

**Rapport**

**R3:1971**

TEKNISKA HOGSKOLAN I LUND  
SEKTIONEN FOR VAG. OCH VATTEN  
BIBLIOTEKET

**Deformationsförmåga  
hos betongpelare**

**Jan Erik Janson**

**Byggforskningen**

KUNGL. TEKNISKA HÖGSKOLAN  
Institutionen för Brobyggnad


Professor Lars Östlund  
Tekniska Högskolan i Lund  
Fack 725  
220 07 LUND 7

Broder!

I samråd med Mogens Lorentsen översänder jag rapporten "Deformationsförmåga hos betongpelare". Undersökningarna har gjorts huvudsakligen med medel från Statens Råd för Byggnadsforskning men till en del även med hjälp av bidrag från Dimensioneringsgruppen inom Statens Betongkommitté. Detta bidrag möjliggjorde att även oarmerade pelare provades och jag vill härmed tacka för bidraget.

Stockholm den 7.4 1971

Bästa hälsningar



Jan Erik Janson

Kopia till Mogens Lorentsen



Tvångsdeformationer som är av sådan storlek att beräkning enligt elasticitetsteori blir helt missvisande är mycket vanliga vid betongkonstruktioner. Ett exempel på detta är pelare som i ena änden är fixerade i grunden och i den andra förbundna med varandra genom bjälklag och väggar. När bjälklagen och väggarna krymper böjs pelarna. Böjningen är ofta så stor att pelarna överskrider gränsen för elasticitetsteoris giltighet. Detta överskridande sker således redan i bruksstadiet.

Denna undersökning är ett led i arbetet att klarlägga förutsättningarna för gränslastmetoderna. Undersökningen omfattar experimentellt och teoretiskt studium av bärförmågan hos centriskt belastade betongpelare utsatta för tvångsdeformation. Resultaten av de teoretiska beräkningarna överensstämmer väl med försöksresultaten.

I rapporten redovisas en tumregel, som innebär att en betongpelares tvångsdeformation bör kunna tillåtas vara ungefär 10 gånger större än den deformation som en formell beräkning enligt elasticitetsteori leder till. En förutsättning för att denna stora tvångsdeformation skall tillåtas är att byggnadens sidostabilitet är säkerställd av andra konstruktionsdelar.

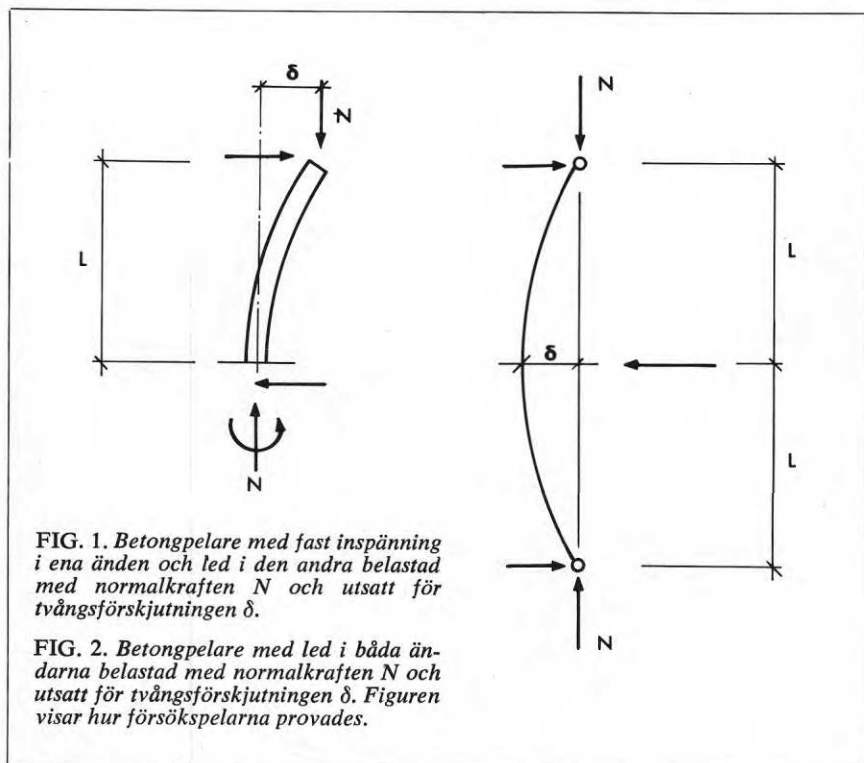
Ett i praktiken vanligt fall, vid vilket pelare blir tvångsdeformerade i betydande grad, är att krympning hos bjälklag och väggar i ett hus tvångsdeformerar pelare på grundplintar. Det är vanligt att sådana pelare är grova och vid formell beräkning av påkänningar enligt elasticitetsteori finner man att endast mycket små krymprärelser kan accepteras med hänsyn till tillåtna påkänningar. Ofta beaktas då inte krymprärelserna vid den statiska beräkningen av byggnaden. Emellertid finns det gränser för vilka deformationer en betongpelare tål och denna undersökning visar vilken deformationsförmåga man har att ta hänsyn till.

Undersökningen omfattar teoretiskt studium av betongpelares deformationsförmåga samt provning i laboratorium av 24 st pelare. Det grundläggande fall som främst har studerats teoretiskt och experimentellt är det som visas i FIG. 1.

Beräkningar av deformationsförmågan hos betongpelare belastade enligt FIG. 1 har genomförts. Beräkningsgången har varit följande. Med hjälp av jämviktsvillkoren, antagande om plana tvärsnitt samt antagande om betongens och armeringens  $\sigma$ - $\epsilon$ -diagram

Nyckelord:

betongkonstruktion, betongpelare, tvångsdeformation, bärförmåga



Rapport R3:1971 avser anslag C 379: 1-3 från Statens råd för byggnadsforskning till Institutionen för brobyggnad, KTH.

UDK 624.073.012.4  
624.044

Sammanfattning av:

Janson, J E, 1971, *Deformationsförmåga hos betongpelare*. (Statens institut för byggnadsforskning) Stockholm. Rapport R3:1971, 119 s., ill. 18 kr.

Rapporten är skriven på svenska med svensk och engelsk sammanfattning.

Distribution:

Svensk Byggtjänst  
Box 1403, 111 84 Stockholm  
Telefon 08-24 28 60

Abonnemangsgrupp:

(k) konstruktion

beräknas sambandet mellan moment och krökning för aktuellt tvärsnitt. Därefter bestäms krökningsfördelningen i pelaren vid visst stadium karakteriserat av viss momentfördelning. Deformationen i detta stadium erhålls genom integrering av krökningen.

Vid försöken har belastningsfallet enligt FIG. 1 efterliknats genom att en pelare har belastats enligt FIG. 2 varvid pelarens mittsnitt svarar mot den fast inspända pelaränden i FIG. 1. Vid försöken har följande parametrar varierats: pelarlängden, armeringsmängden (även helt oarmerade pelare provades), normalkraftens storlek (från normal brukslast till ca 70 % av brottlast vid centriskt lastangrepp) samt försökets varaktighet (från ca 2 tim till ca 8 dygn). Tvärsnittet var  $H \times b = 150 \times 200$  mm (för oarmerade pelare  $175 \times 200$  mm). Pelarna var inte bygelarmade. Det är väsentligt att observera att normalkraften hölls konstant och att deformationen var den oberoende variabel som stegvis ökades till brott. Brottet definieras därvid som det stadium när pelaren inte längre förmår stadium när pelaren inte längre förmår bära normalkraften. Innan brottstadiet uppnås har horisontalkraften vanligen ett maximum liksom momentet

i pelaren. I vissa fall bytte horisontalkraftens riktning före brott.

Resultaten av de teoretiska beräkningarna överensstämmer bra med försöksresultaten. För de kortaste försökspelarna observerades dock att deformationsförmågan blev betydligt större än beräknat. Detta har tolkats så att för dessa pelare har tvärkraften en icke försumbar betydelse som den teoretiska beräkningen inte beaktar. Armeringsmängden har en mycket obetydlig inverkan på deformationsförmågan. Detta gäller även om armeringsmängden minskas till noll.

Normalkraftens storlek påverkade resultaten i försöken huvudsakligen på följande sätt. Vid stor normalkraft uppnåddes pelarens maximala moment strax före brott medan vid låg normalkraft en stor del av deformationsförmågan fanns kvar sedan maximalt moment hade uppnåtts.

Försökens varaktighet påverkade resultaten mycket litet. Detta förklaras med att den största delen av krypningen i betongen redan sker vid ett s.k. korttidsförsök av några timmars varaktighet. En väsentlig del av det teoretiska studiet gäller betongens  $\sigma$ - $\epsilon$ -diagram och dettas tidsberoende.

Främst har undersökningar av Rüsich kunnat utnyttjas. Det bör observeras att det här är frågan om krypning vid påkänningar upp till betongens tryckhållfasthet.

FIG. 3 visar approximativt en betongpelares deformationsförmåga sådan den har erhållits både teoretiskt och experimentellt vid denna undersökning. Figuren har experimentellt verifierats för  $L/H$  mellan 4 och 8 där de mindre slanka pelarna hamnar till höger om de angivna kurvorna för  $\delta_M$  resp.  $\delta_B$ . Armeringsmängden påverkar inte deformationsförmågan. Enligt den teoretiska beräkningen påverkar inte heller betongens och armeringens hållfasthet deformationsförmågan i nämnvärd grad. FIG. 3 förutsätter att deformationen sker så långsamt att väsentlig krypning hinner ske. För detta är ett par timmar tillräckligt. Med utgångspunkt från FIG. 3 har den praktiska regeln angivits att en betongpelare belastad enligt FIG. 1 kan förutsättas få bli förskjuten sträckan  $1,2 \cdot L^2 / (1000 \cdot H)$ . I detta värde ligger vissa marginaler och avsikten är att normskrivande organ skall använda undersökningen för att formulera föreskrifter. Värdet kan då komma att justeras.

$N/N_0$

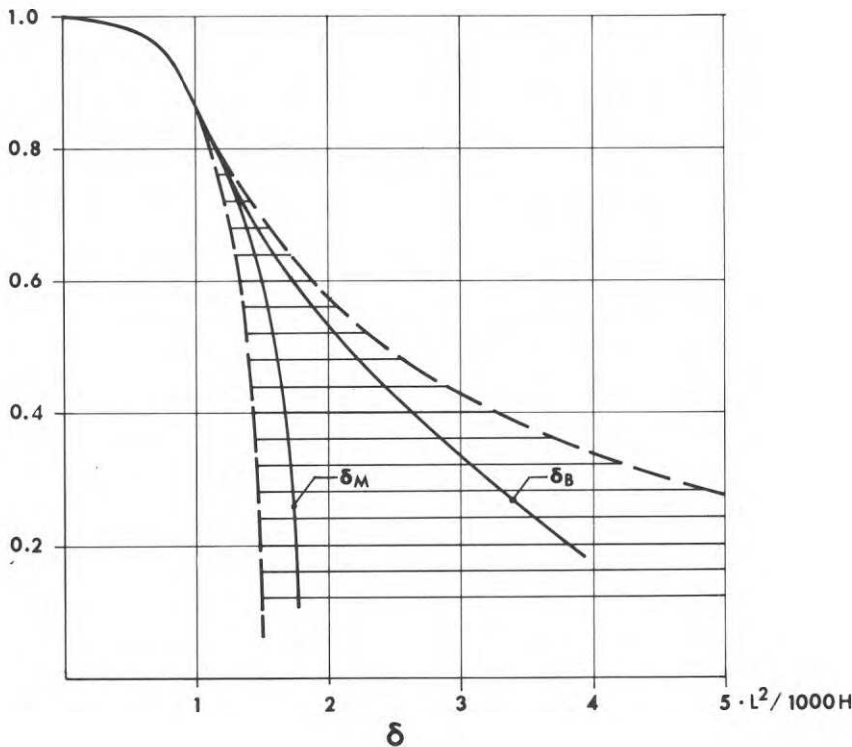


FIG. 3. Approximativt resultat av undersökningen.  $\delta_M$  betecknar deformationen vid stadiet för maximalt moment i inspänningssnittet.  $\delta_B$  betecknar deformationen vid brottstadiet.  $N_0$  är brottlasten vid centriskt lastangrepp vid korttidsbelastning.

# The deformation capacity of concrete columns

Jan Erik Janson

Imposed deformations, the magnitude of which is such that calculation according to the elastic theory would be completely misleading, are very usual in concrete structures. One example is columns which are fixed into the ground at one end and are connected to one another at the other end by floor slabs and walls. When the floor slabs and walls shrink, the columns are bent. Bending is often so large that the columns exceed the limit of validity of the elastic theory. Such behaviour therefore takes place already under working load.

This investigation is part of the work being carried on with the aim of examining the area of validity of the limit state methods. The investigation comprised experimental and theoretical study of the load-bearing capacity of centrally loaded concrete columns subjected to imposed deformation. The results of theoretical calculations show good agreement with the test results.

The report finally proposes an approximate formula which implies that imposed deformation of a concrete column should be permitted to be about 10 times as large as the deformation which is indicated by a formal calculation according to the elastic theory. One condition for this large imposed deformation to be permitted is that lateral stability of the building is safeguarded by means of other parts of the structure.

One usual case which occurs in practice and which causes appreciable imposed deformation in a column is where shrinkage of the floor slabs and walls of a building causes imposed deformation in columns on foundation piers. Such columns are usually thick and in calculating the formal stresses according to the elastic theory it is found that only very small shrinkage movements can be accepted in view of the permitted stresses. Often, shrinkage movements are not taken into account in the course of calculations. However, there are limits to the deformations which a concrete column can withstand, and this investigation shows the deformation capacity which has to be taken into account.

The investigation comprises a theoretical study of the deformation capacity of concrete columns, as well as testing in the laboratory of 24 No columns. The basic case primarily studied both theoretically and experimentally is that shown in FIG. 1.

The deformation capacity of concrete columns loaded as in FIG. 1 has been calculated. The method of calculation was as follows. The relationship between moment and curvature for the cross section considered was calculated with the aid of the equilibrium conditions, the assumption of a plane cross section and assumptions concerning the  $\sigma$ - $\epsilon$  diagram of the concrete and the reinforcement. After

## National Swedish Building Research Summaries

R3:1971

Key words:

concrete structure, concrete column, imposed deformation, ultimate strength

Report R3:1971 refers to a project financed by Grant No. C 379 1-3 from the Swedish Council for Building Research to the Department of Structural Engineering and Bridge Building, at the Royal Institute of Technology, Stockholm.

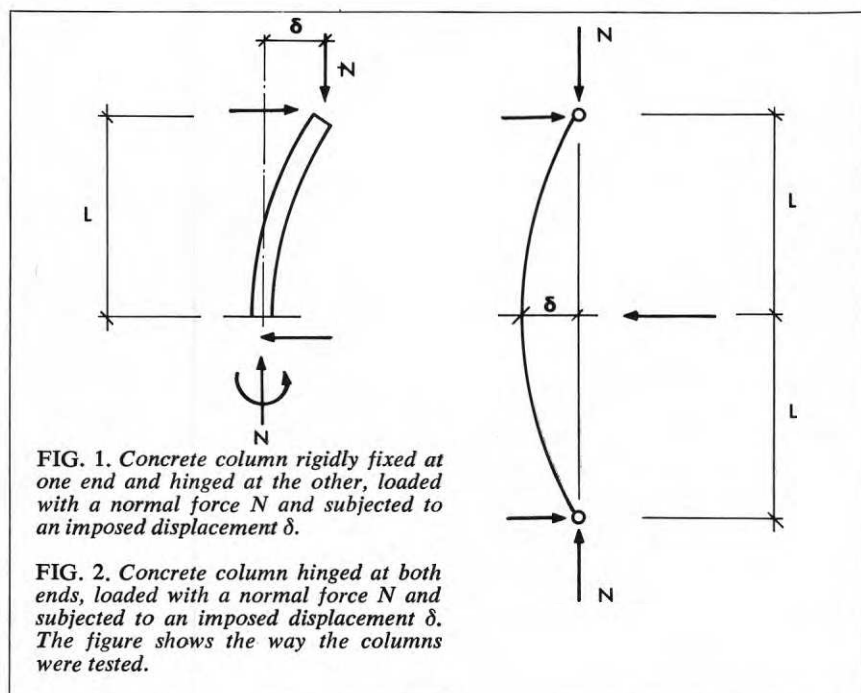
UDC 624.073.012.4  
624.044

Summary of:

Janson, J E, 1971, *Deformationsförmåga hos betongpelare*. The deformation capacity of concrete columns. (Statens institut för byggnadsforskning) Stockholm. Rapport R3:1971, 119 p., ill. 18 Sw. kr. The report is in Swedish with Swedish and English summaries.

Distribution:

Svensk Byggtjänst  
Box 1403, S-111 84 Stockholm  
Sweden



this, the distribution of curvature in the column was determined at a certain stage characterised by a certain moment distribution. The deformation at this stage was obtained by integration of the curvature.

In the course of the tests, the loading case according to FIG. 1 was simulated by loading a column according to FIG. 2, the central section of the column corresponding to the rigidly fixed column end in FIG. 1. The following parameters were varied during the tests: column length, quantity of reinforcement (completely unreinforced columns also being tested), the magnitude of the normal force (from normal working load to about 70 % of the ultimate load due to central load), and the duration of the test (from about 2 hours to about 8 days). The cross section was  $H \times b = 150 \times 200$  mm (for unreinforced columns,  $175 \times 200$  mm). The columns had no binder reinforcement. It is important to note that the normal force was maintained constant and that the deformation was the independent variable which was by stages increased to failure. Failure in this context is defined as the stage where the column is no longer capable of supporting the normal force. Before the ultimate stage is reached, the horizontal force and also the moment in the column usually has a maximum. In some

cases, the horizontal force changed direction prior to failure.

The results of theoretical calculations show good agreement with the test results. It was noted, however, that the deformation capacity of the shortest test columns was considerably greater than that calculated. This has been taken to be due to the fact that, in these columns, the shear force has a significance which cannot be neglected but which the theoretical calculations do not take into account. The quantity of reinforcement has a very insignificant effect on the deformation capacity. This is true even when reinforcement is reduced to nil.

The principal effect of the magnitude of the normal force on the test results was as follows. In the case of large normal forces, the maximum moment in the column was reached immediately prior to failure, while in the case of small normal forces a large proportion of the deformation capacity remained after the maximum moment had been reached.

The duration of the test had very little effect on results. This is explained by the fact that most of the creep in the concrete takes place already during a short-term test of a few hours' duration. A substantial part of the theoretical study was devoted to the  $\sigma - \varepsilon$  diagram of the concrete

and its time dependence. The investigations carried out by Rüschi could primarily be made use of. It should be noted that this applies to creep at stresses up to the compressive strength of the concrete.

FIG. 3 shows approximately the deformation capacity of a concrete column according to both the theoretical calculations and the tests carried out during this investigation. The figure has been verified experimentally for  $L/H$  ranging from 4 to 8, the less slender columns being to the right of the curves for  $\delta_M$  and  $\delta_B$  respectively. The quantity of reinforcement has no effect on deformation capacity. According to theoretical calculations, the ultimate strengths of the concrete and the reinforcement do not affect the deformation capacity to any significant extent. FIG. 3 assumes that deformation takes place so slowly that there is time for substantial creep to occur. A few hours is sufficient for this. On the basis of FIG. 3, the practical rule is proposed that a concrete column loaded as in FIG. 1 may be assumed to withstand a displacement of  $1.2 \cdot L^2 / (1000 \cdot H)$ . This value includes a certain margin of safety, and the intention is that organisations laying down building codes should use the investigation results in formulating specifications. The value may then have to be adjusted.

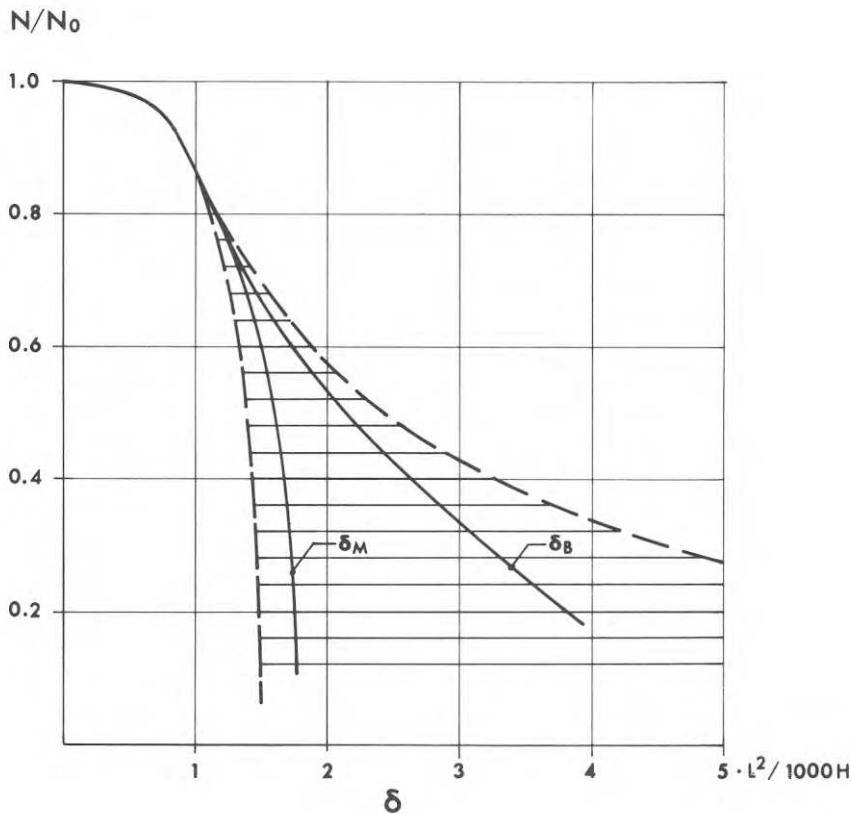


FIG. 3. Approximate result of the investigation.  $\delta_M$  denotes the deformation at the stage when the moment in the cross section where the column is fixed is at a maximum.  $\delta_B$  denotes the deformation at failure.  $N_0$  is the ultimate load due to a centrally applied load on short-term loading.

Rapport R3:1971

DEFORMATIONSFÖRMÅGA HOS BETONGPELARE

THE DEFORMATION CAPACITY OF CONCRETE COLUMNS

av tekn.lic. Jan Erik Janson

Denna rapport avser anslag nr C 379:1-3 från Statens råd för byggnadsforskning till Institutionen för brobyggnad, KTH. Författare är tekn.lic. Jan Erik Janson, Institutionen för brobyggnad, KTH. Intäkterna tillfaller fonden för byggnadsforskning.



Statens institut för byggnadsforskning, Stockholm.

Rotobekman AB, Stockholm 1971, 10 9003 1

## FÖRORD

Denna undersökning har gjorts på initiativ av docent Mogens Lorentsen som också aktivt har medverkat vid planerandet och genomförandet av undersökningen.

Undersökningen har gjorts med anslag C 379 från Statens Råd för Byggnadsforskning. Ekonomiskt bidrag har även lämnats av Dimensioneringsgruppen inom Statens Betongkommitté.

De långtidsförsök som ingår i undersökningen har utförts av teknolog Hans Lefvert såsom examensarbete i ämnet brobyggnad vid KTH.

Stockholm juni 1970

Jan Erik Janson



## INNEHÅLL

BETECKNINGAR OCH DEFINITIONER . . . . .	7
1 PROBLEM . . . . .	11
2 TEORETISK BEHANDLING AV PROBLEMET . . . . .	13
2.1 Beräkning av $M - 1/\delta$ - diagram . . . . .	15
2.2 Beräkning av deformationsförmåga . . . . .	19
2.3 Olika parametrars inverkan på deformationsförmågan . . . . .	25
2.4 Betongens $\sigma - \epsilon$ - diagram . . . . .	29
2.5 Inverkan av inspänning i anslutande konstruktioner . . . . .	35
2.6 System av pelare . . . . .	39
3 BESKRIVNING AV FÖRSÖKEN . . . . .	45
3.1 Försökens ändamål . . . . .	46
3.2 Försökens omfattning . . . . .	48
3.3 Beskrivning av pelare och försöksanordningar . . . . .	52
3.4 Försökens genomförande . . . . .	58
4 RESULTAT AV FÖRSÖKEN . . . . .	61
4.1 Direkta mätresultat . . . . .	62
4.2 Brottkaraktär . . . . .	87
4.3 Jämförelse med beräkning . . . . .	90
4.4 Diskussion om resultaten . . . . .	106
5 JÄMFÖRELSE MED TIDIGARE FÖRSÖK . . . . .	109
6 PRAKTISKA KONSEKVENSER . . . . .	113
6.1 Diskussion kring ett praktiskt exempel . . . . .	114
6.2 Förslag till tumregler . . . . .	115
REFERENSER . . . . .	119



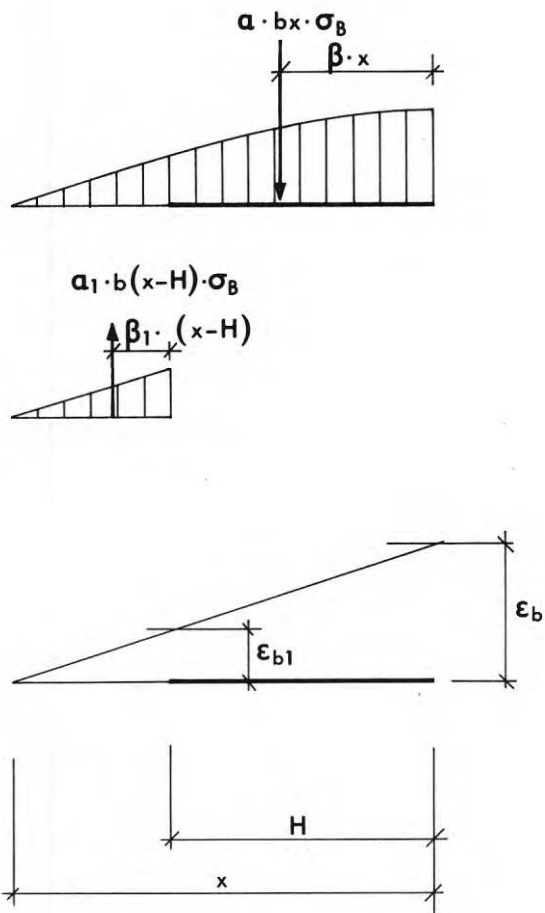
BETECKNINGAR och DEFINITIONER

- $H$  = tvärsnittets totala höjd  
 $h$  = armeringens effektiva höjd  
 $b$  = tvärsnittets bredd  
 $A_a$  = armeringsarean på den dragna eller minst tryckta sidan  
 $A_{at}$  = armeringsarean på den mest tryckta sidan  
 $\mu$  =  $(A_a + A_{at}) / bH$   
 $p$  =  $A_a / bH = A_{at} / bH$  (används vid  $A_a = A_{at}$ )  
 $x$  = tryckzonens höjd
- $L$  = längden av en konsolpelare, eller avståndet mellan inflexionspunkt och inspänningssnitt  
 $\rho$  = krökningsradie  
 $\delta$  = deformation  
 $\delta_M$  = deformation på sträckan  $L$  vid stadiet för maximalt moment i ena änden  
 $\delta_B$  = deformation på sträckan  $L$  vid brottstadiet
- $N$  = normalkraft  
 $N_o$  = maximal centrisk normalkraft vid fullt utnyttjad betong och armering vid korttidsbelastning  
 $M$  = moment kring tvärsnittets centrumaxel  
 $P$  = horisontalkraft
- $\sigma_{cyl}$  = betongens cylinderhållfasthet vid normenlig provning  
 $\sigma_B$  = betongens brotthållfasthet vid ifrågavarande varaktighet hos lasten  
 $\sigma_b$  = betongpåkänningen i den mest stukade kanten av tvärsnittet  
 $\epsilon_o$  = betongstukningen vid  $\sigma_B$   
 $\epsilon_b$  = betongstukningen i den mest stukade kanten av tvärsnittet

- $\sigma_a$  = armeringspåkänningen på den dragna eller minst tryckta sidan  
 $\sigma_{at}$  = armeringspåkänningen på den mest tryckta sidan  
 $\sigma_s$  = armeringens sträckgräns  
 $\varepsilon_a$  = armeringens töjning (stukning) på den dragna eller minst tryckta sidan  
 $\varepsilon_{at}$  = armeringens stukning på den mest tryckta sidan  
 $E_a$  = armeringens elasticitetsmodul

- $\alpha$  = betongens andel av N dividerat med  $\sigma_B \cdot bx$  vid icke helt tryckt tvärsnitt  
 $\beta$  = avståndet mellan kraften  $\alpha \cdot \sigma_B \cdot bx$  och tryckta kanten dividerat med x

Vid helt tryckt tvärsnitt definieras  $\alpha$ ,  $\alpha_1$ ,  $\beta$  och  $\beta_1$  enligt fig a.



$$\begin{aligned} \alpha &= f(\epsilon_b) & \beta &= g(\epsilon_b) \\ \alpha_1 &= f(\epsilon_{b1}) & \beta_1 &= g(\epsilon_{b1}) \end{aligned}$$

FIG. a. Definition av  $\alpha$ ,  $\alpha_1$ ,  $\beta$  och  $\beta_1$  vid helt tryckt tvärsnitt.

Definition of  $\alpha$ ,  $\alpha_1$ ,  $\beta$  and  $\beta_1$  for cross sections fully subjected to compression.





## 1. PROBLEM

Man strävar efter att i allt större omfattning använda gränslastmetoder vid dimensionering av betongkonstruktioner. Därvid är det viktigt att klarlägga förutsättningarna för gränslastmetodernas giltighet. Vid gränslastmetoderna måste åtskillnad göras mellan yttre laster och tvångsdeformationer. Denna undersökning är ett led i arbetet med att klarlägga gränslastmetodernas förutsättningar. Dess huvudsakliga problemställning är: Hur påverkas bärförmågan hos en centriskt belastad rektangulär betongpelare av tvångsdeformation? I denna undersökning har även berörts vissa ytterligare problem som sammanhänger med pelares tvångsdeformation, nämligen dels inverkan av inspänning i anslutande mer eller mindre eftergivliga konstruktioner, dels förändring av stabiliteten hos ett system av flera pelare utsatta för tvångdeformation med därav orsakad styvhetsförändring. Dessa två frågor kräver dock fortsatta undersökningar.

Ett i praktiken vanligt fall, vid vilket pelare blir tvångsdeformerade i betydande grad, är att krympning hos bjälklag och väggar i ett hus tvångsdeformerar pelare på grundplintar. Om sådana pelare är grova kan tvångsdeformationen orsaka brott.



2.    TEORETISK BEHANDLING AV PROBLEMET
  
- 2.1   Beräkning av  $M - 1/\varrho$  - diagram
  
- 2.2   Beräkning av deformationsförmåga
  
- 2.3   Olika parametrars inverkan på deformationsförmågan
  
- 2.4   Betongens  $\sigma - \varepsilon$  - diagram
  
- 2.5   Inverkan av inspänning i anslutande konstruktioner
  
- 2.6   System av pelare

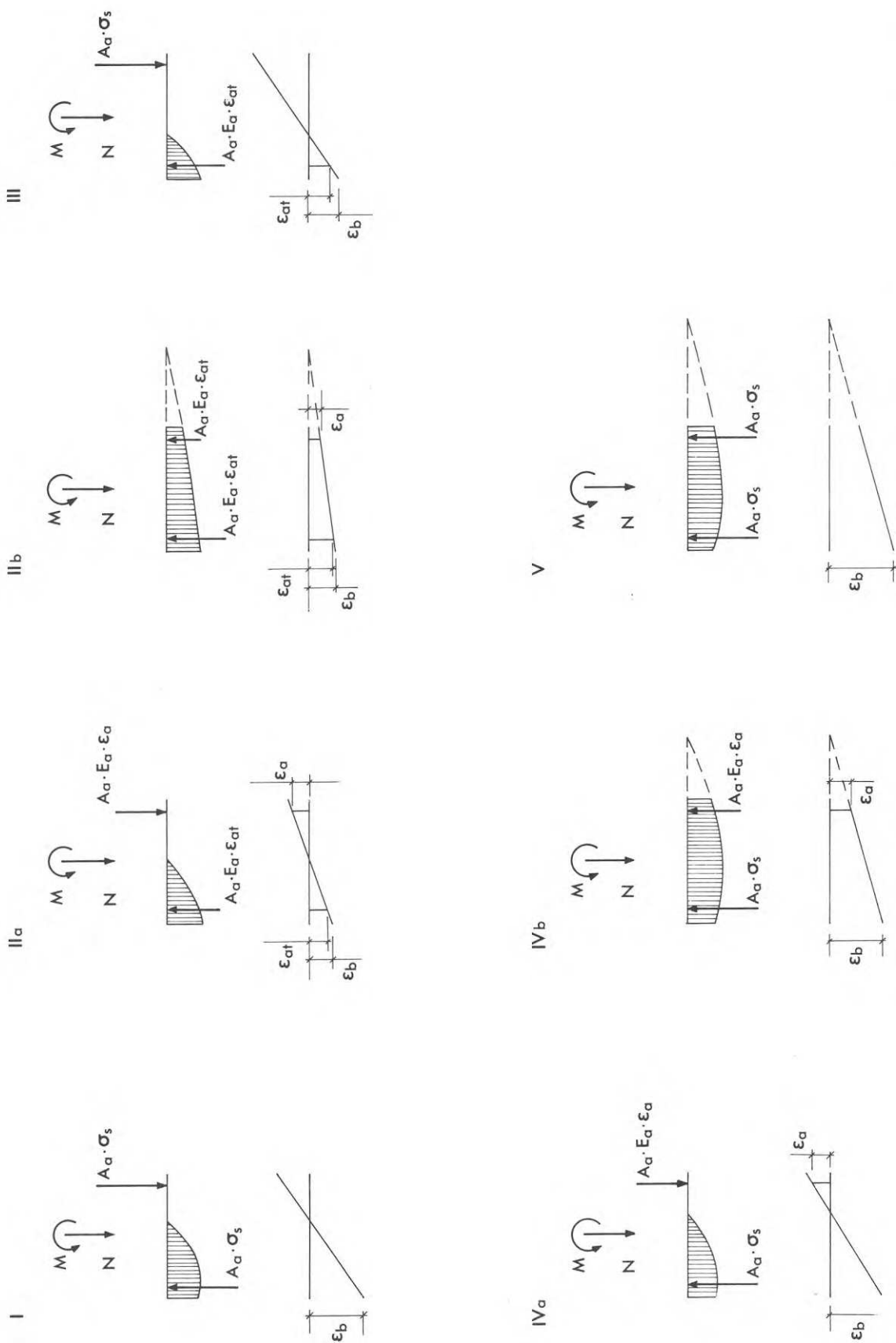


FIG. 2.1:1. Krafter och töjningar i ett symmetriskt armerat betongtvärsnitt utsatt för normalkraft och moment. De olika fallen I - V hänförs till de olika fall som är beskrivna i texten.

Forces and strains in a symmetrically reinforced concrete cross section subjected to normal force and moment. The different cases I - V refer to the different cases described in the Report.

