

Rapport

R25:1971

**Beräkning av ljud-
isolering i en byggnad**

Sten Ljunggren

SHI
9/78

Byggforskningen

50

Beräkning av ljudisolering i en byggnad

Sten Ljunggren

I föreliggande rapport diskuteras tre parametrar vilka är av betydelse för luftljudsisoleringen mellan två rum i en byggnad. Parametrarna beskriver dels för vissa fall kopplingen mellan ett ljudfält i ett rum och de resulterande vibrationerna hos rummets väggar, responsen, dels överföringen av vibrationer från en vägg till en annan, knutpunktsdämpningen, dels utstrålningen av ljud från en vibrerande vägg in i ett rum, strålningsdämpningen.

För strålningsdämpningen har ett nytt teoretiskt uttryck härletts, som i motsats till tidigare uttryck innefattar inverkan av vinkelrätt anslutna väggar.

Responsen hos en vägg exciterad av luftljud kan med god noggrannhet beräknas med hjälp av välkända teoretiska uttryck.

Knutpunktsdämpningen är däremot ännu inte fullständigt känd. Rapporten påvisar de problem som existerar bl.a. i fråga om valet av lämpligt teoretiskt behandlingssätt.

Vid beräkning av ljudisoleringen mellan två rum är man därför fortfarande till viss del hänvisad till empiriska värden.

För att kunna beräkna luftljudsisoleringen mellan två intill varandra liggande rum i en byggnad brukar man

förutsätta, att den totala energitransporten mellan sändarrum och mottagarrum kan betraktas som summan av ett antal väl definierade energiflöden enligt FIG. 1.

Denna förutsättning leder omedelbart till att fältreduktionstalet R' (dvs. den kvantitet som brukar användas för att uttrycka den totala luftljudsisoleringen mellan två rum) kan tecknas på formen

$$R' = -10 \cdot \log \left\{ \frac{1}{R_o/10} + \sum_n \frac{A_n/A_o}{(R_n + K_n + S_n)/10} \right\} \text{ dB}$$

där

R_o = reduktionstalet hos skiljeväggen, dB

A_o = arean hos skiljeväggen, m²

A_n = arean hos flankerande vägg i mottagarrumet, m²

R_n = en faktor som uttrycker kopplingen mellan ljudfältet i sändarrummet och ett fält av vibrationer hos flankerande vägg i samma rum, dB

K_n = s.k. knutpunktsdämpning, dB

S_n = strålningsdämpning, dB

n = index för en flanktransmissionsväg

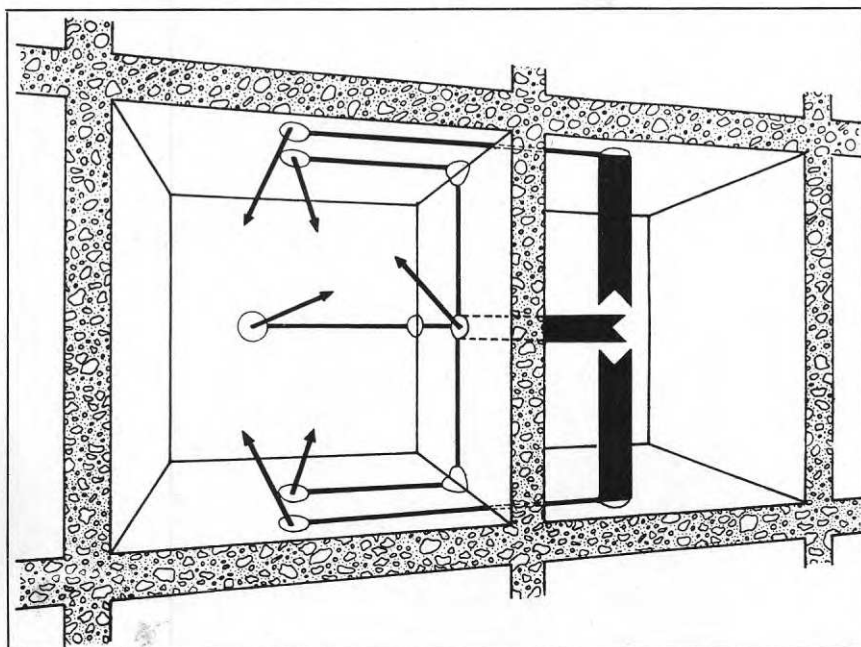


FIG. 1. Några viktiga ljudtransmissionsvägar mellan två rum i en byggnad.

Bygghorsningen Sammanfattningar

R25:1971

Nyckelord:

luftljudsisolering, beräkningsmetoder, fältreduktionstal, reduktionstal, knutpunktsdämpning, strålningsdämpning.

Rapport R25:1971 avser anslag C 378:2 från Statens råd för byggnadsforskning till civ. ing. Stig Ingemansson, Göteborg.

UDK 699.844
69.022.5
Sfb A

Sammanfattning av:

Ljunggren, S. 1971, *Beräkning av ljudisolering i en byggnad*. (Statens institut för byggnadsforskning) Stockholm. Rapport R 25:1971, 33 s., ill. 10 kr.

Rapporten är skriven på svenska med svensk och engelsk sammanfattning.

Distribution:

Svensk Byggtjänst
Box 1403, 111 84 Stockholm
Telefon 08-24 28 60

Abonnemangsgrupp:

(b) byggnadsprojektering

Summationen utsträcks över alla viktiga flanktransmissionsvägar. I vissa fall är det nödvändigt att beakta vägar med mer än en knutpunkt, i allmänhet behövs dock inte detta. Ingen ljudtransmission förutsätts ske via springor, värme- och ventilationsanläggningar etc.

I rapporten redogörs närmare för faktorerna R_n , K_n och S_n i några viktiga fall.

För frekvenser väl över den s.k. gränshäufigen kan man visa att det teoretiska uttrycket för R_n hos en enkelvägg överensstämmer med ett välkänt, äldre uttryck för samma väggs reduktionstal

$$R_n = 10 \cdot \log \left(\frac{2\pi \eta m^2 f^3}{(\rho c)^2 f_g} \right) \text{ dB}$$

där

η = förlustfaktorn (innefattande samtliga förlustmekanismer)

m = ytvikten, kg/m^2

f = frekvensen, Herz

ρc = luftens karakteristiska impedans,

f_g = gränshäufigen, Herz

f_c = gränshäufigen, Herz

Under gränshäufigen uppträder vid luftljudexcitering av en vägg två skilda böjvågsvälten, bestående av resonanta resp icke-resonanta svängningar. Reduktionstalet i detta frekvens-

område bestäms i allmänhet av de senare. Den genomsnittliga svängningshastigheten hos dessa båda välten, som exciteras oberoende av varandra, kan enkelt beräknas. Det är dock ännu inte helt klarlagt, vilket av välten som har störst betydelse för den vidare energiutbredningen i byggnadsstommen.

Denna osäkerhet medför också att knutpunktsdämpningen inte kan definieras entydigt. Vid högre frekvenser bortfaller dessa svårigheter, och det visas i rapporten att knutpunktsdämpningen under vissa angivna förutsättningar kan skrivas som

$$K_n = 10 \cdot \log \left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{A_j m_j \eta_j k_1}{L_i m_i \gamma_{ij}} \right) \text{ dB}$$

där

A_j = arean hos den energimottagande väggen ("mottagarrumsvägg"), m^2

m_j = ytvikten hos den energimottagande väggen, kg/m^2

η_j = förlustfaktorn hos den energimottagande väggen

k_1 = vågtalet hos böjvågsvälten i den primärt exciterade väggen ("sändarrumsvägg"), m^{-1}

L_i = knutpunktens längd, m

m_i = ytvikten hos den primärt exciterade väggen, kg/m^2

γ_{ij} = transmissionskoefficienten

För transmissionskoefficienten γ_{ij} kan värden fås dels ur noggrann teori, dels ur förenklad teori, dels ur empiriska överslagsformler; de båda senare sätten ger tämligen otillförlitliga resultat.

För strålningsdämpningen S_n härleds ett nytt uttryck i rapporten:

$$S_n = -10 \cdot \log \left(\frac{32}{\pi^4} \cdot \frac{\lambda (\lambda_g)}{A} \cdot \frac{g (1-2f/f_g)}{\sqrt{1-f/f_g}} \right)$$

$$+ \frac{2}{\pi^2} \cdot \frac{\lambda_g O}{A} \sqrt{\frac{f/f_g}{1-f/f_g}} \text{ dB för } f < f_g$$

$$S_n = 0 \text{ dB för } f \geq f_g$$

$$g (1-2f/f_g) = 1-2f/f_g \text{ för } f < f_g/2$$

$$g (1-2f/f_g) = 0 \text{ för } f \geq f_g/2$$

där

λ = våglängden i luft, m

λ_g = våglängden i luft vid gränshäufigen, m

f = frekvensen, Herz

f_g = gränshäufigen, Herz

A = väggens area, m^2

O = väggens omkrets, m

Detta uttryck innefattar inverkan av väggar som är vinkelrätt anslutna till den ljudstrålande ytan.

Estimation of sound insulation in a building

Sten Ljunggren

National Swedish Building Research Summaries

R25:1971

This report discusses three parameters which are of significance as regards the insulation of airborne sound between two rooms in a building. These parameters describe for certain cases the coupling between a sound field in a room and the resulting vibrations of the walls of the room, i.e. the response, the transmission of vibrations from one wall to another, i.e. the joint damping, and also the emission of sound from a vibrating wall into a room, i.e. the radiation damping.

A new theoretical expression which, in contrast to earlier ones, includes the effect of walls connected at right angles, has been derived for radiation damping.

The response of a wall excited by airborne sound can be calculated with satisfactory accuracy using well-known theoretical expressions.

On the other hand, joint damping is not yet fully known. The report illustrates the problems involved, inter alia, in selecting a suitable method of theoretical treatment.

Empirical values must therefore still be used to some extent in calculating the sound insulation between two rooms.

In order to calculate the airborne sound insulation between two adjacent rooms in a building, it is usual to assume that the total energy transmitted between the source room and the receiving room

may be regarded as the sum of a number of well defined energy flows as shown in FIG. 1.

