ( $\theta_1-\theta_5$ ) by an RC-network method. The input signals have been approximated values (a very large number of straight lines) of indoor ( $\theta_1$ ) and sol-air temperature ( $\theta_e$ ). As can be seen from the diagram, there is non-periodic conditions. It can also be seen from the diagram that the temperature gradient is not linear even for rather cloudy conditions (April 3). On the contrary, the temperature variation in the top element have been very great.

The calculated temperatures are:  
 $\theta_1$  = the outside surface temperature of the top element  
 $\theta_2$  = the lower surface temperature of the top element  
 $\theta_3$  = the upper surface temperature of the supporting element  
 $\theta_4$  = the temperature in the centre of the supporting element  
 $\theta_5$  = the inside surface temperature of the supporting element

behöver dock inte nödvändigtvis betyda att värdena på  $a$  och  $\alpha_y$  vart för sig är helt korrekta. Dessa är inte bestämda på platsen, utan är valda som vid ett praktiskt ingenjörspöblem.)

Under några helt klara nätter har emellertid takets yttemperatur legat åtskilliga grader under lufttemperaturen. (Under natten förekommer ingen kortvägig strålning, varför den ekvivalenta utetemperaturerna då är densamma som lufttemperaturen.) I diagrammet är särskilt markerat när yttemperaturen varit lägre än lufttemperaturen.

Tabell 4. Uppmätta och beräknade dygnsmedelvärden på värmefflödet ut genom takkonstruktionen (kcal/m<sup>2</sup>h). Vid beräkning enligt RC- och RF-metoderna har samtliga dygn före den 2 april antagits ha samma förhållanden som den 2 april.

$q_1$  och  $q_2$  är beräknade med konstanta värden på värmemotståndet och med medelvärdet av lufttemperaturerna inne och ute.  $\Sigma m = 1,84$  motsvarar det värmemotstånd som kan beräknas enligt gällande anvisningar i BABS 1960.  $\Sigma m = 2,90$  motsvarar det värmemotstånd som i medeltal erhållits vid bestämningarna 1965 om  $m_1 + m_2 = 0,20$  m<sup>2</sup>h<sup>0</sup>C/kcal.

$q_3$  är beräknat i analogmaskin enligt den s.k. RC-metoden med antagandet att  $\Sigma m = 2,45$  (exkl. övergångsmotstånd) och med användandet av den ekvivalenta utetemperaturerna.

$q_4$  är beräknat enligt den s.k. RF-metoden och  $\Sigma m$  har antagits till 2,60 (exkl. övergångsmotstånd). Dessutom har en modifierad ekvivalent utetemperatur använts

Något förenklat uttryckt kan denna temperatur skillnad sägas vara ett mått på den långvägiga nettoutstrålningens inverkan under natten. Försummandet av denna måste då medföra betydande avvikelser från de verkliga temperatur- och värmefflödesförhållandena, eftersom denna temperaturskillnad under vissa nätter uppgått till närmare 6°C. Temperaturdifferensen mellan takets inner- och ytteryta har då ökat med 20 à 30%. Ökningen av värmefflödet ut bör därför vara av samma storleksordning, fig. 7. Det framgår också att det

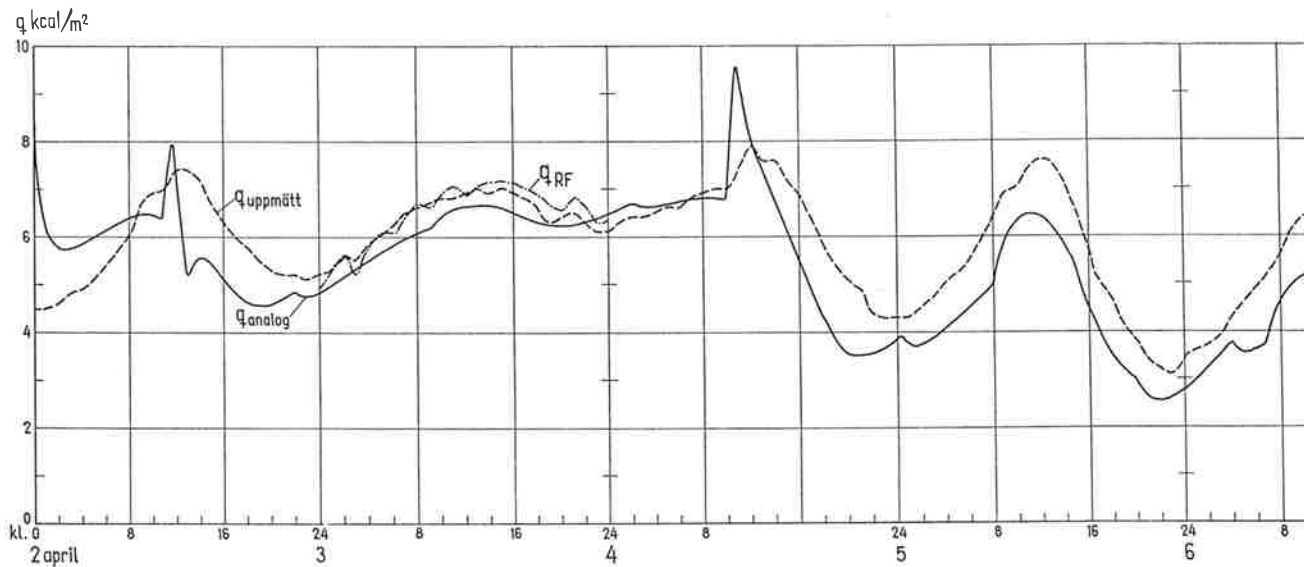
Table 4. Recorded ( $q_0$ ) and calculated 24-hour mean values of heat flow out through the roof structure (kcal/m<sup>2</sup>h). In the calculation according to the RC- and RF-methods all 24-hour periods before the 2nd of April have been assumed to have the same conditions as the 2nd of April

