



Det här verket har digitaliserats vid Göteborgs universitetsbibliotek och är fritt att använda. Alla tryckta texter är OCR-tolkade till maskinläsbar text. Det betyder att du kan söka och kopiera texten från dokumentet. Vissa äldre dokument med dåligt tryck kan vara svåra att OCR-tolka korrekt vilket medför att den OCR-tolkade texten kan innehålla fel och därför bör man visuellt jämföra med verkets bilder för att avgöra vad som är riktigt.

This work has been digitized at Gothenburg University Library and is free to use. All printed texts have been OCR-processed and converted to machine readable text. This means that you can search and copy text from the document. Some early printed books are hard to OCR-process correctly and the text may contain errors, so one should always visually compare it with the images to determine what is correct.



Rapport

R129:1982

Maskinfundament

**Nya synpunkter på konstruktion
av massiva fundament**

David Weiner

INSTITUTET FÖR BYGGDOKUMENTATION	
År	
Plac	802

R
ANT

Byggforskningsrådet

R129:1982

MASKINFUNDAMENT

Nya synpunkter på konstruktion
av massiva fundament

David Weiner

Denna rapport hänför sig till forskningsanslag
780001-6 från Statens råd för byggnadsforskning
till Inst. för jord- och bergmekanik, KTH,
Stockholm.

INSTITUTET FÖR
BYGGDOKUMENTATION

I Byggforskningsrådets rapportserie redovisar forskaren sitt anslagsprojekt. Publiceringen innebär inte att rådet tagit ställning till åsikter, slutsatser och resultat.

R129:1982

ISBN 91-540-3824-3
Statens råd för byggnadsforskning, Stockholm
LiberTryck Stockholm 1982

INNEHÅLL

BETECKNINGAR	5	
FÖRORD	9	
SAMMANFATTNING	11	
1	INLEDNING	13
1.1	Problemet	13
1.2	Historik	14
1.3	Projektets bakgrund	15
2	DYNAMIK – GRUNDLÄGGANDE BEGREPP	17
2.1	Allmänt om svängningar	17
2.2	Harmonisk svängning	20
2.3	Fri odämpad svängning	24
2.4	Fri dämpad svängning	27
2.5	Tvungen odämpad svängning	33
2.6	Tvungen dämpad svängning	35
3	BLOCKFUNDAMENT, BERÄKNINGSMODELL	39
3.1	Fundamenttyper	39
3.2	Problemställning	41
3.3	Svängningsberäkning	42
4	DYNAMISK LAST	49
4.1	Allmänt	49
4.2	Centrifugalkrafter	51
4.3	Fram- och återgående krafter	54
5	JORD SOM FJÄDRANDE UNDERLAG	62
5.1	Dynamiska styvheter	62
5.2	Elasticitetsteoretiska samband och vågutbredning	69
5.3	Skjuvmodulen G	80
5.4	Dynamiska bäddmoduler	85
5.5	Sammanfattning	98
6	JORD SOM DÄMPANDE UNDERLAG	103
6.1	Allmänt	103
6.2	Materialdämpning	105
6.3	Geometrisk dämpning	107
6.4	Systemdämpning	109
6.5	Sammanfattning	114
7	SVÄNGNINGAR AV BLOCKFUNDAMENT	118
7.1	Fri odämpad svängning	118
7.2	Tvungen odämpad svängning	127
7.3	Dämpad svängning	132
7.4	Sammanfattning	138
8	NORMER OCH BERÄKNINGSANVISNINGAR	142
8.1	Allmänt	142
8.2	Svängningskriterier	143
8.3	Beräkningsanvisningar	144
9	OFÖRUTSEDDA MASSTRÖGHETSKRAFTER	148
9.1	Allmänt	148
9.2	Ett praktikfall	149
9.3	Slutsatser	153

10	FUNDAMENT FÖR VERKTYGSMASKINER	155
10.1	Allmänt	155
10.2	Val av fundamenttyp	158
10.3	Slutsatser	160
11	ÄNDAMÅLSENLIG UTFORMNING AV FUNDAMENT	161
11.1	Allmänt	161
11.2	Modellförsök	164
11.3	Bestämning av dynamiska styvheter med FEM-analysen	168
11.4	Slutsatser	172
12	VÄXELVERKAN MELLAN MASKINFUNDAMENT	175
12.1	Allmänt	175
12.2	Utbredning av vibrationer i under- grunden	178
12.3	Utbredning av vibrationer i omgiv- ning av maskinfundament	182
12.4	Approximativ beräkningsmetod	184
12.5	Empirisk nomogrammetod	187
12.6	Svävning	190
13	SAMVERKAN MELLAN MASKINFUNDAMENT OCH BYGGNAD	193
13.1	Allmänt	193
13.2	Dilatationsfogar	194
13.3	Ett praktikfall	197
13.4	Slutsatser	208
14	VIBRATIONERS INVERKAN PÅ MÄNNISKAN	210
14.1	Allmänt	210
14.2	Svensk standard SS ISO 2631	212
14.3	Infraljud	216
14.4	Slutsatser	217
15	BERÄKNINGSEXEMPEL	218
15.1	Modellfundament - bestämning av dyna- miska parametrar	218
15.2	Lågt avstämt fundament - svängnings- beräkning	221
15.3	Högt avstämt fundament - svängnings- beräkning	224
15.4	Växelverkan mellan ramsågfundament	234
15.5	Placering av vibrationskänslig ut- rustning	235
15.6	Vibrationers inverkan på människor	236
16	FÄLTMÄTNINGAR, UTRUSTNING OCH METODER	237
16.1	Allmänt	237
16.2	Excitering av vibrationer	240
16.3	Mät- och analysutrustning	244
16.4	Modellförsök (se kapitel 11)	252
16.5	Växelverkan mellan maskinfundament (se kapitel 12)	257
16.6	Samverkan maskinfundament-byggnad (se kapitel 13)	259
17	LITTERATUR	262

BETECKNINGAR

A	konstant
A	amplitud
A	fundamentsulans area
A_r	amplitud på avstånd r från fundamentet
a_i	acceleration i i-riktning
a_{rms}	acceleration effektivvärdet
\hat{a}	acceleration topp-till-topp-värdet
B	fundamentets bredd
B_x	masskvot för horisontell svängning
B_z	masskvot för vertikal svängning
E_ψ	masskvot för vridsvängning
B_ψ	masskvot för rotationssvängning
b	masskvot
C	karaktäristika hos kornen
C_d	dynamisk bäddmodul
C_s	statisk bäddmodul
C_x, C_y	dynamiska bäddmoduler i horisontalled
C_z	dynamisk bäddmodul i vertikalled
C_φ	dynamisk bäddmodul vid vridning kring horisontell axel
C_ψ	dynamisk bäddmodul vid rotation kring vertikal axel
c	linjär viskös dämpkoefficient
c_c	kritisk viskös dämpning
c_x, c_y	ekvivalenta dämpkoefficienter i horisontalled
c_z	ekvivalent dämpkoefficient i vertikalled
c_φ	ekvivalent dämpkoefficient vid vridning kring horisontell axel
c_ψ	ekvivalent dämpkoefficient vid rotation kring vertikal axel
\bar{c}	effektiv kohesion
D	dämpkvot
D_g	dämpkvot vid geometrisk dämpning
D_m	dämpkvot vid materialdämpning
D_x, D_y	dämpkvoter vid horisontella svängningsrörelser
D_z	dämpkvot vid vertikal svängningsrörelse
D_φ	dämpkvot vid pendelsvängningsrörelse
D_ψ	dämpkvot vid rotationsvängningsrörelse

E	elasticitetsmodul
E_d	dynamisk elasticitetsmodul
e	avståndet från tyngdpunkten
e	portal
F	återföringskraft
F_D	dämpkraft
f	frekvens
f_o	egenfrekvens
f_s	frekvens hos svävning
G	skjuvmodul
G_r	rotorns tyngd, tab. 4:1
g	tyngdkraftens acceleration
H	vibrationshistoria, ekv. 5:27
H	grundläggningsdjupet
h_f	höjd av fundament
I	yttröghetsmoment
I_L	flytindex
I_P	plasticitetsindex, tab. 5.8
I_P	polärt tröghetsmoment
J	masströghetsmoment
K	empirisk plasticitetskonstant, tab. 5.8, ekv. 5:34a
K	kompressionsmodul, ekv. 5:17
K_o	vilojordtryckskoefficient
k	fjäderkonstant
k	dynamisk styvhet
k_x, k_y	dynamisk styvhet i horisontalled
k_z	dynamisk styvhet, vertikalled
k_ϕ	dynamisk styvhet vid vridning kring hori- sontell axel
k_ψ	dynamisk styvhet vid rotation kring verti- kal axel
L	fundamentets längd
L	våglängd, ekv. 5:23
M	moment
M_o	momentamplitud för periodisk belastning
$M_\phi(t)$	tidsberoende störande vridmoment kring horisontell axel
$M_\psi(t)$	tidsberoende störande rotationsmoment kring vertikal axel
m	massa
n	varvtalet per minut

OCR	överkonsolideringskvoten
P	kraft
P^I	1:a ordningens kraft
P^{II}	2:a ordningens kraft
P_o	kraftamplitud för periodisk belastning
$P(t)$	tidsberoende kraft
$P_x(t), P_y(t)$	tidsberoende kraft i horisontalled
$P_z(t)$	tidsberoende kraft i vertikalled
p	kontakttryck
p_d	dynamiskt kontakttryck
p_s	statiskt kontakttryck
Q	tyngd
q	kontakttryck
R	jordens struktur
RPM, rpm	varv per minut (eng. "revolutions per min.")
RMS, rms	effektivvärdet (eng. "root mean square values")
r	avståndet från kroppens tyngdpunkt till rotationscentrum
r_o	radius hos en cirkulärplatta
S	fundamentsulans omkrets
s	vattenmättnadsgrad
s, \dot{s} , \ddot{s}	förskjutning, hastighet och acceleration i s-riktning
T	period, svängningstid
T_s	perioden hos svävning
t	tid
u, v, w	förskjutning i x-, y- och z-riktningar, ekv. 5:10, 5:18
v_i	hastighet i i-riktning
\hat{v}	hastighet i topp-till-topp-värde
v_p	hastighet hos dilatationsvågen (P-vågen)
v_R	hastighet hos Rayleighvågen (R-vågen)
v_s	hastighet hos rotationsvågen (S-vågen)
x, y, z	koordinater
x, \dot{x} , \ddot{x}	förskjutning, hastighet och acceleration i x-riktning (horisontal)
z, \dot{z} , \ddot{z}	förskjutning, hastighet och acceleration i z-riktning (vertikal)
z_o	vertikal förskjutning pga. tyngden Q
α	vinkel
α_a	absorptionskoefficient
α_k	koefficient i ekv. 11:3

α_x	koefficient för växelverkan mellan maskin-fundament, figur 12.10
α_z	koefficient för växelverkan mellan maskin-fundament, figur 12.9
β	koefficient i ekv. 5:49 och 5:50
$\beta_x, \beta_z, \beta_\varphi$	koefficienter i tab. 5.2 och figur 5.2
$\beta'_x, \beta'_z, \beta'_\varphi$	koefficienter i tab. 5.10 och ekv. 5:53-5:55
γ_{ij}	skjuvdeformation i j-riktning
γ_r	referensdeformation
δ	logaritmiskt dekrement
δ_d	dynamisk deformation
δ_s	statisk deformation
ϵ_i	deformation i i-riktning
$\bar{\epsilon}$	volymdeformation ($\bar{\epsilon} = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z$)
ζ_0	koefficient i ekv. 7:62 och figur 7.11
η	avstämningskoefficient ($n = \omega : \omega_0 = f : f_0$)
λ	Lamés konstant
μ	dynamisk förstöringsfaktor
ν	kontraktionstal
ξ	förhållandet $\omega_{ox}^2 : \omega_{\phi\psi}$ hos pendelsvängningen
ρ	jords skrymdensitet
σ_i	normalspänning i i-riktning
$\bar{\sigma}$	medelspänning
$\bar{\sigma}_0$	effektiv medelspänning
τ_{ij}	skjuvspänning i j-riktning
τ_0	initialskjuvspänning
ϕ	inre friktionsvinkel
$\bar{\phi}$	effektiv inre friktionsvinkel
ϕ_x, ϕ_z	dämpmodul vid horisontell och vertikal svängningsrörelse
ϕ_φ, ϕ_ψ	dämpmodul vid vrid- och rotationsvängningsrörelse
φ	vridningsvinkel, fasvinkel
$\dot{\varphi}, \ddot{\varphi}$	vridningshastighet och -acceleration
ω	vinkelfrekvens
ω_0	egenvinkelfrekvens
ω_d	dämpad egenvinkelfrekvens
ω_{ox}, ω_{oz}	egenvinkelfrekvenser hos horisontell och vertikal svängning
$\omega_{\phi\varphi}, \omega_{\phi\psi}$	egenvinkelfrekvenser hos vrid- och rotationssvängning
ω_s	vinkelfrekvens hos svävning
∇^2	Laplace operator

FÖRORD

Den primära målsättningen med denna skrift har varit att redovisa resultat från ett forskningsprojekt, som behandlar dels "Växelverkan mellan maskinfundament", dels "Ändamålsenlig utformning av maskinfundament".

Då förkunskaperna på detta komplexa område synes vara högst varierande även bland fackfolk har det ansetts lämpligt att komplettera skriften med viss teoretisk bakgrund, beräkningsexempel och praktikfall. Härigenom kan skriften mera allmänt användas som handbok av den praktiskt verksamme ingenjören, vid projektering och dimensionering av massiva fundament för maskiner med stationära, periodiska krafter.

Denna skrift kan betraktas som en syntes av författarens mångåriga konsultverksamhet som konstruktör av industri- anläggningar och kraftverk samt forsknings- och utvecklingsarbete på maskinfundamentområdet.

Forskningsprojektet har finansierats med anslag 780001-6 från Byggforskningsrådet, som i början av 70-talet initierade och i övrigt stött maskinfundamentforskningen.

Professor Bengt Broms har bidragit med värdefulla råd och möjliggjort utförandet av den, i detta fall, anorlunda forskningen på institutionen för jord- och bergmekanik, KTH. Kent Allard har medverkat där vid mätningar och bidragit till utveckling av ändamålsenlig mät- och analysteknik och Anders Fredriksson har utfört FEM-analyser och läst samt kommenterat kapitlen som behandlar jorddynamiska problem.

Manuskriptet har lästs av Klas Liljequist, Jacobson & Widmark, vilken kommit med värdefulla synpunkter på innehållet. Nils Flodin, KTH, har bidragit med råd vid redigeringsarbetet med manuset, som korrigerats och renskrivits av Margareta Eurenus och Catharina Stille har ritat figurerna. Byggdok, främst Monica Strömberg, har givit värdefull hjälp vid framtagande av litteratur.

Till dessa och alla övriga, främst på institutionen för jord- och bergmekanik, som bidragit till skriftens tillkomst, vill jag rikta ett varmt tack.

Stockholm i mars 1982

David Weiner

SAMMANFATTNING

Intresset för vibrationsproblem och maskinfundament har ökat under det senaste decenniet i Sverige liksom i många andra länder. För att mätta efterfrågan har böcker, normer och anvisningar för dimensionering och utförande av maskinfundament skrivits i många av dessa länder. Föreliggande skrift är i första hand avsedd att användas av den praktiskt verksamme ingenjören såsom handbok vid projektering och dimensionering av direkt på marken placerade massiva fundament för maskiner med stationära, periodiska krafter.

De inledande kapitlen 2 t.o.m. 8 är av handbokskaraktär och behandlar discipliner, kriterier och parametrar som behövs för svängningsberäkning av ovannämnda maskinfundament. Materialet i vissa av dessa kapitel, främst i 5 och 6, baseras på utländska forskningsresultat och böcker, främst av Rausch, Barkan, Savinov och Richart. Materialet i de övriga kapitlen, 9-16, baseras på egna forskningsprojekt och praktikfall.

I kapitel 9 visas ett representativt skadefall som åskådliggör s.k. oförutsedda masströghetskrafter (svängningar), i detta fall i systemet hejare-fundament-undergrund, vilka ledde till permanenta ekonomiska förluster och utdragna tvister med närboende. Det kan konstateras att genom undersökning av svängningskaraktistika i system maskin-fundament-undergrund-omgivning vid idrifttagning av industrianläggningar och kraftverk kan oftast oförutsedda vibrationsskador resp. driftstörningar förebyggas speciellt hos s.k. "static equipment".

Då praktiken visar en stor ökning av driftstörningar i industrier och kraftverk pga. oförutsedda vibrationer hos s.k. "static equipment", dit även verktygsmaskiner räknas, genomförs i kapitel 10 en klassificering av dessa maskiner med hänsyn till deras känslighet i samband med olikartade vibrationsproblem samt anges allmänna riktlinjer för konstruktion av deras fundament.

De inhemska och utländska erfarenheterna visar att antalet skador hos maskinfundament på slanka pålar är, relativt sett, betydligt större än vid andra grundläggningssätt. Försöksresultat från utvecklingsprojektet "Ändamålsenlig utformning av fundament för maskiner" med horisontella krafter samt en semiempirisk och numerisk metod för beräkning av dynamiska styvheter hos dessa fundament redovisas i kapitel 11.

I kapitel 12 redovisas resultat från undersökning av "Växelvekan mellan maskinfundament", som vanligtvis försummas vid dimensionering av sådana fundament. Den föreslagna empiriska nomogrammetoden och approximativa beräkningsmetoden möjliggör en enkel och för praktiska ändamål tillräckligt noggrann svängningsberäkning av växelverkan mellan högt avstämnda fundament för lågfrekventa maskiner.

Av kapitel 13 framgår tillvägagångssätt vid bedömning av behov och/eller typ av dilatationsfogar kring maskinfundament. På ett representativt praktikfall visas att dessa fogar (oftast med 2-5 cm bred luftspalt), som av gammal hävd utförs för att förebygga utbredning av vibrationer från maskinfundament, även kan ha motsatt effekt.

Den nyligen godkända svenska standarden SS ISO 2631, som behandlar vibrationers inverkan på människan och skall utgöra en vägledning vid bedömning av vibrationsstörningar i industrianläggningar, presenteras i kapitel 14. Tillämpning av standarden på maskinfundament visas i beräkningsexemplet 15.6. Bland andra beräkningsexempel i kapitel 15 kan nämnas ett exempel med svängningsberäkning av ramsågsfundament och en förenklad beräkningsmetod av pendelsvängningar hos detta samt ett annat exempel där vid bestämning av växelverkan mellan maskinfundament den empiriska nomogrammetoden från kapitel 12 tillämpas.

Kapitel 16 behandlar den instrumentering och mätningsteknik som används vid undersökningar beskrivna i kapitel 9, 11, 12 och 13.

1 INLEDNING

1.1 Problemet

Med *maskinfundament* förstås, allmänt sett, en byggnadsdel som överför statiska och dynamiska belastningar från maskinen till underlaget. Med underlaget menas i vid bemärkelse undergrund, bjälklag eller annan bärande konstruktion.

Vid dessa dynamiskt belastade fundament tillkommer *krav* utöver dem som är aktuella vid endast statiskt belastade fundament, främst

- att säkerställa normal maskindrift
- att förebygga olägenheter pga. vibrationer i omgivningen.

För att *konstruera maskinfundament* behövs främst

- kännedom om maskinens funktionssätt och krafter;
- kännedom om underlagets och omgivningens dynamiska egenskaper.

Det krävs således *kunskaper* inom områden såsom byggnads- och maskinkonstruktion, byggnads- och jorddynamik, geoteknik samt vågutbredningsteori.

Svängningar av maskinfundament framkallar vibrationer i undergrunden, vilka utbreder sig åt olika håll och exciterar i sin tur andra fundament samt kringliggande byggnadskonstruktioner, som kan vara mottagligare för vibrationer pga. mindre styvhet och dämpförmåga i samband med

- ökad användning av allt högvärdigare byggnadsmaterial samt utnyttjande av bättre materialhållfasthet
 - förfinade dimensioneringsmetoder, krav på stora och fria spännvidder med få stabiliserande byggnadsdelar.
- Samtidigt ökar allmänhetens krav på god miljö, vari inräknas buller- och vibrationsfrihet, industrin som kräver skydd för vibrationskänslig elektronisk utrustning etc.

1.2 Historik

I början av industriutvecklingen, dvs. i slutet av 1800-talet, då maskinerna gick långsamt, bestämdes fundamentdimensionerna rent intuitivt utan hänsyn till maskinernas särart. Även senare och t.o.m. fram till våra dagar konstruerades maskinfundament med hjälp av tumregler.

I början av 1900-talet i samband med tillkomsten av nya maskintyper blev man tvungen att ändra förfarings sättet, varvid intresse för svängningsproblematiken uppstod. De första uppsatserna av *Rausch* publicerades i mitten på 20-talet i Tyskland. I slutet av detta decennium påbörjades den systematiska forskningen i Sovjetunionen, där man experimentellt började kontrollera sina teoretiska beräkningsresultat och ta hänsyn till jordens dynamiska egenskaper. I samband med detta initierades även den moderna *jorddynamiken*.

De första böckerna om maskinfundament författades på 30-talet av Pavliuk & Kondin (1936), *Rausch** och *Barkan**. De första konstruktionsanvisningarna utkom också på 30-talet i Tyskland och Sovjetunionen. Rauschs beräkningsmetoder samt tyska anvisningar resp. DIN-normer baserades på s.k. resonanstänkande. Barkans beräkningsmetoder samt sovjetiska anvisningar och senare normer baserades däremot på s.k. amplitudtänkande. På 50-talet har det tillkommit några böcker på tyska och ryska. Bland dessa författare bör nämnas *Savinov**, som presenterar en ny beräkningsmodell för undergrunden vid dynamisk belastning. Det blev en nästan "lavinartad" utveckling på området i samband med översättningen av Barkans* bok till engelska. Av de många böcker om maskinfundament som publicerats i utlandet under de sista två decennierna, och vilka redovisas i litteraturföreteckningen, kan framför allt nämnas en av *Richart*, *Hall & Woods**.

* När det längre fram i rapporten hänvisas till dessa författare och ingen asterisk är utsatt menas följande böcker: *Barkan* (1948, 1962), *Rausch* (1959, 1968), *Richart*, *Hall & Woods* (1970) och *Savinov* (1964, 1979).

1.3 Projektets bakgrund

Litteraturen på svenska om maskinfundament är mycket knapphändig. Den enda artikeln fram till 70-talet om maskinfundament, som även rönt internationellt intresse, utgavs 1941 av Hjalmar Granholm, senare professor i byggnadsteknik på CTH.

I början på 70-talet dokumenterade Byggforskningsrådet sitt intresse för vibrationsproblem i allmänhet, inkl. maskinfundament. En första vibrationsdag anordnades den 30 maj 1974 av KTH, inst. för jord- och bergmekanik, med föredrag om maskinfundament. Vibrationsdagar 1975, 1976 arrangerades även av inst. för jord- och bergmekanik och stöddes med medel från BFR. Samtidigt startades där BFR:s pilotprojekt om "Skador pga. vibrationer hos maskinfundament" och ett projekt om "Vibrationer från tung trafik", som även stöddes av SJ. Projektsresultaten publicerades både i svensk- och engelskspråkiga rapporter från inst. för jord- och bergmekanik (nr. 1, 8, 9, 10, 12). I de engelskspråkiga rapporterna nr. 9 och 10 om "Damage from Vibrations of Rolling Mill Foundations" och "Damage from Vibration of Gangsaw Foundations" medverkade prof. P.J. Moore från Australien, vilken också sammanställde "Bibliography on Machine Foundations" (1978).

På basis av den omfattande bibliografin och pilotprojektet utvaldes nedanstående två FoU-projekt, som bedömdes mest angelägna både ur svensk och internationell synpunkt:

Växelverkan mellan maskinfundament, som vanligtvis försummas vid dimensionering av sådana fundament, bl.a. på grund av avsaknad av lämpliga beräkningsmetoder i befintlig litteratur. I moderna industrianläggningar med stor koncentration av lågfrekventa maskiner leder det ofta till vibrationsskador.

Pålfundament för maskiner med horisontella krafter. Belysande är det stora antalet vibrationskador vid

dessa fundament i jämförelse med antalet skador vid andra grundläggningssätt, t.ex. direkt på marken.

Det primära målet vid detta projekt har därför varit:

- *Utarbetande av approximativa anvisningar för dimensionering av maskinfundament med hänsyn till inbördes inverkan av fundamentvibrationer (växelverkan mellan maskinfundament).*

- *Förslag till ny utformning av fundament på pålar.*
Det nya förslaget avser att förebygga förlust av den horisontella vibrationsstyvheten hos pålgruppen i samband med sättning av jorden kring stödpålarna, vilket bl.a. kan resultera i bildning av luftspalt under sulan.

2 DYNAMIK - GRUNDLÄGGANDE BEGREPP

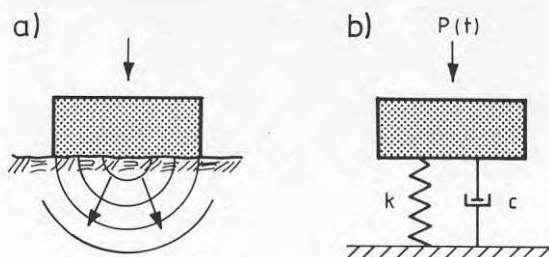
2.1 Allmänt om svängningar

Ämnet byggnadsmekanik kan indelas i byggnadsstatik och och byggnadsdynamik. Statiken behandlar kroppars jämvikt i vila och dynamiken behandlar rörelseförändringar med hänsyn till masströghetskrafter.

Periodiska, rörliga eller stötande laster (störningskrafter), som verkar på maskinfundament, kallas därför för dynamiska och för bestämning av deras inverkan på konstruktionen måste man beakta konstruktionens rörelseändring.

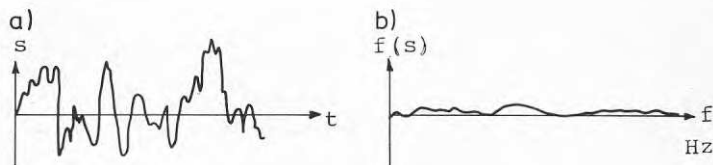
Den exakta lösningen av de i maskinfundamentet förekommande problemställningarna är som regel komplicerad, både med avseende på verkande krafter och på dynamiska materialegenskaper, speciellt hos jorden. I praktiken används oftast enkla beräkningsmodeller med stor framgång. I detta kapitel ges en översiktlig presentation av grundläggande begrepp om svängningssystem med en eller två frihetsgrader. Dessa system används oftast vid beräkning av massiva maskinfundament (blockfundament), som placeras direkt på marken.

Ett dynamiskt system brukar anges medelst det antal frihetsgrader det har. Med detta antal frihetsgrader menas antalet tidsfunktioner som behövs för att beskriva systemets rörelse. Om systemets läge beskrivs med N av varandra oberoende storheter sägs att systemet har N frihetsgrader. Den storhet som karakteriserar systemet kan variera, t.ex. en längdkoordinat eller en vinkel. I det allmänna fallet har en stel kropp (exempelvis ett massivt maskinfundament enligt figur 3.4) sex frihetsgrader, tre translationer och tre rotationer, eftersom det krävs sex storheter för att entydigt bestämma dess rörelser.



Figur 2.1 Svängningssystem med en frihetsgrad.

Då man vill studera inverkan av dynamisk last på ett maskinfundament är det ofta ändamålsenligt att först studera en lämpligt vald svängningsmodell. Det enklaste exemplet på en sådan modell - ett frihetsgradssystem - är en massa som kan röra sig i endast en riktning. Det sägs att ett svängningssystem har en frihetsgrad när systemets geometriska läge i varje ögonblick kan beskrivas av en geometrisk storhet samtidigt som systemets rörelse, vilken orsakats av yttre krafter, kan beskrivas med variationer hos denna storhet. Som typexempel på ett system med en frihetsgrad kan ett fundament för en mindre hammare väljas, figur 2.1a. Fundamentet kan placeras direkt på marken eller fjädrar och utformas så att dess tyngdpunkt ligger på lodlinjen genom fallviktens centrum. Den aktuella beräkningsmodellen, figur 2.1b, föreställer ett dämpat svängningssystem med en frihetsgrad. Motståndet mot rörelsen representeras av en fjäder och dämpare. Fjäderkraften antas vara proportionell mot rörelsens storlek och dämpkraften i sin tur antas vara proportionell mot rörelsens hastighet.



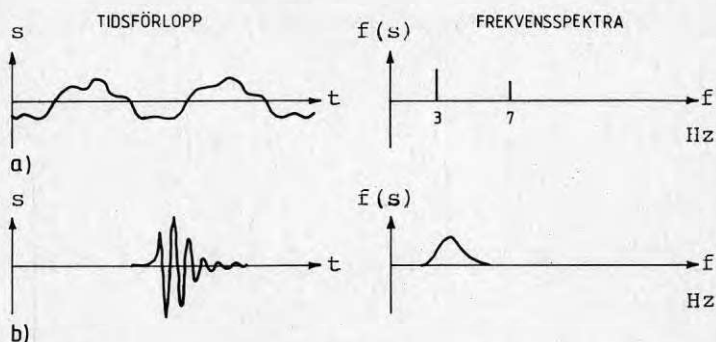
Figur 2.2 Svängningsrörelse, tidsförlopp (a) och frekvensspektra (b). s anger förskjutningsamplituden.

Svängningar, som ofta kallas för vibrationer, är rörelser kring ett jämviktsläge, där rörelseriktningen ändras mer än en gång och uppträder när ett mekaniskt system rubbas från stabilt jämviktstillstånd. Svängningsrörelsen har dels en riktning, dels en storlek. Den senare kan beskrivas med förskjutningen, hastigheten eller accelerationen. Svängningsrörelse kan åskådliggöras i diagramform som funktion av tid resp. frekvens, figur 2.2.

Beroende på svängningsrörelsens förlopp brukar man tala om två huvudtyper:

- stationära, figur 2.3a
- transienta, figur 2.3b.

Transienta svängningar förekommer hos dämpade system, som utsättes för impulsstörningar med kort varaktighet.



Figur 2.3 Stationär (a) och transient (b) svängningsrörelse, tidsförlopp och frekvensspektra.

Stationära svängningar kan i sin tur uppdelas i två huvudkategorier:

- periodisk, figur 2.3a
- brus (slumpartad, random), figur 2.2.

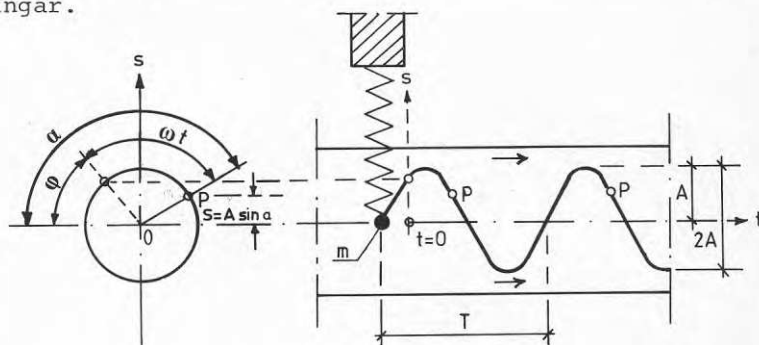
En svängning kallas för periodisk, när man under rörelsens observationstid kan uppdelas den i likadana intervaller så att rörelsen är likadan i varje sådan tidsintervall, dvs. att den beskrivs med likadant rörelsediagram. Brus däremot karakteriseras med oregelbunden svängningsrörelse som aldrig upprepar sig exakt.

Med hänsyn till den störande kraftens verkan uppdelas svängningar i tvungna och fria.

Om svängningssystemet exciteras och kraften bibehålls uppstår s.k. tvungna svängningar. Om man, sedan systemet exciterats, gör störningskraften lika med noll, säges systemet utföra fria svängningar.

2.2 Harmonisk svängning

Bland ett flertal periodiska svängningar intar s.k. harmoniska svängningar ett särskilt intresse. En stor del av i praktiken observerade svängningar följer helt eller i det närmaste lagar för harmonisk svängningsrörelse. Men sin särpräglade roll har de därför att varje periodisk svängning utgör summan av enstaka harmoniska svängningar. Med hjälp av Fourieranalys kan man dela upp en periodisk svängning i harmoniska svängningar.



Figur 2.4 Harmonisk svängning.

Då en punkt P beskriver en cirkel med radien A med en konstant vinkelhastighet ω kan det uttryckas matematiskt:

$$A = \text{konstant} \quad \alpha = \omega t + \varphi \quad (2:1)$$

Projicerar man punkten P på s-axeln fås

$$s = A \sin \alpha \quad (2:2)$$

och vid insättning av $\alpha = \omega t + \varphi$ erhålles för s uttrycket

$$s = A \sin (\omega t + \varphi) \quad (2:3)$$

Vid framställning av funktionen $\alpha = \omega t + \varphi$ i diagramform, enligt figur 2.4, erhålles en sinuskurva representerande punkten P:s rörelse. Vi får även en sinuskurva på en horisontellt glidande pappersremsa, om vi fäster en penna vågrätt i en kula harmoniskt svängande på en fjäder.

Projektionspunkten P resp. kulan utför en harmonisk svängning med förskjutningsamplituden A. Vinkelhastigheten ω kallas för svängningens vinkelfrekvens och på den beror svängningstiden (perioden) T.

Vid passagen av en hel cirkel förflyttas punkten P på en sträcka av 2π under tiden $t_2 - t_1$, som kan uttryckas med

$$2\pi = \omega t_2 - \omega t_1 = \omega(t_2 - t_1) \quad (2:4)$$

Perioden T är tiden mellan två fulla utslag åt samma håll

$$T = t_2 - t_1 = 2\pi/\omega \quad (2:5)$$

Antalet svängningar per sekund kallas frekvensen och betecknas med f. Frekvensen mäts i $\text{sek}^{-1} = \text{Hertz (Hz)}$

$$f = 1/T \text{ Hz} \quad (2:6)$$

Ur ekv. 2:5 och 2:6 erhålles

$$\omega = 2\pi/T = 2\pi f \quad (2:7)$$

och med insättning av ekv. 2:7 i ekv. 2:3 blir förskjutningen

$$s = A \sin(\omega t + \varphi) = A \sin(2\pi f t + \varphi) \quad (2:8)$$

Vinkel $0 < \varphi < 2\pi$ kallas fasvinkel resp. begynnelsefas.

Den harmoniska svängningens hastighet v fås om förskjutningen s deriveras med avseende på tiden

$$v = ds/dt = \omega A \cos(\omega t + \varphi) \quad (2:9)$$

där ωA är hastighetsamplitud.

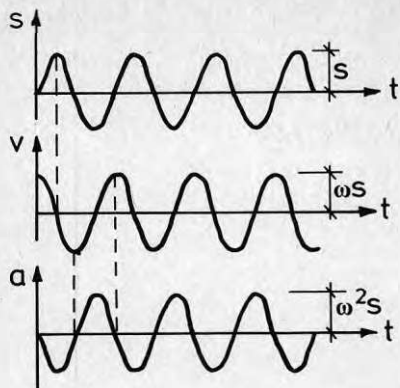
Svängningens acceleration a erhålles på motsvarande sätt genom derivering av hastigheten

$$a = dv/dt = d^2s/dt^2 = -\omega^2 A \sin(\omega t + \varphi) \quad (2:10)$$

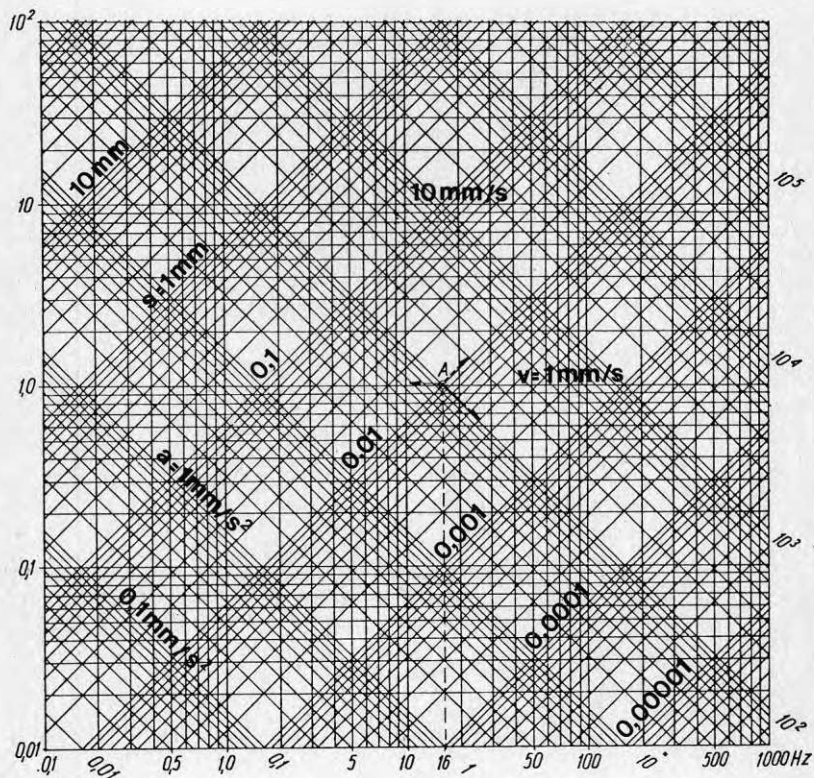
där $\omega^2 A$ är accelerationsamplitud.

Av formlerna ovan framgår att hastighetsförloppet är 90° fasförskjutet i förhållande till rörelseförloppet och att accelerationsförloppet är 90° fasförskjutet till hastighetsförloppet resp. 180° till rörelseförloppet enligt figur 2.5.

På så sätt kan sambandet mellan förskjutning, hastighet och acceleration hos en harmonisk svängning uttryckas med hjälp av formlerna 2:9 och 2.10 resp. i form av nomogram enligt figur 2.6.



Figur 2.5 Harmonisk svängning, samband mellan förskjutning - s , hastighet - v och acceleration - a i tid.



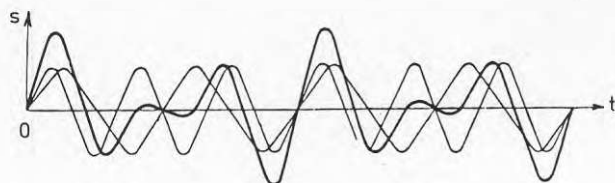
Figur 2.6 Nomogram för harmonisk svängning.

Exempel:

uppmätt $v = 1,0 \text{ mm/s}$, $f = 16 \text{ Hz}$

avläst $s = 0,01 \text{ mm/s}$, $a = 100 \text{ mm/s}^2$

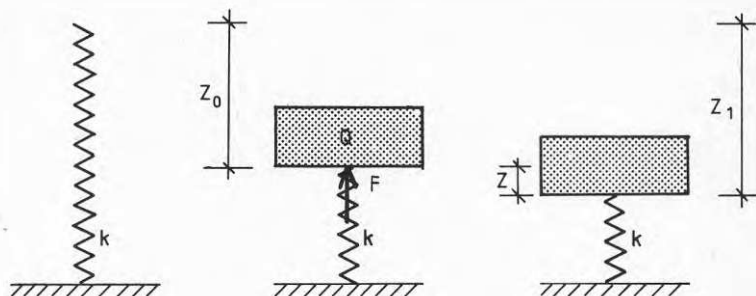
Två harmoniska svängningar i samma plan men med olika frekvenser superponeras genom algebraisk summering av deras amplituder vid samma tidpunkt och vi får en resulterande periodisk oharmonisk svängning, figur 2.7.



Figur 2.7 Periodisk svängning, överlagring av två harmoniska svängningar.

2.3 Fri odämpad svängning

Det framgår av föregående kapitel att om man, sedan svängningssystemet exciterats, gör störningskraften lika med noll utför systemet fria svängningar, som ofta kallas för egensvängningar. Detta är fallet t.ex. om en kropp rubbas ur sitt jämviktsläge och därefter utan yttre påverkan tillåts återgå till detta jämviktsläge.



Figur 2.8 Fri odämpad svängning av system med en frihetsgrad.

Som typexempel betraktar vi en fjäder belastad med en massa $m = Q/g$ enligt figur 2.8. Fjädern anses vara viktlös då dess massa är mycket liten i jämförelse med tyngden Q . Fjädern antas vidare vara idealt elastisk, dvs. dess deformation, sammantryckning resp. förlängning är proportionell mot återföringskraften F .

$$-F = kz \quad (2:11)$$

där z = förskjutningen från jämviktsläget
 k = fjäderkonstant.

Fjäderkonstanten k är den kraft som behövs för att sammantrycka resp. förlänga fjädern en längdenhet. Svängningarna kallas för linjära, när k är konstant. I verkligheten, speciellt om fjädern utgörs av jorden, finns inga linjära svängningar, utan detta är endast en approximation för små svängningar.

Om systemet i figur 2.8 rubbas och förskjuts från sitt statiska jämviktsläge på en sträcka z blir

$$z_1 = z_0 + z$$

där z_0 är fjäderns statiska sammantryckning under tyngden Q .

Med hjälp av D'Alamberts princip fås svängningens rörelseekvation

$$Q - m(d^2z/dt^2) - k(z_0 + z) = 0 \quad (2:12)$$

Vid insättning av $kz_0 = Q$ erhålls

$$m\ddot{z} + kz = 0 \quad (2:13)$$

Den allmänna lösningen till den homogena differentialekvationen blir

$$z = a \sin[(k/m)^{1/2}t] + b \cos[(k/m)^{1/2}t] \quad (2:14)$$

där konstanterna a och b bestäms ur begynnelsevillkoren hos systemet.

Införs beteckningen

$$\omega_0^2 = k/m \quad (2:15)$$

och sambandet

$$A = (a^2 + b^2)^{1/2}$$

där $a = A \cos \varphi$

$b = A \sin \varphi$

kan ekv. 2:14 uttryckas

$$z = a \sin \omega_0 t + b \cos \omega_0 t = A \sin (\omega_0 t + \varphi) \quad (2:16)$$

Av denna ekvation som är lika med ekv. 2:3 framgår att egensvängningar utgör en harmonisk svängningsrörelse med vinkelfrekvensen ω_0 och fasvinkeln φ . Ekv. 2:15 visar vidare att ω_0 beror endast på systemets fjädering och massa. Vinkelfrekvensen ω_0 mäts i radianer per sekund och bestämmer antalet fria svängningar per tidsenhet, s.k. egenfrekvenser

$$f_0 = \omega_0 / 2\pi \text{ per sekund} \quad (2:17)$$

$$f_0 = 60 \omega_0 / 2\pi \text{ per minut} \quad (2:18)$$

I den tekniska litteraturen kopplas ofta fria svängningens vinkelfrekvens ω_0 , perioden T_0 och egenfrekvensen f_0 till den statiska deformationen δ_s i fjädern. Eftersom fjäderkonstanten k är den kraft som ger en förskjutning på en längdenhet fås enligt tidigare

$$z_0 = Q/k = mg/k = \delta_s$$

Med insättning i ekv. 2:15 erhålls vinkelfrekvensen

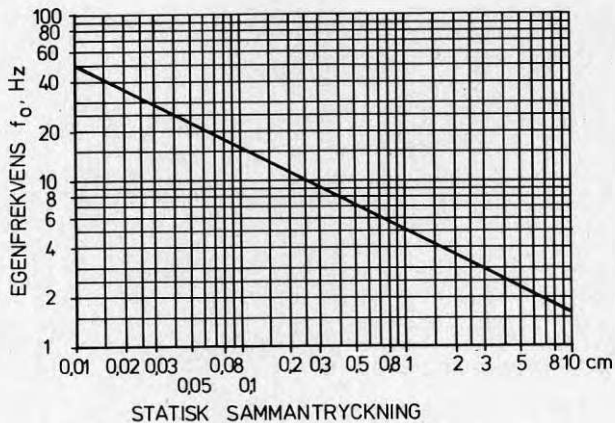
$$\omega_0 = (k/m)^{1/2} = (g/\delta_s)^{1/2} \quad (2:19)$$

Med insättning av värdet $g = 981 \text{ cm/s}^2$ i ekv. 2:17, 2:18 och 2:19 blir egenfrekvensen

$$f_0 = 5/\delta_s^{1/2} \text{ sek}^{-1} (\text{Hz}) \quad (2:20)$$

$$\text{resp. } f_0 = 300/\delta_s^{1/2} \text{ min}^{-1} \quad (2:21)$$

om δ_s uttrycks i cm.



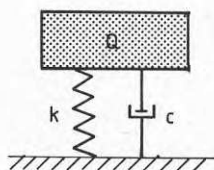
Figur 2.9 Diagram visande egenfrekvenser hos vertikala svängningar i relation till statistiska sammantryckningen hos fjädningen.

I figur 2.9 visas sambandet mellan egenfrekvensen f_0 hos vertikala svängningar av enfrihetsgradsystem och den statistiska förskjutningen δ_s såsom elastiska delen av sättningen hos fundament på mark, nedböjning hos balkar, sammantryckning av pelare resp. fjädern.

2.4 Fri dämpad svängning

En fri svängning utan dämpning förutsätter att endast återföringskrafter verkar på svängningssystemet. Detta gäller endast i ett idealelastiskt system, där inga inre krafter uppträder som skulle orsaka energiförlus-

ter och därmed gradvis avtagande svängningar. T ex den genom impuls framkallade egensvängningen enligt kapitel 2.3 skulle vid fullkomligt elastiska fjäder-egenskaper pågå under obegränsad tid. Vid svängningar hos ett elastiskt system förekommer i verkligheten alltid energiförluster förorsakade av inre och/eller yttre dämpande krafter, som är riktade mot rörelsen. Den inre dämpningen antas vanligtvis vara viskös, dvs. proportionell mot hastigheten. Denna hypotes som ofta ej helt motsvarar verkligheten är mycket vanlig vid teoretiska utredningar, då den möjliggör enkla beräkningar. I figur 2.10 visas ett enfrihetsgradigt svängningssystem med linjär, viskös dämpning.



Figur 2.10 Fri, dämpad svängning av system med en frihetsgrad.

Den dämpande kraften i systemet F_d är proportionell mot hastigheten $\dot{z} = dz/dt$ och bestäms med hjälp av den linjära, viskösa dämpkoefficienten c . Tilläggs denna dämpkraft $-F_d = c\dot{z}$ till differentialekvationen 2:13 erhålles rörelseekvationen för fri dämpad svängning hos enfrihetsgradsystemet.

$$m\ddot{z} + c\dot{z} + kz = 0 \quad (2:22)$$

$$\ddot{z} + (c/m)\dot{z} + (k/m)z = 0 \quad (2:23)$$

Med insättning av $\omega_0^2 = k/m$ och beteckningen $n = c/2m$ erhålles

$$\ddot{z} + 2n\dot{z} + \omega_0^2 z = 0 \quad (2:24)$$

För att finna lösningen på den linjära och homogena differentialekvationen uppställs en motsvarande karakteristisk ekvation.

$$s^2 + 2ns + \omega_0^2 = 0 \quad (2:25)$$

som har rötterna

$$s_{1,2} = -n \pm (n^2 - \omega_0^2)^{1/2} \quad (2:26)$$

och den homogena differentialekvationens lösning beror på om rotuttrycket är reellt eller imaginärt, dvs. om $n^2 \geq \omega_0^2$ eller ej.

Svag dämpning $n^2 < \omega_0^2$

Denna dämpningsform, oscillerande och successivt avtagande rörelse enligt figur 2.11, är den normala för maskinfundament och vid

$$n^2 < \omega_0^2 \text{ resp } c^2 < 4 km$$

fås komplexa rötter

$$s_{1,2} = -n \pm i(\omega_0^2 - n^2)^{1/2} \quad (2:27)$$

med beteckning

$$\omega_d = (\omega_0^2 - n^2)^{1/2} \quad (2:28)$$

erhålls lösningen av differentialekvationen 2:23

$$z = e^{-nt} (a \sin \omega_d t + b \cos \omega_d t)$$

$$\text{eller } z = Ae^{-nt} \sin(\omega_d t + \varphi) \quad (2:29)$$

som representerar en harmonisk, dämpad svängningsrörelse med vinkelfrekvensen ω_d , begynnelsefasen φ och perioden (svängningstiden)

$$T = 2\pi/\omega_d = 2\pi/(\omega_0^2 - n^2)^{1/2} \quad (2:30)$$

och med beteckningen

$$D = c/2(km)^{1/2} = n/\omega_0 \quad (2:31)$$

som infördes av Lehr (1930, 1934) och ofta förekommer i teknisk litteratur och med insättning i ekv 2:28 fås

$$\omega_d = \omega_0 (1 - D^2)^{1/2} \quad (2:32)$$

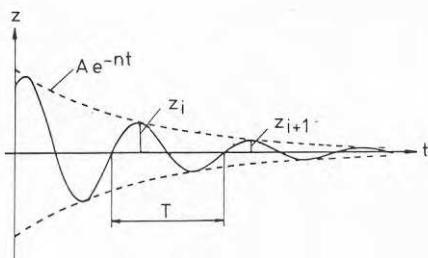
där ω_d = egenvinkelfrekvensen för det dämpade systemet

ω_0 = egenvinkelfrekvensen för det odämpade systemet

D = dämpkvot.

Ur ekv 2:30 och 2:32 framgår att dämpningen inverkar så att svängningstiden T blir längre resp. egenvinkelfrekvensen minskar jämfört med motsvarande parametrar hos fri, odämpad svängning. När dämpningen är relativt liten är skillnaden i vinkelfrekvens för fri, odämpad svängning resp. dämpad svängning obetydlig samtidigt som dämpade svängningsrörelser har en exponentiellt avtagande amplitud, enligt figur 2.11.

$$z_n = A \cdot e^{-nt} \quad (2:33)$$



Figur 2.11 Fri svängning vid svag dämpning.

Absolutvärdet på den naturliga logaritmen för förhållandet mellan två successiva amplituder kallas det logaritmiska dekrementet och är

$$\delta = \ln(z_i/z_{i+1}) = \ln[e^{-nt}/e^{-n(t+T)}] = \ln e^{nT} = nT \quad (2:34)$$

där n härstammar från ekv 2:29.

Med insättning av $T = 2\pi/(\omega_0^2 - n^2)^{1/2}$ och $D = n/\omega_0$, dvs. ekv. 2:30 och 2:31, erhålls

$$\delta = 2\pi n/(\omega_0^2 - n^2)^{1/2} = 2\pi D/(1 - D^2)^{1/2} \quad (2:35)$$

och vid liten dämpning $D \ll 0,1$ gäller

$$\delta \approx 2\pi D \quad (2:36)$$

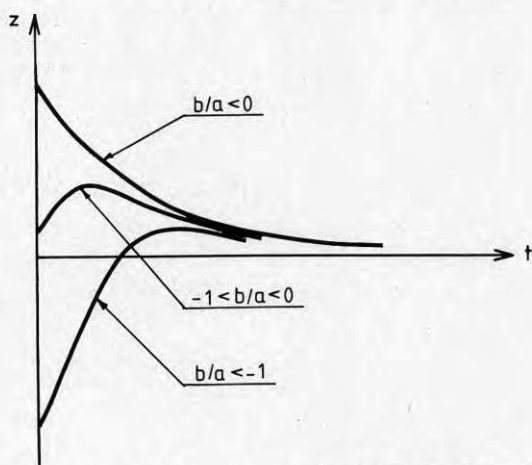
Stark dämpning $n^2 > \omega_0^2$

För $n^2 > \omega_0^2$ resp. $c^2 > 4km$ får ekv. 2:27 reella och negativa rötter. Den allmänna lösningen av differentialekvationen får samma utseende som i förra fallet, men de trigonometriska funktionerna ersätts med hyperboliska funktioner.

$$z = e^{-nt} (a \sinh \omega_d t + b \cosh \omega_d t) \quad (2:37)$$

eller $z = ae^{s_1 t} + be^{s_2 t}$

där $s_{1,2} = -n \pm (n^2 - \omega_0^2)^{1/2}$ och $s_1 > s_2$ (2:38)



Figur 2.12 Fri svängning vid stark dämpning.

Rörelsen enligt diagrammet i figur 2.12 är aperiodisk och om $b/a < -1$ passerar jämviktsläget en gång. I öv-

riga fall passeras ej jämviktsläget och utslagen går exponentiellt mot noll.

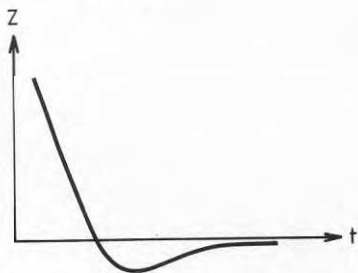
$$\text{Kritisk dämpning } n^2 = \omega_0^2$$

För $n^2 = \omega^2$ resp. $c^2 = 4 km$ sker en aperiodisk rörelse enligt diagram i figur 2.13 och ekv. 2:24 får reella rötter:

$$s_{1,2} = -n = -c/2m \quad (2:39)$$

och lösningen blir

$$z = e^{-nt} (a + bt) \quad (2:40)$$



Figur 2.13 Fri svängning vid kritisk dämpning.

Om a och b har olika tecken skär kurvan t -axeln en gång i punkten $t = -a/b$.

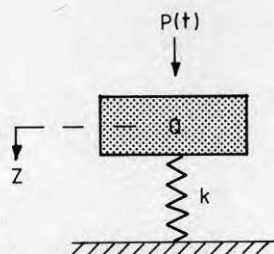
Värdet på c , som satisfierar detta fall, kallas för kritiskt linjär, viskös dämpkoefficient

$$c_c = 2(km)^{1/2} = 2m\omega_0 \quad (2:41)$$

c_c svarar mot s.k. kritisk dämpning, dvs. den svagaste dämpning för vilken förloppet blir aperiodiskt och dämpkvoten D kan skrivas

$$D = c/c_c = 1$$

2.5 Tvungen odämpad svängning



Figur 2.14 Tvungen, odämpad svängning av system med en frihetsgrad.

Påverkas svängningssystemet förutom av de i kapitel 2.3 införda krafterna även av en yttre störande kraft $P(t)$ kallas svängningen för tvungen eller påtvingad. Vid svängning hos ett linjärt elastiskt system är den störande kraften i jämvikt med den återförande kraften och tröghetskraften. Om den störande kraften är harmonisk, dvs.

$$P(t) = P_0 \sin \omega t \quad (2:42)$$

och tilläggs till differentialekvationen 2:13 erhålls rörelseekvationen för tvungen odämpad svängning

$$m\ddot{z} + kz = P_0 \sin \omega t \quad (2:43)$$

som med beteckningen $\omega_0^2 = k/m$ får formen

$$z + \omega_0^2 z = (P_0/m) \sin \omega t \quad (2:44)$$

Den inhomogena differentialekvationen har lösningen

$$z = z_{\text{hom}} + z_{\text{part}}$$

där z_{hom} är den allmänna lösningen till den homogena differentialekv. 2:13 och den partikulära integralen till ekv. 2:44 skrivs

$$z_{\text{part}} = A_0 \sin \omega t \quad (2:45)$$

och med insättning i ekv. 2:44 blir amplituden

$$A_0 = (P_0/m)/(\omega_0^2 - \omega^2) \quad (2:46)$$

Den allmänna lösningen till ekv. 2:44 blir då

$$z = a \sin \omega_0 t + b \cos \omega_0 t + A_0 \sin \omega t \quad (2:47)$$

Av denna ekvation framgår att denna rörelse är en superposition av den fria svängningen med egenvinkelfrekvensen ω_0 (de två första termerna) och den tvungna svängningen med vinkelfrekvensen ω . Då det i verkligheten alltid förekommer dämpning kommer de fria svängningarna, som uppträder i början av ett svängningsförlopp, att snabbt dämpas och försvinna efter en bestämd tidsintervall. På så sätt återstår endast den tvungna svängningen, vilken bör undersökas noggrannare.

Med insättning av $\omega_0^2 = k/m$ får ekv. 2:46 formen

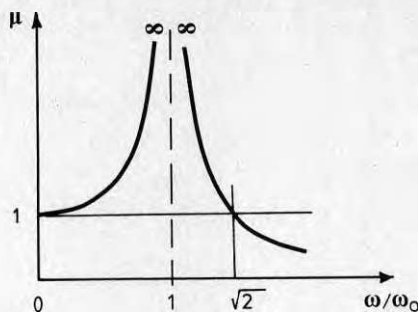
$$A_0 = (P_0/k)/(1 - \omega^2/\omega_0^2) \quad (2:48)$$

där $P_0/k = \delta_{st}$, dvs. fjäderns statiska sammantryckning under kraften P_0

$$\text{och} \quad 1/(1 - \omega^2/\omega_0^2) = \mu \quad (2:49)$$

beskriver inverkan av den störande kraftens vinkelfrekvens på den tvungna svängningens amplitud A_0 . μ kallas för dynamisk förstöringsfaktor.