The immediate consequence of this assumption is that the field reduction index R' (i.e. the quantity usually employed to express the total airborne sound insulation between two rooms) can be written as

$$R' = -10 \cdot \log \left\{ \frac{1}{R_0/10} + \sum_n \frac{A_n/A_0}{(R_n + K_n + S_n)/10} \right\} \text{ dB}$$

where

R_0 = the sound reduction index of the partition, dB

A_0 = the area of the partition, m^2

A_n = the area of the flanking wall in the receiving room, m^2

R_n = a factor expressing the coupling between the sound field in the source room and a vibration field in the flanking wall in the same room, dB

K_n = joint damping, dB

S_n = radiation damping, dB

n = the index defining a flanking transmission path

Key words:

airborne sound insulation, calculation methods, field reduction index, sound reduction index, joint damping, radiation damping

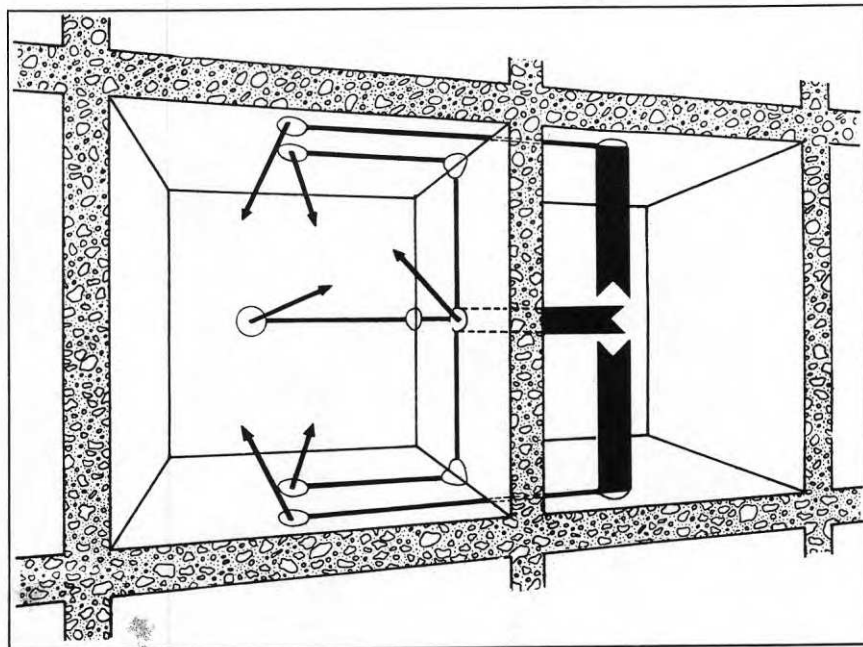


FIG. 1. Some important sound transmission paths between two rooms in a building.

Report R25:1971 has been supported by Grant C 378:2 from the National Swedish Council for Building Research to civ. eng. Stig Ingemansson, Gothenburg.

UDC 699.844
69.022.5
SfB A

Summary of:

Ljunggren, S, 1971, *Beräkning av ljudisolerering i en byggnad*. Estimation of sound insulation in a building. (Statens institut för byggnadsforskning) Stockholm. Report R25:1971, 33 p., ill. 10 Sw. Kr.

The report is in Swedish with Swedish and English summaries.

Distribution:

Svensk Byggtjänst
Box 1403, S-111 84 Stockholm
Sweden

The summation is to be extended to cover all important flanking transmission paths. Paths with more than one joint must be taken into account in some cases, but this is not necessary as a rule. It is assumed that no sound transmission takes place through gaps, via heating and ventilation installations etc.

The report examines in detail the factors R_n , K_n and S_n for some important cases.

It can be shown for frequencies well over the limiting frequency that the theoretical expression for R_n for a single wall is the same as a well known expression for the sound reduction index of the same wall.

$$R_n = 10 \cdot \log \left(\frac{2\pi \eta m^2 f^2}{(\rho c)^2 f_g} \right) \text{ dB}$$

where

η = loss factor (which includes all loss mechanisms)

m = weight per unit area, kg/m²

f = frequency, Herz

ρc = the characteristic impedance of air, kg/m² · s

f_g = critical frequency, Herz

Below the critical frequency, two separate bending wave fields, consisting of resonant and non-resonant oscillations respectively, are set up when a wall is subjected to airborne sound

excitation. The sound reduction index in this frequency range is usually determined by the latter. The average transverse velocity of these two fields, which are excited independently of one another, can be easily calculated. It is not quite known as yet, however, which of these fields has the greater significance from the point of view of the further dispersion of energy into the building structure.

This uncertainty also means that joint damping cannot be defined unambiguously. At higher frequencies, however, these difficulties disappear and it is shown in the report that the joint damping can be written in certain specified conditions as

$$K_n = 10 \cdot \log \left(\frac{\pi A_j m_j \eta_j k_i}{2 L_1 m_1 \gamma_{ij}} \right) \text{ dB}$$

where

A_j = the area of the wall receiving the energy ("receiving room wall"), m²

m_j = weight per unit area of the wall receiving the energy, kg/m²

η_j = loss factor for the wall receiving the energy

k_i = the wave number of the bending wave field in the primary excited wall ("source room wall"), m⁻¹

L_1 = the length of the joint, m

m_1 = weight per unit area of the primary excited wall, kg/m²

γ_{ij} = transmission coefficient

The value of the transmission coefficient γ_{ij} may be obtained either on the basis of elaborate theoretical analysis or simplified theoretical expressions, or from approximate empirical formulae. The two latter methods give fairly unreliable results.

A new expression is derived in the report for the radiation damping S_n :

$$S_n = -10 \cdot \log \left(\frac{32}{\pi^4} \cdot \frac{\lambda (\lambda_g)}{A} \cdot \frac{g (1-2f/f_g)}{\sqrt{1-f/f_g}} + \frac{2}{\pi^2} \cdot \frac{\lambda_g O}{A} \sqrt{\frac{f/f_g}{1-f/f_g}} \right) \text{ dB for } f < f_g$$

$$S_n = 0 \quad \text{for } f \geq f_g$$

$$g (1-2f/f_g) = 1-2f/f_g \quad \text{for } f < f_g/2$$

$$g (1-2f/f_g) = 0 \quad \text{for } f \geq f_g/2$$

where

λ = wave length in air, m

λ_g = wave length in air at the critical frequency, m

f = frequency, Herz

f_g = critical frequency, Herz

A = area of wall, m²

O = circumference of wall, m

This expression includes the effect of walls connected at right angles to the surface emitting sound.

Rapport R25:1971

BERÄKNING AV LJUDISOLERING I EN BYGGNAD

ESTIMATION OF SOUND INSULATION IN A BUILDING

av Sten Ljunggren

Denna rapport avser anslag C 378:2 från Statens råd för byggnadsforskning till civilingenjör Stig Ingemansson, Göteborg. Författare är tekn.lic. Sten Ljunggren. Försäljningsintäkterna tillfaller fonden för byggnadsforskning.

INNEHÅLL

CAPTIONS	4
1 INLEDNING	5
2 KNUTPUNKTSDÄMPNING	8
2.1 Samband mellan knutpunktsdämpning och transmissionsfaktor	8
2.2 Jämförelser mellan olika beräkningsmetoder för knutpunktsdämpningen	13
3 KOPPLINGEN RUM - VÄGG ("REDUKTIONSTAL") . . .	20
4 KOPPLINGEN VÄGG - RUM (STRÄLNINGSDÄMPNING)	23
5 JÄMFÖRELSE MELLAN BERÄKNADE OCH UPPMÄTTA VIBRATIONSAMPLITUDER HOS MOTTAGARRUMMETS VÄGGAR	28
REFERENSER	31

CAPTIONS

- FIG. 1 Principal diagram showing energy flows for two coupled oscillators
- FIG. 2 Principal diagram showing energy flows for (n+1) coupled oscillators
- FIG. 3 Studied intersection of concrete and lightweight concrete
- FIG. 4 Calculated values of intersection muffling according to different authors
- FIG. 5 Calculated values of intersection muffling according to different authors
- FIG. 6 Measured and calculated value of intersection muffling
- FIG. 7 Calculated value of the coupling factor R_n for 7 cm lightweight concrete compared with measured values of the reduction index
- FIG. 8 Illustration to the expressions edge modes and corner modes
- FIG. 9 Calculated values of the radiation weakening for 7 cm lightweight concrete compared with measured values
- FIG. 10 Measured vibration levels compared with calculated values

1 INLEDNING

Krav på luftljudsisoleringen mellan två intill varandra liggande rum i en byggnad uttrycks ofta i det s.k. fältreduktionstalet R' , definierat enligt

$$R' = L_s - L_M - 10 \cdot \log \frac{A_M}{A} \quad \text{dB} \quad (1.1)$$

där

L_s = genomsnittlig ljudnivå i sändarrummet, dB

L_M = genomsnittlig ljudnivå i mottagarrummet, dB

A_M = absorption i mottagarrummet, $\text{m}^2 \text{ S}$

A = skiljeväggens area, m^2

Detta fältreduktionstal bestäms inte enbart av skiljeväggens egenskaper utan även av ljudtransmissionen via flankerande byggnadsdelar, värme- och ventilationsanläggningar, springor etc.

I det följande skall enbart ljudöverföringen via direktskiljande och flankerande väggar och bjälklag beaktas. Vidare förutsätts de betraktade byggnadsdelarna vara av typen homogena och isotropa enkelkonstruktioner. Med begreppet vägg avses allmänt en skiljande konstruktion (således även bjälklag).

Under dessa förutsättningar har Ingemansson (1967), (1970) - liknande resultat har också publicerats av Gösele (1954) och Zaborov (1968), (1970) - visat att fältreduktionstalet kan beräknas enligt formeln

$$R' = -10 \cdot \log \left\{ \frac{1}{10^{R_0/10}} + \sum_n \frac{A_n/A_0}{(R_n + K_n + S_n)/10} \right\} \text{dB} \quad (1.2)$$

där enligt Ingemanssons terminologi R_0 är den direktskiljande väggens reduktionstal, R_n reduktionstalet hos flankerande vägg i sändarrummet, K_n knutpunktsdämpningen, S_n och A_n strålningsdämpningen resp. arean hos flankerande vägg i mottagarrummet samt A_0 arean hos skiljeväggen.

De härledningar av formeln för fältreduktionstalet som tidigare har publicerats har grundats på postulatet att ljudenergi-flödet mellan de två rummen kan uppdelas i ett antal delflöden längs olika transmissionsvägar och att den totala isoleringen mellan rummen bestäms av den aritmetiska summan av dessa flöden. Detta postulat är ett tillräckligt villkor för att ekvation (1.2) skall gälla förutsatt att de ingående parametrarna definieras som

$$R_n = 10 \cdot \log \frac{\langle p_{ni}^2 \rangle}{\langle v_n^2 \rangle \cdot (\rho c)^2} \text{ dB} \quad (1.3)$$

där

p_{ni} = ljudtrycket hos infallande våg mot n:te väggen, N/m^2

v_n = normalhastigheten hos samma vägg, m/s

ρc = luftens karakteristiska impedans, $kg/m^2 \cdot s$

$\langle \rangle$ anger att uttrycket inuti parenteserna avser rumsmedelvärde

$$K_n = 10 \cdot \log \frac{\langle v_i^2 \rangle}{\langle v_j^2 \rangle} \text{ dB} \quad (1.4)$$

där

v_j = normalhastigheten hos den ljudutstrålade väggen, m/s

v_i = normalhastigheten hos den exciterade väggen, m/s

$$S_n = -10 \cdot \log \frac{\langle p_{nj}^2 \rangle}{\langle v_n^2 \rangle (\rho c)^2} \text{ dB} \quad (1.5)$$

där

p_{nj} = ljudtrycket hos den utstrålade vägen från n:te väggen, N/m^2

v_n = normalhastigheten hos samma vägg, m/s

En förutsättning för att denna metod skall kunna användas är naturligtvis tillgång till numeriska värden på parametrarna R_n , K_n och S_n .

Vid de inledande undersökningarna av ekvation (1.2) har i huvudsak empiriska värden på dessa parametrar använts.

Det har därvid visat sig, att beräknade isoleringar enligt formeln överensstämmer med mätvärden med god noggrannhet (dvs. i allmänhet inom 1 dB) förutsatt att riktiga värden på parametrarna R_n , K_n och S_n används.