## 2.1 Beräkning av M - 1/δ - diagram

Vid beräkningarna av pelarnas deformationsförmåga antas pelarna bli deformerade av moment och normalkraft varvid tvärsnitten antas förbli plana. Betongen antas inte uppta dragkraft. Armeringen antas vara rent elastisk vid påkänningar under sträckgränsen respektive stukgränsen och rent plastisk vid högre påkänningar.

I fig 2.1:1 visas ett symmetriskt armerat pelartvärsnitt med de i tvärsnittet verkande krafterna samt tillhörande töjningar och stukningar. Figuren illustrerar de olika fall I-V som kan förekomma och som är behandlade nedan.

En projektionsekvation på tvärsnittet ger följande uttryck. Uttrycken förutsätter symmetrisk armering men i princip likadana uttryck kan tecknas även för osymmetrisk armering.

$$\text{I} \quad \text{Om} \quad \sigma_{at} = \sigma_a = \sigma_s$$

$$\xi = \frac{N}{\alpha \sigma_B bH}$$

$$\text{II} \quad \text{Om} \quad \sigma_{at} < \sigma_s \quad \text{och} \quad \sigma_a < \sigma_s$$

$$\text{a) } \xi < 1 \quad \text{ger}$$

$$\xi = \frac{N}{2\alpha \sigma_B bH} - \frac{\rho E_a \varepsilon_b}{\alpha \sigma_s} + \sqrt{\left( \frac{N}{2\alpha \sigma_B bH} - \frac{\rho E_a \varepsilon_b}{\alpha \sigma_B} \right)^2 + \frac{\rho E_a \varepsilon_b}{\alpha \sigma_B}}$$

$$\text{b) } \xi > 1 \quad \text{ger}$$

$$\xi = \left( \frac{N}{2\alpha \sigma_B bH} - \frac{\alpha_1}{\alpha} - \frac{\rho E_a \varepsilon_b}{\alpha \sigma_B} \right) \frac{\alpha}{\alpha - \alpha_1} + \sqrt{\left( \frac{N}{2\alpha \sigma_B bH} - \frac{\alpha_1}{\alpha} - \frac{\rho E_a \varepsilon_b}{\alpha \sigma_B} \right)^2 \frac{\alpha^2}{(\alpha - \alpha_1)^2} + \frac{\rho E_a \varepsilon_b}{(\alpha - \alpha_1) \sigma_B}}$$

III Om  $\sigma_{at} < \sigma_s$  och  $\sigma_a = \sigma_s$

$$\xi = \frac{N}{2\alpha\sigma_B bH} - \frac{p}{2\alpha\sigma_B} (E_a E_b - \sigma_s) + \sqrt{\left(\frac{N}{2\alpha\sigma_B bH} - \frac{p}{2\alpha\sigma_B} (E_a E_b - \sigma_s)\right)^2 + \frac{p E_a E_b}{\alpha\sigma_B} \left(1 - \frac{h}{H}\right)}$$

IV Om  $\sigma_{at} = \sigma_s$  och  $\sigma_a < \sigma_s$

a)  $\xi < 1$  ger

$$\xi = \frac{N}{2\alpha\sigma_B bH} - \frac{p}{2\alpha\sigma_B} (E_a E_b + \sigma_s) + \sqrt{\left(\frac{N}{2\alpha\sigma_B bH} - \frac{p}{2\alpha\sigma_B} (E_a E_b + \sigma_s)\right)^2 + \frac{p E_a E_b}{\alpha\sigma_B} \cdot \frac{h}{H}}$$

b)  $\xi > 1$  ger

$$\xi = \left(\frac{N}{2\alpha\sigma_B bH} - \frac{\alpha_1}{\alpha} - \frac{p}{2\alpha\sigma_B} (E_a E_b + \sigma_s)\right) \frac{\alpha}{\alpha - \alpha_1} + \sqrt{\left(\frac{N}{2\alpha\sigma_B bH} - \frac{\alpha_1}{\alpha} - \frac{p}{2\alpha\sigma_B} (E_a E_b + \sigma_s)\right)^2 \frac{\alpha^2}{(\alpha - \alpha_1)^2} + \frac{p E_a E_b}{(\alpha - \alpha_1)\sigma_B} \cdot \frac{h}{H}}$$

V Om  $\sigma_{at} = \sigma_s$  och  $\sigma_a = -\sigma_s$

$$\xi = \left(\frac{N}{\alpha\sigma_B bH} - \frac{\alpha_1}{\alpha} - \frac{2p\sigma_s}{\alpha\sigma_B}\right) \frac{\alpha}{\alpha - \alpha_1}$$

En momentekvation kring tvärsnittets centrum ger följande uttryck. Symmetrisk armering förutsätts.

I Om  $\sigma_{at} = \sigma_a = \sigma_s$

$$\frac{M}{\sigma_B bH^2} = \frac{p}{\sigma_B} 2\sigma_s \left(\frac{h}{H} - 0.5\right) + \alpha \xi (0.5 - \beta \xi)$$

## II Om $\sigma_{at} < \sigma_s$ och $\sigma_a < \sigma_s$

a)  $\xi < 1$  ger

$$\frac{M}{\sigma_B b H^2} = \frac{\rho E_a \varepsilon_b}{\xi \sigma_B} 2 \left( \frac{h}{H} - 0.5 \right)^2 + \alpha \xi (0.5 - \beta \xi)$$

b)  $\xi > 1$  ger

$$\frac{M}{\sigma_B b H^2} = \frac{\rho E_a \varepsilon_b}{\xi \sigma_B} 2 \left( \frac{h}{H} - 0.5 \right)^2 + (\alpha \xi - \alpha_1 (\xi - 1)) \left( 0.5 - \frac{y}{H} \right)$$

där  $y$  = betongtryckkraftens avstånd från den mest stukade kanten

$$y = \frac{\alpha \beta \xi^2 - \alpha_1 (\xi - 1) (\beta_1 (\xi - 1) + 1)}{\alpha \xi - \alpha_1 (\xi - 1)} \cdot H$$

## III Om $\sigma_{at} < \sigma_s$ och $\sigma_a = \sigma_s$

$$\frac{M}{\sigma_B b H^2} = \frac{\rho \sigma_s}{\sigma_B} \left( \frac{h}{H} - 0.5 \right) + \frac{\rho E_a \varepsilon_b}{\sigma_B} \left( \frac{h}{H} - 0.5 \right) \left( 1 - \frac{1}{\xi} + \frac{h}{\xi H} \right) + \alpha \xi (0.5 - \beta \xi)$$

## IV Om $\sigma_{at} = \sigma_s$ och $\sigma_a < \sigma_s$

a)  $\xi < 1$  ger

$$\frac{M}{\sigma_B b H^2} = \frac{\rho E_a \varepsilon_b}{\sigma_B} \left( \frac{h}{H} - 0.5 \right) \left( \frac{h}{\xi H} - 1 \right) + \frac{\rho \sigma_s}{\sigma_B} \left( \frac{h}{H} - 0.5 \right) + \alpha \xi (0.5 - \beta \xi)$$

b)  $\xi > 1$  ger

$$\frac{M}{\sigma_B b H^2} = \frac{\rho E_a \varepsilon_b}{\sigma_B} \left( \frac{h}{H} - 0.5 \right) \left( \frac{h}{\xi H} - 1 \right) + \frac{\rho \sigma_s}{\sigma_B} \left( \frac{h}{H} - 0.5 \right) + (\alpha \xi - \alpha_1 (\xi - 1)) \left( 0.5 - \frac{y}{H} \right)$$

## V Om $\sigma_{at} = \sigma_s$ och $\sigma_a = -\sigma_s$

$$\frac{M}{\sigma_B b H^2} = (\alpha \xi - \alpha_1 (\xi - 1)) \left( 0.5 - \frac{y}{H} \right)$$



Som abskissa i  $M-1/\rho$  - diagrammet har valts  $H/\rho$  och som ordinata uttrycket  $M/(\sigma_B \cdot bH^2)$  för att diagrammet skall vara dimensionslöst.

$$H/\rho = H \cdot \varepsilon_b/x$$

För varje värde på  $\varepsilon_b$  fås ett värde på  $\alpha$  och  $\beta$  respektive  $\alpha_1$  och  $\beta_1$  med hjälp av betongens  $\sigma$ - $\varepsilon$  - diagram. Därefter kan  $x/H$  bestämmas med hjälp av projektionsekvationerna enligt ovan. Därefter kan  $H/\rho$  bestämmas. För de fall där  $x/H$  blir större än 1 krävs en iterationsberäkning eftersom storleken av  $x/H$  påverkar storleken av  $\alpha_1$  och  $\beta_1$ .

För varje värde på  $\varepsilon_b$  fås  $M/(\sigma_B \cdot bH^2)$  med hjälp av momentekvationerna enligt ovan varvid de tidigare bestämda värdena på  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\alpha_1$ ,  $\beta_1$  och  $x/H$  används.

## 2.2 Beräkning av deformationsförmåga

Pelarnas deformationsförmåga beräknas genom att bestämma krökningen  $1/\varrho$  längs pelaren och integrera två gånger. Det stadium som på detta sätt har studerats är när maximalt moment har uppnåtts i det mest ansträngda snittet. Momentfördelning och normalkraft ger med hjälp av det enligt 2.1 beräknade  $M-1/\varrho$  - diagrammet krökningen längs pelaren.

Momentet sammansätts av horisontalkraftens bidrag och normalkraftens bidrag. Maximala momentets storlek är känd ur  $M-1/\varrho$  - diagrammet och vad som dessutom måste kännas är momentets fördelning längs pelaren. Horisontalkraftens bidrag ger rätlinjig momentfördelning. Normalkraftens bidrag ger fördelning som är likformig med pelarens deformation. Det krävs egentligen en iterationsberäkning för att få pelarens deformationsförmåga, eftersom pelarens deformation påverkar momentfördelningen. Emellertid visar det sig att pelaren vid stadiet för maximalt moment i det mest ansträngda snittet ofta har ett ganska koncentrerat område med stor krökning kring detta snitt. Detta medför att även normalkraftens bidrag till momentfördelningen blir nära rätlinjigt. Totala momentets fördelning blir mer utpräglat rätlinjigt ju mindre normalkraften är och ju mindre slankheten är. Om man kan utgå från att momentfördelningen är rätlinjig krävs ingen iterationsberäkning.

Beräkningen av deformationen i det stadium som har maximalt moment i det mest ansträngda snittet ger följande uttryck.

$$\delta_M = A \cdot L^2 / H \quad \dots\dots\dots I$$

Faktorn A är en funktion av betongens och armeringens material-egenskaper, armeringens mängd och placering, normalkraftens storlek samt den hastighet med vilken deformationen påförs. Genom att  $L/H$  påverkar momentfördelningen är A även en funktion av  $L/H$ . Dessa parametrars inverkan på A behandlas i de följande avsnitten.

Som jämförelse med ovan nämnda metod att beräkna deformationen skall också beskrivas en annan metod vilken ger möjlighet att beräkna deformationen även i stadier efter det att momentet i det mest ansträngda snittet har överskridit sitt maximalvärde. Pelaren betraktas som stel och hela deformationen antas åstadkommen genom att området kring det mest ansträngda snittet har bildat en flyttled. Se fig 2.2:1. Med figurens beteckningar fås.

$$\varphi = a/\varrho$$

$$\delta_1 = a \cdot (L - a) / \varrho \quad \delta_2 = a^2 / (2\varrho)$$

$$\delta = \delta_1 + \delta_2 = a \cdot (L - a/2) / \varrho$$

$1/\varrho = K/H$  där  $K(\varepsilon_b)$  fås ur beräkningarna enligt 2.1.

Faktorn  $K$  är förutom av  $\varepsilon_b$  beroende av betongens och armeringens materialegenskaper, armeringens mängd och placering, normalkraftens storlek samt den hastighet med vilken deformationerna påförs.

Längden  $a$ , d v s den längd som befinner sig i plastiskt stadium, har beräknats av Dilger (1966). Storleken på  $a$  är enligt Dilger huvudsakligen beroende av huruvida armeringen är varmvalsad eller kallbearbetad samt av belastningslängden,  $2c$ , för den horisontella kraften mot det plasticerade området. Däremot betyder inte armeringsmängden så mycket så länge inte snittet är överarmerat. Följande uttryck på  $a$  har erhållits ur Dilgers avhandling och avser varmvalsad armering. Det utgör en approximation av Dilgers beräkningsresultat.

$$a = 0,05 \cdot (1+c/L) \cdot L$$

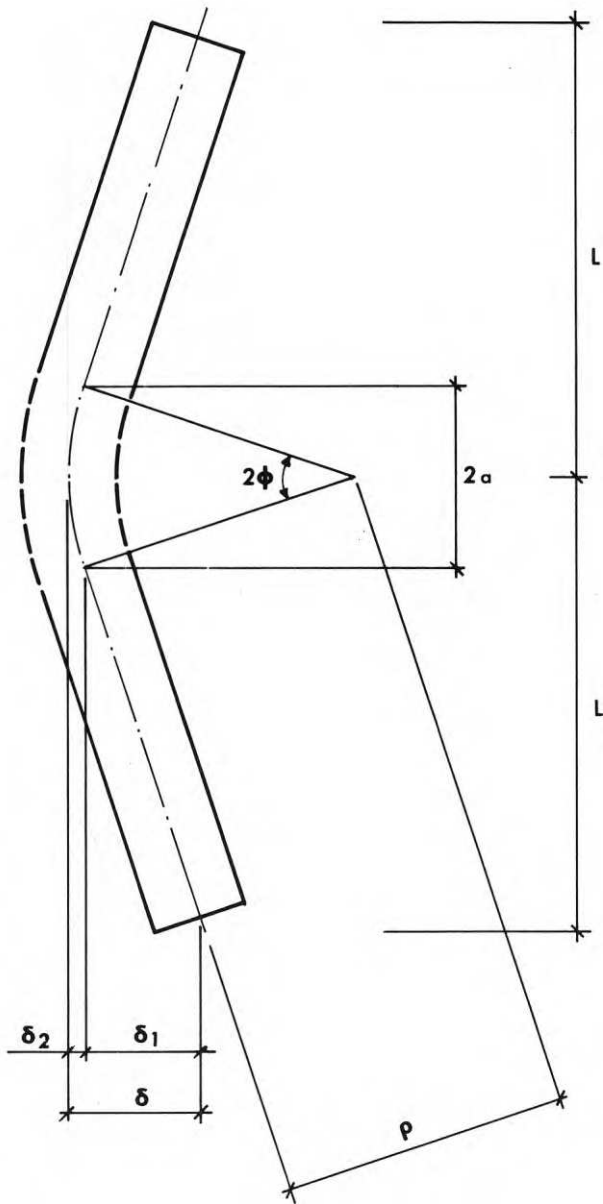


FIG. 2.2:1. Modell för bestämning av deformation enligt beräkning II.

Model for determination of the deformation according to calculation II.

Här skall på försök ansättas  $c=H$  varvid fås

$$a = 0,05 \cdot (1 + H/L) \cdot L$$

Med  $1/\varrho$  och  $a$  enligt ovan fås deformationen

$$\delta \approx 0,05 \cdot K \cdot (1 + H/L) \cdot L^2/H \quad \dots\dots\dots \text{II}$$

En nödvändig förutsättning för beräkning II är att maximalt moment i det mest ansträngda snittet har uppnåtts och pelaren deformeras ytterligare. Vore beräkningarna I och II likvärdiga skulle  $\delta_M$  enligt de båda beräkningarna bli lika. Fig 2.2:2 visar ett exempel där  $\mu = 1,25 \%$ ,  $h = 0,85 H$ ,  $\sigma_B = 3400 \text{ Mp/m}^2$ ,  $\sigma_S = 40.000 \text{ Mp/m}^2$ ,  $\sigma/\sigma_B = (1000\varepsilon/4) \cdot \exp(1-1000\varepsilon/4)$ , symmetriskt placerad armering,  $L/H = 5$ . Jämförelse har gjorts mellan  $N/N_0 = 0,13$  och  $0,51$ . Största osäkerheten i beräkning II ligger i beräkningen av längden  $a$ . Med ovan angivet uttryck för  $a$  sammanfaller som synes  $\delta_M$  enligt de båda beräkningsmetoderna för  $N/N_0 = 0,13$ . Däremot ger beräkningen II ett mycket lägre värde på  $\delta_M$  än beräkningen I för  $N/N_0 = 0,51$ . Detta kan förklaras av att  $a$  inte är konstant för varierande  $N/N_0$  eller riktigare att pelaren vid höga värden på  $N/N_0$  inte kan betraktas som stel med hela krökningen koncentrerad till ett litet område. Vid ökande deformation utöver det stadium då det mest ansträngda snittet har maximalt moment minskar momentet i det mest ansträngda snittet och pelaren övergår därvid till att mer utpräglat vara stel med koncentrerad krökning i ett område. Då blir förutsättningarna för beräkning II uppfyllda. Således gäller att beräkning II kan vara approximativt giltig för beräkning av  $\delta_M$  om  $N/N_0$  är litet, under det att för stora värden på  $N/N_0$  pelaren måste

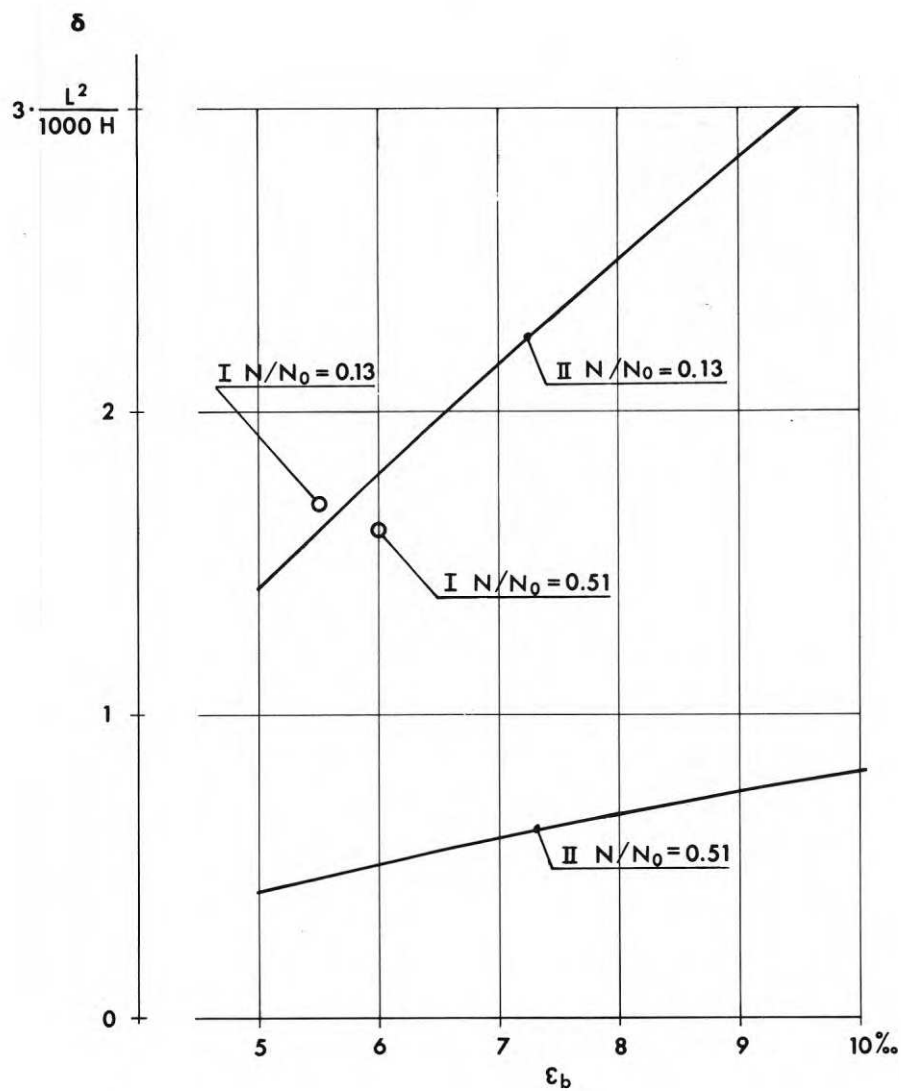


FIG. 2.2:2. Deformation  $\delta$  som funktion av betongstukning  $\epsilon_b$ . Jämförelse mellan beräkning I och II. Exempel.

Deformation  $\delta$  as a function of the compressive strain  $\epsilon_b$  in the concrete. Comparison between calculation I and II. Example.

vara deformerad mer än  $\delta_M$  för att förutsättningarna för beräkning II skall finnas.

Beräkningen II är osäkrare än beräkningen I och av beräkningen II skall endast dras den slutsatsen att en svagt belastad pelare tål större deformationsökning utöver  $\delta_M$  än vad en hårt belastad pelare tål. Av fig 2.2:2 framgår nämligen att om pelaren med  $N/N_0 = 0,13$  tål  $\epsilon_b$  t ex lika med 9 % är  $\delta$  därvid 70 % över  $\delta_M$ . Pelaren med  $N/N_0 = 0,51$  däremot skulle behöva uppnå ett mycket högre värde på  $\epsilon_b$  innan beräkningen II ger högre än  $\delta_M$  enligt beräkning I. Detta är inte möjligt varför i stället denna pelare troligen går till brott strax efter det att  $\delta_M$  har uppnåtts. Denna jämförelse mellan beräkning I och II är mycket osäker och ger bara en antydning av vad som kan vara att vänta av försöksresultaten. I fortsättningen skall endast beräkningen I användas.

Det bör observeras att varken beräkning I eller II beaktar skjuvningens inverkan. Felet som begås genom att skjuvningens inverkan inte beaktas är större ju mindre  $L/H$  är.

### 2.3 Olika parametrars inverkan på deformationsförmågan

Beräkning enligt 2.1 och 2.2 har genomförts för ett antal fall varvid följande parametrar har varierats

Normalkraftens storlek

Armeringsmängden

Betongens hållfasthet

Resultaten visas på fig 2.3:1. Som synes påverkas inte deformationsförmågan nämnvärt av dessa parametrar.

Pelarens slankhet påverkar inte den beräknade deformationen uttryckt i  $L^2/H$  så länge beräkningen utförs enligt 2.2 och så länge slankheten är så måttlig att man kan approximera momentfördelningen till att vara rätlinjig. Om momentfördelningen inte är rätlinjig utan mer antar den form som pelaren har i utböjt tillstånd innan maximalt moment har uppnåtts i något snitt blir deformationen större.

Beräkningen enligt 2.2 gäller enbart momentets bidrag till deformationen. Även tvärkraften kan förväntas ha betydelse vid liten slankhet och öka deformationen. Således gäller att vid liten slankhet är deformationsförmågan större än enligt 2.2 till följd av tvärkraftens bidrag och vid stor slankhet är deformationsförmågan också större än enligt 2.2 till följd av att momentfördelningen inte är rätlinjig.

Den senare effekten är utan praktisk betydelse vid de slankheter som har studerats i denna undersökning. Fig 2.3:2 visar beräknad momentfördelning av horisontalkraft och normalkraft med hänsynstagande till pelarens deformation i det stadium när pelarens inspänningssnitt har uppnått maximalt moment. Figuren visar genom ett par exempel hur slankheten och normalkraften påverkar momentfördelningen.

Beräkningarna som ligger till grund för fig 2.3:1 och 2.3:2 har gjorts med användande av ett  $\sigma - \epsilon$  - samband för betongen enligt



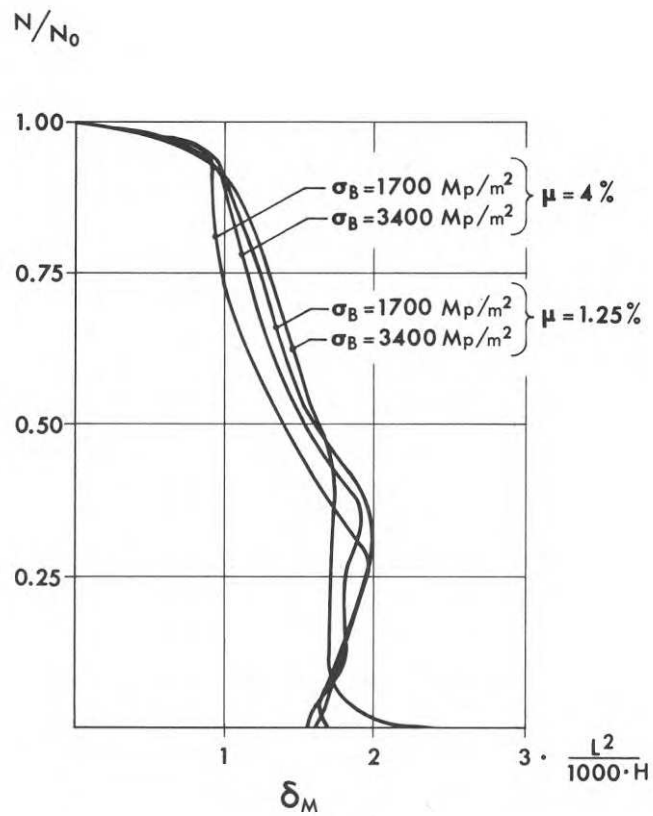


FIG. 2.3:1. Beräknat samband mellan deformationen  $\delta_M$  och normalkraftansträngningen  $N/N_0$  vid olika armeringsmängd  $\mu$  och betonghållfasthet  $\sigma_B \cdot \sigma_S = 40\,000 \text{ Mp/m}^2$ .

Calculated relationship between the deformation  $\delta_M$  and the applied normal force  $N/N_0$  for different quantities of reinforcement  $\mu$  and concrete strengths  $\sigma_B \cdot \sigma_S = 40,000 \text{ tonf/m}^2$ .

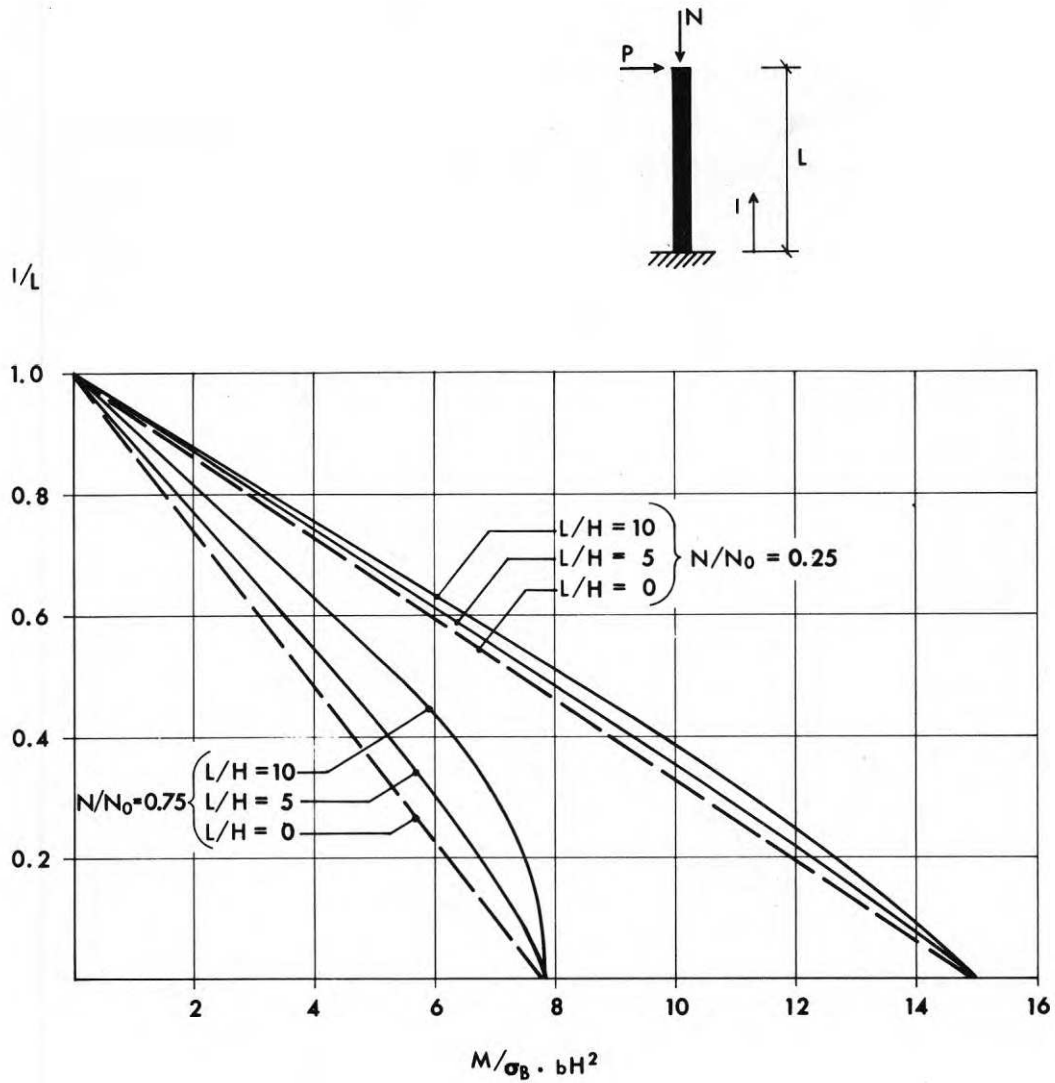


FIG. 2.3:2. Beräknad momentfördelning av  $P$  och  $N$  vid det stadium då maximalt moment har uppnåtts i inspänningssnittet.  $\sigma_B = 3\,400 \text{ Mp/m}^2$ .  $\sigma_S = 40\,000 \text{ Mp/m}^2$ .  $\mu = 1,25 \%$ .

Calculated moment distribution due to  $P$  and  $N$  at the stage when maximum moment has been reached at the cross section where the column is fixed.

$\sigma_B = 3400 \text{ tonf/m}^2$ .  $\sigma_S = 40,000 \text{ tonf/m}^2$ .  $\mu = 1.25 \%$ .

följande uttryck,  $\sigma/\sigma_B = (1000\varepsilon/4) \cdot \exp(1-1000\varepsilon/4)$

Det är av stor betydelse vilket  $\sigma$ - $\varepsilon$  - samband som används vid beräkningarna. Se mer om detta i avsnitt 2.4.

## 2.4 Betongens $\sigma$ - $\varepsilon$ - diagram

Följande uttryck för betongens  $\sigma$ - $\varepsilon$  - diagram har angivits av Sahlin (1955).

$$\sigma = \sigma_B \cdot \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \cdot e^{1 - \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}}$$

Diagrammets maximipunkt är  $\varepsilon_0 / \sigma_B$ . Både  $\varepsilon_0$  och  $\sigma_B$  varierar med lastens varaktighet.

Enligt Rüsç (1960) varierar  $\varepsilon_0$  och  $\sigma_B$  med lastens varaktighet ungefär som visas på fig. 2.4:1. Med  $\sigma_{cyl}$  avses den cylinderhållfast som gäller vid tiden för pålastningen och figuren förutsätter att betongen är så gammal att man kan bortse från hållfasthetsökningen under belastningstiden. Genom att använda fig 2.4:1 i kombination med ovanstående uttryck för betongens  $\sigma$ - $\varepsilon$  - diagram har deformationsförmågan för olika hastighet hos deformationen beräknats. Därvid har som approximation lastens varaktighet jämförts med tiden från den deformation som svarar mot begynnande plasticering, d v s vid  $\varepsilon_b \sim 1 \text{ ‰}$ , till den deformation som svarar mot maximalt moment i det mest ansträngda snittet.

En fördel med ovanstående uttryck för betongens  $\sigma$ - $\varepsilon$  - diagram är att det är lätt att behandla matematiskt. Sålunda fås följande uttryck för  $\alpha$  och  $\beta$ .

$$\alpha \cdot \sigma_B \cdot \varepsilon_b = \int_0^{\varepsilon_b} \sigma \cdot d\varepsilon$$

$$\alpha = \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_b} \cdot e - \left(1 + \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_b}\right) \cdot e^{1 - \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_0}}$$

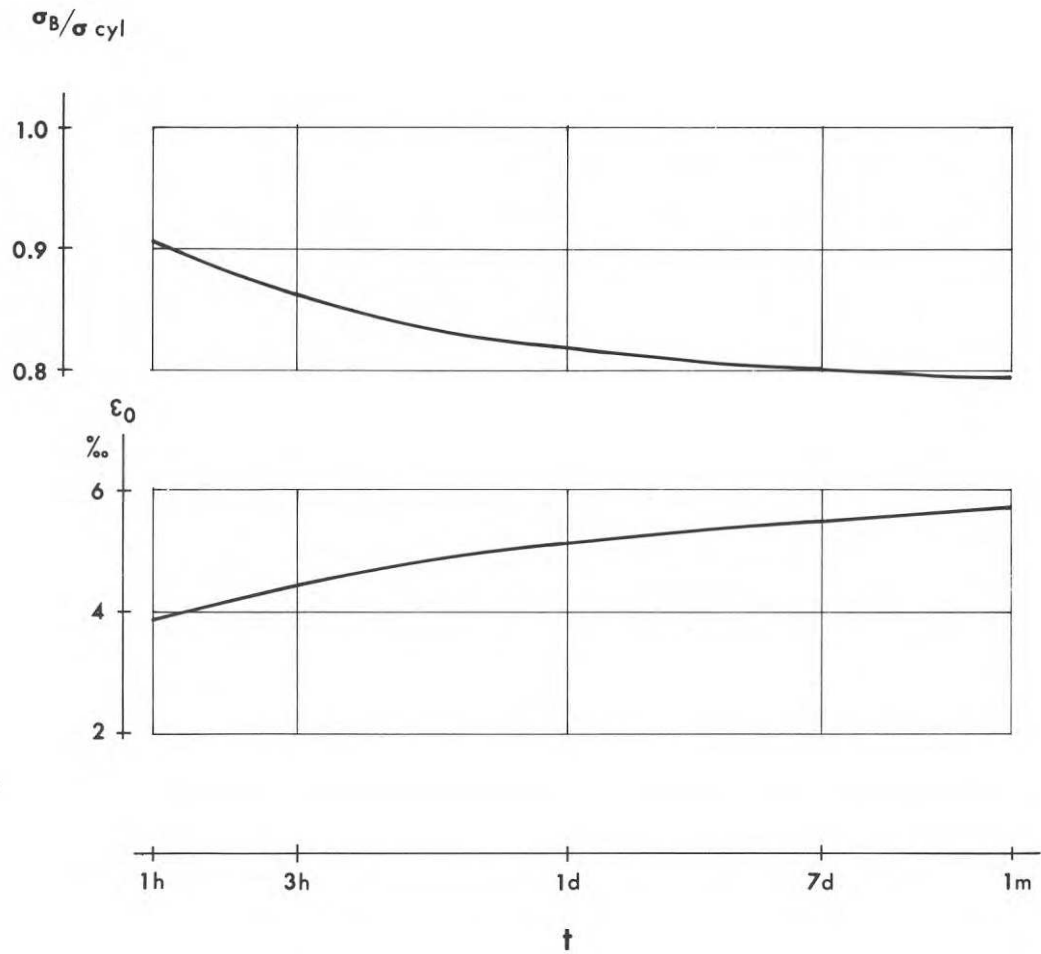


FIG. 2.4:1.  $\sigma_B/\sigma_{cyl}$  och  $\epsilon_0$  som funktion av belastningens varaktighet.