Av ekv. 2:49 framgår att vid lågt värde på ω , dvs. vinkelfrekvensen hos den störande kraften, i förhållande till egenvinkelfrekvensen ω_0 , närmar sig värdet på μ 1 ($\mu \rightarrow 1$) och amplituden A_0 hos den tvungna svängningen skiljer sig föga från $P_0/k = \delta_s$.

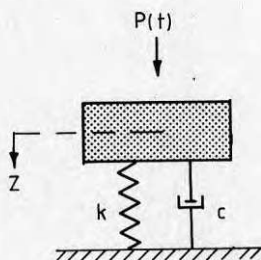


Figur 2.15 Dynamisk förstoringfaktor hos odämpat system med en frihetsgrad.

Den tvungna svängningens amplitud växer då uttrycket ω/ω_0 ökar och när ω går mot ω_0 blir amplituden mycket stor och går mot oändligheten. Det kritiska fallet $\omega = \omega_0$ kallas resonans. När ω blir större än ω_0 avtar den dynamiska förstoringfaktorn igen och vid $\omega/\omega_0 = \sqrt{2}$ blir åter $\mu = 1$.

Vid ytterligare ökning av ω går μ mot noll och har negativt värde. Detta motsvarar 180° fäsförskjutning mellan den störande kraften och svängningsrörelsen hos det odämpade enfrihetsgradsystemet. Det bör tilläggas att inga oändliga amplituder uppträder i verkligheten, eftersom svängning alltid dämpas av inre och yttre friktionskrafter.

2.6 Tvungen, dämpad svängning



Figur 2.16 Tvungen, dämpad svängning av system med en frihetsgrad.

Vid denna typ av svängning är den störande kraften $P(t)$ i jämvikt med summan av tröghets-, återförande och dämpande krafter. Om den störande kraften är harmonisk, dvs. $P(t) = P_0 \sin \omega t$, och adderas till differentialekvationen 2:22 erhålls rörelseekvationen för tvungen, dämpad svängning

$$m\ddot{z} + c\dot{z} + kz = P_0 \sin \omega t \quad (2:50)$$

som med insättning av $\omega_0^2 = k/m$ och $n = c/2m$ får formen

$$z + 2nz + \omega_0^2 z = (P_0/m) \sin \omega t \quad (2:51)$$

För svag dämpning, dvs. $n < \omega_0$ resp. $c^2 < 4 km$ erhålls den allmänna lösningen

$$z = Ae^{-nt} \sin(\omega_d t + \varphi) + A_0 \sin(\omega t - \varphi_0) \quad (2:52)$$

där en partikulär lösning är

$$z_{\text{part}} = A_0 \sin(\omega t - \varphi_0) \quad (2:53)$$

$$\text{om } A_0 = (P_0/m) [(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4n^2\omega^2]^{-1/2} \quad (2:54)$$

$$\text{och } \text{tg}\varphi_0 = 2n\omega/(\omega_0^2 - \omega^2) \quad (2:55)$$

Liksom tidigare är denna rörelse en superposition av en fri, dämpad svängning och en tvungen, dämpad svängning, som uttrycks med den första resp. andra termen i ekv. 2:52. Den fria svängningen är av betydelse under insvängningsförloppet men dämpas snabbt och försvinner efter en bestämd tidsintervall.

För att bestämma amplitudens A_0 och fasförskjutningens ω_0 beroende på förhållandet mellan vinkelfrekvenserna ω och ω_0 samt dämpkvoten D insättes ekv. 2:15 och 2:31, $\omega_0^2 = k/m$ resp. $D = n/\omega_0$.

Då kan ekv. 2:54 och 2:55 skrivas

$$A_0 = (P_0/k)[(1 - \omega^2/\omega_0^2)^2 + (2D\omega/\omega_0)^2]^{-1/2} \quad (2:56)$$

$$\operatorname{tg}\varphi_0 = (2D\omega/\omega_0)/(1 - \omega^2/\omega_0^2) \quad (2:57)$$

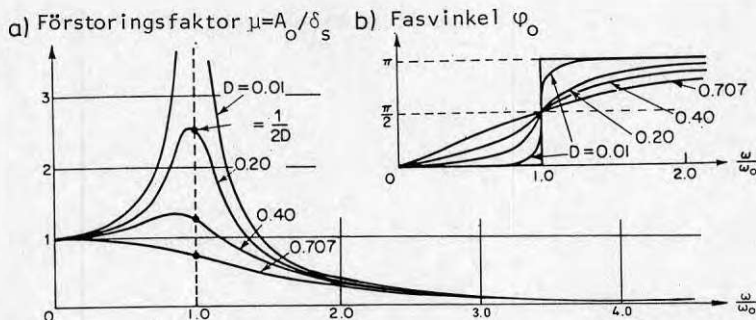
Med insättning av $P_0/k = \delta_s$, dvs. fjäderns statiska sammantryckning under kraften P_0 och införande av sambandet

$$\mu = [(1 - \omega^2/\omega_0^2)^2 + (2D\omega/\omega_0)^2]^{-1/2} \quad (2:58)$$

kan ekv. 2:56 omskrivas

$$A_0 = \mu \delta_s \quad (2:59)$$

där μ är den dynamiska förstöringsfaktorn vid tvungen, dämpad svängning, som visas i diagramform i figur 2.17a. Sambandet mellan fasvinkeln φ_0 och förhållandet ω/ω_0 samt dämpkvoten D visas i figur 2.17b.



Figur 2.17 Dynamisk förstöringsfaktor och fasvinkeln hos tvunget, dämpat enfrihetsgradsystem.

Det maximala värdet på μ , då resonans uppstår, kan bestämmas om man beräknar minimum för uttrycket under rottecknet i ekv. 2:58

$$(1 - \omega^2/\omega_0^2)^2 + (2D\omega/\omega_0)^2 = 1/\mu^2$$

vilket är $4(D^2 - D^4)$ vid $(\omega/\omega_0)^2 = 1 - 2D^2$ om $D^2 < 0,5$.

Härvid blir förstöringsfaktorn

$$\mu_{\max} = \mu_{\text{res}} = 1/2 D(1 - D^2)^{1/2} \quad (2:60)$$

och för liten dämpning $D \ll 0,1$

$$\mu_{\text{res}} = 1/2 D \approx \pi/\delta \quad (2:61)$$

Man bör observera att maximivärdet på μ ej sammanfaller med $\omega = \omega_0$, se figur 7.10.

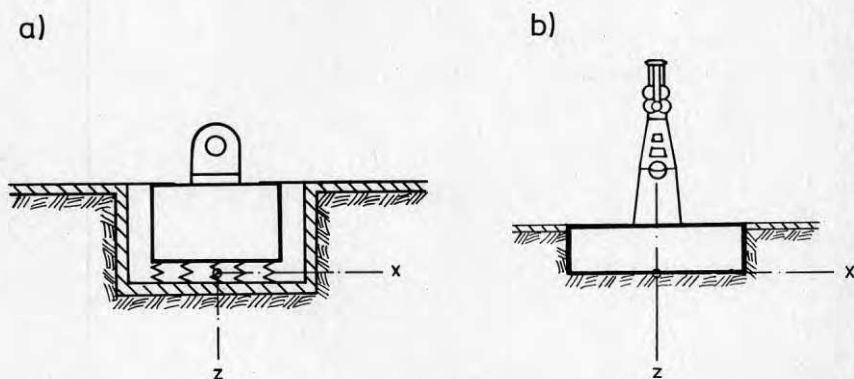
Av kurvorna i figur 2.17 framgår det att vid liten dämpning och om man befinner sig långt från resonanspunkten är skillnaden mellan förstöringsfaktorn för dämpade och odämpade svängningar obetydlig. Inverkan av viskös dämpning är av betydelse endast i området nära resonans, där amplituden dämpas avsevärt och blir ändlig. Utanför detta område är inverkan av dämpning så liten att den kan försummas i praktiska beräkningar.

3 BLOCKFUNDAMENT, BERÄKNINGSMODELL

3.1 Fundamenttyper

Ett maskinfundament kan definieras som en byggnadsdel, vilken överför belastningen (krafterna) från maskinen till underlaget, såsom jord, bjälklag eller annan bärande konstruktion. Vid dessa dynamiskt belastade fundament tillkommer krav utöver dem som är aktuella vid uteslutande statiskt belastade fundament, nämligen:

- att säkerställa normal maskindrift
- att förebygga olägenheter pga. vibrationer i omgivningen
- att ta hänsyn till underlagets vibrationskänslighet, såsom "liquefaction" hos undergrunden, resonans hos bjälklaget m.m.

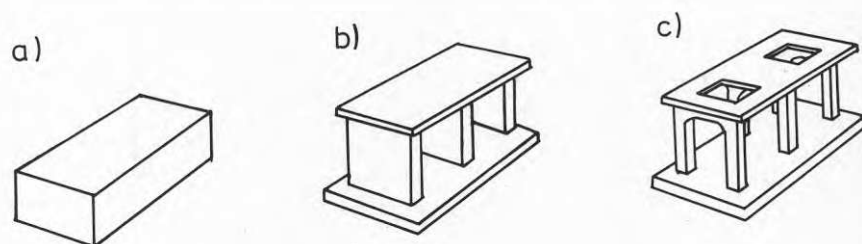


Figur 3.1 Maskinfundament a) med vibrationsisolering
b) utan vibrationsisolering.

Med avseende på uppställningssätt kan maskinfundament indelas i två huvudgrupper:

- fundament, som läggs direkt på underlaget, såsom undergrund eller bjälklag (figur 3.1b)

- fundament, som placeras på vibrationsisolatorer (figur 3.1a).



Figur 3.2 Block-, skiv- och ramfundament.

Fundament som är placerade direkt på undergrunden kan i sin tur indelas med hänsyn till utformningen i:

- blockfundament (figur 3.2a)
- skivfundament (figur 3.2b)
- ramfundament (figur 3.2c).

Även med avseende på grundläggningssätt kan maskinfundament uppdelas i olika typer, bl.a.:

- fundament på marken
- fundament på pålar.

Med hänsyn till sina svängningsparametrar indelas maskinfundament i:

- lågt avstämda med $f_0 \ll f$
- högt avstämda med $f_0 \gg f$

där f_0 = fundamentets grundfrekvens
 f = störningskraftens frekvens.

Block-, skiv- och ramfundament som uppbärs av prefabricerade pålar är som regel lågavstämda i horisontell

riktning. Eftersom det i praktiken är lättare att uppnå högavstämning i vertikal riktning förekommer dessa fundament ofta som lågavstämda i horisontell riktning och samtidigt högavstämda i vertikal riktning.

I denna rapport skall endast blockfundament, även kallade massiva fundament, placerade direkt på marken behandlas. Massiva fundament är för det mesta nedsänkta i marken. Det finns emellertid även många exempel, där dessa bara delvis är nedsänkta, som t.ex. under ramsågar, cement- och klinkerugnar, valsverk m.m.

3.2 Problemställning

För inte så länge sedan konstruerades maskinfundament med hjälp av tumregler, dvs. utan teoretisk eller experimentell bakgrund. Gällande grundregel har varit att fundamentets vikt skall vara så och så många gånger större än maskinens vikt. Detta orsakade stora volymer och dimensioner på fundamentet. Några anledningar till att detta förfaringsätt praktiserades var att:

- maskineffekterna var små samtidigt som maskinerna var massiva
- industrienheterna var små med få maskiner på stora ytor, vilket utan olägenheter tillät stora dimensioner hos fundamenten
- maskinerna liksom utrustningen resp. de tekniska processerna var mindre känsliga för vibrationer
- kunskapsbrist på maskinfundamentområdet.

En väsentlig orsak till kunskapsbristen torde ha varit att problemet är tvärvetenskapligt och kräver kunskaper inom områden som inte var utforskade och/eller som det inte undervisades i, t.ex. jord- och byggnadsdynamik samt vågutbredningsteori.

Samtidigt har den tekniska utvecklingen lett till:

- allt större automatiserade industrialanläggningar och kraftverk, vilka därmed är känsligare för vibrationer
- användning av högvärdiga material med minskad dämpningsförmåga, både i maskin- och byggnadskonstruktioner
- ökande maskineffekter och -användning av känslig elektronisk utrustning
- högre miljövårdskrav i enlighet med den internationella vibrationsnormen ISO 2631, vilken i januari 1982 godkändes som svensk standard SS ISO 2631, se kapitel 14.

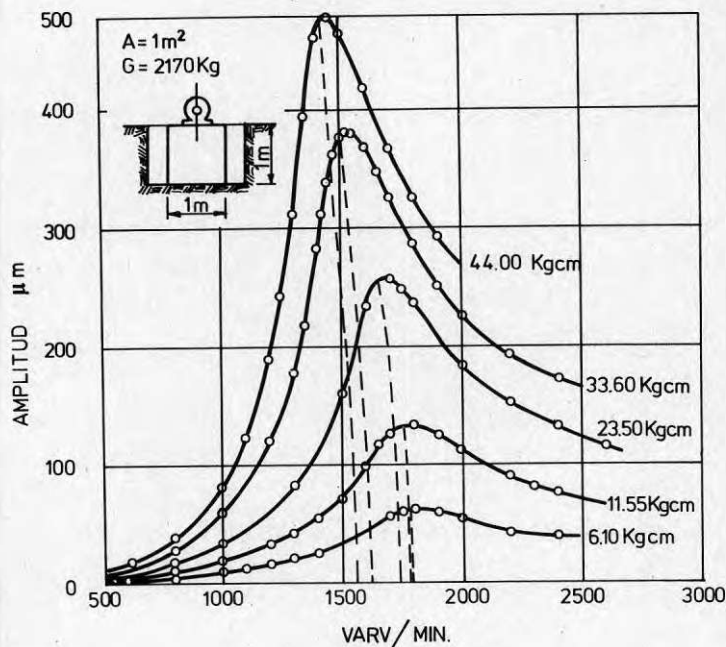
Man blev därför tvungen att ändra det traditionella förfaringssättet att dimensionera maskinfundament med hjälp av tumregler, varvid det uppstod behov av teoretiska och praktiska beräkningsmetoder.

3.3 Svängningsberäkning

Ett maskinfundament placerat direkt på marken bör vid en exakt lösning av beräkningsuppgifterna betraktas som ett komplicerat svängningssystem bestående av flera elastiska kroppar med många frihetsgrader. Dessa kroppar, dvs. maskindelarna, fundamentblocket och undergrunden, är olika till form, dimension, elasticitet m.m.

Dynamiska egenskaper för byggnads- resp. maskinmaterial, såsom betong, stål etc., är numera välkända och lätta att bestämma. Vad undergrundens fjädring och dämpning beträffar har vi dock oftast bara kännedom om approximativa värden. Dessa dynamiska egenskaper varierar mycket och är beroende inte bara av jord-

artens struktur och fysikaliska egenskaper - elasticitets- resp. skjuvmodul, densitet, kontraktionstal, portal m.m. - utan även av spänningstillstånd, skiktning, grundläggningsdjup, form och dimension hos kontaktytan mellan fundament och undergrund, amplituden hos dynamiska kraften (figur 3.3) m.m.



Figur 3.3 Egenfrekvenser hos vertikala svängningar i relation till kraftamplitudens variation, Novak (1957).

Jordarternas egenskaper medför att undergrunden bör betraktas som ett heterogent, anisotropt och olinjärt elastoplastiskt medium. Samtidigt utgör undergrundens "kropp" under varje maskinfundament inte en isolerad svängare, eftersom den på samma gång är undergrund till andra maskinfundament och byggnadsstommens fundament.

Då med ovan uppräknade fakta uppgiften att svängningsberäkna maskinfundament är svårbemästrad har Rausch, Barkan, Richart, Savinov m.fl. i sina beräkningsmetoder infört olika förenklingar och approximationer. Av dessa bör följande fundamentala antaganden nämnas:

- Det första antagandet är att både maskin och fundament kan betraktas som helt styva kroppar och att deformationer hos fundamentblocket kan försummas. Detta kan förklaras med att deras mått är små i jämförelse med den medverkande undergrundens djup samt att betongens resp. stålets elasticitetsmodul nästan är hundra resp. tusen gånger större än olika jordars elasticitetsmoduler.
- Det andra antagandet är att undergrunden utgör ett homogent, isotropt, linjärt elastiskt medium, dvs. kan betraktas som linjärt elastiskt underlag.
- Det tredje antagandet är att svängningssystemet är dämpningsfritt utanför resonansområdet. Liksom det andra antagandet är detta ej uppfyllt i verkligheten. Eftersom dämpningen minskar fjäderkraften och samtidigt är av praktisk betydelse endast i resonansområdet medför detta åtagande ej något "underdimensioneringsfel" vid svängningsberäkning av fundament som uppfyller villkoret

$$\omega/\omega_0 < 0,7 \text{ resp. } \omega/\omega_0 > 1,3$$

Härvid kan konstateras att även vid relativt stor dämpning som $D = 0,2$ fås enligt ekv. 2:32

$$\omega_d = \omega_0 (1 - 0,2)^{1/2} = 0,98 \omega_0$$

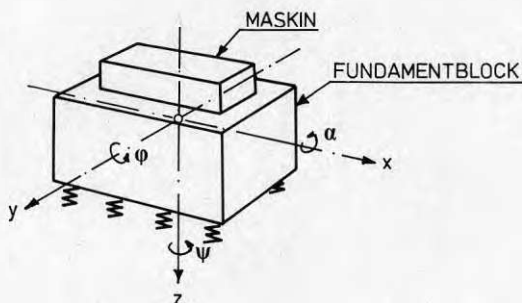
dvs. egenvinkelfrekvensen för dämpat system, där dämpkvoten $D = 0,2$ endast är 2 % mindre än egenvinkelfrekvensen för motsvarande odämpat system.

- Det fjärde antagandet är att undergrunden saknar massa, dvs. är viktlös. Detta är ett "grovt" antagande, därför att i verkligheten svänger jordmassor med vid fundamentets svängningar. Detta har bl.a. utforskats av Skekhter (1948), Pauw (1953), Novak (1957), Klattso (1970), Godievits (1971), Barkan (1976) och Lapin (1979), vilka anger approximativa

metoder för bestämning av den skenbara jordmassan som medverkar i svängningar av maskinfundament.

Erfarenheten har visat att beräkningsmodeller med ovan nämnda antaganden har givit beräkningsresultat, som ligger mycket nära det verkliga förhållandet och särskilt bra resultat har uppnåtts, när undergrundens dynamiska styvheter $k_z, k_x, k_y, k_\varphi, k_\psi$ varit väl bestämda.

Med hjälp av ovan angivna antaganden resulterar den dynamiska beräkningen av maskinfundament i svängningsberäkning av ett ekvivalent system bestående av en stel kropp på linjärt, elastiskt resp. viskoelastiskt underlag.



Figur 3.4 Svängningssystemet med sex frihetsgrader.

Fundamentblocket i figur 3.4 har, som alla andra kroppar i ett rätvinkligt koordinatsystem $Oxyz$, tre huvudaxlar x, y, z . Det aktuella massa-fjäder-svängningssystemet har sex frihetsgrader, vilka utgörs av tre translationsrörelser i x -, y -, z -riktningar resp. av rotationsrörelser kring dessa tröghetsaxlar.

Man antar

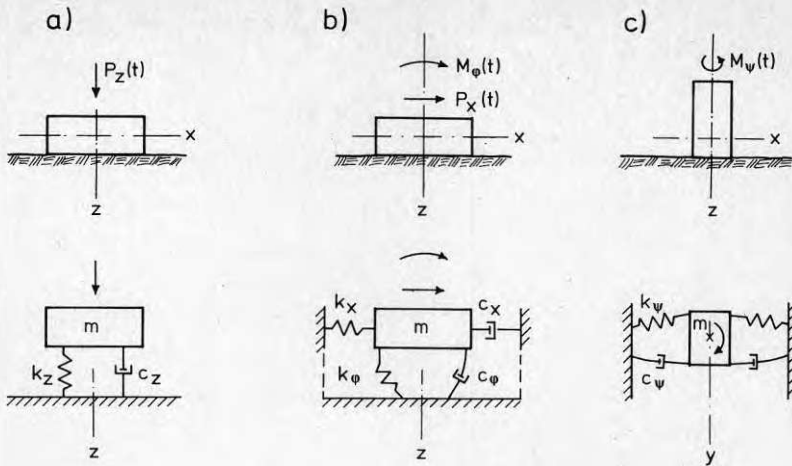
- att z-axeln går genom tyngdpunkten på fundamentets upplagsyta
- att x- och y-axlarna är parallella med denna ytas huvudaxlar
- att m är summan av fundamentets och maskinens massor
- att $P_z(t)$, $P_x(t)$, $M_\varphi(t)$, $M_\psi(t)$ är störningskrafter från maskinen
- att k_z , k_x , k_y , k_φ , k_ψ är ekvivalenta dynamiska styvheter (fjädrar)
- att c_z , c_x , c_y , c_φ , c_ψ är ekvivalenta dynamiska dämpkoefficienter (dämpare).

Dessa antaganden medger en uppdelning av uppgiften att beräkna fundamentets svängningar med resp. utan inverkan av dämpning i tre separata delar:

- vertikala svängningar i z-riktning
- pendelsvängningar i xz- resp. yz-planet
- rotationssvängningar kring den vertikala axeln z.

Detta visas schematiskt i figur 3.5.

Horisontella dynamiska krafter, vilka i praktiken sällan går genom fundamentets elastiska centrum, ger upphov till horisontella parallellsvängningar och vridsvängningar. Dessa sammansatta svängningar kallas för pendelsvängningar och utgör ett svängningssystem med två frihetsgrader, vilket vid praktiska svängningsberäkningar kan behandlas som två separata enfrihetsgradsystem.



Figur 3.5 Beräkningsmodell för blockfundament vid a) vertikal- b) pendel- och c) rotationsvängning.

Beräkningsmodellen för maskinfundament enligt figur 3.5 kan beskrivas allmänt med hjälp av fyra rörelseekvationer för tvungna svängningar hos fyra separata fjäder-massa-system med en frihetsgrad, jfr. ekv. 2:50.

$$\begin{aligned}
 m\ddot{z} + c_z\dot{z} + k_z z &= P_z(t) \\
 m\ddot{x} + c_x\dot{x} + k_x x &= P_x(t) \\
 J_y\ddot{\phi} + c_\phi\dot{\phi} + k_\phi\phi &= M_\phi(t) \\
 J_z\ddot{\psi} + c_\psi\dot{\psi} + k_\psi\psi &= M_\psi(t)
 \end{aligned}
 \tag{3:1}$$

där $\ddot{z}, \ddot{x}, \ddot{\phi}, \ddot{\psi}$ = acceleration i resp. riktning

$\dot{z}, \dot{x}, \dot{\phi}, \dot{\psi}$ = hastighet i resp. riktning

z, x, ϕ, ψ = förskjutning i z-, x-riktningar
och vridning kring y- resp. z-
axel

c_z, c_x, c_ϕ, c_ψ = ekvivalenta dämpkoefficienter i
resp. riktning

k_z, k_x, k_ϕ, k_ψ = ekvivalenta dynamiska styvheter
i resp. riktning

$P_z(t), P_x(t)$ = tidsberoende störningskrafter i
resp. riktning

$M_\varphi(t), M_\psi(t)$ = tidsberoende störningsmoment i
resp. plan

J_φ = systemets masströghetsmoment
med avseende på en axel, som går
genom systemets elastiska cent-
rum i figur 3.4 och är parallell
med axeln y

J_ψ = systemets masströghetsmoment
med avseende på en vertikal ro-
tationsaxel

m = ekvivalent massa.

Parametrarna $m, c_{z',x',\varphi',\psi}$ och $k_{z',x',\varphi',\psi}$ kallas för
"lumped parameters", dvs. punktvis fördelade paramet-
rar.

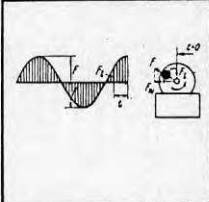
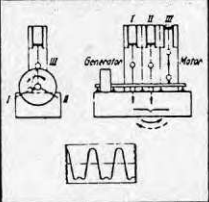
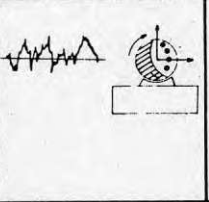
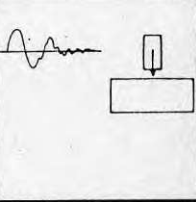
Den ekvivalenta massan i det aktuella svängningssystemet, dvs. parametern m i ekv. 3:1, antas vanligen vara lika med summan av massorna hos fundamentblocket och maskinen. De återstående parametrarna $P(t), M(t), k, c$ behandlas i följande kapitel.

4 DYNAMISK LAST

4.1 Allmänt

För att konstruera maskinfundament krävs kännedom om maskinens funktionssätt samt alla aktuella krafter som skall överföras från maskinen till fundamentet. Krafterna är antingen statiska eller dynamiska. De dynamiska krafterna uppstår vid maskindelarnas rörelse, kortslutningar, tryckväxlingar i röranslutningar m.m. Ofta ändrar dessa krafter mycket snabbt styrka, riktning, frekvens och hastighet. Dessa snabba ändringar ger i många moderna maskiner upphov till masströghetskrafter, som är mångfaldigt större än förekommande statiska krafter.

Det finns även många "statiska" maskiner, exempelvis verktygsmaskiner, vilka behandlas i kapitel 10, som endast åstadkommer små dynamiska krafter, vilka vanligtvis kan försummas vid konstruktion av fundament.

KRAFTENS RESP. RÖRELSENS ART			
STATIONÄR			TRANSIENT
Rotation	Fram- och återgående	Stokastisk	Stöt
			
PERIODISK		ICKE-PERIODISK	

Figur 4.1 Klassificering av dynamiska krafter hos maskiner.

För svängningsberäkningar av fundament indelas maskinerna i olika kategorier med hänsyn till arten av de dynamiska krafter som de åstadkommer:

- maskiner, som utvecklar stationära, periodiska och icke periodiska krafter, vilka orsakar påtvingade fundamentsvängningar
- maskiner med transienta krafter, som åstadkommer stötar, vilka orsakar fria fundamentsvängningar.

Med periodiska krafter menas krafter, vilkas storlek och/eller riktning varierar regelbundet med tiden. Dessa störningskrafter uppstår när maskindelar roterar, utför fram- och återgående eller annan godtycklig periodiskt varierande rörelse. Icke periodiska krafter är krafter, som uppträder oregelbundet i tiden.

Maskinfundament klassas och dimensioneras i praktiken efter den störningskraft som är dominerande, eftersom vissa maskiner åstadkommer båda typerna av störningskrafter.

Byggnadskonstruktören bör i första hand kräva att störningskrafterna beräknas och tillhandahålls av maskinkonstruktören resp. maskinleverantören. Då dessa data i praktiken ofta saknas på underlagsritningar och ej heller kan erhållas från maskintillverkaren måste fundamentkonstruktören själv bestämma de dynamiska krafterna som är erforderliga för konstruktion (val av maskinens uppställningssätt, fundamenttyp, grundläggningssätt m.m.) och dimensionering av det aktuella maskinfundamentet. Kännedom om metoder för bestämning av dynamiska laster är därför av speciell betydelse. Dessa metoder kan uppdelas i två grupper:

- beräkningsmetoder
- experimentella metoder.

Beräkningsmetoder tillämpas när det gäller maskiner där obalanserade massor och deras rörelseförlopp i förväg kan beskrivas matematiskt.

Experimentella resp. statistiska metoder måste tillämpas i alla övriga maskiner, exempelvis

- maskiner med sluten kraftkrets i maskinramen, såsom stansar, pressar och dragmaskiner
- maskiner där masströghetskrafter orsakas av den tekniska processen, såsom kvarnar, blandare, roterande ugnar, tryckpressar, vals- och vävmaskiner.

Nedan anges beräkningsmetoder för bestämning av dynamiska laster för de oftast förekommande maskintyperna där storlek, riktning och variation med tiden hos masströghetskrafter lätt kan beskrivas matematiskt, dvs. roterande maskiner och maskiner med vevmekanismer.

4.2 Centrifugalkrafter

Centrifugalkraft, som är det enklaste exemplet på en periodisk kraft, uppstår vid rotationsrörelse hos likformigt roterande maskiner såsom elmotorer, generatorer, turbiner, fläktar, turbokompressorer. Dessa maskiner anses teoretiskt vara helt utbalanserade, men i verkligheten förekommer alltid vissa tröghetskrafter, vilka orsakas av statisk eller dynamisk obalans.

Den statiska obalansen uppstår då rotorns tyngdpunkt ej ligger exakt i rotationscentrum. Denna obalans orsakar den centrifugalkraft som väsentligt påverkar fundamentet och därför bör beaktas vid konstruktion av fundamentet. Den dynamiska obalansen orsakar i sin tur ett centrifugalkraftpar, som påverkar fundamentet ganska litet och kan i samband med detta försummas.

I figur 4.2a visas scheman för uppkomst och bestämning av centrifugalkraften P . Denna centrifugalkraft uppstår då kroppen roterar med vinkelfrekvensen ω kring rotationscentrum O

$$P = mr\omega^2$$

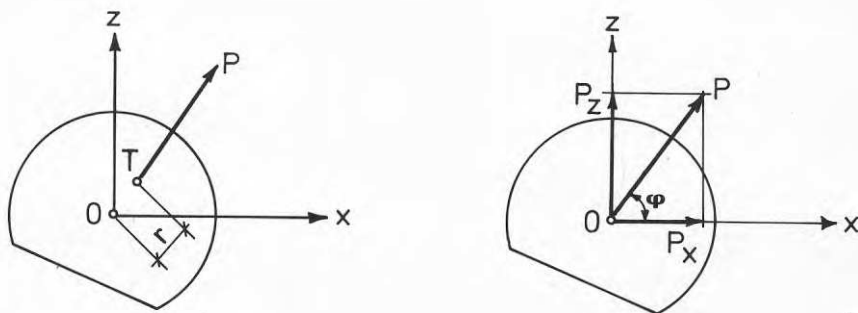
(4:1)

där m = kroppens massa
 r = avståndet från kroppens tyngdpunkt till rotationscentrum
 ω = vinkelfrekvensen lika med $2\pi n/60$
 n = varvtalet per minut.

Denna kraft P , som till storleken är stationär, ändrar endast riktning med vridningsvinkeln φ

$$\varphi = \omega t$$

där t = tiden som har gått från den tidpunkt då $\varphi = 0$.



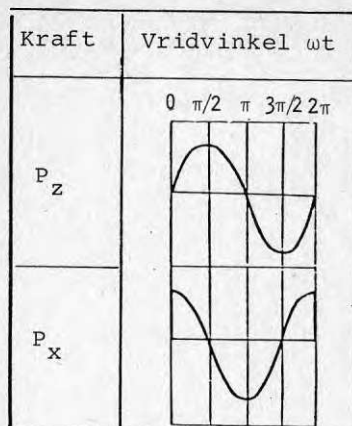
Figur 4.2 Centrifugalkraften a) schema för bestämning, b) schema för uppdelning i komponenter, O - rotationscentrum, T - kroppens tyngdpunkt.

För praktiska beräkningar uppdelas centrifugalkraften i två komponenter enligt figur 4.2b

$$\text{i vertikalled} \quad P_z = P \sin \omega t = mr\omega^2 \sin \omega t \quad (4:2)$$

$$\text{i horisontalled} \quad P_x = P \cos \omega t = mr\omega^2 \cos \omega t \quad (4:3)$$

Av tidsförloppet hos centrifugalkraftens komponenter, se figur 4.3, framgår att de maximala värdena på P_z och P_x ej sammanfaller i tiderna, dvs. när P_z är maximal är kraften P_x lika med noll och tvärtom.



Figur 4.3 Tidsförlopp för centrifugalkraftens komponenter.

Vid beräkning av fundament, vilka påverkas av centrifugalkraften, betraktas x- och z-komponenterna var för sig, se tabell 4.3.

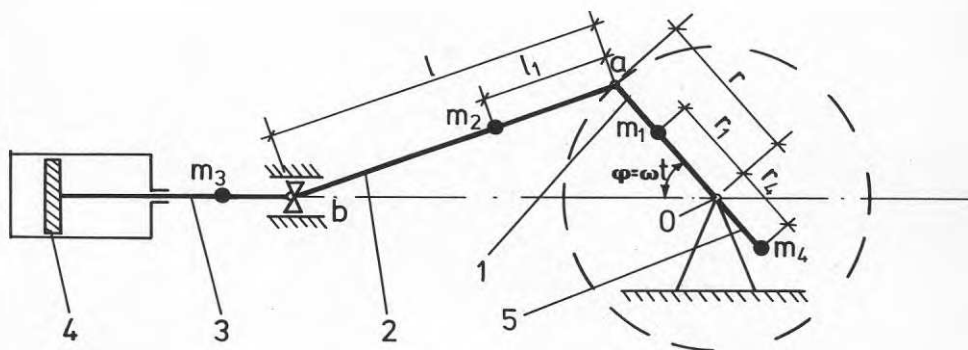
Eftersom obalansen hos roterande maskiner både är tidsberoende och av tillfällig karaktär (pga. uppriktningsfel, ojämnbeläggning m.m.) kan den ej beräknas på teoretiskt sätt.

Tabell 4.1 Medelvärden på excentriciteter resp. centrifugalkrafter hos roterande maskiner.

Maskintyp	Varvtal per minut	Excentriciteter i mm eller bråkdel av diametern d hos rotorn	Kraft påverkan de lager i relation till rotorns tyngd G_r
1. Elektriska maskiner	$n < 500$	0,80	0,10 G_r
	$n = 500-750$	0,60	0,15 G_r
	$n > 750$	0,35	0,20 G_r
2. Turbiner	$n = 1500$	0,07	0,16 G_r
	$n = 3000$	0,03	0,20 G_r
3. Fläktar	n_o	1,00	$0,8(n_o/1000)^2 G_r$ min. 0,20 G_r
4. Centrifuger	n_o	0,001 d	$d(n_o/1000)^2 G_r$

Vid avsaknad av uppgifter från maskinleverantören kan man med hjälp av värdena i tabell 4.1 approximativt bestämma störningskrafter (centrifugalkrafter) hos roterande maskiner. Värdena i denna tabell anger excentriciteter samt centrifugalkrafter, som bestämts genom mätningar antingen under drift eller på experimentell väg.

4.3 Fram- och återgående krafter



Figur 4.4 Vevmekanism.

- 0 - Vevaxelns centrum
- 1 - Vevaxel
- 2 - Vevstake
- 3 - Kolvstake
- 4 - Kolv
- 5 - Motvikt

Figur 4.4 visar en schematisk bild av en s.k. vevmekanism, som omvandlar rotationsenergi till translationsenergi eller tvärtom. Denna mekanism används bl.a. i pumpar, kompressorer och ramsågar, där man från en rotationsrörelse vill åstadkomma en fram- och återgående rörelse, samt i förbränningsmotorer och ångmaskiner, där man vill omvandla en fram- och återgående kolvrörelse till en rotation.

Som regel bör beräkningen av de obalanserade tröghetskrafterna som åstadkommes av maskiner med vevmekanismer utföras av maskintillverkaren. Men i praktiken är detta krav ofta ej uppfyllt och konstruktören av fundamentet står inför uppgiften att själv beräkna de erforderliga störningskrafterna. Med kännedom om ingångsdata (massor och dimensioner av rörliga maskindelar m.m.) blir uppgiften att bestämma de obalanserade tröghetskrafterna ganska enkel.

För bestämning av dessa krafter antas att de rörliga massorna m_1 , m_2 och m_3 är koncentrerade i två masspunkter m_a och m_b .

Massan m_a i punkt a - vevtappen bestäms enligt formeln:

$$m_a = (r_1/r)m_1 + (1 - l_1/l)m_2 - (r_4/r)m_4 \quad (4:4)$$

och massan m_b i punkt b - kolvtappen enligt formeln:

$$m_b = m_3 + (l_1/l)m_2 \quad (4:5)$$

där l = vevstakens längd

l_1 = avstånd mellan vevtappen och vevstakens tyngdpunkt, vanligen $l_1 = l/3$

r = vevradie

r_1 = avstånd mellan rotationscentrum och vevaxelns tyngdpunkt

r_4 = avstånd mellan rotationscentrum och motviktens tyngdpunkt

m_1 = massa av vevaxel

m_2 = massa av vevstake

m_3 = massa av fram- och återgående maskindelar

m_4 = massa av motvikten.

Om man bortser från tröghetskrafter, som åstadkommes av vevstakens rotation, kan alla övriga tröghetskrafter sammansättas till en resultant angripande i punkt O - rotationscentrum. Denna kraft uppdelas i två komponenter P_x och P_z , som verkar i två mot varandra vin-

kelräta riktningar, P_x -kraftens verkningslinje, sammanfaller med kolvens rörelseriktning.

P_x - och P_z -komponenterna kan bestämmas med hjälp av formel:

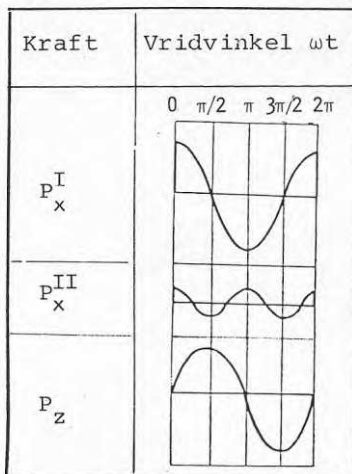
$$P_x^I = (m_a + m_b) r \omega^2 \cos \omega t \quad (4:6)$$

$$P_x^{II} = m_b (r^2/l) \omega^2 \cos 2\omega t \quad (4:7)$$

$$P_z = m_a r \omega^2 \sin \omega t \quad (4:8)$$

där P_x^I = 1:a ordningens tröghetskraft, i x-riktning, som förändras en gång under ett axelvarv
 P_x^{II} = 2:a ordningens tröghetskraft, i x-riktning, som förändras två gånger under ett varv
 P_z = 1:a ordningens tröghetskraft i z-riktning
 ω = vinkelfrekvensen i rad/s lika med $2\pi n/60$
 t = tiden i s
 n = maskinens varvtal per min.

Av figur 4.5 framgår att störningskrafterna P_z , P_x^I och P_x^{II} är fasförskjutna sinsemellan. Vid fundamentberäkningar adderas svängningsamplituderna för P_x^I och P_x^{II} , medan amplituder orsakade av P_z -kraften betraktas separat.



Figur 4.5 Tidsförlopp för obalanserade tröghetskrafter hos maskin med en horisontell vevmekanism.

$$P_x = P_x^I + P_x^{II} = (m_a + m_b) r \omega^2 \cos \omega t + m_b (r^2/l) \omega^2 \cos 2 \omega t \quad (4:9)$$

Beroende på fundamentets utformning kan även kraftpar uppstå, som förorsakar pendelsvängningar hos fundamentet.

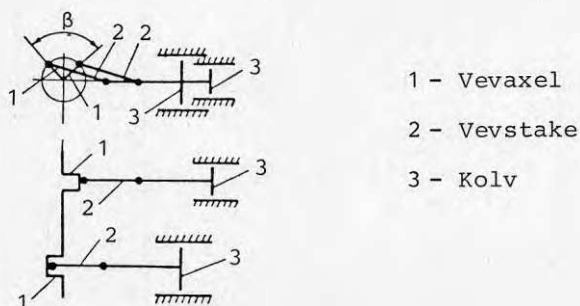
Dessa störningsmoment blir

$$M_1 = P_x l_x \quad (4:10)$$

$$M_z = P_z l_z \quad (4:11)$$

där l_x resp. l_z är avståndet mellan verkningslinjen för P_x resp. P_z och fundamentets (inkl. maskin) tyngdpunkt.

Ekv. 4:9 gäller för maskiner med horisontell vevmekanism. Vid bestämning av dynamiska krafter för maskiner med en vertikal vevmekanism, t.ex. ramsågar, bör hänsyn tas till ändring av rörelseriktningen och maskinens konstruktion enligt tabell 4.2. I ramsågar kan antas att massan m_b är sammansatt av $L/3$ av vevstakens massa och massan av lösramen med kopplingsdetaljer.



Figur 4.6 Schematisk bild av maskin med två parallella vevmekanismer.

Då maskinen har flera vevmekanismer, figur 4.6, superponeras deras dynamiska krafter till en kraftresultant och ett moment. Vid praktiska fundamentberäkningar kan momenten, som ofta är små, försummas. De resulterande

störningskraftkomponenterna P_x resp. P_z är lika med den algebraiska summan av resp. komponenter i alla mekanismer och bestäms med hjälp av formeln:

$$P_x = \Sigma P_{xi} = r\omega^2 \Sigma (m_{ai} + m_{bi}) \cos(\omega t + \beta_i) + (r^2/l)\omega^2 \Sigma m_{bi} \cos(2\omega t + \beta_i) \quad (4:12)$$

$$P_z = \Sigma P_{zi} = r\omega^2 \Sigma m_{ai} \sin(\omega t + \beta_i) \quad (4:13)$$

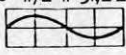



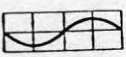
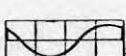
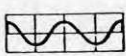
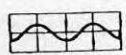

där β_i är vinkel i rad mellan vevarna i första och i:te mekanismen vid $\beta_1 = 0$.

Eftersom 2:a ordningens störningskrafter är små i jämförelse med 1:a ordningens kan dessa försummas vid praktiska fundamentberäkningar om

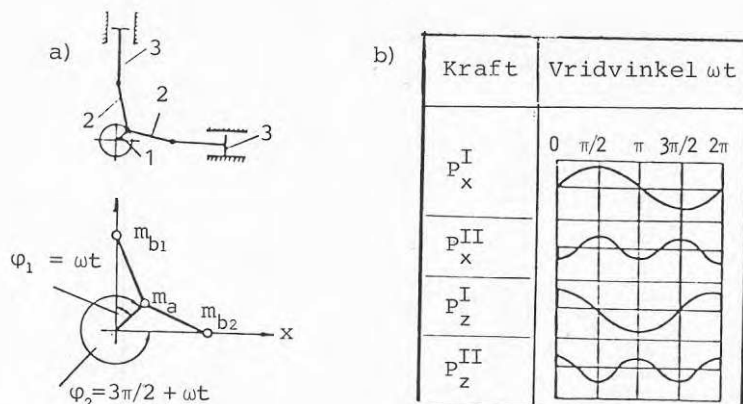
$$P_x^{II} < 0,2 P_x^I$$

varvid erhålls

$$P_x = \Sigma P_{xi} = r\omega^2 \Sigma (m_{ai} + m_{bi}) \cos(\omega t + \beta_i) \quad (4:14)$$

Kraft		Vridvinkel ωt hos 1:a vev- armen	Beräkningsformel
Vertikal från 1:a mek.	P_{z1}	$0 \quad \pi/2 \quad \pi \quad 3\pi/2 \quad 2\pi$ 	$m_{a1} r \omega^2 \sin \omega t$
Vertikal från 2:a mek.	P_{z2}		$m_{a2} r \omega^2 \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$
Vertikal, resulterande	P_z		$P_{z1} + P_{z2}$
1:a ordn. horisont. från 1:a mek.	P_{x1}^I		$(m_{a1} + m_{b1}) r \omega^2 \cos \omega t$
1:a ordn. horisont. från 2:a mek.	P_{x2}^I		$(m_{a2} + m_{b2}) r \omega^2 \cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$
1:a ordn. horisont., resulterande	P_x^I		$P_{x1}^I + P_{x2}^I$
2:a ordn. horisont. från 1:a mek.	P_{x1}^{II}		$m_{b1} (r^2/l) r \omega^2 \cos 2\omega t$
2:a ordn. horisont. från 2:a rad	P_{x2}^{II}		$m_{b2} (r^2/l) r \omega^2 \cos 2(\omega t + \frac{\pi}{2})$
2:a ordn. horisont., resulterande	P_x^{II}		$P_{x1}^{II} + P_{x2}^{II}$

Figur 4.7 Tidsförlopp för obalanserade tröghetskrafter hos maskin med två horisontella, parallella vevmekanismer med $\beta = 90^\circ$.



Figur 4.8 Schematisk bild av maskin med en vertikal och en horisontal vevmekanism samt tidsförlopp för obalanserade tröghetskrafter.

I figur 4.8a visas en schematisk bild av obalanserade tröghetskrafter i en kompressor med en vertikal och en horisontal cylinder. Störningskrafternas variationer med tiden kan beräknas med hjälp av ekvationerna 4:15 - 4:18 och visas i figur 4.8b.

$$P_x^I = (m_a + m_{b_2}) r \omega^2 \sin \omega t \quad (4:15)$$

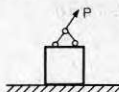
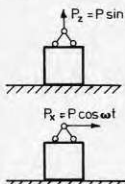
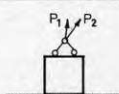
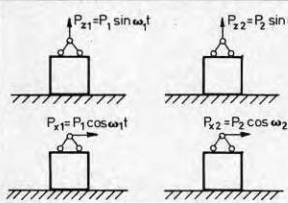
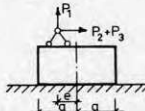
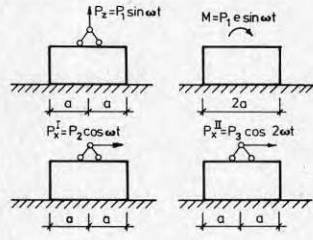
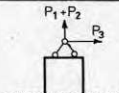
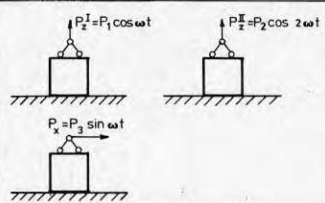
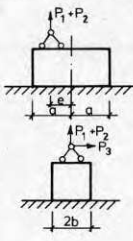
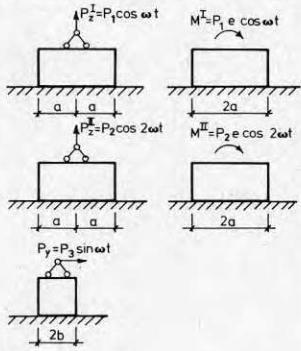
$$P_x^{II} = -m_{b_2} (r^2/l) \omega^2 \cos 2\omega t \quad (4:16)$$

$$P_z^I = (m_a + m_{b_1}) r \omega^2 \cos \omega t \quad (4:17)$$

$$P_z^{II} = m_{b_1} (r^2/l) \omega^2 \cos 2\omega t \quad (4:18)$$

Förutom den cylinderplacering som visas schematiskt ovan förekommer kolvmaskiner med V resp. stjärnplacerade vevmekanismer. Dessa flercylindriga maskiner brukar vara välbalanserade och de dynamiska krafter som åstadkommes är små.

Tabell 4.2 Översikt av belastnings- och beräkningsmodeller för roterande maskiner och maskiner med vevmekanismer.

Maskintyp	Belastningsmodell	Beräkningsmodell
Maskin med likformig (stationär) roterande delar		
Maskin(er) med likformig (stat) roterande delar med olika rotationshastigheter		
Horisontell kompressor eller liknande		
Ramsåg		
Dieselmotor vertikal kompressor		

5 JORD SOM FJÄDRANDE UNDERLAG

5.1 Dynamiska styvheter

Allmänt

Beräkningsmodell för maskinfundament enligt figur 3.5 har beskrivits i ekv. 3:1 med följande fyra analoga rörelseekvationer för vertikala, horisontella, vrid- och rotationssvängningar.

$$m\ddot{z} + c_z \dot{z} + k_z z = P_z(t)$$

$$m\ddot{x} + c_x \dot{x} + k_x x = P_x(t)$$

$$J_y \ddot{\varphi} + c_\varphi \dot{\varphi} + k_\varphi \varphi = M_\varphi(t)$$

$$J_z \ddot{\psi} + c_\psi \dot{\psi} + k_\psi \psi = M_\psi(t)$$

Bland de punktvis fördelade parametrarna i dessa ekvationer utgör de dynamiska styvheterna k_z , k_x , k_φ , k_ψ de parametrar som påverkar de två viktigaste svängningsvillkoren som uppställs vid projektering av maskinfundament:

- att fundamentets svängningsamplituder vid drift ej skall överskrida de tillåtna resp. rekommenderade gränsvärdena
- att svängningssystemets resonansfrekvenser skall ligga långt under resp. högt över tvångskraftens frekvens, som ofta är lika med maskinens drifts- varvtal.

De dynamiska styvheterna $k_z, k_x, k_\varphi, k_\psi$ utgör även de parametrar som är svårast att bestämma.

Om man vill definiera den dynamiska styvheten (fjäderstyvhet, "spring constant") hos ett maskinfundament kan man säga att den uttrycker den kraft som krävs för att förflytta resp. vrida fundamentet en längd- resp. en vinkelenhet. Vid en jämförelse mellan de teoretiskt

beräknade och uppmätta värdena på svängningsamplituder och egenfrekvenser hos maskinfundament har konstaterats att beräkningarnas noggrannhet främst är beroende av hur viktiga de ansatta värdena på de aktuella styvhetererna är.

Dynamiska styvheter $k_{z',x',\varphi',\psi}$ kan bestämmas:

- experimentellt genom undersökningar i fält, se kapitel 11 och 15.1
- med hjälp av teoretiska beräkningsmetoder och tabellvärden från handböcker m.m.

Beräkningsmetoder som vanligen används i praktiken kan uppdelas i tre grupper:

- bestämning av $k_{z',x',\varphi',\psi}$ med hjälp av data om dynamiska bäddmoduler $C_{z',x',\varphi',\psi}$ enligt Rausch, Barkan, Savinov m.fl.
- bestämning av $k_{z',x',\varphi',\psi}$ med hjälp av data om skjuvmodulen G och kontraktionstalet ν enligt Whitman och Richart (1967) m.fl.
- bestämning av $k_{z',x',\varphi',\psi}$ med hjälp av finita elementmetoden.

Förutom ovannämnda beräkningsmetoder, som baseras på svängningsmodeller där fjäderns/jordens massa försummas, finns teoretiska beräkningsmetoder för bestämning av dynamiska styvheter $k_{z',x',\varphi',\psi}$, där hänsyn tas till den medsvängande jordmassan, vilken även kallas för jordens skenbara massa. Inverkan av denna medsvängande massa har utforskats bl.a. av Shekhter (1948), Pauw (1953), Novak (1957), Klattso (1970), Barkan (1976) och Lapin (1979). Och den mest kända beräkningsmetoden är av Pauw, vilken anger formler för bestämning av ekvivalenta dynamiska styvheter, $k_{z',x',\varphi',\psi}$, resp. medsvängande jordmassa.

Barkans, Rauschs och Savinovs metod

Den första typen av beräkningsmetoder, dvs. med hjälp av värden på bäddmodulerna $C_z, C_x, C_\varphi, C_\psi$, har föreslagits av Barkan, vilken uttryckt sambandet mellan dynamiska bäddmoduler och styvheter på följande sätt:

för vertikala svängningar

$$k_z = C_z A, \quad \text{kN/m} \quad (5:1)$$

för horisontella svängningar

$$k_x = C_x A, \quad \text{kN/m} \quad (5:2)$$

för vridsvängningar kring horisontell axel

$$k_\varphi = C_\varphi I, \quad \text{kNm} \quad (5:3)$$

för rotationssvängningar kring vertikal axel

$$k_\psi = C_\psi I_p, \quad \text{kNm} \quad (5:4)$$

där A = upplagsytans area, m^2

I, I_p = tröghets- resp. polärt moment hos fundamentets upplagsyta, m^4 .

Betr. dynamiska bäddmoduler $c_z, c_x, c_\varphi, c_\psi$ se kapitel 5.4.

Tröghets- och polärt moment

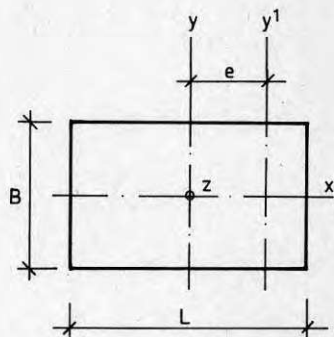
Med tröghetsmoment avses här ekvatorialt yttröghetsmoment I , som är lika med summan av alla ytelement dY , multiplicerade med kvadraten på sina resp. tyngdpunktsavstånd till en given axel.

Polärt tröghetsmoment I_p är däremot lika med summan av alla ytelement dY , multiplicerade med kvadraten på sina resp. avstånd från en given pol (punkt).

Huvudtröghetsmoment är tröghetsmomenten kring huvudtröghetsaxlarna. Symmetriaxlar är alltid huvudaxlar.

För svängningsberäkningar av, på marken placerade, blockfundament för maskiner används nästan alltid

tröghetsmomenten kring huvudaxlar genom tyngdpunkten av upplagsytan.



Figur 5.1

$$I_x = \int_Y y^2 dY = LB^3/12 \quad (5:5)$$

$$I_y = \int_Y x^2 dY = L^3B/12 \quad (5:6)$$

$$I_P = I_z = \int_Y r^2 dY = \int_Y (x^2 + y^2) dY = I_x + I_y = LB(L^2 + B^2)/12 \quad (5:7)$$

Tröghetsmomentet kring en axel y' parallell med tyngdpunktsaxeln y blir

$$I_{y'} = I_y + e^2 Y = L^3B/12 + LBe^2 \quad (5:8)$$

där I_y = tröghetsmomentet kring tyngdpunktsaxeln
 Y = ytan
 e = avståndet från tyngdpunkten till axeln y' .

Beträffande tröghetsmoment för andra sektionsformer hänvisas till formelsamling i Bygg I.

Whitmans och Richarts metod

Whitman och Richart (1967) föreslår uttrycken i tabell 5.1 och 5.2 för beräkning av dynamiska styvheter hos cirkulära resp. rektangulära böjstyva fundament.

Tabell 5.1 Dynamiska styvheter för cirkulär böjstyv platta på elastiskt halvoändligt medium.

Rörelse	Dynamisk styvhet	Referens
Vertikal	$k_z = 4Gr_o / (1 - \nu)$	Timoshenko och Goodier (1951)
Horisontell	$k_x = 32(1 - \nu)Gr_o / (7 - 8\nu)$	Bycroft (1956)
Vridning	$k_\varphi = 8Gr_o^3 / 3(1 - \nu)$	Borowicka (1943)
Rotation	$k_\psi = 16/3Gr_o^3$	Reissner och Sagoci (1944)

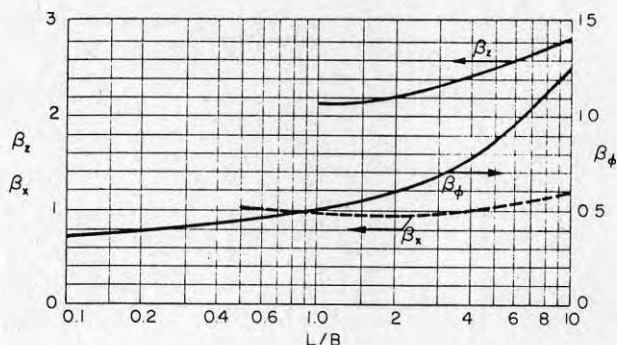
där r_o = plattans radie och
skjuvmodul $G = E/2(1 + \nu)$ -skjuvmodul.

Betr. ν , E , G se avsnitt 5.2 och 5.4.

Tabell 5.2 Dynamiska styvheter för rektangulär böjstyv platta på elastiskt halvoändligt medium.

Rörelse	Dynamisk styvhet	Referens
Vertikal	$k_z = G\beta_z (BL)^{1/2} / (1 - \nu)$	Barkan
Horisontell	$k_x = 2(1 + \nu)G\beta_x (BL)^{1/2}$	Barkan
Vridning	$k_\varphi = G\beta_\varphi BL^2 / (1 - \nu)$	Gorbunov-Possadov (1961)

där B och L väljs enligt figur 5.1 och värden på β_z , β_x , β_φ för olika förhållanden av L/B fås ur diagram i figur 5.2.



Figur 5.2 Koefficienterna β_z , β_x , β_ϕ för rektangulära fundament, Whitman och Richart (1967).