Det existerande beräkningsunderlaget för faktorerna R_n , K_n och S_n visade sig emellertid vara osäkert. Syftet med föreliggande arbete har därför varit att studera befintligt underlag för dessa faktorer med speciell hänsyn till ekvation (1.2).

En stor del av det teoretiska och empiriska arbete som tidigare ägnats åt flanktransmissionsfrågorna har gällt kombinationen betong-lättbetong i sin enklaste form utan någon typ av flanktransmissionsspärr. Av denna anledning har det här varit nödvändigt att i vissa fall begränsa diskussionerna till just denna kombination, trots att detta problem inte längre är aktuellt ur byggnadsteknisk synpunkt genom de flanktransmissionsspärrar som nu används.

2 KNUTPUNKTSDÄMPNING

2.1 Samband mellan knutpunktsdämpning och transmissionsfaktor

Under senare år har det publicerats en hel serie arbeten om energiflöden mellan kopplade oscillatorer av vissa typer. Denna s.k. statistiska energianalys kan även tillämpas för studier av ljudtransmissionen i en byggnad, eftersom byggnadens system av rum och väggar under vissa förutsättningar kan antagas vara ekvivalent med ett system av enkla, kopplade oscillatorer.

Vi betraktar därför ett system av två kopplade oscillatorer enligt FIG. 1, där oscillatorerna har ett stort antal resonanta svängningsmoder inom varje betraktade frekvensband och associerar till dem de spektrala energitätheterna E_1 och E_2 samt modtätheterna n_1 och n_2 . Vidare antages kopplingen mellan dem inte vara alltför stark.

Lyon & Scharton (1965) har uppställt följande ekvationssystem för energijämvikten i det betraktade frekvensbandet med mittfrekvensen $\omega/2\pi$:

$$P_{in} = \omega n_1 E_1 + \omega n_{12} n_1 \left(\frac{E_1}{n_1} - \frac{E_2}{n_2} \right) \quad (2.1)$$

$$0 = \omega n_2 E_2 - \omega n_{12} n_1 \left(\frac{E_1}{n_1} - \frac{E_2}{n_2} \right) \quad (2.2a)$$

dvs

$$E_2 = E_1 \frac{n_{12}}{n_2 + n_{12} \frac{n_1}{n_2}} \quad (2.2b)$$

n_1 och n_2 betecknar förlustfaktorerna för de båda systemen n_{12} kopplingsförlustfaktorn ("coupling loss factor").

Det ligger nära till hands att generalisera dessa ekvationer till att gälla för ett system, där en oscillator är kopplad

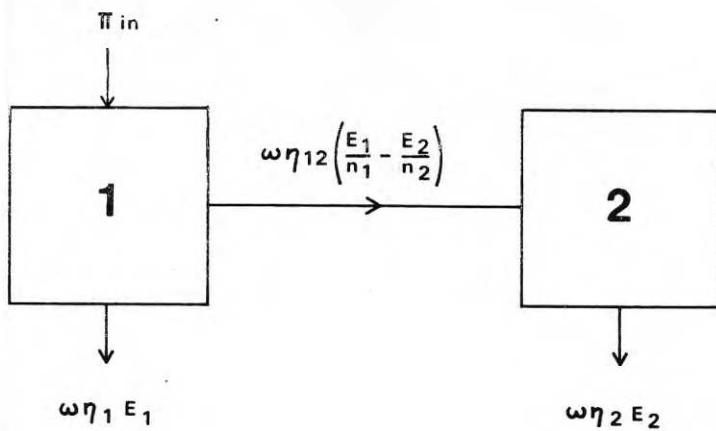


FIG. 1. Principschema utvisande energiflöden hos två kopplade oscillatorer.

till n andra oscillatorer, se FIG. 2. Denna generalisering är rent teoretiskt ganska osäker. Liknande resonemang har emellertid använts i ett flertal andra analyser av likartade problem med gott resultat, och det är därför troligt att noggrannheten även i detta fall bör vara tillräcklig för praktiskt bruk. Vi skriver således för den m :te oscillatorn enligt FIG. 2:

$$\omega \eta_m \bar{E}_m - \sum_{i=1}^n \omega \eta_{im} \frac{n_i}{n_m} \left(\frac{\bar{E}_i}{n_i} - \frac{\bar{E}_m}{n_m} \right) = 0 \quad (2.3)$$

Enligt Lyon & Scharton (1965) och Ungar & Scharton (1967) gäller för de flesta system i praktiken

$$\eta_{12}^{n_1} = \eta_{21}^{n_2} \quad (2.4)$$

varför vi kan skriva

$$\eta_m + \sum_{i=1}^n \eta_{im} \frac{n_i}{n_m} = \eta_m + \sum_{i=1}^n \eta_{mi} = \eta_m^{\text{tot}} \quad (2.5)$$

där η_m^{tot} är den s.k. skenbara förlustfaktorn (innefattande alla förlustmekanismer). Den spektrala energitätheten i den m :te oscillatorn fås nu som

$$\bar{E}_m = \frac{1}{\eta_m^{\text{tot}}} \sum_{i=1}^n \eta_{im} \bar{E}_i \quad (2.6)$$

Detta system av kopplade oscillatorer är inte helt ekvivalent med det byggnadsakustiska knutpunktsproblemet. I plattor av fasta material uppträder vid låga frekvenser som bekant tre olika vågtyper: förutom den i allmänhet dominerande böjvågen även longitudinal- och transversalvågor. Varje vägg i byggnaden är av denna anledning således ekvivalent med tre separata oscillatorer (Kihlman 1967a). I praktiken blir dock longitudinal- och transversalvågsfältens inverkan på energibalansen troligen försumbar.

En viktig förutsättning för de härledda sambanden är, att oscillatorerna skall vara resonanta, dvs. plattfälten skall

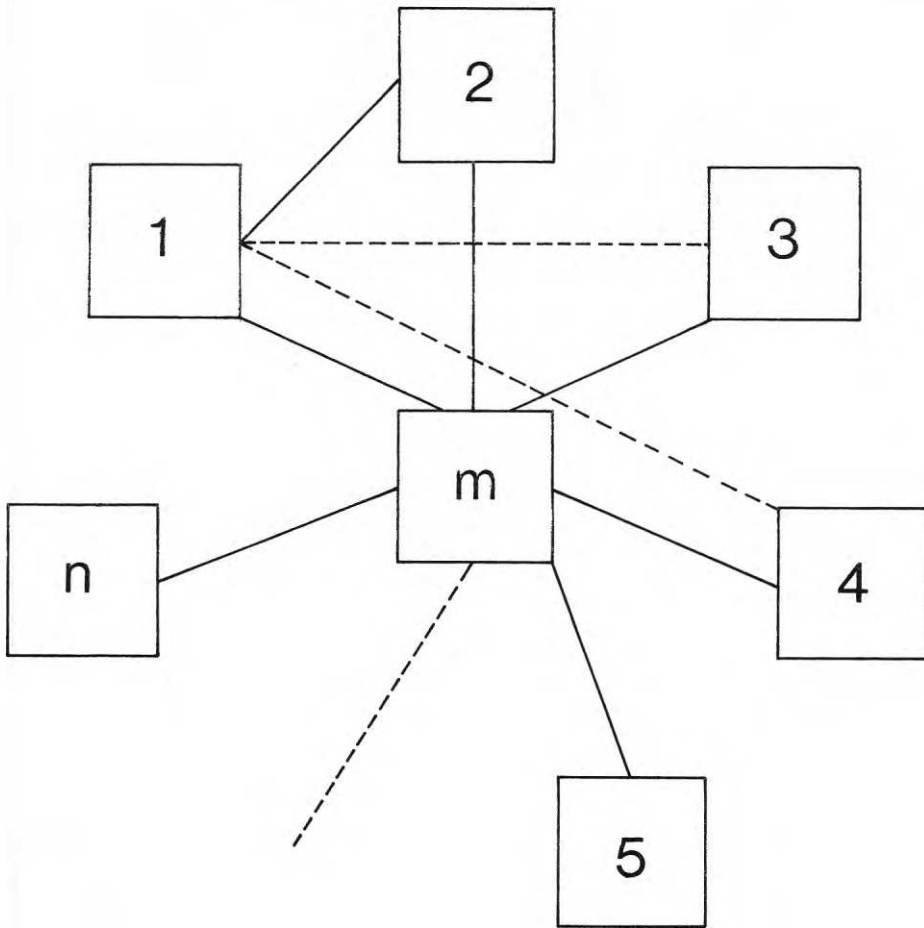


FIG. 2. Principschema utvisande energiflöden hos $(n+1)$ kopplade oscillatorer.

vara uppbyggda av resonanta moder (fria svängningar). Detta villkor är inte uppfyllt vid luftljudsexcitering av en platta vid frekvenser under koincidensfrekvensen, eftersom plattfältet då ofta huvudsakligen är uppbyggt av tvungna svängningar. Det har också visat sig att villkoret är väsentligt; stor skillnad i uppmätt knutpunktsdämpning har rapporterats när den drivande plattan har exciterats med luftljud resp. elektrodynamisk vibrator (Kihlman, 1967a).

De härledda energirelationerna förutsätter vidare en tämligen hög modtätthet hos de kopplade oscillatorerna. Sj heller detta villkor är alltid strängt uppfyllt vid det ekvivalenta knutpunktsproblemet, eftersom vi i praktiska konstruktioner ofta har tämligen tjocka plattor med en grundresonansfrekvens på upp till ca 100 Hz.

Detta förhållande är i och för sig viktigt men har betydelse endast för de allra lägsta frekvensbanden.

Ekvation (2.6) låter sig omedelbart tolkas i byggnadsakustiska termer. Den spektrala energitätheten E kan skrivas som

$$E = A \cdot m \cdot \langle v^2 \rangle \text{ kg m}^2/\text{s}^2 \quad (2.7)$$

där A betecknar plattans area, m dess ytvikt och $\langle v^2 \rangle$ rumsmedelvärde av normalhastighetens kvadrat. Vi förutsätter nu, att energi utifrån endast tillförs oscillator (1) och får omedelbart

$$E_m = \frac{1}{\eta_m^{\text{tot}}} \cdot \eta_{1m} \cdot E_1 \quad (2.8a)$$

eller

$$\frac{\langle v_m^2 \rangle}{\langle v_1^2 \rangle} = \frac{A_1}{A_m} \cdot \frac{m_1}{m_m} \cdot \frac{\eta_{1m}}{\eta_m^{\text{tot}}} \quad (2.8b)$$

Knutpunktsdämpningen K fås slutligen som

$$K = 10 \cdot \log \left(\frac{A_m m_m \eta_m^{\text{tot}}}{A_1 m_1 \eta_{1m}} \right) \text{ dB} \quad (2.9)$$

För kopplingsförlustfaktorn η_{1m} gäller enligt Lyon & Eichler (1964):

$$\eta_{1m} = \frac{2L_1}{\pi k_1 A_1} \cdot \gamma_{1m} \quad (2.10)$$

där L_1 [m] är knutpunktens längd, k_1 [1/m] vågtalet för böjvågen i platta 1 och γ_{1m} [dimensionslös] transmissionskoefficienten enligt Heckl (1962).

Det uttryck för knutpunktsdämpningen som ges av ekv. (2.9) är i sig självt inte nytt, utan får snarare betraktas som en generalisering av tidigare resultat av Lyon & Eichler (1964). Den statistiska energianalysen har vidare tidigare använts av Kihlman (1967a) för ett fall som är snarlikt detta.