$\sigma_B/\sigma_{cyl}$  and  $\epsilon_0$  as functions of the duration of loading.

$$\alpha \cdot \sigma_B \cdot b \cdot x \cdot (x - \beta \cdot x) = \int_0^x \sigma \cdot t \cdot dt \cdot b$$

$$\beta = 1 - 2 \cdot \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_b} - \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_b + \varepsilon_0 - \varepsilon_0 \cdot e^{\varepsilon_b / \varepsilon_0}}$$

I fig 2.4:2 visas  $\sigma$ - $\varepsilon$  - diagrammet enligt ovan för olika varaktighet hos belastningen och i fig 2.4:3 visas motsvarande  $\alpha$ - och  $\beta$ - värden. Dessa värden har använts vid kontrollberäkningen av försöksresultaterna.

Som jämförelse visas på fig 2.4:4 ett  $\sigma$ - $\varepsilon$  - diagram med tillhörande  $\alpha$ - och  $\beta$ - värden erhållet av Mehto (1961) genom försök på balkar med  $\sigma_{cyl} = 3.400 \text{ Mp/m}^2$ . I samma figur visas också en  $\sigma$ - $\varepsilon$  - kurva erhållen av Mehto genom försök på centriskt tryckta prismetor med samma betongkvalitet. Mehtos mätningar avser korttidsförsök. Balkarnas belastningstid var ungefär 1 tim och prismornas ungefär 1/2 tim. Man ser att kurvan för prismetor är den som mest liknar korttidskurvan enligt fig 2.4:2 medan kurvan för balkar mest liknar kurvan för 1-timmarsbelastning enligt fig 2.4:2. Likaså är det god överensstämmelse mellan  $\alpha$ - och  $\beta$ - värdena enligt Mehtos balkförsök och  $\alpha$ - och  $\beta$ - värdena för 1-timmarsbelastning enligt fig 2.4:3.

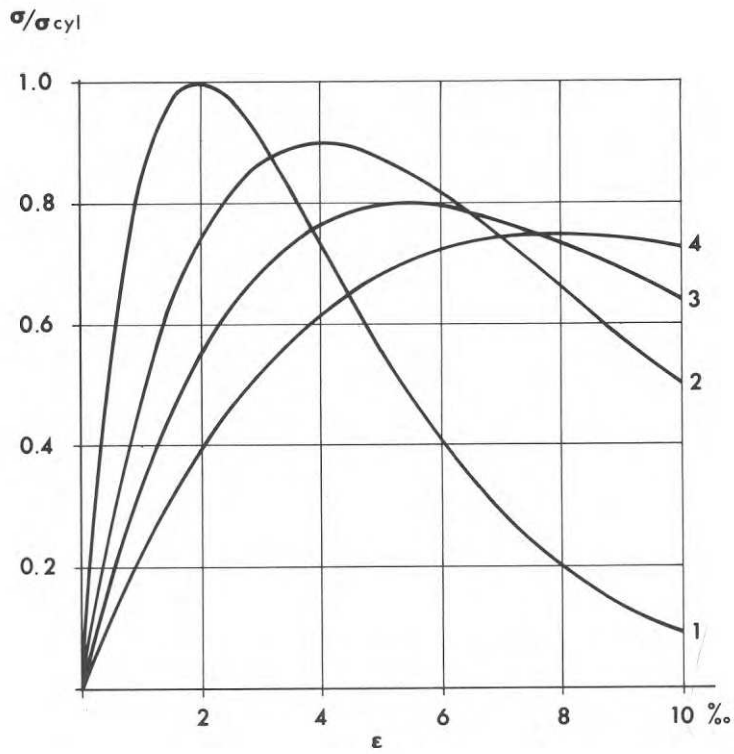


FIG. 2.4:2. I beräkningarna använt  $\sigma$ - $\epsilon$  - diagram

1. Korttidsdiagram
2. 1-timmarvärden
3. 7-dagarsvärden
4. Långtidsdiagram.

$\sigma$ - $\epsilon$  diagrams used in the calculations.

1. Short-term diagram
2. 1-hour values
3. 7-day values
4. Long-term diagram.

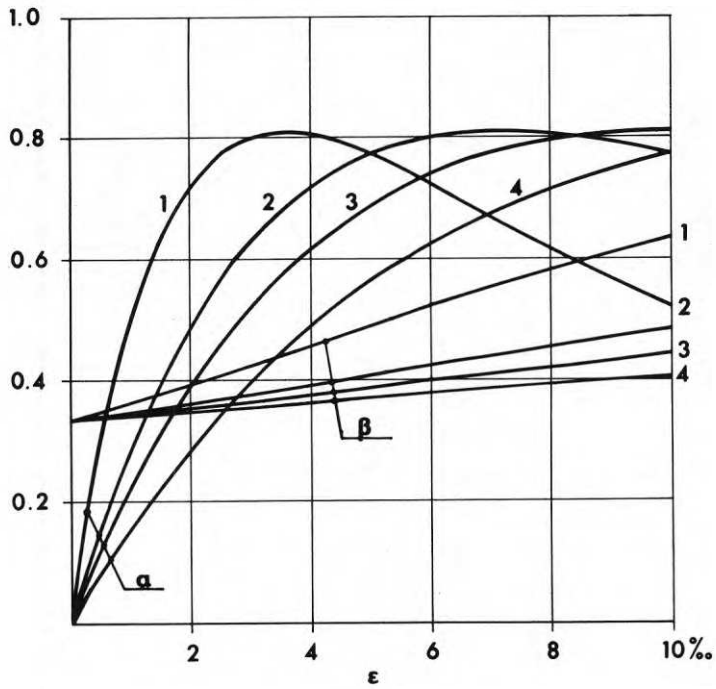


FIG. 2.4:3.  $\alpha$  och  $\beta$  värden svarande mot  $\sigma - \epsilon$  diagrammet enligt fig. 2.4:2.

1. Korttidsvärden
2. 1-timmarsvärden
3. 7-dagarsvärden
4. Långtidsvärden

$\alpha$  and  $\beta$  values corresponding to the  $\sigma - \epsilon$  diagram in fig. 2.4:2.

1. Short-term values
2. 1-hour values
3. 7-day values
4. Long-term values



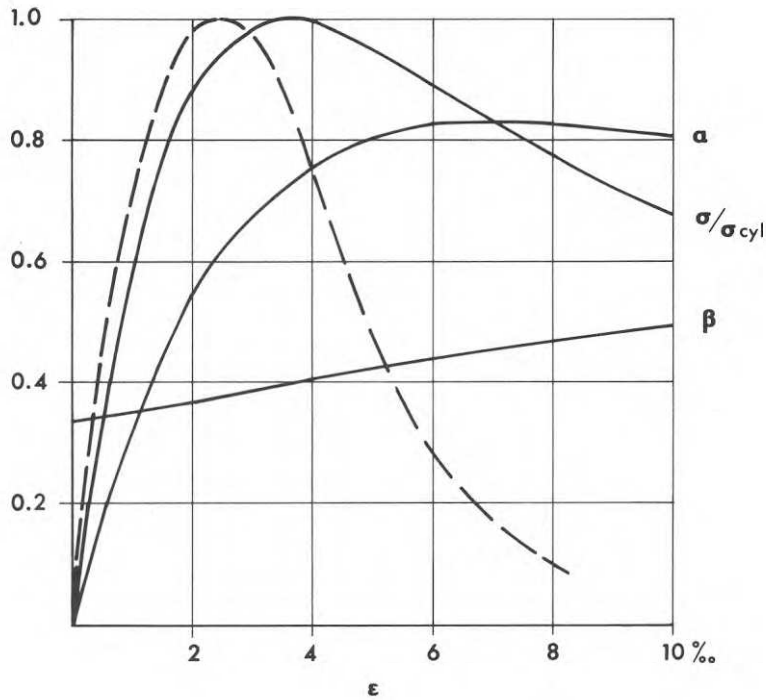


FIG. 2.4:4.  $\sigma$ - $\epsilon$  - diagram samt  $\alpha$ - och  $\beta$ - värden enligt balkförsök av Mehto (heldragna kurvor) samt  $\sigma$ - $\epsilon$  - diagram enligt försök av Mehto med centriskt tryckta prismor (streckad kurva).  $\sigma_{cyl} = 3\,400 \text{ Mp/m}^2$ .

$\sigma$ - $\epsilon$  diagram and  $\alpha$  and  $\beta$  values according to beam tests by Mehto (full lines) and  $\sigma$ - $\epsilon$  diagram according to tests by Mehto on centrally compressed prisms (dashed lines).  $\sigma_{cyl} = 3400 \text{ tonf/m}^2$ .

## 2.5 Inverkan av inspänning i anslutande konstruktioner

Avsnitten 2.2 och 2.3 avser deformationsförmågan hos en pelare som är fast inspänd i en oeftergivlig konstruktion i ena änden och ledad i den andra. Detta fall är efterliknat i försöken som beskrivs i kap 3. Nedan skall beröras vissa fall med andra inspänningsförhållanden.

Pelaren förutsätts inspänd i en eftergivlig konstruktion i båda ändarna och deformeras som fig 2.5:1 visar. Om de anslutande konstruktionerna har större momentkapacitet i anslutningssnittet än pelaren finns förutsättning för att pelaren vid deformationen genomlöper de fem stadier som visas i fig 2.5:2.

- Stadium I.        Approximativt elastiska förhållanden råder. Momentet är störst vid den pelarände där inspänningsgraden är störst (den nedre änden i det valda exemplet).
- Stadium II.        Momentet ökar i båda ändarna. Ökningen är snabbare i den övre änden beroende på att pelarens styvhet där är större. Momentet är störst i nedre änden.
- Stadium III.       Momentet i nedre änden har uppnått sitt maximala värde. Momentet i övre änden är mindre men förhållandet mellan momenten i nedre och övre änden har successivt minskat från stadium I till stadium III.
- Stadium IV.        Momentet i övre änden har uppnått sitt maximala värde. Momentet i nedre änden har passerat sitt maximala värde och börjat minska.
- Stadium V.        Momenten har i båda ändarna passerat det maximala värdet. Det största momentet finns i övre änden.

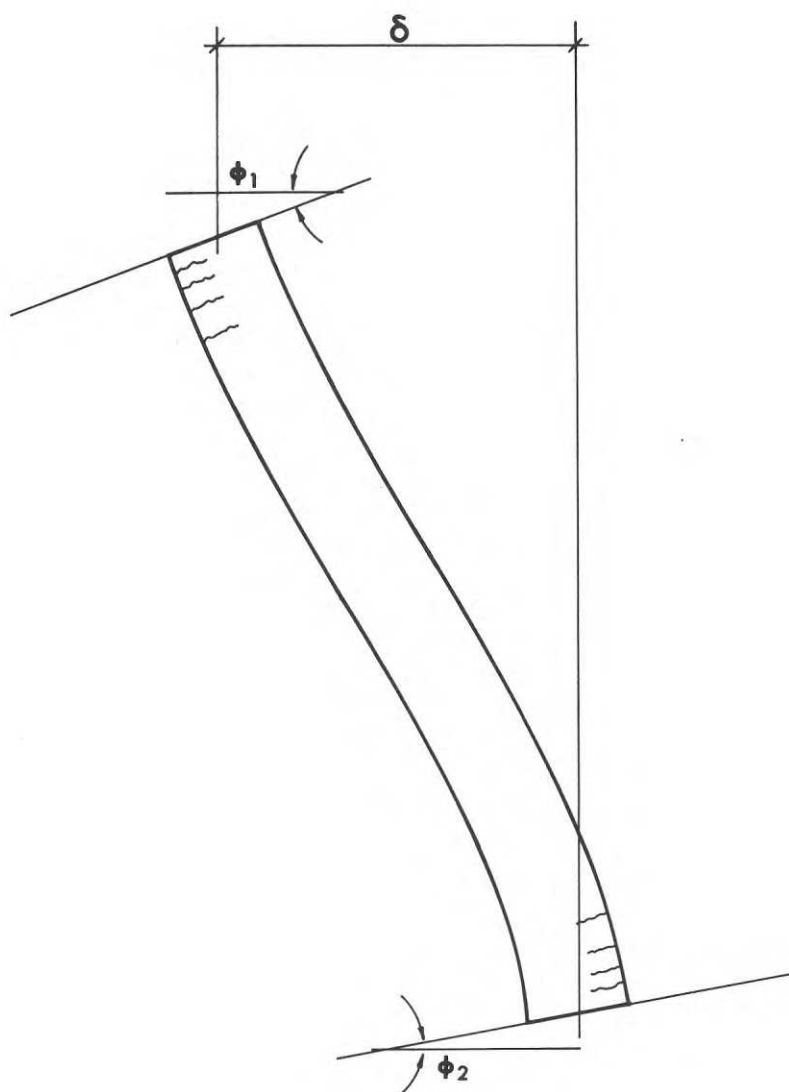


FIG. 2.5:1. Pelare med förskjutningen  $\delta$  där anslutande konstruktioner är eftergivliga så att anslutningssnitten vinkeländras  $\phi_1$  resp.  $\phi_2$ .

Column with the displacement  $\delta$  where adjacent structures are flexible so that the cross section at the junction undergoes an angular displacement by  $\phi_1$  and  $\phi_2$  respectively.

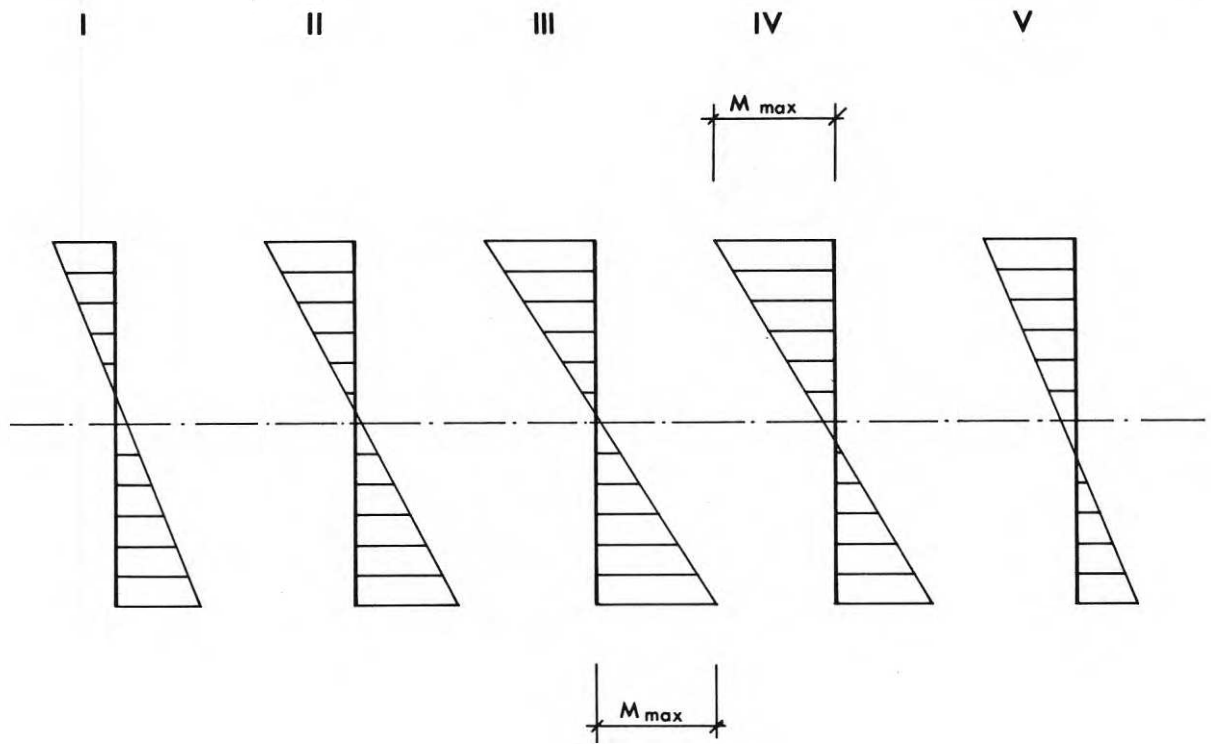


FIG. 2.5:2. Momentfördelningen hos pelaren enligt FIG. 2.5:1 vid olika stadier.

Moment distribution in the column according to 2.5:1 at different stages.

Det är möjligt att brott inträder innan stadium V har uppnåtts. Bestämmande i detta avseende är hur stor olikhet som råder beträffande avslutande konstruktions eftergivlighet vid de båda pelarändarna. Enligt avsnitt 2.2 påverkar normalkraftens storlek pelarens förmåga att deformeras mer än vad som svarar mot maximalt moment.

Två extrema fall är följande.

Fall 1. Stor olikhet råder i anslutande konstruktioners styvhet med praktiskt taget oändlig styvhet i ena änden och ingen styvhet i den andra. Stadium IV uppnås aldrig.

Fall 2. Olikheten i anslutande konstruktioners styvhet är liten. Stadierna III och IV ligger nära varandra och stadium V uppnås.

I kap 6 ges vissa förslag till regler att beakta tvångsförskjutningar enligt fig 2.5:1 baserade på ovanstående diskussion.

Det vore önskvärt att försök gjordes för att verifiera den beskrivning som har gjorts i detta avsnitt.

## 2.6 System av pelare

I de ovanstående avsnitten har en pelares deformationsförmåga studerats. Därvid har ingen diskussion om betydelsen av pelarens styvhetsförändring genomförts och det har förutsatts att de horisontalkrafter som är förbundna med deformationen upptas av anslutande konstruktioner. Det finns dock fall där en byggnads stabilitet påverkas av att vissa pelare tvångsförskjuts på så sätt att pelarnas styvhet minskar och i vissa fall t o m kräver horisontalstöd av anslutande konstruktioner. Det krävs ett rätt omfattande studium för att kartlägga de problem som hänger samman med tvångsförskjutningarnas inverkan på en byggnads stabilitet. Nedan skall ett par exempel diskuteras för att belysa några problem. Ett fortsatt studium vore önskvärt.

### Exempel 1

Två konsolpelare med tvärsnitt  $bH_1$  resp.  $bH_2$  är sammankopplade med en balk och belastade med  $N$  resp.  $N \cdot H_2/H_1$ . Se fig 2.6:1.

Vid elastiska förhållanden blir den formella knäckningslasten enligt linje 1 i fig 2.6:2 förutsatt att pelare 2 inte knäcker separat, vilket förutsätter att  $H_2/H_1$  inte får vara mindre än 0,31.

Om balken krymper böjs pelarna mot varandra varvid deformationen blir störst i den minst styva pelaren, d v s pelare 2. Förhållandet mellan de båda pelarnas deformationer  $\delta_1/\delta_2$  är vid elastiska förhållanden  $(H_2/H_1)^3$  vilket approximativt motsvarar deformationens början samt vid kraft  $N$  svarande mot bruksstadiet. Förhållandet mellan de båda pelarnas deformation vid maximalt moment  $\delta_{1M}/\delta_{2M}$  är  $H_2/H_1$  enligt vad som framgår av avsnitt 2.2. Vid varje stadium är således  $\delta_1/\delta_{1M} < \delta_2/\delta_{2M}$ . Eftersom enligt detta ansträngningen i pelare 2 är större än ansträngningen i pelare 1 har också styvheten reducerats mer hos pelare 2 än hos pelare 1 jämfört med den styvhet som rådde vid deformationens början. När  $\delta_2$  har uppnått  $\delta_{2M}$  är styvheten noll i pelare 2.

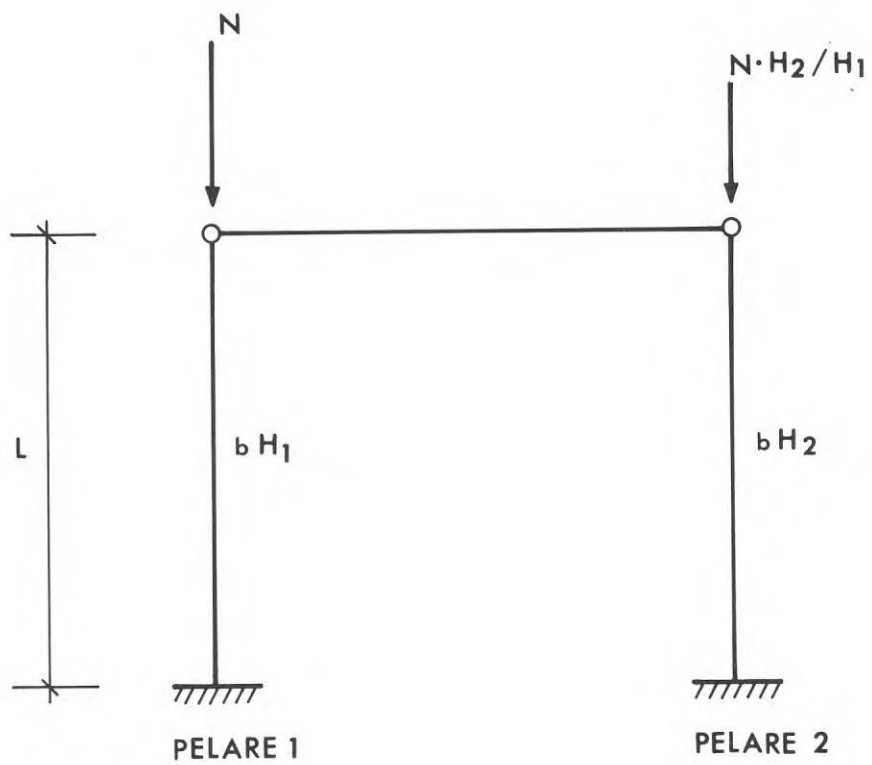


FIG. 2.6:1. Pelarsystem i exempel 1.

Column system in Example 1.

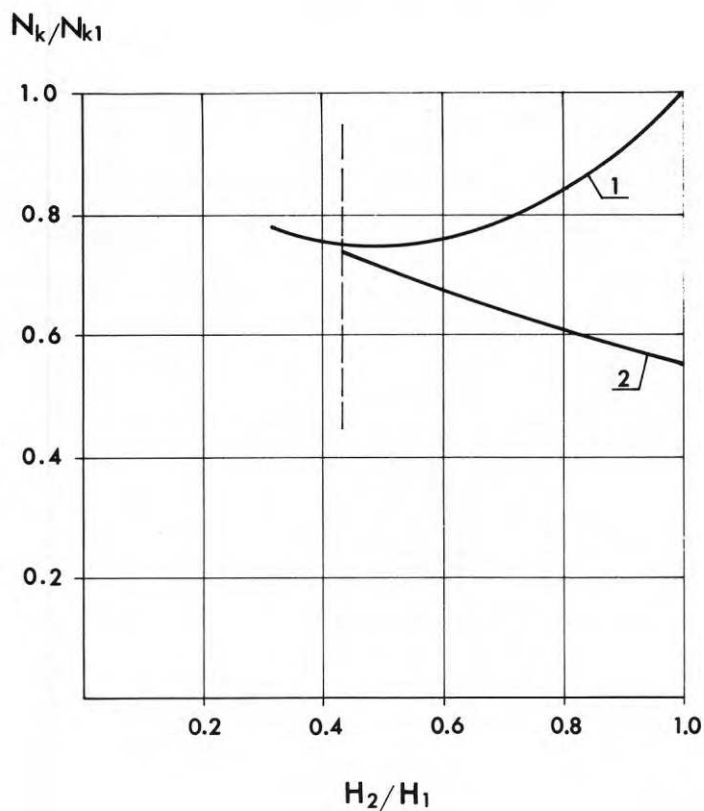


FIG. 2.6:2. Exempel 1.

$N_k/N_{k1}$  som funktion av  $H_2/H_1$  där  $N_k$  är systemets formella knäckningslast och  $N_{k1}$  är  $\pi^2 \cdot E \cdot b H_1^3 / (48 \cdot L^2)$ . Linje 1 avser systemet enligt FIG. 2.6:1 och linje 2 avser det fall att nedre änden av pelare 2 utgörs av en led.

$N_k/N_{k1}$  as a function of  $H_2/H_1$  where  $N_k$  is the formal buckling load of the system and  $N_{k1}$  is  $\pi^2 \cdot E \cdot H_1^3 / (48 \cdot L^2)$ . Line 1 refers to the system according to FIG. 2.6:1 and line 2 to the case where the lower end of column 2 is a hinge.



Om pelaren 2 genom tvångsdeformationen har fått styvheten noll genom att dess nedre ände fungerar som en led och om pelaren 1 kan anses vara elastisk blir den formella knäckningslasten enligt linje 2 i fig 2.6:2, förutsatt att pelaren 2 inte knäcker separat, vilket förutsätter att  $H_2/H_1$  inte får vara mindre än 0,43. I verkligheten påverkas stabiliteten av att pelarna är deformerade av balkens krympning genom därav uppträdande deflektionsmoment i pelarna och kraft i balken. Dock ger förhållandet mellan de båda ovan angivna formella knäckningslasterna en viss vägledning vid bedömningen av hur balkens krympning påverkar systemets stabilitet.

### Exempel 2

Tre konsolpelare med samma tvärsnitt och samma normalkraft är sammankopplade med balkar enligt fig 2.6:3.

Om elastiska förhållanden förutsätts blir de olika pelarnas deformation i pelartoppen till följd av balkarnas krympning såsom visas i fig 2.6:4. Som framgår av figuren blir pelaren 1 mer deformerad än de båda övriga om  $l_1$  är längre än  $l_2$ . Krympmättet förutsätts vara detsamma i båda balkarna och totala krympningen på sträckan  $l_1+l_2$  har betecknats  $\Delta l$ .

Eftersom pelaren 1 får större deformation än de övriga pelarna blir styvheten hos pelaren 1 mindre än hos de övriga pelarna. Detta bidrar till att deformationen hos pelaren 1 blir ännu större än vad som anges med heldragna linjer i fig 2.6:4. Om pelaren 1 helt har förlorat sin styvhet genom att en led har utbildats i dess nedre ände medan pelarna 2 och 3 fortfarande kan anses vara elastiska blir de olika pelarnas deformation som visas med streckade linjer i fig 2.6:4.

Den formella knäckningslasten blir  $N_k = \pi^2 \cdot EI / (4 L^2)$  om alla pelarna är elastiska och  $N_k = 0,71 \cdot \pi^2 \cdot EI / (4 L^2)$  om pelaren 1 är ledad i nedre änden medan pelarna 2 och 3 är elastiska. I verkligheten påverkas stabiliteten av pelarnas deformation genom därav uppträdande deflektionsmoment och krafter i balkarna.

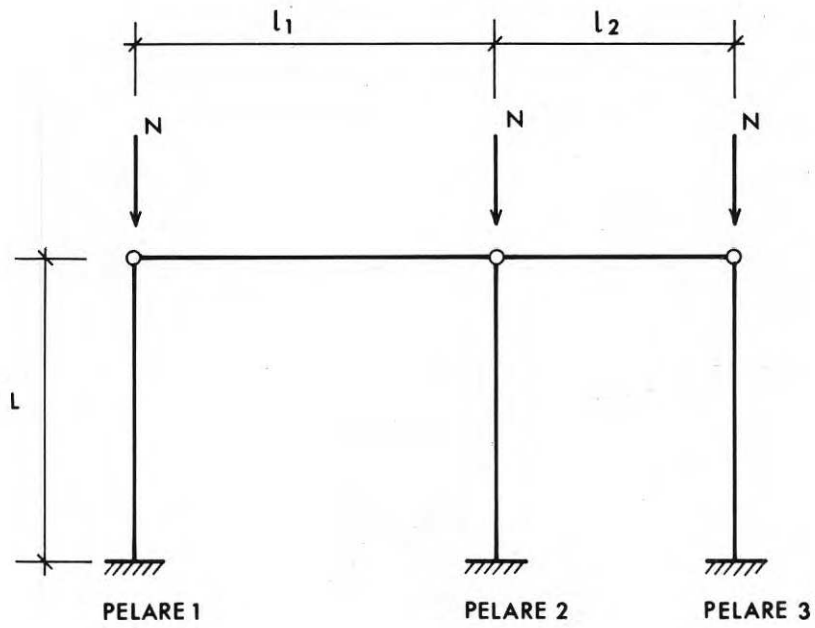


FIG. 2.6:3. Pelarsystem i exempel 2.

Column system in example 2.

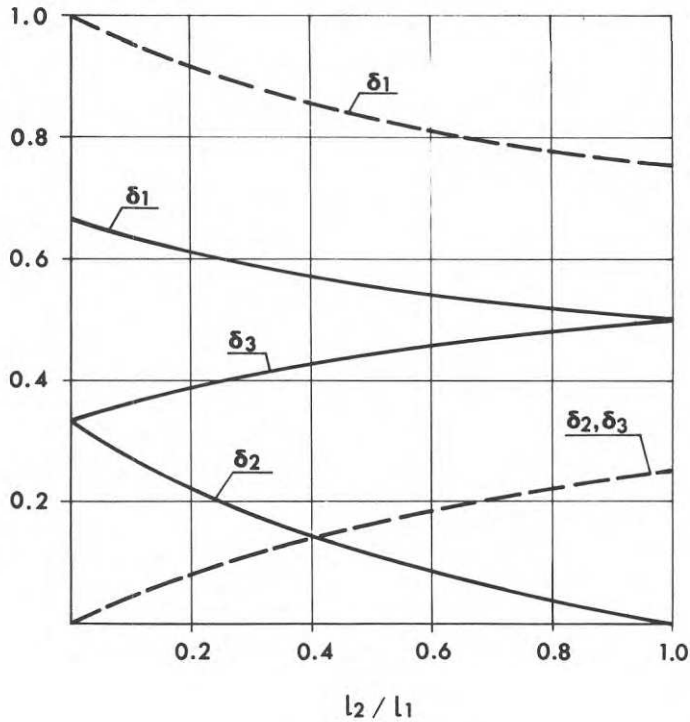
$\delta/\Delta l$ 

FIG. 2.6:4. Exempel 2.

$\delta/\Delta l$  för de tre pelarna som funktion av  $l_2/l_1$  där  $\Delta l$  är sammanlagda krympningen hos  $l_1+l_2$ . De heldragna linjerna avser systemet i FIG. 2.6:3 vid elastiska förhållanden och de streckade linjerna avser det fall att nedre änden av pelare 1 utgörs av en led samt i övrigt elastiska förhållanden.

$\delta/\Delta l$  for the three columns as a function of  $l_2/l_1$ , where  $\Delta l$  is the total shrinkage for  $l_1+l_2$ . The full lines refer to the system in FIG. 2.6:3 under elastic conditions and the dashed lines to the case where the lower end of column 1 is a hinge and conditions are otherwise elastic.

3. BESKRIVNING AV FÖRSÖKEN
- 3.1 Försökens ändamål
- 3.2 Försökens omfattning
- 3.3 Beskrivning av pelare och försöksanordningar
- 3.4 Försökens genomförande

### 3.1 Försökens ändamål

Det grundläggande fall som försöken avser att belysa är en betongpelare som i ena änden är fast inspänd och i den andra ledat infästad. Pelaren är belastad med konstant normalkraft och pelarens ändpunkter förskjuts i riktning vinkelrätt mot pelaren. De beräkningsresultat som visas i 2.3 gäller detta fall. I 2.3 visas att armeringsmängd och normalkraft inte påverkar deformationsförmågan i någon större utsträckning samt att deformationsförmågan är proportionell mot kvadraten på pelarlängden. Försöken avses belysa dessa förhållanden.

Av kap 2 framgår att betongens  $\sigma - \epsilon$  - diagram har stor betydelse. Detta skulle tala för att försökens varaktighet kunde påverka deformationsförmågan starkt eftersom  $\sigma - \epsilon$  - diagrammet är tidsberoende. Den mest påtagliga förändringen hos  $\sigma - \epsilon$  - diagrammet med belastningstiden är att  $\epsilon$ -värdena ökar med ökande belastningstid vilken möjliggör större deformation. Som emellertid beskrivs i 2.4 sker förändringarna av betongens hållfasthets- och töjningsegenskaper på grund av belastningens varaktighet snabbast vid belastningstidens början. Redan vid en belastningstid av endast någon timma har en mycket stor förändring av hållfasthets- och töjningsegenskaperna skett jämfört med den belastningstid som gäller vid t ex tryckning av provcylindrar. Detta talar för att ett s k korttidsförsök på en pelare som dock varar ett par timmar ger en deformationsförmåga som är större än om betongens verkliga korttidsegenskaper vore bestämmande.

En annan förändring hos  $\sigma - \epsilon$  - diagrammet med belastningstiden är att  $\sigma_B$  - värdet minskar med ökande belastningstid vilket motverkar den ovan nämnda effekten av ökande deformationsförmåga med ökande belastningstid.

Av det ovan sagda framgår att det är tänkbart att deformationsförmågan mätt vid ett försök som varar ett par timmar kunde betraktas som giltig även för sådana praktiska fall där tvångsdeformationer sker mycket långsamt. Emellertid är bedömningen

av  $\sigma - \varepsilon$  - diagrammets beroende av belastningstiden mycket osäker och dessutom är det möjligt att andra effekter som är beroende av belastningstiden tillkommer som till exempel att brottkaraktären påverkas. Därför har förutom korttidsförsök även försök med ca en veckas varaktighet genomförts.

Vid de beräkningar som redovisas i 2.3 har pelaren antagits befinna sig i det stadium som innebär att det mest ansträngda snittet har maximalt moment. Eftersom deformationen är påtvungen och pelaren styrd av anslutande konstruktioner såsom problemet är beskrivet i kap 1 innebär detta stadium inte brott. Försöken avses belysa hur stor extra deformationsförmåga som finns när maximalt moment har uppnåtts.

Vid beräkningarna enligt kap 2 har endast inverkan av moment och normalkraft beaktats. Dock har även inverkan av tvärkraft beskrivits utan att beräkningar har utförts. Genom försöken skall man kunna bedöma i vad utsträckning tvärkraften påverkar deformationsförmågan genom att pelarlängden har varierats.

### 3.2 Försökens omfattning

För att försöksmässigt åstadkomma det belastningsfall som anges i 3.1 insattes betongpelare i en provningsportal och belastades med en normalkraft som hölls konstant under försökets gång. Pelarna försågs med leder vid båda ändarna. Genom att påföra en horisontalkraft mitt på pelaren försköts mittsnittet utan vinkeländring. Vardera pelarhalvan utgör således en pelare utsatt för det ovannämnda belastningsfallet. Se fig 3.2:1.

Försöken omfattade fyra serier, representerande fyra olika gjutningstillfällen, med sammanlagt 24 pelare. Serierna 1 och 2 med sammanlagt 12 pelare utfördes med forskningsanslag nr C 379 från Statens Råd för Byggnadsforskning. Serie 3 med 5 pelare bestod av Statens Betongkommitté. Serie 4 med 7 pelare gäller långtidsförsök och utfördes med forskningsanslag nr C 379:2 från Statens Råd för Byggnadsforskning. Långtidsförsöken gjordes som examensarbete vid institutionen för Bröbyggnad KTH av teknolog Hans Lefvert. Data för de olika pelarna framgår av tabell 1. Pelarnas tvärsnittsdimensioner framgår av fig 3.2:2. Pelarna var inte bygelarmerade.