Formlerna för de dynamiska styvheterna k_z, k_x, k_ϕ, k_ψ i tabell 5.1 och 5.2 har erhållits genom elasticitetsteorin för böjstyvt fundament på isotropt, viktlost, linjärt elastiskt, halvoändligt medium. Då jordmaterialet ej helt uppfyller dessa förutsättningar är den verkliga fördelningen av kontaktrycket en annan än vid idealelastiskt material, där beräkningsmässigt en oändligt stor kantspänning erhålls. I verkligheten motsvaras detta av en lokal, plastisk zon invid kanten med en omfördelning av spänningen som följd. Effekten av denna kontaktrycksfördelning under dynamiskt belastade fundament på deras respons analyseras närmare av Richart och Whitman (1967) i uppsatsen "Comparison of Footing Vibration Tests with Theory".

Då en formel för bestämning av dynamisk styvhet, k_ψ , saknas i tabell 5.2 rekommenderas vid bestämning av detta styvhetsvärde en tillämpning av en approximativ lösning med ett ekvivalent cirkulärt fundament.

Finita elementmetoden

De analytiska uttrycken på de dynamiska styvheterna i ovan redovisade metoder förutsätter att fundamentet ligger på ytan av en elastisk undergrund. Detta är i verkligheten inte fallet, utan ofta är fundamentet grundlagt en bit under markytan och undergrundens egenskaper varierar med djupet och spänningarna under fundamenten. Genom finit elementsimulering av fundament och undergrund kan styvheterna för de olika frihetsgraderna, dvs. translationsrörelser i x-, y-, z-riktningar resp. rotationsrörelser kring dessa axlar, bestämmas. Fördelen med den finita elementmetoden är att man med den kan lösa problem med såväl komplicerad geometri, se kapitel 11, som problem med olinjära materialegenskaper, se figur 11.6.

Den grundläggande filosofin i den finita elementmetoden är att en kontinuerlig struktur delas upp i ett begränsat antal element, som var för sig är "lätt" att analysera. Efter analys av de enskilda elementen sammankopplas samtliga element genom villkor vid elementränderna till ett system i en systemanalys. Vid denna sammankoppling erhålls ett system av linjära algebraiska ekvationer, som kan lösas med avseende på de sökta storheterna i knutpunkterna. För en detaljerad beskrivning av metoden hänvisas till Zienkiewicz (1977).

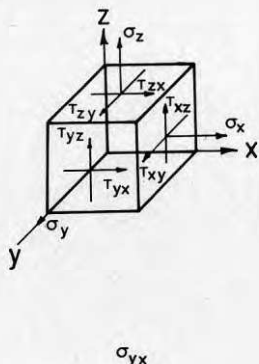
5.2 Elasticitetsteoretiska samband och vågutbredning

Allmänt

Teoretiska analysmetoder av funktionssambandet mellan spänningar, deformationer och vågutbredning i undergrunden, som är utsatt för dynamisk belastning, utgår från olika beräkningsmodeller, vilka approximativt beskriver undergrundens egenskaper och som kan lösas matematiskt.

De dynamiska belastningarna uppdelas ofta i belastningar med "liten amplitud" och belastningar med "stor amplitud". Vid förekomst av dynamiska belastningar med små amplituder, som är karakteristiska för maskinfundament, uppvisar jorden i stort sett elastiska egenskaper. Den enklaste analysen resp. beräkningsmodellen utgår från ett homogent, isotropt, linjärt elastiskt medium med elasticitetsmodulen E , skjuvmodulen G , kontraktionstalet ν och densiteten ρ . Med utgångspunkt från elasticitetsteorin kan man för detta medium beskriva funktionssambandet mellan spänningar och deformationer med hjälp av mediets konstitutiva ekvation, dvs. Hookes lag, medan vågutbredningen kan bestämmas matematiskt med hjälp av Lamés ekvationer.

Hookes lag



Figur 5.3 Spänningskomponenter.

Hookes generaliserade lag för isotropt, linjärt elastiskt medium har samma form i alla ortogonala koordinatsystem och kan skrivas

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_x &= [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)]/E \\
 \varepsilon_y &= [\sigma_y - \nu(\sigma_z + \sigma_x)]/E \\
 \varepsilon_z &= [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)]/E \\
 \gamma_{xy} &= \tau_{xy} \cdot 2(1 + \nu)/E \\
 \gamma_{yz} &= \tau_{yz} \cdot 2(1 + \nu)/E \\
 \gamma_{zx} &= \tau_{zx} \cdot 2(1 + \nu)/E
 \end{aligned}
 \tag{5:9}$$

där $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$ är spänningskomponenter

$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$ är deformationskomponenter

E = elasticitetsmodul

ν = kontraktionstalet eller Poissons tal.

Sambandet mellan olika deformationskomponenter och förskjutningskomponenter kan uttryckas

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_x &= \partial u / \partial x & \gamma_{xy} &= \partial v / \partial x + \partial u / \partial y \\
 \varepsilon_y &= \partial v / \partial y & \gamma_{yz} &= \partial w / \partial y + \partial v / \partial z \\
 \varepsilon_z &= \partial w / \partial z & \gamma_{zx} &= \partial u / \partial z + \partial w / \partial x
 \end{aligned}
 \tag{5:10}$$

där u, v, w är elastiska förskjutningar i resp. riktningarna x, y, z .

Hookes generaliserade lag kan skrivas i flera olika former, exempelvis

$$\begin{aligned}
 \sigma_x &= \lambda(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z) + 2G\varepsilon_x \\
 \sigma_y &= \lambda(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z) + 2G\varepsilon_y \\
 \sigma_z &= \lambda(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z) + 2G\varepsilon_z
 \end{aligned}
 \tag{5:11}$$

där skjuvmodulen $G = E/2(1 + \nu)$ (5:12)

och $\lambda = \nu E / [(1 + \nu)(1 - 2\nu)]$ (5:13)

kallas för Lamés konstanter.

$$\text{Mellan volymändring (dilatation)} \bar{\epsilon} = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z \quad (5:14)$$

$$\text{och medelspänningen} \quad \bar{\sigma} = (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)/3 \quad (5:15)$$

$$\text{råder sambandet} \quad \bar{\sigma} = K\bar{\epsilon} \quad (5:16)$$

$$\text{där kompressionsmodulen} \quad K = E/3(1 - 2\nu) \quad (5:17)$$

I tabell 5.3 presenteras en sammanställning av värdena på kontraktionstalet för olika jordarter och i tabell 5.4 riktvärdena på statiska resp. dynamiska elasticitetsmoduler, vilka erhöles genom försök av Barkan och andra sovjetiska forskare. Barkan konstaterade en minskning av kontraktionstalet för lera i samband med att sandhalten ökade. För ren lera fann han $\nu = 0,50$ och för lera med 30 % sandhalt $\nu = 0,42$. Richart i sin tur anger att för kohesionsjordarter varierar kontraktionstalet ν mellan 0,35 och 0,45 och för sand mellan 0,25 och 0,35.

Tabell 5.3 Riktvärden på kontraktionstalet ν . Krasnikov (1970).

Jordart	Kontraktionstal
Sand (vattenfattig)	0,25 - 0,35
Sand (vattenmättad)	0,30 - 0,40
Finsand	0,25 - 0,40
Silt	0,30 - 0,45
Plastisk lera	0,38 - 0,50
Halvfast och fast lera, morän	0,20 - 0,40
Kalk, sandsten, mörigel	0,15 - 0,30
Granit, gnejs, basalt (sprickfri)	0,15 - 0,30
Granit, gnejs, basalt (sprickig)	0,13 - 0,25

Tabell 5.4 Riktvärden på statiska och dynamiska elasticitetsmoduler enligt Barkan m.fl., Krasnikov (1970).

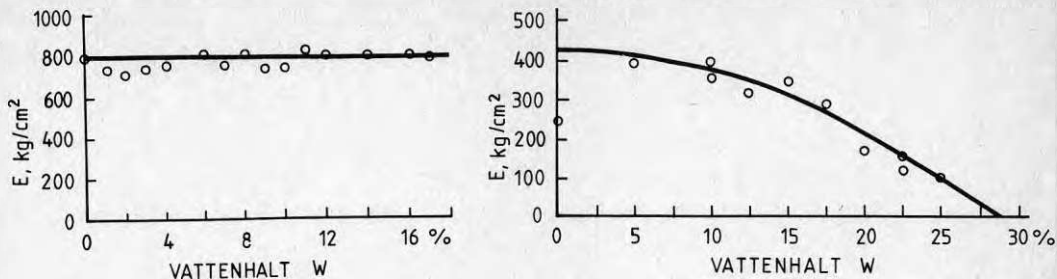
Jordart	Statisk $E_s \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$	Dynamisk $E_d \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$
Grovsand	450 - 620	600 - 700
Mellansand	450 - 830	-
Finsand (vattenmät- tad)	upptill 850	450 - 500
Siltig sand (vattenmät- tad)	145 - 510	-
Silt	310 - 2950	165 - 5100
Lera	upptill 2000	480 - 1630
Lössjord	1000 - 1300	-

Ytterligare riktvärden på statiska resp. dynamiska elasticitetsmoduler för jorden visas i tabell 5.9.

Tabell 5.5 Elasticitetsmodul för olika kornstorlek av sand, Barkan (1948).

Kornstorlek, mm	$E_s \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$
1,25 - 1,50	450
1,00 - 1,25	520
0,60 - 0,80	620
0,35 - 0,60	480
0,30 - 0,35	480
0,20 - 0,30	620

Som framgår av värdena i tabell 5.5 visar Barkans försöksresultat att elasticitetsmodulen för sand påverkas litet av dess kornstorlek.



Figur 5.4 Elasticitetsmodul för sand a) och lera b) vid varierande värden på vattenhalt W .

Resultaten från Barkans laborieförsök enligt diagrammen i figur 5.4a visar att sandens elasticitetsmodul också är nästan oberoende av vattenhalt och relativt sett litet beroende av variationer hos portalet. Det har samtidigt konstaterats att det motsatta förhållandet råder för lera, där elasticitetsmodulen är starkt beroende av vattenhalt (figur 5.4b) och andra fysikaliska egenskaper.

Vågutbredning

Seismiska undersökningsmetoder används i viss utsträckning som komplement till övriga undersökningsmetoder för bestämning av jordars elasticitets- och dämpningsegenskaper. De seismiska fält- och laboriemetoderna grundar sig på det matematiska sambandet mellan våghastigheterna, P-vågornas v_p resp. S-vågorna v_s , och elasticitetskonstanterna E , G , ν samt densiteten ρ i ett jordlager. För att allmänt redogöra för detta samband vid elastiska vågors utbredning betraktas nedan endast ett homogent, isotropt, linjärt elastiskt oändligt medium med skjuvmodulen G och densiteten ρ . En vågrörelse i detta medium kan beskrivas med följande differentialekvationer, som kallas för Lamés ekvationer:

$$\begin{aligned}
 (\lambda + G) (\partial \bar{e} / \partial x) + G \nabla^2 u &= \rho (\partial^2 u / \partial t^2) \\
 (\lambda + G) (\partial \bar{e} / \partial y) + G \nabla^2 v &= \rho (\partial^2 v / \partial t^2) \\
 (\lambda + G) (\partial \bar{e} / \partial z) + G \nabla^2 w &= \rho (\partial^2 w / \partial t^2)
 \end{aligned}
 \tag{5:18}$$

där $\nabla^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2 + \partial^2/\partial z^2$
 är den s.k. Laplace-operatorn i cartesiska koordinater och beträffande λ , G , u , v , w , $\bar{\epsilon}$ se ekv. 5:10, 5:12, 5:13 och 5:14.

Genom differentiering av ekv. 5:18, den första med avseende på x , den andra med avseende på y och den tredje med avseende på z samt genom addering av de då erhållna ekvationerna fås

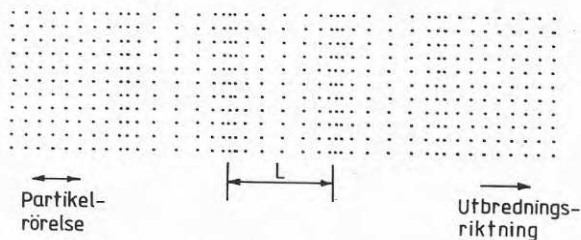
$$\rho(\partial^2 \bar{\epsilon} / \partial t^2) = (\lambda + 2G) \nabla^2 \bar{\epsilon} \quad (5:19)$$

eller $\partial^2 \bar{\epsilon} / \partial t^2 = v_p^2 \nabla^2 \bar{\epsilon}$

där $v_p = [(\lambda + 2G)/\rho]^{1/2}$ (5:20)

är hastigheten hos P-vågen, även kallad för dilatations-, kompressions- eller tryckvåg.

Som framgår av fig. 5.5 utför partiklarna vid en P-våg fram- och återgående rörelser, som är parallella med vågens utbredningsriktning.



Figur 5.5 Partikelrörelse vid P-våg.

Genom att differentiera den andra av ekv. 5:18 med avseende på z och den tredje med avseende på y samt genom att subtrahera de då erhållna ekvationerna fås

$$\rho (\partial^2 / \partial t^2) (\partial w / \partial y - \partial v / \partial z) = G \nabla^2 (\partial w / \partial y - \partial v / \partial z) \quad (5:21)$$

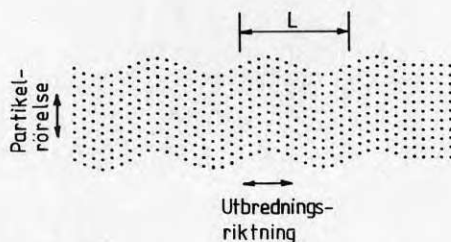
eller $\rho (\partial^2 \bar{\omega}_x / \partial t^2) = G \nabla^2 \bar{\omega}_x$

eller $\partial^2 \bar{\omega}_x / \partial t^2 = v_s^2 \nabla^2 \bar{\omega}_x$

där $\bar{\omega}_x = (\partial w / \partial y - \partial v / \partial z)$ är rotationskomponent

och $v_s = (G/\rho)^{1/2}$ (5:22)

är hastigheten hos S-vågen, även kallad för rotations- eller skjuvståg.



Figur 5.6 Partikelrörelse vid S-våg.

Av figur 5.6 framgår att vid en S-våg rör sig partiklarna vinkelrätt mot vågens utbredningsriktning.

Våglängden L , enligt figur 5.5 resp. 5.6, definieras som det minsta avståndet mellan två punkter med samma fasläge och i en elastisk vågrörelse med utbredningshastigheten v råder sambandet

$$v = fL \quad (5:23)$$

där f utgör vågrörelsens frekvens.

Vågekvationerna 5:19 och 5:21 visar att under inverkan av en yttre kraft i ett homogent, elastiskt oändligt medium alstras alltid en vågrörelse, som endast innehåller de ovannämnda två typerna av vågor, dvs. P- och S-vågor. Denna vågrörelse utbreder sig från exciteringspunkten i alla riktningar och P-vågen uppkommer genom den radiellt verkande tryckspänningen σ och S-vågen i sin tur alstras av den cirkulärt verkande skjuvspänningen τ .

Som framgår av de tidigare härledda ekvationerna kan de elastiska egenskaperna hos ett isotropt, linjärt elastiskt medium bestämmas med vetskap om våghastigheterna v_s och v_p samt om jordmaterialets densitet ρ . Vid bestämning av de elastiska parametrarna använder man vanligtvis en av nedanstående tre par konstanter:

- skjuvmodulen G och Lamés konstant λ
- elasticitetsmodulen E och kontraktionstalet ν
- hastigheten v_p och v_s hos P- resp. S-vågor.

Det matematiska sambandet mellan dessa tre par konstanter och även för kompressionsmodulen K framgår av formlerna i tabell 5.6.

Tabell 5.6 Sambanden mellan elastiska konstanter.

Konstant	G, λ	E, ν	v_p, v_s
G	G	$E/2(1+\nu)$	ρv_s^2
λ	λ	$\nu E/(1+\nu)(1-2\nu)$	$\rho(v_p^2 - 2v_s^2)$
E	$G(3\lambda+2G)/(1+G)$	E	$\rho v_s^2(3v_p^2 - 4v_s^2)/2(v_p^2 - v_s^2)$
ν	$\lambda/2(\lambda+G)$	ν	$(v_p^2 - 2v_s^2)/2(v_p^2 - v_s^2)$
K	$\lambda+2G/3$	$E/3(1-2\nu)$	$\rho(v_p^2 - 4v_s^2/3)$
v_p	$[(\lambda+2G)/\rho]^{1/2}$	$[E(1-\nu)\rho(1+\nu)(1-2\nu)]^{1/2}$	v_p
v_s	$(G/\rho)^{1/2}$	$[E/2\rho(1+\nu)]^{1/2}$	v_s
v_s/v_p	$(G/\lambda+2G)^{1/2}$	$[(1-2\nu)/2(1-\nu)]^{1/2}$	v_{sp}

Konstanterna är alltid positiva, varvid $0 < \nu < 0,5$ och $v_s/v_p < 2^{-1/2} = 0,707$.

I tabell 5.7 anges riktvärdena på utbredningshastigheterna hos elastiska vågor i olika jord- och bergarter.

Av ekv. 5:20 och 5:22 framgår att $v_p > v_s$. Om dessa formler tillämpas på jordar fås för lera med kontraktionstalet $\nu = 0,4$, $v_s/v_p = 0,41$ och för sand vid $\nu = 0,2$ blir $v_s/v_p = 0,61$.

I vattenmättad jord utbreder sig P-vågen dels genom vattnet i porerna och dels genom kornskelettet. Vattnets inverkan kan elimineras genom mätning av S-vågens hastighet.

I halvoändliga medier resp. massiva kroppar uppstår även andra typer av vågor, L- och R-vågor, vilka har speciella egenskaper och kallas för ytvågor. R-vågen, även kallas Rayleighvågen, kan fortplantas utmed mediets resp. kroppens yta med en hastighet v_R för vilken gäller

$$v_R = v_s K^{1/2} \quad (5:24)$$

Tabell 5.7 Riktvärden på fortplantningshastigheten hos elastiska vågor i olika jord- och bergarter.

Jord- resp. bergarter	Densitet t/m ³	Fortplantningshast. i km/s		Förhåll- landet mellan v_s/v_p
		P-våg, v_p	S-våg, v_s	
<u>Jordarter</u>				
Lös, ej vatten- mättad fyllning av sand, silt m.m.	1,40-1,70	0,1 -0,3	0,07-0,15	0,62-0,40
Grusig sand	1,60-1,90	0,2 -0,5	0,10-0,25	0,62-0,40
Torr sand och grus	1,40-1,70	0,15-0,9	0,13-0,50	0,62-0,55
Måttligt vatten- mättad sand	1,60-1,80	0,75-1,3	0,16-0,60	0,55-0,40
Vattenmättad sand	1,70-2,20	0,3 -1,6	0,20-0,80	0,40-0,10
Finsand	1,60-2,0	0,3 -1,2	0,12-0,60	0,58-0,40
Silt	1,60-2,10	0,3 -1,4	0,14-0,70	0,58-0,30
Plastisk lera	1,7 -2,20	0,5 -2,8	0,13-1,20	0,40-0,10
Halvfast och fast lera	1,9 -2,60	2,0 -3,5	1,10-2,0	0,62-0,40
Lössjord	1,3 -1,60	0,38-0,40	0,13-0,14	0,35
<u>Bergarter</u>				
Märgel	1,8 -2,60	1,4 -3,15	0,8 -2,0	0,62-0,40
Sandsten, mjuk	1,8 -2,20	1,5 -2,5	0,8 -1,7	0,58-0,30
Sandsten, hård	2,0 -2,60	2,0 -4,3	1,1 -2,5	0,67-0,55
Sandsten, vittrad	1,7 -2,20	1,0 -3,0	0,6 -1,8	0,55-0,30
Kalksten, hård	2,0 -3,0	3,0 -6,5	1,5 -3,7	0,62-0,55
Lerig skiffer	2,6 -2,80	2,0 -5,0	1,2 -3,0	0,62-0,20
Granit, gnejs, basalt m.m. sprickfri	2,40-3,00	3,0 -5,0	1,7 -3,0	0,58-0,48
Granit, gnejs, basalt m.m. sprickig	2,70-3,30	4,0 -6,5	2,7 -4,3	0,65-0,58
<u>Andra material</u>				
Betong	2,4	4,0	2,5	
Stål	7,8	6,0	3,0	

Faktorn $K^{1/2}$ kan bestämmas av den reella roten till ekvationen

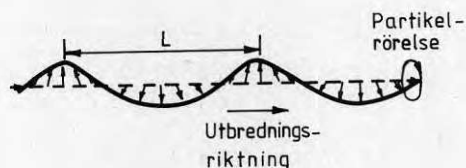
$$K^3 - 8K^2 + (24 - 16\alpha^2)K - 16(1 - \alpha^2) = 0 \quad (5:25)$$

där $\alpha^2 = (1 - 2\nu)/(2 - 2\nu) = G/(\lambda + 2G)$

För $\nu = 0$ erhålls $K^{1/2} = 0,87$, för $\nu = 0,3$ är $K^{1/2} = 0,92$ och för $\nu = 0,5$ är $K^{1/2} = 0,96$.

Ett approximativt värde på hastigheten v_R hos Rayleigh-vågen kan bestämmas ur formeln

$$v_R = v_s (0,87 + 1,12\nu)/(1 + \nu) \quad (5:26)$$



Figur 5.7 Partikelrörelse vid R-våg.

Av figur 5.7 framgår att den väsentliga partikelrörelsen hos R-vågen är vinkelrät mot både utbredningsriktningen och kroppens yta. Vågrörelsen har som synes en spiralform.

R-vågorna, som ur praktisk synpunkt är de viktigaste för byggnadskonstruktören, är intressanta av två anledningar. De representerar dels ca. 67 % av den totala vågenergin, dels är den ur v_R beräknade skjuvmodulen representativ för skjuvmodulen på en halv R-våglängds djup. Genom att variera R-vågens frekvens kan man även få en uppfattning om skjuvmodulens variation med djupet i en och samma jordart.

Vågbildningen samt vågutbredningen i inhomogena eller skiktade medier är beroende av de enskilda skiktens egenskaper och andra faktorer.

Vågutbredning i jordar behandlas bl.a. av Rayleigh (1877, 1885), Barkan, Richart, Graff (1975).

5.3 Skjuvmodulen G (vid dynamisk belastning)

Skjuvmodulen, som är den viktigaste dynamiska parametern vid bestämning av dynamiska styvheter enligt Whitmans och Richarts metoder kan bestämmas experimentellt eller med hjälp av empiriska funktionssamband.

Betr. de olika försöksmetoderna, både i fält och laboratorium, kan hänvisas till den mycket omfattande speciallitteratur som redovisas i "Bibliography on Machine Foundations" (1978) samt Gereben (1976), Andréasson (1979) och Svedinger (1979).

Skjuvmodulen G (vid dynamisk belastning) är beroende av olika variabler och Hardin & Black (1968) har ställt upp följande funktionssamband:

$$G = f(\bar{\sigma}_0, e, H, s, \tau_0, C, A, f, t, R, T) \quad (5:27)$$

där $\bar{\sigma}_0$ = effektiv medelspänning

e = portal

H = vibrationshistoria

s = vattenmättnadsgrad

τ_0 = initiell skjuvspänning

C = karakteristika hos kornen, såsom kornform, -storlek, gradering och mineralogi

A = amplitud hos deformationerna

f = frekvensen hos vibrationerna

t = sekundära effekter beroende av tiden

R = jordens struktur

T = temperatur inklusive frysning.

Beträffande sand har det visat sig att för skjuvdeformationer mindre än 10^{-4} % är skjuvmodulen G i stort sett oberoende av samtliga variabler i ekv. 5:27, med undantag av effektivspänningsnivån $\bar{\sigma}_0$ och portalet e . Därför har Hardin och Black (1968) uppställt empiriska funktionssamband enligt

$$G = f(\bar{\sigma}_0, e) \quad (5:28)$$

vilka baseras på undersökningsresultat av Hardin och Richart (1963). De semiempiriska formlerna för rundkornig sand med portalet $e < 0,8$ är

$$\begin{aligned} \text{vid } \bar{\sigma}_0 &\geq 96 \text{ kN/m}^2 \\ G &= 6900(2,17 - e)^2 (\bar{\sigma}_0)^{1/2} / (1 + e) \end{aligned} \quad (5:29)$$

$$\begin{aligned} \text{vid } \bar{\sigma}_0 &< 96 \text{ kN/m}^2 \\ G &= 4800(2,12 - e)^2 (\bar{\sigma}_0)^{3/5} / (1 + e) \end{aligned} \quad (5:30)$$

för kantigt material (krossad kvarts) med portalet $e > 0,6$ gäller

$$G = 3230(2,97 - e)^2 (\bar{\sigma}_0)^{1/2} / (1 + e) \quad (5:31)$$

där skjuvmodul G och effektivspänning $\bar{\sigma}_0$ uttrycks i kN/m^2

och e = portalet

$\bar{\sigma}_0$ = huvudeffektivspänningen som uttrycks i kN/m^2 erhålls ur

$$\bar{\sigma}_0 = 0,333(\bar{\sigma}_v + 2\bar{\sigma}_h) \quad (5:32)$$

där $\bar{\sigma}_v$ = vertikal effektivspänning, kN/m^2

$\bar{\sigma}_h$ = horisontell effektivspänning, kN/m^2 bestäms ur

$$\bar{\sigma}_h = K_0 \bar{\sigma}_v \quad (5:33)$$

där K_0 är den s.k. vilojordtryckkoefficienten.

På basis av senare undersökningsresultat har Hardin och Drnevich (1972) uppställt nya ekvationer för sambandet mellan maximala skjuvmodulen G för lera (och sand) och (1) portalet e , (2) effektivspänningen $\bar{\sigma}_0$, (3) överkonsolideringsgraden OCR , och (4) deformationsamplituden vid "resonance column"-laboratorieförsök.

$$G_{\max} = 3230(2,97 - e)^2 (\text{OCR})^K \bar{\sigma}_0^{1/2} / (1 + e) \quad (5:34)$$

där skjuvmodulen G_{\max} och effektivspänningen $\bar{\sigma}_0$ uttrycks i kN/m^2 .

K är en empirisk plasticitetskonstant beroende av plasticitetsindexen I_p enligt tabell 5.8.

Tabell 5.8 Värde på exponenten K i ekv. 5:34.

I_p	K
0	0
20	0,18
40	0,30
60	0,41
80	0,48
≥ 100	0,50

Värdet på G_{\max} i ekv. 5:34 motsvarar en skjuvmodul vid en skjuvdeformation av ca. $0,25 \cdot 10^{-4}\%$ som är lägre än de vanligen förekommande deformationsamplituderna vid vibrationer hos maskinfundament. Det verkliga värdet på G , dvs. det värde som motsvarar den korrekta deformationsnivån kan bestämmas ur uttrycket

$$G = G_{\max} / (1 + \gamma / \gamma_r) \quad (5:35)$$

där γ är den aktuella skjuvdeformationen uttryckt i %

γ_r är en "referensdeformation" definierad med uttrycket

$$\gamma_r = (\tau_{\max} / G_{\max}) \cdot 100 \quad (5:36)$$

Den maximala skjuvhållfastheten τ_{\max} bestäms med hjälp av Coulomb-Mohrs brottheori

$$\tau_{\max} = \left[\left(\frac{1+K_0}{2} \bar{\sigma}_v \sin \bar{\phi} + \bar{c} \cos \bar{\phi} \right)^2 - \left(\frac{1-K_0}{2} \bar{\sigma}_v \right)^2 \right]^{1/2} \quad (5:37)$$

där K_0 är vilojordtryckkoefficienten

$\bar{\sigma}_v$ är vertikal effektivspänning uttryckt i kN/m²

\bar{c} och $\bar{\phi}$ är effektiv kohesion resp. effektiv vinkel av inre friktion.

Skjuvhållfasthetsparametrarna \bar{c} och $\bar{\phi}$ kan bestämmas antingen från treaxliga konsoliderade odränerade försök, varvid porvattentrycket mäts, eller från treaxliga dränerade försök.

Beträffande ytterligare empiriska metoder för bestämning av skjuvmodulen kan hänvisas till Seed och Idriss (1970), Anderson och Stokoe (1977) och Hardin (1978), som föreslår följande semiempiriska formel för beräkning av den maximala skjuvmodulen

$$G_{\max} = 625 \text{OCR}^K (P_a \bar{\sigma}_0)^{1/2} / (0,3 + 0,7e^2) \quad (5:34a)$$

där skjuvmodulen G_{\max} och effektivspänningen $\bar{\sigma}_0$ uttrycks i samma enhet som lufttrycket P_a .

Vilojordtryckkoefficienten K_0

Värdet på vilojordtryckkoefficienten K_0 kan antingen bestämmas in situ eller beräknas genom empiriska samband med andra geotekniska parametrar. In situ-bestämningssmetoder för K_0 har beskrivits av bl.a. Massarsch och Fredriksson (1975).

För normalkonsoliderat friktionsmaterial har Jaky (1948) föreslagit följande approximation av K_0 .

$$K_0 = 1 - \sin \phi \quad (5:38)$$

där ϕ är materialets inre friktionsvinkel.

Med utgångspunkt från forskningsresultat från flera forskare, bl.a. Brooker och Ireland (1965), se diagram-

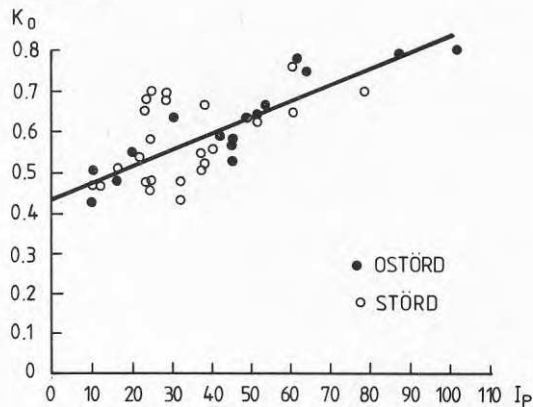
met i figur 5.8, har Massarsch föreslagit följande samband för normalkonsoliderad lera

$$K_o = 0,44 + 0,42 I_p / 100 \quad (5:39)$$

K_o för normalkonsoliderad lera kan även bestämmas ur uttrycket

$$K_o = 0,31 + 0,77 (W_F - 0,2) \quad (5:40)$$

som har föreslagits av Larsson (1977) och där W_F är lerans konflytgräns.



Figur 5.8 Värderna på K_o i relation till plasticitetsindex I_p , Massarsch (1979).

Sambanden 5:39 och 5:40 gäller inte för leror med organiskt innehåll.

För överkonsoliderade jordar har Schmidt (1967) satt upp sambandet

$$K_o (\text{ö.k.}) = K_o \cdot OCR^h \quad (5:41)$$

där OCR är lerans överkonsolideringskoefficient ($\bar{\sigma}_c / \bar{\sigma}_v$) och K_o är vilojordtryckkoefficienten för den normalkonsoliderade jorden enligt ekv. 5:38, 5:39 och 5:40 och $\bar{\sigma}_c$ är förkonsolideringstrycket.

För sand varierar exponenten h mellan värdena 0,3 och 0,5. För lera varierar h med lerans dränerade friktionsvinkel enligt

$$h = \sin(1,2 \phi) \quad (5:42)$$

5.4 Dynamiska bäddmoduler

Allmänt

Om man vill definiera den dynamiska bäddmodulen C_d kan man säga att den är det kontaktryck p_d som uppstår då det vid dynamisk belastning uppkommer en fjädrande deformation hos ett element i undergrunden på en längd- resp. vinkelenhet.

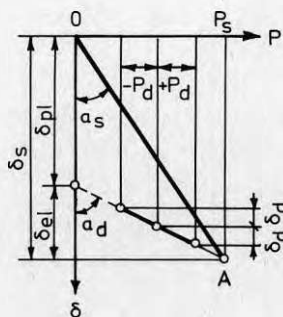
Den dynamiska bäddmodulen C_d bör ej blandas ihop med den statiska bäddmodulen C_s . Den statiska bäddmodulen benämns ofta proportionalitetskonstant och definieras med hjälp av

$$C_s = p_s / \delta_s = \tan \alpha_s, \text{ N/m}^3 \quad (5:43)$$

där p_s = statisk last per ytenhet (kontaktryck), N/m^2

δ_s = sättning eller sidoförskjutning hos fundamentet, m.

Den statiska sammantryckningen av undergrunden δ_s består av en elastisk och en plastisk del och deras inbördes förhållande visas på ett förenklat sätt i figur 5.9.



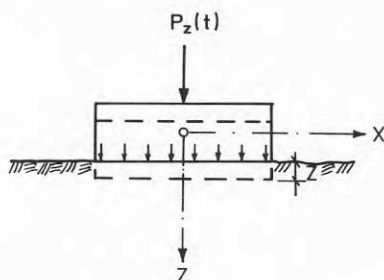
Figur 5.9 Sambandet mellan sammantryckning av undergrunden och kontaktrycket.

Vid avlastning av undergrunden minskar deformationen med andelen δ_{e1} och blir lika med δ_{p1} , vilket visas i figur 5.9 med linjen AB. Vi antar att vid ytterligare på- resp. avlastningar av undergrunden sker deformationen linjärt längs linje AB. Sammantryckningen δ_{e1} representerar den fjädrande andelen och δ_{p1} den plastiska (irreversibla) andelen av den totala deformationen δ_s . Om under den statiska belastningen av fundamentet även dynamiskt kontakttryck $\pm p_d$ uppträder, som resulterar i dynamiska deformationer $\pm \delta_d$, blir den dynamiska bäddmodulen

$$C_d = p_d / \delta_d = \tan \alpha_d, \text{ N/m}^3 \quad (5:44)$$

För de olika svängningsrörelserna som behandlats i kapitel 3 kan bäddmoduler uttryckas på nedanstående sätt.

Vertikal svängning



Figur 5.10

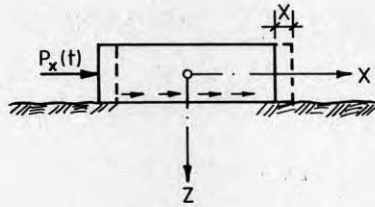
C_z = dynamisk bäddmodul i vertikalled, som uppträder vid vertikal dynamisk last $P_z(t)$, vilken ger upphov till jämnt fördelat kontakttryck p_z , N/m^2 .

Förhållandet mellan lasten per ytenhet och undergrundens deformation i vertikalled uttrycks

$$C_z = p_z / z, \text{ N/m}^3 \quad (5:45)$$

där z = elastisk deformation i vertikalled, m.

Horisontell svängning



Figur 5.11

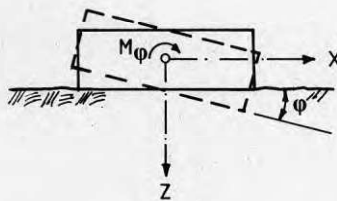
C_x = dynamisk bäddmodul i horisontalled, som uppträder vid horisontell dynamisk last $P_x = (t)$, vilken ger upphov till jämnt fördelad horisontell skjuvkraft p_x , N/m^2 .

Förhållandet mellan lasten per ytenhet och undergrundens deformation i horisontalled uttrycks

$$C_x = p_x/x, N/m^3 \quad (5:46)$$

där x = elastisk deformation i horisontalled, m.

Vridsvängning



Figur 5.12

C_ϕ = dynamisk bäddmodul vid ojämnt fördelat kontakttryck, som uppträder vid inverkan av moment $M_\phi(t)$, som orsakar en vridning kring horisontell y-axel och ger upphov till "triangulärt" fördelat kontakttryck eM_ϕ/I under fundamentet, där e är avståndet från fundamentytans tyngdpunktsaxel.

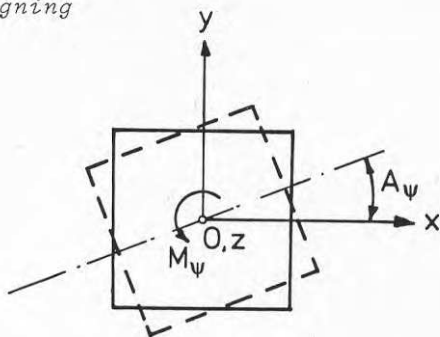
Förhållandet mellan lasten per ytenhet och undergrundens elastiska deformation uttrycks

$$C_{\varphi} = M_{\varphi}/I_{\varphi}, \text{ N/m}^3 \quad (5:47)$$

där φ = elastisk deformation vid vridning, radian.

I = tröghetsmoment hos fundamentets upplagsyta med avseende på axeln som går genom denna ytas tyngdpunkt och är parallell med axeln y , m^4 .

Rotationssvängning



Figur 5.13

C_{ψ} = dynamisk bäddmodul vid fundamentets rotation, som uppträder vid inverkan av momentet $M_{\psi}(t)$, vilken orsakar vridningen av fundamentet kring den lodräta tyngdpunktsaxeln z .

Förhållandet mellan belastningen och undergrundens dynamiska deformation uttrycks

$$C_{\psi} = M_{\psi}/I_p \psi, \text{ N/m}^3 \quad (5:48)$$

där ψ = elastisk deformation vid rotation som är lika med fundamentets vridvinkel, radian

I_p = polära tröghetsmomentet för fundamentets upplagsyta, m^4 .

Beräkningsmetoder

Dynamiska bäddmoduler C_z, χ, φ, ψ kan bestämmas antingen genom fältundersökningar eller genom beräkningar med tabellvärden från handböcker. Nedan visas de vanligen använda beräkningsmetoderna av Rausch, Barkan och Savinov (1953), vilka betraktar undergrunden som ett homogent, isotropt, viktlöst, linjärt elastiskt medium.

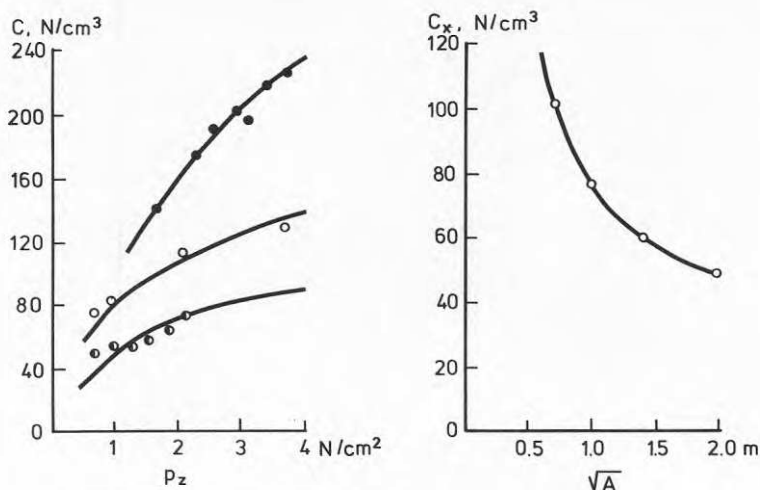
Bland de övriga teoretiska beräkningsmetoderna för bestämning av dynamiska bäddmoduler bör främst nämnas metoder av

- Lorenz (1953, 1960) vilken betraktar undergrunden som ett olinjärt elastiskt medium
- Lapin (1977) vilken tar hänsyn till inbäddningsförhållanden m.m.

De nyligen omarbetade sovjetiska maskinfundamentnormerna rekommenderar en empirisk metod som baseras på forskningsresultat av Lapin från undersökning av dynamiska styvheter resp. bäddmoduler hos 300 maskinfundament med uppläggningsytor från 0,5 till 3700 m². Undersökningarna omfattade olika jordarter såsom fin-, mellan- och grovsand med olika fasthet, silt och lera.

De dynamiska bäddmodulerna är beroende av flera faktorer bl.a.:

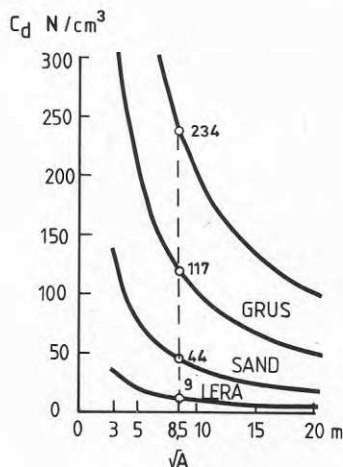
- jordarternas fysikaliska egenskaper
- amplituden hos den dynamiska kraften, figur 3.3
- storleken på den statiska lasten, figur 5.14a
- storleken på uppläggningsytan, figur 5.14b
- geometriska formen hos denna yta m.m.



Figur 5.14 Variationer hos dynamiska bäddmoduler C_z, C_x, C_φ i relation till kontakttryck p_z (a) resp. storlek hos upplagsytan (b), Savinov (1964).

Rauschs metod

I sin metod utgår Rausch från grundens elasticitetsmodul E och har modifierat Winklers modell av undergrunden, där värdet på bäddmodulen delvis är beroende av storleken resp. formen hos fundamentets uppläggningsyta, figur 5.15.



Figur 5.15 Sambandet mellan dynamiska bäddmodulen och fundamentets uppläggningsyta samt jordart.

Bäddmodulerna bestäms ur följande formel

för statisk vertikal last

$$C_s = E_s / \beta A^{1/2} \quad (5:49)$$

för dynamisk vertikal last

$$C_z = E_d / \beta A^{1/2} \quad (5:50)$$

där E_s resp. E_d är undergrundens statiska resp. dynamiska elasticitetsmodul enligt tabell 5.9

A är fundamentets upplagsyta

β är koefficient, vilken beror av sidoförhållandena hos den rektangulära fundamentetsulan enligt:

Sidoförhållanden	a:b	1:1	1:2	1:4
Koefficient	β	0,45	0,42	0,35

Ovan angivna värden på koefficienten β gäller under förutsättning att E-modulen är konstant ned till djupet t . Djupet t kan uppskattas till 1,0 - 1,6 gånger den minsta fundamentbredden för sidoförhållandena 1:1 till 1:4. Vid förekomst av fastare lager (t.ex. berg) inom detta djup minskar värdet på β .

Dynamisk bäddmodul vid vridsvängningar kring en horisontell axel, dvs. vid ojämnt fördelat kontakttryck bestäms ur formeln

$$C_\varphi = 1,6 C_z \quad (5:51)$$

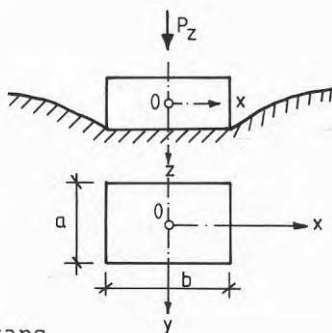
och dynamisk bäddmodul i horisontell led uppskattas till

$$C_x = 1/3 C_z - 2/3 C_z \quad (5:52)$$

Tabell 5.9 Statiska och dynamiska elasticitetsmoduler enligt Rausch.

Jordart	E-modul i $N/m^2 \times 10^5$	
	Statisk, E_s	Dynamisk E_d
Friktionsjordarter:		
Löst lagrad sand, runt	400 - 800	1500 - 3000
Löst lagrad sand, kantig	500 - 800	1500 - 3000
Medium lagrad sand, runt	800 - 1600	2000 - 5000
Medium lagrad sand, kantig	1000 - 2000	2000 - 5000
Grus utan sand	1000 - 2000	3000 - 8000
Singel eller makadam	1500 - 3000	3000 - 8000
Kohesions- och mellan- jordarter:		
Fast lera	80 - 500	1000 - 5000
Halvfast lera	60 - 200	1400 - 1500
Moränlera	60 - 500	1000 - 5000
Plastisk lera	40 - 80	500 - 1500
Mjåla	30 - 80	300 - 1000
Dy, gyttja o.d.	20 - 50	100 - 300

Barkans metod



Figur 5.16 Barkans beräkningsmodell.

I sin metod utgår Barkan från kända formler av Schleicher (1926) och Gorbunov-Possadov (1949) för förskjutningar hos en böjstyv rektangulär platta vid belastning av ett isotropt, viktlost, elastiskt halv-öändligt medium. Med insättning av beteckningarna enligt ekv. 5:1 t.o.m. 5:4 för dynamiska styvheter i

ovannämnda formler erhålls följande uttryck för dynamiska bäddmoduler

$$C_z = \beta'_z E / (1 - \nu^2) A^{1/2} \quad (5:53)$$

$$C_x = \beta'_x E / (1 - \nu \beta'_x) (1 + \nu) A^{1/2} \quad (5:54)$$

$$C_\varphi = \beta'_\varphi E / (1 - \nu^2) A^{1/2} \quad (5:55)$$

där $\beta'_z, \beta'_x, \beta'_\varphi$ = koefficienter som beror av den rektangulära ytans sidoförhållande $\alpha = a/b$ enligt tabell 5.10

E, ν = undergrundens elasticitetsmodul resp. kontraktionstalet

A = fundamentsulans yta.

Tabell 5.10 Koefficienten β' i formlerna 5:53, 5:54 och 5:55.

$\alpha = \frac{a}{b}$	β'_z	β'_φ	β'_x
0,2	1,22	1,62	0,53
0,333	1,13	1,65	0,53
0,5	1,09	1,72	0,52
1	1,06	1,98	0,50
1,5	1,07	2,24	0,45
2	1,09	2,50	0,42
3	1,13	2,97	0,37
5	1,22	3,59	0,29

För en kvadratisk ($\alpha = 1$), böjstyv platta erhålls

$$C_z = 1,06 E / (1 - \nu^2) A^{1/2} \quad (5:56)$$

$$C_x = 1,06 E / (1 - 0,5\nu) (1 + \nu) A^{1/2} \quad (5:57)$$

$$C_\varphi = 1,98 / (1 - \nu^2) A^{1/2} \quad (5:58)$$

Från data i tabell 5.10 kan konstateras att storleken på koefficienterna β'_z , β'_x , β'_φ varierar relativt litet för olika värden på α och på detta sätt kan formlerna 5:56 t.o.m. 5:58 användas vid approximativ beräkning av fundament med sidoförhållande $1:3 < \alpha < 3:1$.

Enligt ekv. 5:53 t.o.m. 5:55 bör förhållandet mellan koefficienterna C_{z1} resp. C_{z2} för två fundament med lika geometrisk utformning men olika uppläggningsytor A_1 resp. A_2 vara omvänt proportionellt mot roten av förhållandet mellan dessa ytor, dvs.

$$C_{z1} / C_{z2} = (A_2 / A_1)^{1/2} \quad (5:59)$$

I verkligheten är emellertid ändringsförloppet, speciellt vid ytor $A > 10 \text{ m}^2$, betydligt långsammare. På grund av detta och andra experimentella rön rekommenderar Barkan i sin bok konstanta värden på C_z , enligt tabell 5.11, för olika jordarter och fundament med uppläggningsytor $A > 10 \text{ m}^2$.

Tabell 5.11 Värden på bäddmoduler enligt Barkan.

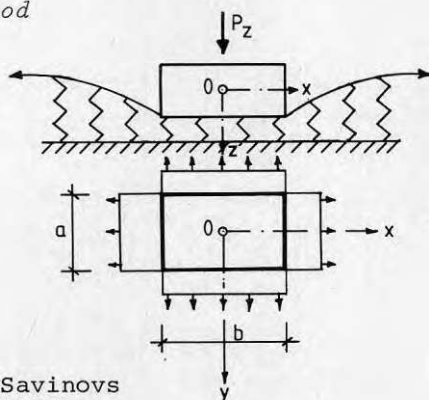
Klass	Fasthet	Jordart	Tillåtet statiskt tryck $p_s \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$	Bäddmodul $C_z \cdot 10^7 \text{ N/m}^2$
I	Lös	Lera, siltig lera med sand, löst lagrad sand	$\leq 1,5$	3
II	Medelfast	Siltig lera med sand, mellanlag- rad sand	1,5 - 3,5	3 - 5
III	Fast	Lera, siltig lera med sand, sand, grusig sand, lössjord	3,5 - 5	5 - 10
IV		Berg	> 5	> 10

Tabellvärdena gäller för fundament med ytan $A > 10 \text{ m}^2$. Vid $A < 10 \text{ m}^2$ multipliceras tabellvärdena med $(10/A)^{1/2}$.

För praktiska beräkningar anger Barkan följande värden på övriga bäddmoduler

$$\begin{aligned} C_x &= 0,5 C_z \text{ (vid } \nu = 0,3 - 0,5) \\ C_\varphi &= 2,0 C_z \\ C_\psi &= 1,5 C_z \end{aligned}$$

Savinovs metod



Figur 5.17 Savinovs beräkningsmodell.

I sin metod utgår Savinov från Filonenko-Borodits (1940) beräkningsmodell, där undergrunden utgör ett linjärt, elastiskt medium av Winkler-modell. På detta underlag läggs ett homogent och i alla riktningar spänt membran, vilket placeras på så sätt att inga friktionskrafter uppstår mellan detta membran och underlaget. Vid frånvaro av membranet skulle underlagets vertikala deformation under jämnt fördelat tryck p_z vara $z = p_z/C_z$. Vid närvaro av membranet och samma belastning p_z beskrivs den vertikala deformationen z hos underlaget genom integralen av differentialekvationen

$$q(\partial^2 z/\partial x^2 + \partial^2 z/\partial y^2) - C_z z = -p_z \quad (5:60)$$

vid givna randvillkor, där q är membranets spänning.

För att förenkla beräkningarna har Savinov valt en modell enligt figur 5.17, där i stället för ett helt membran två spända membranstrimlor, som korsar varandra, läggs på underlaget. Med hjälp av denna modell och jämviktsekvationerna för en böjstyv rektangulär platta,

som belastar underlaget på membranstrimlornas överlappningsområde, bestäms sambandet mellan underlagets bäddmoduler och fundamentalsulans dimensioner samt det statiska kontaktrycket. De av Savinov härledda formelerna för dynamiska bäddmoduler är

$$C_z = C_o [1 + 2(a + b)/\Delta A] (p/p_o)^{1/2} \quad (5:61)$$

$$C_\varphi = C_o [1 + 2(a + 3b)/\Delta A] (p/p_o)^{1/2} \quad (5:62)$$

$$C_x = d_o [1 + 2(a + b)/\Delta A] (p/p_o)^{1/2} \quad (5:63)$$

där a, b = fundamentalsulans mått, där b är längden av fundamentalsidan som är vinkelrät mot svängningsplanet, m

A = fundamentalsulans area, m^2

p = aktuellt statiskt kontaktryck under fundamentet, N/m^2

p_o = $0,2 \cdot 10^5$ N/m^2 , referenstryck vid försök då C_o och d_o bestämdes

C_o, d_o, Δ = koefficienter som beskriver underlagets elasticitet och som ej är beroende av fundamentmått.

De experimentellt bestämda värdena på C_o uttrycks i N/m^3 och visas i tabell 5.12.

Tabell 5.12 Klassificering av undergrunden för maskinfundament, Savinov.

Klass	Fasthet	Jordart	$C_o \cdot 10^7 \text{ N/m}^3$ (vid $p_o = 0,2 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$)
I	Lös	Lera och silt ($I_L > 0,75$)	0,6
		Sandig lera ($I_L > 1,0$)	0,6
II	Något fast	Lera och silt ($0,5 < I_L \leq 0,75$)	0,8
		Sandig lera ($0,5 < I_L \leq 1,0$)	1,0
		Löst lagrad, vattenmättad finsand ($e > 0,8$)	1,2
III	Medel- fast	Lera och silt ($0,25 < I_L \leq 0,5$)	2,0
		Sandig lera ($0 < I_L \leq 0,5$)	1,6
		Mellan- och fast lagrad finsand ($e \leq 0,8$)	1,4
		Mellan- och grovsand oberoende av lagringstäthet och vattenhalt	1,8
IV	Fast	Lera, moränlera ($I_L < 0$)	3,0
		Sandig lera ($I_L < 0$)	2,2
		Block-, stensjord	2,6

$I_L = (W - W_p)/(W_L - W_p)$ är flytindex
e är portal.

Sambandet mellan C_o resp. d_o och undergrundens elasticitetsparametrar E resp. ν har definierats med hjälp av följande formler

$$C_o = 1,7 \cdot 10^4 E_o / (1 - \nu^2) \quad (5:64)$$

$$d_o = 1,7 \cdot 10^4 E_o / (1 + \nu)(1 - 0,5\nu) \quad (5:65)$$

där E_o är grundens elasticitetsmodul i N/m^2 bestämd vid laboratorieprov med ett litet statistiskt tryck, $p_o = 1 \cdot 10^4 - 2 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2$

ν är kontraktionstalet, som varierar mellan 0,3 - 0,5.

Genom dividering av ekv. 5:64 och 5:65 fås

$$d_o = C_o (1 - \nu) / (1 - 0,5\nu) \quad (5:66)$$

och med insättning av medelvärdet $\nu = 0,4$ blir

$$d_o = 0,75 C_o \quad (5:67)$$

Vid experimentella undersökningar av maskinfundamentalsvängningar har man konstaterat att storheten Δ i ekv. 5:61 - 5:63 är oberoende av grundförhållandena och varierar ganska lite. För praktiska beräkningar kan antas

$$\Delta = 1 \text{ m}^{-1}$$

Värdena på bäddmodulerna i tabell 5.12, som baseras på flera undersökningsresultat samt formlerna 5:61 - 5:63 publicerades av Savinov första gången år 1953. Av figur 5.14a framgår att de teoretiskt bestämda bäddmodulerna väl överensstämmer med undersökningsresultaten.

De primära värdena i tabell 5.12 har reviderats successivt år 1955 och 1964.

5.5 Sammanfattning

Skjuvmodul, kontraktionstal, bäddmodul

De erforderliga parametrarna för bestämning av de dynamiska styvhetererna $k_{z'x'\varphi'\psi}$, skjuvmodulen G , kontraktionstalet ν och de dynamiska bäddmodulerna $C_{z'x'\varphi'\psi}$ skall helst bestämmas genom undersökningar in situ. Skjuvmodulen och kontraktionstalet kan även fastställas genom undersökningar i laboratorium, men dessa parametrar kan bestämmas exakt endast genom lämpliga försök på byggnadsplatsen. Då sådana försök är ganska komplicerade kan man alternativt använda de empiriska resp. teoretiska beräkningsmetoderna som redovisats tidigare.

Skjuvmodulen G kan beräknas med hjälp av de semiempiriska formlerna 5:29, 5:30, 5:31, 5:34 och 5:34a. Kontraktionstalet ν kan härledas från skjuv- och elasticitetsmoduler med hjälp av formlerna i tabell 5.6 eller kan hämtas från handböcker, t.ex. enligt tabell 5.1. Som framgår av denna tabell varierar kontraktionstalet mellan 0,25 och 0,40 för friktionsjordar resp. mellan 0,30 och 0,50 för kohesionsjordar och därmed rekommenderas att vid approximativa beräkningar användas medelvärden: $\nu = 0,33$ för friktionsjordar resp. $\nu = 0,40$ för kohesionsjordar ovanför grundvattenytan och $\nu = 0,50$ under grundvattenytan.

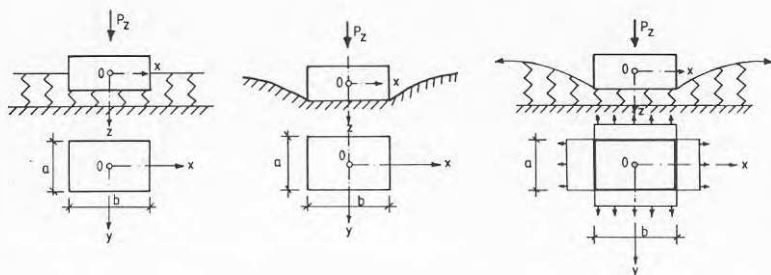
Dynamiska bäddmoduler kan beräknas med hjälp av Rauschs, Barkans och Savinovs metoder, vilka redovisats tidigare.

Dynamiska styvheter

Det kan konstateras att alla ovan redovisade beräkningsmetoder, dvs. av Barkan, Rausch, Savinov och Whitman-Richart, har sina begränsningar, beroende på det stora antalet faktorer, som påverkar dessa styvheter, bl.a.:

- storleken på den statiska lasten (kontakttrycket)
- storleken på den dynamiska lasten (kraftamplituden)
- storleken och formen på kontaktytan
- grundläggningsdjup m.m.

Samtidigt med detta förutsätter alla dessa metoder att fundamentet vilar på ytan av ett viktlöst, isotropt, homogent, linjärt viskoelastiskt medium. I verkligheten placeras emellertid de flesta blockfundamenten under markytan och jordarnas egenskaper skiljs från de ovan antagna. Här nedan redogörs för de mest aktuella begränsningarna.



Figur 5.18 Beräkningsmodeller för fundament på jorden.
 a) Winklers modell
 b) Elastisk halvrymd
 c) Filonenko-Borodits' modell.