$q_1$  och  $q_2$  are calculated with constant values of the heat resistance and with mean values of the inside and outside air temperatures.  $\Sigma m = 1,84$  represents the heat resistance which can be calculated according to the now valid recommendations in BABS (The Swedish code of practice) 1960.  $\Sigma m = 2,90$  represents the heat resistance which on the average has been obtained in the determinations (1965) if the inside and outside surface resistances = 0.20 m<sup>2</sup>h<sup>0</sup>C/kcal.

$q_3$  is calculated in an analog computer according to the RC-method with the assumption that  $\Sigma m = 2,45$  (excluding surface resistances) and using the sol-air temperature.

$q_4$  is calculated according to the so called RF-method, and  $\Sigma m$  has been assumed to be 2,60 (excluding surface resistances). In addition a modified sol-air temperature has been used

Datum	Uppmätt värmefflöde $q_0$	Beräknat värmefflöde				Differens i procent			
		$q_1$ $\Sigma m = 1,84$	$q_2$ $\Sigma m = 2,90$	$q_3$ RC-metod	$q_4$ RF-metod	$\frac{q_1 - q_0}{q_0}$	$\frac{q_2 - q_0}{q_0}$	$\frac{q_3 - q_0}{q_0}$	$\frac{q_4 - q_0}{q_0}$
April 2	5,8	11,3	7,2	(5,6)	(6,5)	+ 95	+ 24	(- 3)	(+ 12)
3	6,4	11,3	7,2	6,1	6,5	+ 77	+ 12	- 5	+ 2
4	6,3	9,4	6,0	5,9	6,6	+ 49	- 5	- 6	+ 5
5	5,3	8,9	5,6	4,4	5,7	+ 68	+ 5	- 17	+ 8
6	5,3	9,5	6,0	4,1	5,2	+ 79	+ 13	- 23	- 2
7	5,2	11,7	7,4	4,9	5,5	+ 125	+ 42	- 6	+ 6
8	6,0	13,5	8,6	4,9	6,5	+ 125	+ 43	- 18	+ 8



uppmätta värmeflödet under dagen och speciellt eftermiddagen överstiger det i analogen beräknade, vilket beror på den stora tidsförskjutningen, som ovan bestämts till 10–12 timmar. Skillnaden mellan det uppmätta och det beräknade värmeflödet motsvarar alltså i huvudsak den inverkan på värmeförlusterna som den långvägiga nettoutstrålningen kan ha. Försummandet av denna kan därför som ovan visats leda till förhållandevis stora avvikelser mellan beräknade och verkliga värmeförluster.

RC- och RF-metoderna gav väl överensstämmande resultat för dygnsmedelvärdet på värmeflödet då beräkningsförutsättningarna var desamma – dvs. när den enkla ekvivalenta utetemperatur,  $\vartheta_e$ , användes.

Däremot ger den nya modifierade ekvivalenta utetemperatur,  $\vartheta_e^*$ , som synes av fig. 7 bättre överensstämmelse med uppmätta värmeflöden – även under mycket klara dygn – varför den torde väl innefatta såväl den kort- som den långvägiga strålningens inverkan på värmeförlusterna. Avvikelsen från det uppmätta värmeflödet är med undantag av det första beräknade dygnet mindre än 8% (tabell 4). Vid dessa senare beräkningar har dessutom antagits att medelvärmemotståndet för hela takkonstruktionen uppgått till  $2,60 \text{ m}^2\text{h}^\circ\text{C}/\text{kcal}$  (exkl. övergångsmotstånd).