2.2 Jämförelser mellan olika beräkningsmetoder för knutpunktsdämpningen

Av de parametrar som ingår i uttrycket för knutpunktsdämpningen är areorna, ytvikterna och den skenbara förlustfaktorn ofta lätt mätbara, medan transmissionsfaktorn och därigenom också kopplingsförlustfaktorn i praktiken endast synes kunna bestämmas på teoretisk väg. Exakta uttryck för transmissionsfaktorn har för den L- och korsformade knutpunkten givits av Cremer (1950) resp. Kihlman (1967a), medan uttryck, härledda under vissa förenklande antaganden, publicerats av Cremer & Heckl (1967) samt Budrin & Nikiforov (1964).

Förutom dessa arbeten över transmissionsfaktorn är även några arbeten kända rörande den resulterande knutpunktsdämpningen. Således har teoretiska studier publicerats av Zaborov (1968), (1970) medan helt empiriska resultat givits av Gösele (1968). Zaborovs arbeten bygger på Budrin & Nikiforovs (1964) studier över transmissionskoefficienten men ger ett annat samband mellan denna och resulterande knutpunktsdämpning än vad som framgår ur ekvation (2.9). Denna skillnad bottnar i en fundamental skillnad i förutsättningarna; medan ekvation (2.9) avser svagt kopplade system behandlar Zaborov kopplingen mellan

moder vars resonansfrekvenser ligger mycket nära varandra, alltså en typ av stark koppling. De båda betraktelsesätten utesluter inte varandra och vilken typ av koppling som dominerar får avgöras från fall till fall.

I det senaste av Zaborovs arbeten, där hänsyn även togs till longitudinalvågsvälten, blir beräkningarna komplicerade, och några explicita uttryck för knutpunktsdämpningen anges endast för ett specialfall.

Eftersom de exakta uttrycken för transmissionskoefficienten och därmed också för knutpunktsdämpningen är så komplicerade (utvärdering fordrar tillgång till dator), finns det ett starkt behov av förenklade metoder. För att få en uppskattning av noggrannheten hos dessa har vissa jämförelser gjorts med de exakta uttrycken. Som jämförelseobjekt har därvid valts den korsformade knutpunkten, där två av de ingående plattorna består av 15 cm betong och två av 7 cm lättbetong (volymvikt 500 kg/m^3), alla lika stora, se FIG. 3.

För transmissionen längs väg 1 fås följande samband mellan energitätheterna (för beteckningar, se FIG. 3):

$$E_3 = \frac{1}{\eta_3^{\text{tot}}} (E_1 \cdot \eta_{13} + E_1 \eta_{12} \eta_{23} \frac{1}{\eta_2^{\text{tot}}} + E_1 \cdot \eta_{14} \eta_{43} \frac{1}{\eta_4^{\text{tot}}}) \quad (2.11)$$

och för knutpunktsdämpningen gäller därför

$$K = 10 \cdot \log \eta_3^{\text{tot}} - 10 \cdot \log \left(\frac{2L_1}{\pi k_1 A_1} \gamma_{13} + 2 \frac{n_1}{n_2} \left(\frac{2L_1}{\pi k_1 A_1} \right)^2 \gamma_{12}^2 \frac{1}{\eta_2^{\text{tot}}} \right) \text{ dB} \quad (2.12)$$

Beräknade värden på knutpunktsdämpningen erhållna med hjälp av de olika uttrycken för transmissionsfaktorn framgår ur FIG. 4. För jämförelsens skull är även värden beräknade enligt Zaborov (1968) och Gösele (1968) inprickade. Vid beräkningarna har förutsatts en förlustfaktor på 1,5 % för lättbetongplattan och en på 5 % för betongplattan (empiriska värden).

På samma sätt har knutpunktsdämpningen mellan lättbetong och betong beräknats, se FIG. 5.

Som synes ur FIG. 4 och 5 är överensstämmelsen mellan de förenklade uttrycken och det exakta värdet tämligen dålig; de exakta uttrycken har däremot visat mycket god överensstämmelse med mätvärden, se Kihlman (1967a) och Ljunggren (1970). För fullständighetens skull återges ur sistnämnda arbetet en figur, som just visar denna goda överensstämmelse; här FIG. 6.

Det är naturligtvis vanskligt att draga generella slutsatser ur dessa båda jämförelser. Tyvärr är svårigheterna mycket stora när det gäller att utvidga jämförelserna eftersom ytterst få användbara mätvärden finns redovisade, och värden enligt den exakta teorin endast finns för den här undersökta knutpunkten förutom en knutpunkt där alla fyra ingående väggar består av 15 cm betong. Detta senare fall är emellertid inte lämpligt för jämförelser, eftersom de totala förlusterna då till en mycket stor del består av randförluster och därför knutpunktsdämpningen blir oberoende av variationer hos transmissionskoefficienterna. Man kan i själva verket lätt visa, att knutpunktsdämpningen i detta fall ges av

$$K = 10 \cdot \log N \quad \text{dB} \quad (2.13)$$

där N är antalet anslutande väggar till den energimottagande väggen.

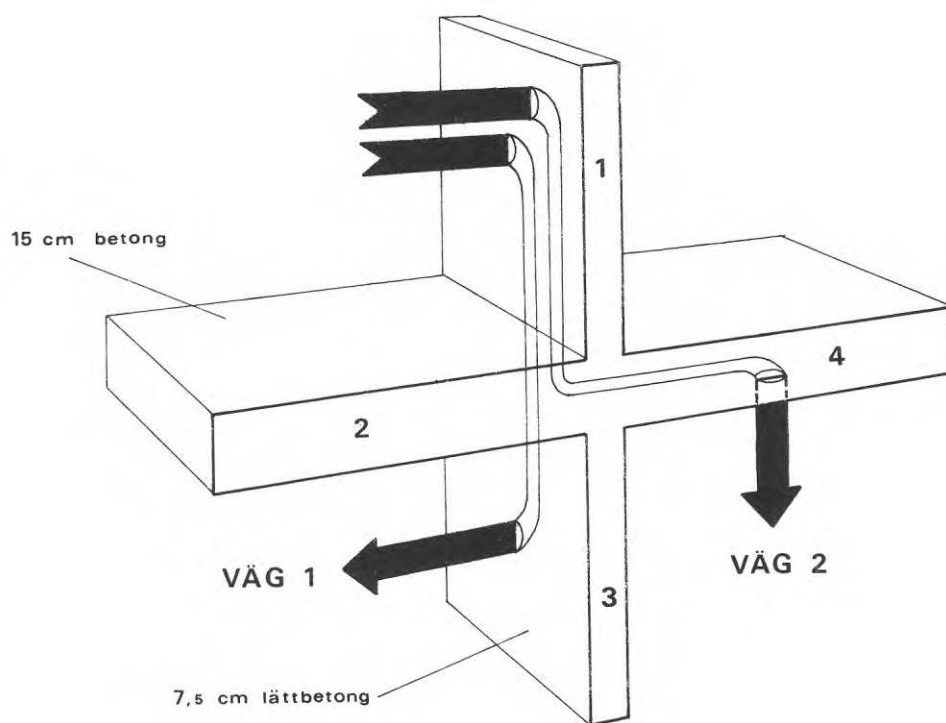
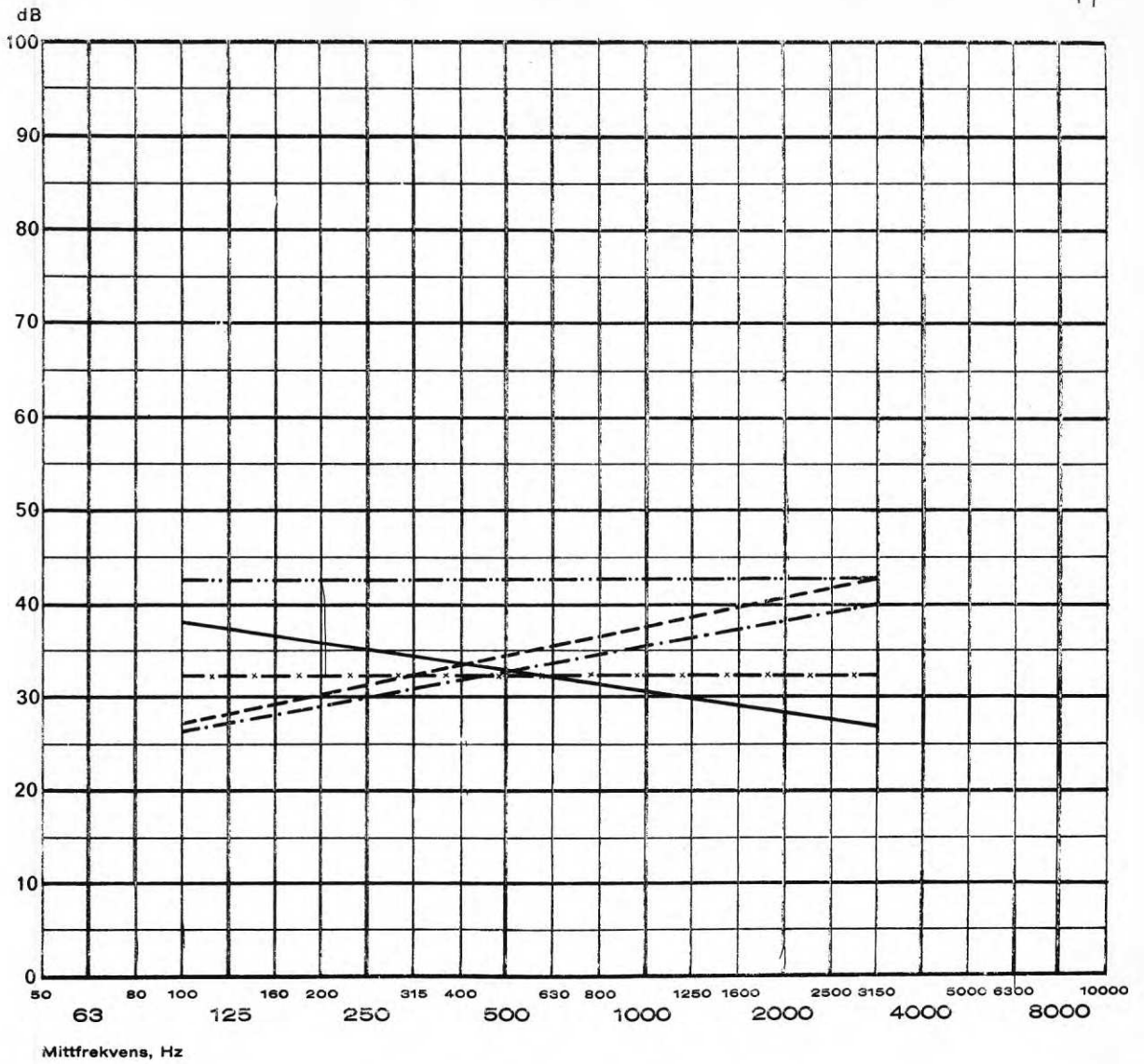


FIG. 3. Studerad knutpunkt av betong och lättbetong.