Rauschs metod

Rausch utgår från den modifierade Winkler-modellen, figur 5.18a, för undergrunden då han delvis tar hänsyn till storleken resp. formen hos fundamentets uppläggningsyta. Samtidigt som han anger formlerna för endast två bäddmoduler C_z och C_φ försummar han initialspänningens inverkan på deras värden.

Barkans metod

I sin metod för bestämning av dynamiska bäddmoduler utgår Barkan från beräkningsmodellen för elastiskt halvoändligt medium, figur 5.18b. Vid bestämning av dynamiska styvheter modifierar han den primära beräkningsmodellen, som använts vid beräkning av bäddmoduler, på så sätt att han använder konstanta värden på C_z för alla ytor, vilka är större än 10 m^2 . Det har påvisats att detta förfarande bättre motsvarar de verkliga förhållandena. Samtidigt bortser han, liksom Rausch, från de rådande statistiska spänningsförhållandena, då hans riktvärden på bäddmoduler, enligt tabell 5.11, endast är beroende av den tillåtna och ej den aktuella grundpåkänningen.

Savinovs metod

Savinovs beräkningsmodell, enligt figur 5.18c, utgör något sorts "medelvärde" mellan Winklers modell och modellen för elastiskt, halvoändligt medium. I sin metod tar Savinov hänsyn både till storleken och formen på fundamentets uppläggningsyta och till den aktuella grundpåkänningen. Resultaten från flera verifierade vibrationsmätningar på utförda maskinfundament uppvisar att värdena på de teoretiskt beräknade dynamiska styvheterna med hjälp av formlerna 5:61 - 5:63 väl överensstämmer med de verkliga värdena på dessa styvheter hos fundament med uppläggningsytor $< 150 \text{ m}^2$. Då sambandet mellan värdena på bäddmodulerna och den statiska grundpåkänningen har kontrollerats, enligt Savinov (1970), endast för $p_z < 10^5 \text{ N/m}^2$ kan rekommenderas att formlerna 5:61 - 5:63 ej används vid maskinfundament där den statiska grundpåkänningen $p_z > 1,5 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$.

Whitmans och Richarts metod

I sin metod för bestämning av dynamiska styvheter utgår Whitman och Richart från samma beräkningsmodell som Barkan använder för bestämning av dynamiska bäddmoduler, dvs. böjstyvt fundament och isotropt, elastiskt halvoändligt medium. Enligt formlerna för dynamiska styvheter k_z , k_x i tabell 5.2 är dessa styvheter proportionella mot roten av uppläggningsytan. Undersökningsresultat av flera sovjetiska forskare visar att de verkliga förhållandena liknar de teoretiska endast i allmänna drag och avvikelserna kan bli påtagliga vid fundament med stora uppläggningsytor.

Ett belysande exempel på denna företeelse utgör resultaten från Barkans undersökning av två maskinfundament med lika sidoförhållanden och uppläggningsytor, $A_1 = 90 \text{ m}^2$ och $A_2 = 1,5 \text{ m}^2$, där det konstaterades att $k_{z1} = 4230 \cdot 10^7 \text{ N/m}^3$ och $k_{z2} = 162 \cdot 10^7 \text{ N/m}^3$. Om man skall använda värdet på k_{z2} för att bestämma den dynamiska styvheten k_{z1} med hjälp av följande formel från tabell 5.2

$$k_z = G\beta_z (BL)^{1/2} / (1 - \nu)$$

fås $k_{z_1} = k_{z_2} (A_1/A_2)^{1/2} = 162 \cdot 10^7 (90/1,5)^{1/2} = 1254 \cdot 10^7 \text{ N/m}^3$,
dvs. att det teoretiskt beräknade värdet på k_{z_1} är ca.
3,4 gånger mindre än det som bestämdes genom undersök-
ningar.

Från detta och andra forskningsresultat kan konstate-
ras att värdena på de verkliga dynamiska styvheterna
 k_z och k_x hos stora fundament är högre än de teore-
tiskt bestämda värdena med hjälp av formeln i tabell
5.2.

Finita elementmetoden

Fördelarna med finit elementsimulering är att man har
möjlighet att studera inverkan av olika konstruktiva
utformningar och varierande egenskaper hos undergrun-
den. Elasticitetsmodulen kan t.ex. göras variabel med
djupet. En av nackdelarna är att man på grund av kost-
nadsskäl och programvarubrist måste begränsa analysen
till plana problem och statisk simulering, Fredriks-
son (1982). För praktiska ändamål är troligen en så-
dan analys tillräcklig, om den kopplas med praktiska
erfarenheter och uppföljande mätningar. Vid åtgärder
på befintliga fundament kan säkert den skisserade tek-
niken ge värdefulla bidrag, eftersom man där har möj-
lighet att genom mätningar på det befintliga fundamen-
tet kontrollera utgångsläget. Genom en FEM-simulering
av den tänka åtgärden kan man bedöma dess effekt, som
exemplifieras i kapitel 11.3

6 JORD SOM DÄMPANDE UNDERLAG

6.1 Allmänt

I svängningssystemet maskin-fundament-jord, som beskrivs generellt med rörelseekvationen

$$m\ddot{z} + c\dot{z} + kz = P(t) \quad (3:1)$$

där $c\dot{z} = -F_d$ utgör dämpkraften, förekommer alltid energiförluster förorsakade av både inre och yttre dämpkrafter, vilka är riktade mot rörelsen. Skulle idealelastiska system, som ej orsakar energiförluster, existera skulle t.ex. egensvängningen framkallad genom en enda stöt hos ett hejarfundament pågå under obegränsad tid.

Den inre dämpningen som förorsakas av inre energiförlusthysteresis kallas för materialdämpning (D_m) och den yttre dämpningen som uppstår av energins utbredning i grunden kallas för geometrisk dämpning (D_g).

Eftersom dessa olika dämpningskrafter ur fysikalisk synpunkt utgör olika typer av dämpning, såsom viskösa, hysteresis- och friktionsdämpning, skulle en exakt matematisk lösning bli mycket komplicerad och svår att genomföra i praktiken. Därför är det fördelaktigt att på enklaste sätt bestämma sambandet mellan de dämpkrafter som förekommer i det verkliga svängningssystemet och den ekvivalenta dämpning som ger samma energiförluster. I litteraturen finns ett flertal metoder för karakterisering av dessa dämpkrafter och för bestämning av deras samband med ekvivalent dämpning. Dessa metoder kan indelas i två huvudgrupper, där

- den ekvivalenta totala dämpningen (D) utgör summan av den ekvivalenta materialdämpningen (D_m) och den ekvivalenta geometriska dämpningen (D_g).

- den ekvivalenta totala dämpningen (D) är lika med systemdämpningen.

Vad gäller de metoder som används mest i praktiken och vilka presenteras nedan görs antagandet att både den inre, den yttre och den totala ekvivalenta dämpningen är linjärt viskös, eftersom denna typ av dämpning där dämpkraften är proportionell mot hastigheten hos det svängande fundamentet, möjliggör enkla beräkningar.

I litteraturen förekommer även ett flertal olika storheter, som beskriver dämpningsegenskaperna hos ett svängande system. I grundekvationen 3:1 bestämmer dämpningskoefficienten c storleken på dämpkraften $-F_d = c\dot{z}$. Som referensfaktor anges dämpkvot D , vilken enligt ekv. 2:31 är

$$D = c/2(km)^{1/2} = c/c_c \quad (6:1)$$

$$\text{där } c_c = 2(km)^{1/2} = 2m\omega_0 \quad (6:2)$$

och $\omega_0 = (k/m)^{1/2}$ är egenvinkelfrekvensen för odämpat system.

Med insättning av beteckningar enligt ekv. 6:1 och 6:2 i ekv. 3:1 erhålls

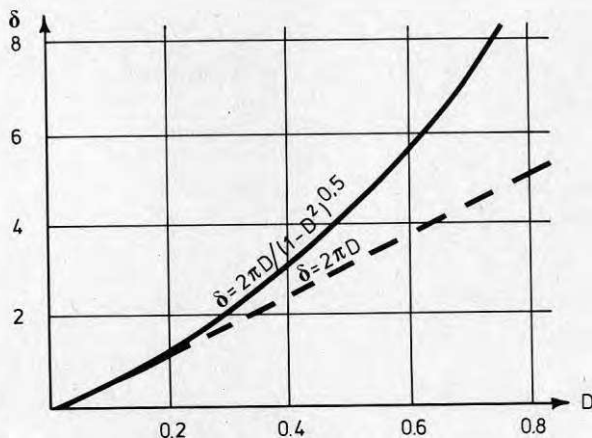
$$\ddot{z} + 2D\omega_0\dot{z} + \omega_0^2z = P(t)/m \quad (6:3)$$

Ett experimentellt sätt för fastställande av ett systems dämpning är att bestämma det logaritmiska dekrementet δ definierat som den naturliga logaritmen av förhållandet mellan två på varandra följande maxivärden av ett systems utslag, figur 2.8, ekv. 2:34 och 2:35.

$$\delta = \ln(z_1/z_2) = 2\pi D/(1 - D^2)^{1/2} \quad (2:34, 2:35)$$

Vid små D -värden, som är aktuella för maskinfundament, blir enligt figur 6.1

$$\delta \cong 2\pi D \quad (2:36)$$



Figur 6.1 Logaritmiskt dekrement δ som funktion av D .

Med kännedom om det logaritmiska dekrementet δ är det möjligt att med hjälp av diagrammen i figur 6.1 bestämma storleken på dämpningskvot D .

Känner man till den dynamiska förstöringsfaktorn, μ_{res} , se ekv. 2:59, är det också möjligt att bestämma storleken på dämpningskvoten. Denna är omvänt proportionell mot den maximala förstöringsfaktorn, vilken uppstår vid resonans, då, vid små värden på D , $\omega/\omega_0 = 1$.

$$\mu_{res} = 1/2D \quad (2:59)$$

därmed blir

$$D = 1/2\mu_{res} \quad (6:4)$$

6.2 Materialdämpning

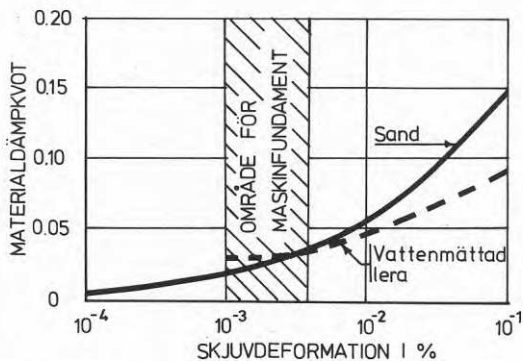
Materialdämpningen D_m påverkas, enligt Hardin och Drnevich (juni 1972), av ett flertal variabler i ekv. 5:27. Det logaritmiska dekrementet kan t.ex. erhållas experimentellt vid "resonant column"-försök genom stäng-

ning av vibrationskällan och registrering av amplitudens minskning med tiden. Av tabell 6.1 framgår värdena på ekvivalent materialdämpning angivna av olika forskare.

Tabell 6.1 Riktvärden på materialdämpning i olika jordarter.

Jordart	Ekvivalent D_m	Referens
Torr sand och grus	0,03 - 0,07	Weissman och Hart (1961)
Torr och vattenmättad sand	0,01 - 0,03	Hall och Richart (1963)
Torr sand	0,03	Whitman (1963)
Torr och vattenmättad sand resp. grus	0,05 - 0,06	Barkan (1962)
Lera	0,02 - 0,05	Barkan (1962)
Siltig sand	0,03 - 0,10	Stevens (1966)
Torr sand	0,01 - 0,03	Hardin (1965)

Seed och Idriss (1970), figur 6.2, föreslår värden på ekvivalenta materialdämpkvoter D_m i svängningssystem maskin-fundament-jord som är mindre än 0,04.



Figur 6.2 Materialdämpkvoter för sand och lera, Seed och Idriss (1970).

Beträffande empiriska beräkningsmetoder av materialdämpkvoter kan hänvisas till Hardin och Drnevich (juli 1972).

6.3 Geometrisk dämpning

Metoder för bestämning av den ekvivalenta geometriska dämpningen i svängningssystemet maskin-fundament-jord, Reissner (1936), Hsieh (1962) och Lysmer (1965) o a, baseras på elasticitetsteorin och utgår från en teoretisk svängningsmodell för ett cirkulärt böjstytvt fundament på isotropt, elastiskt halvoändligt medium. I samband med lösningen av uppgiften införde Reissner en dimensionslös "masskvot" b ("mass ratio")

$$b = m/\rho r_0^3 \quad (6:5)$$

där m = summan av massor hos svängande fundament och maskin
 r_0 = radien hos den cirkulära kontaktytan
 ρ = jordens densitet.

Lysmer modifierade Reissners och Hsiehs uttryck för masskvot för vertikal svängning till

$$B_z = (1 - \nu)b/4 = (1 - \nu)m/4\rho r_0^3 \quad (6:6)$$

och Hall (1965) anger följande uttryck för masskvoter för horisontell resp. vridsvängning:

för horisontell svängning

$$B_x = (7 - 8\nu)m/32(1 - \nu)\rho r_0^3 \quad (6:7)$$

för vridsvängning

$$B_\varphi = 3(1 - \nu)J_\varphi/8\rho r_0^5 \quad (6:8)$$

Richart et al (1970) anger i sin tur följande uttryck för masskvot

för rotationssvängning

$$B_\psi = J_\psi/\rho r_0^5 \quad (6:9)$$

För de olika dämpkoefficienterna $c_z, c_x, c_\varphi, c_\psi$ hos den ekvivalenta geometriska dämpningen för ett cirkulärt böjstytvt fundament har Lysmer resp. Hall och Richart ställt upp följande samband

för vertikal svängning

$$c_z = 3,4r_0^2 (\rho g)^{1/2}/(1 - \nu) \quad (6:10)$$

för horisontell svängning

$$c_x = 18,4(1 - \nu)r_0^2(\rho G)^{1/2}/(7 - 8\nu) \quad (6:11)$$

för vridsvängning

$$c_\varphi = 0,8r_0^4(\rho G)^{1/2}/(1 - \nu)(1 + B_\varphi) \quad (6:12)$$

för rotationssvängning

$$c_\psi = 4(B_\psi\rho G)^{1/2}/(1 + 2B_\psi) \quad (6:13)$$

Med insättning av $c_z, c_x, c_\varphi, c_\psi$ enligt 6:10 - 6:13 i ekv. 6:1 och med beteckningar för masskvoter enligt 6:6 - 6:9 erhålls följande uttryck för ekvivalenta dämpkvoter för geometrisk dämpning D_g :

för vertikal svängning

$$D_{gz} = 0,425/B_z^{1/2} \quad (6:14)$$

för horisontell svängning

$$D_{gx} = 0,288/B_x^{1/2} \quad (6:15)$$

för vridsvängning

$$D_{g\varphi} = 0,15/(1 + B_\varphi)B_\varphi^{1/2} \quad (6:16)$$

för rotationssvängning

$$D_{g\psi} = 0,5/(1 + 2B_\psi) \quad (6:17)$$

Värdena på dessa dämpkvoter kan även bestämmas med hjälp av diagrammen i figur 6.3.

Uttrycken 6:10 - 6:13 resp. diagrammen i figur 6.3 redovisar sambandet för ekvivalenta dämpkvoter för geometrisk dämpning vid svängning av ett styvt cirkulärt fundament placerat på elastiskt halvoändligt medium. Ett rektangulärt fundament med dimensionerna $a \times b$ konverteras till ett ekvivalent cirkulärt fundament med radien r_0 enligt:

vid translationsrörelse

$$r_0 = (ab/\pi)^{1/2} \quad (6:18)$$

vid vridrörelse

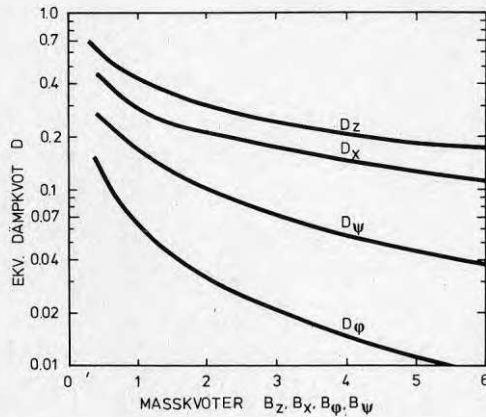
$$r_o = (ab^3/3\pi)^{1/4} \quad (6:19)$$

vid rotationsrörelse

$$r_o = [ab(a^2 + b^2)/6\pi]^{1/4} \quad (6:20)$$

där b = fundamentets längd (i svängningsrörelsens riktning).

Figur 6.3 Ekvivalenta dämpkvoter för svängning av böjstyvt cirkulärt fundament på elastiskt halvoändligt medium, Richart et al (1970).



6.4 Systemdämpning

Whitmans metod

Whitman (1972) föreslår att effekterna av material- och geometrisk dämpning slås ihop och anger följande uttryck för systemets totala dämpning

vid vertikal svängningsrörelse

$$D_z = 0,49 (m/\rho r_o^3)^{-1/2} \quad (6:21)$$

vid horisontell svängningsrörelse

$$D_x = 0,31 (m/\rho r_o^3)^{-1/2} \quad (6:22)$$

vid pendelsvängningsrörelse

$$D_\phi = 0,05 + 0,1 ([J_\phi/\rho r_o^5]^{1/2} + [1 + (J_\phi/4\rho r_o^5)])^{-1} \quad (6:23)$$

där m = fundamentets massa plus maskinens massa
som svänger i fas med fundamentet

r_0 = effektiv radie hos fundamentet

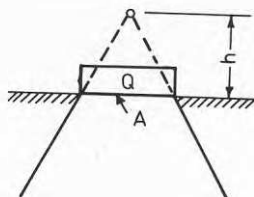
J_φ = masströghetsmoment hos fundamentet samt
den del av maskinen som svänger med i fas
med avseende på horisontell axel, som ligger
i uk-fundamentet och går vinkelrätt
mot svängningsplanet

ρ = jordens densitet.

Whitmans uttryck ger värden på de totala dämpningskvoterna för translationssvängningar, som är mindre än värdena på dämpningskvoterna för endast geometrisk dämpning enligt ekv. 6:14 och 6:15.

Ehlers metod

I sin metod betraktar Ehlers (1942) undergrunden som en viktlös fjäder och samtidigt som en dämpare med dämpkvoten D .



Figur 6.4 Ehlers modell för bestämning av dämpkvot D .

$$D = 0,5(\rho h/p_s)^{1/2} \quad (6:24)$$

där enligt figur 6.4

$p_s = Q/A$ = kontakttryck orsakat av statisk last

$h = A^{1/2}$ = höjden av tryckfördelningskonen,
vilken antas vara lika med roten av
uppläggningsytan

ρ = jordens densitet.

Ehlers bortser från materialdämpning och kallar dämpkvoten D för "systemdämpning", vilken enligt ekv.

6:24 ökar med växande upplagsyta och/eller minskade påkänningar under fundamentet.

Pavliuks metod

I sin metod utgår Pavliuk (1936) från följande förutsättningar:

- att det för varje rörelseriktning endast finns en ekvivalent dämpkraft, som motsvarar alla energiförlusterna i det aktuella svängningssystemet.
- att dessa dämpkrafter – en för varje rörelseriktning – är proportionella mot resp. svängningshastigheter, dvs. är av viskös karaktär.
- att undergrunden utgör ett viktlöst, viskoelastiskt medium i en modifierad Winkler-modell.

Med dessa förutsättningar har Pavliuk föreslagit följande sätt för formulering av förhållandet mellan förflyttningar (vridningar) i olika riktningar (plan) hos fundamentet och tillhörande reaktioner hos ett linjärt viskoelastiskt underlag.

$$R_z = k_z(z + \phi_z \dot{z}) = k_z z + k_z \phi_z \dot{z} \quad (6:25)$$

$$R_x = k_x(x + \phi_x \dot{x}) = k_x x + k_x \phi_x \dot{x} \quad (6:26)$$

$$L_\varphi = k_\varphi(\varphi + \phi_\varphi \dot{\varphi}) = k_\varphi \varphi + k_\varphi \phi_\varphi \dot{\varphi} \quad (6:27)$$

$$L_\psi = k_\psi(\psi + \phi_\psi \dot{\psi}) = k_\psi \psi + k_\psi \phi_\psi \dot{\psi} \quad (6:28)$$

- där $\phi_z, \phi_x, \phi_\varphi, \phi_\psi$ är dämpmoduler mätt i sekunder
- $k_z z, k_x x, k_\varphi \varphi, k_\psi \psi$ är återföringskrafter (fjädringskrafter)
- och $k_z \phi_z \dot{z}, k_x \phi_x \dot{x}, k_\varphi \phi_\varphi \dot{\varphi}, k_\psi \phi_\psi \dot{\psi}$ är ekvivalenta dämpkrafter för resp. svängningsform
- där $k_z \phi_z, k_x \phi_x, k_\varphi \phi_\varphi, k_\psi \phi_\psi$ utgör ekvivalenta viskösa dämpkoefficienter $c_z, c_x, c_\varphi, c_\psi$

Med dessa förutsättningar får differentialekvationen 3:1 för tvungna, vertikala dämpade svängningar uttrycket

$$m\ddot{z} + k_z \phi_z \dot{z} + k_z z = P(t) \quad (6:29)$$

Med insättning av beteckningar enligt ekv. 2:15 och 2:31

$$\omega_{Oz}^2 = k_z/m \text{ och } D_z = c_z/2(k_z m)^{1/2}$$

får ekv. 6:29 uttrycket

$$\ddot{z} + \phi_z \omega_{Oz}^2 \dot{z} + \omega_{Oz}^2 z = P(t)/m \quad (6:30)$$

som vid jämförelse med ekv. 6:3 ger följande samband för ekvivalent dämpkvot för vertikal svängning

$$D_z = 0,5 \phi_z \omega_{Oz} \quad (6:31)$$

Ekvivalenta dämpkvoter för de övriga svängningsformerna kan uttryckas analogt med ekv. 6:31.

$$D_x = 0,5 \phi_x \omega_{Ox} \quad (6:32)$$

$$D_{\varphi} = 0,5 \phi_{\varphi} \omega_{\varphi} \quad (6:33)$$

$$D_{\psi} = 0,5 \phi_{\psi} \omega_{\psi} \quad (6:34)$$

Det första riktvärdet på dämpmodulen ϕ_z och ϕ_x bestämdes experimentellt på 30-talet av Pavliuk, varvid konstaterades att värdena på resp. dämpmoduler varierar litet, dvs. ökar oväsentligt med minskat statistiskt kontakttryck p_z . Resultaten från senare mätningar av tvungna fundamentsvängningar uppvisar att den ekvivalenta dämpmodulen för vertikala svängningar är ca. 1,5 - 2,0 ggr. större än dämpmodulerna för de andra svängningsformerna. De nyreviderade sovjetiska normerna SNP-II-79 föreslår följande samband för dämpmoduler resp. dämpkvoter:

$$D_x = D_{\varphi} = 0,6 D_z \quad (6:35)$$

$$D_{\psi} = 0,3 D_z \quad (6:36)$$

$$\phi_x = \phi_{\varphi} = 0,6 \phi_z \quad (6:37)$$

$$\phi_{\psi} = 0,3 \phi_z \quad (6:38)$$

Värdena på ϕ_z för olika jordarter baserade på mätningar på fullskaliga maskinfundament av Savinov (1979) visas i tabell 6.2.

De lägre värdena på ϕ_z i tabell 6.2 gäller vid statistiskt kontakttryck $p_z = 15 \text{ N/cm}^2$ och de högre för $p_z = 4 \text{ N/cm}^2$.

Redovisade värden i tabell 6.2 avser fundament placerade på ytan, dvs. utan sidofyllning.

Tabell 6.2 Riktvärden på dämpmodul ϕ_z , Savinov (1979).

Jordart	ϕ i sek
I. Ej vattenmättade jordar:	
Mellan- och grovsand	0,005 - 0,007
Finsand ($e > 0,6$)	0,007 - 0,010
Fast siltmorän och sandig lera	0,005 - 0,006
Fast lera	0,004 - 0,006
Lös sandig lera ($e > 0,6$)	0,006 - 0,008
Lös silt och lera	0,011
II. Vattenmättade lerjordar:	
	0,005

6.5 Sammanfattning

Allmänt

De erforderliga parametrarna för bestämning av dämpningsegenskaperna hos svängningssystemet maskin-fundament-undergrund kan bestämmas mest exakt genom lämpliga försök på prototypfundament. Materialdämpningen, som utgör en bråkdel av den totala dämpningen i systemet, kan även fastställas genom undersökningar i laboratorium. Då försök på prototypfundament både är komplicerade och kostsamma, samtidigt som dämpningen relativt sett är av sekundär betydelse vid svängningsberäkningar av maskinfundament, kan man använda de empiriska eller teoretiska beräkningsmetoderna, vilka redovisats tidigare, nämligen:

Materialdämpkvoterna $D_{z'x'\varphi'\psi}$ kan bestämmas med hjälp av

- tabellvärden enligt tabell 6.1 eller
- empiriska formler av Hardin och Drnevich (1972).

Dämpkvoterna $D_{z'x'\varphi'\psi}$ för geometrisk dämpning kan bestämmas med hjälp av

- teoretiska formler av Lysmer o a, enligt ekv. 6:14 - 6:17 eller motsvarande diagram i figur 6.3
- teoretiska formler av Hsieh (1962).

Dämpkvoterna $D_{z,x,\varphi,\psi}$ för total dämpning i systemet (systemdämpning) kan bestämmas med hjälp av

- teoretiska formler av Whitman, enligt ekv. 6:21 - 6:23
- teoretisk formel av Ehlers, enligt ekv. 6:24
- empiriska formler av Pavliuk, enligt ekv. 6:31 - 6:34 samt tabellvärden på dämpmoduler $\phi_{z,x,\varphi,\psi}$ enligt tabell 6.2.

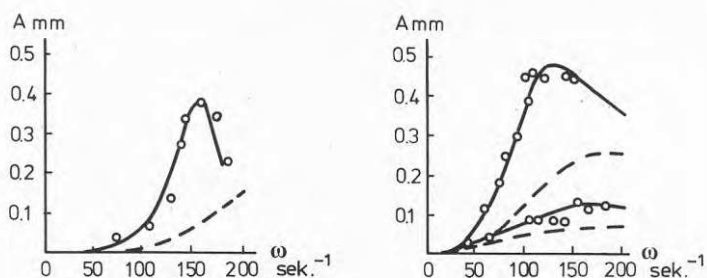
Alla dessa metoder för bestämning av den ekvivalenta dämpningen förutsätter att fundamentet vilar på ytan av ett viktlost, isotropt, homogent och linjärt viskoelastiskt medium. I verkligheten placeras emellertid de flesta blockfundamenten under markytan och jordarternas egenskaper medför att undergrunden egentligen bör betraktas som ett heterogent, anisotropt och olinjärt elastoplastiskt medium. Detta har till följd att alla metoder har sina begränsningar och är beroende av i vilken grad den beräknade ekvivalenta dämpningen överensstämmer med den verkliga dämpningen i systemet. Här nedan redogörs i korthet för de mest aktuella begränsningarna vilka uppmärksammas främst genom mätningar på verkliga fundament och genom forskningsresultat av Barkan (1977).

Metod av Richart med material- och geometrisk dämpning

Metoden används av Richart för svängningsberäkning av fundament och den i grundekvationen 3:1 ingående dämpningen är summan av separata effekter av material- resp. geometrisk dämpning, dvs. $D = D_m + D_g$. Om man enligt tabell 6.1 antar värdet $D_m = 0,05$ som en typisk dämpkvot för materialdämpning och sedan jämför detta värde med motsvarande värden på dämpkvoter för geometrisk dämpning enligt diagram i figur 6.3 kan man uppskatta det relativa bidraget från de båda typerna. Härvid framgår tydligt att vid rena translationssvängningar är den geometriska dämpningen så dominerande att materialdämpningen kan försummas vid beräkningar. Vid rotations- och vridsvängningar däremot är den geometriska dämpningen liten och speciellt vid vridsväng-

ningar kan de båda dämpningstermerna D_m och D_g vara av samma storleksordning.

Det har konstaterats av Whitman resp. Barkan att de med hjälp av elasticitetsteorin beräknade värdena på geometriska dämpkvoter är betydligt större än de verkliga. Av Barkans forskningsresultat, som redovisas i figur 6.5, framgår att värdena på den teoretiskt beräknade geometriska dämpningen enligt Hsieh (1962) är 2 - 3 ggr. större än den verkliga systemdämpningen. Vid sin analys använde Barkan (1977) experimentellt bestämda värden på egenfrekvenser och dämpkoefficienter för vertikala svängningar hos olikartade maskinfundament. Dessa data bestämdes tidigare vid undersökningar av inverkan hos medsvängande jordmassor på fundamentsvängningar, vilket redovisas i Barkan (1976).



Figur 6.5 Diagram utvisande de verkliga (heldragna linjer) och enligt Hsiehs formel beräknade svängningsamplituderna, Barkan (1977).

Metod av Whitman och Ehlers med systemdämpning

Det kan noteras att värdena på den totala dämpningen vid translationssvängningar enligt teoretiska formler av Whitman är mindre än värdena på enbart den geometriska dämpningen enligt Hsieh eller Lysmer. Kontrollmätningar saknas, vilka skulle redogöra för noggrannheten hos Whitmans resp. Ehlers' metoder för bestämning av systemdämpningen. Ehlers' metod rekommenderas av Rausch (1959), som själv i de flesta praktiska fall brukar försumma inverkan av dämpning.

Metod av Pavliuk

Praktiken har påvisat, enligt Savinov och andra forskare, att de av Pavliuk föreslagna sambanden enligt ekv. 6:25 - 6:28 tillräckligt väl överensstämmer med verkliga förhållanden. Samtidigt har konstaterats att den ekvivalenta dämpningen som bestämts med hjälp av Pavliuks formler brukar vara mindre än den verkliga. Detta kan förklaras med att tabellvärdena på dämpmodulerna ϕ_z, x, φ, ψ har bestämts genom mätningar på fundament placerade på ytan av halvoändligt medium, när dessa fundament i verkligheten oftast ligger under markytan.

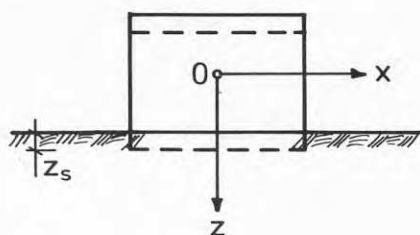
Slutsatser

Genom analys av ovan presenterade metoder kan dras den slutsatsen att värden på den verkliga dämpningen i svängningssystemet maskin-fundament-undergrund ligger mellan värdena på den ekvivalenta dämpningen, som beräknats med hjälp av elasticitetsteorin enligt Hsieh, Lysmer och Richart och värdena på den ekvivalenta dämpningen, som bestämts med hjälp av Pavliuks formler och tabellvärden på dämpmoduler. Detta styrks genom undersökningsresultat av författaren, se kapitel 11 och beräkningsexempel 15:1, som redogör för styvhet och dämpning hos ett horisontellt svängande fundament med dimensionerna 0,9 x 0,4 x 0,25 m. Det kan antas att den dämpning som bestämts med Whitmans metod, som ligger mellan värdena på dämpning bestämda med Pavliuks och Richarts metoder, bäst överensstämmer med verkliga förhållanden.

7 SVÄNGNINGAR AV BLOCKFUNDAMENT

7.1 Fri odämpad svängning

Vertikal svängning



Figur 7.1 Fri vertikal svängning.

Differentialekvationen för vertikal, fri svängning hos ett blockfundament kan uttryckas analogt med ekv. 2:13

$$m\ddot{z} + k_z z = 0 \quad (7:1)$$

$$\text{eller } \ddot{z} + \omega_{oz}^2 z = 0 \quad (7:2)$$

och egenvinkelfrekvensen ω_{oz} blir

$$\omega_{oz} = (k_z/m)^{1/2} = (g/z_s)^{1/2} \quad (7:3)$$

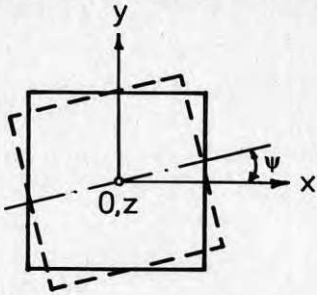
där $m = Q/g$ är kroppens (fundament och maskin) massa

k_z är underlagets dynamiska styvhet i vertikal riktning

$z_s = Q/k_z$ är underlagets statiska sammantryckning under tyngden Q .

Med insättning av ekv. 2:7, $\omega = 2\pi f$, samt värdet $g = 981 \text{ cm/s}^2$ i ekv. 7:3 erhålls egenfrekvensen $f_{oz} = 5/(z_s)^{1/2} \text{ sek}^{-1} (\text{Hz})$, om z_s uttrycks i cm.

Rotationssvängning



Figur 7.2 Fri rotations-
svängning.

Differentialekvationen för fri rotationssvängning kan uttryckas analogt med ekv. 7:1 för fri vertikal svängning

$$J_{\psi} \ddot{\psi} + k_{\psi} \psi = 0 \quad (7:4)$$

$$\text{eller } \ddot{\psi} + \omega_{\psi}^2 \psi = 0 \quad (7:5)$$

och egenvinkelfrekvensen hos rotationssvängningen blir

$$\omega_{\psi} = (k_{\psi}/J_{\psi})^{1/2} \quad (7:6)$$

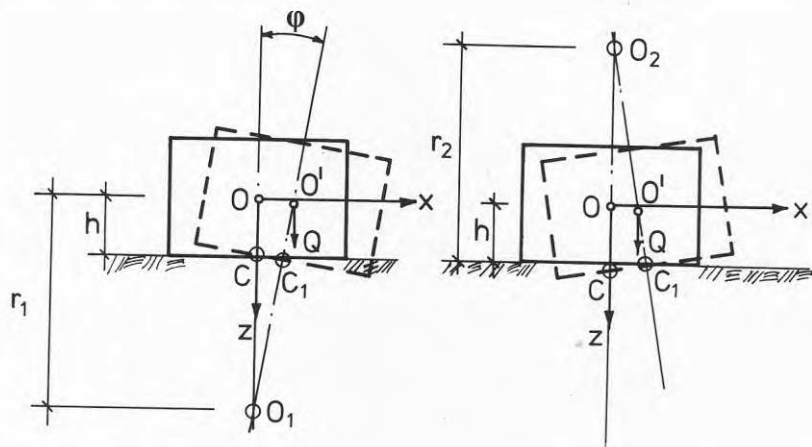
där J_{ψ} = systemets masströghetsmoment med avseende på rotationsaxeln

k_{ψ} = underlagets dynamiska styvhet vid rotationsrörelse.

Pendelsvängning

Pendelsvängningar orsakas av horisontala dynamiska krafter, vilka inte är riktade i den vågräta huvudaxelns riktning. De vågräta elastiska huvudaxlarna ligger normalt i upplagsytans plan och en horisontal dynamisk kraft ger endast upphov till en ren vågrät förskjutning, om kraften är riktad i den ena vågräta huvudaxelns riktning. Skärningspunkten C mellan de båda huvudaxlarna är systemets elastiska centrum.

Eftersom en horisontellt verkande kraft i praktiken sällan går genom den elastiska medelpunkten C kommer de uppträdande svängningarna att bestå av horisontella parallellsvängningar och vridsvängningar. Dessa sammansatta svängningar, vilka utför två vridande svängningsrörelser omkring två fasta punkter på den lodräta huvudaxeln kallas pendelsvängningar, figur 7.3.



Figur 7.3 Beräkningsmodell för pendelsvängning.

Det har också konstaterats att det i praktiken, vid extrema fjädringsegenskaper hos underlaget, t.ex. hos slanka stödpålar, kan uppkomma gränfall, där en svängningsrörelse dominerar hos den sammansatta pendelsvängningen, dvs. antingen den horisontella parallellsvängningen eller vridsvängningen. I dessa fall kan svängningsberäkningen förenklas och utförs endast för den dominerande svängningsrörelsen. Beträffande teoretisk analys av denna problemställning se kommentarer till ekv. 7:24.

Om systemet i figur 7.4 rubbas ur sitt jämviktsläge med hjälp av en horisontellt riktad stöt och därefter utan yttre påverkan tillåts återgå till detta jämviktsläge utför systemet fria pendelsvängningar. Med hjälp av D'Alemberts princip kan villkoret för den dynamiska jämvikten uttryckas matematiskt medelst följande

differentialekvationer

$$m\ddot{x} = \Sigma X \quad (7:7)$$

$$J_o \ddot{\phi} = \Sigma M \quad (7:8)$$

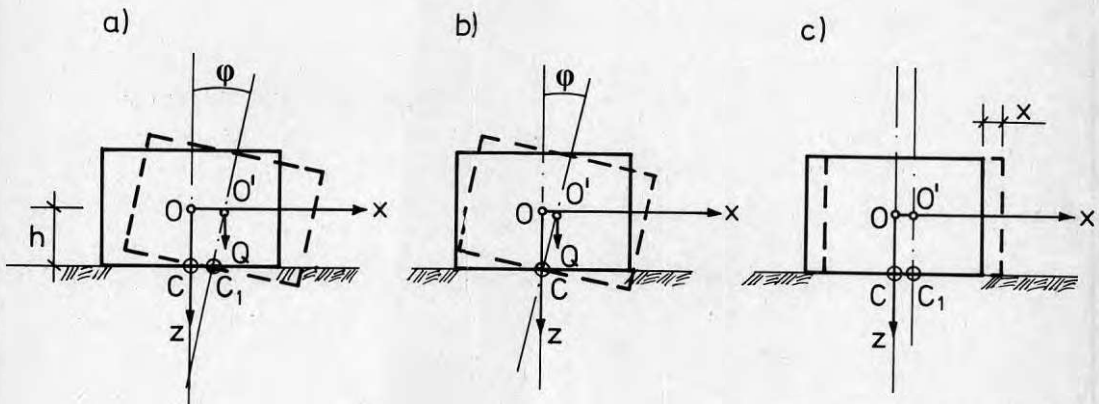
där $m = Q/g$ är kroppens (fundament och maskin) massa

J_o är kroppens masströghetsmoment med avseende på axeln Oy som går genom kroppens tyngdpunkt och är vinkelrät mot svängningsplanet, J_o enl. formel 7:28a

x, ϕ är den horisontella förflyttningen av tyngdpunkten resp. kroppens vridningsvinkel vid samma tidpunkt

ΣX är summan av x-komponenterna hos yttre krafter

ΣM är resulterande moment av yttre krafter kring axeln Oy .



Figur 7.4 Beräkningsmodell för fri a) pendelsvängning, b) vridsvängning och c) horisontell svängning.

Om man skall bortse från energiförluster i fundamentkroppen och undergrunden, dvs. dämpningen, påverkas systemet endast av kroppens tyngd och undergrundens reaktion, vilket kan uttryckas:

$$\Sigma X = -k_x x + k_x h\varphi \quad (7:9)$$

$$\Sigma M = -k_\varphi \varphi + k_x hx - k_x h^2\varphi + Qh\varphi \quad (7:10)$$

där k_x = underlagets dynamiska styvhet i horisontell riktning

k_φ = underlagets dynamiska styvhet vid vridrörelse

h = avståndet mellan kroppens tyngdpunkt och upplagsytan.

Som framgår av differentialekvationerna 7:7 och 7:8 för pendelsvängning utgör dessa en ekvation för en separat parallell horisontell svängningsrörelse och en ekvation för en separat vridsvängningsrörelse. Då det vid extrema fjädringsegenskaper hos underlaget kan uppkomma gränsfall, där endast en av dessa svängningsrörelser dominerar, betraktas först dessa svängningsrörelser separat var för sig.

Ekvationen för enbart fri vridsvängning kring en horisontell axel, som går genom systemets elastiska centrum C enligt figur 7.4b, kan uttryckas analogt med ekv. 7:8

$$J_c \ddot{\varphi} = \Sigma M = Qh\varphi - k_\varphi \varphi = (Qh - k_\varphi)\varphi \quad (7:11)$$

$$\text{eller } \ddot{\varphi} + \omega_{o\varphi}^2 \varphi = 0 \quad (7:12)$$

och egenvinkelfrekvensen hos vridsvängningen

$$\omega_{o\varphi} = [(k_\varphi - Qh)/J_c]^{1/2} \quad (7:13)$$

där $J_c = J_o + mh^2 =$ systemets masströghetsmoment med avseende på en vågrät huvudaxel, som går genom systemets elastiska centrum C och är parallell med axeln Oy .

Ekvationen för en ren horisontell egensvängning enligt figur 7.4c kan uttryckas

$$m\ddot{x} = \Sigma X = -k_x x \quad (7:14)$$

$$\text{eller } \ddot{x} + \omega_{ox}^2 x = 0 \quad (7:15)$$

och egenvinkelfrekvensen hos den horisontella svängningen

$$\omega_{ox} = (k_x/m)^{1/2} \quad (7:16)$$

Med insättning av värden på yttre krafter enligt ekv. 7:9 och 7:10 i differentialekvationer för pendelsvängning, ekv. 7.7 och 7.8, erhålls:

$$m\ddot{x} + k_x x - k_x h\varphi = 0 \quad (7:17)$$

$$J_o \ddot{\varphi} + (k_\varphi + k_x h^2 - Qh)\varphi - k_x hx = 0$$

Med insättning i ekv. 7:17 av värden på egenvinkelfrekvenserna ω_{ox} och $\omega_{o\varphi}$ enligt ekv. 7:13 och 7:16 samt beteckning

$$\gamma = J_o/J_c \quad (7:18)$$

erhålls ett homogent system av två linjära differentialekvationer med konstanta koefficienter

$$\ddot{x} + \omega_{ox}^2 x - \omega_{ox}^2 h\varphi = 0 \quad (7:19)$$

$$\gamma \ddot{\varphi} + [\omega_{o\varphi}^2 + (1 - \gamma) \omega_{ox}^2] \varphi - \omega_{ox}^2 (1 - \gamma)x/h = 0$$

De partikulära integralerna till ekv. 7:19 tecknas

$$\begin{aligned}x &= A \sin (\omega_o t + \alpha) \\ \varphi &= B \sin (\omega_o t + \alpha)\end{aligned}\quad (7:20)$$

där konstanterna A, B och α bestäms ur begynnelsevillkoren hos systemet.

Med insättning av värden på x och φ i ekv. 7:19 och enkla omformningar fås

$$(\omega_{ox}^2 - \omega_o^2)A - h\omega_{ox}^2 B = 0 \quad (7:21)$$

$$-\omega_{ox}^2(1 - \gamma)A/h + [\omega_{\alpha\varphi}^2 + (1 - \gamma)\omega_{ox}^2 - \gamma\omega_o^2]B = 0$$

Ekvationen 7:21 får en lösning ej lika med noll endast när systemets determinant är lika med noll

$$\Delta(\omega_o^2) \neq \begin{vmatrix} \omega_{ox}^2 - \omega_o^2 & -h\omega_{ox}^2 \\ -\omega_{ox}^2(1 - \gamma)/h & \omega_{\alpha\varphi}^2 + (1 - \gamma)\omega_{ox}^2 - \gamma\omega_o^2 \end{vmatrix} = 0 \quad (7:22)$$

Genom utveckling av determinanten och enkel omformning får ekv. 7:22 uttrycket

$$\Delta(\omega_o^2) \neq \gamma\omega_o^4 - (\omega_{ox}^2 + \omega_{\alpha\varphi}^2)\omega_o^2 + \omega_{ox}^2\omega_{\alpha\varphi}^2 = 0 \quad (7:23)$$

ur vilken fås egenvinkelfrekvenser hos pendelsvängning

$$\omega_{o1, o2}^2 = (2\gamma)^{-1} (\omega_{ox}^2 + \omega_{\alpha\varphi}^2 \pm [(\omega_{ox}^2 + \omega_{\alpha\varphi}^2)^2 - 4\gamma\omega_{ox}^2\omega_{\alpha\varphi}^2]^{1/2}) \quad (7:24)$$

Horisontell svängning och vridsvängning bildar två gränfall hos pendelsvängning som teoretiskt kan förklaras på följande sätt. Den vågräta egensvängningen med vinkelfrekvens ω_{ox} skulle förekomma vid oändlig ökning av underlagets dynamiska vridstyvhet k_φ , dvs. $k_\varphi \rightarrow \infty$. Den fria vridsvängningen skulle däremot

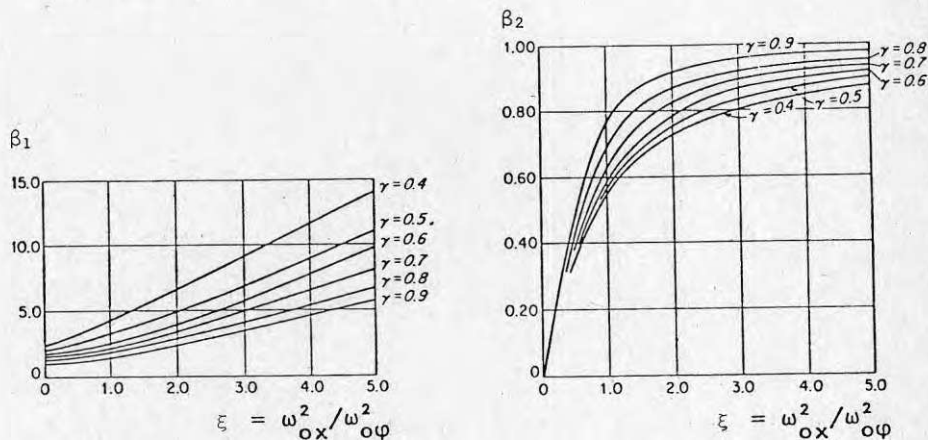
uppkomma vid oändlig ökning av underlagets dynamiska styvhet k_x , dvs. $k_x \rightarrow \infty$. Mellan egenvinkelfrekvenserna ω_{01} , ω_{02} hos pendelsvängning och gränshänsfrekvenserna ω_{0x} och $\omega_{0\varphi}$ råder följande samband

$$\omega_{01} < \omega_{0x} < \omega_{02} \quad \text{och} \quad \omega_{01} < \omega_{0\varphi} < \omega_{02}$$

Vid kända värden på ω_{0x} och $\omega_{0\varphi}$ kan egenvinkelfrekvenserna ω_{01} och ω_{02} lätt beräknas ur

$$\omega_{01,02}^2 = \omega_{0\varphi}^2 \beta_{1,2} \quad (7:25)$$

Koefficienterna β_1 och β_2 , som är beroende av förhållandena $\xi = \omega_{0x}^2 / \omega_{0\varphi}^2$ och $\gamma = J_o / J_c$, kan bestämmas med hjälp av diagrammen i figur 7.5.



Figur 7.5 Diagram för bestämning av koefficienterna β_1 och β_2 för vinkelfrekvenser hos pendelsvängningen.

Om, enligt figur 7.3, sträckan $00' = A$ utgör amplituden hos förflyttningsrörelsen x , enligt ekv. 7:20, och vinkeln $00_10' = B$ utgör amplituden hos vridrörelsen φ bör förhållandet $\gamma = A/B$ vara lika med avståndet mellan systemets tyngdpunkt 0 och vridpolen 0_1 resp. 0_2 .

Detta förhållande mellan amplituderna A och B kan bestämmas ur ekv. 7:21 och får uttrycket

$$r = A/B = \omega_{0x}^2 h / (\omega_{0x}^2 - \omega_0^2) \quad (7:26)$$

där r = polavståndet, dvs. avståndet mellan systemets tyngdpunkt och vridpolen 0_1 resp. 0_2 , enligt figur 7.3.

Ur ekv. 7:26 framgår att

- när fundamentet svänger med den lägre vinkelfrekvensen, dvs. $\omega_0^2 = \omega_{01}^2 < \omega_{0x}^2$ blir $\omega_{0x}^2 - \omega_{01}^2 > 0 \rightarrow r > 0$ och amplituderna A och B har samma tecken. Svängningsrörelsen utgör en vridsvängning omkring en horisontell axel, som går genom polen 0_1 på avstånd r_1 från systemets tyngdpunkt

$$r_1 = \omega_{0x}^2 h / (\omega_{0x}^2 - \omega_{01}^2) \quad (7:27)$$

- när fundamentet svänger med den högre vinkelfrekvensen, dvs. $\omega_0^2 = \omega_{02}^2 > \omega_{0x}^2$ får amplituderna A och B olika tecken och fundamentet utför vridande svängningsrörelse omkring en axel, som går genom polen 0_2 på avstånd r_2 från systemets tyngdpunkt

$$r_2 = \omega_{0x}^2 h / (\omega_{0x}^2 - \omega_{01}^2) \quad (7:28)$$

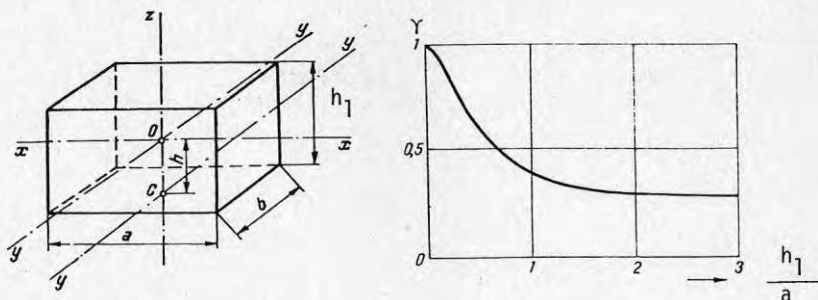
Inverkan av förhållandet $\gamma = J_0/J_c$ på vinkelfrekvenser hos pendelsvängningar framgår ur ekv. 7:24 resp. diagrammen i figur 7.5. Variationer i detta förhållande visas i diagrammet i figur 7.6, ur vilket framgår att gränsvärdet $\gamma \rightarrow 0,25$ vid slanka fundament.

Masströghetsmomentet för blockfundament med avseende på axeln y i figur 7.6, som går genom tyngdpunkten O resp. det elastiska centrumet C, blir

$$J_0 = m(a^2 + h_1^2)/12 \quad (7:28a)$$

$$J_c = J_0 + mh^2 = J_0 + mh_1^2/4 = m[(a^2 + h_1^2)/12 + h_1/4]$$

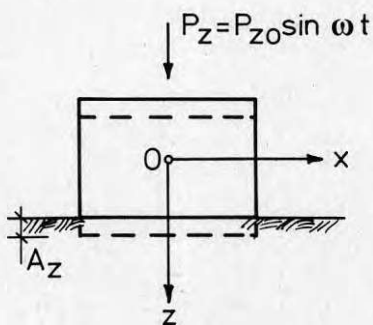
$$\gamma = J_0/J_c = (a^2 + h_1^2)/(a^2 + 4h_1^2) = [(1 + h_1^2/a^2)(1 + 4h_1^2/a^2)]$$



Figur 7.6 Diagram visande $\gamma = J_O/J_C$.

7.2 Tvungen odämpad svängning

Vertikal svängning



Figur 7.7 Tvungen vertikal svängning.

Ekvationen för systemets tvungna svängning kan uttryckas analogt med ekv. 2:43:

$$m\ddot{z} + k_z z = P_{z0} \sin \omega t \quad (7:29)$$

Amplituden hos tvungen svängning:

$$A_z = P_{z0} / m(\omega_{OZ}^2 - \omega^2) = P_{z0} / k_z (1 - \omega^2 / \omega_{OZ}^2) = \mu_z P_{z0} / k_z \quad (7:30)$$

där $\mu_z = 1 / (1 - \omega^2 / \omega_{OZ}^2)$ = dynamisk förstöringsfaktor.

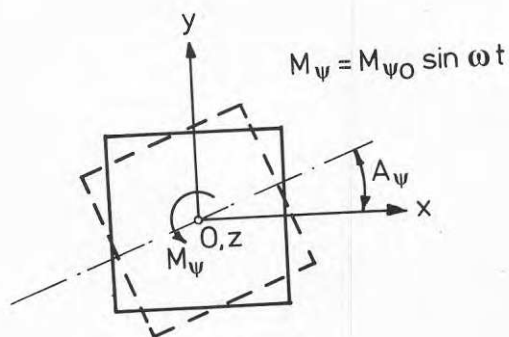
Under inverkan av blockets tyngd Q erhålls en statisk, elastisk, vertikal förskjutning

$$z_s = Q/k_z$$

och med insättning i ekv. 7:30 fås

$$A_z = \mu z_s P_{z0}/Q \quad (7:31)$$

Rotationssvängning



Figur 7.8 Tvungen rotationssvängning.

Liksom tidigare vid tvungen vertikal svängning är den störande kraften (momentet) M_ψ i jämvikt med den återförande och tröghetskraften. Om den störande kraften är harmonisk, dvs.

$$M_\psi = M_{\psi 0} \sin \omega t \quad (7:32)$$

och läggs till differentialekvationen 8:4 erhålls

$$J_\psi \ddot{\psi} + k_\psi \psi = M_{\psi 0} \sin \omega t \quad (7:33)$$

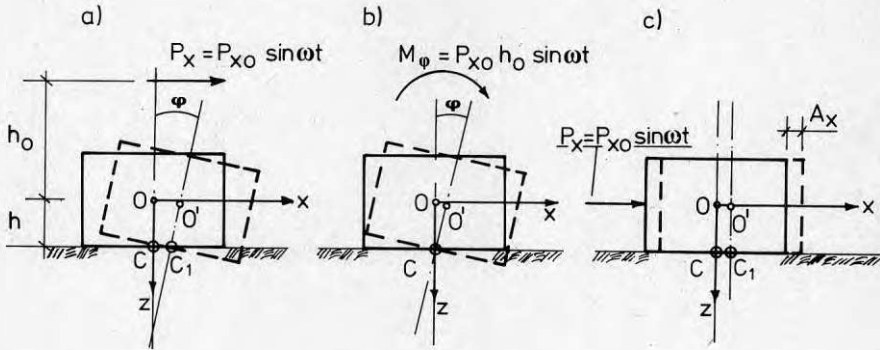
Ekv. 7:33 beskriver tvungen svängningsrörelse omkring rotationsaxeln z med amplituden

$$A_\psi = M_{\psi 0} / J_\psi (\omega_{0\psi}^2 - \omega^2) = M_{\psi 0} / k_\psi (1 - \omega^2 / \omega_{0\psi}^2) = \mu_\psi M_{\psi 0} / k_\psi \quad (7:34)$$

där $\mu_\psi = 1 / (1 - \omega^2 / \omega_{0\psi}^2)$ = dynamisk förstoringfaktor.

Pendelsvängning

Fall 1: systemet påverkas av den horisontella kraften P_x .



Figur 7.9 Beräkningsmodell för tvungen a) pendelsvängning, b) vridsvängning och c) horisontell svängning.

Om systemet i figur 7.9a påverkas av en yttre horisontell periodisk kraft P_x utför systemet tvungna pendelsvängningar. Differentialekvationer för denna svängningsrörelse, utan hänsyn till dämpkrafter, erhålls genom komplettering av ekv. 7:17 för fri pendelsvängningsrörelse med den aktuella störande kraften P_x och får uttrycket

$$\ddot{m}x + k_x x - k_x h \varphi = P_{x0} \sin \omega t \quad (7:35)$$

$$J_o \ddot{\varphi} + (k_\varphi + k_x h^2 - Qh) \varphi - k_x h x = P_{x0} h_o \sin \omega t$$

Med insättning av tidigare beteckningar

$$\omega_{ox} = (k_x/m)^{1/2}, \quad \omega_{o\varphi} = (k_\varphi - Qh)/J_c)^{1/2}, \quad \gamma = J_o/J_c \text{ fås}$$

$$\ddot{x} + \omega_{ox}^2 x - \omega_{ox}^2 h \varphi = (P_{x0}/m) \sin \omega t \quad (7:36)$$

$$\gamma \ddot{\varphi} + [\omega_{o\varphi}^2 + (1 - \gamma)\omega_{ox}^2] \varphi - \omega_{ox}^2 (1 - \gamma)x/h = (P_{x0} h_o/J_c) \sin \omega t$$

Den partikulära lösningen av ekv. 7:36 blir

$$x = A_x \sin \omega t \quad (7:37)$$

$$\varphi = A_\varphi \sin \omega t$$

där A_x och A_φ = svängningsamplituder vid tvungen svängning.