För jämförelse har i tabell 4 också redovisats de värmeflöden som erhålls om förhållandena antas vara stationära, dvs. de har beräknats såsom produkten av ett värmegenomgångstal och temperaturskillnaden ute–inne. Vid beräkning av  $q_1$  har det värmegenomgångstal använts som kan beräknas enligt BABS 1960 och vid  $q_2$  det värmegenomgångstal som bestämts vid fältundersökningarna våren

1965, varvid  $m_i + m_u$  antagits till 0,20. Som framgår av tabellen är  $q_1$  mycket större än det uppmätta värmeflödet, vilket klart visar att konstruktionens värmemotstånd är betydligt större än det som beräknats om hänsyn till det yttre lättbetongelementet inte tas.  $q_2$  avviker mindre från det uppmätta värmeflödet, men avvikelsernas storlek ändras mycket från dygn till dygn, vilket självfallet beror på att värmeflödet i verkligheten inte är stationärt.

Mycket god överensstämmelse med uppmätt värmeflöde (avvikelsen  $< 5\%$ ) erhöles när de uppmätta yttemperaturerna och  $m_{yy} = 2,60$  användes som grund för beräkningarna enligt RF-metoden. Detta bestyrker ytterligare att de gjorda antagandena för de ingående materialkostnaderna för taket är väl valda liksom att inverkan av såväl ventilationen i luftspalten som av lättbetongstavnarna är försumbara för det uppmätta värmeflödet genom den aktuella takkonstruktionen. Det yttre tunna lättbetongelementet måste därför medräknas i konstruktionens totala värmemotstånd.

#### SAMMANFATTNING

Värmeflöde och temperaturer har bestämts vid icke-stationära och icke-periodiska förhållanden för en plan luftad takkonstruktion av lättbetong. Teoretiskt beräknade värden visar god överensstämmelse med experimentellt bestämda när ett nytt modifierat uttryck för den ekvivalenta utetemperaturen läggs till grund för beräkningarna. Detta uttryck tar – förutom till den konvektiva värmeöverföringen – även hänsyn till både det kort- och det långvägiga strålningsutbytet vid ytterytan.

Den ursprungliga formen för ekvivalent utetemperatur tenderar däremot att undervärdera det lång-

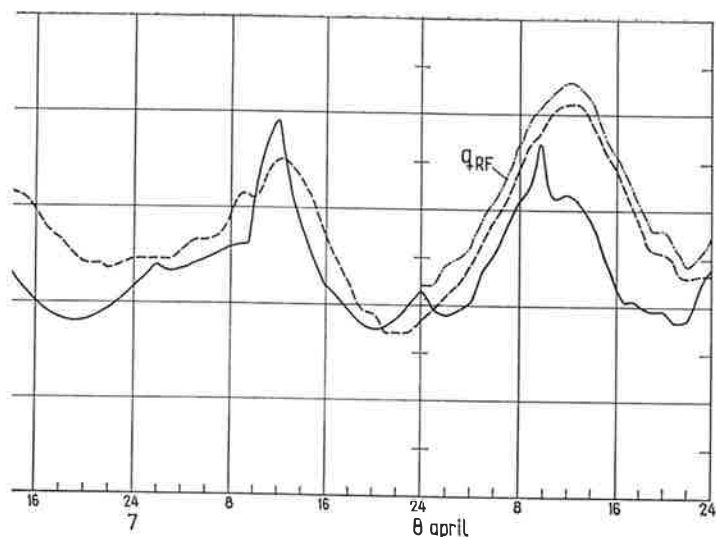


Fig. 7. Uppmätt och beräknat värmefflöde för perioden 2–8 april.  $q_{\text{uppmätt}}$  = med värmefflödesmätare direkt uppmätt värmefflöde.  $q_{\text{analog}}$  = i analogmaskin enligt RC-metoden beräknat värmefflöde.  $q_{\text{RF}}$  = beräknat värmefflöde enligt den s k Response Factor-metoden. Vid beräkning av  $q_{\text{RF}}$  har bl.a. den modifierade ekvivalenta utetemperatur, som tar särskild hänsyn till nettostrålningen, använts som ingångsvärde, medan vid  $q_{\text{analog}}$  det enklare uttrycket för ekvivalenta utetemperatur har använts.  $q_{\text{RF}}$  överensstämmer därför bättre med uppmätt värmefflöde, i synnerhet vid klart väder (8 april). Vid stor molnighet (3 april) betyder nettoutstrålningen mindre (jämför motsvarande temperaturer i fig 5)