Beräknade värden på knutpunktsdämpningen enligt

- Kihlman
- Budrin & Nikiforov
- · - · - Cremer
- Zaborov
- x - x - Gösele

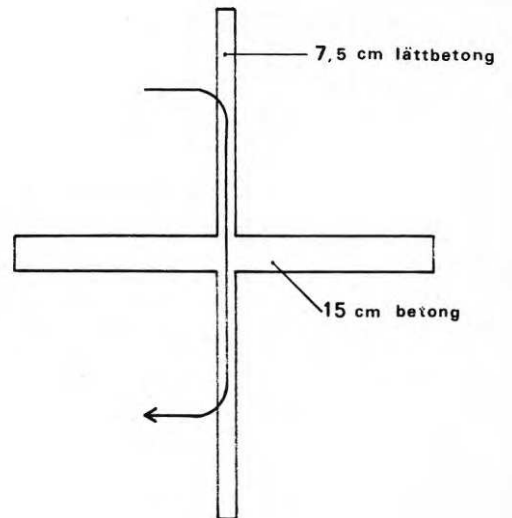
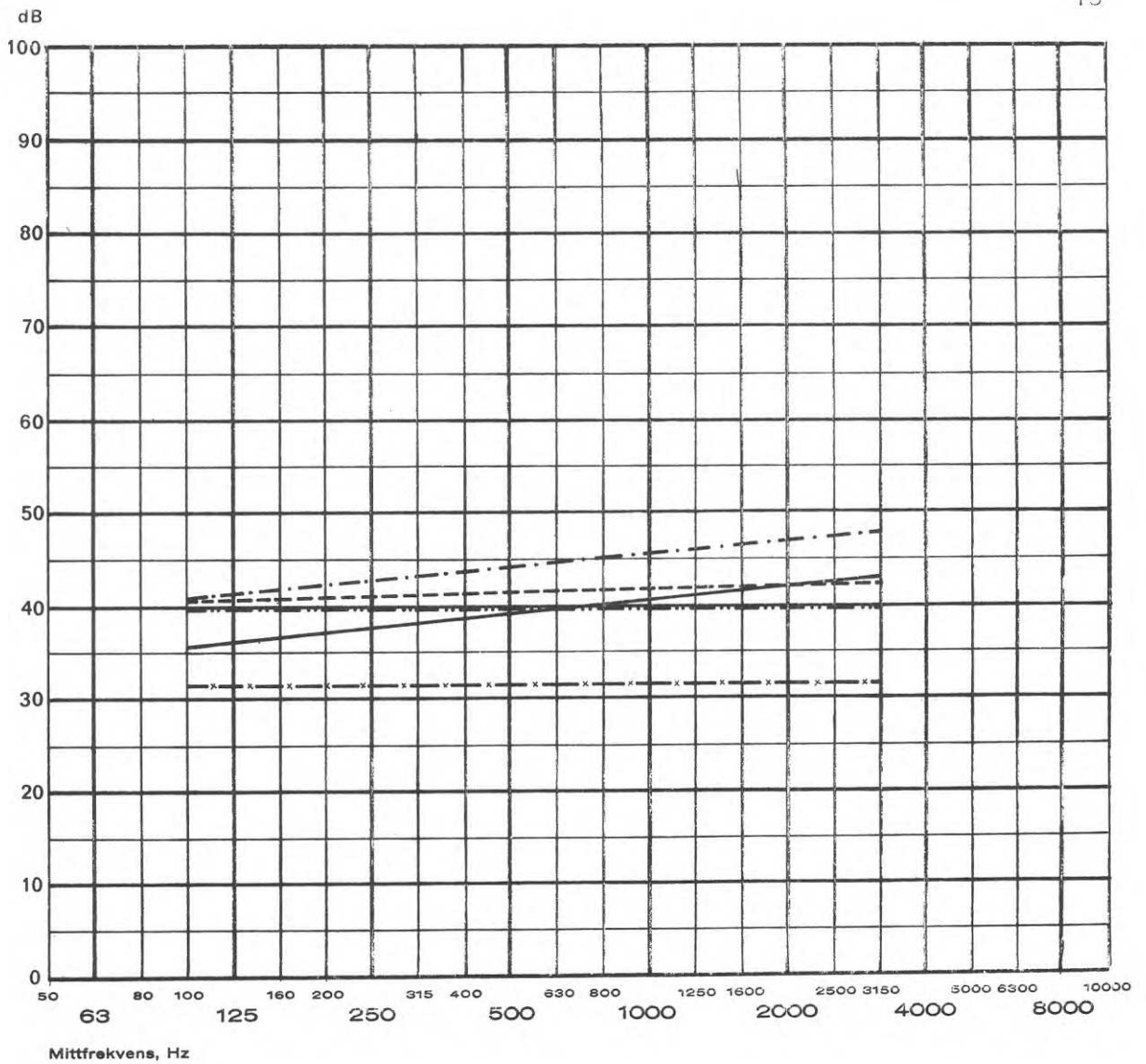


FIG. 4. Beräknade värden på knutpunktsdämpningen enligt olika författare.



Beräknade värden på
knutpunktsdämpningen enligt

- Kihlman
- - - Budrin & Nikiforov
- · - · Cremer
- · · Zaborov
- x - x - Gösele

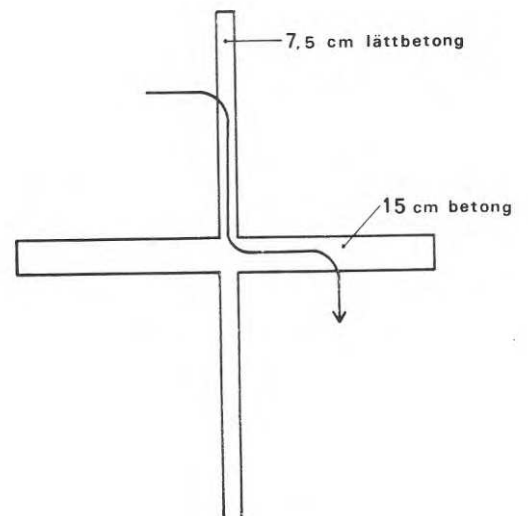
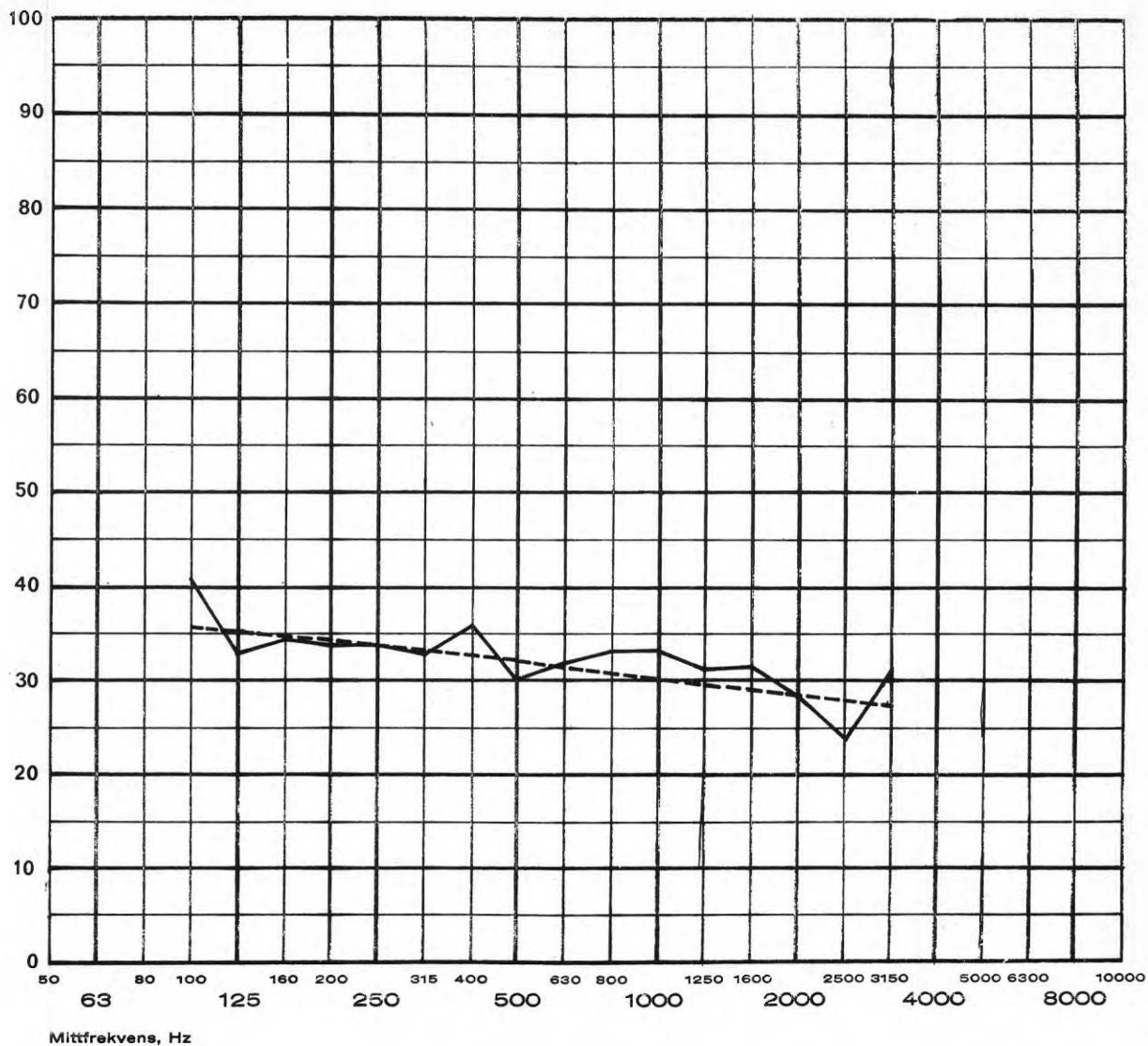


FIG. 5. Beräknade värden på knutpunktsdämpningen enligt olika författare.



- Uppmätt värde enl. Westerberg (1967)
- - - Teoretiskt värde enl. ekv. (2.12) och med δ enl. Kihlman (1967 a)

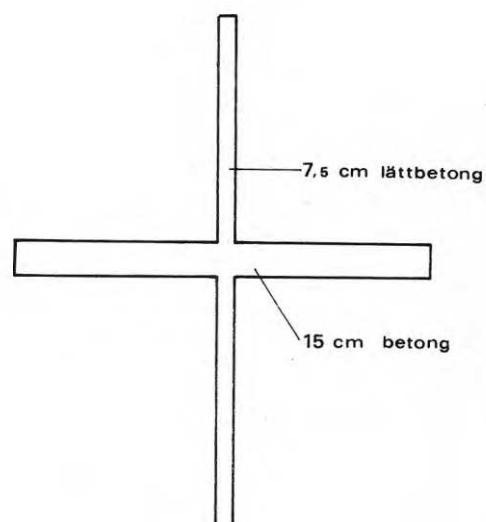


FIG. 6. Uppmätt och beräknat värde på knutpunktsdämpning.