Med insättning av värden på x och φ resp. deras andra derivator i ekv. 7:36 fås

$$A_x = P_{x0} [1 + (1 - \gamma)(h + h_0)\omega_{ox}^2/h\omega_{o\varphi}^2 - \gamma\omega^2/\omega_{o\varphi}^2]/k_x \Delta \quad (7:38)$$

$$A_\varphi = P_{x0} (h + h_0)[1 - h\omega^2/(h + h_0)\omega_{ox}^2]/k_\varphi \Delta \quad (7:39)$$

$$\text{där} \quad \Delta = (\omega_{o1}^2 - \omega^2)(\omega_{o2}^2 - \omega^2)/\omega_{o1}^2 \omega_{o2}^2 \quad (7:40)$$

Vid försumning av termen $Qh\varphi$ (som relativt sett är minimal) i ekv. 7:35 kan ekv. 7:38 och 7:39 förenklas och uttryckas

$$A_x = P_{x0} (k_\varphi + k_x h^2 - J_o \omega^2 + k_x h h_0)/\Delta_1 \quad (7:41)$$

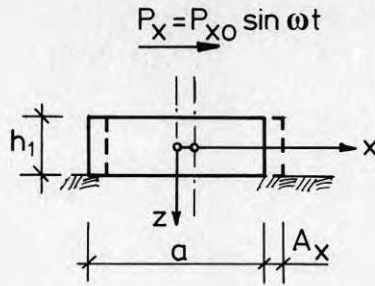
$$A_\varphi = P_{x0} [(k_x - m\omega^2)h_0 + k_x h]/\Delta_1 \quad (7:42)$$

$$\text{där} \quad \Delta_1 = mJ_o (\omega_{o1}^2 - \omega^2)(\omega_{o2}^2 - \omega^2) \quad (7:43)$$

$$\text{eller} \quad \Delta_1 = mJ_o \omega^4 + k_x k_\varphi - (k_\varphi m + k_x J_o) \omega^2 \quad (7:44)$$

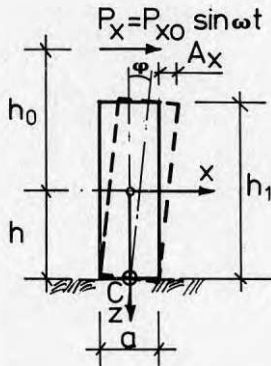
I praktiska fall kan beräkningen av förskjutningsamplituderna vid pendelsvängningar hos maskinfundament förenklas ännu mer. I likhet med beräkning av fria pendelsvängningar kan man vid beräkning av horisontella svängningsamplituder i följande fall använda sig av approximationer enligt nedan:

a) vid $a > 3h_1$



$$A_x = P_{x0} / (k_x - m\omega^2) \quad (7:45)$$

b) vid $a < 0,5h$



$$A_x = A_\varphi h \quad (7:46)$$

och
$$A_\varphi = P_{x0} (h + h_0) / (k_\varphi - J_0 \omega^2) \quad (7:47)$$

När A_x resp. A_φ är kända kan man lätt bestämma förflyttningsamplituderna i övre kanterna hos fundament och den horisontella amplituden blir

$$A_{1x} = A_x + h_1 A_\varphi \quad (7:48)$$

och den vertikala amplituden blir

$$A_{1z} = aA_\varphi / 2 \quad (7:49)$$

7.3 Dämpad svängning

Eftersom praktiken har påvisat att, vid dämpade svängningar hos blockfundament, beräkningsmodeller med Pavliuks förutsättningar, enligt ekv. 6:25 - 6:28, ger resultat som ligger närmast de verkliga förhållandena används i beräkningsformlerna nedan hans dämpningskarakteristika, dvs. dämpmodulen ϕ .

Vertikal svängning

Med Pavliuks förutsättningar får differentialekvationen för fria, vertikala, dämpade svängningar uttrycket (jfr. ekv. 6:29 och 6:30):

$$m\ddot{z} + k_z \phi_z \dot{z} + k_z z = 0 \quad (7:50)$$

$$\text{eller } \ddot{z} + \phi_z \omega_{oz}^2 \dot{z} + \omega_{oz}^2 z = 0 \quad (7:51)$$

och egenvinkelfrekvensen ω_{dz} blir analog med ekv. 2:32.

$$\omega_{dz} = \omega_{oz} (1 - D^2)^{1/2} = \omega_{oz} [1 - (0,5\phi_z \omega_{oz})^2]^{1/2} \quad (7:52)$$

Av ekv. 7:52 framgår det att dämpningen reducerar egenvinkelfrekvensen. Samtidigt har konstaterats att i praktiken är denna minskning relativt sett svag. Värdena i tabell 6.2 resp. mätresultaten från undersökningar in situ visar att i de flesta fall är $\phi_z < 0,01$ sek resp. $\omega_{oz} < 80$ sek⁻¹, så att skillnaden mellan ω_{dz} och ω_{oz} ej överskrider 10 %. Detta är av stor vikt, då det ofta tillåter en försumning av dämpningens inverkan vid beräkningar av egenvinkelfrekvensen.

Påverkas fundamentet av en störande kraft

$$P_z = P_{zo} \sin \omega t$$

blir ekvationen för tvungen vertikal svängning

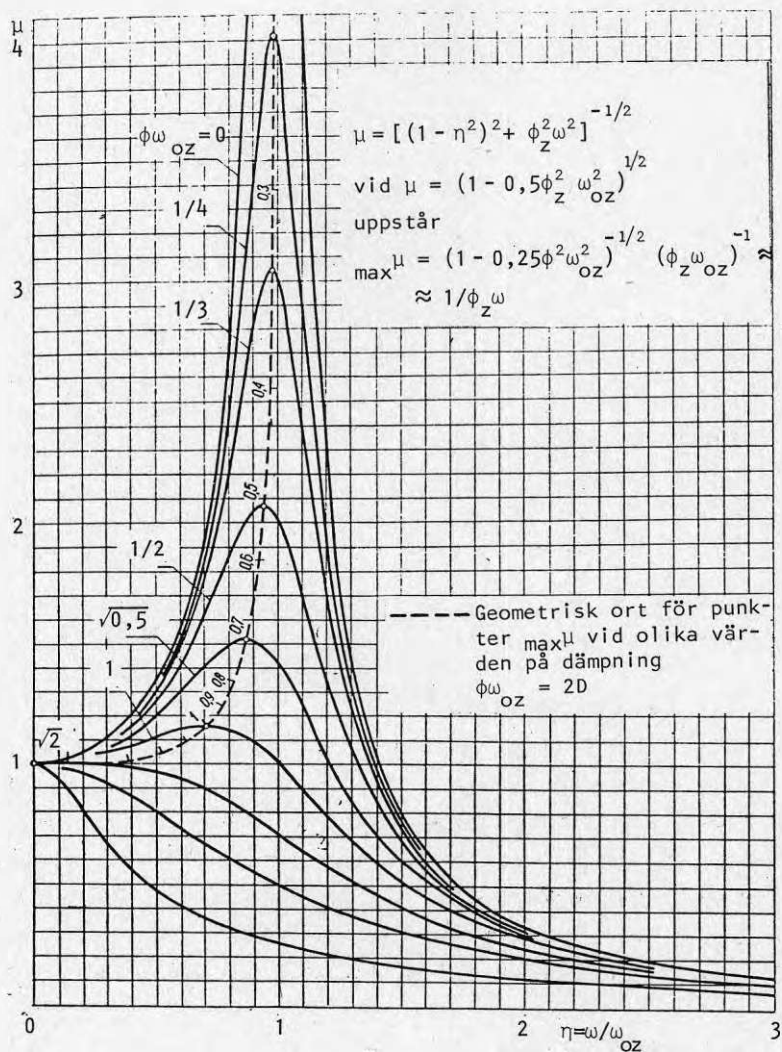
$$\ddot{z} + \phi_z \omega_{oz}^2 \dot{z} + \omega_{oz}^2 z = P_{zo} \sin \omega t \quad (7:53)$$

och amplituden resp. fasvinkeln hos denna svängning
(jfr. ekv. 2:54 och 2:55)

$$A_z = (P_{z0}/k_z) [(1 - \omega^2/\omega_{oz}^2)^2 + (\phi_z \omega)^2]^{-1/2} = \mu_z P_{z0}/k_z \quad (7:54)$$

$$\operatorname{tg} \varphi_z = \phi_z \omega / (1 - \omega^2/\omega_{oz}^2) \quad (7:55)$$

Diagrammen i figur 7.10 visar hur förstoringfaktorn μ_z ändras vid variationer hos förhållandet ω/ω_{oz} resp. värdet på $\phi_z \omega_{oz}$.



7.10 Dynamisk förstoringfaktor.

Som framgår av diagrammen börjar samtliga kurvor med $\mu_z = 1$ som horisontell tangent och uppnår maximum för ett värde på ω/ω_{oz} , som är något mindre än 1. Vid beräkning av fundament kan denna skillnad i de flesta fall försummas och det kan antagas att maximum μ_z är lika med μ_z vid $\omega/\omega_{oz} = 1$, dvs.

$$\max \mu_z \cong 1/\phi \omega_{oz} \quad (7:56)$$

I området $\omega/\omega_{oz} > 1$ minskar amplituderna och går asymptotiskt mot värdet

$$|A_z|_{\omega/\omega_{oz} \rightarrow \infty} = P_{zo}/m\omega^2 \quad (7:57)$$

Diagrammen i figur 7.10 visar att inverkan av dämpningen är av betydelse endast i resonansområdet, när

$$0,7 < \omega/\omega_{oz} < 1,3 \quad (7:57a)$$

Horisontell och rotationssvängning

På analogt sätt erhålls amplituder för:

horisontell svängning

$$A_x = (P_{xo}/k_x)[(1 - \omega^2/\omega_{ox}^2)^2 + (\phi_x \omega)^2]^{-1/2} = \mu_x P_{xo}/k_x \quad (7:58)$$

rotationssvängning

$$A_\psi = (M_{\psi o}/k_\psi)[(1 - \omega^2/\omega_{o\psi}^2)^2 + (\phi_\psi \omega)^2]^{-1/2} = \mu_\psi M_{\psi o}/k_\psi \quad (7:59)$$

Pendelsvängning

Eftersom en exakt beräkning av amplituder för en dämpad pendelsvängning är komplicerad används i praktiken förenklade beräkningsmetoder, bland vilka den mest tillämpliga metoden är Kondins metod (1940). Av Kondins forskningsresultat framgick att amplituderna vid den första resonansen, dvs. $\omega = \omega_{o1}$, hos en dämpad tvungen pendelsvängning approximativt kan bestämmas ur

$$A_n = A_{ns}/\phi \omega_{o1} = \mu A_{ns} \quad (7:60)$$

- där A_n = svängningsamplituden för en godtycklig punkt hos fundamentblocket
 A_{ns} = förflyttning av punkten n vid statisk inverkan av störningskraften
 μ = dynamisk förstöringsfaktor.

Samtidigt har konstaterats att svängningsamplituder hos fundament vid andra resonansen, dvs. $\omega = {}_2\omega_{02}$, är mycket små i jämförelse med amplituder vid första resonansen och kan därför i praktiken försummas.

Beräkningsformler förenklas ytterligare genom antagandet att systemets massa koncentreras i systemets tyngdpunkt, dvs. $J = 0$. Vid dessa förutsättningar får formeln för beräkning av egenvinkelfrekvensen ω_{01} uttrycket

$$\omega_{01} = [k_x k_\varphi / m(k_x h^2 + k_\varphi)]^{1/2} \quad (7:61)$$

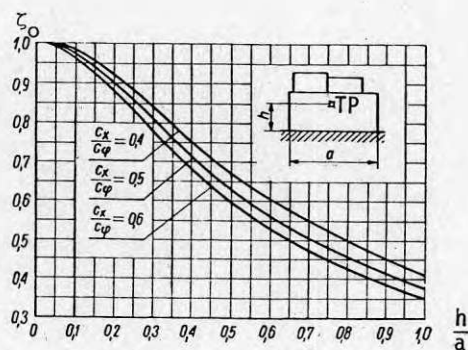
Vid omskrivning av denna ekvation med

$$\omega_{01} = \zeta_0 \omega_{0x} \quad (7:62)$$

där $\omega_{0x} = (k_x / m)^{1/2}$

och $\zeta_0 = 1/[1 + (h^2 k_x / k_\varphi)]^{1/2}$

kan vinkelfrekvenserna ω_{01} för fundament med rektangulär sula bestämmas med hjälp av diagrammet i figur 7.11.



Figur 7.11 Diagram för bestämning av ζ_0 .

Värdet på ζ_0 bestäms med hjälp av diagrammet för varierande förhållanden på h/a , där a är längden på fundamentsidan, vilken är parallell med svängningsplanet. Det aktuella diagrammet gäller för olika förhållanden av bäddmodulerna C_x och C_φ , vilka varierar mellan 0,4 och 0,6 och oftast ligger nära 0,5.

För beräkning av svängningsamplituder enligt ekv. 7:60 kan den dynamiska förstoringfaktorn μ bestämmas approximativt på följande sätt:

1) utanför första resonansområdet, dvs. vid

$$\omega/\omega_{01} < 0,75 \text{ resp. } \omega/\omega_{01} > 1,25$$

$$\mu = 1/(1 - \omega^2/\omega_{01}^2) \quad (7:63)$$

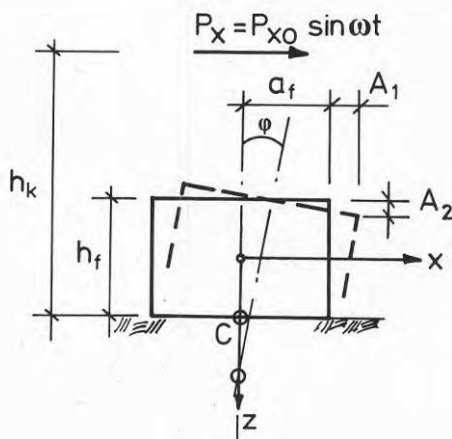
2) inom första resonansområdet, dvs. vid

$$0,75 \leq \omega/\omega_{01} \leq 1,25 \quad (7:64)$$

$$\mu = [(1 - \omega^2/\omega_{01}^2)^2 + (\phi\omega)^2]^{-1/2} \quad (7:64)$$

De statiska förskjutningarna A_{ns} av punkter i överkantfundament kan i sin tur bestämmas för olika typer av störningskraft med hjälp av följande formler:

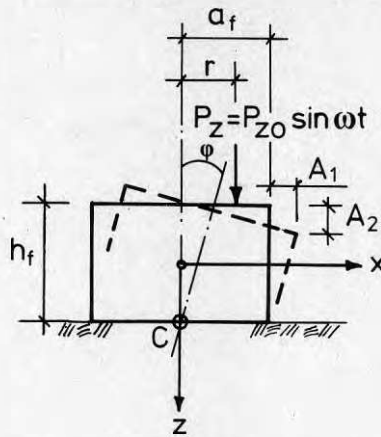
1) vid inverkan av horisontell kraft



$$A_{1s} = (P_{x0}/k_x) (1 + k_x h_k h_f / k_\varphi) \quad (7:65)$$

$$A_{2s} = (P_{x0}/k_\varphi) h_k a_f \quad (7:66)$$

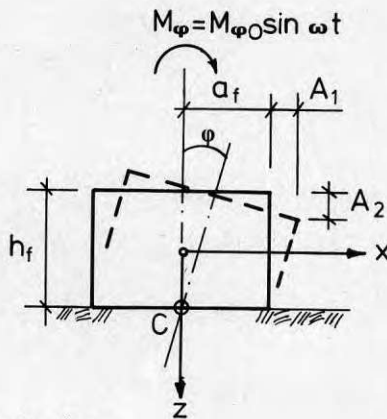
2) vid inverkan av vertikal kraft



$$A_{1s} = P_{z0} r h_f / k_{\varphi} \quad (7:67)$$

$$A_{2s} = P_{z0} / k_z + P_{z0} r a_f / k_{\varphi} \quad (7:68)$$

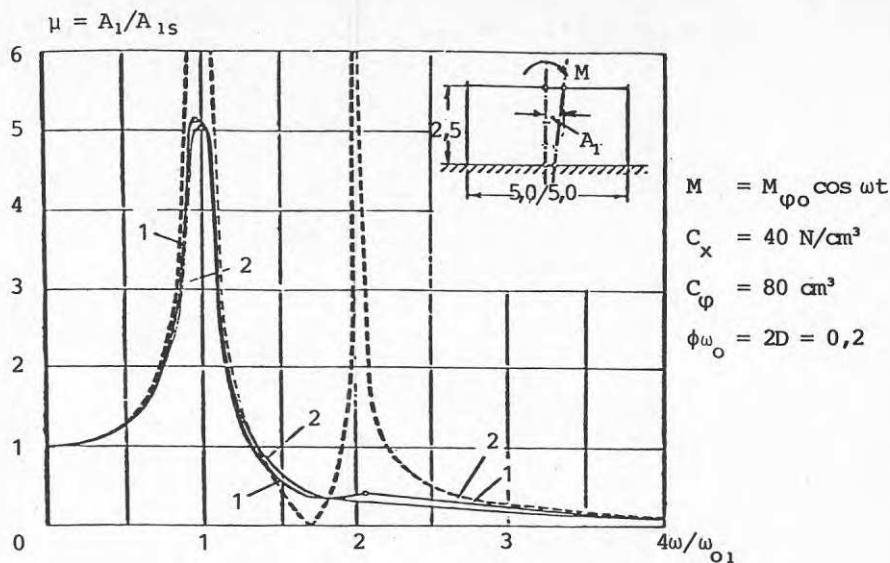
3) vid inverkan av kraftpar



$$A_{1s} = M_{\varphi 0} h_f / k_{\varphi} \quad (7:69)$$

$$A_{2s} = M_{\varphi 0} a_f / k_{\varphi} \quad (7:70)$$

Avvikelser vid beräkning av egenvinkelfrekvensen ω_{01} med hjälp av ekv. 7:62 och diagram i figur 7.12 överskrider enligt Savinov ej 2 - 3 %. Detta framgår av undersökningsresultaten, som visas i figur 7.12.



Figur 7.12 Horisontella svängningsamplituder vid variation på ω/ω_{ox} .

Diagrammet i figur 7.12 visar horisontella svängningsamplituder i överkant fundament, som har en upplagsyta på $5 \times 5 = 25 \text{ m}^2$ och är 2,5 m hög. Fundamentsvängningen orsakas av ett moment M .

Den streckade kurvan erhålls med hjälp av formeln 7:38, dvs. för odämpad svängning. Den heldragna kurvan 1 bestämdes med hjälp av en exakt beräkning och kurva 2 med hjälp av ekv. 7:60, varvid egenvinkelfrekvensen ω_{01} beräknades med hjälp av formel 7:62.

7.4 Sammanfattning

Av ekv. 7:30, 7:34, 7:38, 7:39 resp. 7:54, 7:58 och 7:59 framgår att amplituderna A_z, x, φ, ψ hos odämpade resp. dämpade fundamentsvängningar är beroende av förhållandena mellan den störande kraftens vinkelfrekvens ω och det svängande fundamentets egenvinkelfrekvenser $\omega_{oz}, \omega_{ox}, \omega_{o\varphi}, \omega_{\psi}$.

Den allmänna formeln för svängningsamplituder hos dessa enfrihetsgradsystem med en störande harmonisk kraft $P = P_0 \sin \omega t$ kan uttryckas analogt med ekv. 7:54

$$A = (P_0/k) [(1 - \omega^2/\omega_0^2)^2 + (\phi\omega)^2]^{-1/2} \quad (7:71)$$

som med insättning av beteckning enligt ekv. 6:31

$$\phi = 2D/\omega_0$$

får uttrycket

$$A = (P_0/k) [(1 - \omega^2/\omega_0^2)^2 + (2D\omega/\omega_0)^2]^{-1/2} \quad (7:72)$$

där ω är kraftens vinkelfrekvens och för en roterande maskin med varvtalet n varv/minut blir

$$\omega = 2\pi n/60$$

och $\omega_0 = (k/m)^{1/2}$

är egenvinkelfrekvensen hos det svängande maskinfundamentet.

För en given likformigt roterande maskin är vinkelfrekvensen ω konstant. Med utgångspunkt från denna förutsättning analyseras nedan inverkan av variationer på förhållandet ω/ω_0 på storleken av svängningsamplituderna A .

$\omega_0 \gg \omega$, s.k. högt avstämda fundament

I detta område där förhållandet ω/ω_0 går mot 0 minskar amplituderna och går asymptotiskt mot värdet

$$\left| A \right|_{\omega/\omega_0 \rightarrow 0} = P_0/k \quad (7:73)$$

och det kan konstateras att amplitudernas storlek vid konstant kraft endast är beroende av den dynamiska styvheten k .

$\omega_0 \ll \omega$, s.k. lågt avstämnda fundament

I detta område där förhållandet ω/ω_0 blir mycket stort kan i ekv. 7:72 försummas:

- 1:an, som är liten i jämförelse med kvoten ω^2/ω_0^2
- termen $(2D\omega/\omega_0)^2$, som är liten i jämförelse med termen $(\omega/\omega_0)^4$, och därmed går amplituderna asymptotiskt mot värdet

$$\left| A \right|_{\omega/\omega_0 \rightarrow \infty} = (P_0/k) (\omega_0/\omega)^2 \quad (7:74)$$

som med insättning av beteckning enligt ekv. 7:3

$$\omega_0 = (k/m)^{1/2}$$

får uttrycket

$$\left| A \right|_{\omega/\omega_0 \rightarrow \infty} = P_0/m\omega^2 \quad (7:75)$$

Och det kan konstateras att amplitudernas storlek i detta fall vid konstant kraft endast är beroende av fundamentets (inkl. maskin) massa m .

 $\omega_0 \approx \omega$, s.k. resonansområde

I detta område där förhållandet ω/ω_0 går mot 1 ökar amplituderna och uppnår maximum för ett värde på kvoten ω/ω_0 , som är något mindre än 1. Vid svängningsberäkning av maskinfundament kan det antas att maximum A är lika med A vid $\omega/\omega_0 = 1$, dvs.

$$\left| A \right|_{\omega/\omega_0 \rightarrow 1} = P_0/2kD \quad (7:76)$$

Och det kan konstateras att amplitudernas storlek i detta fall vid konstant kraft är beroende av dämpkvoten D och styvheten k .

Maskinfundament skall dimensioneras så att resonansområdet $0,7 < \omega/\omega_0 < 1,3$ undviks. Med utgångspunkt från författarens erfarenhet kan noteras att vid de flesta

maskiner med varvtalen $n < 100$ och $n > 1\ 200$ hamnar deras blockfundament (på marken) utanför resonansområdet. Vid utformningen av blockfundament för maskiner med varvtalen $100 < n < 1\ 200$, dvs. $1,7 H_z < \omega < 20 H_z$ bör man beakta den komplexa inverkan av fundamentets massa och upplagsyta på skjuvmodulen G , de dynamiska bäddmodulerna $C_{z',x',\varphi',\psi}$ och styvheterna $k_{z',x',\varphi',\psi}$ samt kvoterna $\omega/\omega_{oz',ox',o\varphi',o\psi}$. Som exempel kan anges ett maskinfundament med en egenvinkelfrekvens ω_0 , som är obetydligt större än störningskraftens frekvens ω . En samtidig minskning av alla svängningsamplituderna, dvs. $A_{z',x',\varphi'}$ kan endast uppnås genom ökning av fundamentets yta utan avsevärd ökning av fundamentets massa.

8 NORMER OCH BERÄKNINGSANVISNINGAR

8.1 Allmänt

De första anvisningarna för konstruktion av maskinfundament utformades i Tyskland och Sovjetunionen i slutet av 30-talet. Dessa anvisningar låg till grund för normer i resp. länder: DIN 4024 (1955) och DIN 4025 (1955) i Västtyskland och TU 60-49 (1949) i Sovjetunionen. Den tyska DIN-normen baserades på den s.k. resonansmetoden och den sovjetiska på amplitudmetoden. Man kan konstatera att båda metoderna kompletterar varandra.

Under 60- och 70-talet tillkom flera nationella normer resp. anvisningar, bland vilka främst bör nämnas:

Östtyskland: Dynamisch beanspruchte Fundamente und Stützkonstruktionen für Maschinen, TGL 25731, 1972.

Storbritannien: Code of Practice for Foundations for Machinery, CP 2012, British Standards Institution, 1974.

Holland: Richtlijnen voor ontwerp en berekening machine fundamente, CUR, 1973.

Indien: Code of Practice for Design and Construction of Machine Foundations, Indian Standards 2974, 1970.

TGL 25731, CP 2012 och IS 2974 baseras främst på Barkans forskningsresultat.

De befintliga DIN-normerna som numera ej tillämpas på flera punkter är under omarbetning och beräknas utkomma 1982. I USA finns för närvarande olika riktlinjer för konstruktion av turbinfundament som t.ex.: General Electric, Turbine-Generator Foundations, Instructions,

GEK 6383, Utility Power Corporation, Turbine-Generator Foundation Design Requirements and Recommendations, 1980. Samtidigt pågår ett normarbete inom ACI Committee 351 "Foundations for Equipment and Machinery", som beräknas vara avslutat 1983.

Den sovjetiska normen reviderades 1958, 1970 och 1979. I den sista utgåvan SNPII-19-79 anges värden på tillåtna svängningsparametrar hos blockfundament för maskiner med vevmekanismer samt beräkningsanvisningar, vilka presenteras nedan.

8.2 Svängningskriterier

De sovjetiska maskinfundamentnormerna SNPII-19-79 anger följande gränsvärden på tillåtna svängningsamplituder hos blockfundament för maskiner med vevmekanismer, såsom dieselgeneratorer, kompressorer och ramsågar.

Tabell 8.1 Tillåtna svängningsamplituder hos blockfundament för maskiner med vevmekanismer.

Varvtal per minut	Tillåten förskjutningsamplitud i mm för	
	grundtonen	1:a deltonen
> 600	0,10	0,05
600 - 400	0,10 - 0,15	0,07
400 - 200	0,15 - 0,25	0,10
< 200	< 0,25	0,15

Svängningskriterier för ramsågfundament

De nedan rekommenderade gränsvärdena baseras på författarens forskningsresultat, analysdata från vibrationsmätningar i tiotalet svenska sågverk samt studium av ett antal karakteristiska skadefall hos ramsågfundament, placerade antingen direkt på marken eller på pålar, Weiner (1976, 1977).

Tabell 8.2 Riktvärden på svängningsamplituder med hänsyn till ramsågfundamentets funktionssätt.

Hastighetsamplitud, toppvärde \hat{v} i mm/s	Ramsågfundamentets funktionssätt
$\hat{v} < 3,0$	mycket bra
$3,0 < \hat{v} < 5,0$	bra
$5,0 < \hat{v} < 10,0$	tillfredsställande

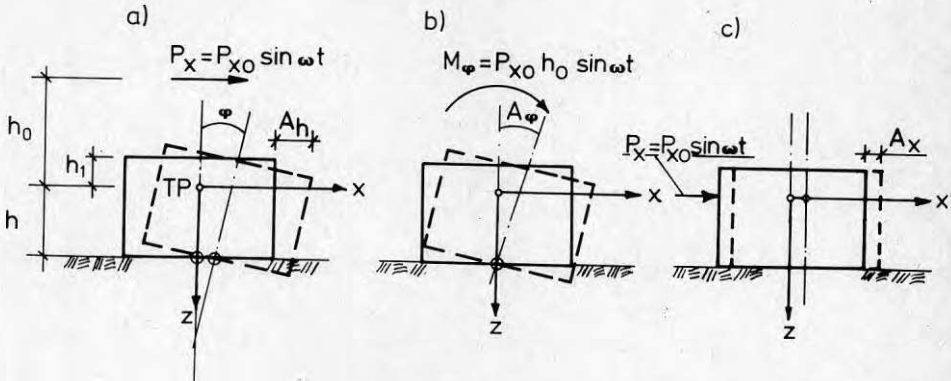
En del utländska kriterier använder sig av förskjutningsamplituder för bedömning av fundamentsvängningar. Under vibrationsmätningar i svenska sågverk provades olika vibrationsgivare och det konstaterades att vid mätning av svängningar hos ramsågfundament är det fördelaktigast att använda hastighetsgivare, s.k. geofoner. De dominerande svängningarna hos ramsågfundament är överlagrade harmoniska svängningar med frekvenser som motsvarar ramsågens varvtal resp. det dubbla varvtalet. Vid behov kan de uppmätta hastighetsamplituderna lätt omräknas till förskjutningsamplituder. Varvtalen hos ramsågar i de undersökta svenska sågverken varierar mellan 330 och 390 varv per minut.

Ovan angivna gränsvärden gäller fundamentets funktionssätt med hänsyn till vibrationernas inverkan på ramsågen och sågningsprocessen och avser vertikala svängningar resp. horisontella, som är parallella med sågriktningen.

8.3 Beräkningsanvisningar

I den nya sovjetiska maskinfundamentnormen SNPII-19-79 anges följande formler för beräkning av tillåtna svängningsamplituder resp. lägsta resonansvinkelfrekvenser hos blockfundament för maskiner med vevmekanismer.

Inverkan av en horisontell tvångskraft



Figur 8.1 Pendel-, vrid- och horisontella svängningar.

Vid inverkan av en horisontell kraft kan amplituder (i överkantfundament) för en dämpad pendelsvängning bestämmas av den generella formeln:

$$\bar{A}_h = P_{x0} / k_x \left([\psi_1^2 + 4D(\omega/\omega_{ox})^2 \psi_2^2] / [\Omega_1^2 + 4D_x^2 (\omega/\omega_{ox})^2 \Omega_2^2] \right)^{1/2} \quad (8:1)$$

där

$$\psi_1 = S_1 + \beta S_3 (h_1/h_2)$$

$$\psi_2 = S_2 + \beta S_4 (h_1/h_2)$$

$$S_1 = (1 + \beta) (\omega_{o\phi}/\omega_{ox})^2 + \beta (1 + \eta) - (\omega/\omega_{ox})^2$$

$$S_2 = (1 + \beta) (\omega_{o\phi}/\omega_{ox}) (D_\phi/D_x) + \beta (1 + \eta)$$

$$S_3 = 1 + \eta [1 - (\omega/\omega_{ox})^2]$$

$$S_4 = 1 + \eta$$

$$\Omega_1 = (\omega/\omega_{ox})^4 + (1 + \beta) ([\omega_{o\phi}/\omega_{ox}]^2 - [\omega/\omega_{ox}]^2 [1 + (\omega_{o\phi}/\omega_{ox})^2 + 4D_x D_\phi (\omega_{o\phi}/\omega_{ox})])$$

$$\Omega_2 = (1 + \beta) ([\omega_{o\phi}/\omega_{ox}]^2 + [\omega_{o\phi}/\omega_{ox}] [D_\phi/D_x] - [\omega/\omega_{ox}]^2 [1 + (\omega_{o\phi}/\omega_{ox}) (D_\phi/D_x)])$$

$$\beta = h_2^2 m_s / J_0$$

$$\eta = M_{\varphi 0} / P_{x_0} h_2$$

$$\omega_{ox} = (k_x / m_s)^{1/2} \quad (8:2)$$

$$\omega_{o\varphi} = (\bar{k}_\varphi / J_c)^{1/2} \quad (8:3)$$

$$\bar{k}_\varphi = k_\varphi - Q_s h_2$$

k_x, k_φ = underlagets dynamiska styvheter

D_x, D_φ = dämpkvoter för horisontell resp. pendelsvängning

J_0 = systemets (fundament och maskin) masströghetsmoment med avseende på axeln Oy som går genom systemets tyngdpunkt och är vinkelrätt mot svängningsplanet

$J_c = J_0 + mh^2$ = systemets masströghetsmoment med avseende på en axel som går genom systemets elastiska centrum C och är vinkelrätt mot svängningsplanet

$m_s = Q_s/g = (Q_f + Q_m)/g$ = systemets (fundament och maskin) massa.

De lägsta resonansvinkelfrekvenserna ω_{o1} och ω_{o2} hos systemet bestäms ur uttrycket

$$(\omega_{o1}, \omega_{o2} / \omega_{ox})^2 = Z/2 \pm [(Z/2)^2 - (1 + \beta)(\omega_{o\varphi} / \omega_{ox})^2]^{1/2} \quad (8:4)$$

$$\text{där } Z = (1 + \beta)[1 + (\omega_{o\varphi} / \omega_{ox})^2]$$

Amplituden A_x hos den horisontella svängningen fås ur ekv. 8:1 vid antagande att $S_3 = S_4 = 0$.

Amplituden A_φ hos vridsvängning kan beräknas ur formel 8:1 vid antagande att $S_1 = S_2 = 0$ och $h_1 = 1$.

Inverkan av moment

Vid inverkan av endast moment M_φ , dvs. $P_x = 0$, kan amplituder (i överkant fundament) för en dämpad pendel-svängning bestämmas ur uttrycket

$$A_h = (\beta M_\varphi / k_x h) \left([1 + (h_1/h_2)(1 - \omega^2/\omega_{ox}^2)]^2 + [4D_x^2 (\omega/\omega_{ox})^2 (1 + h_1/h_2)^2] \right)^{1/2} \times [\Omega_1^2 + 4D_x^2 (\omega/\omega_{ox})^2 \Omega_2^2]^{-1/2} \quad (8:5)$$

Inverkan av vertikal tvångskraft

Amplituderna A_z hos vertikala svängningar av fundamen-ten för maskiner med vevmekanismer kan beräknas ur formeln

$$A_z = (P_{zo}/k_z) \left([1 - (\omega/\omega_{oz})^2]^2 + 4D_z^2 (\omega/\omega_{oz})^2 \right)^{-1/2} \quad (8:6)$$

där $\omega_{oz} = (k_z/m_s)^{1/2}$

och D_z är dämpkvoten för vertikal svängning.

2:a ordningens svängningar

För 2:a ordningens krafter bestäms storleken på svängningsamplituderna A_x , A_φ och A_z med hjälp av samma formler som för 1:a ordningens svängningar men i stället för ω sätts 2ω .

Inverkan av dämpning

Vid bestämning av svängningsamplituder vid maskinfunda-ment med periodiska belastningar bör inverkan av dämp-ningen försummas, dvs. $D_{z,x,\varphi,\psi} = 0$, när

$$\omega < 0,75\omega_0 \quad \text{eller} \quad \omega > 1,25\omega_0$$

där ω = maskinens vinkelfrekvens
 ω_0 = fundamentets egenvinkelfrekvens.

De framräknade värdena på 1:a och 2:a ordningens svängningsamplituder bör ej överskrida de angivna gränsvärdena i tabell 8.1.

9 OFÖRUTSEDDA MASSTRÖGHETSKRAFTER

9.1 Allmänt

Mätresultat från vibrationsundersökningar av fundament för dynamiska och statiska maskiner (t.ex. verktygsmaskiner, vilka behandlas i nästa kapitel) uppvisar nästan alltid förekomst av oförutsedda svängningsformer och/eller oförutsedda svängningsamplituder, som skiljer sig från de teoretiskt antagna formerna resp. de beräknade vibrationsnivåerna. Avvikelserna är i de flesta fall små och orsakar ej olägenheter i maskiner eller i omgivningen. Jämsides med detta kan konstateras att ett mycket stort antal olikartade skadefall pga. vibrationer hos maskinfundament beror på dessa oförutsedda svängningar och oförutsedda masströghetskrafter hos de aktuella maskinfundamenten.

Generellt kan man säga att oförutsedda svängningar uppstår alltid, då den ekvivalenta svängningsmodellen avviker från de verkliga svängningsförhållandena.

Dessa avvikelser mellan ekvivalenta beräkningsmodeller och verkliga förhållanden kan uppkomma hos alla typer av fundament för maskiner. De slumpmässigt varierande faktorerna som bidrar till detta kan indelas i fyra huvudgrupper:

- oförutsedda störningskrafter
- oförutsedda masströghetskrafter
- oförutsedda fjäderkrafter
- tidsberoende förändring av ovannämnda krafter.

Som exempel på det sistnämnda kan nämnas obalanskrafter i maskiner pga. slitage, beläggning, ändring av undergrundens dynamiska egenskaper och pga. kontinuerliga vibrationer eller variationer i grundvattennivå m.m.

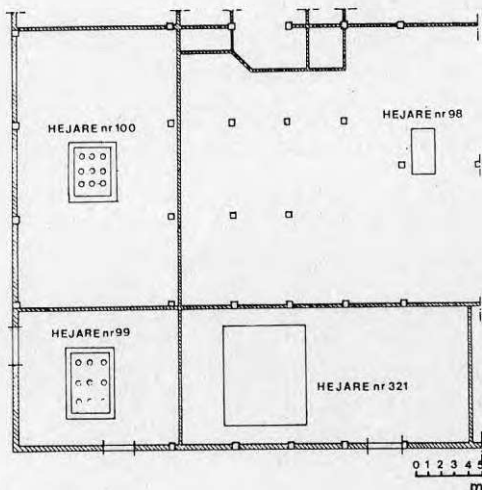
Av föregående kapitel samt av grundekvationen för

svängningsrörelse, ekv. 3:1, framgår det att alla ingående dynamiska parametrar är samverkande, vilket resulterar i t.ex. att oförutsedda fjäderkrafter eller svängningsformer framkallar oförutsedda masströghetskrafter eller vice versa.

Då denna rapport endast behandlar blockfundament har, för att praktiskt åskådliggöra detta fenomen, valts ett exempel från författarens praktik med ett blockfundament för en hejare, där oförutsedda svängningsformer hos fundamentet bl.a. framkallar otillåtna horisontella avskärningskrafter i maskinstativet. Dessa ger periodiskt (varannan månad) upphov till avskärning av skruvar för kolonnerna (figur 9.2).

Beträffande andra exempel med olika varianter av oförutsedda svängningar, som bidragit till skador med stora ekonomiska förluster, kan hänvisas till Rausch (1936, 1959, 1968), Barkan (1962), Weiner (1977, 1980), Broms och Weiner (1978).

9.2 Ett praktikfall



Figur 9.1 Smedja.

I den undersökta smedjan som visas i figur 9.1 finns fyra hejare med varierande slagenergi, nämligen

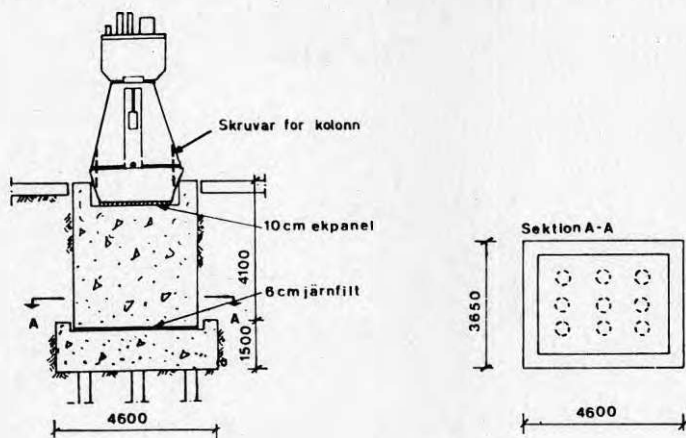
Hejare 98:12,5 kNm
 Hejare 99:22,0 kNm
 Hejare 100:31,0 kNm
 Hejare 321:57,0 kNm.

Vibrationsundersökningarna i smedjan genomfördes pga. klagomål från en villaägare, som bodde ca. 120 m från smedjan. Syftet med dessa mätningar var att undersöka vibrationskällorna, dvs. hejarfundamenten, och kartlägga vibrationsnivåerna i villan samt vibrationernas utbredning i jorden. Mätningarna utfördes i en vertikal och två horisontala riktningar i en mätpunkt på varje hejarfundament. Dessa mätningar verkställdes under varierande driftförhållanden, såsom drift av varje hejare för sig, drift av två hejare samtidigt osv. På detta sätt kartlades även den inbördes inverkan av svängningarna hos de olika hejarfundamenten.

Av de olika mätvärdena framgick att relativt sett stora oförutsedda svängningar förekom i horisontell riktning hos fundamentet för hejare 100. De horisontella hastighetsamplituderna hos dessa svängningar är 42 mm/s samtidigt som värdena på de vertikala amplituderna är 70 mm/s, vilket utgör förhållandet mellan dessa amplituder $\hat{v}_{hor}/\hat{v}_{vert} = 0,6$. Det motsvarande förhållandet mellan svängningsamplituderna hos de övriga fundamenten i den aktuella smedjan är $\hat{v}_{hor}/\hat{v}_{vert} < 0,1$, som anses vara tillfredsställande vid bedömning av svängningsförhållanden hos hejarfundamenten.

Vid en jämförelse av resultaten från vibrationsmätningar i omgivningen av smedjan framgick det även att stöt- vågsintensiteten i jorden resp. vibrationerna i husen i omgivningen var störst vid drift av hejare 100 med slagenergi 31,0 kNm. Detta berodde på ovannämnda oförutsedda horisontella svängningar. Därvid bör nämnas att slag- och förlustenergin för denna hejare, figur

9.2, är nästan hälften av den för hejare 321 med slagenergi 57,0 kNm.



Figur 9.2 Hejare 100 och fundament.

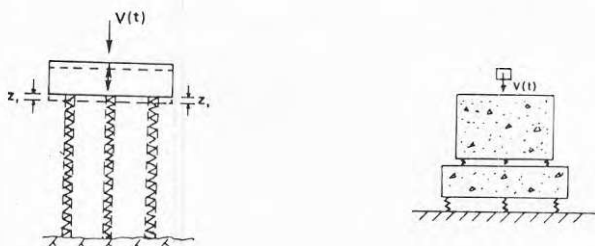
Jämsides med olägenheter i smedjans omgivning har konstaterats att de periodiskt återkommande avskärningarna av skruvar för kolonner, som varje gång resulterar i två dygns driftstopp med stora produktionsförluster, orsakas av oförutsedda horisontella masströghetskrafter i maskinstativet, vilka i sin tur framkallas av ovannämnda oförutsedda horisontella svängningar hos fundamentet. Vid analys av detta skadefall har noterats att vid konstruktion och dimensionering av fundamentet utgick man ifrån de vanliga förutsättningarna, dvs. att varje slag betraktas som en central stöt, vilken endast framkallar vertikala störningar (figur 9.3).

Med central stöt menas att fundamentets (inkl. maskinens) tyngdpunkt och underlagets (pålarnas) elastiska centrum ligger på lodlinjen som går genom fallviktens centrum.

I figur 9.2 visas den aktuella hejaren och fundamentet som innehåller ca 60 m³ betong och vilar på nio prefabricerade pålar nedslagna till berget.

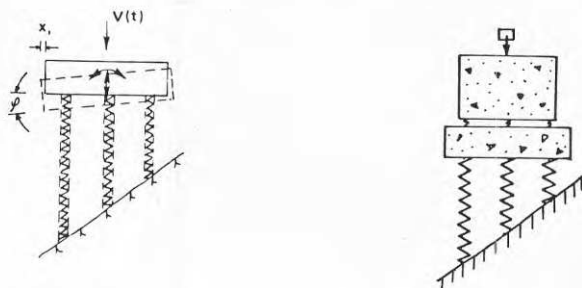
På grund av den stora lutningen hos bergytan under hejaren (som ej var känd för konstruktören av fundamen-

tet) hamnar emellertid pålgruppens verkliga elastiska centrum utanför ovannämnda lodlinje och den verkliga beräknings- resp. svängningsmodellen enligt figur 9.4 motsvarar ej de antagna modellerna enligt figur 9.3.



Figur 9.3 Antagna svängnings- och beräkningsmodeller.

Det bör nämnas att de oförutsedda horisontella svängningarna som i sin tur framkallar de otillåtna horisontella avskärningskrafterna i hejarstativet kunde ha förebyggts innan hejarmontaget, bl.a. genom experimentell kontroll av fundamentets svängningskaraktäristika, dvs. bestämning av det elastiska centrumet vid vertikala svängningar, samt genom uppställning av hejaren, så att detta elastiska centrum skulle hamna på lodlinjen genom fallviktens centrum.



Figur 9.4 Verkliga (oförutsedda) svängnings- och beräkningsmodeller.

9.3 Slutsatser

Som nämndes i kapitel 3 utgör ett maskinfundament en så komplicerad konstruktion med samvarierande parametrar att det är omöjligt att ange beräkningsförutsättningar, som är i full överensstämmelse med konstruktionens verkliga funktionssätt. I stället är man hänvisad till att beskriva konstruktionen med en förenklad modell, som får ligga till grund för svängningsberäkning och dimensionering.

I de flesta fall ger detta förfarande tillfredsställande resultat, men det kan ibland vara nödvändigt, vilket framgår av ovan redovisade praktikfall, att beskriva ett och samma maskinfundament med flera olika modeller, exempelvis:

- lastmodell
- materialmodell
- svängningsmodell m.m.

och vid dimensionering resp. konstruktion använda partialkoefficientmetoden, som medger att varje osäkerhet beaktas där den hör hemma.

Som ett exempel på detta kunde man i svängningsmodellen för ovan redovisade fundament ta hänsyn till osäkerheten hos pålarnas fjäderkraft och jämsides med detta borde fundamentet konstruerats på så sätt att en oförutsedd och störande avvikelse från den antagna svängningsmodellen lätt kunde justeras (avstämmas) vid idrifttagningen av maskinen. Av exemplet framgår även betydelsen av geodynamiska undersökningar i samband med projektering resp. dimensionering av maskinfundament.

Samtidigt kan konstateras en stor ökning av driftstörningar i moderna industrier och kraftverk pga. oförutsedda vibrationer hos s.k. "static equipment". Dit räknas bl.a. datorer och annan elektronisk utrustning, matarvatten- och andra typer av cisterner, ånggenera-

torer eller behållare med hydrauliska och/eller aerodynamiska störningar samt verktygsmaskiner, vilka behandlas i nästa kapitel. Driftstörningar hos denna "static equipment" kan numera, beroende på industriobjektens storlek resp. effekt, leda till stora ekonomiska förluster. Ett dygns driftstopp kan t.ex. resultera i produktionsförluster på 200 000-400 000 kronor i sågverk, 700 000-1 000 000 kronor i pappersbruk och 1 000 000-2 000 000 kronor i moderna kärnkraftverk. Samtidigt uppvisar praktiken att dessa förluster lätt kan förebyggas resp. minskas genom undersökningar av svängningskaraktistika före och vid idrifttagningen av dessa industrianläggningar och kraftverk.

10 FUNDAMENT FÖR VERKTYGSMASKINER

10.1 Allmänt

De flesta verktygsmaskinerna tillhör gruppen av lugnt arbetande maskiner. De tillhörande maskinbäddarna (-stativen resp. -ramarna) är i regel styva, de dynamiska krafterna är små och fundamentens uppgift är:

- att överföra belastningen från maskinen till undergrunden
- att förebygga skadliga sättningar.

På grund av detta anses de flesta verktygsmaskinerna vara statiska och fundamentformen bestäms oftast endast med hänsyn till maskinens uppläggningsyta.

Det kan samtidigt konstateras att i praktiken förekommer det fundament för verktygsmaskiner, som orsakar olägenheter i maskinens funktion och/eller för stora vibrationer i omgivningen. Detta beror på att det finns verktygsmaskiner, som ej bör betraktas som statiska, därför att de

- saknar tillräckligt styva maskinbäddar eller är sammansatta av flera separata element
- åstadkommer dynamiska krafter
- är vibrationskänsliga pga. höga noggrannhetskrav hos framställda produkter
- är vibrationskänsliga pga. maskinens funktion, exempelvis balanseringsmaskiner för rotorerna hos flygplansmotorer.

Med anledning av detta föreligger behovet att klassificera verktygsmaskiner med hänsyn till deras fundament. I tabellen nedan anges en generell uppdelning

av dessa maskiner i två grupper:

Grupp 1 – oproblematiska

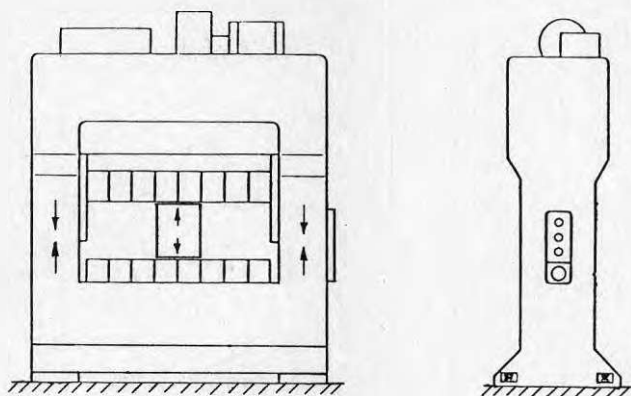
Grupp 2 – problematiska.

Tabell 10.1 Klassificering av verktygsmaskiner.

Kännetecken	Maskintyp	Grupp
Laster	Statiskt verkande (de flesta verktygsmaskiner med dominerande rotationsrörelse, t.ex. svarvar, bormaskiner)	1
	Dynamiskt verkande (maskiner med fram- och återgående rörelse, t.ex. stick-, hyvel-, dragbrotschmaskiner, pressar, stansar)	2
Maskinvikt	Lätta, < 10 ton	1
	Tunga, > 10 ton	2
Konstruktionsstyvhet	Med styv maskinbädd	1
	Med otillräckligt styv maskinbädd eller sammansatt av flera maskiner	2
Drivanordning	Med inbyggd motor	1
	Med separat motor eller remdrift	2
Bearbetningsnoggrannhet	Vanliga verktygsmaskiner	1
	Precisionsverktygsmaskiner	2
Vibrationskänslighet	Ej känslig	1
	Känslig (slip- och balanseringsmaskiner)	2

Även om endast ett kännetecken hos verktygsmaskinen hänförs till den andra gruppen, dvs. problematiska maskiner, klassificeras maskinen som problematisk.

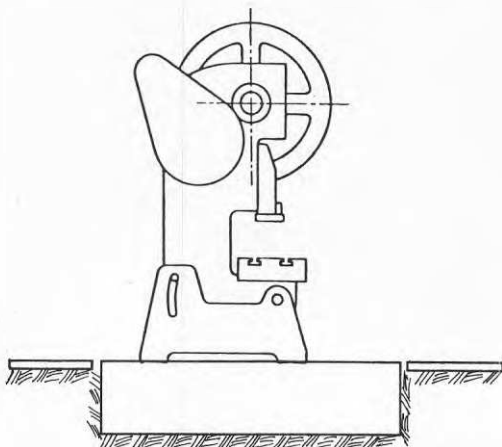
Pressar, stansar och dragbrotsmaskiner



Figur 10.1 Press, schematiskt kraftförlopp.

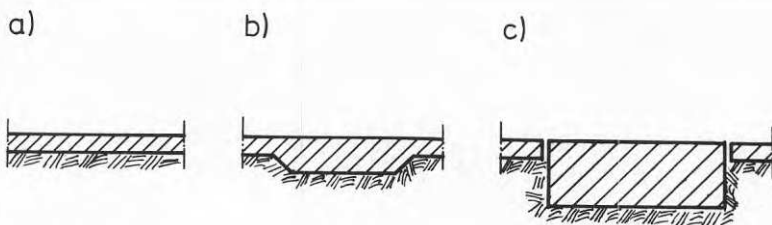
Pressar, dragbrotsmaskiner och stansar betraktas ofta som statiska maskiner och på underlagsritningar från maskinleverantörer saknas vanligen uppgifter om dynamiska krafter. Detta betraktelsesätt beror på den slutna kraftkretsen i maskinramen, som bidrar till att verkande tryck- resp. dragkrafter upptas av maskinramen, vilket visas schematiskt i figur 10.1. I verkligheten uppstår bl.a. stora impuls krafter, som verkar på fundamentet. Dessa impuls krafter orsakas av snabba variationer hos spänningsdeformationer i maskinramen. I vissa processer, som t.ex. hos dragbrotsmaskiner, kan dessa impuls krafter uppträda periodiskt och framkalla resonanssvängningar hos fundamentet.

Jämsides med ovannämnda krafter påverkar fundamentet obalanserade tröghetskrafter hos rörliga maskindelar, som t.ex. hos excenterpressen i figur 10.2, där vid utformningen av fundamentet hänsyn bör tas till an-greppspunkter resp. riktningar hos dessa krafter.



Figur 10.2 Fundament för excenterpress.

10.2 Val av fundamenttyp



Figur 10.3 Fundament för verktygsmaskiner; a) golv på mark, b) förstärkt golv på mark, c) blockfundament.

Verktygsmaskiner som klassificeras i grupp 1 – oproblematiske enligt tabell 10.3 kan uppställas på

- vanligt industrigolv, figur 10.3a
- förstärkt industrigolv, figur 10.3b
- blockfundament, figur 10.3c.

Tjockleken på golvet på mark, som avpassas efter underlagets bärighet och maskinlast, bör ej underskrida

150 mm. Vid större maskinlast skall betongplattan förses med armering i under- och överkant.

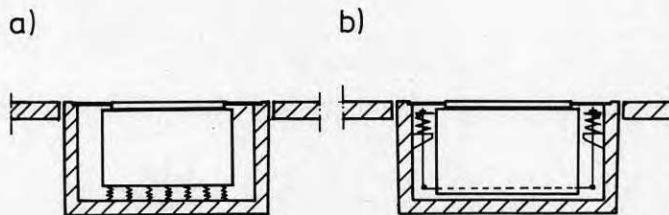
Tabell 10.2 Minsta fundamenthöjd för verktygsmaskiner med vanlig bearbetningsnoggrannhet och vikt mindre än 30 ton.

Maskintyp	Fundamenthöjd, m
Svarvar, borrh- och hyvelmaskiner	$0,3 L^{1/2}$
Slipmaskiner	$0,4 L^{1/2}$
Kuggskärnings-, karusellsvärv, vertikala fräsmaskiner	$0,6 L^{1/2}$

L = fundamentets längd i m.

Fundamenthöjden hos större borrh- och stickmaskiner bör som regel ej underskrida 0,8 m.

Maskiner tillhörande grupp 2 enligt tabell 10.1 uppställs vanligtvis på separata blockfundament. Vid statiskt verkande maskiner tillhörande grupp 2 kan den minimala höjden på fundamentblocket bestämmas med hjälp av värdena i tabell 10.2. Vid dynamiskt verkande verktygsmaskiner bör resonansfrekvenserna hos fundamentet avpassas och vid behov bör svängningsamplituderna beräknas.



Figur 10.4 Vibrationsisolerade fundament.

Vibrationskänsliga verktygsmaskiner uppställs vanligen på vibrationsisolerade fundament. Dessa fundament kan utformas på olika sätt, dvs. genom

- uppläggning av fundamentblocket på vibrationsisolatorer, figur 10.4a,
- upphängning av fundamentblocket på vibrationsisolatorer, figur 10.4b.

Vid vibrationskänslig omgivning bör också dynamiskt verkande verktygsmaskiner enligt tabell 10.1 placeras på vibrationsisolerade fundament.

10.3 Slutsatser

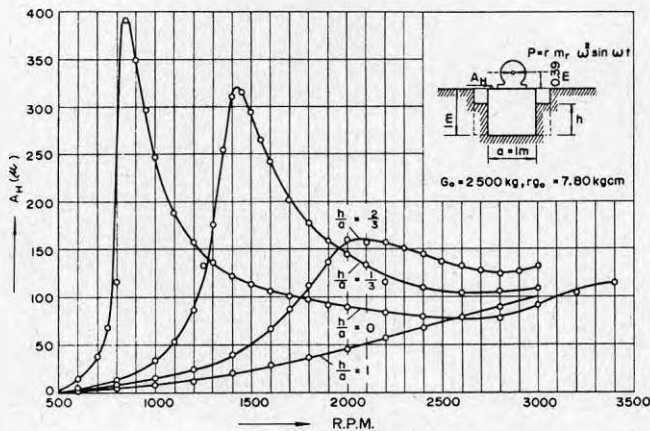
Praktiken visar att mycket ofta är det svårt att teoretiskt bestämma dynamiska krafter och/eller deras tidsförlopp hos dynamiskt verkande verktygsmaskiner. Detta är en följd av att deras dynamiska parametrar är beroende av både maskinkonstruktionen, bearbetningsprocessen, arbetsverktygen och arbetsstyckena. Vid behov av dessa parametrar, såsom vid vibrationskänslig omgivning med precisionsverktygsmaskiner eller vid val av vibrationsisolering, bör dessa parametrar därför bestämmas experimentellt.

Beträffande facklitteratur om dynamiska krafter, som framkallas i verktygsmaskiner, kan den intresserade hänvisas till Tobias (1961), Kaminskaja & Reshetov (1975), Harris & Crede (1976), Thurat (1980), Dimentberg & Kolesnikov (1980) och Sovjetiska riktlinjer för bestämning av dynamiska krafter hos maskiner uppställda på bjälklag (1966).