■ Fig. 7. Recorded and calculated heat fluxes for the period 2–8 of April.  $q_{\text{uppmätt}}$  = the recorded heat flow by heat flow-meters.  $q_{\text{analog}}$  = the heat flow calculated by RC-method in analog computer.  $q_{\text{RF}}$  = the calculated heat flow according to the so called Response Factor-method. In the calculation of  $q_{\text{RF}}$  among other things a modified sol-air temperature, which pays regard to the long wave net radiation, has been used as an input-value whereas in  $q_{\text{analog}}$  the simpler expression for the sol-air temperature has been used. This means that in the calculation of  $q_{\text{RF}}$  special regard has been paid to the long-wave net radiation and agreement with the recorded heat flows are then better, in particular for clear weather (8th of April). In cloudy weather (3rd of April) the net radiation has less importance (compare the temperatures in fig 5)

vågiga strålningsutbytet med omgivningen. Detta gäller speciellt för horisontella yttertor vid klart väder. Praktiskt betyder detta att den kortvågiga strålningen i sin tur kommer att övervärderas.

Beräknas dygnsmedelvärdet av värmefflödet slutligen på traditionellt sätt på grundval av konstruktionens k-värde och lufttemperaturskillnaden inute erhålls stor avvikelse på grund av att denna metod helt försummar solstrålningens inverkan. Räknas inte värmemotståndet hos den del av takkonstruktionen som ligger ovanför den ventilerade luftspalten in i k-värdet blir avvikelsen ännu större.

Temperaturvågen dämpas effektivt av takkonstruktionen. Dämpningsfaktorn är så låg som 0,03; variationen mellan maximi- och minimitemperaturen kan på yttersidan t. o. m. vara större än 40° C medan variationen på innersidan är mindre än 1° C. Tidsförskjutningen befanns vara 10–12 timmar, vilket betyder att värmefflödet ut genom takkonstruktionen är störst vid middagstid och minst 10–12 timmar senare, på natten.

Två år efter uppförandet har takkonstruktionen en fuktkvot av ca 6 viktsprocent och ett värmemotstånd  $m_{\text{vv}} = 2,6–2,7 \text{ m}^2\text{h}^\circ\text{C}/\text{kcal}$  (exkl. övergångsmotstånd), vilket motsvarar ett k-värde av 0,35 kcal/m<sup>2</sup>h<sup>0</sup>C. Den ovanför luftspalten liggande konstruktionsdelens värmemotstånd utgör en signifikativ del av takkonstruktionens totala värmemotstånd.

## LITTERATUR

[1] Bliss, Jr, R W: *Atmospheric Radiation Near the Surface of the Ground. A Summary for Engineers.* Solar Energy Vol. V No. 3, July–September. 1961.

[2] Brown, G: *Värmeövergång vid byggnaders yttertor.* Statens nämnd för byggnadsforskning. Handlingar nr 27, Stockholm 1956

[3] Elmroth, A och Höglund, B I: *Influence of Moisture on the Thermal Resistance of External Walls of Cellular Concrete—relating to two newer types of construction.* RILEM/CIB Symposium on Moisture Problems in Buildings, Rapport 4–10, Helsingfors 1965

[4] Höglund, B I, Mitalas, G P och Stephenson, D G: *Surface Temperatures and Heat Fluxes for Flat Roofs.* Building Science Nr 00. London 1967.

[5] Macey, C O och Wright, L T: *Summer Comfort Factors as Influenced by the Thermal Properties of Building Materials,* ASHVE Transactions, Vol. 49. 1943

[6] Parmelee, G V och Aubele, W W: *Radiant Energy Emission of Atmosphere and Ground,* ASHVE Transactions, Vol. 58. 1952

[7] Pratt, A W: *Condensation in Sheeted Roofs.* National Building Studies Research Paper No 23, London H.M.S.O. 1958

[8] Robinson, H E och Powlitch, F J: *The Thermal Insulation Value of Airspaces.* U S Housing and Home Finance Agency, Housing Research Paper No 32, April 1954

[9] Stephenson, D G och Starke, G O: *Design of a  $\pi$ -Network for a Heat-Flow-Analog.* Journal of Applied Mechanics, 26, (2), 300, 1959.

[10] Stephenson, D G och Mitalas, G P: *Cooling Load Calculations by Thermal Response Factor Method.* Rapport till ASHRAE Semi-Annual Meeting. Detroit. Jan. 1967

[11] Mitalas, G P och Stephenson, D G: *Room Thermal Response Factors.* Rapport till ASHRAE Semi-Annual Meeting. Detroit. Jan. 1967