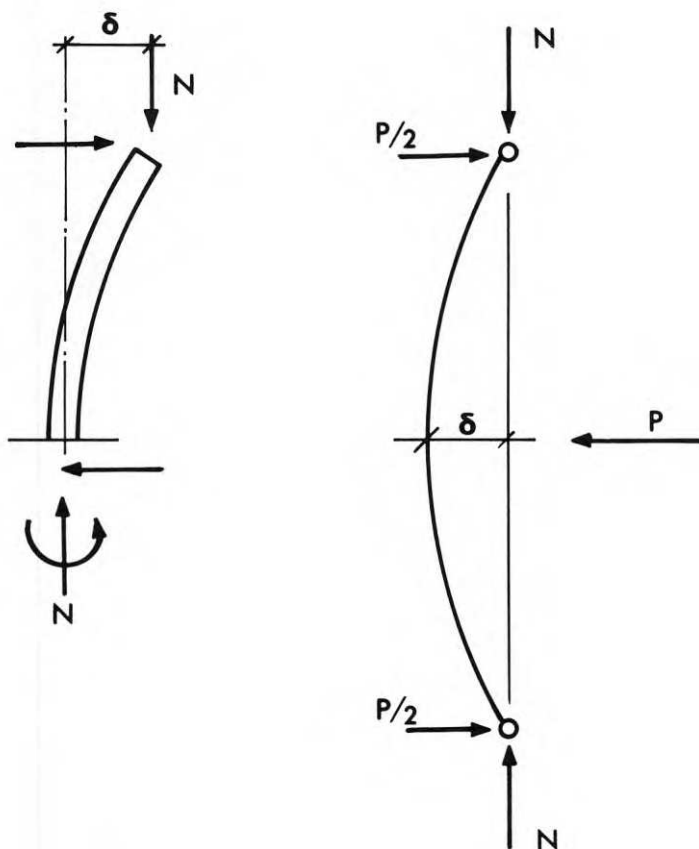


FIG. 3.2:1. Belastningsfall som försöken avser att efterlikna (a), samt det vid försöken arrangerade belastningsfallet (b). Normalkraften  $N$  är en vald parameter som hölls konstant under försöket. Deformationen  $\delta$  är oberoende variabel.

Loading case which the tests are intended to simulate (a), and the loading case arranged in the course of the tests (b). The normal force  $N$  is a selected parameter which was maintained constant during the test. The deformation  $\delta$  is the independent variable.



TABELL 1. Data för de provade pelarna

Pelare nr	Avstånd mellan lagren	Armering Ks 40	Betongens kubhållfasthet	Normalkraft
Serie 1				
1	1,2 m	6 $\phi$ 8	K 475	26 Mp
2	1,2	6 $\phi$ 8	K 475	87
3	1,2	6 $\phi$ 16	K 475	34
4	1,2	6 $\phi$ 16	K 475	110
5	2,4	6 $\phi$ 8	K 475	26
6	2,4	6 $\phi$ 8	K 475	87
7	2,4	6 $\phi$ 16	K 475	34
8	2,4	6 $\phi$ 16	K 475	110
Serie 2				
9	1,2	6 $\phi$ 8	K 500	68
10	1,2	6 $\phi$ 16	K 500	92
11	2,4	6 $\phi$ 8	K 500	68
12	2,4	6 $\phi$ 16	K 500	92
Serie 3				
13	1,2	-	K 420	25
14	1,2	-	K 420	50
15	1,2	-	K 420	75
16	2,4	-	K 420	30
17	2,4	-	K 420	75
Förprovning till serie 4				
18	2,4	6 $\phi$ 8	?	68
Serie 4				
19	2,4	6 $\phi$ 8	K 475	54
20	2,4	6 $\phi$ 8	K 480	94
21	1,2	6 $\phi$ 8	K 495	98
22	1,2	6 $\phi$ 8	K 500	59
23	1,2	6 $\phi$ 8	K 505	28
24	2,4	6 $\phi$ 8	K 515	28

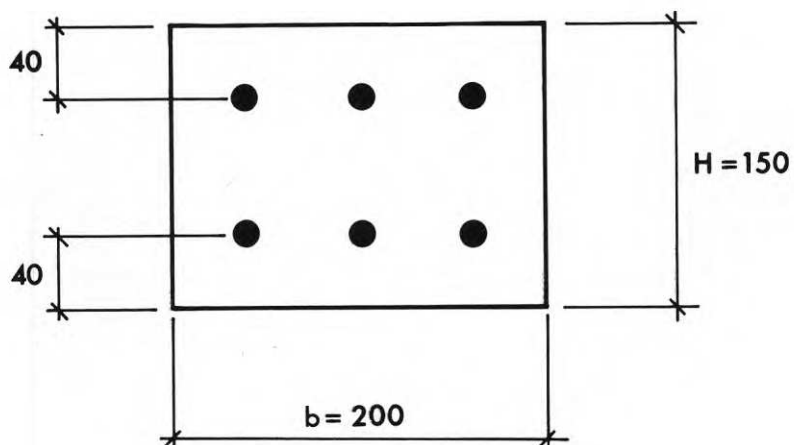


FIG. 3.2:2. Försökspeklarnas tvärsnittsmått. För de oarmerade pelarna var dock  $H = 175$  mm.

Cross sectional dimensions of the test columns. For unreinforced columns, however,  $H = 175$  mm.

### 3.3 Beskrivning av pelare och försöksanordningar

Pelarna inom en serie göts vid samma tillfälle av samma betongblandning. Pelarna göts liggande med de sidor, som skulle bli tryckta respektive dragna, i vertikalläge. Därigenom har man sökt eliminera effekten av att betongkvaliteten nära gjutövertytan är sämre än i pelaren i övrigt.

Betongen levererades från betongfabrik. Konsistensen var trögflytande. Ballastmaterialet var ärtsingel.

Armeringen valdes så att i varje serie stänger från endast en charge för varje dimension ingick. Vidare kontrollerades att armeringen hade ett för varmvalsad armering typiskt  $\sigma - \epsilon$  - diagram, d v s med en utpräglad sträckgräns och en horisontell del av kurvan innan påkänningen ökar över sträckgränsen. Det händer att varmvalsad armering, troligen till följd av kallbearbetning i samband med riktning, ibland har ett  $\sigma - \epsilon$  - diagram utan något nämnvärt flytområde.

Pelarna göts i formar som bestod av en stålotten och sidor av trä klätt med hård träfiberskiva. I ändytorna bestod formarna av 14 mm plåtar mot vilka armeringsstängerna var svetsade och som sedan utgjorde de färdiga pelarnas ändytor. I fig 3.3:1 visas formar med monterad armering strax före gjutning.

Ett visst problem, när det gäller försöksanordningarna, var att åstadkomma lämpliga leder i pelarnas båda ändar. Ett krav som måste ställas är att friktionen är i möjlig mån känd och att den är liten. På grund av att normalkraften är stor måste lederna ges stora dimensioner. De valda lederna bestod av rullager av typ SKF 23224 CK med lagerhus av typ SKF SN 524. Ledernas utseende framgår av fig 4.2:1. För att få en uppfattning om friktionen i lagren gjordes vid två tillfällen direkt mätning av erforderligt vridmoment som funktion av normalkraften. Anordningen för detta framgår av fig 3.3:2. Det första tillfället när friktionen mättes var när serie 3 hade provats och det andra tillfället var när serie 4 hade provats. Resultaten från dessa

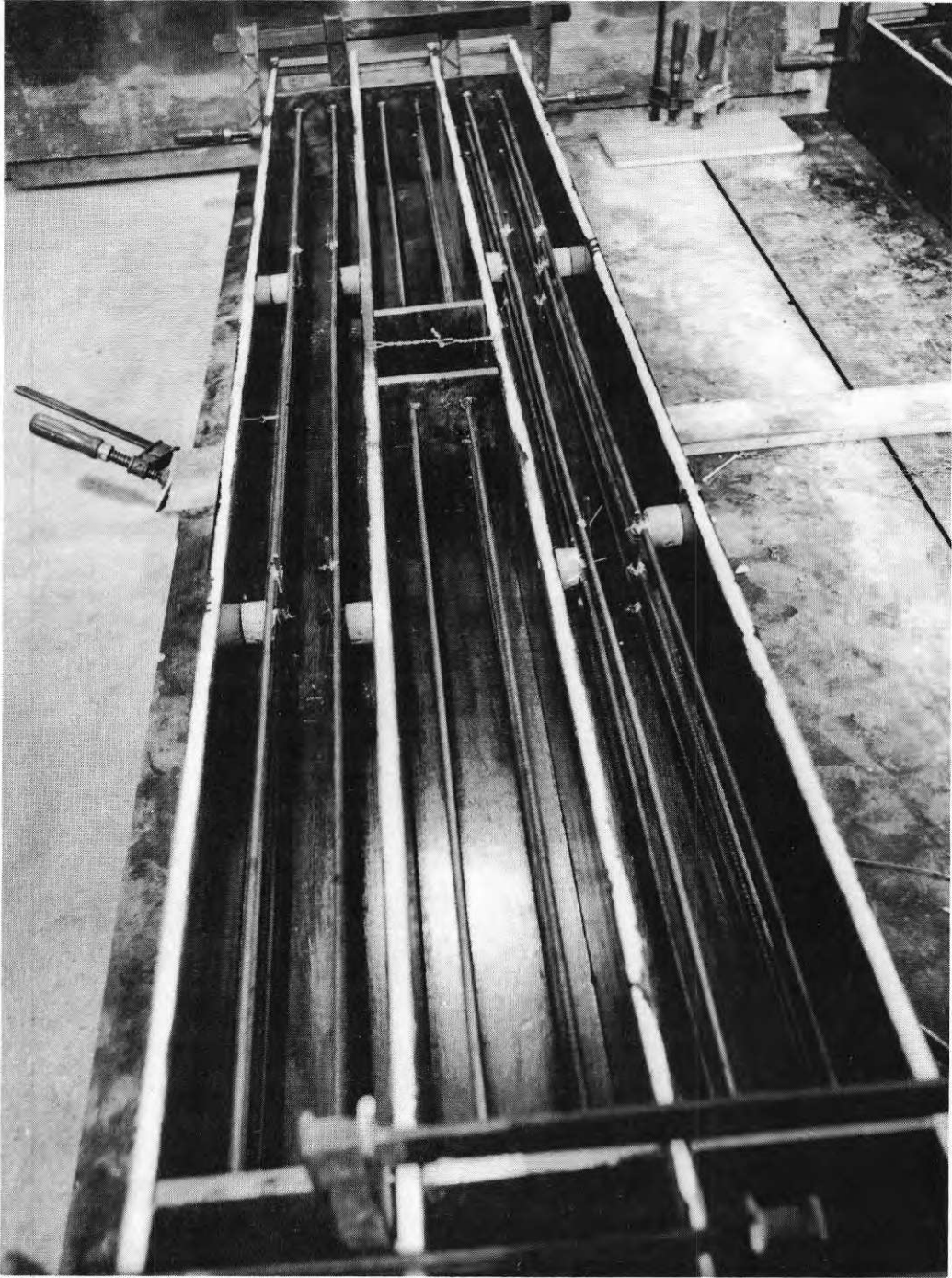


FIG. 3.3:1. Formar med monterad armering strax före gjutning av pelarna i serie 1.

Formwork with reinforcement in place immediately prior to casting of the columns in Series 1.

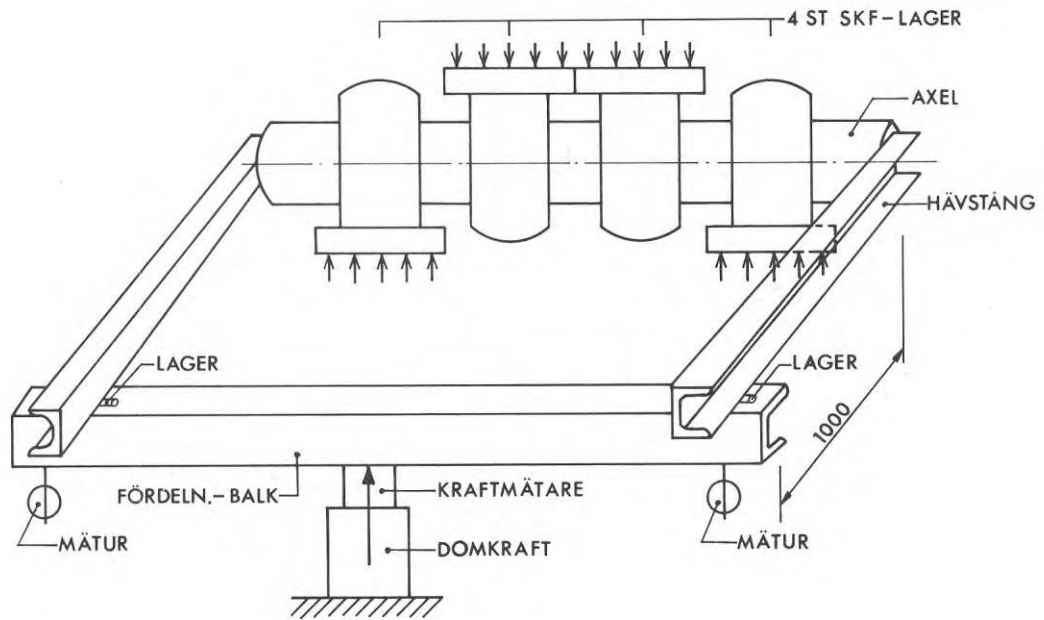


FIG. 3.3:2. Anordning för mätning av friktion i lager.  
Arrangement for measurement of friction in hinges.

friktionsmätningar visas på fig 3.3:3. Halva det moment som anges i fig 3.3:3 motsvarar det friktionsmoment som uppträder vid pelarprovningarna.

Normalkraften i pelarna åstadkoms med motormanövrerad hydraulisk domkraft. Kraften mättes med manometer och hölls konstant under hela försöket. Felet i mätningen torde ligga inom  $\pm 3$  Mp enligt vad som konstaterades genom jämförelse mellan manometermätning och mätning av kraften med tryckgivare av typ Bofors LSK-2 ansluten till en mätbrygga av typ Peekel B 103 U. Sådan jämförelsemätning gjordes vid ett par tillfällen såsom kalibrering av manometermätningen.

Pelarnas deformation åstadkoms med hjälp av handmanövrerad hydraulisk domkraft försedd med låsring så att deformationen kunde hållas konstant. Kraften som vid konstant deformation varierade med tiden mättes med en tryckgivare av typ Bofors LSK-2 ansluten till en mätbrygga av typ Peekel B 103 U. Tryckgivaren hade kalibrerats i en tryckprovningssmaskin av typ Alpha vilken fungerar med hjälp av viktbelastad hävstång och felet i mätningen av kraften bedöms inte överskrida  $\pm 1$  % av mätvärdet. Deformationen mättes med mätklockor parvis monterade vid mittnittet, pelarändarna samt  $1/3$  - delspunkterna. Klockorna avlästes på  $1/100$  mm när.

Betongstukningen mättes med en deformeter av fabrikat F.D. Bauwesen med mätlängd 100 mm. Mätningen skedde på mätknappar klistrade på betongen. Knappar var monterade på tryckta sidan längs båda kanterna inom ett 500 mm långt område kring mittnittet. Felet i mätningen bedöms inte överskrida  $\pm 0,05$  ‰ (konstant fel) enligt vad som har konstaterats vid upprepade mätningar på odeformerad betongyta.

Neutrallagrets läge mättes med hjälp av fyra trådtöjningsgivare av typ Gustavsson B 150 SD monterade i mittnittet på vardera av de båda sidoytorna. Trådtöjningsgivarna var anslutna till en mätbrygga av typ Peekel B 103 U. Noggrannheten i mätningar med

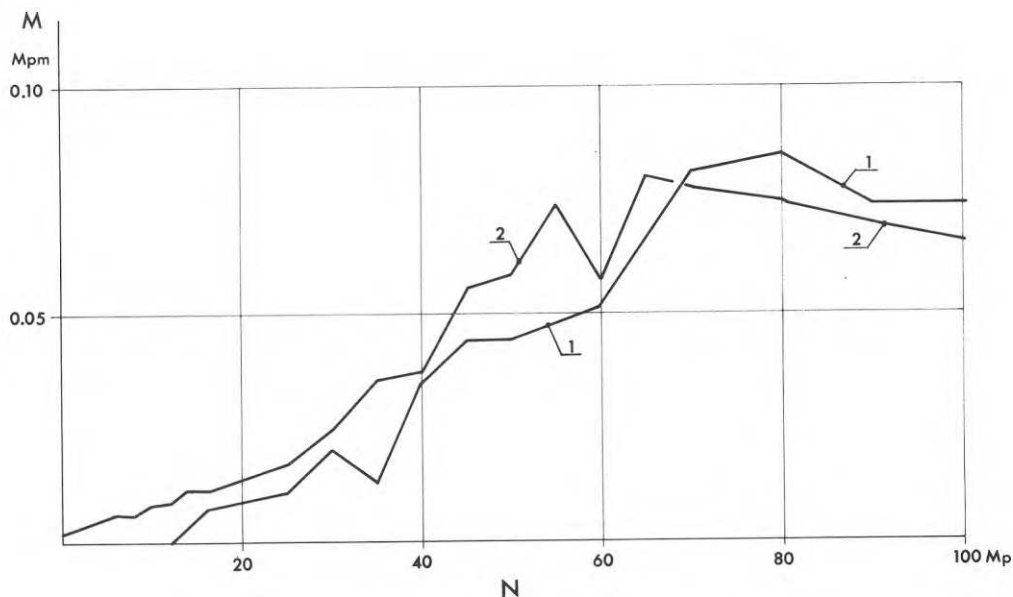


FIG. 3.3:3. Resultat av mätning av friktion i lager. Kurva 1 erhöjls vid mätning sedan serie 3 var provad. Kurva 2 erhöjls vid mätning sedan serie 4 var provad. Momentet  $M$  i figuren är uppmätt kraft av domkraften enligt FIG. 3.3:2 multiplicerad med hävarmen 1,0 m.

Results of friction measurements in the hinges. Line 1 was obtained during measurements after Series 3 had been tested. Line 2 was obtained after Series 4 had been tested. The moment  $M$  in the figure is the force measured in the jack according to FIG. 3.3:2 multiplied by a lever arm of 1.0 m.

trådtöjningsgivare på betong har visats vara låg när stukningen eller töjningen är stor men är högre vid små stukningar eller töjningar såsom är fallet nära neutrallagret.

De värden på deformation, betongstukning och neutrallagrets läge som redovisas i kap 4 är medelvärdena erhållna ur mätningarna av de båda parvis monterade mätklockorna, mätknapparna respektive trådtöjningsgivarna. De båda värden som har bildat medelvärde avviker från detta med mindre än 0,2 mm för deformationen, vanligen 0,2 ‰ för betongstukningen (i något enstaka fall upp till 0,8 ‰) och 20 mm för neutrallagrets avstånd från tryckta kanten. Dessa avvikelser beror till en del av mätfel och till en del av oavsiktlig vridning hos pelarna under försöket.



### 3.4 Försökens genomförande

Sedan pelarna hade inplacerats i provningsmaskinen och all mätutrustning hade monterats genomfördes försöken enligt följande schema.

#### Korttidsförsök

1. Avläsning av mätklockor, deformeter och trådtöjningsgivare.
2. Påläggning av normalkraft som hölls konstant under hela försöket.
3. Avläsning enligt 1.
4. Påläggning av viss deformation.
5. Efter 3 min avläsning av tryckgivare för horisontalkraft, mätklockor, deformeter och trådtöjningsgivare. Mätningarna tog ungefär 3 min.
6. = 4.
7. = 5 osv.

Storleken av den deformation som pålades vid varje deformationssteg var sådan att maximalt moment i mittnittet uppnåddes efter ungefär 2 tim. Det visade sig att brottet för vissa pelare inträffade vid avsevärt större deformation än den som rådde vid maximalt moment i mittnittet, medan för andra pelare brottet inträffade strax efter det att maximalt moment hade uppnåtts. Detta förhållande beskrivs i 2.2 och i kap 4. Den totala försökstiden fram till brott blev därför mycket varierande från ungefär 2 tim till ungefär 6 tim.

#### Långtidsförsök

1. Avläsning av mätklockor, deformeter och trådtöjningsgivare.
2. Påläggning av normalkraft som hölls konstant under hela för-

3. Avläsning enligt 1.
4. Påläggning av 50 % av den deformation som motsvarande pelare hade vid korttidsförsök vid maximalt moment i mittnittet.
5. Avläsning av tryckgivare för horisontalkraft, mätklockor, deformeter och trådtöjningsgivare vid följande tider efter påläggningen av deformationen, 3 min, 15 min, 30 min, 45 min, 3 tim, 6 tim, 12 tim, 24 tim.
6. Påläggning av ytterligare 25 % av den deformation som motsvarande pelare hade vid korttidsförsök vid maximalt moment i mittnittet. Detta görs 24 tim efter den förra påläggningen av deformation.
7. = 5.
8. = 6 osv.

Under tredje dygnet hade pelarna samma deformation som motsvarande pelare hade vid korttidsförsöket vid maximalt moment i mittnittet. Brottet inträffade efter 4 till 8 dygn.



- 4. RESULTAT AV FÖRSÖKEN
- 4.1 Direkta mätresultat
- 4.2 Brottkaraktär
- 4.3 Jämförelse med beräkning
- 4.4 Diskussion om resultaten

#### 4.1 Direkta mätresultat

I fig 4.1:1 - 4.1:24 visas horisontalkraftens storlek, momentet i mittnittet under förutsättning av friktionsfria leder, tryckzonens storlek i mittnittet samt betongstukningen i tryckta kanten i mittnittet som funktion av pelarens deformation för de 24 pelarna.

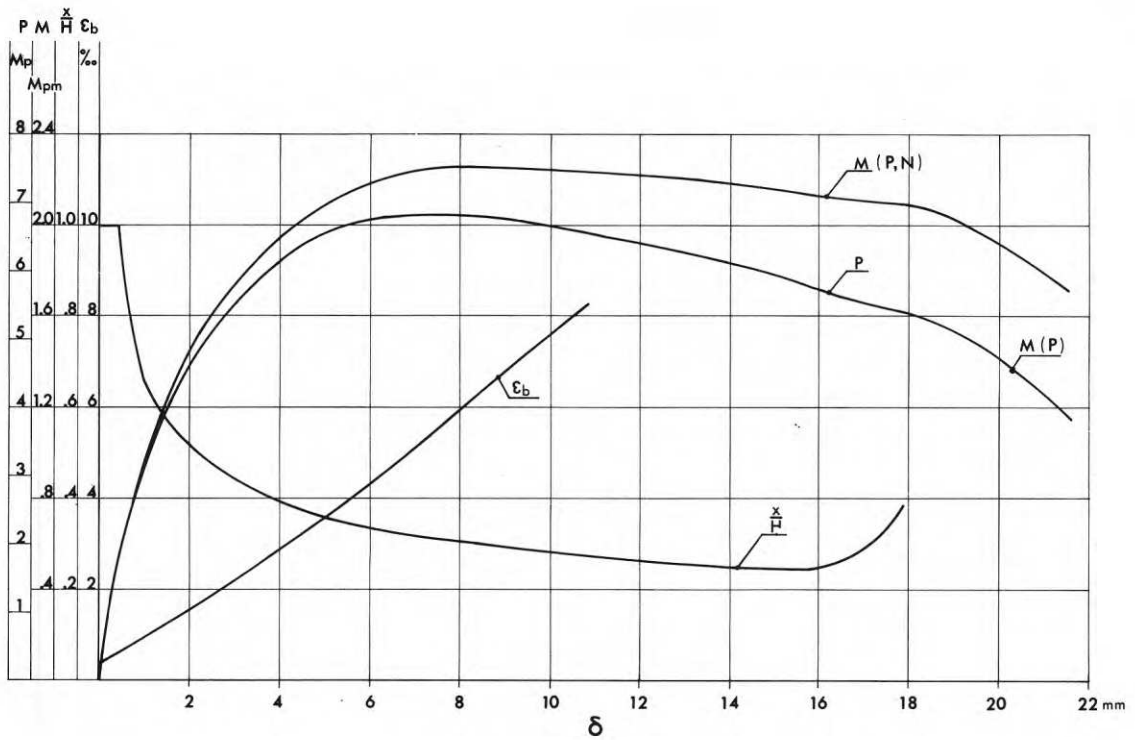


FIG. 4.1:1. Uppmätta värden på  $P$ ,  $M$ ,  $x/H$  och  $\epsilon_b$  i mittnittet som funktion av deformationen för pelare 1.

Measured values of  $P$ ,  $M$ ,  $x/H$  and  $\epsilon_b$  at the centre section as a function of the deformation for column 1.

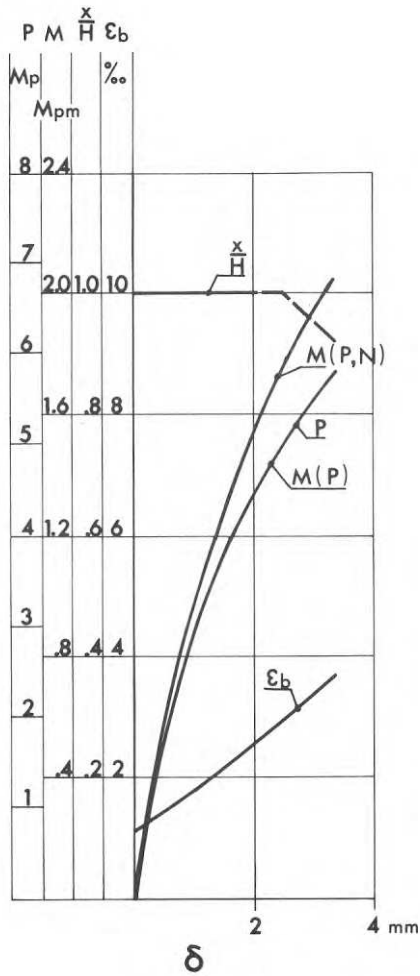


FIG. 4.1:2. Uppmätta värden på  $P$ ,  $M$ ,  $x/H$  och  $\epsilon_b$  i mittsnittet som funktion av deformationen för pelare 2.

Measured values of  $P$ ,  $M$ ,  $x/H$  and  $\epsilon_b$  at the centre section as a function of the deformation for column 2.

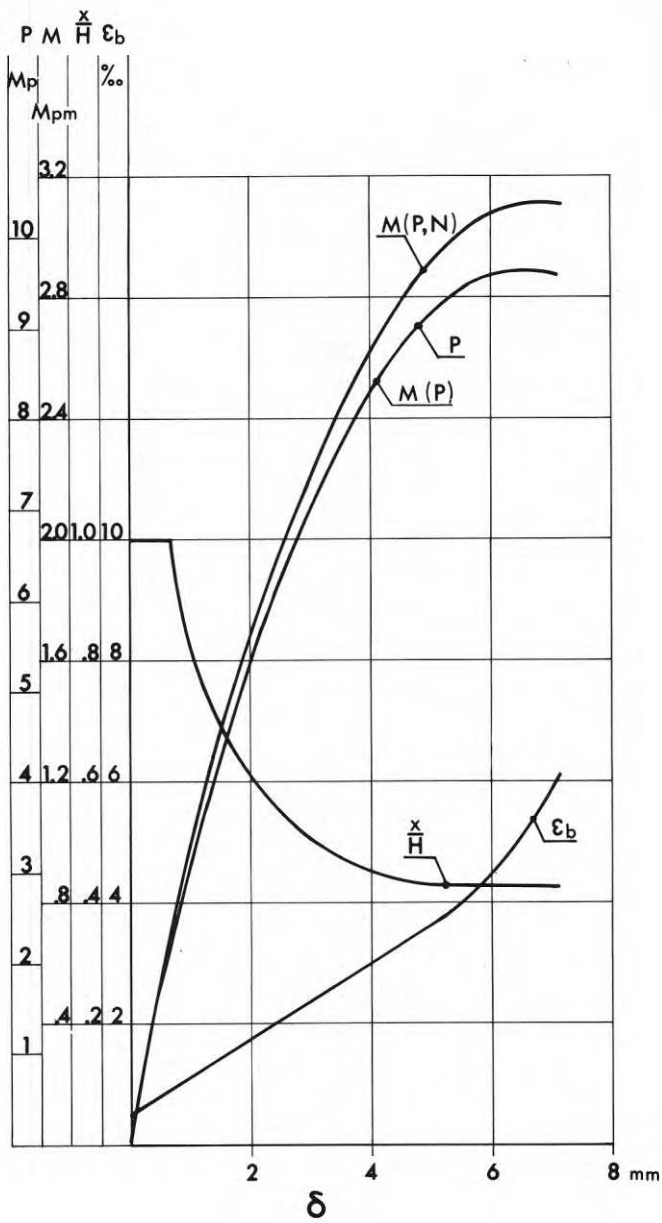


FIG. 4.1:3. Uppmätta värden på  $P$ ,  $M$ ,  $x/H$  och  $\epsilon_b$  i mittsnittet som funktion av deformationen för pelare 3.

Measured values of  $P$ ,  $M$ ,  $x/H$  and  $\epsilon_b$  at the centre section as a function of the deformation for column 3.



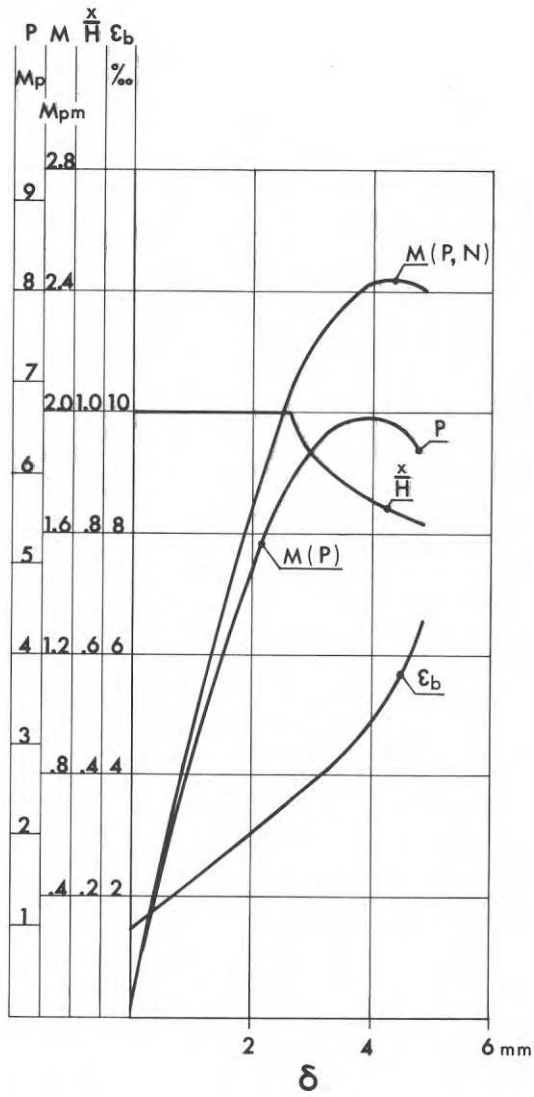


FIG. 4.1:4. Uppmätta värden på  $P$ ,  $M$ ,  $x/H$  och  $\epsilon_b$  i mittnittet som funktion av deformationen för pelare 4.

Measured values of  $P$ ,  $M$ ,  $x/H$  and  $\epsilon_b$  at the centre section as a function of the deformation for column 4.

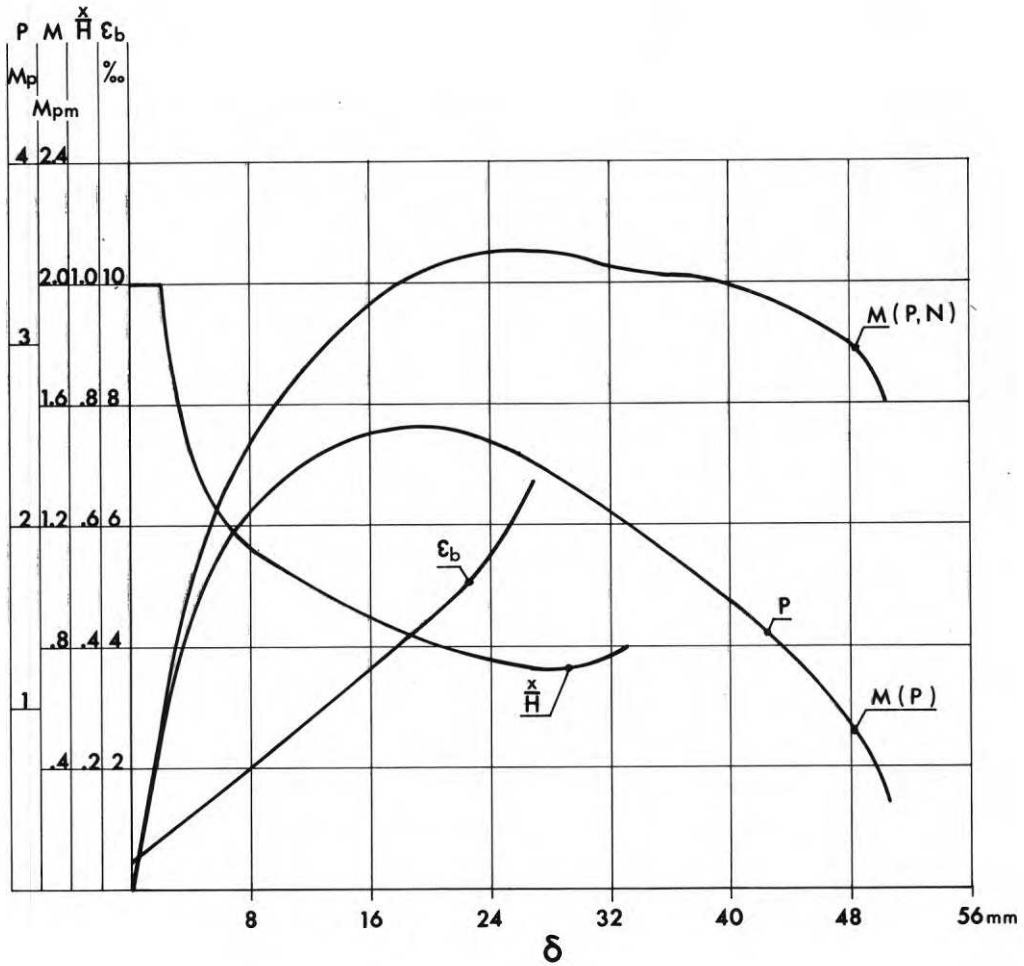


FIG. 4.1:5. Uppmätta värden på  $P$ ,  $M$ ,  $x/H$  och  $\epsilon_b$  i mittsnittet som funktion av deformationen för pelare 5.

Measured values of  $P$ ,  $M$ ,  $x/H$  and  $\epsilon_b$  at the centre section as a function of the deformation for column 5.