11 ÄNDAMÅLSENLIG UTFORMNING AV FUNDAMENT FÖR MASKINER MED HORIZONTELLA KRAFTER

11.1 Allmänt

Tidigare presenterade metoder för bestämning av dynamiska styvheter, se kapitel 5, respektive formler i kapitel 7 för svängningsberäkning av blockfundament förutsätter att fundamentet ligger fritt på ytan av en elastisk undergrund. I verkligheten är dessa förhållanden sällsynta pga. att de flesta fundament är inbäddade i jorden. Under 70-talet har ett flertal forskningsresultat publicerats om dessa inbäddade maskinfundament, bl.a. av Novak (1970), Whitman (1972), Stokoe & Richart (1974), Johnson (1977), Sankaran (1980) och Aleksejev (1981).



Figur 11.1 Resonansspektrum för horisontella vibrationer av blockfundament vid varierande inbäddningsdjup och konstant exciteringskraft, Novak (1970).

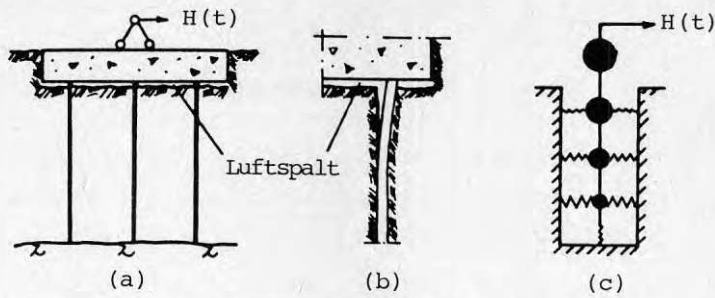
Av diagrammen i figur 11.1 framgår tydligt inbäddningens inverkan på amplituder och egenfrekvenser av horisontella svängningar av fundamentet. För att kartlägga krafter, vilka bidrar till denna inverkan, har Aleksejev et al (1981) undersökt

- effekten av "normala" reaktioner, dvs. sådana som är rätvinkliga mot den dynamiska kraftens riktning och svarar mot passivt respektive aktivt jordtryck
- effekten av "tangentiella" reaktioner, dvs. sådana som är parallella med den dynamiska kraftens riktning och svarar mot friktionskrafterna längs fundamentets sidoytor.

Aleksejevs och andras forskningsresultat uppvisar

- att bäddmodulen, som svarar mot den normala reaktionen är ca 2,5 gånger större än den som svarar mot den tangentiella reaktionen
- att bäddmodulen ökar olinjärt med avståndet från markytan, och fördelningen kan antas vara triangulär vid lågfrekventa tvångskrafter respektive parabolisk vid högfrekventa tvångskrafter
- att vid ökning av frekvenser hos tvångskrafterna minskar storleken på bäddmodulerna
- att vid en yttre last (vid sidan om fundamentet) ökar bäddmodulerna och deras fördelning med avståndet från markytan.

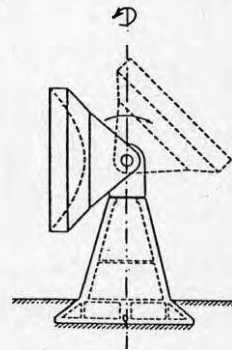
Samtidigt kan konstateras att det allt oftare dyker upp maskinfundament, där tillgodogörandet av rönen från ovannämnda forskningsresultat kan leda till bättre lösningar (både ur teknisk och ekonomisk synpunkt) vid utformningen och dimensioneringen av dessa fundament.



Figur 11.2 Maskinfundament på pålar; schema och svängningsmodell.

Ovannämnda maskinfundament kan vara av olika typ, exempelvis:

- pålfundament för maskiner med stora horisontella krafter, figur 11.2
- fundament med begränsad uppläggningssyta och som påverkas av stora horisontella krafter
- fundament med rotationssvängningar kring vertikal axel, såsom radartorn, provstationer för horisontella propeller m.m.



Figur 11.3 Radartorn.

Hos pålfundament för maskiner resp. i jordbävningsområden, Sugimura (1981), kan vibrationsproblem och/eller kollaps uppstå pga.

- luftspalt under sulan, figur 11.2a
- frikoppling av pålar från kringliggande jord, figur 11.2b
- det komplexa svängningssystemet påle-jord, figur 11.2c.

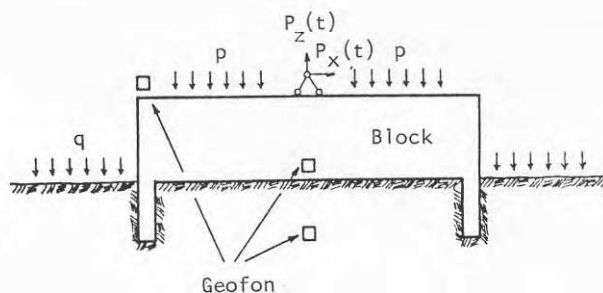
De förstnämnda två problemställningarna är mest kännetecknande för slanka stödpålar. Belysande för omfatt-

ningen av dessa problem kan vara den utländska och inhemska erfarenheten som visar att antalet skador hos maskinfundament på slanka pålar är, relativt sett, betydligt större än vid andra grundläggningssätt. Alla ovannämnda faktorer har föranlett författaren till verifiering av befintliga analytiska metoder för svängningsberäkning av inbäddade maskinfundament och utveckling av

- mer ändamålsenlig utformning av fundament för maskiner med horisontella krafter, se även kapitel 13
- ändamålsenlig beräkningsmetodik för dessa fundament.

Beträffande beräkningsmetoder för statistiskt sidobelastade pålar kan hänvisas till Broms (1965).

11.2 Modellförsök



Figur 11.4 Försöksfundament med upplagsyta $0,9 \times 0,4$ m och höjd $0,25$ m; principschema.

För att öka den horisontella dynamiska styvheten, speciellt hos pålfundament, kan fundamentblocket utformas med en nedkragande "kjol". Försöksfundamentet i figur 11.4, som utgörs av ett betongblock med dimensionerna $0,9 \times 0,4 \times 0,25$ m, har försetts med ingjutningsgodskruvhylsor, vilka tillåter

- ändringar av kjolens form, längd och styvhet
- olika anbringningsalternativ för vibrator och vibrationsgivare.

Det bör nämnas att i praktiken påträffas maskinfundament med dessa relativt sett små dimensioner t.ex. för mindre pumpar, kompressorer och fläktar.

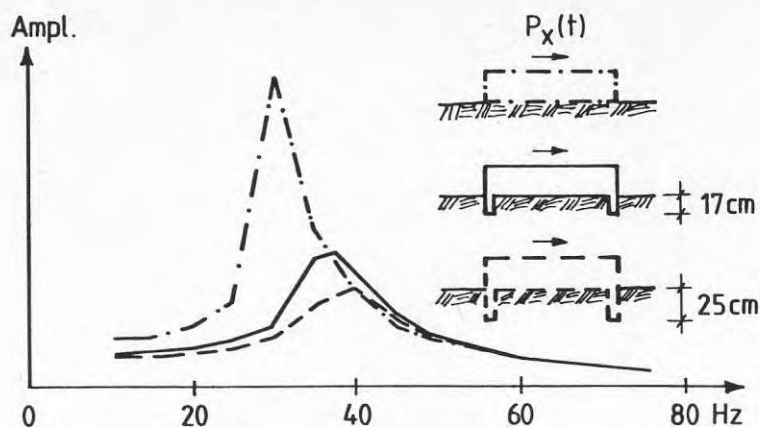
Den böjstyva kjolen utfördes av rektangulära stål-rör, som vid behov kan sammanfogas tätt till en skiva, vilken sänks ner i jorden. För att kartlägga kjolens dynamiska verkan har experimentella försök gjorts, både i laboratorium och i fält.

Laboratorieförsöken utfördes i KTH:s provgrop med planmått 1,9 x 3,9 m och 3,0 m djup. Gropen är fylld till överkanten med sand med en kornstorleksfördelning av 47% < 0,25 mm samt 67% < 0,5 mm. Fältförsöken utfördes vid Husby grustag, där fundamentet placerades på sand med en kornstorleksfördelning av 20% < 0,5 mm och 65% < 1 mm.

Försöken utfördes för de tre mest relevanta grundläggningsalternativen:

- fundament grundlagt på mark, utan kjol resp. sidofyllning
- fundament grundlagt på mark, med inbäddad kjol
- fundament med luftspalt under sulan, med inbäddad kjol men utan sidofyllning.

För att undersöka inverkan av jordlasten q från sidofyllning resp. inverkan av variationer hos statiska lasten p på svängningar hos ovannämnda fundamenttyper och samtidigt eliminera inverkan av blockets inbäddning på dessa svängningar kompenserades dessa laster p och q med ekvivalenta blyvikter.



Figur 11.5 Resonansspektra för horisontella vibrationer av fundament med upplagsyta 0,4 x 0,9 och 0,25 m höjd.

Mätresultaten från dessa försök presenteras i diagramform i figur 11.5. Diagrammen visar fundamentets respons vid horisontell excitering med en konstant kraft inom frekvensområdet mellan 6 och 100 Hz. Med hjälp av mätresultaten kunde kjolens inverkan på dynamiska styvheter resp. dämpningen hos de aktuella svängningssystemen analyseras och följande numeriska värden på dessa parametrar bestämmas.

Tabell 11.1 Värden på dynamiska styvheter k_x och k'_x samt dämpkvoterna D för försöksfundament i figur 11.5.

Fundamentform	d	k_x resp. k'_x , kN/m	D
0,4 x 0,9 x 0,25 m	(d=0)	9 658	0,09
0,4 x 0,9 x 0,25 m	(d=17,5 cm)	16 388	0,13
0,4 x 0,9 x 0,25 m	(d=25,0 cm)	18 404	0,17

d är kjolens inbäddningsdjup under sulan.

Vid utvärdering av försöksresultaten i tabell 11.1, som utfördes med hjälp av formlerna i kapitel 5, 6 och 7 för ett enfrihetsgradsystem, har medtagits massan av fundamentblocket, vibratorn och mätutrustningen på blocket samt stålrör för kjolen, medan massan av medsvängande jord har försumrats, se beräkningsex. 15:1.

Jämsides med detta har olika beräkningsmetoder verifierats. Vid jämförelse av beräkningsresultat från analytisk (datorprogram för inbäddade fundament) och finit elementanalys för bestämning av dynamiska styvheter framgår att dynamiska styvheter bestämda genom finit elementanalys bäst överensstämde med försöksresultaten, se tabell 11.1 och 11.2 samt figur 11.7.

Med utgångspunkt från dessa försöks- och beräkningsresultat har även empiriska formler för beräkning av dynamiska horisontella styvheter för kjolformade fundament föreslagits, ekv. 11:2 och 11:3.

Vid studium av försöks- och beräkningsresultat har de i kapitel 5 och 6 redovisade metoderna för bestämning av dynamiska styvheter och dämpning för fritt upplagda fundament verifierats. Jämförelsen av de teoretiskt beräknade med uppmätta dämpkvoter hos försöksfundamentet visas i diagramform i figur 6.6.

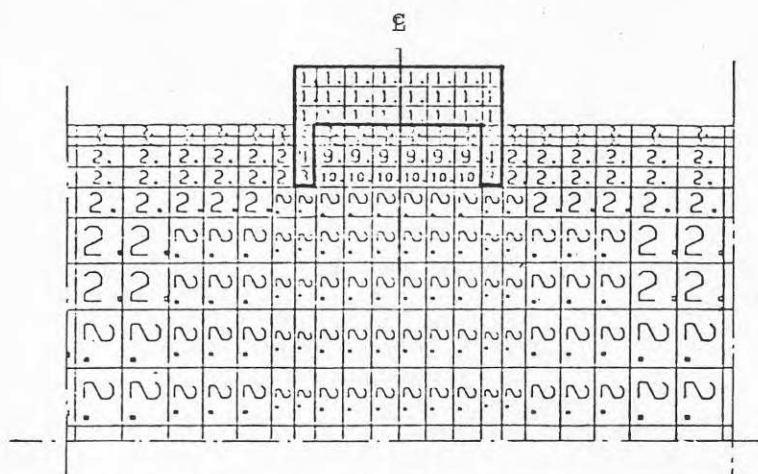
Försöksfundamentet i figur 11.4 har utsatts för

- stötexcitering med hjälp av en hammare försedd med en kraftgivare m.m.
- "vitt brus" som genererats med en brusgenerator, som är inbyggd i frekvensanalysatorn Hewlett-Packard 3582A
- stationär sinusformad konstant last $P(t)$, som genererats med en elektrodynamisk vibrator driven av en kombinerad oscillator och förstärkare, vilka möjliggör frekvensvariationer mellan 1,5 Hz och 25 kHz som kraftvariationer mellan 0 och 196 N.

Beträffande en mer omfattande redogörelse om mät- och analysmetodik samt försöksutrustning hänvisas till kapitel 16.4.

11.3 Bestämning av dynamiska styvheter med FEM-analysen

Syftet med den finita elementsimuleringen har bl.a. varit att bestämma kjolens dynamiska verkan (styvheter och bäddmoduler) i horisontal led och jämföra den med försöksresultaten i kapitel 11.2. Beträffande statiska bäddmoduler vid stöd och förankringsplattor, som används för att motstå horisontella krafter, kan hänvisas till Broms (1967, 1972).



Figur 11.6 Elementindelning; 412 jord- och 32 fundamentelement.

Av sektionen i figur 11.6 framgår den använda elementindelningen. Vid FEM-analysen har för denna sektion antagits plant deformationstillstånd, och på samma nivå som den dynamiska kraften $P_x(t)$ har verkat, enligt figur 11.4, har införts en lika stor statisk last. Ur beräknad deformation för denna last har fundamentets styvhet i horisontell led bestämts.

Undergrunden på försöksplatsen bestod av sand med följande egenskaper: densitet $1,84 \text{ ton/m}^3$, vattenkvot 3 % och ett naturligt portal $e = 0,53$.

För att bestämma sandens elastiska egenskaper har den semiempiriska formeln 5:34a använts

$$G_{\max} = 625 \text{OCR}^K (P_a \bar{\sigma}_o)^{1/2} / (0,3 + 0,7 e^2)$$

Med insatta värden för den aktuella sanden och värdet för lufttrycket $p_a \cong 100$ kPa fås

$$G_{\max} = 1221(100 \bar{\sigma}_0)^{1/2}$$

och med antaget kontraktionstal för sanden $v = 0,3$ fås följande uttryck för elasticitetsmodulen vid små amplituder

$$E_{\max} = 3175(100 \bar{\sigma}_a)^{1/2}$$

Med hänsyn till aktuella amplituder har ovanstående elasticitetsmoduler reducerats och i de fortsatta beräkningarna har följande uttryck använts för sekantmodulen

$$E = 1500(100 \bar{\sigma}_0)^{1/2} \quad (11:1)$$

De rektangulära stålrören med dimensionerna $100 \times 50 \times 3$ som utbildade kjolen längs fundamentets kortsidor har ett tröghetsmoment (i belastningsriktningen) på vardera $37,33 \text{ cm}^4$. Eftersom djupet vinkelrätt mot den analyserade sektionen är 1 m vid FEM-analysen används tröghetsmoment $373,3 \text{ cm}^4$ på kjolen vid beräkningar.

För att få rätt spänningstillstånd under fundamentet gjordes först en beräkning, där egenvikten av betongfundament påfördes. Det resulterande spänningstillståndet användes sedan som ingångsdata vid beräkning av elasticitetsmodulen enligt ekv. 11:1.

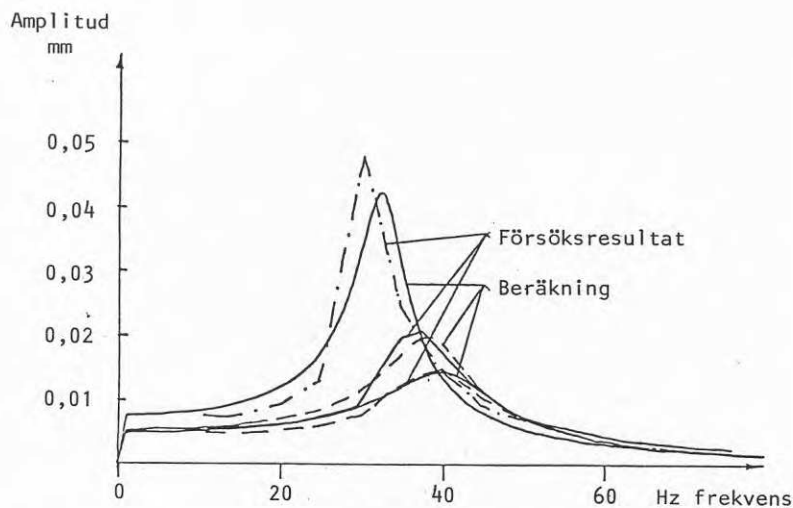
Eftersom vid FEM-analysen djupet b vinkelrätt mot den analyserade sektionen är 1 m och bredden av försöksfundamenten är 0,4 m blir dess dynamiska styvheter k_x och k'_x 0,4 gånger beräkningssektionen. Dessa framräknade styvheter samt de som bestämts experimentellt i föregående kapitel redovisas i tabell 11.2.

Tabell 11.2 Värden på teoretiskt och experimentellt bestämda dynamiska styvheter k_x resp. k'_x .

Fundamentform	k_x resp. k'_x , kN/m		
	FEM-analys		Experiment
	$b = 1,0\text{m}$	$0,4\text{ m}$	$0,4\text{ m}$
$0,4 \times 0,9 \times 0,25\text{ m}$ ($d=0$)	26 316	10 526	9 658
$0,4 \times 0,9 \times 0,25\text{ m}$ ($d=17,5\text{ cm}$)	37 594	15 038	16 388
$0,4 \times 0,9 \times 0,25\text{ m}$ ($d=25,0\text{ cm}$)	41 494	16 598	18 404

d är kjolens inbäddningsdjup under sulan.

Vid jämförelse av de med FEM-analysen bestämda dynamiska styvheterna i tabell 11.2 med motsvarande experimentellt bestämda framgår att den största avvikelserna är ca. 10%. Inverkan av denna avvikelse på responspektra för de kjolformade fundamenten i figur 11.5 framgår av diagrammen i figur 11.7, där både de teoretiskt och experimentellt bestämda responskurvorna visas.



Figur 11.7 Teoretiskt och experimentellt bestämda responspektra för horisontella vibrationer av fundament.

Diagrammen i figur 11.7 visar att överensstämmelsen mellan beräknade och vid försöken uppmätta responskurvor är förvånansvärt god.

Vid teoretisk bestämning av responskurvor i figur 11.7 har för beräkning av svängningsamplituderna A_x använts formel 7:72

$$A_x = (P_{x0}/k_x) [(1 - \omega^2/\omega_0^2)^2 + (2D\omega/\omega_0)^2]^{-1/2}$$

där P_{x0} - kraftamplituden lika stor som vid försöken

k_x - dynamisk styvhet beräknad med hjälp av FEM-analysen

D - dämpkvot bestämd ur försöksresultat

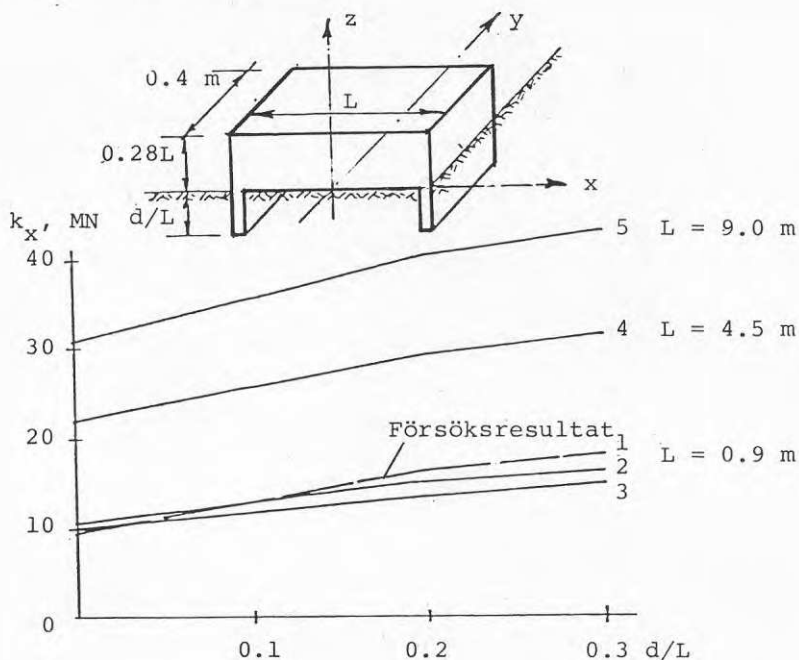
och $\omega_0^2 = k_x/m$

där m = försöksfundamentets massa.

Av responspektra i figur 11.7 framgår att den i tabell 11.2 redovisade avvikelserna hos värdena på dynamiska styvheterna k_x och k'_x är i praktiken nästan betydelselösa. Detta motiveras med att vid dimensionering av maskinfundament är oftast av vikt endast värdena på

- egenvinkelfrekvenserna ω_0 , som bestämmer resonansområdet mellan 0,75 och 1,25 ω_0 resp.
- svängningsamplituderna A_x utanför detta resonansområde.

11.4 Slutsatser



Figur 11.8 Samband mellan de dynamiska styvheterna k'_x , k'_x och kjolens inbäddningsdjup.

I figur 11.8 redovisas i diagramform försöks- och beräkningsresultat, som beskriver sambandet mellan de dynamiska styvheterna k'_x för fundament med kjol och dess längd. De aktuella kurvorna gäller för 0,4 m breda fundament. Kurva 1 svarar mot modellförsöken och kurva 2 mot den finita elementsimuleringen, där vertikaldeformationer tilläts hos detta fundament. Sistnämnda kurva visar högre värden än kurva 3, som gäller för en simulering, där bara horisontell translation hos fundamentet tilläts. Kurvorna 4 och 5 har framräknats vid samma randvillkor som kurva 3. Med utgångspunkt från dessa försöks- och beräkningsresultat kan följande samband uppställas för fundament upplagda på ej vattenmättad sand och försedda med en inbäddad kjol

$$k'_x = (1 + 1,5 D/L)k_x \quad (11:2)$$

- där k'_x är dynamisk styvhet i horisontell led för kjolformat fundament
- k_x är dynamisk styvhet för fundament utan kjol och inbäddning
- L är fundamentets längd
- och D är kjolens inbäddningsdjup.

Av de i kapitel 11.1 nämnda forskningsresultaten och diagrammen i figur 11.8 framgår att den dynamiska styvheten k'_x ökar olinjärt med djupet, varför de aktuella diagrammen endast bör användas för förhållandena $D/L < 0,3$ och $D < 1,5$ m.

Med utgångspunkt från försöksresultaten för fundament i figur 11.4 men med luftspalt under sulan samt resultaten från tillhörande finita elementanalys (ej redovisade här) föreslås följande formel för bestämning av k'_x hos pålfundament med "potentiell" luftspalt under sulan:

$$k'_x = (\alpha_k + 1,5 D/L)k_x \quad (11:3)$$

Formel 11:3 gäller för förhållandet $0,1 < D/L < 0,3$ samt $0,3 < D < 1,5$ m. Värdet på koefficienten α_k varierar mellan 0,5 och 0,7. Koefficienten ökar med kvoten D/L samt varierar med spänningstillståndet och packningsgraden hos sanden.

Då vid samtida finita elementsimulering av inbäddade helgjutna fundament värden erhålls på k'_x som är större än de i diagrammen i figur 11.8 som beräknats med formeln 11:2, kan denna formel användas vid approximativa beräkningar av k'_x för inbäddade fundament, förutsatt att återfyllningen runt fundamentet har samma dynamiska egenskaper som den orörda jorden.

Av diagrammen i figur 11.8 framgår att de dynamiska styvheterna tilltar olinjärt med en ökning av funda-

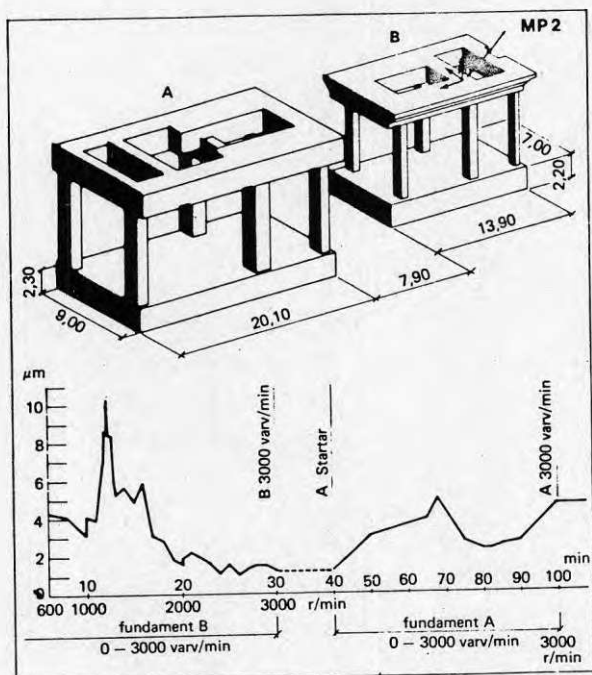
mentets längd i kraftriktningen, som väl överensstämmer med elasticitetsteorin. I samband med detta bör formlerna 11:2 och 11:3, som endast verifierats med försöksresultat för fundamentet i figur 11.4, användas med försiktighet vid fundament som är längre än 5,0 m.

Det kan antas att sambandet enligt formler 11:2 och 11:3, som föreslås för fundament på sand, i princip även gäller för andra jordarter med ökande elasticitet med tilltagande djup, vilket bör verifieras med hjälp av fältundersökningar.

12 VÄXELVERKAN MELLAN MASKINFUNDAMENT

12.1 Allmänt

Den tekniska utvecklingen ledde till allt större industrialanläggningar, kraftverk och andra produktionsenheter med stor koncentration av maskiner. Denna evolution som har resulterat i en tät placering av maskiner har givit upphov till en ny felkälla, vilken genom växlarverkan hos maskinfundament kan frambringa för stora vibrationer hos dessa fundament. Samtidigt med den täta placeringen av maskinerna tilltar deras storlek och dynamiska krafter pga. marknadskraven på ständigt ökande maskineffekter. Som ett belysande exempel på denna utveckling kan nämnas turbogeneratorernas storleksökning från mindre än 100 MW effekt på 50-talet till mer än 1 200 MW effekt på 70-talet.



Figur 12.1 Vertikal förskjutningsamplitud i MP2 vid start och drift av turbin B (0-40 min.) resp. vid start av turbin A (40-100 min.) och vid samtidig drift av turbinerna A och B (> 100 min.).

Av exemplet på föregående sida, som visar svängningsamplituderna hos turbinfundamentet vid drift av egen turbin och vid drift av närliggande turbin, framgår tydligt ökningen av svängningsamplituderna beroende på samverkan mellan maskinfundament.

Figur 12.1 visar en perspektivbild av fundament A och B till 125 resp. 48 MW axialturbiner. Diagrammet redogör dels för den vertikala förskjutningsamplituden i MP2 hos maskinfundament B, dels för ökningen av denna amplitud hos fundament B, förorsakad av vibrationer hos fundament A. Fundamenten är fristående och vibrationerna fortplantas via undergrunden och fyllningen. Mätningarna har utförts vid idrifttagningen av turbin B och ur diagrammet framkommer bl.a.:

- att den vertikala förskjutningsamplituden i MP2 vid drift av endast turbin B är $1 \mu\text{m}$
- att vid samtidig drift av turbinerna A och B ovan nämnda amplitud ökar från $1 \mu\text{m}$ till ca. $4,5 \mu\text{m}$.

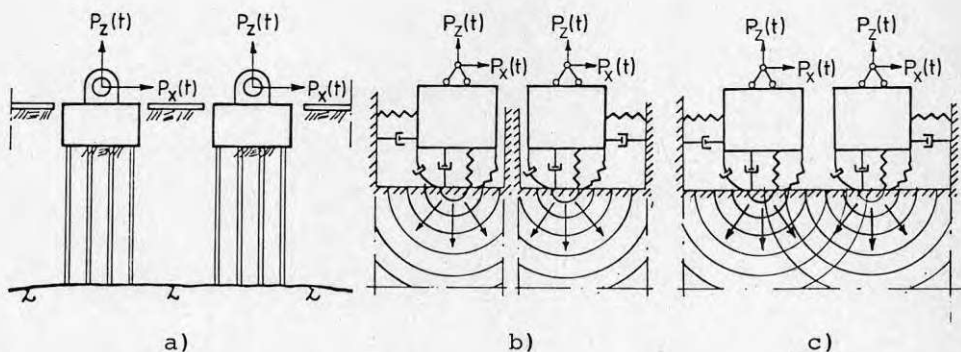
Mätningarna utfördes vid idrifttagningen av turbinerna, dvs. när dessa var utbalanserade. Man kan anta att vid samtidig drift av turbinerna kan deras lagerslitage fortskrida snabbare än vid drift av varje turbin för sig eller vid större avstånd mellan turbinfundament, dvs. mindre intensitet i växelverkan mellan dessa fundament. Lagerslitage ökar i sin tur obalanskrafter och därmed vibrationer. Denna växelverkan mellan lagerslitage och ökning av obalanskrafter (vibrationer) orsakar tätare driftstopp i samband med balansering resp. byte av slitna lager och andra maskindelar. Ekonomiska förluster enbart pga. denna typ av driftstopp uppkommer i industrianläggningar resp. kraftverk med endast roterande maskiner.

I industrianläggningar med tätt placerade maskiner med obalanserade krafter, t.ex. från vevmekanismer, kan växelverkan mellan maskinfundament åstadkomma en ökning

av vibrationsnivåerna och även inverka på den tekniska processen och på så sätt vålla stora ekonomiska förluster pga.:

- minskad produktionsvolym eller
- försämrad kvalitet hos de framställda produkterna.

Ovannämnda skadefall har sin grund bl.a. i de i praktiken vanligen använda beräkningsmetoderna för maskinfundament som utgår från svängningsmodellen enligt figur 12.2b.



Figur 12.2 Svängningsmodeller för två närliggande maskinfundament.

Orsaken till detta, dvs. inget hänsynstagande till dynamisk växelverkan mellan två närliggande maskinfundament, se figur 12.2c, är bl.a.:

- utelämnande av denna problematik i de klassiska böckerna om maskinfundament av Rausch, Barkan, Major, Richart m.fl.
- avsaknad av adekvata och praktiska beräkningsmetoder.

Jämsides med detta kan konstateras att denna problemställning uppmärksammades av Barkan (1935) redan på 30-talet. Under 60- och 70-talet har forskning om växelverkan hos maskinfundament bedrivits av Zabylin

(1969, 1971), Tchasow (1969, 1971), Ilyicher (1967) samt Zeitlin och Guseva (1973, 1979). Detta resulterade i att de nyreviderade sovjetiska maskinfundamentnormerna föreskriver dimensionering med hänsyn till växelverkan mellan maskinfundament.

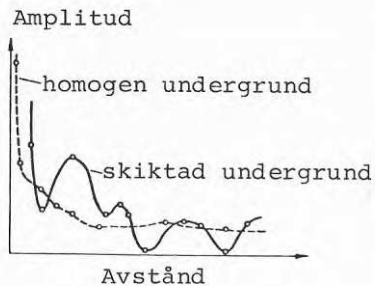
Växelverkan hos två dynamiskt belastade fundament på elastisk, isotrop halvrymd behandlas teoretiskt även i uppsatser av Warburton (1971), Savidis (1975) samt Sarfeld och Fröhlich (1980).

Man har i Sverige inom ramen för forskningsprojektet "Maskinfundament" på institutionen för jord- och bergmekanik på KTH befattat sig med ovannämnda problemställning, i synnerhet hos fundament för lågfrekventa maskiner med stora obalanserade krafter från vevmekanismer.

I det följande redogörs för två metoder för bestämning av svängningsamplituder hos närliggande fundament, nämligen:

- med hjälp av empirisk nomogrammetod
- approximativ beräkningsmetod.

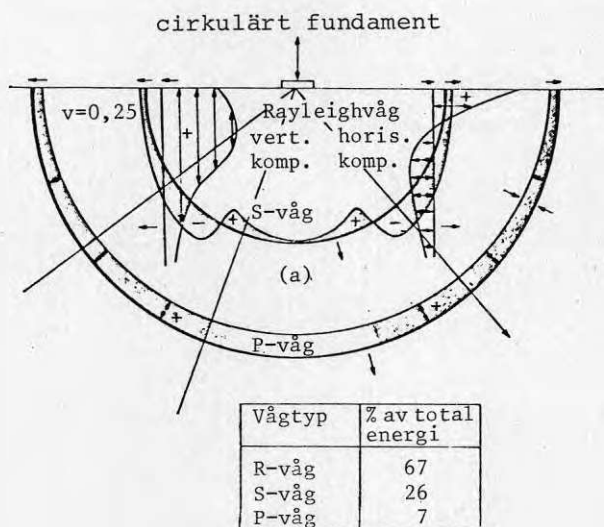
12.2 Utbredning av vibrationer i undergrunden



Figur 12.3 Utbredning av vibrationer i undergrunden.

I många tillämpningar är det viktigt att kunna beräkna hur vibrationerna från en vibrationskälla avtar med avståndet från källan. Vid homogena förhållanden hos undergrunden minskar amplituden hos markvibrationerna med ökat avstånd från vibrationskällan, figur 12.3.

I kapitel 5 redogjordes för elastiska vågors utbredning i oändligt halvrum och förekomst av tryck-, skjuv- och ytvågor konstaterades. De första två vågtyperna framkallar volym- resp. skjuvdeformationer. Vid ytan kan olika vågtyper uppträda ned till ett djup som motsvarar våglängden. Dessa ytvågor dominerar över tryck- och skjuvvågor redan på relativt kort avstånd från vibrationskällan och den mest betydelsefulla av dessa är Rayleighvågen.



Figur 12.4 Utbredning av R-, S- och P-vågenergi från en vertikal, harmonisk last, enligt Weeds (1968).

Eftersom maskinfundament grundläggs på relativt ringa djup och Rayleighvågor enligt figur 12.4 representerar 67 % av den totala vågenergin kan tryck- och skjuvvågor som regel försummas vid svängningsberäkningar av maskinfundament.

Markvibrationer utbreder sig ofta långt ifrån vibrationskällan och under homogena förhållanden, figur 12.3, minskar amplituden med $e^{-\alpha_a r}$, där r är avståndet och α_a är den s.k. absorptionskoefficienten som uttrycks i m^{-1} . Amplituden kan beräknas ur formel

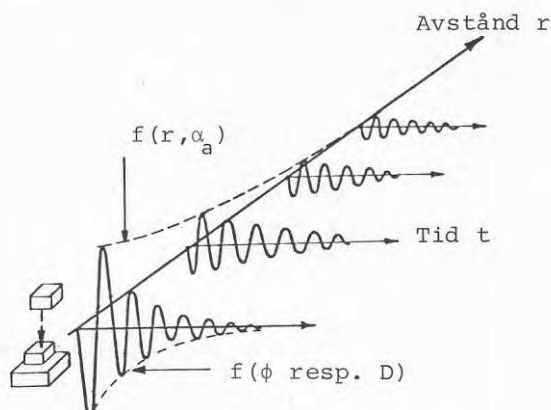
$$A = A_0 (r_0/r)^{1/2} e^{-\alpha_a (r - r_0)} \quad (12:1)$$

där A och A_0 är svängningsamplituder på avståndet r resp. r_0 från vibrationskällan.

För ett elastiskt medium är $\alpha_a = 0$ och formel 12:1 får uttrycket

$$A = A_0 (r_0/r)^{1/2} \quad (12:2)$$

Absorptionskoefficienten α_a är således ett mått på undergrundens avvikelse från ideellt elastiskt medium och beskriver energiförlusten på ett bestämt avstånd r från vibrationskällan, figur 12.5. Denna energiförlust och absorptionskoefficienten α_a bör ej förväxlas med dämpmodulen ϕ resp. dämpkoefficienten c , kapitel 6. Exempel på värden av koefficienten α_a visas i tabell 12.1.



Figur 12.5 Schematisk bild av dämpning och utbredning av markvibrationer i systemet maskinfundament – undergrund.

Tabell 12.1 Riktvärden på absorptionskoefficienten α_a .

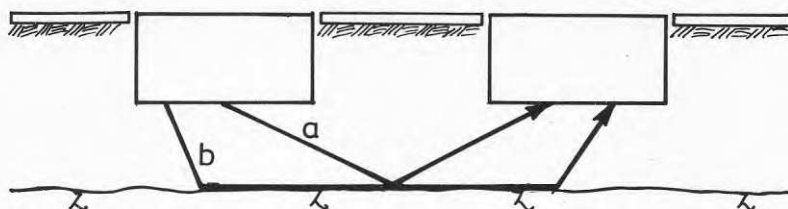
Jordart	α_a i m^{-1}	Referens
Packad sand	0,02	Richart (1962)
Vattenmättad löst lagrad sand, sandig resp. siltig lera	0,01 - 0,04	Savinov (1964)
Mellan- och grovsand, fuktig sandig lera eller lera	0,04 - 0,06	Savinov (1964)
Torr eller med låg vattenhalt: sandig resp. siltig lera och lera	0,07 - 0,10	Savinov (1964)
Torr, fast lera	0,007	Krasnikov (1970)
Lerig skiffer	0,03	Krasnikov (1970)
Berg: granit, gnejs, basalt	0,005 - 0,05	Krasnikov (1970)

I tysk teknisk litteratur, Lorenz (1960) och Schultze/Muhs (1967) betecknas absorptionskoefficienten α_a med K eller K', som infördes av Förtsch (1940) och är sortlös.

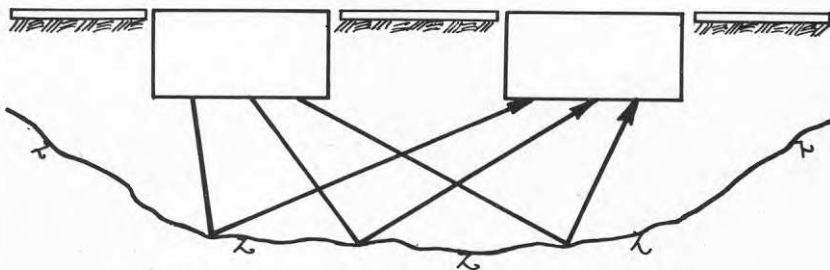
$$K' = KL = \alpha_a L \quad (12:3)$$

där L är våglängden.

Sambandet enligt formel 12:1 förutsätter homogen, isotrop undergrund och stort avstånd till berg. Om undergrunden är skiktad uppstår vågbrytningar av olika slag i gränssytorna mellan olika medier (skikt), figur 12.6, och ev. fokuseringseffekter, figur 12.7.



Figur 12.6 a) Reflekterad resp. b) refrakterad våg.



Figur 12.7 Fokuseringseffekt.

12.3 Utbredning av vibrationer i omgivningen av maskinfundament

Med hjälp av formel 12:1 och riktvärdena på absorptionskoefficienten α_a i tabell 12.1 kan man bestämma den vertikala och horisontella komponenten hos ytvågor var för sig. Detta förfarande används i relativt stor utsträckning för att beräkna dessa komponenter hos markvibrationerna vid trafik-, pålnings- och andra anläggningsarbeten. Experimentella undersökningar påvisar en god överensstämmelse med ekv. 12:1 på ett relativt stort avstånd från vibrationskällan och vid homogena förhållanden hos undergrunden.

Det har även konstaterats, se kapitel 12.5, att i den närmaste omgivningen av maskinfundament skiljer sig värdena på α_a för den vertikala komponenten från α_a för den horisontella komponenten hos markvibrationer.

Enligt Savinov (1964) gäller de i tabell 12.1 redovisade värdena på α_a endast för den vertikala komponenten hos markvibrationer. För den horisontella komponenten bör ovannämnda värden på α_a divideras med 1,5 å 2,0. De lägre värdena på α_a gäller större fundament när

$$[H + (S/8)] > 8 \text{ m} \quad (12:4)$$

och de högre värdena vid små fundament när

$$[H + (S/8)] > 3 \text{ m} \quad (12:5)$$

där H är grundläggningsdjupet och
S är sulans omkrets.

Under 70-talet har flera sovjetiska forskare undersökt experimentellt vibrationerna från fundament för olika maskiner. Främst kan hänvisas till forskningsresultat framtagna av Gimselberg & Ogurtsov (1973, 1974), Levin & Svinkin (1973), Ilyichev & Taranov (1977) och Zabylin & Igolnikov (1977). Gimselberg et al (1973) anger följande empiriska formel för bestämning av den horisontella komponenten hos markvibrationer i omgivningen av maskinfundament:

$$A_r = A_o \nu (a/b)^{3/2} / [(r/a)^{3/2} + \nu (a/b)^{3/2}] \quad (12:6)$$

där A_r är amplituden för horisontella markvibrationer som utbreder sig från fundamentet i den exciterande kraftens riktning

A_o är fundamentets svängningsamplitud

a och b är fundamentets planmått

r är avståndet från fundamentets centrum

ν är kontraktionstalet.

Den nyreviderade sovjetiska maskinfundamentnormen SNP II-19-79 anger under punkt 1.49 följande formel för beräkning av vertikala (horisontella) amplituder hos markvibrationer vid vertikala (horisontella) svängningar av maskinfundamentet

$$A_r = A_o [1/\delta[1 + (\delta-1)^2] + (\delta^2-1)/(\delta^2+1)(3\delta)^{1/2}] \quad (12:7)$$

där A_r = amplituden för vertikala (horisontella) markvibrationer på avståndet r från fundamentet

A_o = amplituden för fria eller tvungna vertikala (horisontella) svängningar av fundamentet

$$\delta = r/r_o$$

r_o = effektiv radie hos fundamentet.

Den effektiva radien r_o fås genom konvertering av t.ex. rektangulärt fundament med planmått $a \cdot b$ till ett ekvivalent cirkulärt fundament med radien r_o enligt ekv. 6:18

$$r_o = (ab/\pi)^{1/2}$$

12.4 Approximativ beräkningsmetod

Vid förekomst av n separata och närliggande maskinfundament kan svängningsamplituder för varje enskilt fundament bestämmas med hjälp av formel

$$A_{ig} = A_{ig}^o + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq g}}^n A_{igk} \quad (12:8)$$

där A_{ig} är svängningsamplitud för g :te fundament vid drift av n maskiner

A_{ig}^o är svängningsamplitud för g :te fundament vid drift av egen maskin

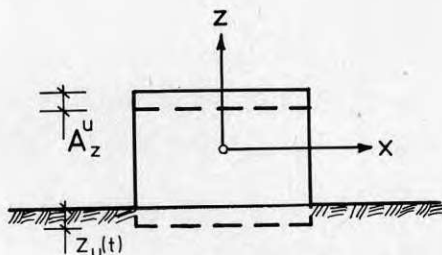
A_{igk} är svängningsamplitud för g:te fundament
vid drift av k:te maskin

i är index beskrivande svängningsriktning:
z - vertikal, x och y - horisontell.

Svängningsamplituderna A_{ig}^0 för olika svängningsriktningar hos fundamentet g kan bestämmas approximativt med hjälp av tidigare angivna formler i kapitel 7 och 8.

Vid bestämning av svängningsamplituderna A_{igk} bör man först beräkna svängningsamplituderna A_{igk}^h för undergrunden hos g:te fundament, som orsakats av utbredning av vibrationer från k:te fundament. Beräkning kan utföras med hjälp av formel 12:1 resp. 12:6 och 12:7. Med insättning av de erhållna värdena på svängningsamplituderna A_{igk}^h i uttrycken 12:11 och 12:12 nedan fås amplituderna för odämpade svängningar av g:te fundament i vertikal resp. horisontell riktning.

Vertikal odämpad svängning



Figur 12.8 Vertikal odämpad svängning vid störande förskjutning av underlaget.

Ekvationen för systemets tvungna svängning:

$$m\ddot{z} + kz = kz_u(t) \quad (12:9)$$

där $z_u(t) = A_{z0}^u \sin \omega t$ (12:10)
är störande, harmonisk, vertikal förskjutning och

- m är ekvivalent massa för maskinfundament
- k är ekvivalent dynamisk styvhet för fundament
- \ddot{z}, z är acceleration resp. förskjutning hos massa m
- A_{z0}^u, ω är amplituden resp. vinkelfrekvensen hos den störande förskjutningen.

Amplituden hos tvungen svängning:

$$A_z^u = A_{z0}^u (1 - \omega^2 / \omega_{oz}^2)^{-1} \quad (12:11)$$

där $\omega_{oz} = (k_z/m)^{1/2}$ (7:3)
är vinkelfrekvensen hos fria fundamentsvängningar.

Horisontell odämpad svängning

På analogt sätt erhålls amplituden A_x^u för tvungen horisontell svängning av maskinfundamentet:

$$A_x^u = A_{x0}^u (1 - \omega^2 / \omega_{ox}^2)^{-1} \quad (12:12)$$

där A_{x0}^u och ω är amplituden resp. vinkelfrekvensen för en störande harmonisk förskjutning

$$x_u(t) = A_{x0}^u \sin \omega t \quad (12:13)$$

Pendelsvängning

I likhet med horisontella dynamiska krafter, vilka inte är riktade i den vågräta huvudaxelns riktning kan störande, horisontella förskjutningar av undergrunden ge upphov till horisontella parallell- och vridsvängningar. Vid låga blockfundament, där fundamentets mått parallellt med svängningsriktningen är mer än tre gånger större än fundamentets höjd, kan inverkan av vridsvängningar på amplituder för vertikala resp. horisontella svängningar i överkant fundament försummas.

Vinkelfrekvensen hos markvibration

Vinkelfrekvensen ω hos markvibrationer, som utbreder sig från fundament för maskin k , är lika med vinkelfrekvensen hos maskinens störande last. För roterande maskiner blir

$$\omega = 2\pi \text{ RPM}/60 \quad (12:14)$$

där RPM = maskinens varvtal/min.

12.5 Empirisk nomogrammetod

Svängningsamplituder för närliggande maskinfundament som påverkar varandra kan bestämmas med hjälp av den allmänna formeln:

$$A_{ig} = A_{ig}^0 + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq g}}^n \alpha_{igk} A_{ik}^0 \quad (12:15)$$

där A_{ig} är svängningsamplitud för g :te fundament vid drift av n maskiner

A_{ig}^0, A_{ik}^0 är svängningsamplitud för g :te resp. k :te fundament vid drift av egen maskin

$\alpha_{igk} = A_{ik}^0/A_{igk}$ är koefficient för växelverkan mellan maskinfundament

A_{igk} är svängningsamplitud för g :te fundament vid drift av k :te maskin

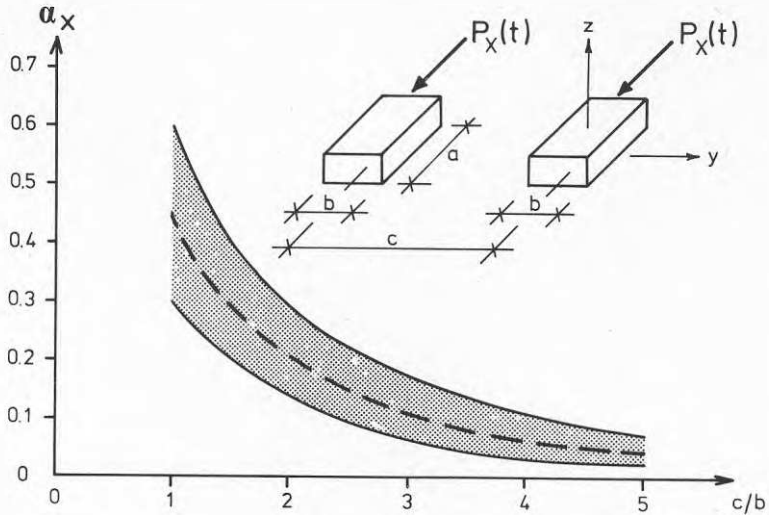
i är index beskrivande svängningsriktning z -vertikal, x och y -horisontell.

Vid bestämning av svängningsamplituder för närliggande likadana fundament för lika maskiner blir $A_{ig}^0 = A_{ik}^0$ och

formel 12:15 kan uttryckas

$$A_{ig} = A_{ig}^0 + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq g}}^n \alpha_{igk} A_{ig}^0 \quad (12:16)$$

Värden på α_{igk} -koefficient på växelverkan mellan fundament för lågfrekventa maskiner placerade direkt på marken fås ur diagrammen i figur 12.9 och 12.10. Dessa diagram baseras på mätresultat från ett flertal anläggningar med olika grupperingar av likadana maskinfundament. Antalet maskinfundament i dessa grupperingar varierade från 2 till 6 st. På så sätt varierade antalet mätresultat från 2 i grupperingar med 2 fundament till 30 i grupperingar med 6 fundament. Vid grupperingar med mer än 2 fundament registrerades även växelverkan mellan flera maskinfundament, dvs ökningen av svängningsamplituder vid samtidig drift av 3, 4, 5 resp. 6 maskiner.

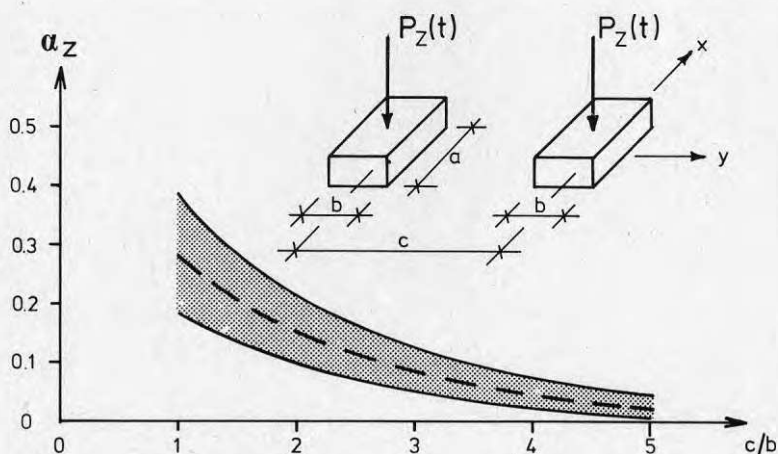


Figur 12.9 Koefficient för växelverkan mellan maskinfundament vid vertikala svängningar av likadana fundament på marken.

Planmått och avstånd hos de undersökta fundamenten i olika grupperingar varierade på följande sätt:

- a från 1,5 till 10,5 m
 b från 1,0 till 5,0 m
 c från 1,5 till ~35,0 m
 a/b från 1,0 till 2,5 m
 c/b från ~1,0 till 9,0 m.

Beteckningar ovan, a, b, c, enligt figur 12.9 och 12.10.



Figur 12.10 Koefficient för växelverkan mellan maskinfundament vid horisontella svängningar av likadana fundament på marken.

Grundläggningsdjupet varierade från 0,5 till 4,0 m.

Samtidigt med ovannämnda variationer hos de undersökta fundamenten resp. grupperingarna rådde stora skillnader mellan de olika anläggningarna, bl.a.:

- förekomst av olika konstruktioner mellan undersökta fundament, såsom betonggolv, rännor, fundament för pelare, transportörer m.m.

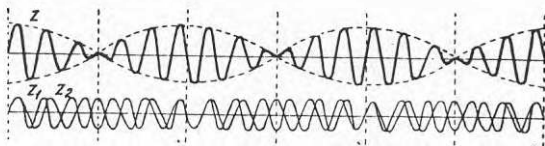
- skillnader i storleken på dynamiska krafter hos maskiner resp. svängningsamplituder
- skillnader i undergrundens beskaffenhet och dess geotekniska resp. jorrdynamiska egenskaper
- skillnader i grundvattennivå, skiktning hos undergrunden, avstånd till berget och dess topografi m.m.

Trots de stora skillnaderna hos alla ovannämnda faktorer som kan påverka växelverkan mellan maskinfundament har en relativt sett bra koncentration av registrerade mätresultat konstaterats. Ca. 80 % av dessa resultat har samlats inom det skuggade området, ca. 15 % under och övriga 5 % ovanför det skuggade området.

De sistnämnda avvikande mätresultaten kan bl.a. förklaras av inhomogena grundförhållanden, skiktning, förekomst av stora stenblock, ogynnsam topografi hos underliggande berg och skillnader i grundvattennivå.

12.6 Svävning

Vid vibrationsmätningar i samband med kartläggning av växelverkan mellan maskinfundament, och på vilka nomogrammen i figur 12.9 och 12.10 baseras, har registrerats och analyserats olika konstellationer av s.k. svävning, se figur 12.11, hos dessa fundament resp. i deras omgivning. Med svävning menas de periodiska amplitudförändringar i form av successiv ökning resp. minskning hos en överlagrad svängningsrörelse, som uppstår vid överlagring av två eller flera harmoniska svängningsrörelser med närliggande frekvenser, vilket visas i figur 12.11.



Figur 12.11 Svävning - överlagring av två sinusrörelser
 $z = z_1 + z_2 = \sin 2t + \sin 3t$.

I figur 16.11 visas överlagring av två sinusrörelser utan fasförskjutning och med förhållandet $\omega_1 : \omega_2 = 3 : 2$ mellan deras vinkelhastigheter. De ovannämnda olika konstellationerna hos den svävande svängningsrörelsen i de undersökta industrianläggningarna berodde på

- antalet maskiner i drift
- avvikelsen mellan deras varvtal
- skillnader i fasförskjutning.

Under fältmätningar har konstaterats att svävande svängningsrörelser är karakteristiska för vibrationer i alla industrianläggningar med två eller flera lågfrekventa maskiner med olika och även samma varvtal. Det sistnämnda kan förklaras med att dessa maskiner inte brukar synkroniseras och att även om de, teoretiskt sett, har samma varvtal, avviker i verkligheten vinkelhastigheterna hos deras tvångskrafter. Hos ram-sågar kan detta bl.a. orsakas av små skillnader i belastning pga. differenser i stockdimensionerna. Vid överlagring av t.ex. två sinusrörelser med vinkelfrekvenserna ω_1 och ω_2 fås en svävande svängningsrörelse

$$z = z_1 + z_2 = A_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_1) + A_2 \sin(\omega_2 t + \varphi_2) \quad (12:17)$$

med vinkelfrekvensen ω_s hos svävningar samt svängningstiden

$$T_s = 2\pi/\omega_s = T_1 T_2 / (T_1 - T_2) \gg T_1 \text{ och } T_2 \quad (12:18)$$

$$\text{och } f_s = \omega_s / 2\pi = (\omega_1 - \omega_2) / 2\pi \quad (12:19)$$

$$\text{där } \omega_1 = \omega_z + \omega_s \quad (12:20)$$

Svängningstiden hos den överlagrade svängningsrörelsen blir

$$T = 2T_1 T_2 / (T_1 + T_2) \quad (12:21)$$

$$\text{och } f = (\omega_1 + \omega_2) / 4\pi \quad (12:22)$$

Max. resp. min. amplituderna hos denna rörelse utgörs av summan resp. differensen av amplituderna hos de primära rörelserna z_1 och z_2

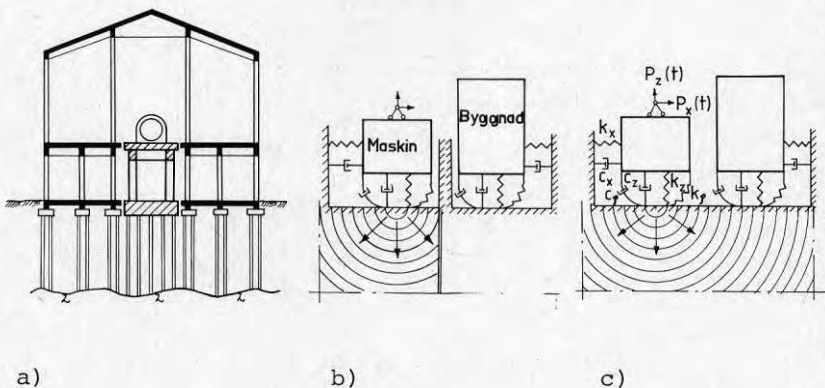
$$\max z = A_1 + A_2 \quad (12:23)$$

$$\min z = A_1 - A_2 \quad (12:24)$$

13 SAMVERKAN MELLAN MASKINFUNDAMENT OCH BYGGNAD

13.1 Allmänt

Hittills i rapporten och vanligtvis i praktiken har dynamiskt belastade blockfundament, placerade direkt på marken, behandlats som separata svängningssystem. I verkligheten ingår dessa maskinfundament i ett komplext svängningssystem bestående av kringliggande byggnadskonstruktioner, andra maskinfundament m.m. enligt figur 13.1c. Maskiningenjören, byggnadskonstruktören och geoteknikern, som arbetar på var sitt håll, utgår från ett idealiserat svängningssystem, där maskinfundament placerade på marken och närliggande byggnadskonstruktioner utgör separata svängningssystem enligt figur 13.1b.