3 KOPPLINGEN RUM — VÄGG ("REDUKTIONSTAL")

Det samband som vi här är primärt intresserade av, är kopplingen mellan ljudfältet i sändarrummet och det resonanta böjvågsvälvet i en omgivande vägg. För detta samband gäller i analogi med knutpunktsproblemet ekvation (2.2b) och man kan härleda följande uttryck för kopplingen

$$10 \cdot \log \frac{\langle p_n^2 \rangle}{\langle v_n^2 \rangle \cdot (\rho c)^2} = 10 \cdot \log \left(\frac{\eta_{\text{tot}}}{\eta_{\text{rad}}} \cdot \frac{mf^2}{\rho c \cdot f_c} \right) \text{ dB} \quad (3.1)$$

där

$$\eta_{\text{rad}} = \frac{R_{\text{rad}}}{\omega m A} \quad (3.2)$$

η_{rad} betecknar strålningsförlustfaktorn, R_{rad} strålningsresistansen, se Lyon & Maidanik (1962) samt Maidanik (1962).

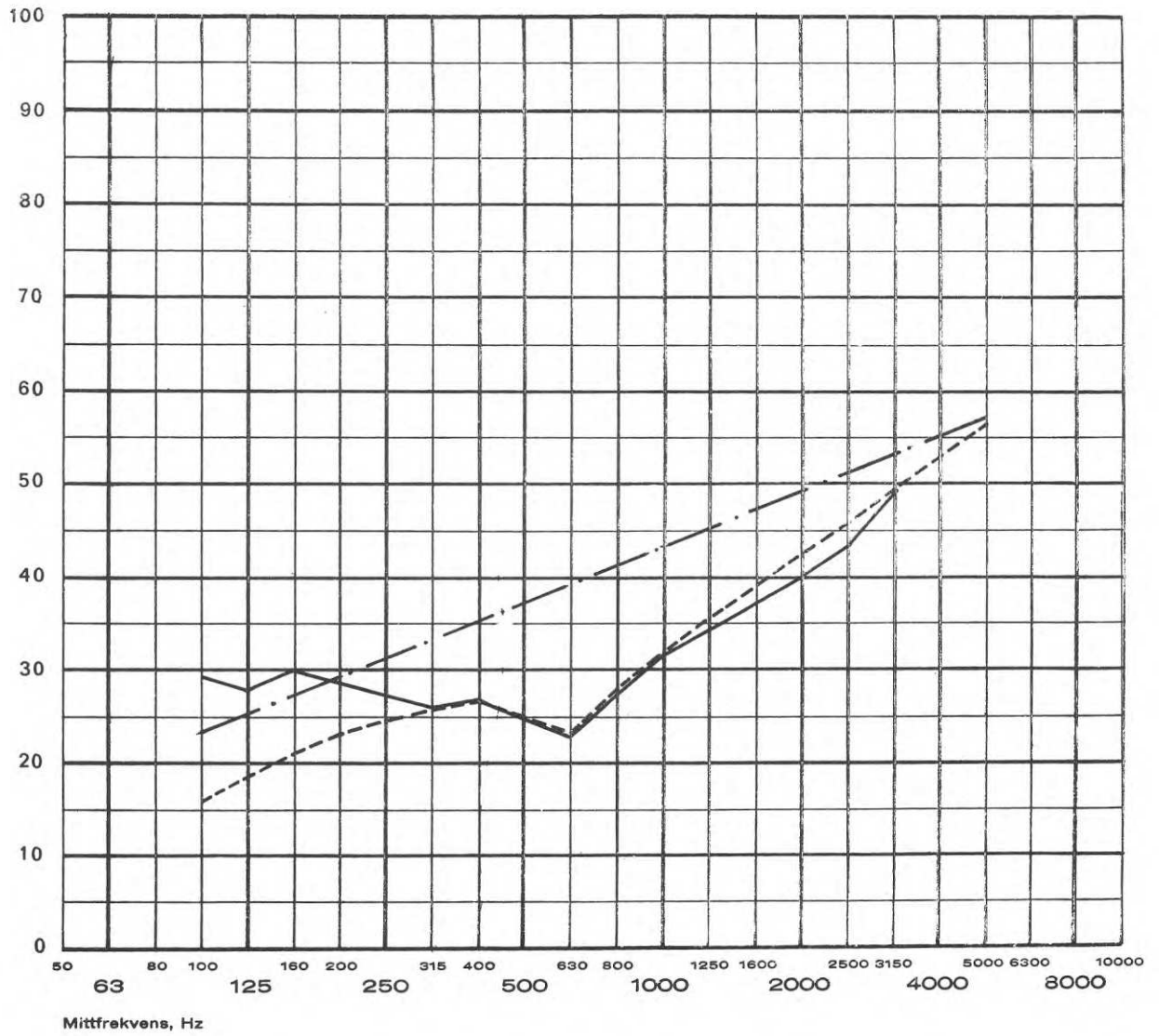
Vid frekvenser över koincidens stämmer uttrycket enligt ekvation (3.1) exakt överens med det uttryck för reduktionstalet, som tidigare givits av Heckl (1964). Någon överensstämmelse mellan ekvation (3.1) och det teoretiska uttrycket för reduktionstalet vid lägre frekvenser (den s.k. masslagen) finns däremot inte; något annat är inte heller att vänta, eftersom masslagen inte hänförs till det resonanta fältet i plattan.

Det är intressant att notera att kopplingen och därigenom också reduktionstalet enligt denna analys inte är oberoende av väggens dimensioner, eftersom strålningsförlustfaktorn är dimensionsberoende (reduktionstalet med avseende på de resonanta svängningarna erhålls ur kopplingen genom subtraktion av faktorn $10 \cdot \log(R_{\text{rad}}/A \cdot \rho c)$). I praktiken får väggens dimensioner störst inflytande på reduktionstalet i frekvensområdet omkring koincidens. Teoretiskt sett skall där väggens reduktionstal minska vid ökande väggstorlekar, ett förhållande som ofta observerats i praktiken.

Som tidigare nämnts är förhållandena under koincidens inte helt klarlagda vad gäller knutpunktsdämpningen. Kihlmans

(1967a) mätningar har dock gjort det troligt, att i detta fall det icke resonanta fältet har störst betydelse för energitransporten till de anslutande plattorna vid byggnadsakustiska konstruktioner. Det finns därför skäl för påståendet att kopplingen mellan rum och vägg bestäms av reduktionstalet, även om förhållandena långt ifrån är fullständigt utredda.

I FIG. 7 redovisas beräknade värden på kopplingen mellan rum och vägg för en 7 cm tjock lättbetongvägg. Vid beräkningarna har uppmätta värden på förlustfaktorn använts. För en jämförelse har också den uppmätta reduktionstalskurvan inprickats. Som synes ur figuren är hastighetsamplituden hos de resonanta svängningarna inom det betraktade frekvensintervallet alltid högre än amplituden hos de icke-resonanta svängningarna. Dessa senare blir dock bestämmande för ljudtransmissionen vid låga frekvenser, eftersom då strålningsresistansen är jämförelsevis liten.



Beräknat värde på R_n , jämfört med reduktionstalet

- R_n för 7 cm lättbetong (resonanta svängningar)
- · - · - R_n för 7 cm lättbetong (icke-resonanta svängningar)
- Uppmätt reduktionstal för 7 cm lättbetong

FIG. 7. Beräknat värde på kopplingsfaktorn R_n för 7 cm lättbetong jämfört med uppmätta värden på reduktionstalet.

4 KOPPLINGEN VÄGG — RUM (STRÄLNINGSDÄMPNING)

Den från en svängande väggs ena sida utstrålade effekten kan skrivas

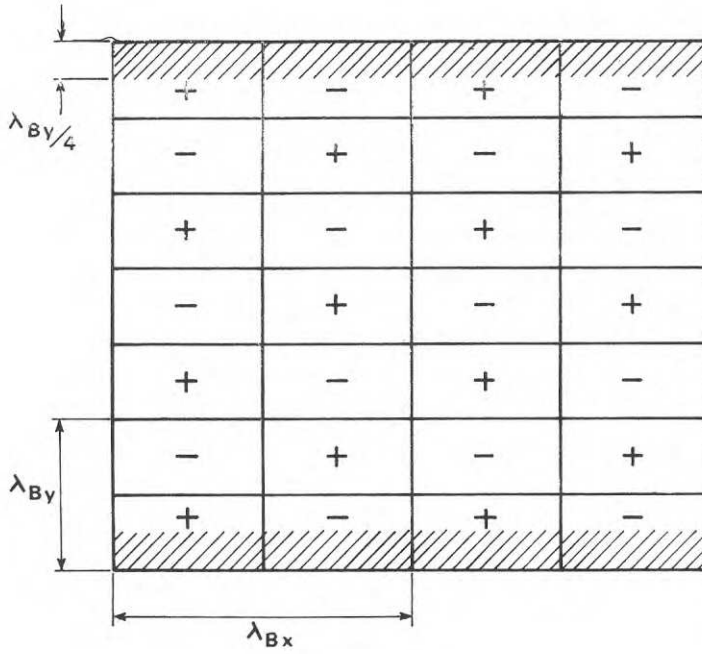
$$P = \langle v^2 \rangle \cdot R_{\text{rad}} \quad (4.1)$$

där $\langle v^2 \rangle$ betecknar ytmedelvärdet av kvadraten på väggens normalhastighet och R_{rad} strålningsresistansen [kg/s]. Maidanik (1962) har härlett ett uttryck på strålningsresistansen för bl.a. en skiva, momentfritt ansluten till en mycket stor baffel och kopplad till ett diffust ljudfält. Maidaniks analys visar, att vid frekvenser under koincidens, utstrålningen sker dels från s.k. kantmoder, dels från hörnmoder, dvs. de väsentligaste bidragen till ljudutstrålningen sker dels från kanterna, dels från hörnen, se FIG. 8.

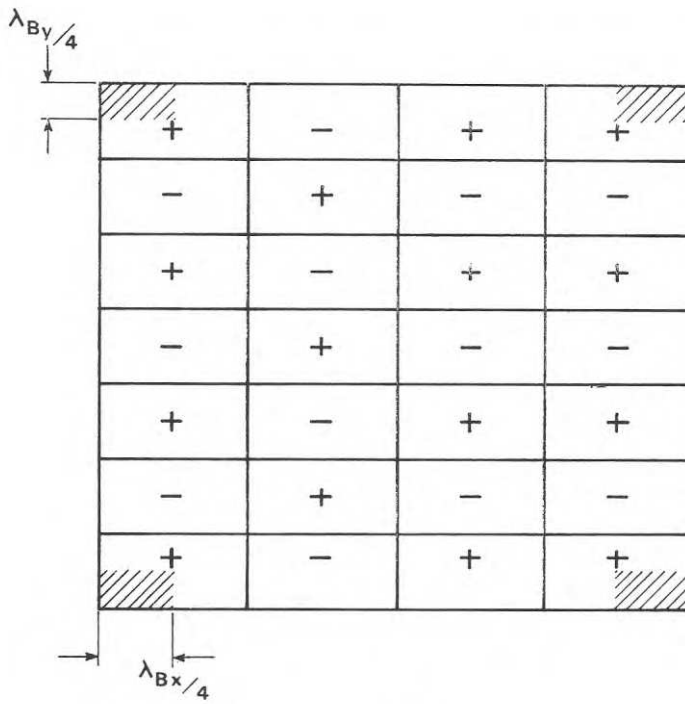
Förutsättningarna för Maidaniks analys är inte uppfyllda i det "byggnadsakustiska normalfallet", då en hel rumssida måste förutsättas svänga med ungefär samma amplitud. I stället för att vara ansluten till en oändlig baffel är här den strålade ytan inspänd till ortogonalt anslutande ljudreflekterande väggar, vilket måste förutsättas påverka strålningsresistansen.