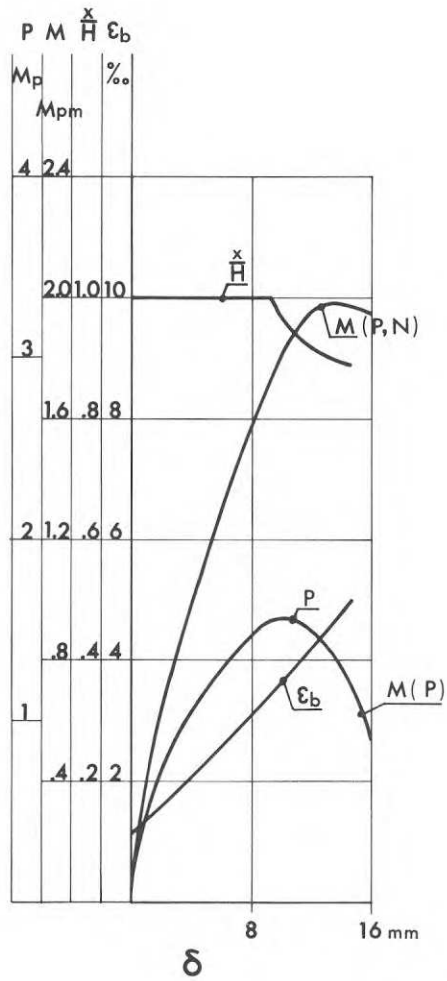


FIG. 4.1:6. Uppmätta värden på P, M,  $x/H$  och  $\epsilon_b$  i mittsnittet som funktion av deformationen för pelare 6.

Measured values of P, M,  $x/H$  and  $\epsilon_b$  at the centre section as a function of the deformation for column 6.

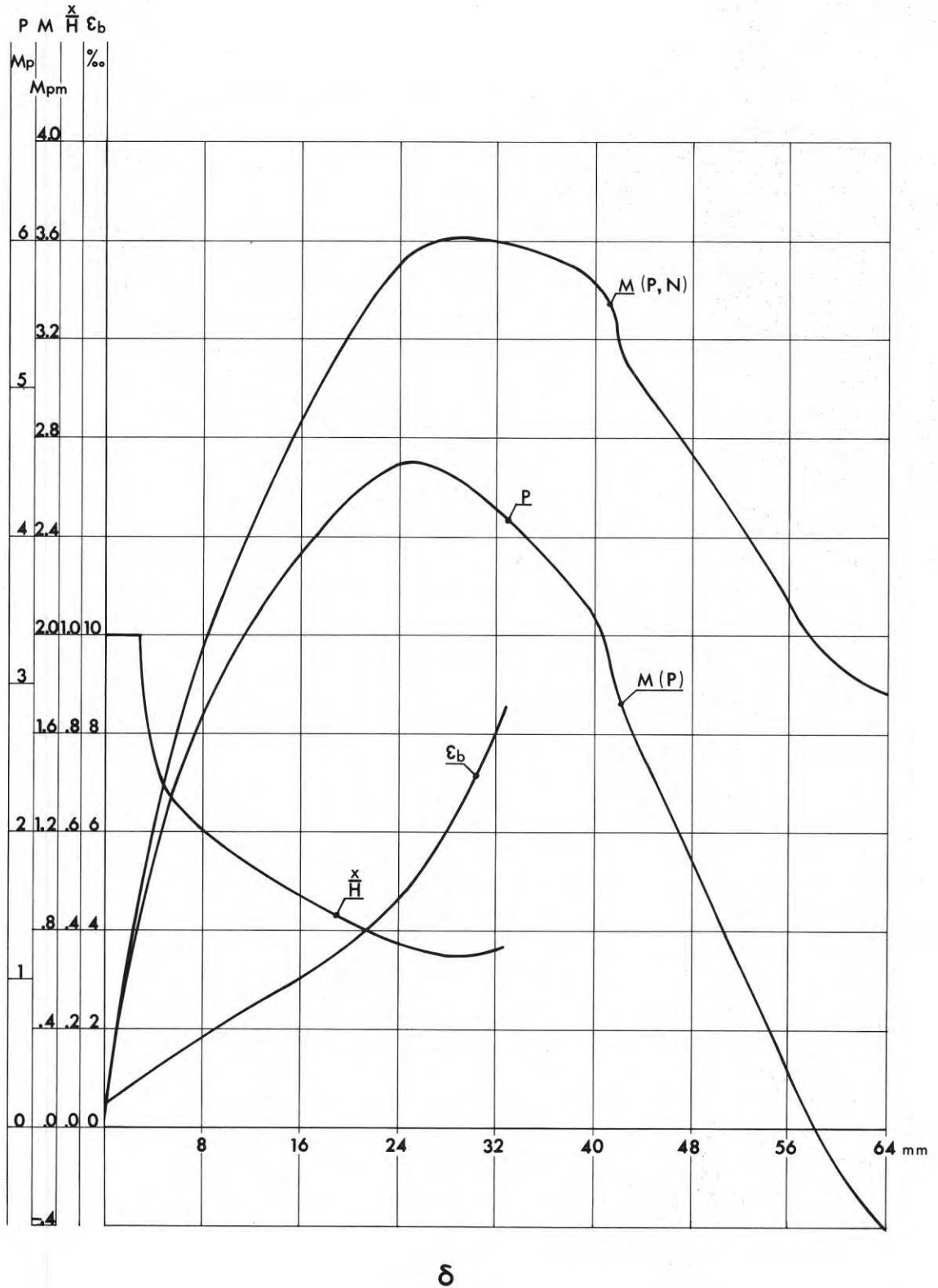


FIG. 4.1:7. Uppmätta värden på  $P$ ,  $M$ ,  $x/H$  och  $\epsilon_b$  i mittsnittet som funktion av deformationen för pelare 7.

Measured values of  $P$ ,  $M$ ,  $x/H$  and  $\epsilon_b$  at the centre section as a function of the deformation for column 7.

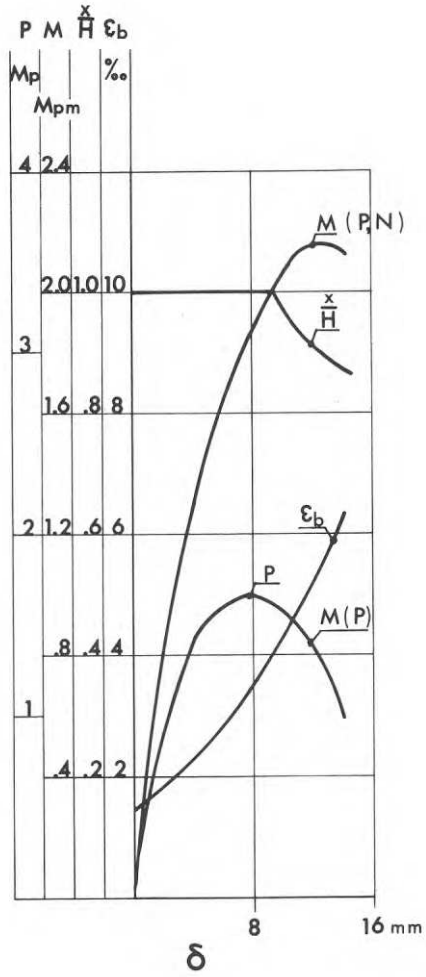


FIG. 4.1:8. Uppmätta värden på P, M,  $x/H$  och  $\epsilon_b$  i mittnittet som funktion av deformationen för pelare 8.

Measured values of P, M,  $x/H$  and  $\epsilon_b$  at the centre section as a function of the deformation for column 8.

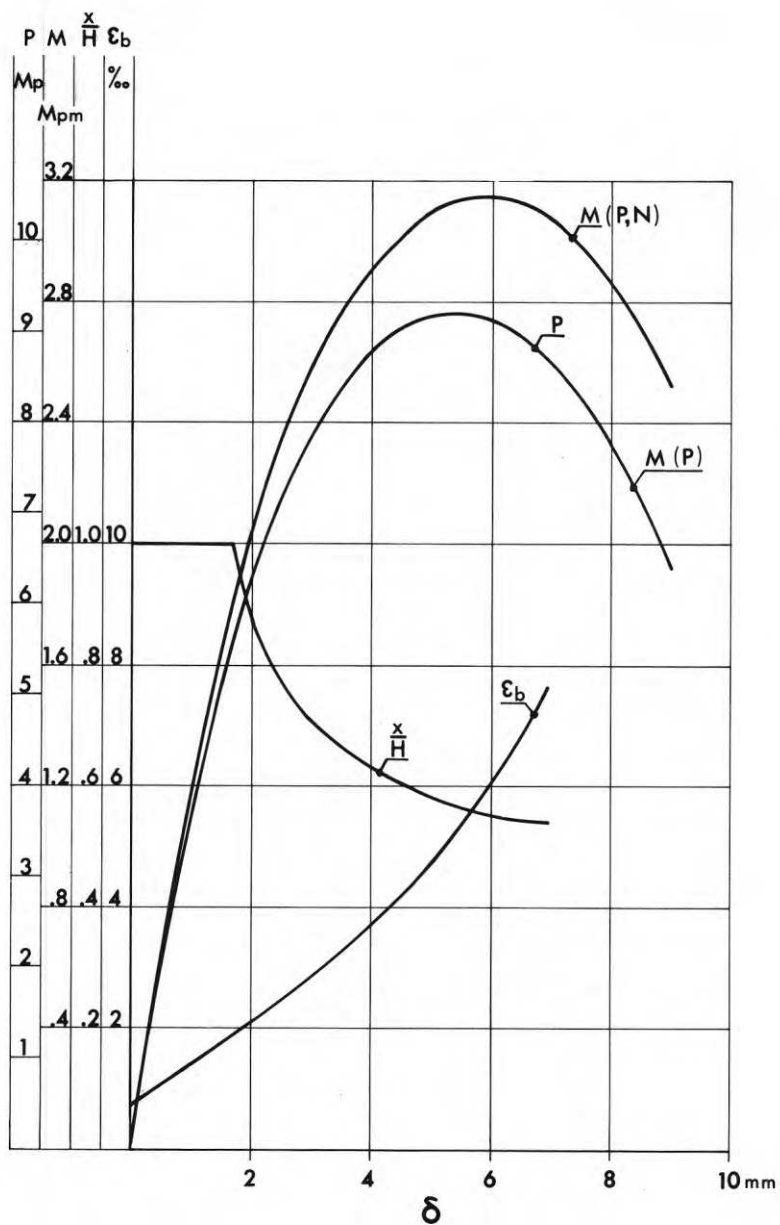


FIG. 4.1:9. Uppmätta värden på  $P$ ,  $M$ ,  $x/H$  och  $\epsilon_b$  i mittnittet som funktion av deformationen för pelare 9.

Measured values of  $P$ ,  $M$ ,  $x/H$  and  $\epsilon_b$  at the centre section as a function of the deformation for column 9.

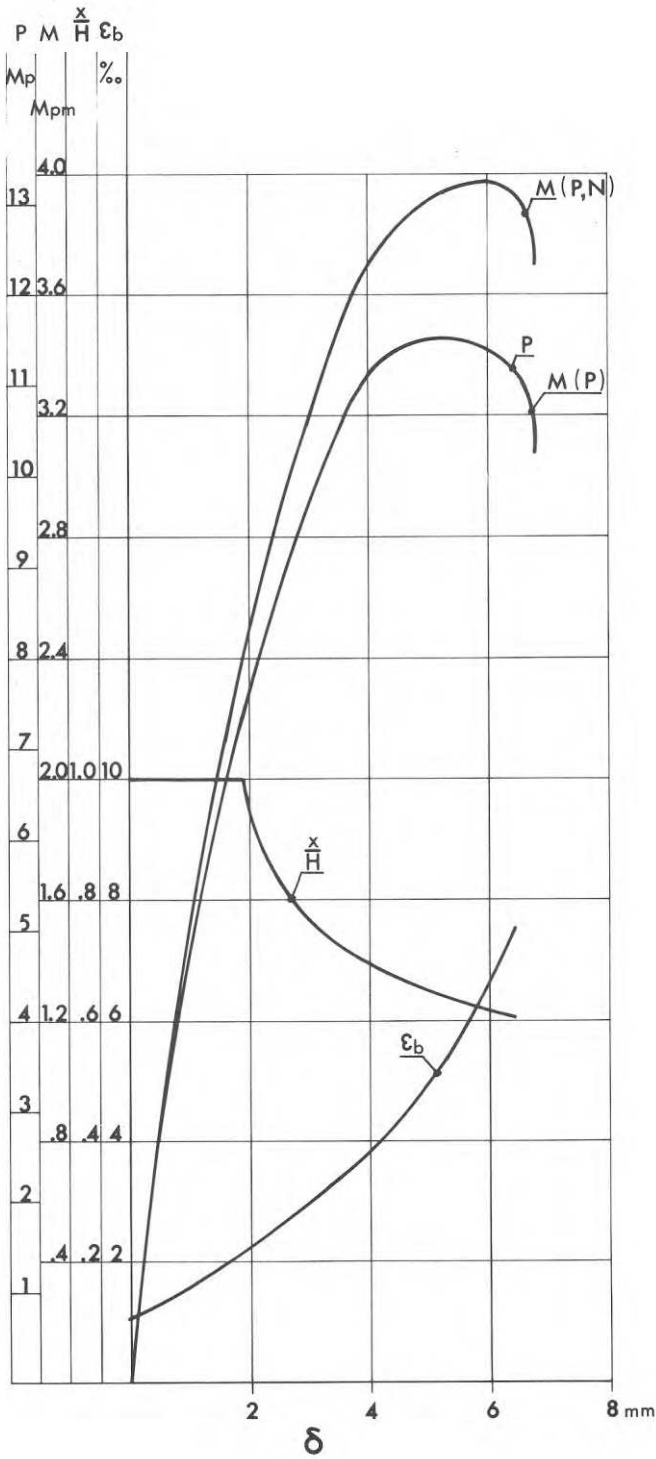


FIG. 4.1:10. Uppmätta värden på  $P$ ,  $M$ ,  $x/H$  och  $\epsilon_b$  i mittsnittet som funktion av deformationen för pelare 10.

Measured values of  $P$ ,  $M$ ,  $x/H$  and  $\epsilon_b$  at the centre section as a function of the deformation for column 10.

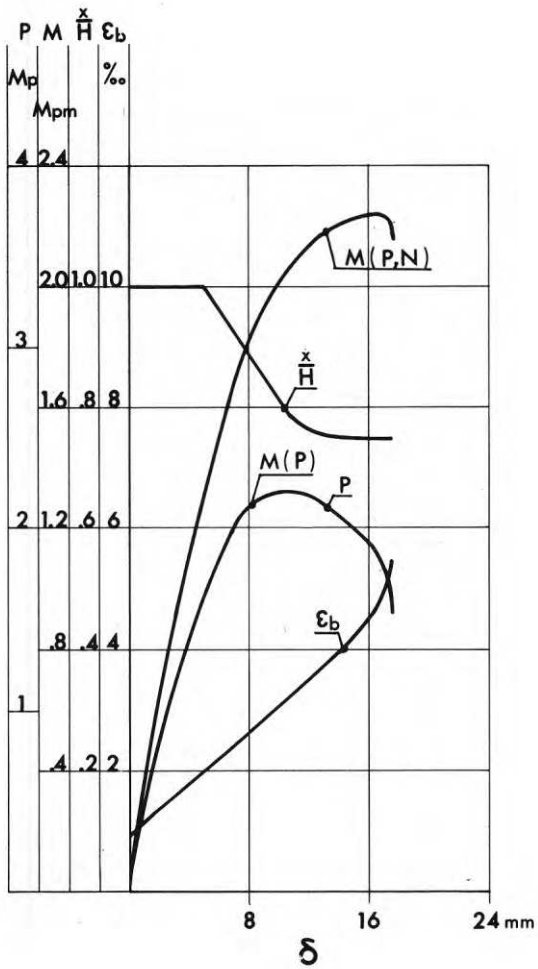


FIG. 4.1:11. Uppmätta värden på  $P$ ,  $M$ ,  $x/H$  och  $\epsilon_b$  i mittnittet som funktion av deformationen för pelare 11.

Measured values of  $P$ ,  $M$ ,  $x/H$  and  $\epsilon_b$  at the centre section as a function of the deformation for column 11.



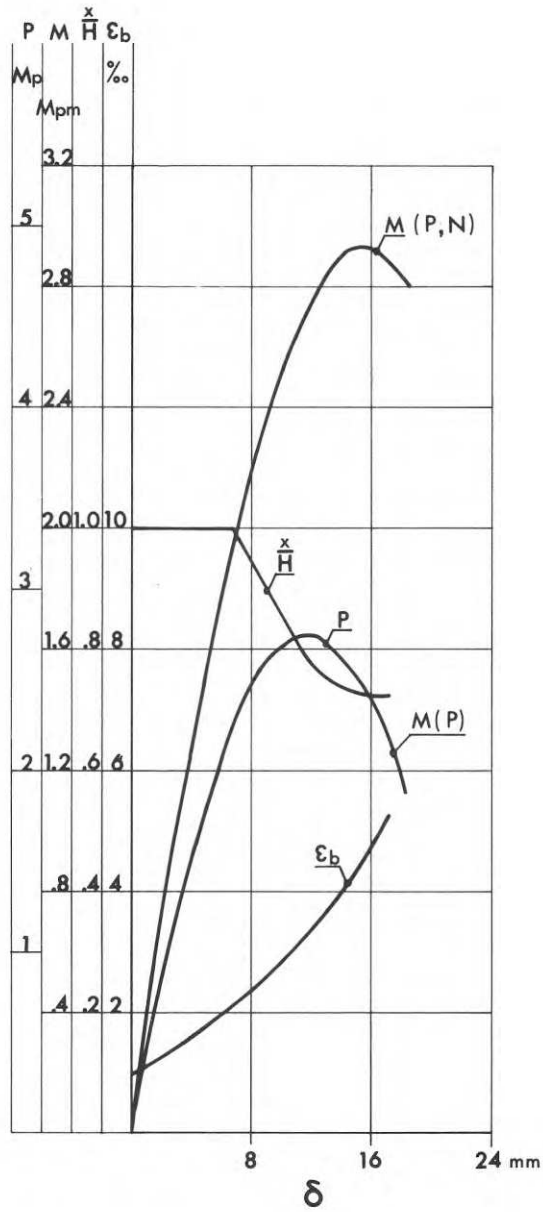


FIG. 4.1:12. Uppmätta värden på  $P$ ,  $M$ ,  $x/H$  och  $\epsilon_b$  i mittnittet som funktion av deformationen för pelare 12.

Measured values of  $P$ ,  $M$ ,  $x/H$  and  $\epsilon_b$  at the centre section as a function of the deformation for column 12.

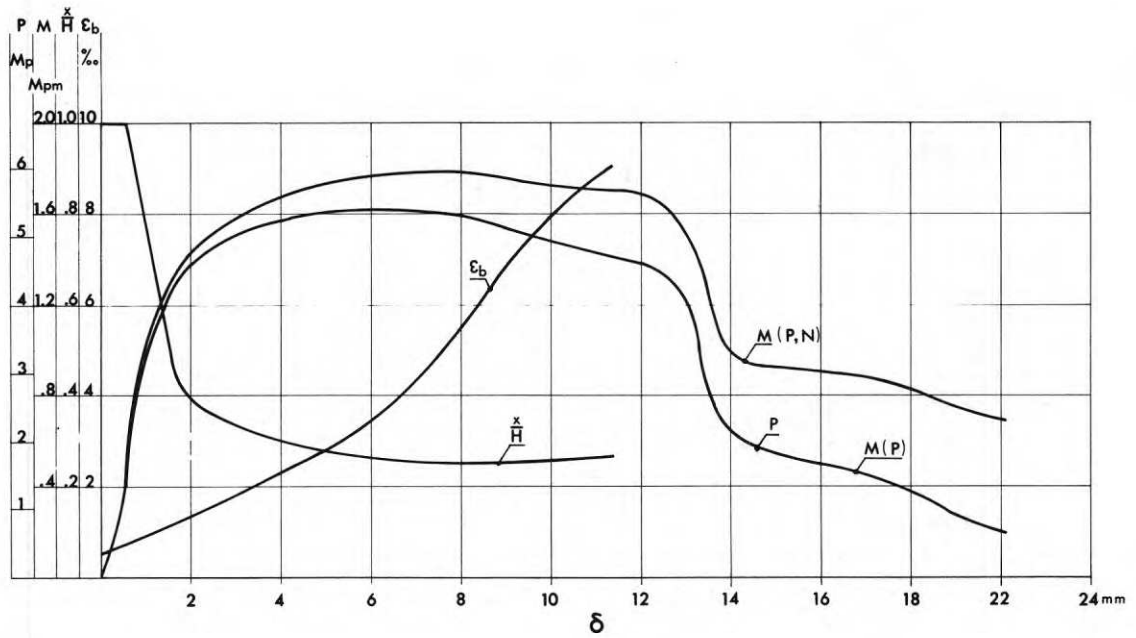


FIG. 4.1:13. Uppmätta värden på P, M,  $x/H$  och  $\epsilon_b$  i mittnittet som funktion av deformationen för pelare 13.

Measured values of P, M,  $x/H$  and  $\epsilon_b$  at the centre

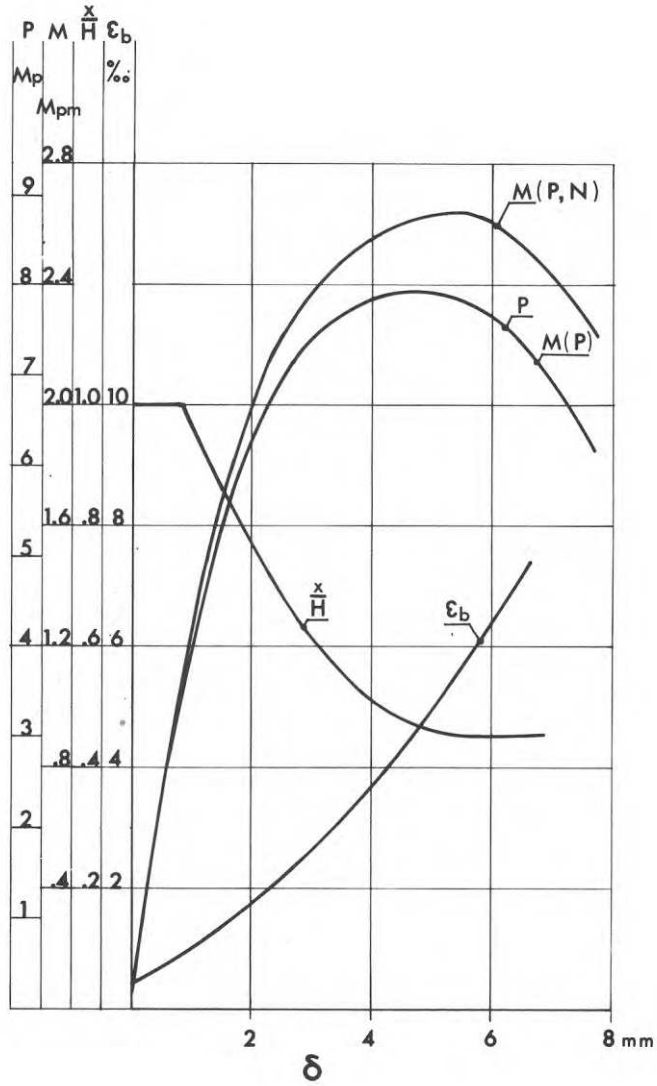


FIG. 4.1:14. Uppmätta värden på  $P$ ,  $M$ ,  $x/H$  och  $\epsilon_b$  i mittsnittet som funktion av deformationen för pelare 14.

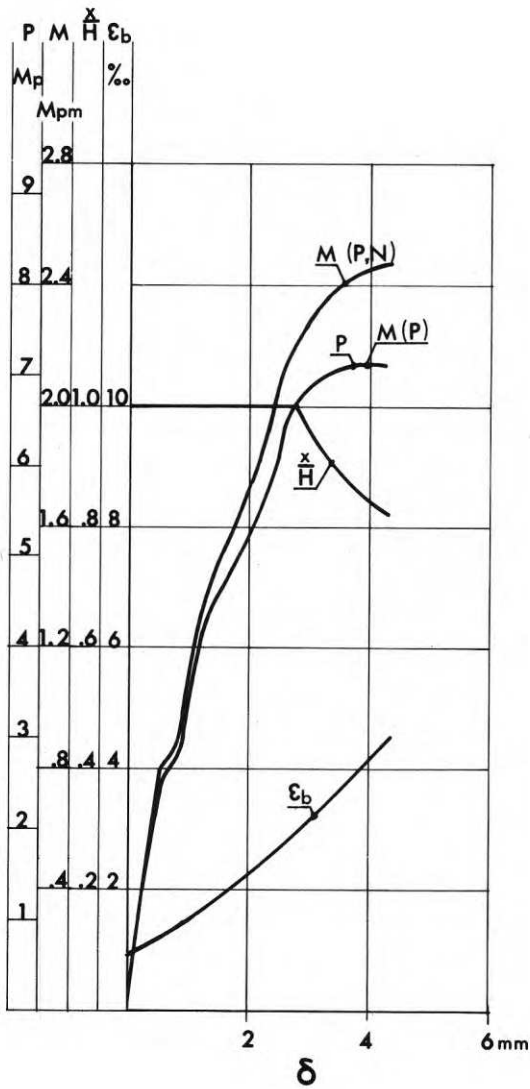


FIG. 4.1:15. Uppmätta värden på  $P$ ,  $M$ ,  $x/H$  och  $\epsilon_b$  i mittnittet som funktion av deformationen för pelare 15.

Measured values of  $P$ ,  $M$ ,  $x/H$  and  $\epsilon_b$  at the centre section as a function of the deformation for column 15.

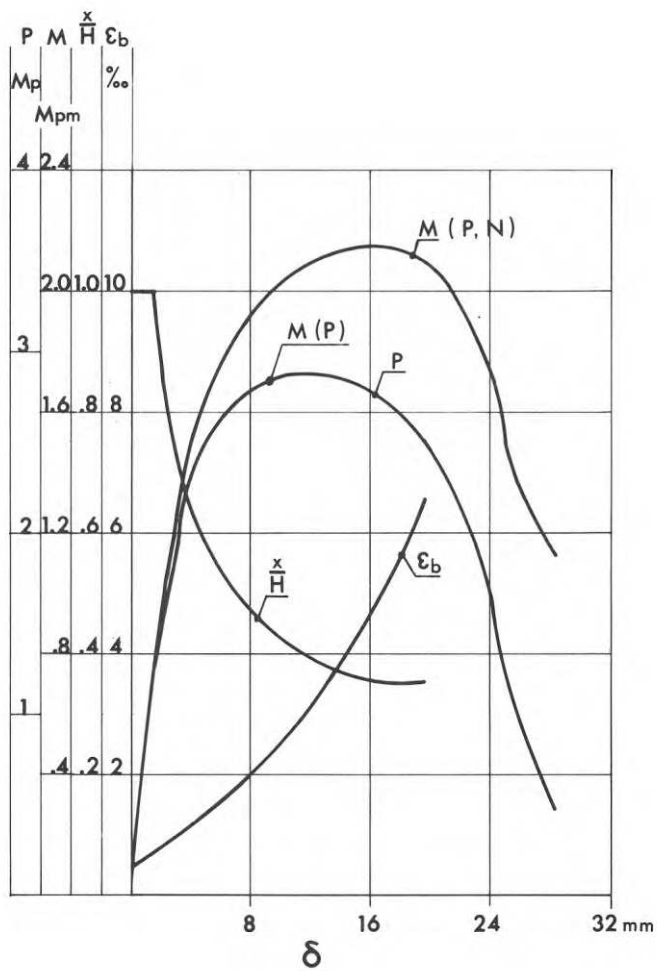


FIG. 4.1:16. Uppmätta värden på  $P$ ,  $M$ ,  $x/H$  och  $\epsilon_b$  i mittnittet som funktion av deformationen för pelare 16.

Measured values of  $P$ ,  $M$ ,  $x/H$  and  $\epsilon_b$  at the centre section as a function of the deformation for column 16.

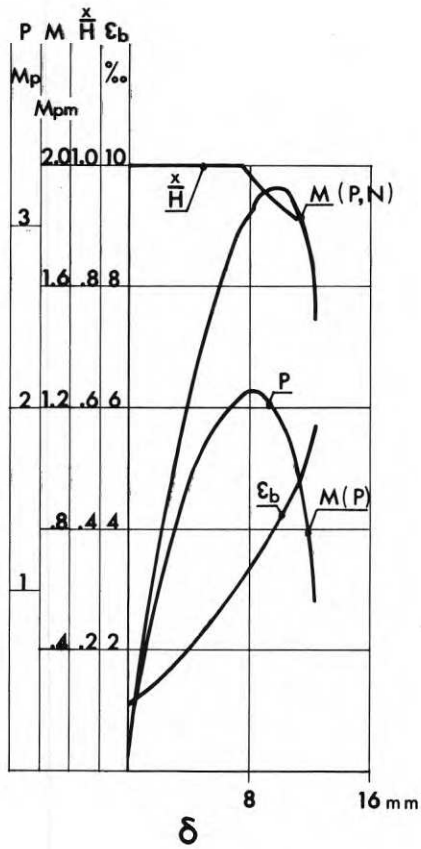


FIG. 4.1:17. Uppmätta värden på  $P$ ,  $M$ ,  $x/H$  och  $\epsilon_b$  i mittsnittet som funktion av deformationen för pelare 17.

Measured values of  $P$ ,  $M$ ,  $x/H$  and  $\epsilon_b$  at the centre section as a function of the deformation for column 17.

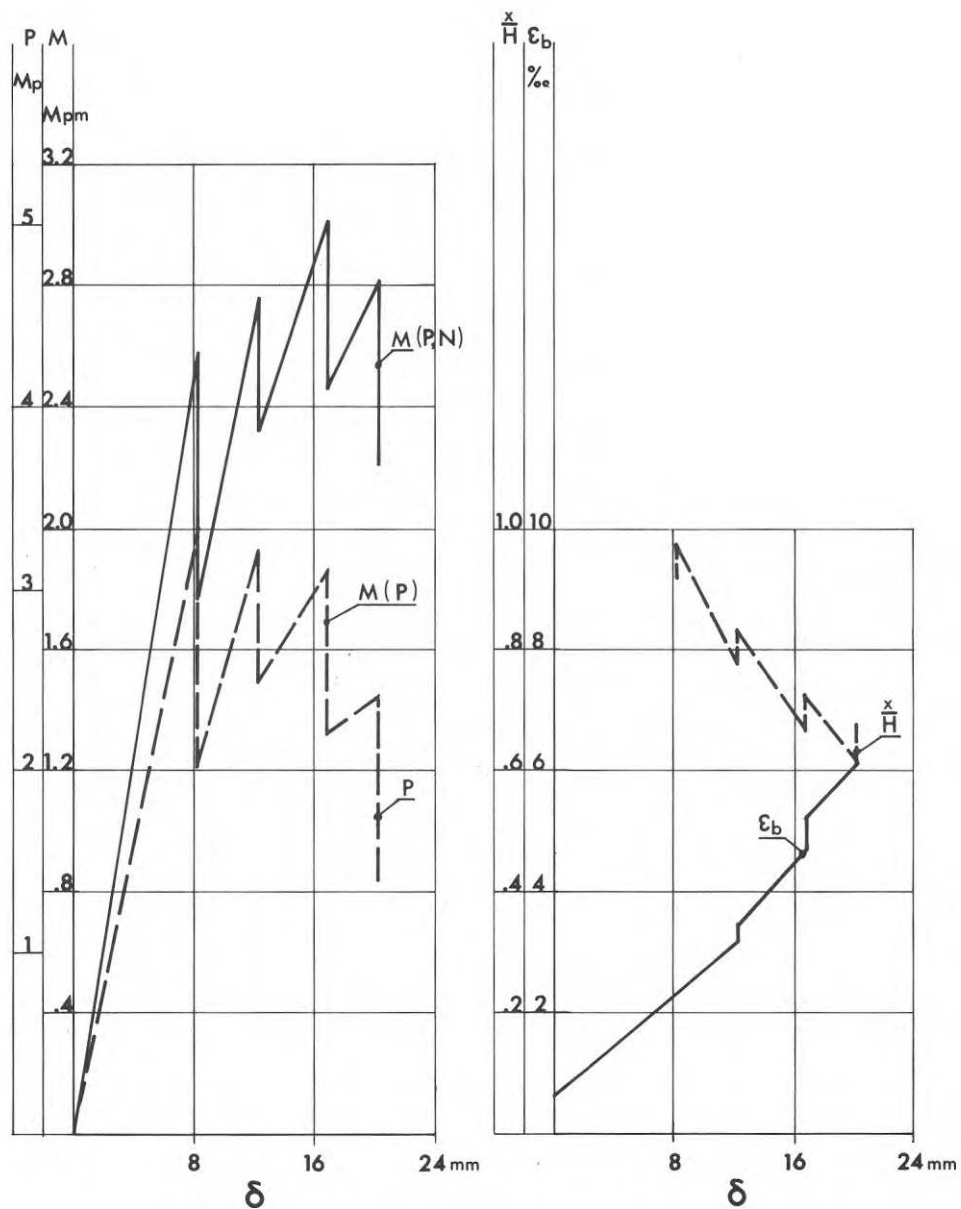


FIG. 4.1:18. Uppmätta värden på  $P$ ,  $M$ ,  $x/H$  och  $\epsilon_b$  i mittsnittet som funktion av deformationen för pelare 18.

Measured values of  $P$ ,  $M$ ,  $x/H$  and  $\epsilon_b$  at the centre section as a function of the deformation for column 18.

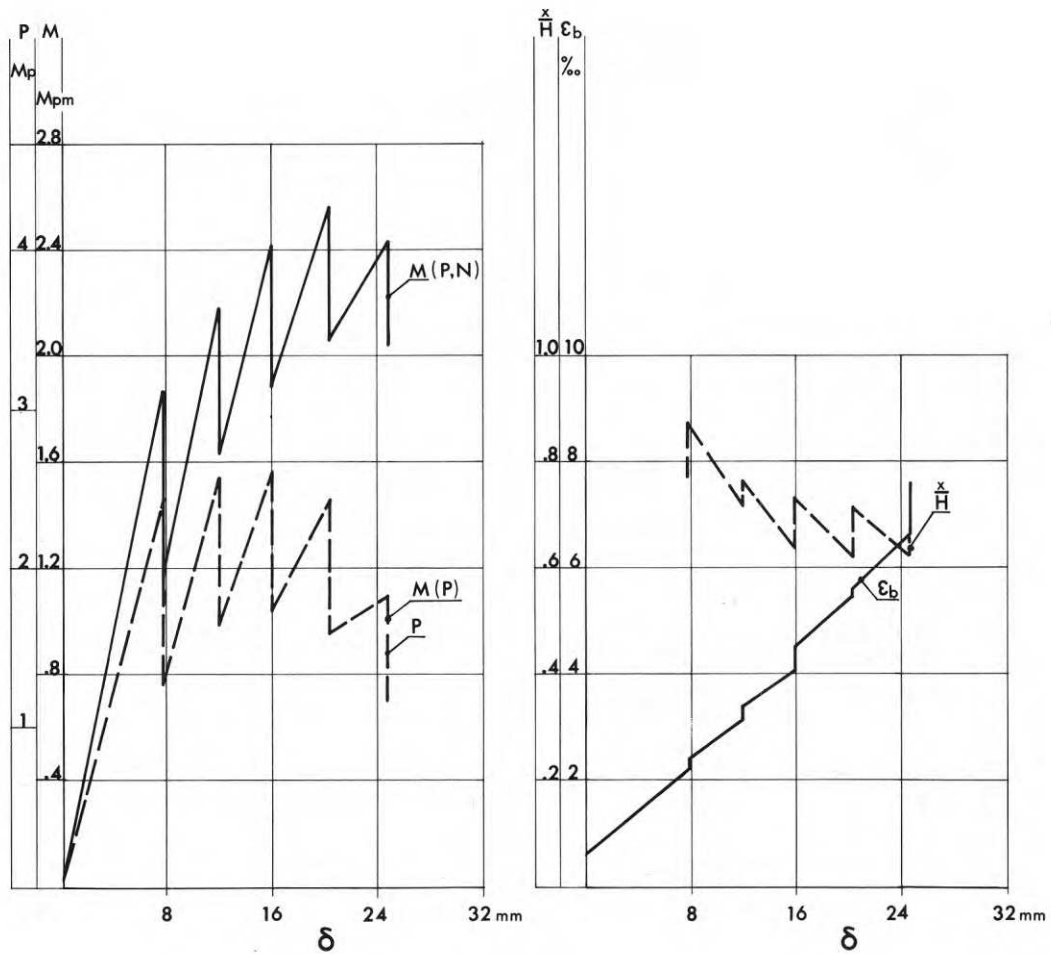


FIG. 4.1:19. Uppmätta värden på P, M,  $x/H$  och  $\epsilon_b$  i mittsnittet som funktion av deformationen för pelare 19.