Figur 13.1 Industribyggnad, sektion (a) och idealiserad (b) resp. verklig beräkningsmodell (c).

Denna idealisering tillämpas i samband med den rutinemässiga anordningen av dilatationsfogar mellan maskinfundament och angränsande byggnadskonstruktioner.

Analysresultaten från ett flertal skadefall med väl utförda dilatationsfogar förtydligar nödvändigheten att betrakta maskinfundament och närliggande byggnadskonstruktioner som en helhet. Jämsides med detta kan

teoretiskt bevisas att genom styv eller elastisk ihopkoppling av maskinfundament med angränsande byggnadskonstruktion kan i flera fall en, både från teknisk och ekonomisk synpunkt, fördelaktigare konstruktion erhållas.

Ovannämnda teoretiska antaganden bekräftas med ett representativt praktikfall, som visas längre fram.

13.2 Dilatationsfogar

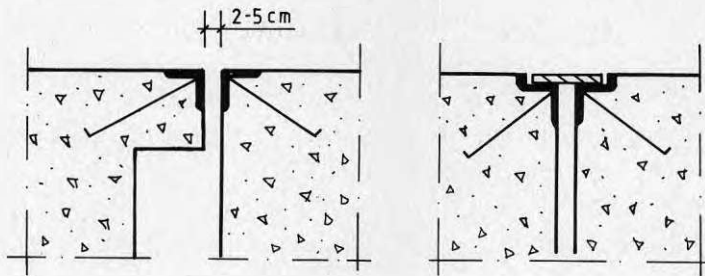
Dilatationsfogarnas generella uppgift är att dela upp ett byggnadsverk i mindre enheter, vilka var för sig får erforderlig rörelsemöjlighet. Avståndet mellan dilatationsfogarna och deras utformning i statiskt belastade byggnadsverk påverkas av konstruktionens material, typ, dimensioner, undergrundens beskaffenhet m.m.

Dilatationsfogar mellan fundament för maskiner och statiskt belastade byggnadskonstruktioner anordnas vanligen för att bl.a.

- uppfylla ovannämnda krav, som är aktuella vid utslutande statiskt belastade konstruktioner och
- förebygga utbredning av vibrationer från maskinfundament till angränsande statiskt belastade konstruktioner.

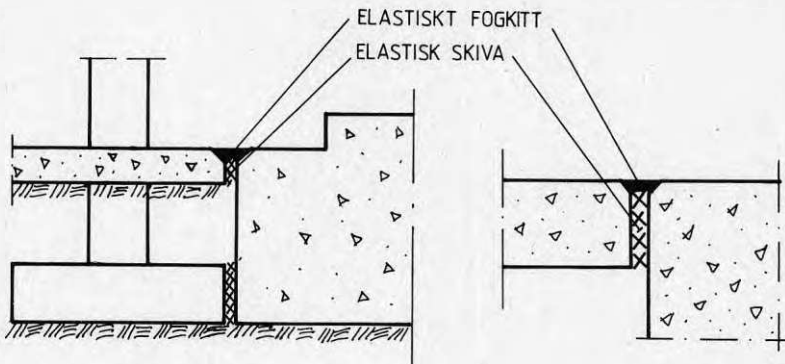
Dessa dilatationsfogar, som av hävd alltid föreskrivs kring fundament för maskiner med större dynamiska krafter, brukar anordnas vid alla typer av maskinfundament, dvs. block-, skiv- och ramfundament.

Vid höga skiv- eller ramfundament utgörs dessa fogar av en 2-5 cm bred luftspalt mellan övre fundamentplattan och omgivande bjälklag, figur 13.2a, som vid behov övertäcks på så sätt att kraftöverföring ej kan uppkomma.



Figur 13.2 Dilatationsfogar mellan maskinfundament och bjälklag.

Mellan höga blockfundament, dvs. endast delvis nedsänkta i marken, och omgivande bjälklag utförs dilatationsfogar lika som ovan.



Figur 13.3 Dilatationsfogar vid blockfundament på marken.

Mellan blockfundament nedsänkta i marken och kringliggande konstruktioner såsom betonggolvv, pelare och väggar utförs dilatationsfogar under markytan vanligen genom anordning av mellanlägg, t.ex. träfiber- eller mineralullskiva och ifyllning med elastiskt och plastiskt fogkitt resp. asfalt i ök-fog, enligt figur 13.3.

Den "gyllene" regeln att alltid anordna dilatationsfo-

gar mellan maskinfundament och angränsande byggnads-konstruktioner har uppställts av pionjärer på maskinfundamentområdet, Rausch och Barkan, som i sina klassiska verk rekommenderar anordning av dilatationsfogar i syfte att förebygga utbredning av vibrationer från maskinfundament till angränsande konstruktioner. Det kan nämnas att denna anordning av dilatationsfogar blev med tiden en princip som

- föreskrivs i utländska maskinfundamentnormer
- rekommenderas av maskinleverantörer
- åberopas i böcker resp. handböcker om maskinfundament som t.ex. engelsk upplaga av Barkan (1962), reviderad upplaga av Rausch (1959, 1968), Major (1961), Buzdugan (1972) och den senast publicerade handboken i USA av Srinivasulu et al (1978).

Vid studium av skadefall framgår det att en bidragande faktor till att principen om dilatationsfogar bör modifieras bl.a. är den tekniska utvecklingen som medfört

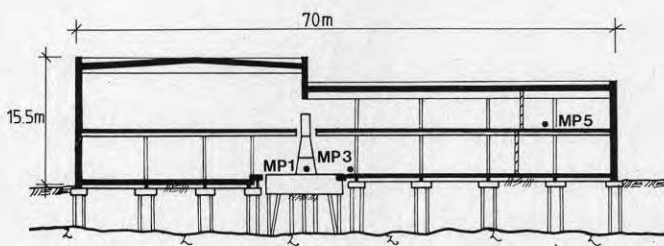
- att maskinerna blir allt starkare
- ökad användning av högvärdigare byggnadsmateriel, moderna byggnadsmetoder (prefabricerade element) och datorberäkningar, som gör det möjligt att konstruera allt slankare byggnadskonstruktioner med minskad dynamisk styvhet och dämpning
- allt större industrialanläggningar med flera tätt placerade maskiner.

Den teoretiska analysen av relevanta svängningsmodeller för industribyggnader med maskinfundament bevisar att i extrema fall kan dilatationsfogar även ha motsatt effekt, dvs. bidra till en ökning av vibrations-

nivåerna i angränsande statiskt belastade byggnadskonstruktioner.

Det gäller alla typer av fundament för maskiner, dvs. skiv- och ram- resp. blockfundament. Då denna rapport endast behandlar blockfundament på marken har, för att praktiskt åskådliggöra detta fenomen, valts ett praktikfall med ett blockfundament nedsänkt i marken, vilket visas nedan.

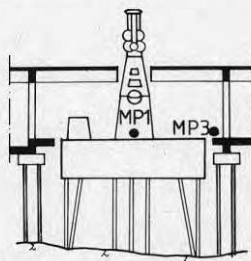
13.3 Ett praktikfall



Figur 13.4 Såghuset och placering av mätpunkter.

Sånghuset i figur 13.4 har en yta av 2 500 m² och är grundlagt på pålar nedslagna till fast botten.

Fundamenten för de fyra ramsågarna, som är nedsänkta 2,5 m under golvytan, innehåller vardera ca. 100 m³ betong och vilar på 22 prefabricerade betongpålar nedslagna till fast botten, figur 13.5.



Figur 13.5 Ramsågfundament.

Golvet i bottenplanet är fribärande och det platsgjutna betongbjälklaget uppbärs även av prefabricerade pålar nedslagna till fast botten.

Mellan detta golv och ramsågfundamenten har anordnats en 2 cm bred dilatationsfog, som utformats enligt detalj i figur 13.3.

Undergrunden består överst av fyllnadsmassor av organiskt material såsom flis, bark o.a. och därunder av friktionsmaterial på berg.

Sågplanets bjälklag, som är platsgjutna, uppbärs av platsgjutna betongpelare i mitten av planet resp. prefabricerade pelare vid ytterväggar. Taket uppbärs av prefabricerade betongbalkar, som vilar på dessa pelare. Både platsgjutna och prefabricerade pelare är placerade på sulor med stödpålar till berget.

Vid änden av sågplanet, på ca. 40 m från ramsågar, ligger kontoret och därunder sliprummet.

Under hösten 1980 har en kraftöverförande anordning anbringats i dilatationsfogen mellan ett av ramsågfundamenten och angränsande statiskt belastade konstruktion. Denna anordning hade till uppgift

- att koppla ihop fundamentet med angränsande betonggolv i horisontell riktning, som är parallellt med den dynamiska kraftens riktning
- att samtidigt medge fundamentet rörelsefrihet i övriga riktningar.

Ovannämnda anordning, som är patentsökt, innefattar bl.a. ett kraftöverförande element, som kan utformas på olika sätt, t.ex. i form av en vantskruv, hydraulcylinder, kilförband etc. För att elementet säkert skall överföra krafter från den ena byggnadsenheten till den andra är det förspänt med en kraft, som är större än den dynamiska kraft som skall överföras mellan byggnadsenheterna. Utformningen och dimensionerna av detta element anpassas efter föreliggande dynamiska krafter och efter de byggnadsenheter som bildar dilatationsfogen.

Effekten av genomförd ihopkoppling av fundamentet med angränsande konstruktion framgår av tabell 13.1, där mätvärden för några representativa mätställen anges. Dessa mätpunkter är

- aktuella ramsågfundament, Mp 1
- närliggande ramsågfundament (ramsågen stillastående, Mp 2)
- angränsande konstruktion, Mp 3 och Mp 4
- kontoret på sågvåningen, Mp 5.

Som framgår av följande tabellvärden har genom kopplingen av fundamentet till angränsande konstruktion vibrationsnivåerna minskat i hela svängningssystemet, dvs. i vibrationskällan - ramsågfundament 3, närliggande ramsågfundament 2, angränsande golv och kontor. Det kan nämnas att även i omgivningen av såghuset minskade besvärande vibrationer som t.ex. i manöverhytten för sågintaget, som ligger utanför såghuset, ca. 80 m från vibrationskällan.

Tabell 13.1 Svängningsamplitud före och efter ihopkoppling av fundamentet med bjälklaget.

Mät- punkt	Mät- rikt- ning	Hastighetsamplitud \hat{v} i mm/s vid	
		Dilatationsfog Konvent.	Kraftöverf.
Mp 1	x	37,9	5,7
Ramsågfundament 3	y	1,7	0,3
	z	2,4	2,0
Mp 2	x	6,5	1,1
Ramsågfundament 2	y	2,0	1,1
	z	0,2	0,2
Mp 3	x	1,5	0,5
Angr. bjälklag	z	1,5	0,5
Mp 4	x	2,7	0,5
Angr. bjälklag	z	2,0	0,3
Mp 5, kontor	x	1,8	0,6

Mättriiktningarna i tabellen definieras på följande sätt:

Index y - vinkelrätt mot dynamiska kraftens riktning,
dvs. sågriktningen

Index x - parallellt med sågrikningen

Index z - vertikalt.

Anbringningen av den kraftöverförande anordningen i dilatationsfogen mellan ramsågfundamentet och bjälklaget, vid MP 3 i figur 13.5, har utförts med hjälp av data om följande dynamiska parametrar:

- dynamiska krafter hos maskinen
- dynamiska styvheter (fjäderstyvhet)
- dämpstyvhet
- egensvängningstalen.

Dessa dynamiska data hos det primära resp. förändrade svängningssystemet (före resp. efter anbringning av kraftöverförande anordning) har bestämts dels teoretiskt medelst beräkningar (krafter), dels experimentellt medelst exciteringsutrustning och vibrationsmät- samt signalanalysinstrument (övriga parametrar).

Med en relevant mät- och analysmetodik kunde även den teoretiskt beräknade kopplingseffekten verifieras i förväg, se figur 13.7 samt kapitel 16.6.

Teoretisk analys

I figur 13.6 visas schematiska beräkningsmodeller för ovan redovisade praktikfall, dvs. vid

- maskinfundament med konventionell dilatationsfog, figur 13.6a
- maskinfundament med kraftöverförande dilatationsfog, figur 13.6b.

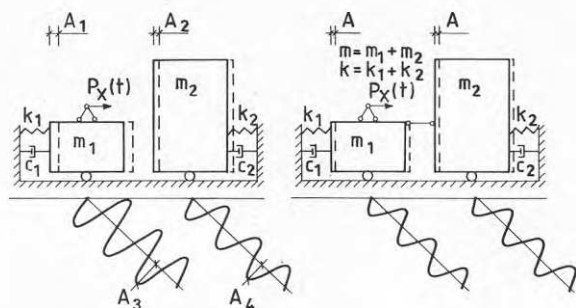
För att förenkla den matematiska delen av analysen görs följande antaganden

- att maskinfundament resp. såghus utgör svängningssystem med en frihetsgrad

- att kopplingen mellan fundamentet och angränsande konstruktion är styv (oelastisk) i horisontell x-riktning, som är parallell med den dynamiska kraftens $P_x(t)$ -riktning och ledad i de andra riktningarna
- att det endast förekommer horisontella rätlinjiga parallellsvängningar.

Av mätresultaten i tabell 13.1 kan konstateras att det andra antagandet ej helt motsvarar de verkliga förhållandena, då svängningsamplituder hos fundamentet och den angränsande konstruktionen är olika pga. att den verkliga kopplingen var elastisk i x-riktning. Detta antagande som avsevärt förenklar den matematiska delen av analysen påverkar analysresultaten endast kvantitativt men ej kvalitativt.

Antagandet att det endast förekommer horisontella svängningar är liksom det andra antagandet ej helt uppfyllt, då den horisontella kraften $P_x(t)$ i verkligheten orsakar pendelsvängningar, som är sammansatta av ovannämnda horisontella rätlinjiga svängningar och vridsvängningar. Nedan uppställda funktionssamband, som förenklar analysen, påverkas ej av att man försummar vridsvängningen. I detta sammanhang kan nämnas att minskningen av svängningsamplituden i t.ex. vertikal riktning, som framgår av tabell 15.1, har uppnåtts i samband med den väntade reduktionen av intensiteten hos pendelsvängningar och ej genom en förändring av kraften verkande i denna riktning.



Figur 13.6 Beräkningsmodeller för maskinfundament med konventionell dilatationsfog (a) resp. kraftöverförande dilatationsfog (b).

Differentialekvationer för horisontell tvungen svängning hos maskinfundament resp. såghus med dilatationsfog mellan fundamentet och angränsande byggnadskonstruktion, enligt beräkningsmodellerna i figur 13.6a, kan uttryckas på följande sätt:

$$m_1 \ddot{x}_1 + c_1 \dot{x}_1 + k_1 x_1 = P_X(t) \quad (13:1)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 + c_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_4) + k_2 (x_2 - x_4) = 0 \quad (13:2)$$

där $P_X(t) = P_{X0} \sin \omega t$ är störande horisontell kraft

$x_4(t) = A_4 \sin(\omega t - \varphi_4)$ är störande horisontell förskjutning

där A_4 är förskjutningsamplituden hos fundamentet för den angränsande byggnadskonstruktionen

m_1, m_2 = ekvivalenta massor för ramsågfundament resp. angränsande byggnadskonstruktion

c_1, c_2 = ekvivalenta dämpkoefficienter för svängningssystemet enligt figur 13.6a

k_1, k_2 = ekvivalenta horisontella dynamiska styvheter för ramsågfundament resp. angränsande byggnadskonstruktioner

$x_1, \dot{x}_1, \ddot{x}_1$ = förskjutning, hastighet och acceleration hos massa m , dvs. ramsågfundamentet

$x_2, \dot{x}_2, \ddot{x}_2$ = förskjutning, hastighet och acceleration hos massa m_2 , dvs. angränsande konstruktion

x_4, \dot{x}_4 förskjutning och hastighet i underkant fundamentet för angränsande konstruktion.

Den dynamiska styvheten k_1 , som uttrycker den kraft som krävs för att förflytta fundamentet på en längdenhet i x -riktning, är beroende av undergrundens (jord, pålar) fjädringsegenskaper.

Samtidigt är den dynamiska styvheten k_2 , som uttrycker den kraft som krävs för att förflytta den angränsande konstruktionen på en längdenhet i x -riktning, beroende av denna konstruktions fjädringsegenskaper i x -riktningen.

För amplituden A_4 resp. svängningsrörelsen $x_4 = A_4 \sin(\omega t - \varphi)$, som är beroende av en mängd olika variabler, kan uppställas följande funktionssamband

$$A_4 = f(A_3, D_g, \omega, m_2) \quad (13:3)$$

där A_3 = förskjutningsamplituden i underkant ramsågfundament

D_G = undergrundens geometriska dämpning, som karakteriseras med hjälp av absorptionskoefficienten α_a och avståndet från en vibrationskälla

ω = vinkelfrekvensen hos den dynamiska lastens $P_X(t)$ grundton.

Om det i svängningssystemet, som föreställer den angränsande byggnadskonstruktionen, enligt figur 13.6a, ej förekommer resonanssvängningar samtidigt som undergrunden är homogen och utan fokuseringseffekter blir

$$A_4 < A_3 \lesssim A_1$$

Vid styvt blockfundament och endast horisontella rätlinjiga parallellsvängningar är $A_3 = A_1$.

Amplituden A_1 hos horisontella svängningar av massan m_1 , dvs. ramsågfundamentet bestäms med hjälp av nedanstående formel (omnämnd i kapitel 7)

$$A_1 = (P_{X0}/k_1) [(1 - \omega^2/\omega_{01}^2)^2 + (\phi_{X1}\omega)^2]^{-1/2} \quad (13:4)$$

där $\omega_{01}^2 = k_1/m_1$ = fundamentets lägsta egenvinkelfrekvens
 $\phi_{X1} = c_1/k_1$ = svängningssystemets dämpmodul.

Förskjutningsamplituden A_2 hos horisontell svängning av angränsande konstruktion (såghus), enligt beräkningsmodell i figur 13.6a, kan bestämmas ur följande formel

$$A_2 = A_4 [1 + (2D_2\omega/\omega_{02})^2]^{1/2} / [(1 - \omega^2/\omega_{02}^2)^2 + (2D_2\omega/\omega_{02})^2]^{-1/2} \quad (13:5)$$

där $\omega_{02}^2 = k_2/m_2$ = vinkelfrekvensen hos angränsande konstruktions grundton
 $D_2 = c_2/2m_2\omega_{02}$ = dämpkvot hos angränsande konstruktion.

Differentialekvationen för horisontell tvungen svängning av det styvt ihopkopplade svängningssystemet enligt figur 13.6b kan uttryckas med

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = P_x(t) \quad (13:6)$$

där

$$m = m_1 + m_2$$

$$c > c_1, \quad c > c_2$$

$$k = k_1 + k_2$$

x, \dot{x}, \ddot{x} = förskjutning, hastighet och acceleration hos massa m , dvs. summan av massorna hos ramsågfundamentet och angränsande konstruktion.

Förskjutningsamplituden A hos horisontell svängning av det ihopkopplade systemet blir

$$A = (P_{x0}/k) [(1 - \omega^2/\omega_0^2)^2 + (2D\omega/\omega_0)^2]^{-1/2} \quad (13:7)$$

där $\omega_0^2 = k/m$ = systemets lägsta egenvinkelfrekvens

$D = c/2m\omega_0$ = svängningssystemets dämpkvot.

Vid svängningssystem med liten dämpning och/eller förhållandena

$$\omega/\omega_{01} < 0,7$$

$$\omega/\omega_{02} < 0,7$$

$$\omega/\omega_0 < 0,7$$

som är karakteristiska för det aktuella praktikfallet, kan vid beräkning av den dynamiska förstöringsfaktorn inverkan av dämpning försummas och svängningsamplituderna A_1, A_2 och A bestämmas ur följande formler:

$$A_1 = P_{x0}/k_1 (1 - \omega^2/\omega_{01}^2) \quad (13:8)$$

$$A_2 = A_4/(1 - \omega^2/\omega_{02}^2) \quad (13:9)$$

$$A = P_{x0}/k(1 - \omega^2/\omega_0^2) \quad (13:10)$$

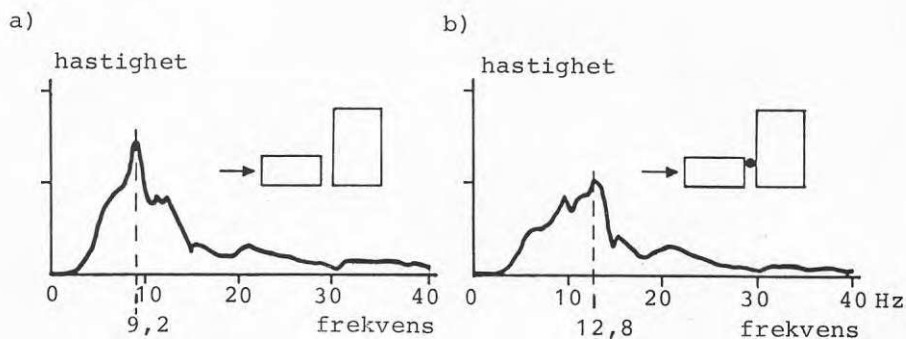
Som framgår av ekv. 13:7 - 13:9 är kvoten A/A_1 , dvs. kopplingseffekten på maskinfundamentets svängningsamplituder, beroende av förhållandena

$$\omega/\omega_0, \omega/\omega_{01} \text{ och } k/k_1$$

Egenvinkelfrekvenserna ω_0 resp. ω_{01} är i sin tur beroende av m och k resp. m_1 och k_1 . Samtidigt kan konstateras att i det aktuella praktikkfallet där $\omega < \omega_{01}$ och $\omega < \omega_0$ är effekten A/A_1 styvhetsstyrd, dvs. främst beroende av förhållandena k/k_1 , jfr. kapitel 7.4.

Vinkelfrekvensen ω hos den dynamiska lastens $P_x(t)$ grundton, vid ramsågens driftvarvtal 360 varv/sek, är

$$\omega = 2\pi f = 6,28 \cdot 360/60 = 37,68 \text{ rad/s}$$



Figur 13.7 Resonansspektra vid horisontell stötexcitering av ramsågfundament med konventionell (a) och kraftöverförande dilatationsfog (b). Mät punkt MP 1. Jfr. figur 13.4 och 13.5.

Egenvinkelfrekvenserna ω_{01} och ω_0 hos det aktuella ramsågfundamentet, före och efter anbringningen av kraftöverförande anordning, kan beräknas med hjälp av värdena på lägsta egensvängningstal, som fås från resonansspektra i figur 13.7a och 13.7b.

$$\omega_{01} = 2 \cdot 3,14 \cdot 9,2 = 57,76 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{01} = 2 \cdot 3,14 \cdot 12,8 = 80,38 \text{ rad/s.}$$

Reduktion av amplituder hos vertikala svängningar, främst i angränsande konstruktioner, har åstadkommits genom reduktion av amplituder hos ramsågfundamentets vridsvängning, som ej analyseras här.

Relativa skillnader i minskning av svängningsamplituder på olika ställen i angränsande byggnadskonstruktion kan förklaras med varierande egensvängningstal hos sekundära byggnadselement, vilket resulterar i olika värden på förstöringsfaktorer för dessa element som ej redovisats här på det förenklade svängningssystemet med en frihetsgrad.

Ekonomisk analys

Vid approximativ jämförelse av två alternativa utföranden, dvs.

- med konventionell dilatationsfog
- med kraftöverförande dilatationsfog

kan konstateras att vid valet av det andra alternativet reduceras volymen av varje ramsågfundament från 100 m³ till ca. 50 m³ betong och antalet pålar från 22 st. till 8 st. för varje fundament, som för hela anläggningen utgör ca. 200 m³ betong och 56 st. 6 m långa prefabricerade betongpålar. Samtidigt kan ytan av varje fundament minskas, vilket ger möjlighet till tätare placering av maskiner, minskning av byggnadsytan m.m.

Jämsides med dessa byggnadsekonomiska fördelar har konstaterats att driftsavbrott pga. maskinslitage minskat avsevärt. Reduktionen av vibrationsnivåerna har i sin tur resulterat i en ökning av produktionsvolymen av sågat virke.

13.4 Slutsatser

Genom anordning av kraftöverförande dilatationsfogar kan alla "potentiella" mass-, fjäder- och dämpkrafter i hela svängningssystemet, dvs maskinfundament och angränsande byggnadskonstruktioner, utnyttjas optimalt.

Den kraftöverförande dilatationsfogen mellan maskinfundament och byggnad utförs så att den endast överför de önskade krafterna i önskad riktning samtidigt som den medger rörelsefrihet i de övriga riktningarna.

De tekniska och ekonomiska fördelar som ofta kan uppstå genom ändamålsenliga anordningar för denna kraftöverföring är:

- minskning av ytor och/eller volym hos aktuella maskinfundament
- reducering av antalet bärande element såsom pälår, pelare och balkar
- minskning av vibrationsnivåerna hos maskinfundament och i vissa fall även den angränsande byggnadskonstruktionen, som t.ex. i det redovisade praktikfallet
- förbättring av responsen hos byggnadskonstruktioner i jordbävningsområden.

Med ovan redovisade förutsättningar kan generella regler för anordning av kraftöverförande dilatationsfogar uppställas:

- vid fundament för maskiner med stora horisontella och små vertikala dynamiska krafter
- vid höga fundament för maskiner med dynamiska krafter, som framkallar stora horisontella svängningar och/eller pendelsvängningar

- i jordbävningsområden: vid alla ramfundament och andra byggnadskonstruktioner.

I sistnämnda fall bör de kraftöverförande anordningarna kompletteras med dämpelement.

Vid anordning av kraftöverförande (även vid vanliga) dilatationsfogar bör vibrationsnivåerna på arbetsplatser ej överskrida de gränsvärden som anges i:

- Svensk Standard SS ISO 2631 – Vägledning för bedömning av helkroppsvibrationers inverkan på människan, 1982, se kapitel 14.2.
- ISO 2631 DAD 1 – Guide to the evaluation of human exposure to vibration and shock in buildings (under utarbetande).

Jämsides med ovan uppställda "dynamiska tumregler" för anordning av kraftöverförande dilatationsfogar kring maskinfundament bör hänsyn tas till alla konventionella statistiska problemställningar som uppkommer vid dessa maskinfundament och betingar anordning av dilatationsfogar, bl.a.

- eftergivlig och heterogen grund, som kan orsaka ojämna sättningar
- längdändringar vid fundament med stor utsträckning i längdled m.m.

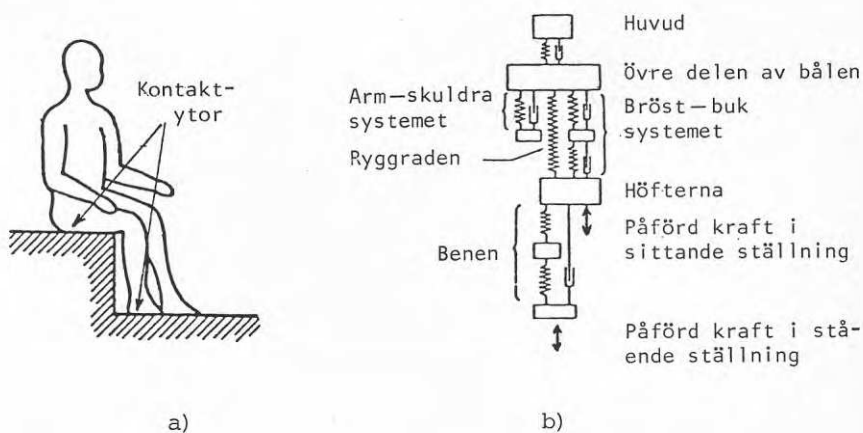
14 VIBRATIONERS INVERKAN PÅ MÄNNISKAN

14.1 Allmänt

Sedan länge vet man att vibrationer påverkar människan fysiologiskt och patologiskt. Vibrationer överförs till människokroppen via

- kontaktytor såsom golv, stolar, handverktyg, enligt figur 14.1a
- luft som av hävd kallas för infraljud, se kapitel 14.3.

Kroppsvibrationer orsakar olika fysiologiska effekter på människan, påverkar uppmärksamheten och prestationsförmågan, medför allmän trötthet m.m. samt kan ge upphov till patologiska skador. I extrema fall har anatomiska förändringar påvisats. Samtidigt kan konstateras att människan har inte utrustats av naturen med något speciellt organ för att registrera vibrationer i omgivningen på samma entydiga sätt som ljud.



Figur 14.1 Svängande människokropp och svängningsmodell.

För att förstå hur människokroppen reagerar på inverkan av svängning är det nödvändigt att känna till något om kroppens uppbyggnad. En människokropp, som utsätts för vibration, kan liksom varje mekaniskt system av massor, fjädrar och dämpare beskrivas med ett komplicerat massa-fjädersystem, figur 14.1b. Om frekvensen hos en inverkan vibration sammanfaller med egenfrekvensen på en viss kroppsdel och/eller på hela kroppen uppstår resonanssvängningar i dessa enstaka kroppsdelar och/eller i hela kroppen.

Resonansfrekvenserna för olika kroppsdelar varierar något från person till person, beroende på kroppsbyggnad. Vid vertikala svängningar har man funnit att det mest kritiska området ligger mellan 2 och 15 Hz, med resonansfrekvenser för hela kroppen (som enfrihetsgradsystem) på ca. 3 Hz.

Bedömningskriterier

Man har gjort flera försök att ställa upp kriterier för bedömning av vibrationernas inverkan på människan. De första allmänna kriterierna tillkom redan i början av 1900-talet och Reiher och Meisters undersökning år 1931 betraktas som klassisk på området. Den första normen om skaderisker i industrier tillkom 1954 i Sovjetunionen. Normen som anger tillåtna gränsvärden för vibrationer, vilka framkallats av maskiner, reviderades 1963 och 1971, Weiner (1977).

I början av 1960-talet inleddes arbetet med International Standard ISO 2631 - Guide for the evaluation of human exposure to whole-body vibration. Första utgåvan av ISO 2631, som tillstyrktes av Sverige redan 1973, publicerades 1974. Andra utgåvan 1978, kompletterad med Amendment 1, som fastställdes 1980-09, översattes till svenska och kom ut 1981 på remiss som förslag till svensk standard. I januari 1982 godkändes denna standard av SEK:s normkommitté NK-ISO 108, Mekanisk vibration och stöt, som svensk standard.

14.2 Svensk standard SS ISO 2631 (Vibrationer)

SS ISO 2631, Vägledning för bedömning av helkroppsvibrationers inverkan på människan, beskriver metoder för mätning, karakterisering och kvantifiering av vibrationer, som inverkar på människor inom industri- och transportsektorerna.

Denna standard kan tillämpas för såväl periodiska vibrationer som brusvibrationer. Den är i första hand begränsad till vibrationer av sådan karaktär och varaktighet att de orsakar full eller nära full utsvängning hos delar av människokroppen och vilkas verkan kan bedömas med utgångspunkt från frekvensspektra. Detta gäller framför allt för stationära vibrationer men ej för den typ av kortvariga icke-stationära vibrationer som alstras i omgivningen från t.ex. sprängningar.

Standardens gränser är ej heller lämpliga att användas vid bedömning av byggnadsvibrationer orsakade av trafik, fotsteg etc. i privata hem eller kontor.

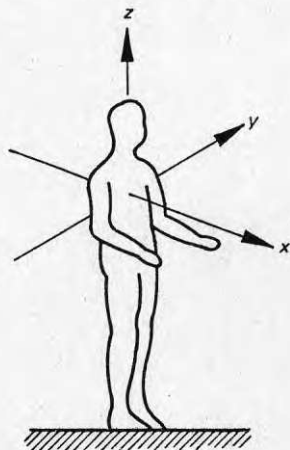
Utifrån vissa kriterier, såsom bibehållen arbetsförmåga, har man bestämt gränsvärden, vilka används för jämförelse med "in situ" erhållna mätresultat. Vid användning av dessa gränser är det dock viktigt att beakta de begränsningar som gäller vid tillämpning av denna standard, bl.a.

- kan endast tillämpas för personer med normal hälsa
- inte tillämplig på vibrationer utanför frekvensområdet 1-80 Hz.

SS ISO 2631 definierar fyra särskilt viktiga fysikaliska faktorer, nämligen

- vibrationsriktning
- vibrationsintensitet
- vibrationsfrekvens
- exponeringstid.

Sambanden mellan dessa beskrivs i olika tabeller och diagram för olika vibrationsriktningar, med exponeringstiden uttryckt som funktion av vibrationsfrekvens och -intensitet.



a_x, a_y, a_z = acceleration i
axelriktningarna
x, y, z

x-axel = rygg - bröst

y-axel = höger - vänster

z-axel = fot (eller säte)
- huvud

Figur 14.2 Riktningar i det biomekaniska koordinatsystemet för bedömning av helkropps vibrationers inverkan på människan.

Vibrationsriktningen, figur 14.2, anges som x-, y- eller z-riktad efter den axel i ett treaxligt rätvinkligt koordinatsystem med vilken vibrationsriktningen sammanfaller.

Vibrationsintensiteten $a_{x, y, z}$ mäts i acceleration i enheten m/s^2 och anges i effektivvärdet rms (eng. root mean square values), som är en typ av vägt medelvärde. Vid harmoniska svängningar enligt ekv. 2:3 och 2:10

$$\text{där } s = A \sin \omega t$$

$$\text{blir } a_{\text{rms}} = \ddot{s}_{\text{rms}} = \hat{a}/\sqrt{2} \approx 0,71 \hat{a} \quad (14:1)$$

Exponeringstiden beräknas per dygn genom summering av varaktigheten hos skilda exponeringsperioder med någorlunda likartad vibrationsintensitet. För exponeringsperioder med olika intensitet beräknas en ekvivalent

exponeringstid för jämförelse med angivna gränsvärden. De mätresultat som erhålls jämförs med i standarden angivna gränsvärden för

- nedsatt komfort
- trötthet och nedsatt arbetsförmåga
- hälsa och säkerhet.

Gräns för trötthet och nedsatt arbetsförmåga används som vägledning vid bestämning av acceptabel exponering av personal, som utsätts för vibrationer i arbete. De numeriska värden som definierar dessa gränser återfinns i tabell 14.1. Gränserna är relaterade till arbetsförmåga. Ett överskridande kan innebära väsentlig risk för nedsatt arbetsförmåga vid många olika slags arbetsuppgifter, särskilt där det är känt att tidsberoende effekter som trötthet försämrar prestationsförmågan. I standarden är gränserna för trötthet och nedsatt arbetsförmåga även grafiskt presenterade i diagram som funktion av frekvens och daglig exponeringstid.

Gräns för nedsatt komfort anges på samma sätt och med samma kurvor resp. numeriska värden som gräns för trötthet och nedsatt arbetsförmåga, men gränsvärdena i tabell 14.1 divideras med en faktor 3,15, dvs sänks med 10 dB.

Exponeringsgräns - hälsa och säkerhet anges även med samma kurvor resp. numeriska värden som gräns för trötthet och nedsatt arbetsförmåga, men gränsvärdena i tabell 14.1 multipliceras med en faktor 2, dvs höjs med 6 dB. Exponeringsgränsen bör inte överskridas utan särskilda skäl, även om inget arbete skall utföras av den person som är utsatt för exponering.

Gränserna är baserade på praktisk erfarenhet och laboratorieförsök om människans känslighet för mekaniska vibrationer inom frekvensområdet 1-160 Hz.

Tabell 14.1 Gräns för trötthet och nedsatt arbetsförmåga. Numeriska rms-värden för acceleration i z-, x-, y-riktningarna.

Frekvens (Mitt- frekvens i ters- band) Hz	rms-värden för acceleration a_z i m/s^2								
	Exponeringstider								
	24 t	16 t	8 t	4 t	2,5 t	1 t	25min	16min	1 min
1,0	0,280	0,425	0,63	1,06	1,40	2,36	3,55	4,25	5,60
1,25	0,250	0,375	0,56	0,95	1,26	2,12	3,15	3,75	5,00
1,6	0,224	0,335	0,50	0,85	1,12	1,90	2,80	3,35	4,50
2,0	0,200	0,300	0,45	0,75	1,00	1,70	2,50	3,00	4,00
2,5	0,180	0,265	0,40	0,67	0,90	1,50	2,24	2,65	3,55
3,15	0,160	0,235	0,355	0,60	0,80	1,32	2,00	2,35	3,15
4,0	0,140	0,212	0,315	0,53	0,71	1,18	1,80	2,12	2,80
5,0	0,140	0,212	0,315	0,53	0,71	1,18	1,80	2,12	2,80
6,3	0,140	0,212	0,315	0,53	0,71	1,18	1,80	2,12	2,80
8,0	0,140	0,212	0,315	0,53	0,71	1,18	1,80	2,12	2,80
10,0	0,180	0,265	0,40	0,67	0,90	1,50	2,24	2,65	3,55
12,5	0,224	0,335	0,50	0,85	1,12	1,90	2,80	3,35	4,50
16,0	0,280	0,425	0,63	1,06	1,40	2,36	3,55	4,25	5,60
20,0	0,355	0,530	0,80	1,32	1,80	3,00	4,50	5,30	7,10
25,0	0,450	0,670	1,0	1,70	2,24	3,75	5,60	6,70	9,00
31,5	0,560	0,850	1,25	2,12	2,80	4,75	7,10	8,50	11,2
40,0	0,710	1,060	1,60	2,65	3,55	6,00	9,00	10,6	14,0
50,0	0,900	1,320	2,0	3,35	4,50	7,50	11,2	13,2	18,0
63,0	1,120	1,700	2,5	4,25	5,60	9,50	14,0	17,0	22,4
80,0	1,400	2,120	3,15	5,30	7,10	11,8	18,0	21,2	28,0

	rms-värden för acceleration a_x och a_y i m/s^2								
	24 t	16 t	8 t	4 t	2,5 t	1 t	25min	16min	1 min
1,0	0,100	0,150	0,224	0,355	0,50	0,85	1,25	1,50	2,0
1,25	0,100	0,150	0,224	0,355	0,50	0,85	1,25	1,50	2,0
1,6	0,100	0,150	0,224	0,355	0,50	0,85	1,25	1,50	2,0
2,0	0,100	0,150	0,224	0,355	0,50	0,85	1,25	1,50	2,0
2,5	0,125	0,190	0,280	0,450	0,63	1,06	1,6	1,9	2,5
3,15	0,160	0,236	0,355	0,560	0,8	1,32	2,0	2,36	3,15
4,0	0,200	0,300	0,450	0,710	1,0	1,70	2,5	3,0	4,0
5,0	0,250	0,375	0,560	0,900	1,25	2,12	3,15	3,75	5,0
6,3	0,315	0,475	0,710	1,12	1,6	2,65	4,0	4,75	6,3
8,0	0,40	0,60	0,900	1,40	2,0	3,35	5,0	6,0	8,0
10,0	0,50	0,75	1,12	1,80	2,5	4,25	6,3	7,5	10
12,5	0,63	0,95	1,40	2,24	3,15	5,30	8,0	9,5	12,5
16,0	0,80	1,18	1,80	2,80	4,0	6,70	10	11,8	16
20,0	1,00	1,50	2,24	3,55	5,0	8,5	12,5	15	20
25,0	1,25	1,90	2,80	4,50	6,3	10,6	16	19	25
31,5	1,60	2,36	3,55	5,60	8,0	13,2	20	23,6	31,5
40,0	2,00	3,00	4,50	7,10	10,0	17,0	25	30	40
50,0	2,50	3,75	5,60	9,00	12,5	21,2	31,5	37,5	50
63,0	3,15	4,75	7,10	11,2	16,0	26,5	40	45,7	63
80,0	4,00	6,00	9,00	14,0	20	33,5	50	60	80

Värdena i tabellen definierar gränserna i form av effektivvärden för enkla sinusvibrationer eller effektivvärden inom tersband för sammansatta vibrationer (brusvibrationer eller multipla sinusvibrationer).

14.3 Infraljud

Ohörbara svängningar i luften inom frekvensområdet 2-20 Hz kallas i dagligt tal för infraljud. Infraljudens egenskaper, uppkomst och påverkan på människan har först på senare år uppmärksammats och blivit föremål för forskning. En bidragande orsak till att infraljuden endast i begränsad omfattning uppmärksammats som störningsfaktor i arbetsmiljön kan vara att dessa ljud normalt inte uppfattas av människans hörselorgan.

Illamående, trötthet, diffusa obehagskänslor m.m. har rapporterats som följd av infraljudsexponeringar, men vetenskapligt säkra bevis för ett sådant samband saknas än så länge.

Från maskiner kan i många fall betydande infraljudsnivåer registreras och genom resonanseffekter i lokaler och ventilationskanaler kan dessa infraljudsnivåer förstärkas. Nedan ges exempel på olika källor till infraljud.

- *Dieselmotorer.* Genom att stora dieselmotorer har låg utblåsningsfrekvens kan stundom höga infraljudsnivåer uppkomma i maskinrum med dessa motorer.
- *Kolvkompressorer.* En kolvkompressor kan ge upphov till infraljud på grund av att frekvensen för luftinsugning ofta ligger under 20 Hz.
- *Ramsågar.* Infraljud alstras av maskinens och fundamentets ytor, som vibrerar med låga frekvenser och förstärks genom resonanseffekter i såghuslokaler.
- *Fläktar.* Stora ventilationsfläktar i industrianläggningar kan alstra infraljud, vilket har sitt ursprung i det turbulensgenererade ljud som uppstår vid virvelavlösningar kring fläkthjul och skovlar.

1978 utgav arbetarskyddsstyrelsen anvisningarna nr 110:1 "Infraljud och ultraljud i arbetslivet". När det

gäller infraljud kräver man att som gränsvärde vid exponering skall gälla ljudtrycksnivån 110 dB rel. 20 μ Pa i frekvensområdet 2 Hz till 20 Hz. (Beteckningen 110 dB(IL) förekommer.) Längsta godtagbara exponeringstid vid denna nivå är 8 timmar per dygn. Vid exponeringstider understigande 1 timme per dygn skall gränsvärdet 130 dB gälla. Gränsvärdet avser det totala bidraget från samtliga frekvenskomponenter i det angivna frekvensområdet.

14.4 Slutsatser

Det kan anses att den svenska standarden SS ISO 2631 skall utgöra en vägledning vid bedömning av vibrationsstörningar i industribyggnader, och arbetarskyddsstyrelsen avser använda denna standard som referens i sina anvisningar.

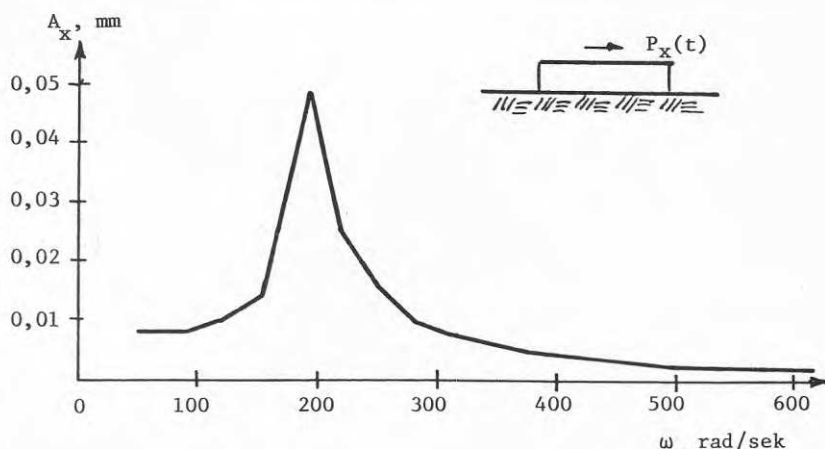
I samband med detta kan antas att man

- vid dimensionering av nya industrianläggningar resp. maskinfundament skall ta hänsyn till tillåtna vibrationsnivåer på arbetsplatser. Tillvägagångssättet för detta visas i beräkningsexempel 15.6.
- skall kontrollera vibrationsnivåerna i befintliga industrianläggningar med besvärande vibrationer. I detta fall kan hänvisas till följande mätvägledning.

Mätvägledning avseende SS ISO 2631

Denna vägledning ingår som kapitel 5 i BFR-rapporten "Mättekniska anvisningar för vibrationsnormer" (rapport R119:1982). Avsikten med mätvägledningen, vilken har utarbetats inom IVA:s Vibrationskommitté, arbetsgrupp 2 - Mät- och analysteknik, är att förtydliga standarden vad gäller mät- och analysteknik, peka på faktorer som ej är klart definierade, ge konkreta anvisningar för praktiska mätningar samt varna för fel som lätt kan uppkomma.

15 BERÄKNINGSEXEMPEL

15.1 Modellfundament – bestämning
av dynamiska parametrar

Figur 15.1 Resonansspektrum för horisontella vibrationer av försöksfundamentet med upplagsyta $0,9 \times 0,4$ m och $0,25$ m hög; sandens kontraktionstal $\nu = 0,3$.

Av responskurvan i figur 15.1 framgår att $\max A_x = 0,048$ mm uppstår vid vinkelhastigheten hos exciteringskraften $\omega = 195$ rad/sek. Responskurvan har registrerats, för en konstant horisontell kraft $P_x = 80 \text{ N} \sin \omega t$, med intervaller (utanför resonansområdet) på 10π hos vinkelhastigheten ω , som varierade mellan 30 och 600 rad/sek. Vid detta modellförsök, som beskrivs i kapitel 11.2 och 16.4, var $p = q = 0$ och vikten på vibratorn inkl. annan utrustning ca 30 kg, fundamentvikt ~ 220 kg.

Bestäm fjädring, dämpning och egenfrekvenser för horisontella och vertikala svängningar av fundamentet.

Bestämning av dynamiska styvheter

Vid jämförelse av den aktuella responskurvan med diagrammen för dynamiska förstöringsfaktorer i figur 2.17 resp. 7.10 kan konstateras att

$$D_x < 0,2 \text{ resp. } \phi_x^{\omega} \text{ o}_x < 0,2$$

som med insättning i ekv. 6:32 ger

$$D_x = 0,5\phi_x \omega_{ox} < 0,1$$

Vid denna, relativt sett, lilla dämpning erhålls egen-
vinkelfrekvensen ω_{ox} ur formeln 7:52 till:

$$\omega_{ox} = \omega_{dx} / (1 - D^2)^{1/2} \cong \omega_{dx} = 194,7 \text{ rad/sek}$$

och den dynamiska styvheten i horisontell led k_x
bestäms med hjälp av formel 7:16

$$k_x = m\omega_{ox}^2 = (2,5/9,81)194,7^2 = 9\ 658 \text{ kN/m}$$

Dynamiska styvheten k_z i vertikal led bestäms i sin
tur med hjälp av metoderna i kapitel 5.1.

Whitman och Richarts metod

Med hjälp av uttrycken för k_z och k_x i tabell 5.2 samt
värdena på tillhörande koefficienter i figur 5.2 fås

$$k_z = [G(BL)^{1/2} \beta_z k_x] / [2G(BL)^{1/2} \beta_x (1 - \nu^2)] = k_x \beta_z / 2\beta_x (1 - \nu^2)$$

För förhållandet $L/B = 0,9/0,4 = 2,25$ fås ur nomogram
i figur 5.2: $\beta_z = 2,23$, $\beta_x = 0,97$, som ger

$$k_z = (9\ 658 \cdot 2,23) / [2 \cdot 0,97(1 - 0,3^2)] = 12\ 200 \text{ kN/m}$$

Savinovs metod

Genom omformning av uttrycken 5:1 t o m 5:3, 5:61 t o m
5:63 samt 5:66 fås

$$\begin{aligned} k_z &= k_x C_o / d_o = k_x (1 - 0,5\nu) / (1 - \nu) = \\ &= 9\ 658 (1 - 0,5 \cdot 0,3) / (1 - 0,3) = 11\ 728 \text{ kN/m,} \end{aligned}$$

som väl överensstämmer med tidigare erhållna beräk-
ningsresultat, enligt Whitman och Richarts metod.

Bestämning av dämpning

Systemets dämpning i horisontell led erhålls genom insättning i formeln 7:58 av

- uppmätta värden på $\max A_x = 0,048 \text{ mm}$, $P_{x0} = 80 \text{ N}$
vid $\omega/\omega_{0x} = 1$

- beräknade värdet $k_x = 9\,658 \text{ kN/m}$

- beteckningen $\phi_x = 2 D_x/\omega_{0x}$ (6:32)

$$D_x = P_{x0} (1 - D^2)^{-1/2} / 2k_x A_x \approx 80/2 \cdot 9\,658 \cdot 0,048 = 0,086$$

Dämpkvoten D_z i vertikal led bestäms med hjälp av metoder i kapitel 6.

Whitmans metod

Med hjälp av uttrycken 6:21 och 6:22 för D_z och D_x fås
 $D_z = D_x 0,49/0,31 = 0,086 \cdot 1,58 = 0,136$.

Sovjetiska normer SNP-II-79

D_z bestäms ur formel 6:35, som definierar sambandet mellan D_z och D_x .

$$D_z = D_x/0,6 = 0,086/0,6 = 0,143$$

som överensstämmer bra med beräkningsresultaten enligt Whitmans metod.

Det bör omnämnas att absoluta värden på dämpkvoter, som beräknas med hjälp av Whitmans metod, uppvisar högre värden än motsvarande värden, som beräknas med hjälp av rubricerade normer, se kapitel 6.7.

Bestämning av egenfrekvenser vid:*Svängningar i vertikal led*

Egenvinkelfrekvenser för det odämpade resp. dämpade systemet erhålls ur sambandet 7:3 och 7:52

$$\omega_{oz} = (k_z/m)^{1/2} = (12 \cdot 10^6 / 255)^{1/2} = 217 \text{ rad/sek}$$

$$\omega_{dz} = \omega_{oz} (1 - D_z^2)^{1/2} = 217 (1 - 0,14^2)^{1/2} = 214,9 \text{ rad/sek}$$

Och egenfrekvenser erhålls ur sambandet 2:17:

$$f_{oz} = \omega_{oz} / 2\pi = 34,5 \text{ Hz}$$

$$f_{dz} = \omega_{dz} / 2\pi = 34,2 \text{ Hz}$$

Svängningar i horisontell led

Egenfrekvensen för det dämpade resp. odämpade systemet är

$$f_{ox} \approx f_{dx} = \omega_{dx} / 2\pi = 194,7 / 2\pi = 31 \text{ Hz}$$

15.2 Lågt avstämt fundament – svängningsberäkning

En maskin som alstrar en vertikal kraft $P_z = 80 N \sin \omega t$ skall placeras på fundamentet i exempel 1. Maskinens varvtal är 3 000/min. och vikten lika med vibratorns vikt i exempel 1. Gränsvärdet för vertikala svängningsamplituder hos fundamentet, med hänsyn till maskinens funktion, är $A_z = 0,02 \text{ mm}$. Fundamentets dynamiska parametrar har beräknats i exempel 1 till: $k_z = 12\,000 \text{ kN/m}$, $\omega_{oz} = 217 \text{ rad/sek}$, $D = 0,14$.

Kontrollera fundamentets funktionsduglighet ur svängningssynpunkt.

Beräkning av svängningsamplituder

P_z -kraftens vinkelhastighet erhålls ur sambandet 2:18

$$\omega = 2f_m\pi/60 = 2 \cdot 3000 \cdot \pi/60 = 314,2 \text{ rad/sek}$$

och avstämningskoefficienten, se figur 7.10, blir

$$\eta = \omega/\omega_0 = 314,2/217 = 1,45$$

Svängningsamplituder vid drift

Eftersom $\eta > 1,3$, se kapitel 7.4 och sambandet 7:57a, klassificeras fundamentet som lågt avstämt och vid beräkning av svängningsamplituder under driften av maskinen kan inverkan av dämpningen försummas. Med detta antagande beräknas svängningsamplituden ur sambandet 7:30 eller 7:74

$$\begin{aligned} A_z &= P_{z0}/k_z (1 - \omega^2/\omega_{0z}^2) = 80/12 \cdot 10^6 (1 - 1,45^2) = \\ &= 6 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 6 \mu\text{m} < 20 \mu\text{m} \end{aligned}$$

Svängningsamplituder vid driftstart resp. -stopp

På grund av att $\omega > \omega_0$ passeras resonansområdet, se figur 7.10, vid varje maskinstart resp. -stopp och svängningsamplituder för förhållandet $\omega/\omega_{0z} = 1$ erhålls ur sambandet 7:76

$$\begin{aligned} A_z^{\text{res}} &= P_{z0}/2k_z D_z = 80/2 \cdot 12 \cdot 10^6 \cdot 0,14 = \\ &= 23,81 \cdot 10^{-6} \text{ m} \cong 24 \mu\text{m} > 20 \mu\text{m} \end{aligned}$$

Den "verkliga" maximala amplituden, figur 7.10, uppstår vid förhållandet

$$(\omega/\omega_{0z})^2 = 1 - 0,5\phi_z^2 \omega_{0z}^2 = 1 - 2D^2 = (0,961)^2$$

och kan beräknas ur sambandet 7:54 där enligt 6:31

$$\phi_z = 2D/\omega_{0z}$$

$$\begin{aligned} \max A_z^{\text{res}} &= (P_{z0}/k_z) [(1 - \omega^2/\omega_{0z}^2)^2 + (\phi_z \omega)^2]^{-1/2} = \\ &= (80/12 \cdot 10^6) [(1 - 0,96)^2 + 4 \cdot 0,96 \cdot 0,14^2]^{-1/2} = 24,04 \cong 24 \mu\text{m} > 20 \mu\text{m} \end{aligned}$$

Av beräkningsresultaten framgår att skillnaden mellan $\max A_z$ och A_z vid $\eta = 1$ är mindre än 1%, som kan försummas i praktiken. Jämsides med detta uppvisar beräkningsresultaten att den teoretiskt beräknade amplituden $A_z = 24 \mu\text{m}$ överskrider med 20% det föreskrivna gränsvärdet till $A_z = 20 \mu\text{m}$.

Slutsatser

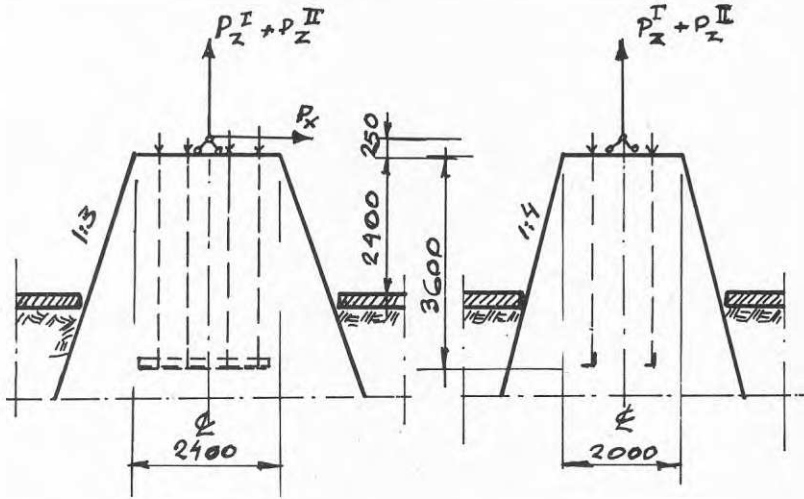
I samband med detta kan nämnas att praktiken uppvisar följande:

vid lågt avstämda fundament för maskiner med höga driftsvarvtal ($\omega > 150$ rad/sek) uppnår "resonansamplituder" aldrig de teoretiskt beräknade storlekarna.

Detta kan förklaras med den relativt sett snabba passagen genom resonansområdet, som inte lämnar någon "tid" för att fullborda de teoretiskt antagna resonanssvängningarna. På grund av detta kan resonansområdet betraktas som exceptionellt och i det aktuella fallet tillåtas 25% högre gränsvärde för svängningsamplituder, dvs. $\max A_z^{\text{res}} = 24 \mu\text{m} <$ till $A_z^{\text{res}} = 25 \mu\text{m}$.

15.3 Høgt avstämt fundament – svängningsberäkning

Ingångsdata från maskinleverantören



Figur 15.2 Måttskiss och dynamiska krafter.