Tyvärr synes det inte vara möjligt att direkt modifiera Maidaniks analys till att gälla detta akustiska normalfall. Försök har därför gjorts att direkt beräkna kopplingen mellan fälten i vägg och rum genom att direkt lösa de kopplade differentialekvationerna enligt den metod som angivits av Kihlman (1967b). Det visade sig emellertid, att kopplingen är kraftigt beroende av rumsdimensionerna och det har därför inte lyckats att på detta sätt nå fram till några generella resultat som skulle kunna användas för praktiskt arbete.

Det är dock möjligt att med ett förenklat betraktelsesätt göra en relevant uppskattning av strålningsresistansen. Som tidigare nämnts bestäms utstrålningen vid låga frekvenser av hörn- och kantmoder. På grund av den s.k. hydrodynamiska kort-



a.



b.

FIG. 8. Illustration till begreppen kantmoder och hörnmoder.

slutningen fås effektiv utstrålning endast från de yttersta fjärdedels våglängderna.

Vi behandlar först det fall som är skisserat i FIG. 8a. Den utstrålade effekten P i watt från den ena sidan av en yta med en endimensionell stående våg och inspänd i en mycket stor baffel kan enligt Maidanik (1962) skrivas

$$P = |v_0|^2 \frac{1}{8} \rho c k b^2 l \quad (4.2)$$

under förutsättning

$$b \ll \lambda \ll l \quad (4.3)$$

där b och l betecknar kantlängderna [m], $|v_0|$ maximal svängningshastighet hos ytan (toppvärde i tid och rum), ρc luftens karakteristiska impedans samt $k = 2\pi/\lambda$ där λ är våglängden i luft [m].

Sambandet mellan ytans topphastighet och effektiva medelhastighet (RMS i tid och rum) kan skrivas

$$|v_0|^2 = \frac{32}{\pi^2} \cdot \langle v_m^2 \rangle \quad (4.4)$$

Genom utnyttjande av det konventionella speglingsförfarandet kan nu den utstrålade effekten från den kantmod, som skisserats i FIG. 8a skrivas

$$P = \frac{1}{2} \cdot \frac{32}{\pi^2} \cdot \langle v_m^2 \rangle \cdot \frac{1}{8} \rho c k \left(\frac{\lambda_{Bx}}{2} \right)^2 \cdot 2 \cdot l \quad (4.5)$$

där λ_{Bx} betecknar böjvåglängden i plattan. Strålningsresistansen blir således för denna mod

$$R_{\text{rad}}^y = 4\rho c k \frac{1}{k_{Bx}^2} \quad (4.6)$$

Motsvarande uttryck gäller naturligtvis för utstrålningen längs de båda andra kanterna.

För en liten rektangulär yta svängande i sin (1.1)-mod gäller analogt med ekvation (4.2)

$$P = \frac{1}{\pi^3} \cdot \rho c k^2 (ab)^2 (v_0)^2 \quad (4.7)$$

där a och b är ytans kantlängder och

$$a, b \ll \lambda \quad (4.8)$$

Strålningsresistansen för en hörnmod blir därför

$$R_{\text{rad}}^{\text{xy}} = \frac{32\rho c}{\pi} \cdot \frac{k^2}{k_{\text{Bx}}^2 k_{\text{By}}^2} \quad (4.9)$$

Omformningen av strålningsresistanser för olika modtyper till en integrerad resistans för ett diffust fält har tidigare diskuterats av Maidanik (1962). Genom att applicera Maidaniks teknik på detta fall får vi

$$R_{\text{rad}} = \rho c \left\{ \frac{32}{\pi^4} \lambda_g \lambda \cdot \frac{g(1-2f/f_g)}{\sqrt{1-f/f_g}} + \frac{2}{\pi^2} \cdot \lambda_g O \sqrt{\frac{f/f_g}{1-f/f_g}} \right\} \quad (4.10)$$

förutsatt att $f \ll f_g$

I ekvation (4.10) betecknar

$$g(1-f/f_g) = \begin{cases} 1-2f/f_g & \text{för } f < f_g/2 \\ 0 & \text{för } f \geq f_g/2 \end{cases} \quad (4.11)$$

λ_g våglängden vid den kritiska frekvensen, f frekvensen,
 f_g kritiska frekvensen samt O ytans omkrets.

För frekvenser vid och över koincidens bestäms utstrålningen av ytmoder, varför Maidaniks värden kan användas. För fullständighetens skull upprepas dessa här

$$R_{\text{rad}} = A\rho c \cdot \left(\sqrt{\frac{l}{\lambda_g}} + \sqrt{\frac{h}{\lambda_g}} \right) \quad \text{för } f = f_g \quad (4.12)$$

$$R_{\text{rad}} = A\rho c \sqrt{\frac{1}{1-f_g/f}} \quad \text{för } f > f_g \quad (4.13)$$

där l och h betecknar ytans kantlängder och A dess area. Vid de vanliga byggnadsakustiska tillämpningarna är man främst intresserad av tämligen breda frekvensband, varför man approximativt kan skriva

$$R_{\text{rad}} = A\rho c \quad \text{för } f \gg f_g \quad (4.14)$$

Utstrålningen från en vägg brukar ofta beskrivas i begreppet strålningsdämpning. Sambandet mellan strålningsdämpningen S och strålningsresistansen R_{rad} kan skrivas

$$S = -10 \cdot \log \frac{R_{\text{rad}}}{A\rho c} \quad \text{dB} \quad (4.15)$$

varför

$$S = -10 \cdot \log \left(\frac{32}{\pi^4} \cdot \frac{\lambda_g \lambda}{A} \cdot \frac{g(1-2f/f_g)}{\sqrt{1-f/f_g}} + \frac{2}{\pi^2} \cdot \frac{\lambda_g O}{A} \sqrt{\frac{f/f_g}{1-f/f_g}} \right) \text{dB} \quad \text{för } f < f_g \quad (4.16)$$

$$S = 0 \quad \text{för } f \geq f_g \quad (4.17)$$

Dessa uttryck för strålningsdämpningen har jämförts med mätvärden för 7 cm tjocka lättbetongväggar, publicerade av Kihlman (1961), se FIG. 9. Överensstämmelsen är som synes utmärkt.

Några fler representativa mätvärden än dessa är inte kända.

5 JÄMFÖRELSE MELLAN BERÄKNADE OCH UPPMÄTTA VIBRATIONS- AMPLITUDER HOS MOTTAGARRUMMETS VÄGGAR

I praktiken kan man inte särskilja den inbördes betydelsen av de flanktransmissionsvägar som leder till samma vägg i mottagarrummet. Således sammansätts fältet i exempelvis vägg 3 i FIG. 10 av bidragen från vägg 1 och vägg 2.

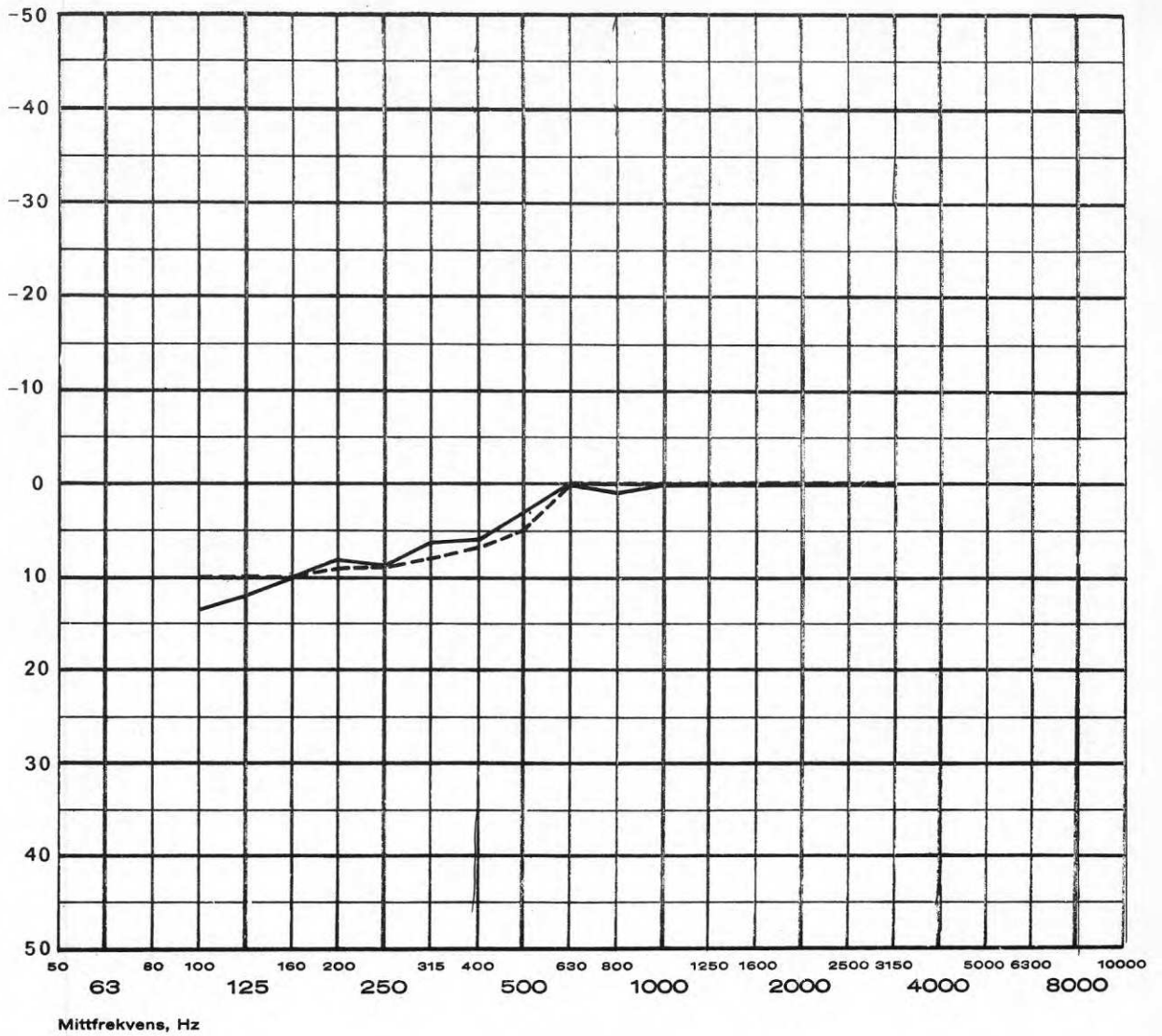
För att beskriva isoleringen hos en flankerande vägg i mottagarrummet inför vi en faktor D_n där

$$D_n = 10 \cdot \log \frac{\langle p_s^2 \rangle}{\langle v_n^2 \rangle 4(\rho c)^2}$$

där $\langle v_n^2 \rangle$ är medelvärdet av väggens normalhastighet och $\langle p_s^2 \rangle$ medelvärdet av ljudtrycket i sändarrummet (faktorn D_n skiljer sig från det välkända delisoleringsbegreppet genom att den inte innefattar inverkan av väggens area och strålningsfaktor).