Measured values of P, M,  $x/H$  and  $\epsilon_b$  at the centre section as a function of the deformation for column 19.



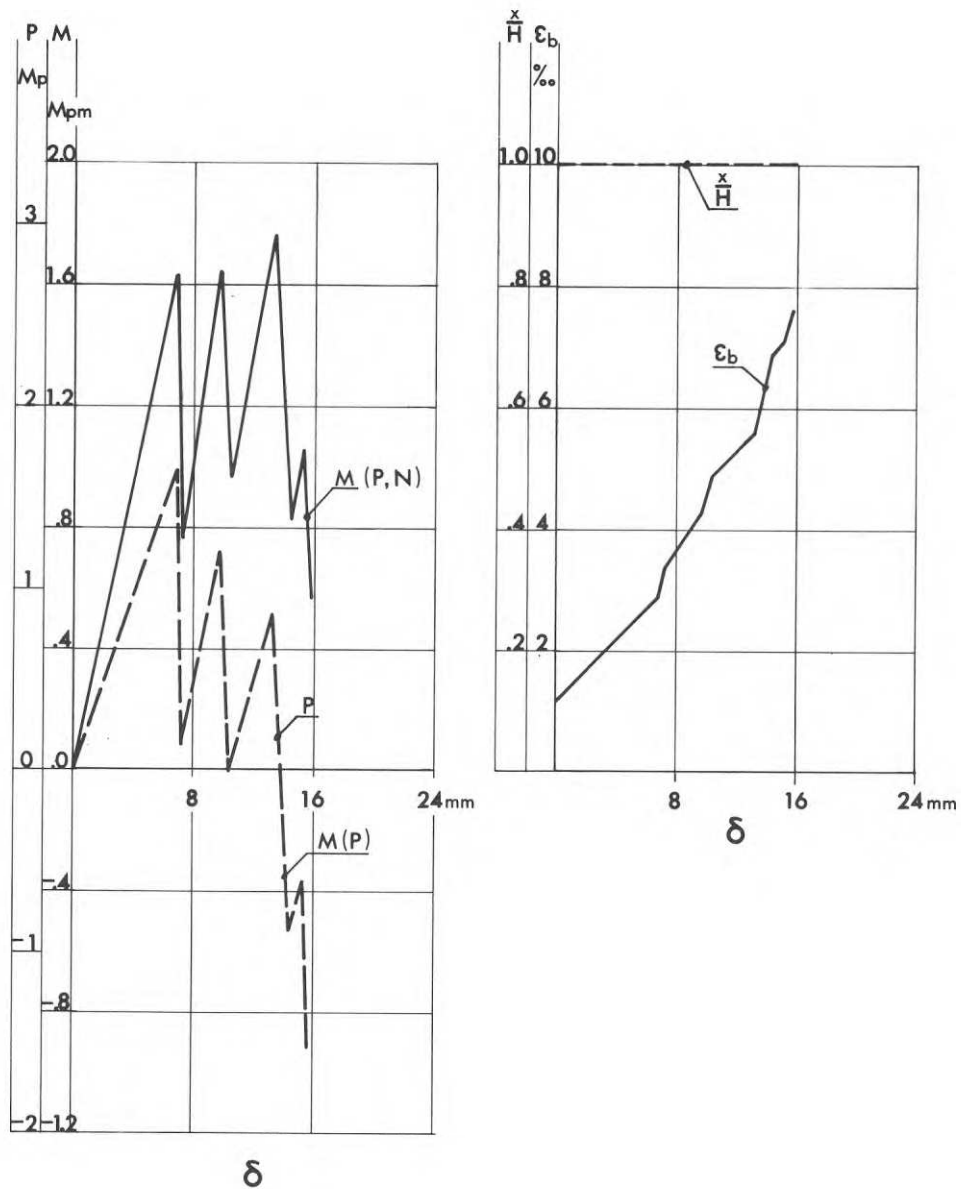


FIG. 4.1:20. Uppmätta värden på  $P$ ,  $M$ ,  $x/H$  och  $\epsilon_b$  i mittsnittet som funktion av deformationen för pelare 20.

Measured values of  $P$ ,  $M$ ,  $x/H$  and  $\epsilon_b$  at the centre section as a function of the deformation for column 20.

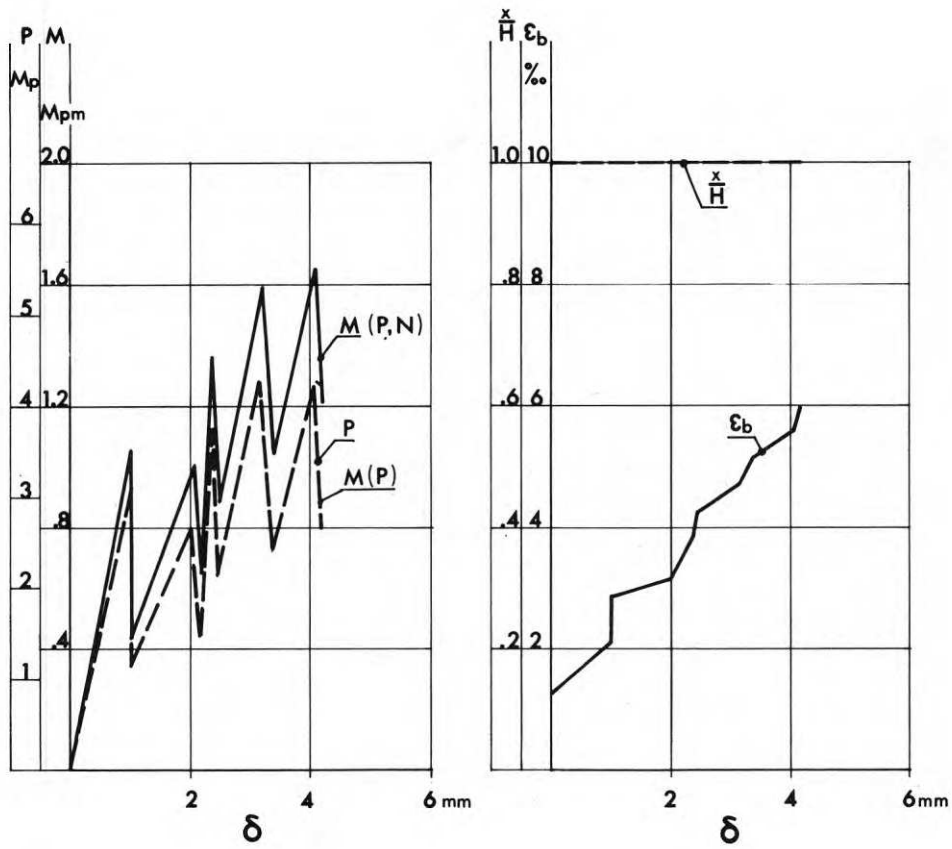


FIG. 4.1:21. Uppmätta värden på  $P$ ,  $M$ ,  $x/H$  och  $\epsilon_b$  i mittsnittet som funktion av deformationen för pelare 21.

Measured values of  $P$ ,  $M$ ,  $x/H$  and  $\epsilon_b$  at the centre section as a function of the deformation for column 21.

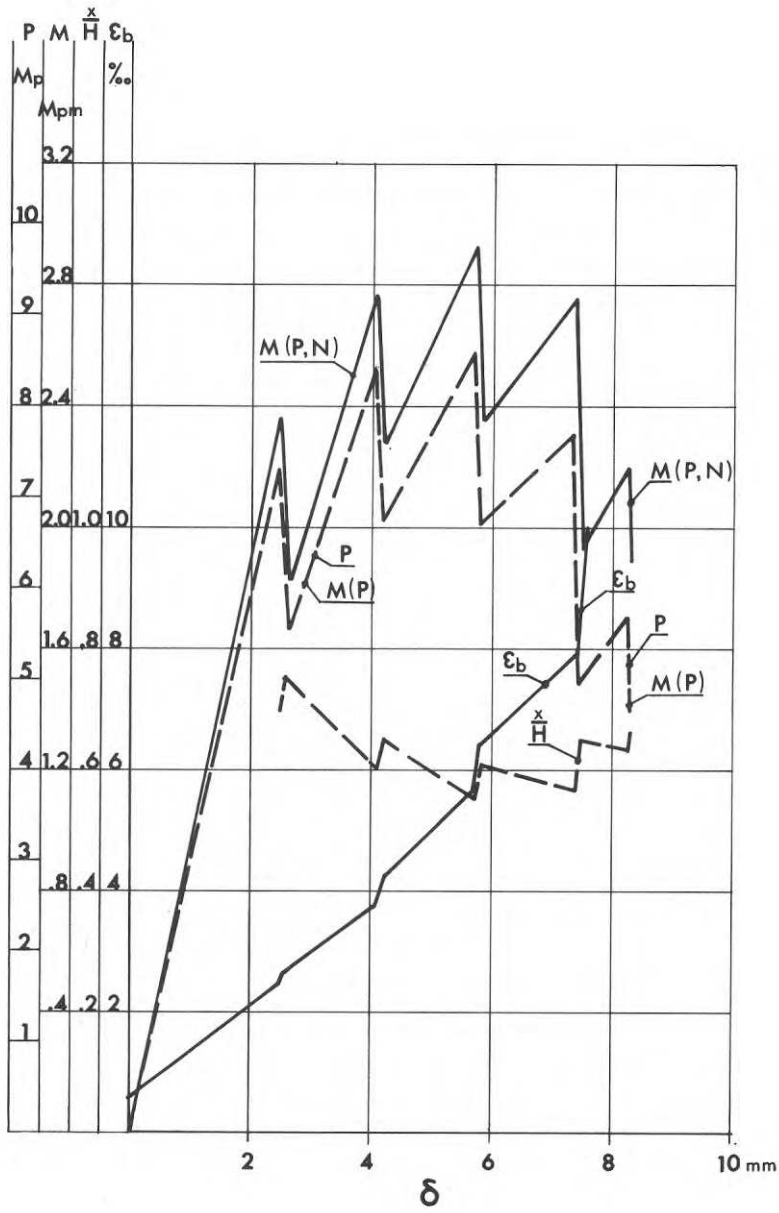


FIG. 4.1:22. Uppmätta värden på  $P$ ,  $M$ ,  $x/H$  och  $\epsilon_b$  i mittsnittet som funktion av deformationen för pelare 22.

Measured values of  $P$ ,  $M$ ,  $x/H$  and  $\epsilon_b$  at the centre section as a function of the deformation for column 22.

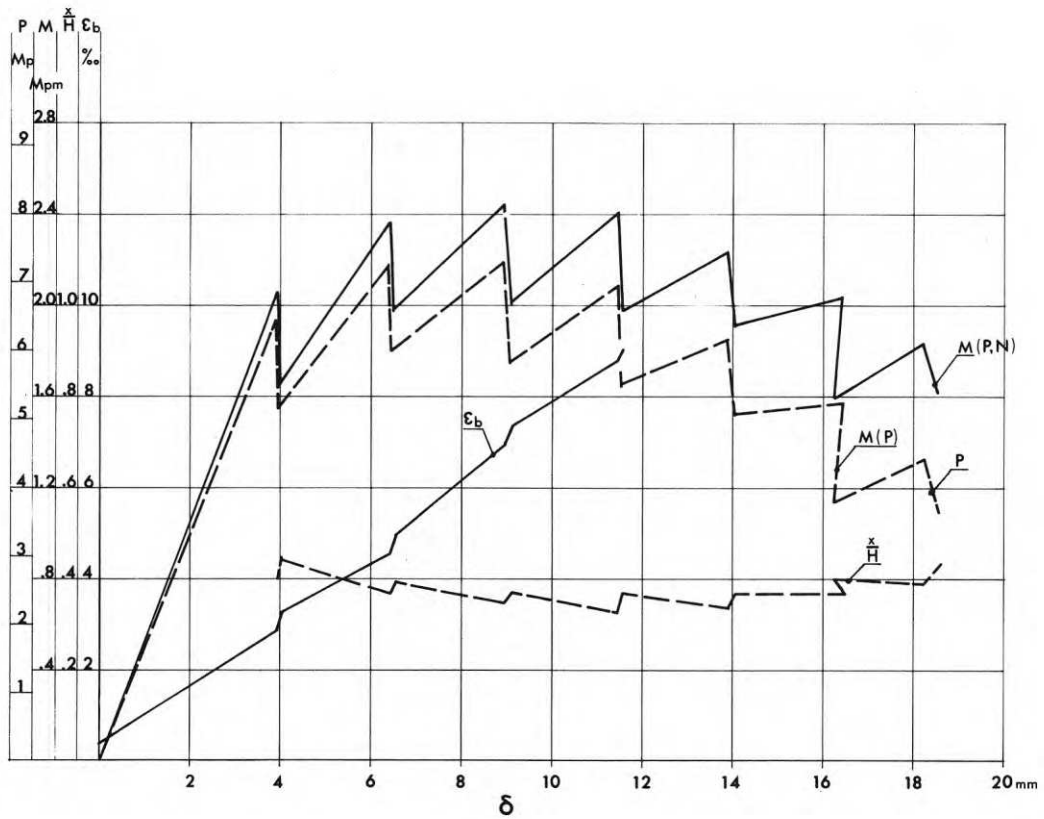


FIG. 4.1:23. Uppmätta värden på  $P$ ,  $M$ ,  $x/H$  och  $\epsilon_b$  i mittnittet som funktion av deformationen för pelare 23.

Measured values of  $P$ ,  $M$ ,  $x/H$  and  $\epsilon_b$  at the centre section as a function of the deformation for column 23.

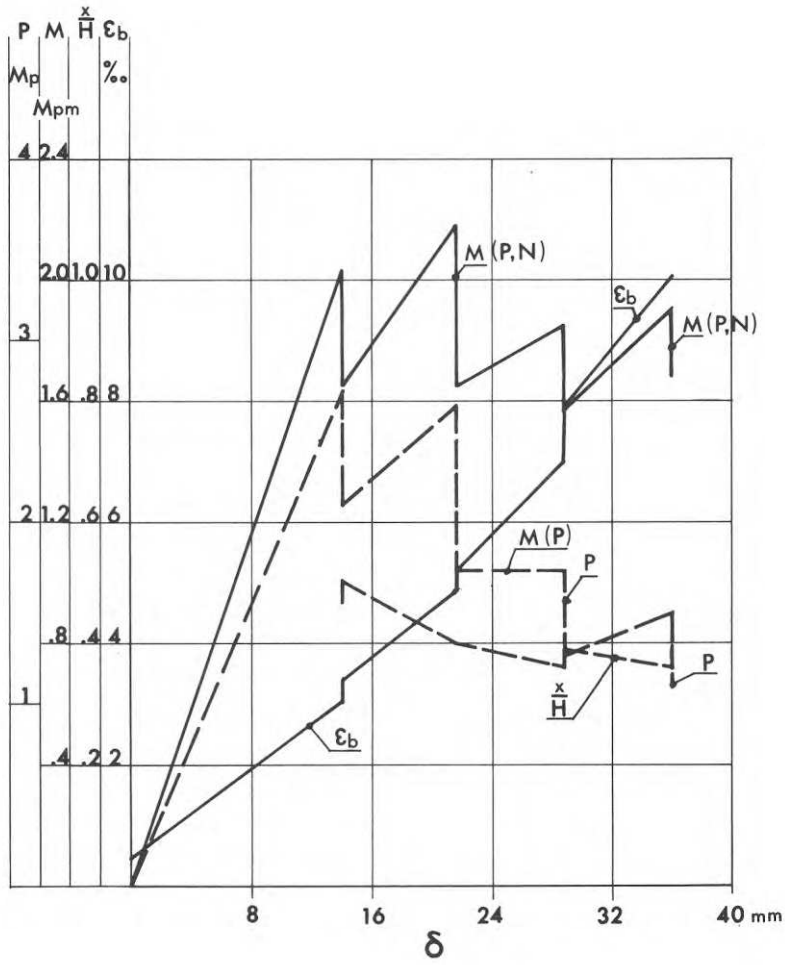


FIG. 4.1:24. Uppmätta värden på  $P$ ,  $M$ ,  $x/H$  och  $\epsilon_b$  i mittnittet som funktion av deformationen för pelare 24.

Measured values of  $P$ ,  $M$ ,  $x/H$  and  $\epsilon_b$  at the centre section as a function of the deformation for column 24.

## 4.2 Brottkaraktär

En för dessa pelare generell beskrivning av uppförandet under försöken är enligt följande.

Vid de första deformationsstegen bibehölls pelarna ospruckna och pelarna deformerades till en båge. Vid ytterligare deformation uppträdde de första sprickorna. Dessa var grupperade kring mittsnittet. Med ökande deformation ökade sprickbredderna och nya sprickor uppträdde allt längre från mittsnittet. Pelarens deformation var fortfarande i form av en båge utan påtaglig knyck i mittsnittet. Med ytterligare ökande deformation började sprickbredden att allt hastigare öka i någon eller ett par sprickor nära mittsnittet. Samtidigt började de sprickor att åter sluta sig som hade slagit upp på längre avstånd från mittsnittet. Vid detta stadium kunde man tydligt märka att pelarens bågform förändrades till att allt mer bestå av två raka delar och en koncentrerad knyck i mittsnittet. Vid ytterligare ökande deformation inträdde strax brott. Som exempel på ovanstående allmänna beskrivning av pelarnas uppförande under försöken visas på fig 4.2:1 pelare nr 7 i fyra olika stadier. Nedan följer en uppställning av de olika pelarnas brottkaraktärer.

Pelare nr	1	Betongkrossbrott sedan utpräglad knyck utbildats.
"	"	2 Plötsligt betongkrossbrott innan knyck utbildats.
"	"	3 Skjuvning och krossning sedan knyck börjat utbildas. Oklart vad som är primär brottorsak.
"	"	4 Betongkrossbrott sedan knyck börjat utbildas.
"	"	5 Betongkrossbrott sedan utpräglad knyck utbildats.
"	"	6 Betongkrossbrott sedan knyck börjat utbildas.
"	"	7 Försöket avbrutet sedan deformationen hade drivits mycket långt. En utpräglad knyck hade då utbildats och betongen var i stor utsträckning krossad men bär-förmågan var kvar.
"	"	8 Betongkrossbrott sedan knyck börjat utbildas.
"	"	9 Betongkrossbrott föregånget av vertikal spjälkspricka sedan knyck utbildats.
"	"	10 Betongkrossbrott föregånget av vertikal spjälkspricka sedan knyck utbildats.

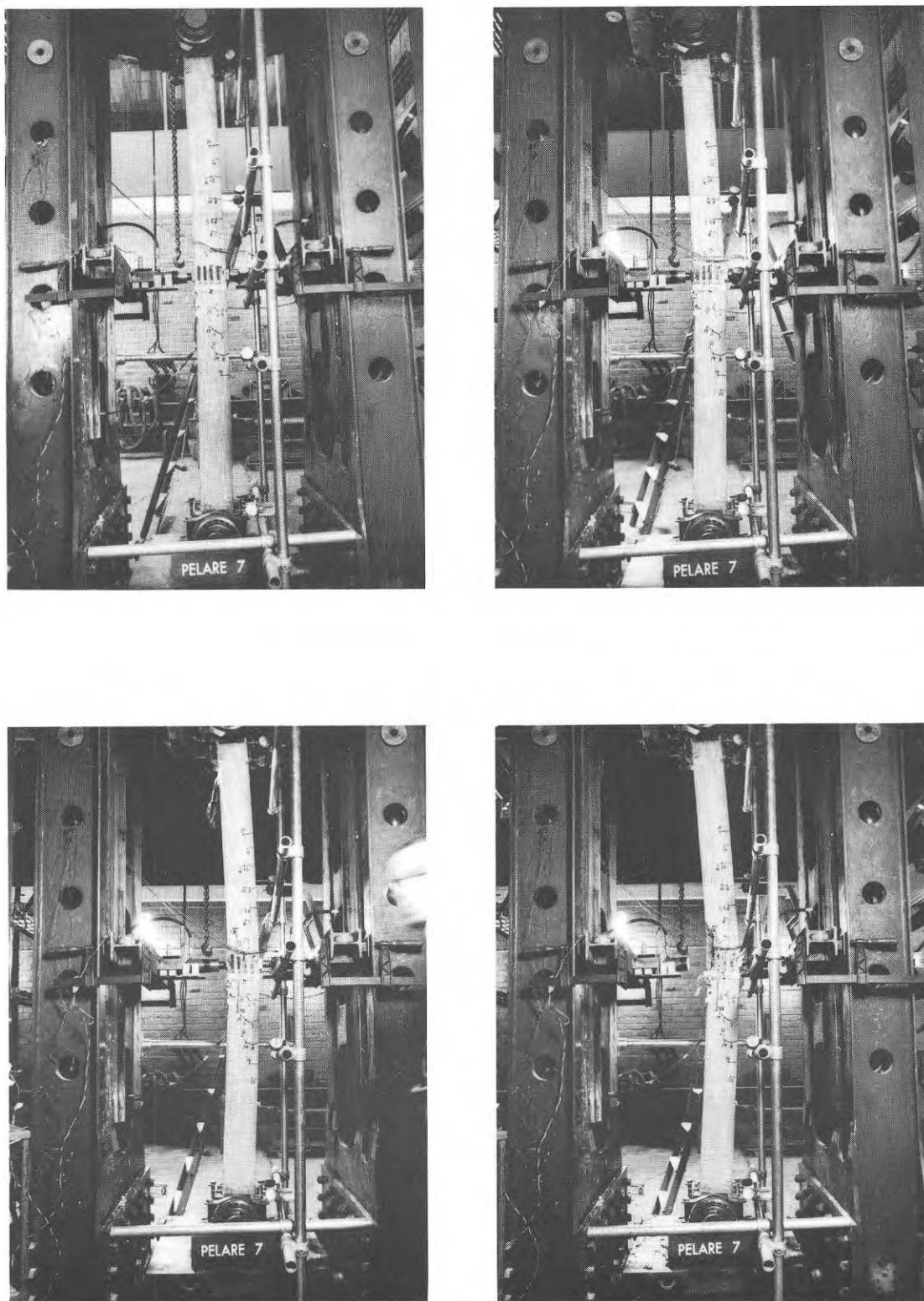


FIG. 4.2:1. Pelare 7 i fyra stadier under försöket.  
Column 7 at four stages during the test.

Pelare nr	11	Betongkrossbrott sedan knyck börjat utbildas.
"	" 12	Betongkrossbrott sedan knyck utbildats.
"	" 13	Betongkrossbrott sedan utpräglad knyck utbildats.
"	" 14	Betongkrossbrott sedan knyck utbildats.
"	" 15	Betongkrossbrott innan knyck utbildats.
"	" 16	Betongkrossbrott sedan utpräglad knyck utbildats.
"	" 17	Betongkrossbrott sedan knyck utbildats.
"	" 18	Betongkrossbrott sedan knyck utbildats.
"	" 19	Betongkrossbrott sedan knyck utbildats.
"	" 20	Betongkrossbrott sedan knyck börjat utbildas.
"	" 21	Betongkrossbrott sedan knyck börjat utbildas.
"	" 22	Betongkrossbrott sedan knyck utbildats.
"	" 23	Betongkrossbrott sedan utpräglad knyck utbildats.
"	" 24	Betongkrossbrott föregånget av vertikal spjälkspricka sedan knyck utbildats.

Som framgår av ovanstående uppställning utgöres praktiskt taget samtliga brott av betongkrossbrott. Man ser att för de pelare som hade en liten normalkraft blev knycken mer utpräglad. Utbildandet av denna knyck hänger samman med uppnåendet av maximalt moment i mittnittet, och man kan jämföra brottbeskrivningarna med fig 4.1:1 - 4.1:24 där man ser att maximalt moment i mittnittet uppnås långt innan pelarens maximala deformation uppnås för de pelare som hade en utpräglad knyck före brott. Att momentet i mittnittet passerar sitt maximala värde och därefter minskar förklarar att sprickorna mellan mittnittet och pelarändarna går ihop vid ökad deformation hos pelaren.



### 4.3 Jämförelse med beräkning

I fig 4.3:1 - 4.3:4 visas beräknat  $M - 1/\varrho$  - diagram för de 24 pelarna utom pelare 18. Beräkningarna har gjorts enligt kap 2. Betongens  $\sigma - \varepsilon$  - diagram enligt fig 2.4:2 har använts. För pelare 1 - 17 har kurvan 2 använts och för pelare 19 - 24 kurvan 3. Förutsättningarna för dessa kurvor såsom de har beskrivits i avsnitt 2.4 vad beträffar belastningens varaktighet och betongens ålder överensstämmer ungefär med förhållandena vid försöken.

I fig 4.3:5 - 4.3:8 visas  $M - 1/\varrho$  - diagram för pelarna erhållet ur mätvärdena för moment, betongstukning och tryckzon för mittnittet. Dessa diagram visar således inte momentet som funktion av krökningen längs pelarna vid ett visst deformationsstadium utan gäller för mittnittet i dess olika stadier under försöket. Fig 4.3:8, som avser de pelare som deformerades till brott på ungefär en vecka genom ett deformationstillskott om dagen, har erhållits ur den sista mätningen vid varje deformationssteg.

I fig 4.3:9 - 4.3:12 visas beräknad deformation  $\delta_M$ , dvs vid stadiet för maximalt moment i mittnittet, samt uppmätta värden på  $\delta_M$  och  $\delta_{\text{Brott}}$  vid olika värden på  $N/N_0$ . Därvid har  $N_0$  beräknats som  $(\sigma_{\text{cyl}} + \sigma_s \cdot \mu) bH$ , dvs  $\sigma_{\text{cyl}}$  och inte  $\sigma_B$  har använts. Jämför fig 2.4:1.

För de oarmerade pelarna (serie 3) finns möjlighet att direkt ur mätningarna undersöka  $\alpha \cdot \sigma_B$  och  $\beta$  som funktion av  $\varepsilon_B$ . En projektionsekvation över mittnittet ger nämligen  $N = \alpha \cdot \sigma_B \cdot b \cdot x$ , där  $N$ ,  $b$  och  $x$  är uppmätta storheter, och tillhörande  $\varepsilon_b$  har också uppmätts. En momentekvation kring pelarcentrum i mittnittet ger  $M = N(H/2 - \beta x)$ , där  $M$ ,  $N$ ,  $H$  och  $x$  är uppmätta storheter vid olika uppmätta värden på  $\varepsilon_b$ . I fig 4.3:13 och 4.3:14 har  $\alpha(\varepsilon_b)$  respektive  $\beta(\varepsilon_b)$  erhållna ur mätningarna för de oarmerade pelarna redovisats.  $\sigma_B$  har därvid antagits vara  $0,9 \cdot \sigma_{\text{cyl}}$ . Jämför 2.4. Bestämningen av  $\beta(\varepsilon_b)$  ur mätvärdena är synnerligen osäker, ex-vis betyder ett fel i  $M$  på 5 % ungefär 20 % på  $\beta(\varepsilon_b)$  för pelare med stort värde på  $M/N$ . Av fig 4.3:14 framgår att speciellt  $\beta(\varepsilon_b)$  för pelare 16 förefaller vara fel eftersom det inte är rimligt att  $\beta$  har lägre värde än 0,33 vilket svarar mot triangulär påkänningsfördelning.

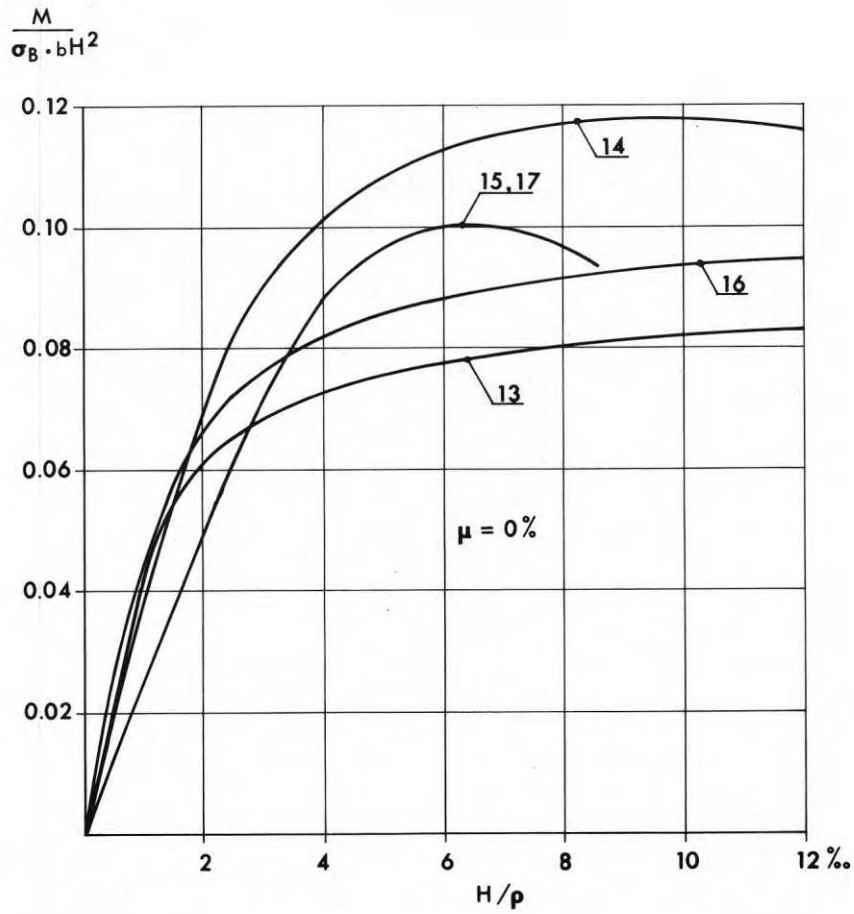


FIG. 4.3:1. Beräknat  $M - 1/\rho$  - diagram för pelarna med  $\mu = 0\%$ , korttidsprovning. Pelare 13, 14, 15, 16 och 17.

Calculated  $M - 1/\rho$  diagram for columns with  $\mu = 0\%$ , short-term test. Columns Nos. 13, 14, 15, 16 and 17.

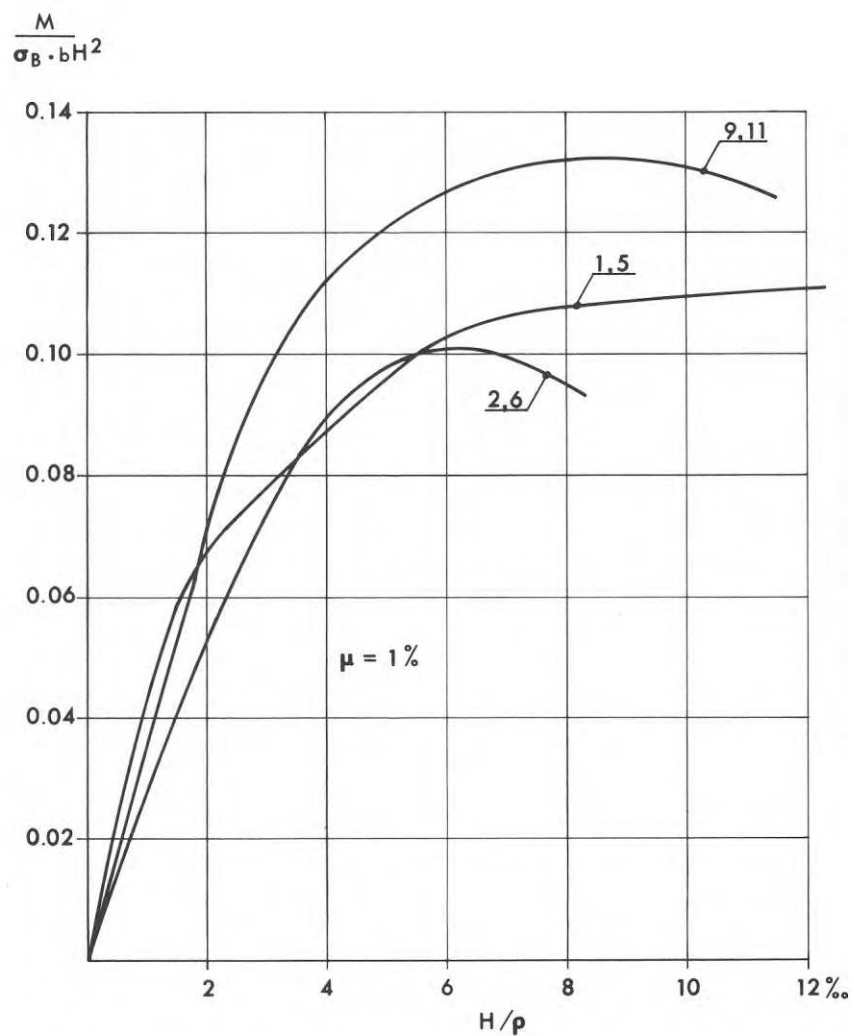


FIG. 4.3:2. Beräknat  $M - 1/\rho$  - diagram för pelarna med  $\mu = 1\%$ , korttidsprovning. Pelare 1, 2, 5, 6, 9 och 11.

Calculated  $M - 1/\rho$  diagram for columns with  $\mu = 1\%$ , short-term test. Columns Nos. 1, 2, 5, 6, 9 and 11.