En jämförelse har gjorts mellan uppmätta och beräknade värden på D_n för det fall som skisserats i FIG. 9. För beräkningarna har uppmätta värden på reduktionstalen använts, medan knutpunktsdämpningen beräknats enligt ekvation (2.9) och med Kihlmans (1967a) värden på transmissionskoefficienterna. Som synes ur FIG. 10 är överensstämmelsen mellan beräknade och uppmätta värden tämligen dålig; de uppmätta värdena är genomgående lägre än de beräknade.

Tyvärr har det inte varit möjligt att utsträcka jämförelsen till att även innefatta teoretiska värden för stark koppling enligt Zaborov (1970), eftersom Zaborov ej anger något explicit uttryck för den korsformade knutpunkten. Man kan dock inte utesluta den möjligheten att skillnaden mellan uppmätta och beräknade värden beror på inverkan av starkt kopplade moder.



- - - - - Beräknade värden på strålningsdämpningen enl. ekv. (4.16) och (4.17).
 ——— Uppmätta värden enl. Kihiman (1961).

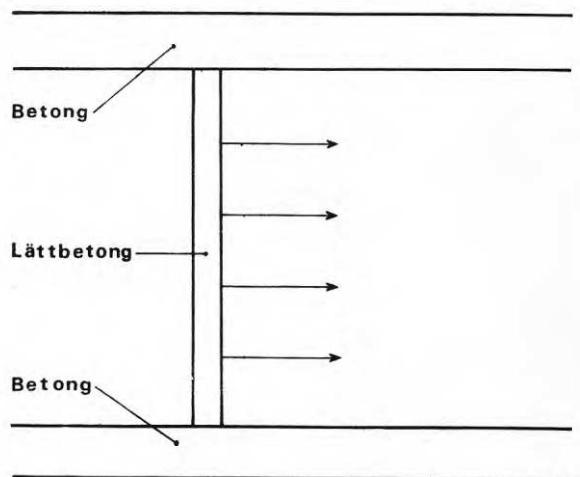
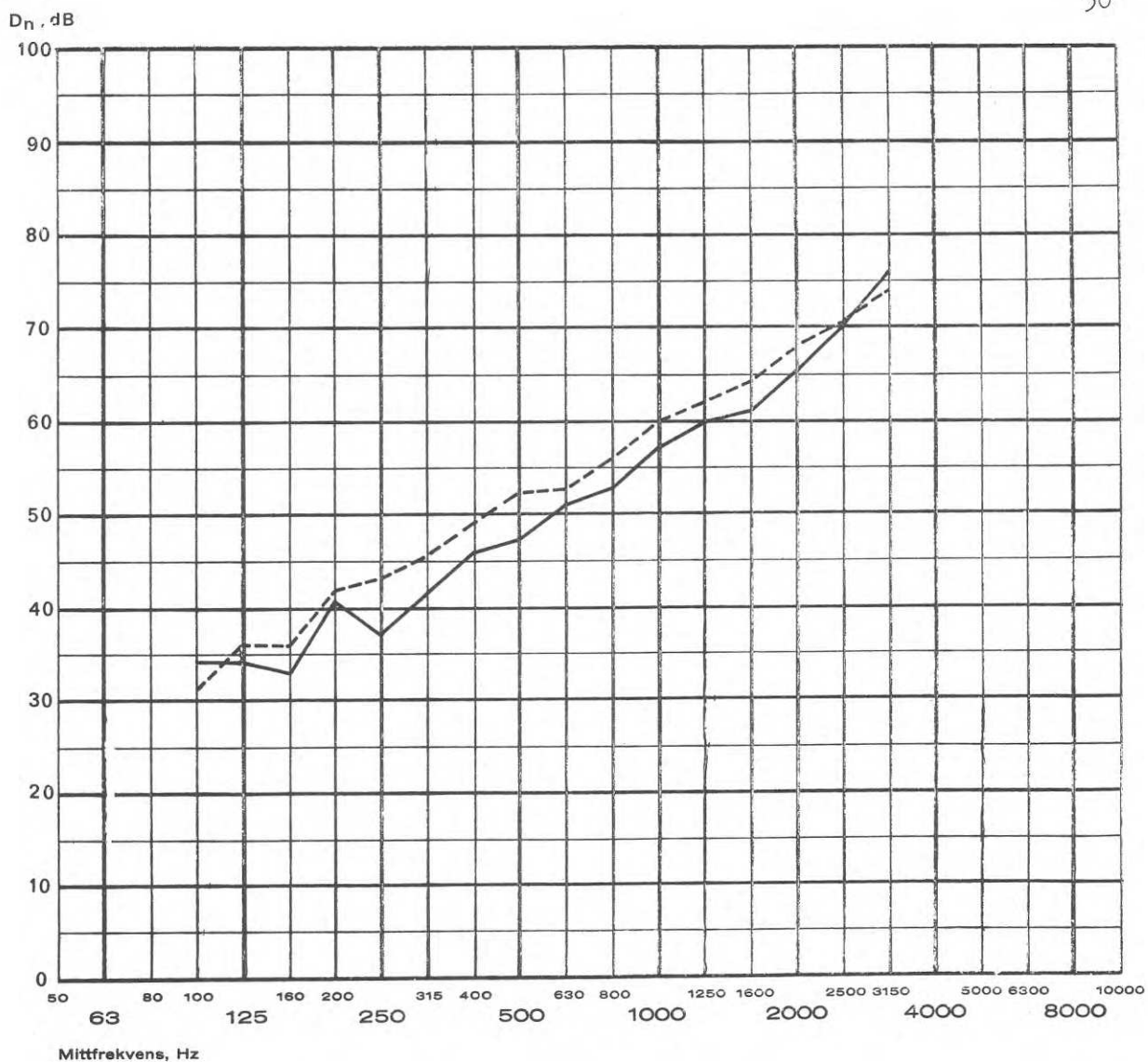


FIG. 9. Beräknade värden på strålningsdämpningen hos 7 cm lättbetong jämfört med mätvärden.



— Uppmätt värde
(medelvärde av
4 objekt)

- - - Teoretiskt värde

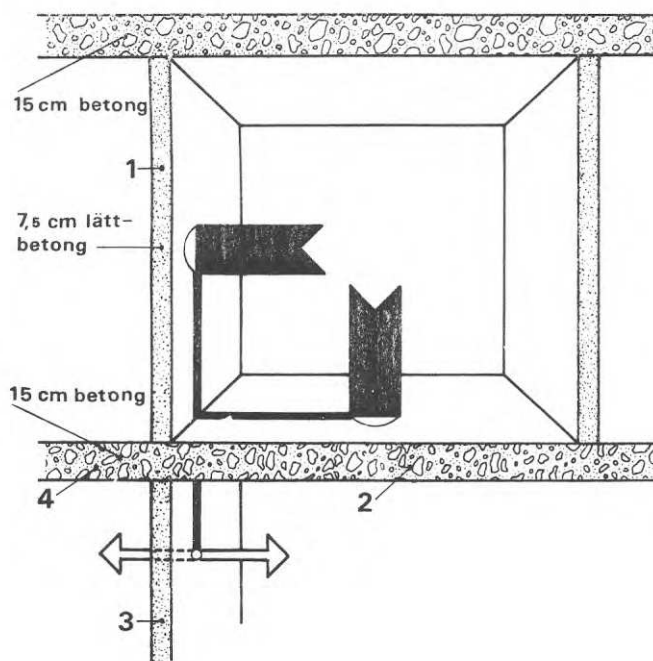


FIG. 10. Uppmätta vibrationsnivåer jämfört med beräknade värden.

REFERENSER

Budrin, S V & Nikiforov, A S, 1964, Wave transmission through assorted plate joints. Soviet Physics - Acoustics, 2 (1964) p 333 - 336.

Cremer, L L, 1950, Propagation of structure-borne sound. (Dept. Sci. Ind. Res.) Rep. No. 1, ser B.

Cremer, L L & Heckl, M, 1967, Körperschall. (Springer-Verlag.) Berlin, Heidelberg, New York.

Gösele, K, 1954, Der Einfluss der Hauskonstruktion auf die Schall-Längsleitung bei Bauten. Ges.-Ing., 75 (1954) p 282 - 290.

Gösele, K, 1968, Untersuchung zur Schall-Längsleitung in Bauten. Berichte aus der Bauforschung, Heft 56, p 23 - 35.

Heckl, M, 1962, Measurements of Absorption Coefficients on Plates. J. ac. Soc. Am. 34 (1962) p 803 - 808.

Heckl, M, 1964, Einige Anwendungen des Reziprozitätsprinzips in der Akustik. Frequenz, 18 (1964) p 299 - 304.

Ingemansson, S, 1967, Beräkning av ljudisoleringen i en byggnad. (Ingemanssons Ingenjörbyrå AB.) Göteborg. Rapport H-1786-C. (Opublicerad stencil.)

Ingemansson, S, 1970, Calculation of sound insulation in a building. (National Swedish Institute for Building Research.) Doc. D3:1970.

Kihlman, T, 1961, Flanktransmissionens inverkan på rumsisoleringen mot luftljud. Chalmers Tekniska Högskolas handlingar nr 254.

Kihlman, T, 1967a, Transmission of Structure-Borne Sound in Buildings. (National Swedish Institute for Building Research.) Report 9:1967.

Kihlman, T, 1967b, Sound Radiation into a Rectangular Room. Applications to Airborne Sound Transmission in Buildings. *Acustica*, 18 (1967) p 11 - 20.

Ljunggren, S, 1970, Teoretisk modell för fältreduktionstalet. Ingår i Ljudklimat (Statens Institut för Byggnadsforskning.) Rapport R36:1970, p 36-43.

Lyon, R H & Eichler, E, 1964, Random vibration of connected structures. *J. ac. Soc. Am.* 36 (1964) p 1344 - 1354.

Lyon, R H & Maidanik, G, 1962, Power flow between linearly coupled oscillators. *J. ac. Soc. Am.* 34 (1962), p 623 - 639.

Lyon, R H & Scharton, 1965, Vibrational-energy transmission in a three-element structure. *J. ac. Soc. Am.* 38 (1965) p 253 - 261.

Maidanik, G, 1962, Response of ribbed panels to reverberant acoustic fields. *J. ac. Soc. Am.* 34 (1962) p 809 - 826.

Ungar, E E & Scharton, T D, 1967, Analysis of vibration distributions in complex structures. *Shock Vibr. Bull.* 36, Pt. 5 (1966) p 41 - 53.

Westerberg, G, 1967, Laboratoriemätning av knutpunktsdämpning vid 160 mm betongbjälklag för väggar av 70 mm lättbetongelement. (Inst. för byggnadsakustik, KTH.) Stockholm. Rapport 67010.

Zaborov, V I, 1968, Indirect paths of sound propagation in buildings. *Sov. Phys. Acoust.* 13 (1968) p 488 - 490.

Zaborov, V I, 1970, Calculation of sound insulation of barrier constructions in buildings with regard to flanking transmission. *J. Sound Vibr.* 11 (1970) p 263 - 274.

R25: 1971

Denna rapport avser anslag nr C 378:2 från Statens råd för byggnadsforskning till civilingenjör Stig Ingemansson, Göteborg

Distribution: Svensk Byggtjänst, Box 1403, 111 84 Stockholm

Grupp: byggnadsprojektering

Pris: 10 kronor