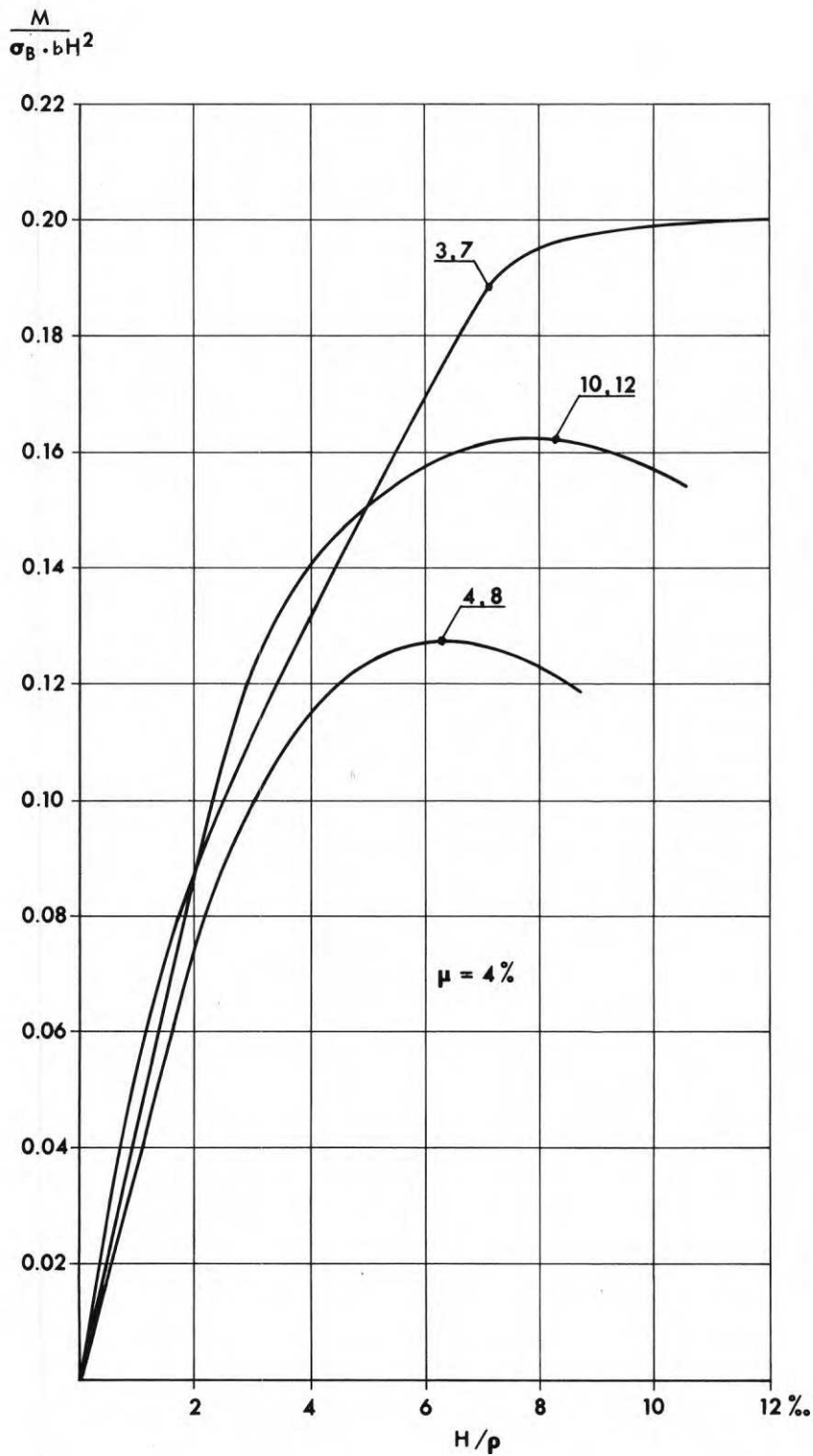


FIG. 4.3:3. Beräknat  $M - 1/\rho$  - diagram för pelarna med  $\mu = 4\%$ , korttidsprovning. Pelare 4, 3, 7, 8, 10 och 12.

Calculated  $M - 1/\rho$  diagram for columns with  $\mu = 4\%$ , short-term test. Columns Nos. 3, 4, 7, 8, 10 and 12.

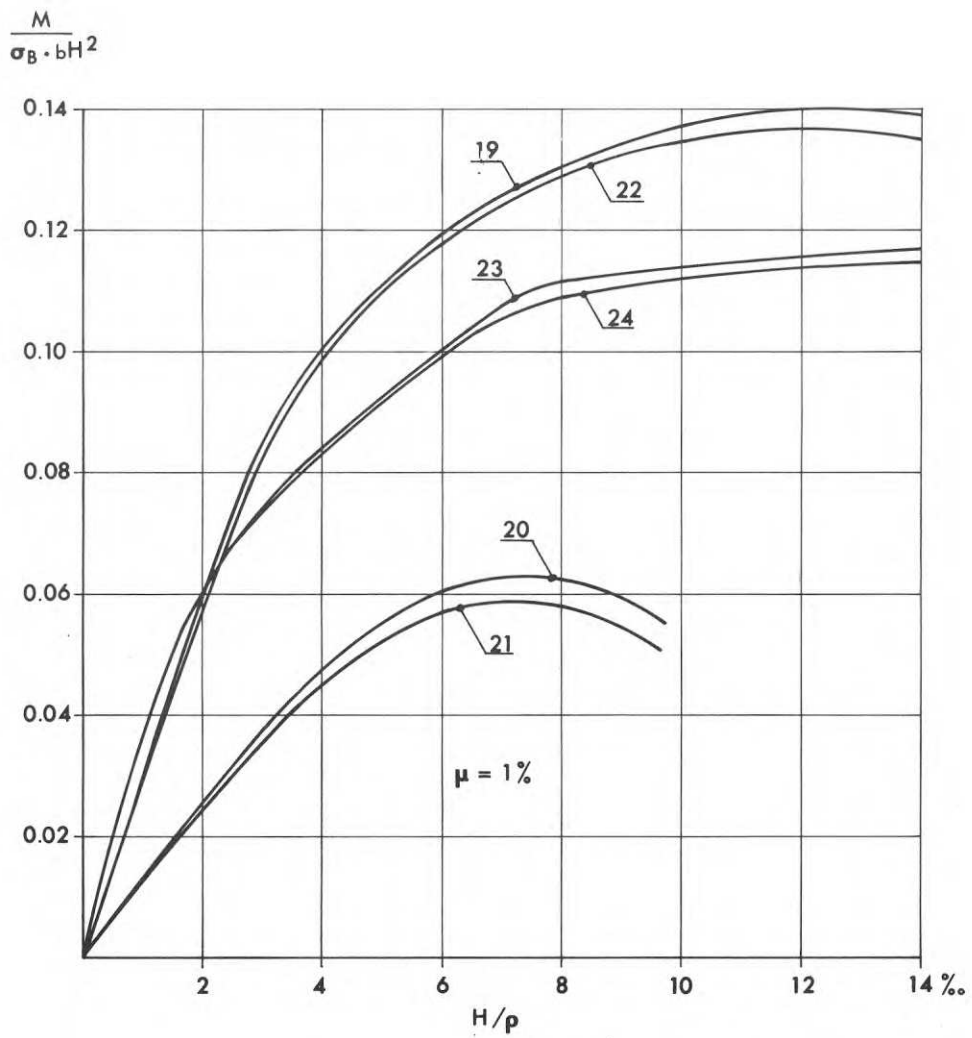


FIG. 4.3:4. Beräknat  $M - 1/\rho$  diagram för pelarna med  $\mu = 1\%$ , 7-dagarsprovning. Pelare 19, 20, 21, 22, 23 och 24.

Calculated  $M - 1/\rho$  diagram for columns with  $\mu = 1\%$ , 7-day test. Columns Nos. 19, 20, 21, 22, 23 and 24.

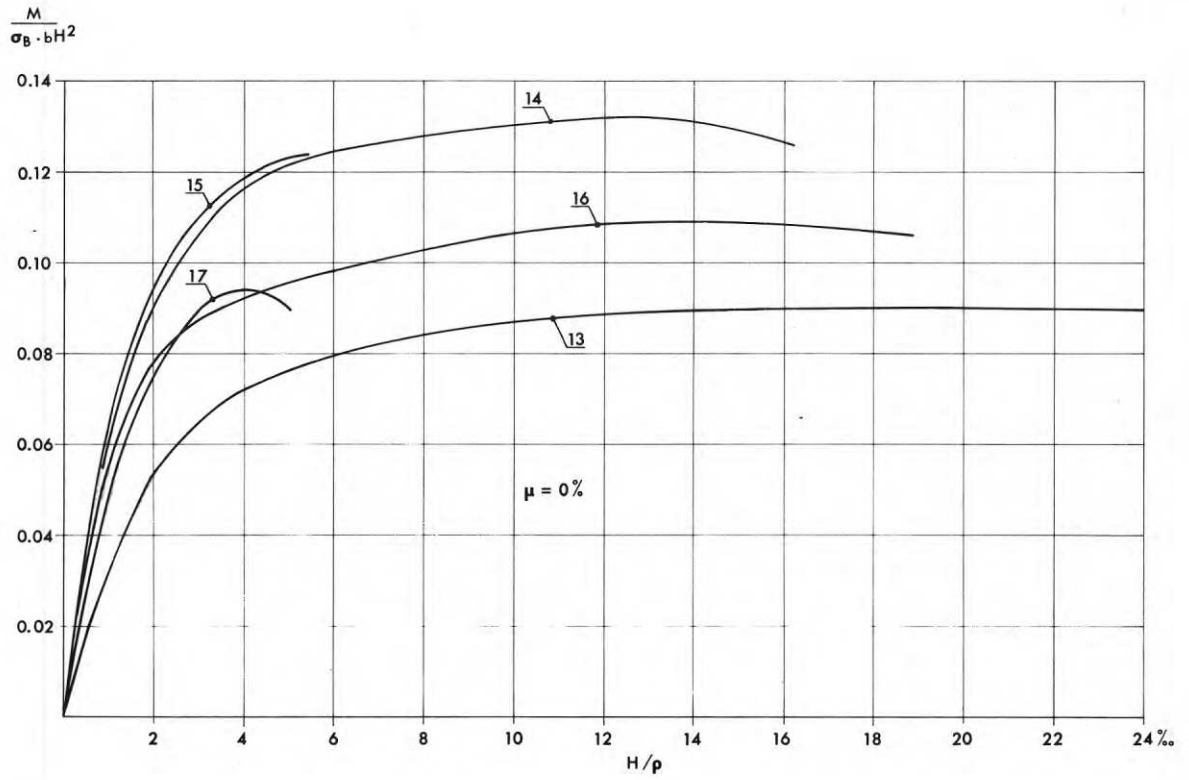


FIG. 4.3:5. Uppmätt  $M - 1/\rho$  - diagram för pelarna enligt FIG. 4.3:1. Diagrammet avser mittnittets moment och krökning under försökets gång.

Measured  $M - 1/\rho$  diagram for columns according to FIG. 4.3:1. The diagram refers to the moment and curvature at the centre section in the course of the test.

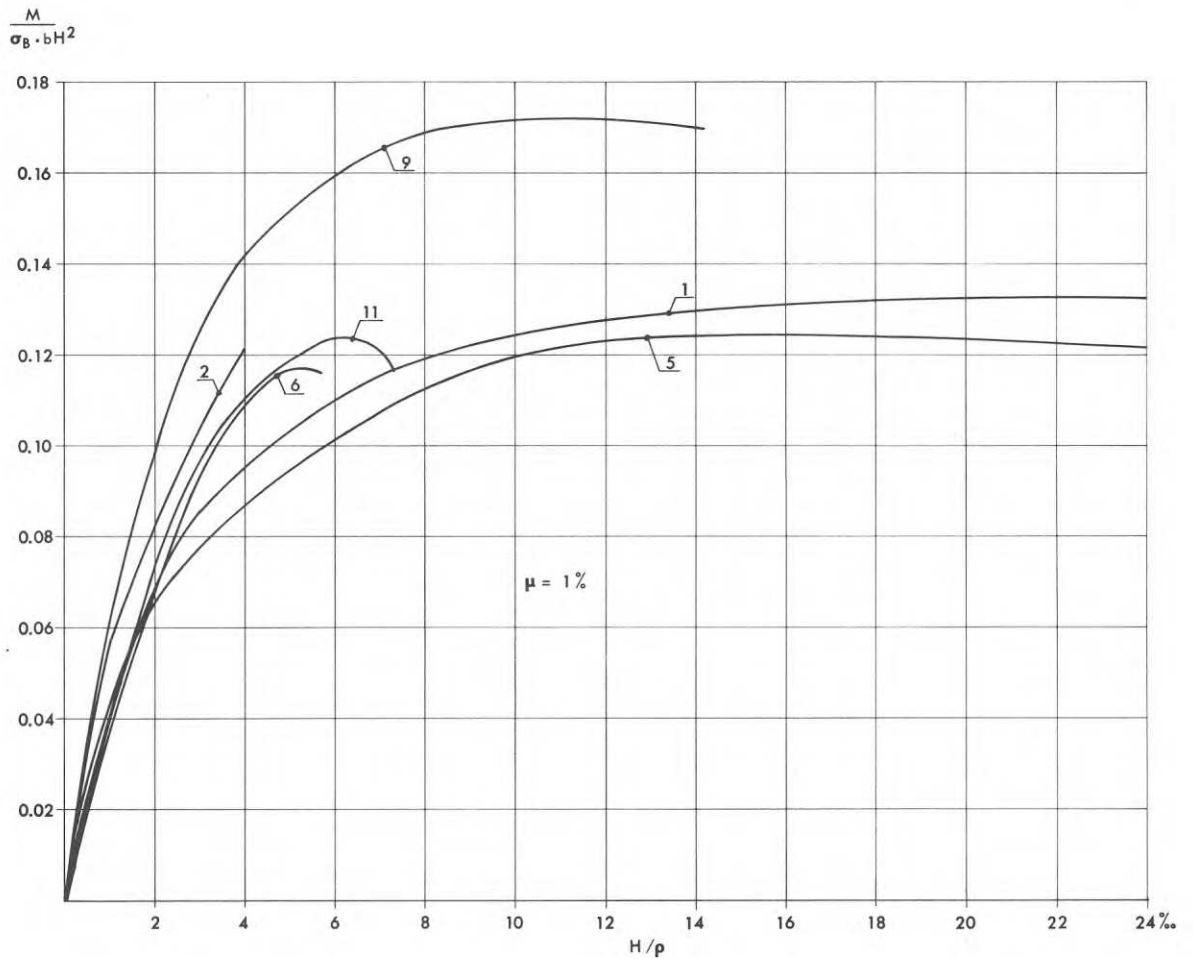


FIG. 4.3:6. Uppmätt  $M - 1/\rho$  - diagram för pelarna enligt FIG. 4.3:2. Diagrammet avser mittsnittets moment och krökning under försökets gång.

Measured  $M - 1/\rho$  diagram for columns according to FIG. 4.3:2. The diagram refers to the moment and curvature at the centre section in the course of the test.

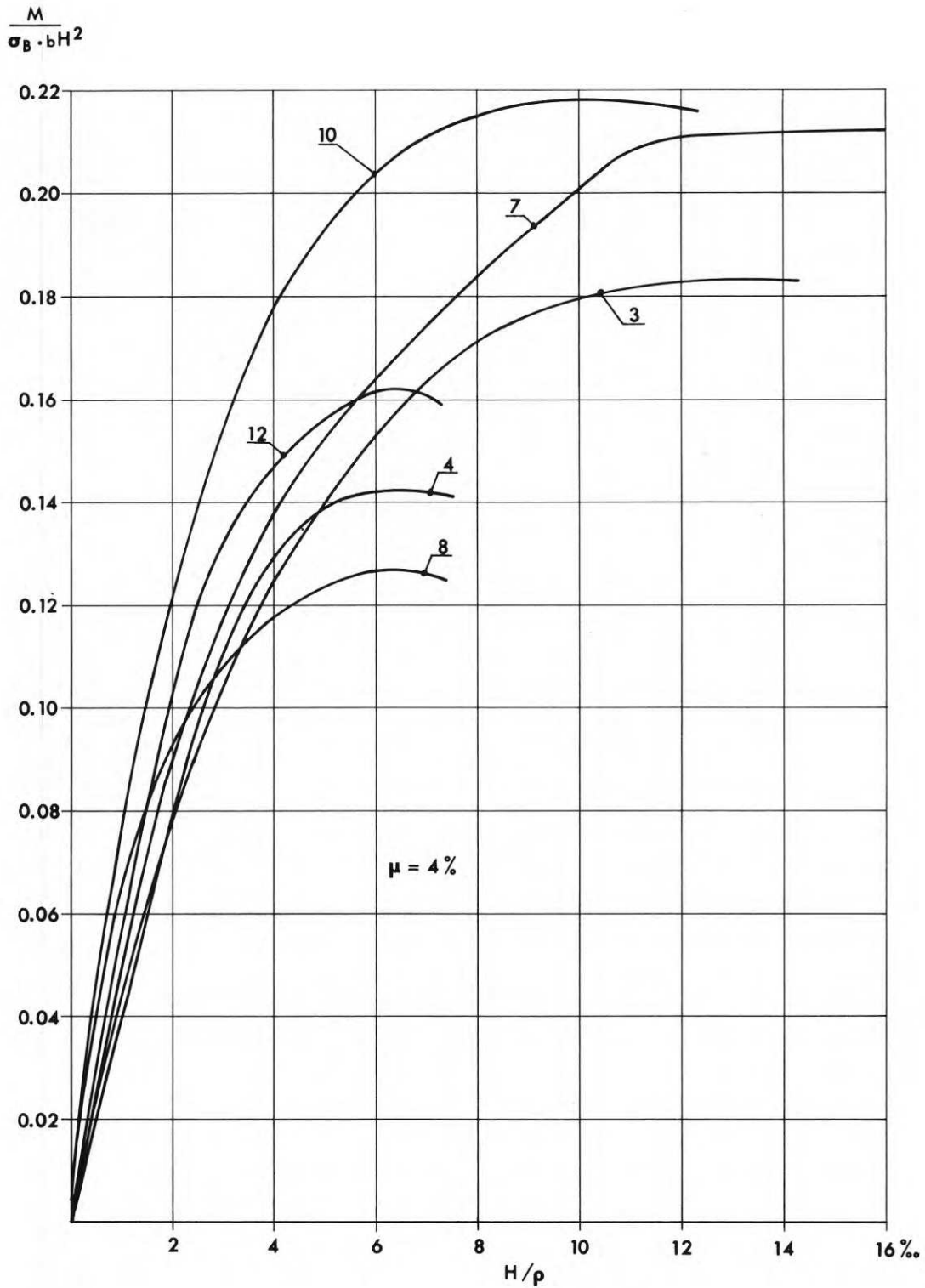


FIG. 4.3:7. Uppmätt  $M - 1/\rho$  - diagram för pelarna enligt FIG. 4.3:3. Diagrammet avser mittsnittets moment och krökning under försökets gång.

Measured  $M - 1/\rho$  diagram for columns according to FIG. 4.3:3. The diagram refers to the moment and curvature in the centre section in the course of the test.



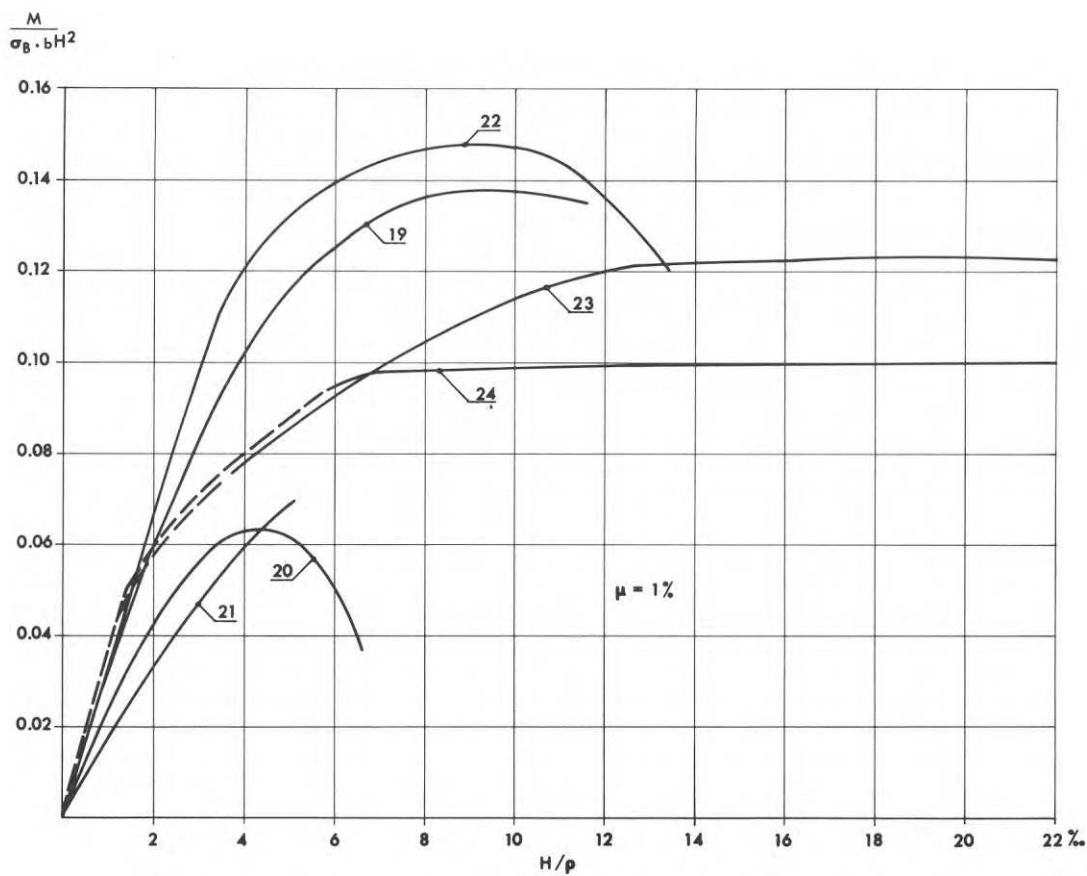


FIG. 4.3:8. Uppmätt  $M - 1/\rho$  - diagram för pelarna enligt FIG. 4.3:4. Diagrammet avser mittsnittets moment och krökning under försökets gång.

Measured  $M - 1/\rho$  diagram for columns according to FIG. 4.3:4. The diagram refers to the moment and curvature at the centre section in the course of the test.

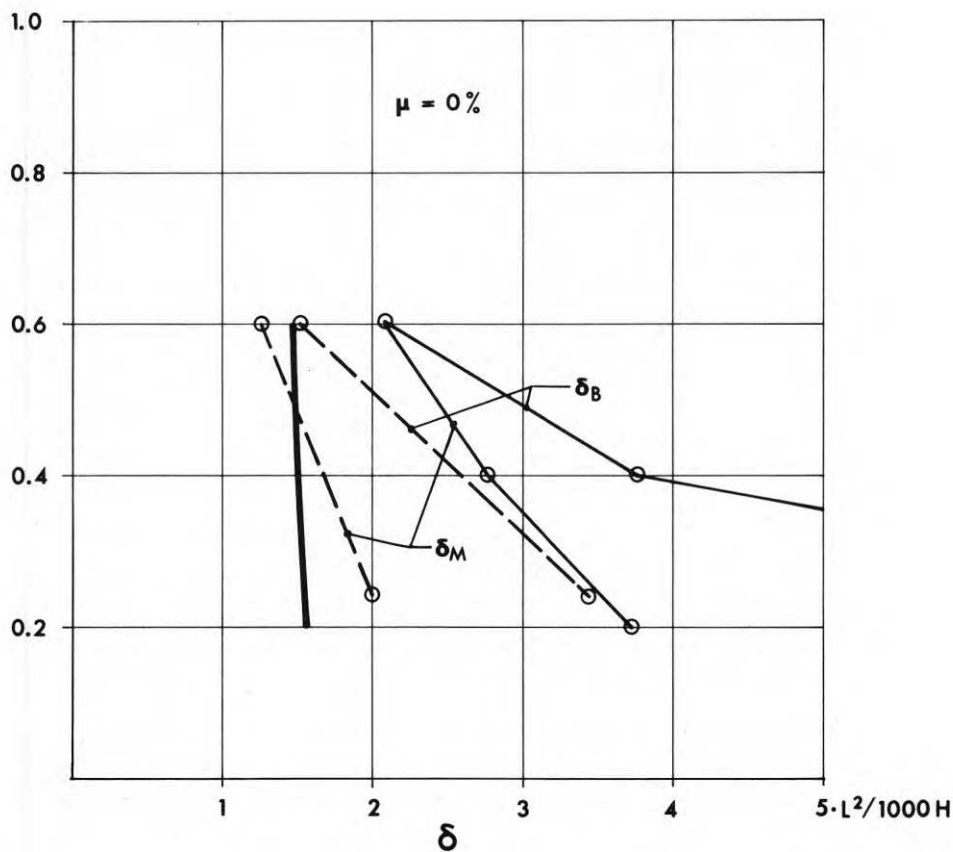
$N/N_0$ 

FIG. 4.3:9. Samband mellan  $N/N_0$  och deformation för pelarna med  $\mu = 0\%$ , korttidsprovning. Pelare 13, 14, 15, 16 och 17. Den grova linjen avser beräknade värden på  $\delta_M$ . De fina heldragna linjerna avser uppmätt  $\delta_M$  resp.  $\delta_B$  för pelare med  $L/H = 3,43$  och de streckade avser uppmätt  $\delta_M$  resp.  $\delta_B$  för pelare med  $L/H = 6,86$ .

Relationship between  $N/N_0$  and the deformation in the columns with  $\mu = 0\%$ , short-term test. Columns Nos. 13, 14, 15, 16 and 17. The thick line refers to calculated values of  $\delta_M$ . The thin full lines refer to measured  $\delta_M$  and  $\delta_B$  for columns with  $L/H = 3.43$  and the dashed thin lines to measured  $\delta_M$  and  $\delta_B$  for columns with  $L/H = 6.86$ .

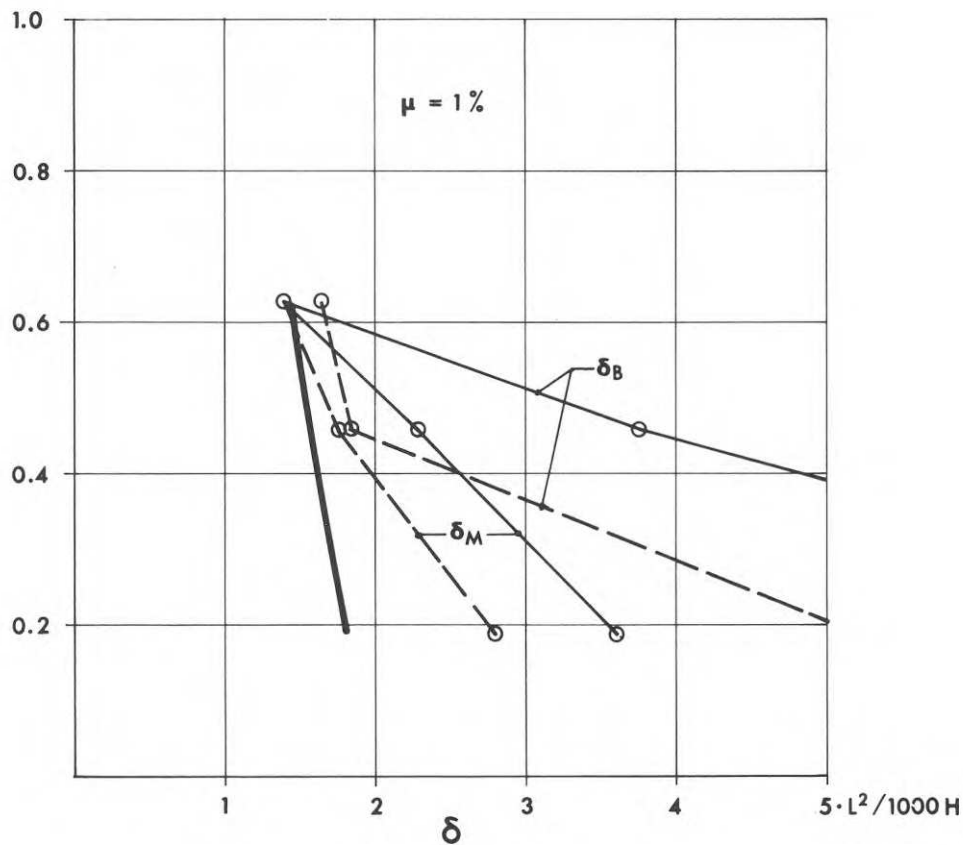
$N/N_0$ 

FIG. 4.3:10. Samband mellan  $N/N_0$  och deformation för pelarna med  $\mu = 1\%$ , korttidsprovning. Pelare 1, 2, 5, 6, 9 och 11. Den grova linjen avser beräknade värden på  $\delta_M$ . De fina heldragna linjerna avser uppmätt  $\delta_M$  resp.  $\delta_B$  för pelare med  $L/H = 4$  och de streckade avser uppmätt  $\delta_M$  resp.  $\delta_B$  för pelare med  $L/H = 8$ .

Relationship between  $N/N_0$  and the deformation in the columns with  $\mu = 1\%$ , short-term test. Columns Nos. 1, 2, 5, 6, 9 and 11. The thick line refers to calculated values of  $\delta_M$ . The thin full lines refer to measured  $\delta_M$  and  $\delta_B$  for columns with  $L/H = 4$  and the thin dashed lines to measured  $\delta_M$  and  $\delta_B$  for columns with  $L/H = 8$ .

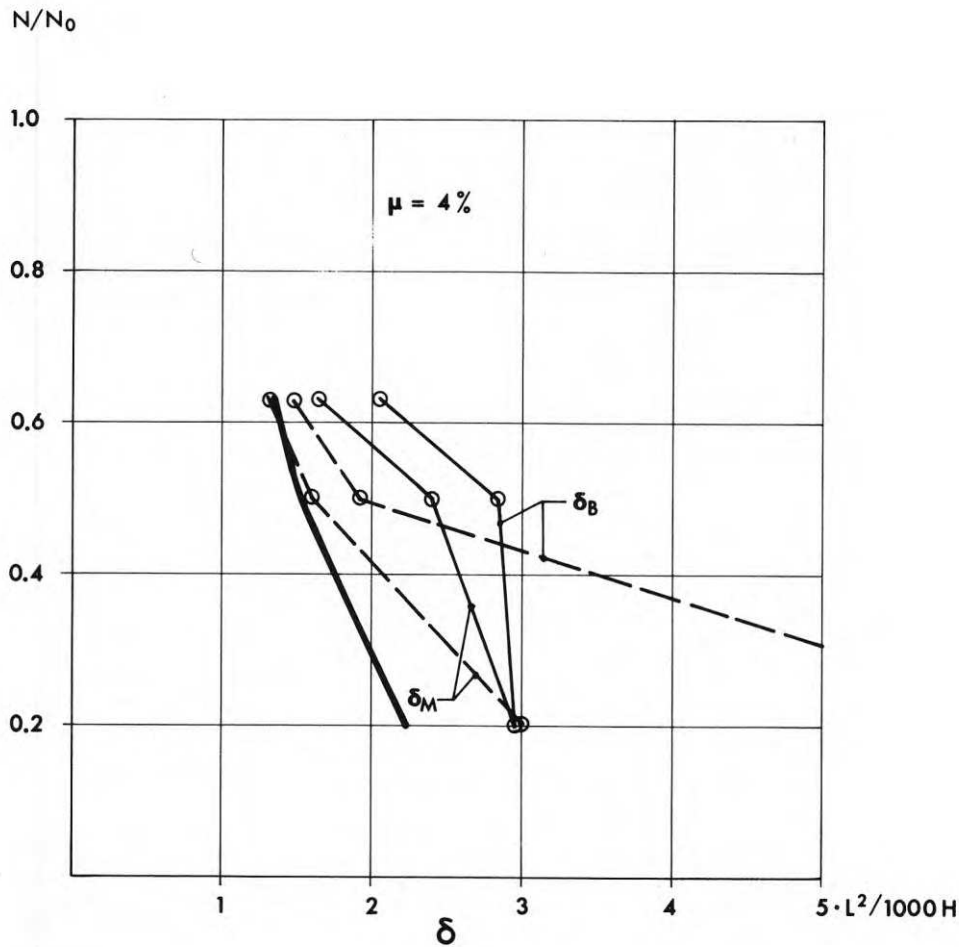


FIG. 4.3:11. Samband mellan  $N/N_0$  och deformation för pelarna med  $\mu = 4\%$ , korttidsprovning. Pelare 3, 4, 7, 8, 10 och 12. Den grova linjen avser beräknade värden på  $\delta_M$ . De fina heldragna linjerna avser uppmätt  $\delta_M$  resp.  $\delta_B$  för pelare med  $L/H = 4$  och de streckade avser uppmätt  $\delta_M$  resp.  $\delta_B$  för pelare med  $L/H = 8$ .

Relationship between  $N/N_0$  and the deformation in the columns with  $\mu = 4\%$ , short-term test. Columns Nos. 3, 4, 7, 8, 10 and 12. The thick line refers to calculated values of  $\delta_M$ . The thin full lines refer to measured  $\delta_M$  and  $\delta_B$  for columns with  $L/H = 4$  and the thin dashed lines to measured  $\delta_M$  and  $\delta_B$  for columns with  $L/H = 8$ .

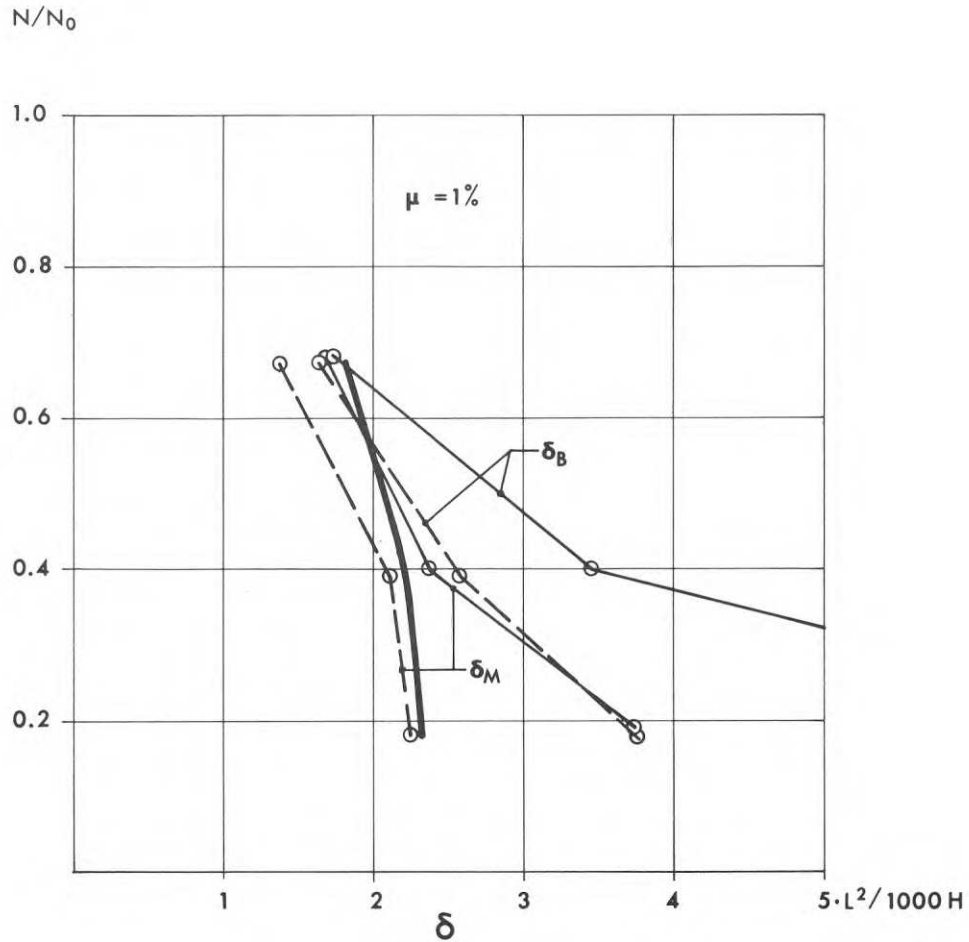


FIG. 4.3:12. Samband mellan  $N/N_0$  och deformation för pelarna med  $\mu = 1\%$ , 7-dagarsprovning. Pelare 19, 20, 21, 22, 23 och 24. Den grova linjen avser beräknade värden på  $\delta_M$ . De fina heldragna linjerna avser uppmätt  $\delta_M$  resp.  $\delta_B$  för pelare med  $L/H = 4$  och de streckade avser uppmätt  $\delta_M$  resp.  $\delta_B$  för pelare med  $L/H = 8$ .

Relationship between  $N/N_0$  and the deformation in the columns with  $\mu = 1\%$ , 7-day test. Columns Nos. 19, 20, 21, 22, 23 and 24. The thick line refers to calculated values  $\delta_M$ . The thin full lines refer to measured  $\delta_M$  and  $\delta_B$  for columns with  $L/H = 4$  and the thin dashed lines to measured  $\delta_M$  and  $\delta_B$  for columns with  $L/H = 8$ .

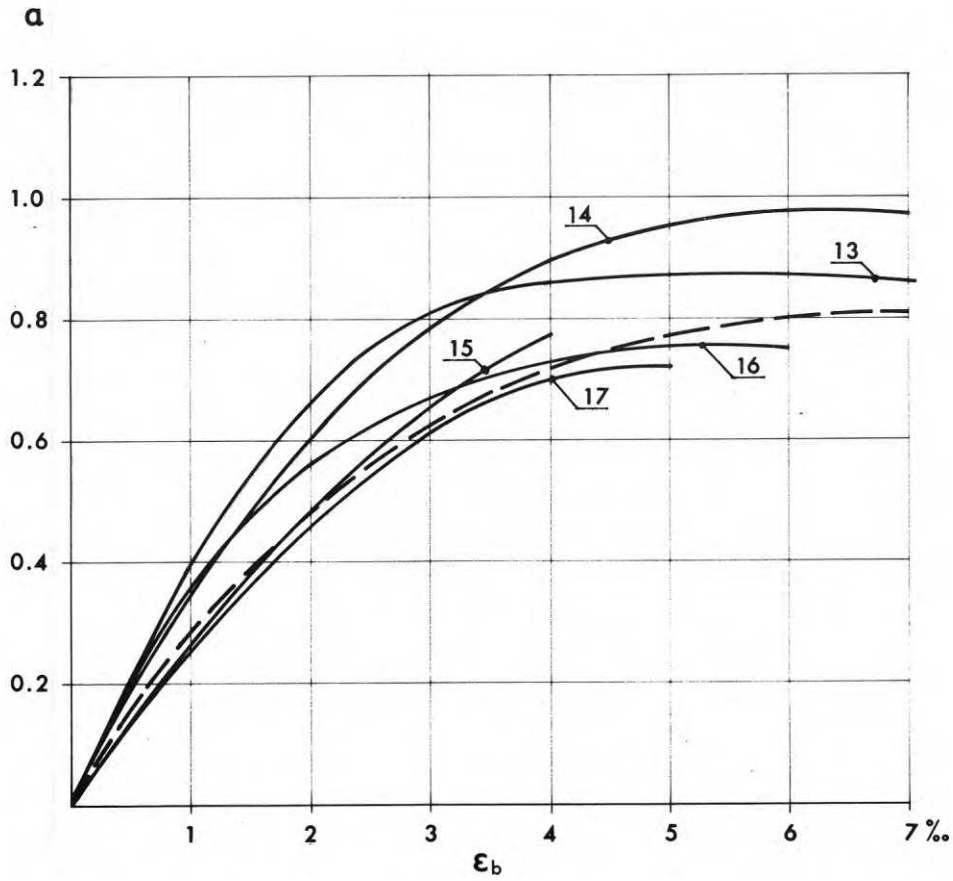


FIG. 4.3:13. Erhållet värde på  $\alpha$  som funktion av  $\epsilon_b$  för pelarna 13, 14, 15, 16 och 17. Streckad kurva är kurvan 2 i FIG. 2.4:3.

Obtained value of  $\alpha$  as a function of  $\epsilon_b$  for columns Nos. 13, 14, 15, 16 and 17. The dashed curve is curve 2 in FIG. 2.4:3.

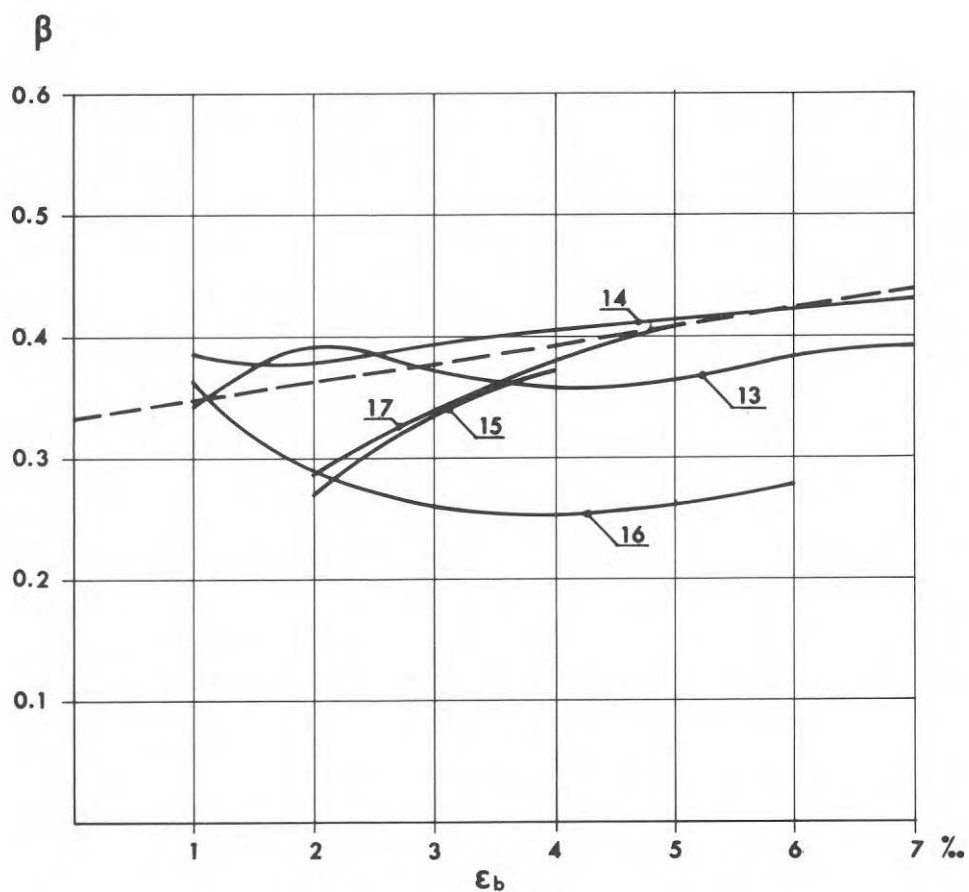


FIG. 4.3:14. Erhållet värde på  $\beta$  som funktion av  $\epsilon_b$  för pelarna 13, 14, 15, 16 och 17. Streckad kurva är kurvan 2 i FIG. 2.4:3.

Obtained value of  $\beta$  as a function of  $\epsilon_b$  for columns Nos. 13, 14, 15, 16 and 17. The dashed curve is curve 2 in FIG. 2.4:3.

En möjlig förklaring till detta för låga värde på  $\beta(\epsilon_b)$  för pelare 16 är att något av lagren vid pelarändarna har kärvat. Om därigenom det uppmätta momentet har blivit 10 % för högt betyder detta att ett ungefär 40 % för lågt  $\beta(\epsilon_b)$  har redovisats. I avsnitt 4.4 diskuteras inverkan på deformationsförmågan av friktion i lagren. Med hänsyn till osäkerheterna som ligger i konstruerandet av diagrammen i fig 4.3:13 och speciellt fig 4.3:14 bör dessa diagram inte tillmätas alltför stor betydelse för bedömningen av antaget  $\sigma - \epsilon$  - diagram för betongen. Vad som kan sägas är att dessa diagram inte motsäger det gjorda antagandet.



#### 4.4 Diskussion om resultaten

I avsnitt 2.2 som beskriver hur deformationsförmågan kan beräknas anges att en svagt belastad pelare tål större deformationsökning utöver  $\delta_M$  än vad en hårt belastad pelare tål. Detta bekräftas av försöken och är åskådliggjort i fig 4.3:9 - 4.3:12. Ett undantag finns i fig 4.3:10 och ett i fig 4.3:11 och avser pelare 11 respektive pelare 3. För dessa pelare kom brottet oväntat snabbt och för pelare 3 var brottkaraktären speciell så till vida att brottet inte var ett utpräglat betongkrossbrott.

I avsnitt 2.3 diskuteras i vad mån som slankheten påverkar deformationsförmågan uttryckt i  $L^2/H$ . Två olika inverkningar nämns, nämligen dels slankhetens inverkan på tvärkraften vilket resulterar i större deformationsförmåga vid mindre slankhet till följd av tvärkraftens bidrag, dels slankhetens inverkan på momentfördelningen vilket resulterar i större deformationsförmåga vid större slankhet. I avsnitt 2.3 ges en teoretisk motivering till att slankhetens inverkan på momentfördelningen saknar praktisk betydelse för deformationsförmågan. Försöken har också bekräftat att den dominerande inverkan som slankheten har på deformationsförmågan gäller tvärkraftens bidrag. Av fig 4.3:9 - 4.3:12 framgår att de kortare pelarna har större deformationsförmåga uttryckt i  $L^2/H$  än de längre. Denna skillnad är med stor sannolikhet en följd av tvärkraftens bidrag.

I avsnitt 3.3 redovisas mätningar av friktionen i lagren. För bedömning av huruvida denna friktion har praktisk inverkan på uppmätt deformationsförmåga gjordes följande beräkning.

Momentet antogs vara rätlinjigt fördelat längs pelaren med maximalt moment i mittnittet och ett friktionsmoment vid pelarändan. Detta friktionsmoment verkar i motsatt riktning mot momentet i mittnittet och en inflexionspunkt finns således mellan pelarmitt och pelarände. Med den sålunda antagna momentfördelningen gjordes en beräkning enligt avsnitt 2.2 (Metod I). I fig 4.4:1 jämförs resultaten av en sådan beräkning dels med friktionsmomentet lika med noll, dels med friktionsmomentet lika med  $0,005 N \text{ Mpm}$  där  $N$  är normalkraften i  $\text{Mp}$ . Följande parametrar användes.  $\sigma_{\text{cyl}} = 4000 \text{ Mp/m}^2$ ,  $\mu = 0$ ,  $H = 0,175 \text{ m}$ ,  $b = 0,2 \text{ m}$  samt betongens  $\sigma$ - $\epsilon$ -diagram enligt fig 2.4:2 kurva 2.

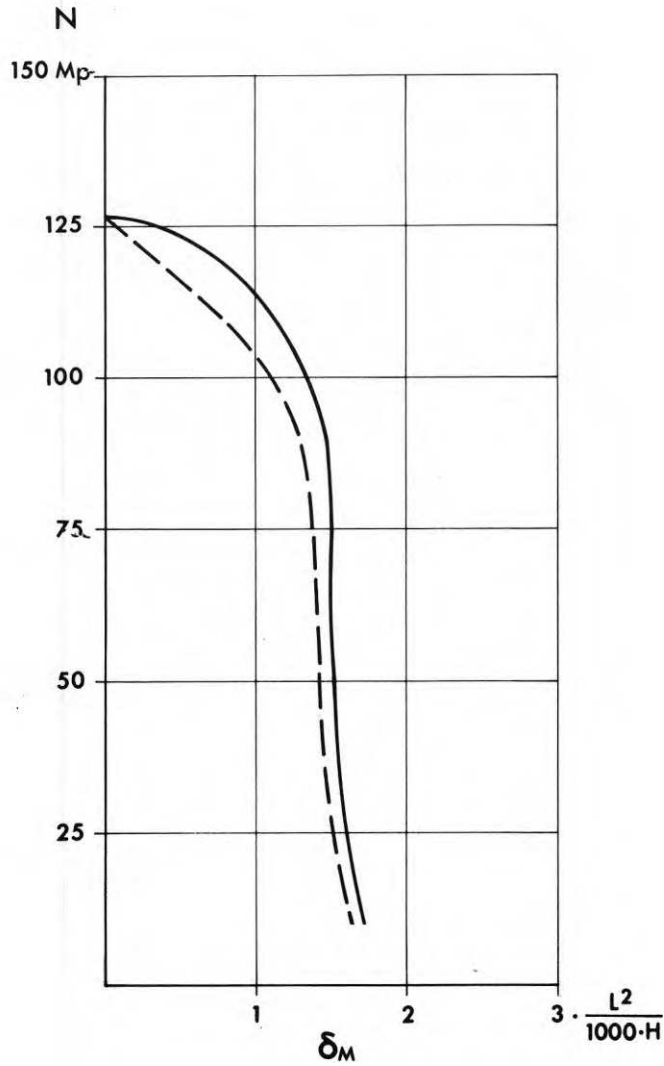


FIG. 4.4:1. Beräknat samband mellan  $N$  och  $\delta_M$  för en pelare ungefärligen svarande mot pelarna i serie 3 dels utan friktion i lederna (heldragen kurva), dels med en friktion som är större än vad som rådde vid försöken (streckad kurva).

Calculated relationship between  $N$  and  $\delta_M$  for a column approximately the same as the columns in Series 3, both without friction at the hinges (full line) and friction greater than that in the course

Det framgår av fig 4.4:1 att friktionsmomentet saknar praktisk betydelse för uppmätt deformationsförmåga. Det i dessa beräkningar använda värdet på friktionsmomentet är ungefär 10 ggr större än uppmätt friktionsmoment. Jämför fig 3.3:3 där redovisat moment skall halveras för att motsvara friktionsmomentet. Förklaringen ligger i att friktionsmomentet inte är tillräckligt stort för att ge sprickor i pelaren. Momentet 0,005 N Mpm betyder nämligen en excentricitet av 0,005 m medan kärngränsen för den beräknade pelaren ligger 0,029 m från centrum.

## 5. JÄMFÖRELSE MED TIDIGARE FÖRSÖK

Deformationsförmåga hos betongpelare har endast i mycket liten omfattning studerats. De undersökningar som har gjorts har ofta haft som syfte att öka kännedomen om hur konstruktioner skall vara utformade för att kunna tåla jordbävningar. Nedan följer en kort beskrivning av tre undersökningar som delvis ligger inom området för denna rapport. I fig 5:1 visas deformationen utvärderad ur dessa undersökningar och redovisad så att direkt jämförelse kan göras med figurerna 4.3:9 - 4.3:12. Vissa osäkerheter finns i utvärderingen av dessa tre undersökningar eftersom de alla har olika uppläggning och målsättning.

### Yamashiro - Siess : Moment - rotation

characteristics of reinforced concrete members subjected to bending, shear, and axial load (1962)

11 pelare provades. Alla med  $L/H = 5,5$ . Armeringsprocenten var  $\mu = 1,1 \%$  för 5 av pelarna,  $\mu = 3,3 \%$  för 2 av pelarna och  $\mu = 5,6 \%$  för 4 av pelarna. Alla var bygelarmerade med bygelavstånd 150 mm utom för en av pelarna med  $\mu = 1,1 \%$  där bygelavståndet var 75 mm. Pelarna hade en lokal ökning av tvärsnittshöjden i mittsnittet för att de skulle efterlikna att en betongbalk ansluter där. Denna lokala förstuvning i mitten gjorde att det mest ansträngda snittet blev vid förstuvningens kant som var belägen sträckan  $H/2$  från mitten. Normalkraften  $N$  hölls konstant under försöken men var olika för de olika pelarna.  $N/N_0$  var såsom störst lika med 0,21. De pelare för vilka  $N/N_0$  var mindre än 0,1 har inte medtagits i fig 5:1. För dessa pelare var nämligen  $\delta_M$  svårt att utvärdera till följd av att momentet hade ett mycket flackt maximum. Även  $\delta_B$  är möjligt att utvärdera ur försöken och var väsentligt större än  $\delta_M$ , för de minst belastade pelarna av storleksordningen  $40 L^2/(1000 \cdot H)$ . Möjligen betyder bygelarmeringen härvidlag en hel del.

### Breen - Ferguson : Long cantilever columns subject to lateral forces (1969)

10 pelare provades.  $L/H$  var 5, 10, 20 resp. 30. Armeringsprocenten var  $\mu = 1,8 \%$  för alla.  $P/N$  hölls konstant under försöken men var olika för olika pelare. Värdet  $N/N_0$  är således endast representativt för ett visst stadium under försöken. Vid 95 % av  $N_{Brott}$  var  $N/N_0$

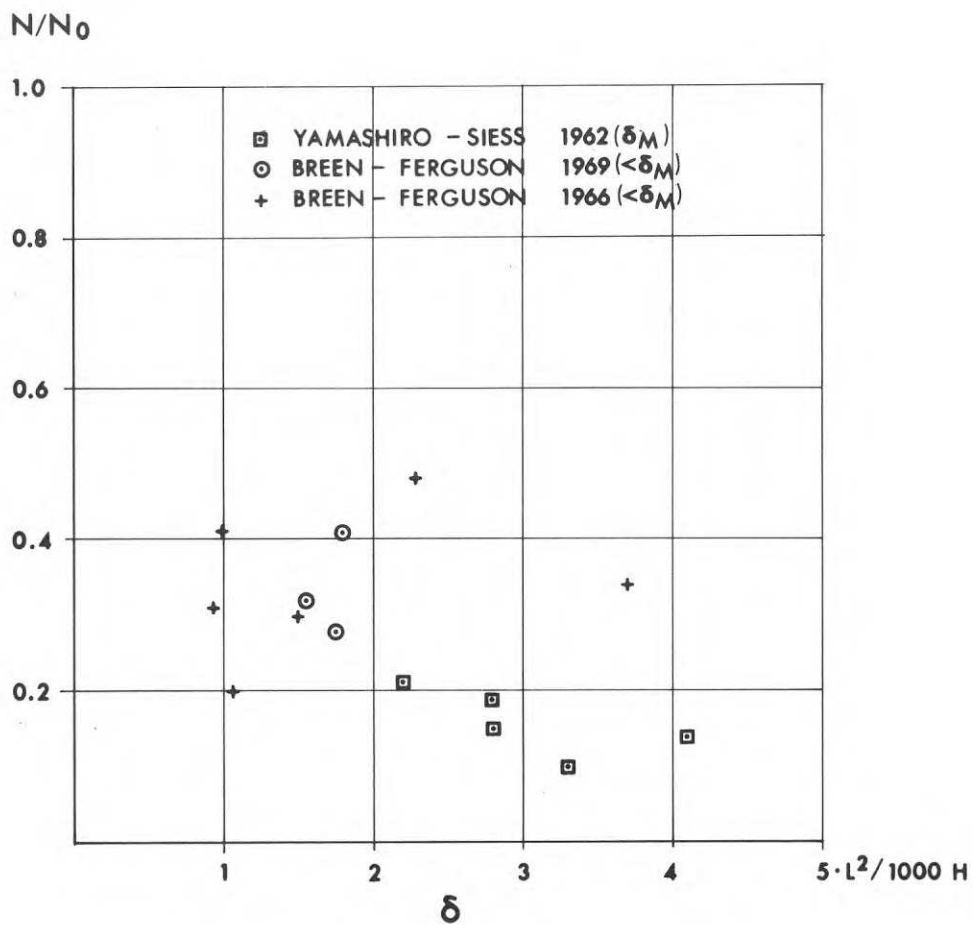


FIG. 5:1. Samband mellan  $N/N_0$  och deformation enligt försök av Yamashiro - Siess 1962 samt Breen - Ferguson 1969 och 1966.

Relationship between  $N/N_0$  and the deformation according to tests by Yamashiro - Siess 1962, and Breen - Ferguson in 1969 and 1966.

från 0,4 för pelarna med litet värde på  $L/H$  till 0,05 för pelarna med stort värde på  $L/H$ . I fig 5:1 har redovisats deformationen i detta stadium som således inträffar något innan  $\delta_M$  uppnås. Pelarna med  $L/H$  lika med 20, 25 och 30 har inte redovisats i fig 5:1. Dessa pelare hade  $N/N_0$  högst lika med 0,11 vid 95 % av  $N_{\text{Brott}}$ . Deras brott hade i vissa fall karaktären av stabilitetsbrott varvid deformationen strax före brott var liten, för en pelare med  $L/H = 30$  så liten som  $0,2 \frac{L^2}{(1000 \cdot H)}$ . Försöksupplägningen medger inte att maximivärdet för  $P$  passeras, varför försöken avbröts strax före  $\delta_M$  och  $\delta_B$  uppnåddes aldrig.

Breen - Ferguson : Investigation of the long concrete column in a frame subject to lateral loads (1966)

8 rektangulära ramar provades. Rambenens deformation har utvärderats för 6 av dessa. Normalkraften applicerades centriskt på rambenen och horisontalkrafter applicerades centriskt på rambalkarna så att knutpunkterna försköts till brott.  $P/N$  hölls konstant under försöken men var olika för olika ramar. Full symmetri rådde. Det är möjligt att bestämma rambenens deformation genom att beakta knutpunkternas vinkeländring.  $L/H$  var 5 resp. 10 där  $L$  är hälften av rambenens längd. Vid utvärderingen av rambenens deformation ur de gjorda mätningarna har det varit nödvändigt att förutsätta att deformationen liksom knutpunkternas vinkeländring sker symmetriskt. En möjlig förklaring till att två punkter har kommit så långt åt höger i fig 5:1 är att pelarna inte har deformerats symmetriskt, dvs längden  $L$  är inte halva längden hos rambenen utan en större längd. Om det extrema fallet inträffar att rambenets inflexionspunkt uppträder intill ena knutpunkten skall såsom värde på  $L$  användas hela längden hos rambenet varvid punkterna i fig 5:1 skall vara på endast hälften så stort avstånd längs  $\delta$ -axeln. Armeringsprocenten i rambenen var  $\mu = 1,8$  % för alla ramarna.  $N/N_0$  strax före brott varierade mellan 0,48 och 0,20. Liksom beträffande den närmast ovan nämnda undersökningen medger inte försöksupplägningen att maximivärdet före  $P$  passeras, varför försöken avbröts innan  $\delta_M$  uppnåddes. Eftersom i denna undersökning den totala deformationen var sammansatt av knutpunkternas vinkeländring och rambenens deformation var den totala deformationen förhållandevis större än i den närmast ovan nämnda undersökningen. Således var deformationens bidrag till momentet förhållandevis större i denna undersökning och därför var det stadium där försöken avbröts, dvs vid maximum av  $P$ , förhållandevis längre från  $\delta_M$ .



6. PRAKTISKA KONSEKVENSER

6.1 Diskussion kring ett praktiskt exempel

6.2 Förslag till tumregler



### 6.1 Diskussion kring ett praktiskt exempel

Antag en pelare med längden 3,0 m som i ena änden är fast inspänd och i den andra ledad. Tvärsnittsmåtten är 400 x 400 , betongen är K 400 och armeringen är 4  $\phi$  25 Ks 40.

Enligt gällande svenska bestämmelser är tillåten centrisk last 167 Mp. Om pelaren till följd av angränsande konstruktioners krympning deformeras genom att ändarna förskjuts såsom fig 3.2:1 visar tillåter de svenska bestämmelserna en excentricitet hos normalkraften som är 7,2 % av tvärsnittshöjden 400 mm. Värdet förutsätter att tillåtna påkänningar har ökats med 30 % vilket medges för lastfall som innefattar inverkan av krympning. Detta ger en tillåten horisontalkraft  $P = 1,6$  Mp. Eftersom pelaren för dessa belastningar inte är sprucken bör deformationen av P räknas enligt elasticitetsteorin. Med E - modulen  $2,1 \cdot 10^6$  Mp/m<sup>2</sup> blir deformationen 3 mm.

Om i stället samma pelare endast belastas med 150 Mp blir den tillåtna excentriciteten 11 % av tvärsnittshöjden vilket ger tillåten horisontalkraft 2,2 Mp. Deformationen blir då 4 mm.

Resultaten av denna undersökning visar att pelaren i ovanstående exempel har en deformation av ungefär  $1,7 \cdot 3000^2 / (1000 \cdot 400) = 38$  mm vid maximalt moment och mer än dubbelt så mycket vid brott.

## 6.2 Förslag till tumregler

### Enskild pelares deformationsförmåga

För det grundläggande fallet enligt fig 3.2:1 gäller följande.

Deformationsförmågan är approximativt enligt fig 3 i sammanfattningen. Vid korta pelare, dvs med slankheten  $L_k/H = 10$  där  $L_k$  är knäckningslängden, är  $N/N_0$  vanligen omkring 0,25. Om man önskar ha säkerheten 3, definierad såsom  $\sigma_B/\sigma_{till}$  vid  $N/N_0 = 0,25$  eller  $N_{Brott}/N$  vid  $\sigma = \sigma_{till}$ , bör  $\sigma_{till}$  kunna sättas lika med  $1,2 \cdot L^2/(1000 H)$ . Värdet 3 är här valt utan någon ingående motivering men överensstämmer ungefär med vad som gäller för  $N_{Brott}/N$  för slanka pelare.

En nödvändig förutsättning för att kunna tillåta en så stor deformation hos en pelare är att pelaren inte förutsätts medverka till att stabilisera byggnaden ifråga och horisontella krafter, t.ex av vind, skall förutsättas tas av andra konstruktionsdelar.

### Beaktande av pelarens inspänningsförhållanden

Deformationen  $1,2 L^2/(1000 H)$  gäller om pelaren är fast inspänd i ena änden och ledad i den andra. Ofta är det i praktiken varken fast inspänning eller verklig led utan en delvis eftergivlig anslutning i båda pelarändarna. I avsnitt 2.5 beskrivs det principiella verkningssättet. Två fall är där nämnda.

Fall 1. Stor olikhet råder i anslutande konstruktioners styvhet med praktiskt taget oändlig styvhet i den ena änden och ingen styvhet i den andra.

Fall 2. Olikheten i anslutande konstruktioners styvhet är liten.

Om dessa två fall behandlas beräkningsmässigt som visas på fig 6.2:1 kan varje praktiskt fall anses medge en deformation som är större än den minsta av de beräknade enligt de båda fallen. Man skulle då beräkna deformationsförmågan enligt båda fallen och välja det minsta av de erhållna värdena. En förutsättning för denna tumregel är att anslutande konstruktioner inte skadas av de uppträdande vinkeländringarna i anslutningarna.

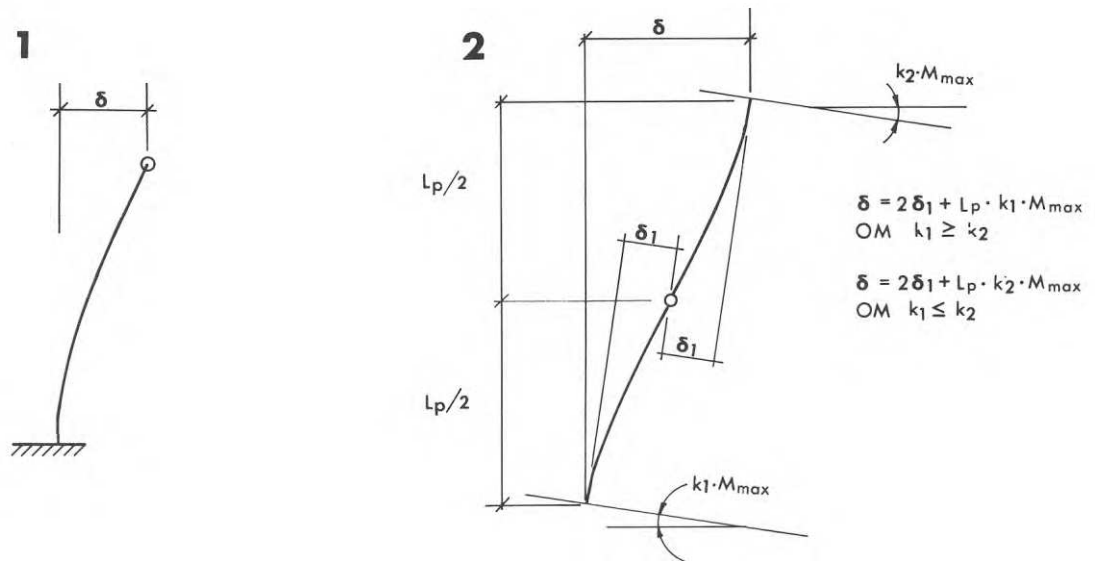


FIG. 6.2:1. Två tänkta fall som bör beaktas vid bedömning av en betongpelares deformationsförmåga.

Two possible cases which should be taken into account when determining the deformation capacity of a concrete column.

För exemplet i fig 6.2:2 fås följande

$$\text{Fall 1: } \delta = 1,2 \cdot \frac{3000^2}{1000 \cdot 400} = 27 \text{ mm}$$

$$\text{Fall 2: } \delta = 2 \cdot 1,2 \cdot \frac{1500^2}{1000 \cdot 400} + 3000 \cdot k_2 \cdot M_{\max}$$

$M_{\max}$  är 33 Mpm vid betong K 400, armering 4  $\phi$  25 Ks 40 och normalkraft 167 Mp.

$k_2$  är  $4,43 \cdot 10^{-5}$  rad/Mpm vid elastiska förhållanden i anslutande balkar och pelare med E - modulen  $2,1 \cdot 10^6$  Mp/m<sup>2</sup>.

$$\text{Fall 2 ger då } \delta = 13,5 + 4,4 = 18 \text{ mm}$$

Således bör fall 2 anses vara giltigt och större deformation än 18 mm bör inte accepteras. Det kan naturligtvis ifrågasättas om  $k$  skall beräknas under antagande av elastiska förhållanden. Visste man att anslutande balkar och pelare spricker kunde värdet på  $k$  sättas högre varvid  $\delta$  i fall 2 blir större. Detta skulle emellertid vara ett antagande på osäkra sidan och är knappast tillrådligt.

Syftet med att i denna rapport ge ovanstående tumregler är att ge ett första förslag i en diskussion om lämpliga regler för att begränsa skador av krympning i betongkonstruktioner. Denna undersökning omfattar inte alla faktorer som måste beaktas i en sådan diskussion. Exempelvis måste förhållandet  $\delta_B / \delta_{\text{till}}$  respektive  $N_{\text{Brott}} / N$  bedömas med hänsyn till den allmänna säkerhetsfilosofin som tillämpas vid utarbetandet av de normer i vilka reglerna skall ingå.

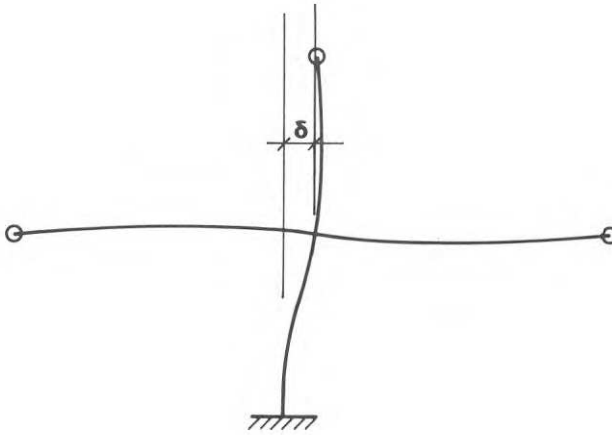
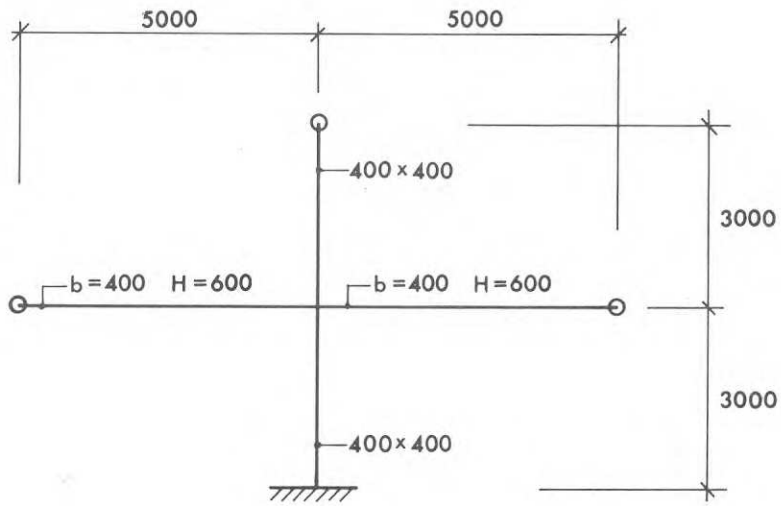


FIG. 6.2:2. Exempel.  
Example.

REFERENSER

Breen - Ferguson, 1966, Investigation of the long concrete column in a frame subject to lateral loads. (American concrete institute.) Publication SP - 13. Detroit.

Breen - Ferguson, 1969, Long cantilever columns subject to lateral forces. (American concrete institute.) ACI Journal, November 1969. Detroit.

Dilger, 1966, Veränderlichkeit der Biege - und Schubsteifigkeit bei Stahlbetontragwerken und ihr Einfluss auf Schnittkraftverteilung und Traglast bei statisch unbestimmter Lagerung. (Wilhelm Ernst und Sohn.) Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 179. Berlin.

Lefvert, 1970, Deformationsförmåga hos betongpelare vid långtidsförsök (Institutionen för brobyggnad, KTH) Examensarbete. Stockholm.

Mehto, 1961, On the bending of the overreinforced concrete beams with rectangular cross section. (The state institute for technical research, Finland.) Publication 64. Helsinki.

Rüsch, 1960, Researches toward a general flexural theory for structural concrete. (American concrete institute.) ACI Journal, July 1960. Detroit.

Sahlin, 1955, Effekt av långtgående betongstukning vid betongbalk påverkad av böjande moment. (Svenska Betongföreningen.) Betong, årg.40, nr 2. Stockholm.

Yamashiro - Siess, 1962, Moment - rotation characteristics of reinforced concrete members subjected to bending, shear, and axial load. (University of Illinois.) Civil engineering studies, structural research series, no. 260. Urbana.



Janson, Jan Erik

Bokens författare

Deformationsförmåga hos betong-  
pelare. Rapport 3:71 Bygghorskn.

Bokens titel

Ut- lånad den	Låntagarens namn	Åter- lämnad den



---

Bokens författare

---

Bokens titel

Ut- lånad den	Låntagarens namn	Åter- lämnad den

Jan Erik Janson

Ex. nr:

B

Deformationsförmåga hos betongpelare

Rapport 3:71  
Byggforskningen

**R3:1971**

**Denna rapport avser anslag nr C 379:1—3 från Statens råd för byggnadsforskning till Institutionen för brobyggnad, KTH**

**Distribution: Svensk Byggtjänst, Box 1403, 111 84 Stockholm  
Abonnemangsgrupp: k (konstruktion)**

**Pris: 18 kronor**