Typ av maskin	600 mm ramsåg (2 st.)
Maskinmassan, m_m ,	17 000 kg
Maskinhöjden, L_m	5,0 m
Driftsvarvtal, f_m	300 varv per minut
Max. obalanserade krafter:	
1:a ordningens vertikal, P_z^I	175 kN
2:a ordningens vertikal, P_z^{II}	25 kN
Horisontell, P_x	18 kN
Avståndet mellan horisontella kraftens verkningslinje och överkant fundament	0,25 m
Avståndet mellan maskinens tyngdpunkt och underkant bottenplåt	1,5 m

1. Ramsågen, dvs. bottenplåten förankras vid fundamentet genom 8 st. 1 3/4" väl ingjutna grundbultar, som ingår i maskinleveransen, ingjutningslängd 3,6 m.

2. Maskinens masströghetsmoment erhålls ur formeln

$$J_x = J_y = m_m L_m^2 / 9$$

3. Utformning av överdelen av fundamentet, enligt bifogad måttritning nr. 15.2.
4. *Fundamentet* skall utföras ändamålsenligt på en fast och stabil grund.

Bestämning av svängningskriterier

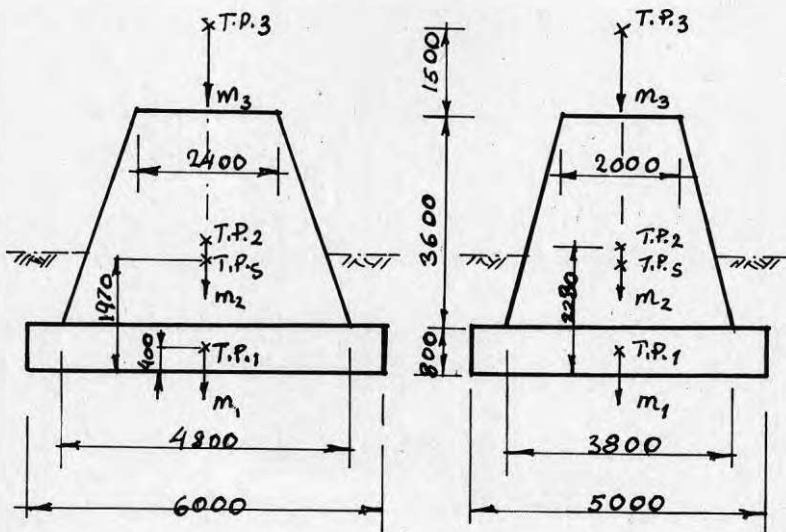
Eftersom det i maskinleverantörens ingångsdata saknas uppgifter beträffande svängningsparametrar bestäms dessa parametrar enligt tabell 8.1 och 8.2 i kapitel 8.

Från tabell 8.1 fås genom interpolation

$$\text{till } A^I \leq 0,20 \text{ mm}$$

$$\text{till } A^{II} \leq 0,10 \text{ mm}$$

Val av fundamentdimensioner



Figur 15.3. Ramsågfundament, måttskiss.

Med hänsyn till grundförhållanden, ledningar m.m. väljs grundläggningsdjupet 2,0 m under golvnivå. Fundamentet skall gjutas och armeras i två etapper. Med hänsyn till "bekväm" placering av grundbultar, formsättning och armering för andra etappen väljs en 0,8 m tjock bottenplatta med upplagsyta 6 x 5 m.

Bestämning av tyngdpunktens (T.P.) läge i höjddled

T.P. för undre delen av fundamentblocket

$$z_1 = h_1/2 = 0,8/2 = 0,4 \text{ m}$$

T.P. för övre delen av fundamentblocket

$$\begin{aligned} z_2 &= h_1 t(h_2/2) (a_1 b_1 + a_1 b_2 + b_1 a_2 + 3a_2 b_2) / (\\ &\quad / (2a_1 b_1 + a_1 b_2 + b_1 a_2 + 2a_2 b_2) = \\ &= 0,8 + (3,6/2) (4,8 \cdot 3,8 + 4,8 \cdot 2,0 + 3,8 \cdot 2,4 + 3 \cdot 2,4 \cdot 2,0) / (\\ &\quad = / (2 \cdot 4,8 \cdot 3,8 + 4,8 \cdot 2,0 + 3,8 \cdot 2,4 + 2 \cdot 2,4 \cdot 2,0) \\ &= 0,8 + 1,43 = 2,23 \text{ m} \end{aligned}$$

T.P. för maskin

$$z_3 \approx h_1 + h_2 + 0,3 L = 0,8 + 3,6 + 0,3 \cdot 5 = 5,9 \text{ m}$$

Del nr	Volym V m ³	Massa m _i ton	z _i m	m _i z _i ton
1	6 · 5 · 0,8 = 24,0	57,6	0,4	23,0
2	(3,6/6) [4,8 · 3,8 + (4,8 + 2,4) (3,8 + 2,0) + 2,4 · 2,0] = 38,9	93,4	2,23	208,3
3	Maskin	17,0	5,90	100,3
	Σ	168,0		331,6

T.P. för systemet maskin + fundament

$$z_s = \Sigma m_i z_i / \Sigma m_i = 331,6 / 168 = 1,97 \text{ m}$$

Bestämning av masströghetsmoment (M.T.M.)

M.T.M. J_{oy_1} för den undre fundamentdelen med avseende på axeln O_{y_1} , som går genom kroppens tyngdpunkt och är vinkelrät mot svängningsplanet

$$J_{oy_1} = m_1 (a^2 + h_1^2) / 12 = 57,6 (6^2 + 0,8^2) / 12 = 175,9 \text{ tm}^2$$

M.T.M. J_{Oy_2} för den övre fundamentdelen (stympad pyramid)

$$J_{Oy_2} = (m_3/10) [(a_1^2/4\alpha)(4a_1b_1 + 3a_2b_1 + a_1b_2 + 2a_2b_2) + (a_2^2/4\alpha)(2a_1b_1 + a_2b_1 + 3a_1b_2 + 4a_2b_2) + (h_2^2/\alpha)(2a_1b_1 + 3a_2b_1 + 3a_1b_2 + 12a_2b_2) - (5h_2^2/2\alpha^2)(a_1b_1 + a_2b_1 + a_1b_2 + 3a_2b_2)^2]$$

där $\alpha = 2a_1b_1 + a_2b_1 + a_1b_2 + 2a_2b_2$

Med insättning av värden på a_1, b_1, a_2, b_2 enligt figur 15.3 erhålls $J_{Oy_2} = 209,3 \text{ tm}^2$.

M.T.M. J_{Oy_3} för maskin

$$J_{Oy_3} \cong 17 \cdot 5^2/9 = 47,2 \text{ tm}^2$$

M.T.M. J_{Oys} för systemet maskin + fundament är systemets masströghetsmoment med avseende på axeln O_y , som går genom systemets tyngdpunkt och är vinkelrät mot svängningsplanet.

$$\begin{aligned} J_{Oys} &= J_{Oy_1} + J_{Oy_2} + J_{Oy_3} + m_1(z_1 - z_s)^2 + \\ &\quad + m_2(z_2 - z_s)^2 + m_3(z_3 - z_s)^2 = \\ &= 175,9 + 209,3 + 47 + 57,6(0,4 - 1,97)^2 + 93,4(2,23 - 1,97)^2 + \\ &\quad + 17(5,9 - 1,97)^2 = 843 \text{ tm}^2 \end{aligned}$$

M.T.M. J_{cys} för systemet maskin + fundament är systemets masströghetsmoment med avseende på en vågrät huvudaxel, som går genom fundamentupplagsytans tyngdpunkt och är vinkelrät mot svängningsplanet.

$$J_{cys} = J_{Oys} + \Sigma m_s z_s^2 = 843 + 168 \cdot 1,97^2 = 1495 \text{ tm}^2$$

Bestämning av dynamiska styvheter

De aktuella dynamiska styvheterna k_z, k_x, k_φ bestäms med hjälp av Savinovs metod, som presenterats i kapitel 5.1 och 5.4. Eftersom undergrunden utgörs av ohomogen mellansand klassas den i grupp III i tabell 5.12 och $C_0 = 1,4 \cdot 10^7 \text{ N/m}^3$.

Dynamiska bäddmoduler, C_z , C_φ bestäms med hjälp av formlerna 5:61 och 5:62.

Vid kontaktrycket under fundamentet

$$p = mg/A = 168 \cdot 9,81/6 \cdot 5 \cong 55 \text{ kN/m}^2 \text{ erhålls}$$

$$\begin{aligned} C_z &= C_o [1 + 2(a + b)/\Delta A] (p/p_o)^{1/2} = \\ &= 1,4 \cdot 10^7 [1 + 2(6 + 5)/(1^{-1} \cdot 30)] (55/20)^{1/2} = \\ &= 4,02 \cdot 10^7 \text{ N/m}^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_\varphi &= C_o [1 + 2(a + 3b)/\Delta A] (p/p_o)^{1/2} = \\ &= 1,4 \cdot 10^7 [1 + 2(6 + 3 \cdot 5)/(1^{-1} \cdot 30)] (55/20)^{1/2} = \\ &= 5,57 \cdot 10^7 \text{ N/m}^3 \end{aligned}$$

För C_x erhålls sambandet 5:63, där d_o för sand med kontraktionstalet $\nu = 0,3$, beräknas enligt 5:66 till

$$d_o = C_o (1 - \nu)/(1 - 0,5\nu) = 0,82 C_o$$

således

$$C_x = 0,82 C_z = 3,3 \cdot 10^7 \text{ N/m}^3$$

Dynamiska styvheter k_z , k_x , k_φ bestäms med hjälp av formlerna 5:1, 5:2, 5:3, där tröghetsmomentet I_g hos fundamentets upplagsyta erhålls ur formel 5:5.

$$I_y = L^3 B/12 = 6^3 \cdot 5/12 = 90 \text{ m}^4$$

$$k_z = C_z A = 4,02 \cdot 10^7 \cdot 30 = 121 \cdot 10^7 \text{ N/m}$$

$$k_x = C_x A = 3,3 \cdot 10^7 \cdot 30 = 99 \cdot 10^7 \text{ N/m}$$

$$k_\varphi = C_\varphi I_\varphi = 5,57 \cdot 10^7 \cdot 90 = 501 \cdot 10^7 \text{ Nm}$$

Bestämning av egenvinkelfrekvenser

För vertikala svängningar enligt formel 7:3

$$\omega_{oz} = (k_z/m)^{1/2} = (121 \cdot 10^7/168 \cdot 10^3)^{1/2} = 84,9 \text{ rad/sek}$$

För horisontella svängningar enligt formel 7:16

$$\omega_{ox} = (k_x/m)^{1/2} = (99 \cdot 10^7/168 \cdot 10^5)^{1/2} = 76,8 \text{ rad/sek.}$$

För vridsvängningar enligt formel 7:13

$$\omega_{o\varphi} = (k_\varphi - Qh)/J_c = (501 \cdot 10^7 - 168 \cdot 9,81 \cdot 10^3 \cdot 1,97) / 1495 \cdot 10^3 = 3349 \text{ rad/sek}^2$$

$$\omega_{o\varphi} = 57,8 \text{ rad/sek}$$

För pendelsvängningar enligt formel 7:24

$$\omega_{o1, o2}^2 = (2\gamma)^{-1} (\omega_{ox}^2 + \omega_{o\varphi}^2 \pm [(\omega_{ox}^2 + \omega_{o\varphi}^2)^2 - 4\gamma\omega_{ox}^2\omega_{o\varphi}^2]^{1/2})$$

där enligt 7:18 $\gamma = J_o/J_c = 843/1495 = 0,56$

$$\omega_{o1, o2}^2 = (2 \cdot 0,56)^{-1} (76,8^2 + 57,8^2 \pm [(76,8^2 + 57,8^2)^2 - 4 \cdot 0,56 \cdot 76,8^2 \cdot 57,8^2]^{1/2})$$

$$\omega_{o1}^2 = 13\,981 \text{ sek}^{-2} \quad \omega_o^2 = 2517 \text{ sek}^{-2}$$

$$\omega_{o1} = 118 \text{ sek}^{-1} \quad \omega_{o2} = 50 \text{ sek}^{-1}$$

Vertikala svängningar

1:a ordningens svängningar orsakas av P_z^I -kraften med vinkelhastighet $\omega^I = 31,4 \text{ rad/sek}$ och avstämningkoefficienten η_z^I blir

$$\eta_z^I = \omega^I/\omega_{o2} = 31,4/84,9 = 0,37$$

Eftersom $\eta_z^I < 0,7$ erhålls förskjutningsamplituder hos 1:a ordningens svängningar ur sambandet 7:74

$$A_z^I = 175/[121 \cdot 10^4 (1 - 0,37^2)] = 1,68 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 0,168 \text{ mm}$$

$$A_z^I = 0,168 < \text{till } A_z^I = 0,2 \text{ mm}$$

2:a ordningens svängningar orsakas av P_z^{II} -kraften med vinkelhastighet $\omega^{II} = 2 \cdot \omega^I = 62,8 \text{ rad/sek}$ och

avstämningkoefficienten η_z^{II} blir

$$\eta_z^{II} = 2\eta_z^I = 2 \cdot 0,37 = 0,74$$

Eftersom $\eta_z^{II} > 0,7$, dvs svängningarna ligger i resonansområdet, erhålls amplituden hos dessa svängningar ur sambandet 7:54

$$\begin{aligned} A_z^{II} &= (P_{z0}/k_z) [(1 - \omega^2/\omega_{0z}^2)^2 + (\phi_z\omega)]^{-1/2} = \\ &= (25/121 \cdot 10^4) [(1 - 0,74^2)^2 + (0,006 \cdot 62,8)]^{-1/2} = \\ &= 0,27 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 0,027 \text{ mm} \end{aligned}$$

$$A_z^{II} = 0,027 < \text{till } A_z^{II} = 0,10 \text{ mm}$$

och den överlagrade förskjutningsamplituden blir

$$\Sigma A_z = 0,168 + 0,027 = 0,195 \text{ mm} < \text{till } A_z$$

Pendelsvängningar

Tvungna pendelsvängningar exciteras av den horisontala kraften $P_x = 18 \text{ kN}$ med en vinkelhastighet av $\omega = 31,4 \text{ rad/sek}$

$$\max \eta = \omega/\omega_{01} = 31,4/50 = 0,63$$

Eftersom $\eta < 0,7$ beräknas amplituder hos komponenter av pendelsvängningar, dvs. horisontella och vridsvängningar, ur sambanden 7:41 - 7:43.

Hjälpvärdet Δ_1 enligt 7:43:

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= mJ_O (\omega_{01}^2 - \omega^2) (\omega_{02}^2 - \omega^2) = \\ &= 168 \cdot 843 \cdot 10^6 (50^2 - 31,4^2) (118^2 - 31,4^2) = \\ &= 2\,817 \cdot 10^{15} \end{aligned}$$

Horisontell komponent:

Svängningsamplituden erhålls ur sambandet 7:41

$$\begin{aligned} A_x &= P_{x0} (k_\varphi + k_x h^2 - J_o \omega^2 + k_x h h_o) / \Delta_1 = \\ &= 18 \cdot 10^3 (501 \cdot 10^7 + 99 \cdot 10^7 \cdot 1,97^2 - 843 \cdot 10^3 \cdot 31,4^2 + \\ &\quad + 99 \cdot 10^7 \cdot 1,97 \cdot 2,68) / 2817 \cdot 10^{15} = \\ &= 0,85 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 0,085 \text{ mm} \end{aligned}$$

Vridkomponent:

$$\begin{aligned} A_\varphi &= P_{x0} (k_x h_o - m h_o \omega^2 + k_x h) / \Delta_1 = \\ &= 18 \cdot 10^3 (99 \cdot 10^7 \cdot 2,68 - 168 \cdot 10^3 \cdot 31,4^2 \cdot 2,68 + \\ &\quad + 99 \cdot 10^7 \cdot 1,97) / 2817 \cdot 10^{15} \\ &= 0,265 \cdot 10^{-4} \text{ rad/sek} \end{aligned}$$

Den resulterande horisontella förskjutningsamplituden i överkant fundament blir

$$\Sigma A_x = A_x + A_\varphi h_o = 0,085 + 0,265 \cdot 10^{-4} \cdot 243 = 0,149 \text{ mm}$$

$$\Sigma A_x = 0,149 < \text{till } A_x = 0,2 \text{ mm}$$

Approximativ bestämning av amplituder för pendelsvängningar

Enligt formel 7:60: $A_n = \mu A_{ns}$. Den statistiska horisontella förskjutningen A_1 erhålls ur formel 7:65 till:

$$\begin{aligned} A_{1s} &= (P_{x0} / k_x) (1 + k_x h_x h_f / k_\varphi) = \\ &= (18 \cdot 10^3 / 99 \cdot 10^7) (1 + 99 \cdot 10^7 \cdot 4,65 \cdot 4,4 / 501 \cdot 10^7) = \\ &= 0,92 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 0,092 \text{ mm} \end{aligned}$$

Vinkelfrekvensen ω_{o1} vid pendelsvängningar bestäms med hjälp av uttrycket 7:62 och diagrammet i figur 7.11

$$C_x / C_\varphi = 3,3 \cdot 10^7 / 5,57 \cdot 10^7 = 0,6$$

$$h/a = 1,97 / 6,0 = 0,33$$

Ur diagrammet fås $\zeta_0 = 0,75$

$$\omega_{01} = \zeta_0 \cdot \omega_{0x} = 0,75 \cdot 7,68 = 57,6 \text{ rad/sek}$$

$$\omega/\omega_{01} = 31,4/57,6 = 0,55$$

Eftersom $\omega/\omega_{01} < 0,75$ beräknas μ ur sambandet 7:63

$$\mu = 1/(1 - \omega^2/\omega_{01}^2) = 1,43$$

Den horisontella förskjutningsamplituden i överkant fundament blir

$$A_x = 1,43 \cdot 0,092 = 0,132 \text{ mm}$$

Således kan konstateras att den approximativt beräknade förskjutningsamplituden avviker mindre än 10% från den tidigare bestämda $A_x = 0,145 \text{ mm}$.

Kommentarer och anvisningar

Fundamentalsvängningar

Ovan beräknade värden på svängningsamplituder gäller endast vid svängningar som orsakats av egen maskin. I det aktuella såghuset placeras 2 st. delningsramar (i delningsramen sågas stocken upp till färdiga virkestjocklekar), vilket genom växelverkan påverkar svängningarna av ramsågfundamentet, se kapitel 12. Jämsides med detta – pga. av vibrationernas fortplantning – utsätts andra maskiner, utrustning, byggnadskonstruktioner och människor för vibrationer, som kan vara skadliga. Bestämning av relevanta svängningsparametrar visas i nästa beräkningsexempel.

Svängningsberäkning av ramsågfundamentet har utförts för de teoretiskt beräknade dynamiska krafterna som verkar i vertikal z- och horisontell x-riktning (parallell med sågriktningen). Dessa krafter orsakar svängningar i zx-planet. Samtidigt uppvisar praktiken alltid svängningar i zy-planet. Dessa oförutsedda

svängningar, som enligt kapitel 9 kan orsakas av olikartade faktorer, bidrar till ett snabbt maskinslitage, som i sin tur resulterar i ofta återkommande driftstopp. Därför rekommenderas att även svängningsberäkningar utförs för en oförutsedd kraft $P_y = \mu_k P_z$, där koefficienten μ kan variera mellan $\mu = 0,05$ och $\mu = 0,20$.

Statiska beräkningar

Konventionella statiska beräkningar (inkl. dynamiska tillskottskrafter) bör utföras för redovisning av grundpåkänningar, sättningar m.m.

Fundamentblock, betong och armering

Betonggjutningen av fundamentblocket bör utföras i två etapper. I gjutfogen skall inläggas extra armering och anordnas förtagningar. Betongkvaliteten bör vara minst K20 och utförandet minst i klass II. Detta motiveras med att på arbetsplatser råder ofta den uppfattningen att gjutning av massiva maskinfundament är en lätt uppgift, samtidigt som de flesta hittills observerade skadorna (både i Sverige och utomlands) orsakats av dåligt utförande.

Oavsett dimensioneringsresultat bör minimum 25 kg armering per m^3 betong inläggas.

Grundbultar och undergjutning

Förankringen av maskinen i fundamentet, dvs. förankringssätt, eventuell förspänning av grundbultar samt undergjutning, utförs enligt maskinleverantörens anvisningar.

15.4 Växelvekan mellan ramsågfundament

I ett såghus med två parallella delningslinjer placeras delningsramar på två separata fundament. Ramsågfundamenten och deras svängningar är lika de i exempel 15.3.

Bestäm minsta avståndet mellan ramsågfundamenten med hänsyn till deras funktionssätt ur svängningssynpunkt.

Svängningskriterier

Enligt riktvärden i tabell 8.2 fås tillfredsställande funktionssätt hos ramsågfundament vid hastighetsamplituder $\hat{v} < 10,0$ mm/s.

Eftersom de i exempel 15.3 beräknade svängningsparametrarna utgörs av förskjutningsamplituder bör dessa omvandlas till motsvarande hastighetsamplituder.

Ur sambandet 2:9 resp. diagram 2.6 erhålls följande värden på hastighetsamplituder hos

vertikala svängningar

$$A_z = 31,4 \cdot 0,168 + 62,8 \cdot 0,027 = 7,0 \text{ mm/s}$$

horisontella svängningar i ö.k. fundament

$$A_x = 31,4 \cdot 0,149 = 4,7 \text{ mm/s}$$

Bestämning av avståndet

Minimialavstånd mellan ramsågfundament bestäms med hjälp av formel 12:16 och värden på växelverkan och koefficienter ur diagrammen i figur 12.9 och 12.10.

Vertikala svängningar

$$\Sigma A_z = (A_z + \alpha_z A_z) < 10 \text{ mm/s}$$

$$\text{erf}_z^\alpha < [(10/7) - 1] = 0,43$$

Ur diagram 12.9 fås vid ohomogen undergrund $\text{min.}c/b = 1$.

Horisontella svängningar

På analogt sätt erhålls $\alpha_x < 1$.

Av beräkningen framgår att fundamenten kan placeras bredvid varandra. I verkligheten placeras de 1 m från varandra (1 m mellan sidorna) och resulterande svängningsamplituder i samband med att växelverkan erhålls ur sambandet 12:16 och koefficienter α_z ur diagrammen i figur 12.9 och 12.10 för förhållandet $c/b = 6/5 = 1,2$.

$$\Sigma A_z = 7 + 0,34 \cdot 7 = 9,4 \text{ mm/s} < 10 \text{ mm/s}$$

$$\Sigma A_x = 4,7 + 0,51 \cdot 4,7 = 7,1 \text{ mm/s} < 10 \text{ mm/s}$$

15.5 Placering av vibrationskänslig utrustning

I omgivningen av ramsågfundamentet i exempel 15.4 skall placeras utrustning, som är känslig för vertikala vibrationer. $A_z = 0,8 \text{ mm/s}$ utgör gränsvärdet för markvibrationer under fundamentet för denna utrustning.

Bestäm minimiavstånd mellan centrum för ramsågfundament och utrustning.

Beräkningen utförs med hjälp av sambandet 12:1

$$A_r = A_o (r_o/r)^{1/2} e^{-\alpha_a (r-r_o)}$$

där $(r-3)$ är det sökta avståndet från centrum ramsågfundament, $r_o = 5,5 \text{ m}$, $A_o = 9,4 \text{ mm/s}$, $A_r = 0,8 \text{ mm/s}$.

Ur tabell 12.1 fås $\alpha_a = 0,04 \text{ m}^{-1}$ och antas att $r = 42 \text{ m}$.

$$A_{y2} = 9,4 (5,5/42)^{1/2} \cdot e^{-0,004(42-5,5)} = 0,79 \text{ mm/s} < \text{erf}^A = 0,8 \text{ mm/s}$$

Utrustningen bör placeras minimum 39,0 m från centrum ramsågfundament.

15.6 Vibrationers inverkan på människor

Bestäm från exempel 15.3 och 15.4 hur länge en människa kan tåla vibrationen i den närmaste omgivningen av ramsågar, innan hon upplever "nedsatt komfort", enligt Svensk standard ISO 2631, svängningskaraktistika enligt 15.3 och 15.4.

Enligt punkt 4.2.4 i SS ISO 2631, som behandlar bredbandiga brusvibrationer skall man vid vibrationer med ett frekvensspektrum, som sträcker sig över flera tersband, beräkna effektivvärdet av accelerationen separat för varje tersband.

Max. förskjutningsamplituder i omgivningen av ramsågar och tersband 6,3 resp. 12,5 Hz är

$$\max A_Z^I = 1,34 \cdot 0,168 = 0,225 \text{ mm}$$

$$\max A_Z^{II} = 1,34 \cdot 0,027 = 0,036 \text{ mm}$$

Eftersom svängningsrörelser är harmoniska erhålls ur sambandet 2:10 resp. 14:1

$$a_{\text{rms}}^I = \ddot{s}_{\text{rms}}^I = -31,4^2 \cdot 0,225/\sqrt{2} = 157 \text{ mm/sek}^2$$

$$a_{\text{rms}}^{II} = \ddot{s}_{\text{rms}}^{II} = -62,8^2 \cdot 0,036/\sqrt{2} = 100 \text{ mm/sek}^2$$

För "reducerad komfort" höjs a_{rms} -värdena med 10 dB, dvs. multipliceras med en faktor 3,15.

$$6,3 \text{ Hz tersband} - 157 \cdot 3,15 = 495 \text{ mm/sek}^2$$

$$12,5 \text{ Hz tersband} - 100 \cdot 3,15 = 315 \text{ mm/sek}^2$$

Enligt gränsvärdena i tabell 14.1 erhålls acceptabel exponeringstid till 4 timmar.

16.1 Allmänt

Vibrationsundersökningar av maskinfundament m.m, omfattande både mätningar och analys av mätresultaten, utförs i följande syften:

- Kartläggning av svängningsparametrar, som svängningsamplitud, -tid och -form, vilka möjliggör bedömning av skaderisken för maskiner, byggnadskonstruktioner, människor och i extrema fall driftstopp.
- Bestämning av dynamiska parametrar hos svängningssystemet maskin-fundament-undergrund-omgivning i samband med om- eller tillbyggnad, byte av maskin, ändring av dynamiska krafter m.m.
- Studium och analys av svängningsegenskaper för utveckling av mer ändamålsenliga konstruktions- och beräkningsmetoder.
- Experimentell bestämning av dynamiska egenskaper hos ovannämnda svängningssystem, erforderliga för projektering av industrialläggningar och kraftverk med hänsyn till vibrationer.

I samband med dessa olikartade syften blir man ofta ställd inför särartade mät- och analysuppgifter, vilka bl.a. beror på stora variationer hos svängningarnas amplitud- och tidsegenskaper, exempelvis

- svängningarnas amplituder kan variera från några mikrometer hos turbinfundament till några meter hos skorsten
- svängningarnas frekvenser kan variera från en bråkdel Hz hos höga konstruktioner eller lågvarviga maskiner till några kHz hos styva konstruktioner

- svängningarnas typ kan variera från stationära harmoniska till transienta (icke stationära).

Samtidigt med detta finns det olika mät- och analysmetoder resp. olika typer av mätinstrument såsom mekaniska, optiska och elektriska. Vid val av mätmetod resp. mätinstrument måste man överväga vilka krav man ställer ifråga om följande egenskaper resp. möjligheter hos dessa olika mätmetoder och -instrument:

- mätutrustningens noggrannhet, känslighet, frekvensområde, återverkan på mätobjekt
- mätutrustningens kostnad, leverans- och installationstid, personalens kunskap
- möjligheter till: registrering och lagring av mätvärden, utförande av räkneoperationer med mätvärden, automatisering av mätningarna.

Det är viktigt att mätresultaten åtföljs av uppgifter om onoggrannhet och oprecision, då dessa uppgifter är ett mått på kvaliteten hos dessa mätresultat. Begreppen noggrannhet och precision resp. onoggrannhet och oprecision (eng. "inaccuracy" och "imprecision"), som i vardagligt språk är synonymer, har inom mättekniken olika betydelser. Medan onoggrannheten bestäms av överensstämmelsen mellan erhållna mätvärden och sant värde bestäms således oprecisionen av överensstämmelsen mellan erhållna mätvärden inbördes. Begreppen onoggrannhet och oprecision sammanhänger på så sätt att liten onoggrannhet förutsätter liten oprecision. En mätning kan dock mycket väl ha liten oprecision utan att vara noggrann.

Jämsides med detta kan konstateras att vid vibrationsmätningar tillkommer s.k. *dynamiska fel*, som förorsakas av ofrånkomlig tröghet i mätutrustningen. När vi mäter t.ex. storheter, som är konstanta i tiden, kan vi bestämma mätstorhetens värde ur erhållet mätresultat.

tat, om vi känner till mätutrustningens statistiska karakteristika. Bestämningen är då endast behäftad med de systematiska och tillfälliga fel som ligger i karakteristiken. Skulle mätstorheten variera långsamt med tiden kan vi förfara på samma sätt. Däremot vid vibrationsmätningar, dvs. snabbt varierande mätförlopp, är det otillräckligt att endast känna till mätutrustningens statistiska egenskaper - vi måste även känna till dess dynamiska egenskaper.

Därför är det av stor vikt att man, oavsett syftet med vibrationsmätningar, redan på planeringsstadiet tar hänsyn till alla ovannämnda faktorer och väl definierar mätuppgifterna och programmerar mätningarna, vilket underlättar

- valet av mät- och analysmetod
- valet av mät- och analysutrustning.

Avsikten med de mätningar som beskrivs i detta kapitel har varit att

- kartlägga nivåer och tidsförlopp hos vibrationerna i svängningssystem bestående av maskin-fundament-undergrund-omgivning (byggnadskonstruktioner, utrustning, människor)
- experimentellt bestämma svängnings- och dynamiska parametrar (svängningsformer, egenfrekvenser, fjädring och dämpning) hos ovannämnda system eller enskilda element i detta system
- undersöka olika faktorerers inverkan på dessa dynamiska parametrar (variationer hos kraftens amplitud resp. frekvens, statisk belastning, grundvattennivå m.m.)
- kartlägga fortplantning av vibrationer från maskin-fundament

- undersöka med hjälp av synkroniserade mätningar hur olika vibrationskällor (maskinfundament) påverkar varandras svängningar
- utveckla ändamålsenliga mät- och analysmetoder för ovannämnda uppgifter.

I samband med detta bör nämnas att det saknas speciell facklitteratur (på västerländska språk*) beträffande vibrationsmät- och analysteknik för maskinfundament, men man kan hänvisa till Harris & Crede (1971, 1976), Manley (1972), ACI Publication SP-60 (1979), Andréasson (1980) och Dubinski (1980). Den sistnämnde redogör i sin doktorsavhandling "Mätning av byggnaders egenfrekvenser och dämpning" för experimentella metoder för bestämning av dessa parametrar.

I det följande redogörs allmänt för vibrationsmät- och analysutrustning samt för utrustning, som användes vid forsknings- resp. utvecklingsprojekt beskrivna i kapitel 11, 12 och 13.

En mer detaljerad beskrivning av mät- och analysinstrument kan fås från instruktionsböcker från resp. tillverkare. Som exempel kan nämnas "Mechanical Vibration and Shock Measurements" och "Frequency Analysis", skrivna för Brüel & Kjær av Brock (1980) resp. Randell (1977).

16.2 Excitering av vibrationer

För att experimentellt kunna bestämma

- svängningsegenskaper såsom svängningsformer och egenfrekvenser

* Vart 4:e år hålls i Sovjetunionen kongresser på maskinfundamentområdet, där en session befattar sig med mättekniska problem. 3:e v. av proc. omfattar referaten från denna session.

- dynamiska egenskaper såsom styvhet k , dämpning D och absorption α_a

hos systemet maskin-fundament-undergrund-omgivning fordras att man på något sätt får systemet i svängning. Beroende på det aktuella systemets konstruktion och funktionssätt samt avsikten med mätningen väljs lämplig metod för excitering av vibrationer. Avses exempelvis att bestämma ovannämnda egenskaper hos ett lågt avstämt maskinfundament används i första hand den egna maskinen för vibrationsexciteringen. Givare placeras i ett flertal representativa mätpunkter och mätning görs vid uppkörning eller utrullning av maskinen. Kan varvtalet varieras kan mätningen göras vid flera olika varvtal med lämpligt valda intervaller.

Eftersom $\omega > \omega_0$ passeras resonansområdet vid varje maskinstart resp. -stopp och ur mätresultatet utläses var olika resonanstoppas finns och hos vilka element i systemet resonanser förekommer. Ur resonanskurvan kan sedan dämpningen och förstärkningsfaktorn beräknas.

I högt avstämda maskinfundament, där maskinen vid uppkörning ej orsakar resonanssvängningar eller där maskinen alltid körs på ett konstant lågt varvtal, som ej kan varieras, eller i system där lämplig vibrationskälla saknas då maskinen ännu inte är installerad, kan vibrationsexcitering göras med någon typ av vibrator. Vibratorerna kan indelas i tre huvudgrupper:

- mekaniska
- hydrauliska
- elektrodynamiska.

Till de mekaniska vibratorerna hör de som bygger på principen med en eller flera roterande obalanser. Obalansvikten och varvtalet kan varieras för att erhålla lämplig exciteringskraft och frekvens.

Erfordras stora exciteringskrafter i kombination med

låga frekvenser för excitering av tunga strukturer är de mekaniska vibrationerna obekväma att använda. Ofta används då *hydrauliska vibratorer*, där en signalgenerator med variabel frekvens, amplitud och kurvform styr ett servosystem, som åstadkommer den önskade exciteringskraften.

Elektrodynamiska vibratorer kan användas för excitering av strukturer från några få gram upp till flera ton, och liksom den hydrauliska styrs den via en effektförstärkare av en signalgenerator. Genom att styra exciteringen från en signalgenerator kan mätningen och analysen förenklas avsevärt:

- exciteringsfrekvensen kan enkelt varieras
- exciteringskraften kan hållas konstant oberoende av frekvensen
- med möjligheten att variera kurvformen och därmed exciteringskraftens tidsförlopp kan senare olika typer av analysteknik utnyttjas.

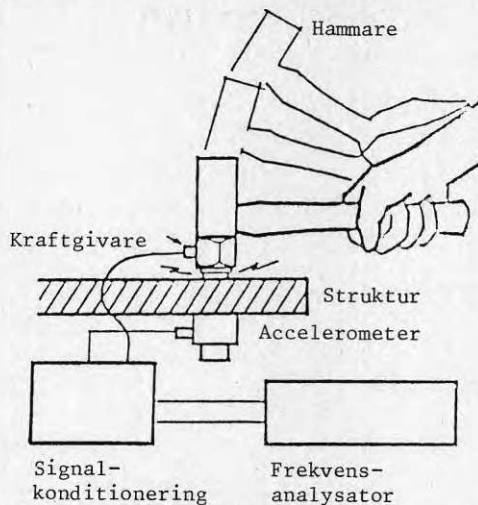
Sinusgenerering

Genom att låta exciteringskraftens tidsförlopp få formen av en sinuskurva och variera frekvensen över det intressanta området samtidigt som strukturens respons mäts i ett antal representativa mätpunkter kan ur responskurvorna beräknas dynamisk styvhet, egenfrekvens och dämpning.

Brusgenerering

Om i stället exciteringskraften innehåller alla frekvenser inom ett bestämt frekvensområde erhålls direkt strukturens responskurva. Detta kan göras genom att från signalgeneratorn mata exciteringsutrustningen med s.k. vitt brus. Därigenom slipper man den tidskrävande avsökningen med sinusgenerering över hela frekvensområdet.

Stötexcitering



Figur 16.1 Stötexcitering, princip.

En enkel och ofta använd metod att få ett mekaniskt system, som t.ex. maskinfundament, i svängning är att med ett hammarslag överföra energi till strukturen. Hammaren är försedd med en kraftgivare för att kunna mäta stötkraftens storlek. Beroende på strukturens massa kan hammare av mycket skiftande storlek användas – från små av normaltyp till stora spårbundna släggor. Genom att använda olika hårda mellanlägg kan hammarslagets frekvensinnehåll anpassas för det aktuella testföremålet, så att stötenergin koncentreras till systemets egensvängningsfrekvenser. Beträffande excitering av maskinfundament med mycket stor massa redogörs längre fram i kapitel 16.6 och figur 16.10.

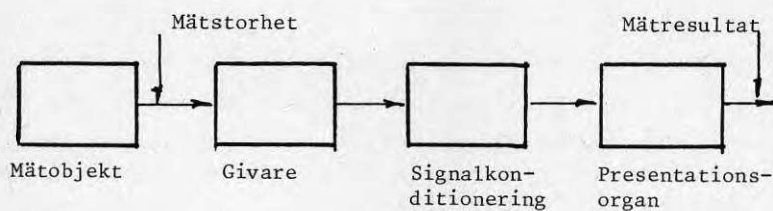
För att mäta maskinfundamentets eller annan strukturs respons används en accelerometer eller hastighetsgivare. Kraftsignalen och responssignalen analyseras i en 2-kanalig frekvensanalysator och genom att beräkna överföringsfunktionen respons/kraft kan systemets egenfrekvens och mekaniska impedans bestämmas. Med datoriserade analysystem kan denna teknik användas för s.k. svängningsmodsanalys, där överföringsfunktionen

respons/kraft beräknas för ett stort antal mätpunkter, som sammanställs. En beskrivning av hela strukturen med dess olika svängningsformer kan erhållas. Hammar-slagen sker då hela tiden på samma ställe och en givare för att mäta strukturens respons flyttas till så många mätpunkter som behövs för att ge en god bild av svängningsformerna. Antalet mätpunkter kan uppgå till flera hundra och beror på hur noggrant resonanserna skall beskrivas och på hur många svängningsformer som man är intresserad av.

16.3 Mät- och analysutrustning

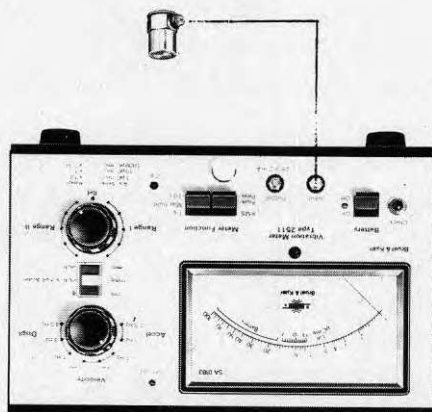
Mätningar av acceleration, hastighet och förskjutning hos ett svängande objekt kallas sammanfattningsvis för vibrationsmätningar. Dessa mekaniska storheter kan mätas med olika metoder, såväl elektriska som icke elektriska, vilka bygger på att den storhet som skall mätas omvandlas till någon fysikalisk form i vilken den lättare än i sin ursprungliga form kan utvärderas och analyseras. Omvandlingen sker i en mätutrustning, som kan bestå av ett eller flera steg. Varje mätutrustning i vilken det ingår ett eller flera elektriska steg, som direkt deltar i mätprocessen, definieras som elektrisk mätutrustning. I de aktuella forsknings- och utvecklingsprojekten har vid vibrationsmätningar endast använts elektrisk mätutrustning, vilken beskrivs kortfattat nedan.

I varje elektrisk mätutrustning ingår en omvandlare, som kallas *givare*. Den gör om mätstorheten till en elektrisk storhet, vilken sedan i form av mätsignaler vandrar genom en eller flera signalbehandlande och/eller signalöverförande länkar, s.k. *signalkonditionering*, till ett *presentationsorgan* som kan vara ett indikerande och/eller registrerande instrument, vilket avger mätresultatet i form av visarutslag, skrivna kurvor, tryckta siffervärden etc.



Figur 16.2 Blockschema för vibrationsmät- och analys-
utrustning.

Givare



Figur 16.3 Visarinstrument med accelerometer.

Beroende på funktionsprincip hos de omvandlande ele-
menten i givaren kan dessa delas in i två typer:

- aktiva givare
- passiva givare.

De aktiva givarna ger direkt en elektrisk utsignal,
utan att någon elektrisk effekt behöver tillföras. I

de passiva givarna påverkar mätstorheten någon av elementets elektriska egenskaper, t.ex. resistansen. De givare som huvudsakligen används vid vibrationsmätning är *accelerometrar* och *geofoner* (hastighetsgivare).

Accelerometern (figur 16.3) lämnar en utsignal, som är direkt proportionell mot accelerationen. Två typer förekommer, resistiva (trådtöjningsgivare eller piezoresistiva element) och piezoelektriska. I en resistiv accelerometer är en rörlig massa upphängd i en bladfjäder, som försetts med töjningsgivare som ansluts till en bryggmatningsspänning. I en piezoelektrisk accelerometer påverkar en rörlig massa en eller flera piezoelektriska kristaller. Härvid genereras en elektrisk utsignal, som är proportionell mot den kraft kristallerna utsätts för, dvs. givaren blir accelerationskännande.

Geofonen (figur 16.4) är en induktiv givare av elektrodynamisk typ. I princip består givaren av en spole, i vilken en permanentmagnet är upphängd. Utsätts givaren för en vibration inducerar den relativa svängningsrörelsen mellan spolen och magneten en elektrisk spänning, som är direkt proportionell mot svängningshastigheten. Givaren är således hastighetskännande inom frekvensområdet ca. 5-1000 Hz. Den undre gränshastigheten bestäms av givarens egenfrekvens, som vanligtvis ligger vid 5-15 Hz.

De ovan beskrivna givarna är av seismisk (absolut) typ, som mäter acceleration, hastighet eller förskjutning av det svängande objektet utan tillgång till referens. Mätningen blir absolut, i motsats till andra typer av givare som kräver en referens och mäter relativt referensen. Mekaniska, optiska och varianter på elektrodynamiska givare för vibrationsmätning förekommer men är av mindre betydelse och beskrivs ej här.

Signalkonditionering

Med signalkonditionering avses de instrument som anpassar och överför mätsignalen från givaren till de efterföljande indikerings- och registreringsinstrumenten. Vanligtvis innehåller signalkonditioneringsutrustningen en *förstärkare*, som förstärker signalen från givaren. Förstärkaren kan innehålla olika filter, dvs. elektriska kretsar med vilka ointressanta och störande sinussvängningar kan filtreras bort. Lågpasfilter används exempelvis vid mätning av lågfrekventa vibrationer, där det samtidigt finns överlagrat svaga högfrekvensvibrationer som saknar intresse. Bandpassfilter används när man inom ett brett vibrationspektrum vill studera de vibrationer som finns inom ett visst frekvensband.

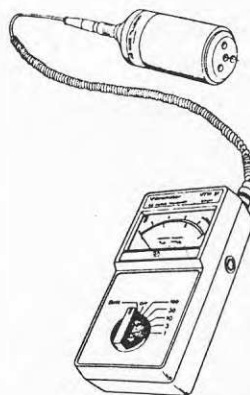
Många förstärkare är utrustade med elektriska derivatorer och integratorer, som ger möjlighet att ur en uppmätt storhet (acceleration eller hastighet) hos en sinussvängning, härleda de övriga storheterna. Till exempel ett uppmätt värde på hastighet kan genom derivering resp. integrering omvandlas till acceleration resp. förskjutning. Då detta kan ge upphov till distorsion måste kontrolleras att korrekt derivering resp. integrering sker över mätsignalens hela frekvensinnehåll. Brus och andra högfrekventa störningar förstärks vid derivering och vid integrering måste man se upp med likspänningsdrift (nollpunktsförskjutning), som kan orsaka stora fel. Eftersom omvandlaren är ytterligare en felkälla i mätkedjan *bör vid all vibrationsmätning eftersträvas att mäta med en givare som direkt ger den önskade storheten.*

Vissa förstärkare kan vara försedda med utgång för effektivvärdet (rms-värdet) och toppvärdet hos vibrationssignalen. Effektivvärdet, ekv. 14:1, används ofta för att karakterisera stationära förlopp.

Indikerings-, registrerings-
och datalagringsinstrument

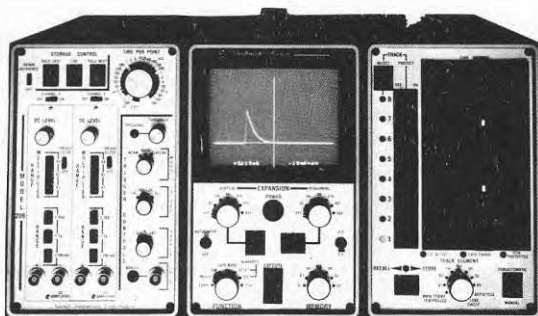
Beroende på syftet med vibrationsundersökningen väljs ett lämpligt indikerande och/eller registrerande instrument.

Avser mätningen exempelvis en kontroll av effektivvärdet hos en stationär vibration är ofta avläsning från batteridrivna visarinstrument tillräckligt. Dessa instrument, ofta sammanbyggda med förstärkare till ett komplett instrument, kan även innehålla filter samt signalomvandlare. Vid översiktsmätning eller vid planering av mer



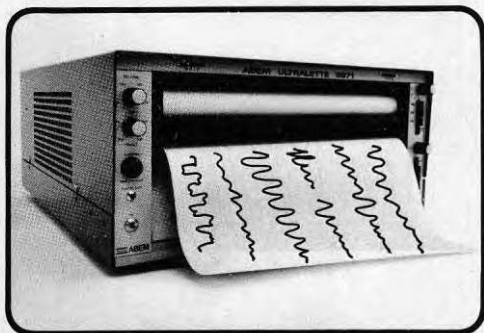
Figur 16.4 Visarinstrument med geofon.

omfattande mätningar med avancerad mätutrustning är denna typ av instrument ett bra hjälpmedel. Förekommer relativt långsamma variationer av vibrationens intensitet och registrering skall göras under längre tid kan någon typ av nivåskrivare anslutas till instrumentet.



Figur 16.5 Digitalt oscilloskop.

Då man emellertid vill ha mer information än vad som kan avläsas på ett visarinstrument kan detta göras i ett *oscilloskop* (figur 16.5), där mätsignalen återges på en bildskärm. Genom att studera tidsförloppet hos signalen kan vibrationsförloppet karakteriseras, toppvärdet avläsas och en grov uppskattning av den dominerande frekvensen och signalens frekvensinnehåll utföras. Detta kan göras i ett oscilloskop, där mätsignalen återges på en bildskärm. För att registrera den uppmätta signalen kan oscilloskopet förses med en kamera, vanligtvis används polaroidkameror, och bilden på skärmen kan överföras till film eller ljuskänsligt papper. Med moderna digitala oscilloskop kan mätsignalen direkt ritas upp på en X-Y-skrivare eller plotter. De vanligaste oscilloskopen har ofta två mätkanaler och kan således användas för registrering av signaler från två givare samtidigt.



Figur 16.6 UV-oscillograf.

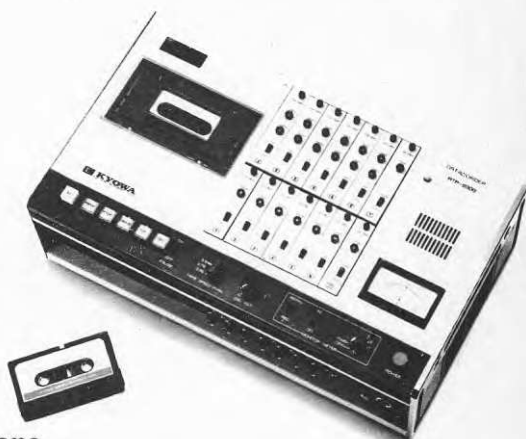
Samtidig registrering av ett flertal mätpunkter kan göras i en *oscillograf* (figur 16.6). Ett vanligt förekommande instrument är UV-oscillografen, som kan förses med upp till 36 mätkanaler som registreras på ett UV-känsligt papper. Tidsupplösningen för svängningsförloppet beror på pappersframmatningens hastighet och kan i vanliga typer uppgå till ca. 5 m/sek. En av fördelarna med samtidig registrering av vibrationsförlopp från ett flertal givare, med direkt uppritning av resultatet på papper, är möjligheten att få en omedelbar

överblick av hela svängningssystemet och snabbt och enkelt kunna kontrollera hur vibrationer överförs från vibrationskällan till ett stort antal mätpunkter i omgivningen.

RTP-500B

Standard Type

- ☆ The standard in the series.
- ☆ High performance equal to an open reel recorder.
- ☆ Number of channels: 7 (FM 6-ch + DR/Phonetic 1-ch)
- ☆ Tape speeds: 3 (9.52, 4.76, 0.952cm/sec)
- ☆ S/N Ratio: 46dB (9.52cm/sec, phase flat)



Figur 16.7 Databandspelare.

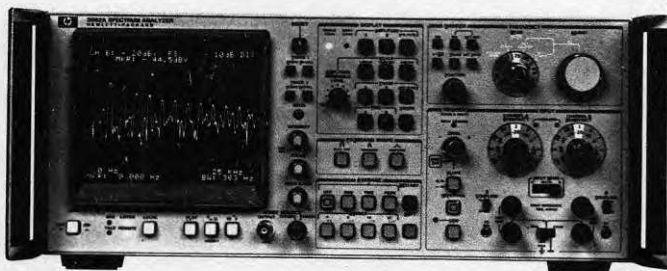
Databandspelare används då man vill lagra mätvärden och mätförlopp för att i efterhand kunna göra en noggrannare analys. Härvid kan olika typer av databandspelare användas, av vilka den analoga FM-bandspelaren är den vanligaste för lagring av mätsignaler i frekvensområdet 0-10 000 Hz. Antalet mätkanaler kan variera mellan 4-14 st. och ofta finns det också en talkanal på vilken betydelsefull information angående mätningen kan intalas under mätdatainspelningen. Bandspelare med digital lagringsteknik förekommer och genom att utnyttja PCM-teknik (Pulse Code Modulation) kan upp till 16 mätkanaler lagras på samma spår på magnetbandet.

Analysutrustning

Med de instrument som beskrivits hittills har vibrationssignalen endast kunnat studeras i tidsplanet, dvs. med amplituden som funktion av tiden. För att kunna titta på signalen i frekvensplanet, dvs. med amplituden som funktion av frekvensen, och därmed kunna konstatera signalens frekvensinnehåll används någon typ av

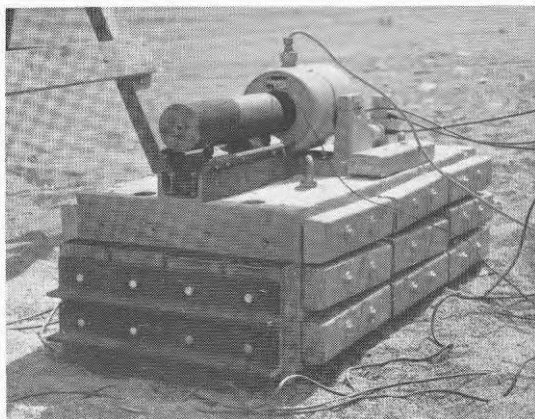
frekvensanalysator (figur 16.8). Det kan vara enkla instrument, där ett kontinuerligt inställbart bandpassfilter släpper igenom den inställda frekvensen eller stora analysystem, ofta i kombination med datoriserade utrustningar för styrning, beräkning och utskrift av resultat. Det finns numera avancerade portabla digitala realtidsanalysatorer för smalbandsanalys med konstant absolut bandbredd med FFT-teknik (Fast Fourier Transform), som behandlar hela signalen praktiskt taget ögonblickligt och presenterar resultatet på en bildskärm. Olika analysmetoder och signalbehandlingsfunktioner finns ofta inprogrammerade i dessa instrument. Med 2-kanalig analysator av denna typ, som användes vid i denna rapport beskrivna forsknings- och utvecklingsprojekt, kan bestämning av överföringsfunktioner göras och även andra jämförelser mellan vibrationsförlopp i olika mätpunkter. Det på bildskärmen presenterade resultatet kan sedan fotograferas med en polaroidkamera, skrivas ut på en plotter eller överförs till digital bandspelare, dator m.m.

THE HEWLETT-PACKARD MODEL 3582A SPECTRUM ANALYZER



Figur 16.8 Spektrumanalysator.

16.4 Modellförsök, kapitel 11



Figur 16.9 Modellfundament med vibrator.

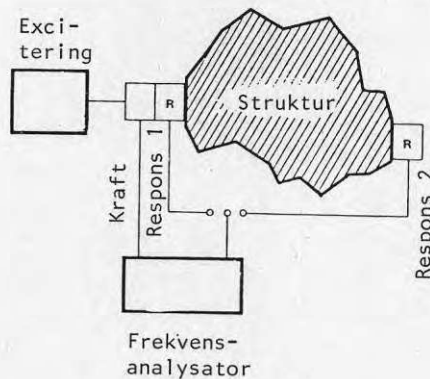
Vibrationsexcitering

Elektrodynamisk vibrator

För att utsätta fundamentet för en dynamisk kontinuerligt verkande kraft monterades på fundamentet en *elektrodynamisk vibrator* av fabrikat Ling Dynamics, typ 403, driven av en kombinerad oscillator och förstärkare, typ TPO 300 (figur 16.9). Massan hos vibratorn är 14 kg och den rörliga massan är 0,2 kg. Med oscillatorn kan frekvensen varieras mellan 1,5 Hz och 25 kHz och med förstärkaren kan kraften justeras mellan 0 och 196 N. Då den rörliga massan hos vibratorn är 0,2 kg gjordes en anordning så att en extra massa på ca 10 kg kunde kopplas till den rörliga massan för att överföra erforderlig kraft även vid låga frekvenser. En kraftgivare var monterad i kopplingen, så att kraften kunde kontrolleras och hållas konstant vid olika frekvenser. Fundamentets respons (figur 15.1) uppmättes vid olika belastningsförhållanden, och genom att variera exciteringsfrekvensen från 5 Hz till 100 Hz med 5 Hz intervaller kunde responskurvan för fundamentet registreras.

Brusgenerator

Med frekvensanalysatorn Hewlett-Packard 3582A (figur 16.8) kunde en enklare och snabbare metod utnyttjas för att rita upp fundamentets responskurva. Analysatorn har en inbyggd brusgenerator med vilken "vitt brus" kan genereras. Vitt brus är en signal, där effekttätheten är konstant över hela frekvensområdet. Då vibratoren matas med brussignalen exciteras fundamentet med alla frekvenser samtidigt och fundamentets responskurva kan direkt betraktas på analysatorns bildskärm, se kapitel 11.5.



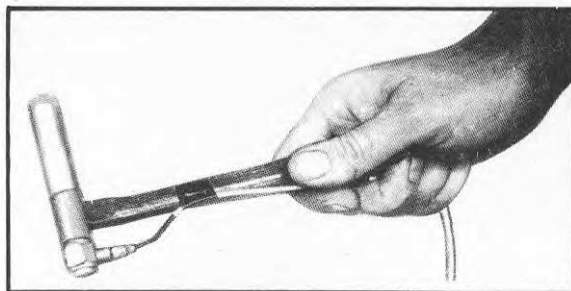
Figur 16.10 Blockschema för mätning av mekanisk impedans.

Systemets mekaniska impedans kunde fastställas genom att låta analysatorn utföra beräkningen av förhållandet mellan inmatad kraft och fundamentets svängningshastighet. Samtidigt med systemets impedansspektrum kunde på bildskärmen också erhållas ett spektrum visande koherensen, som användes som en indikator på mätningens kvalitet och en kontroll om mätresultatet kunde godkännas.

Hammarslag

En ytterligare metod som tillämpats för att bestämma ett systems mekaniska impedans och egenfrekvens var stötexcitering, där man med ett hammarslag bringade

strukturen i svängning. För detta ändamål användes en hammare, som var försedd med en kraftgivare och där hammarslagets frekvensinnehåll kunde anpassas genom att välja ett lämpligt mellanlägg mellan hammare och fundament.



Figur 16.11 Hammare för excitering av lätta strukturer.

På samma sätt som vid brusexciteringen användes frekvensanalysatorn H-P 3582 A (figur 16.8). Signalen från kraftgivaren och responsen från geofonen analyserades och överföringsfunktionen, dvs. förhållandet mellan kraft och respons, registrerades. För att få bort inverkan av brus och andra störningar utnyttjades möjligheten att beräkna medelvärdet av 8 separata överföringsfunktioner, där också koherensen kontrollerades innan resultatet plottades ut på en X-Y-skrivare.

Vibrationsmätning

Givare

Fundamentets respons vid olika metoder för vibrationsexcitering mättes med geofoner, typ Sensor SM-1/4,5. Resonansfrekvensen hos givaren är 4,5 Hz och övre gränshfrekvensen är ca. 500 Hz, vilket väl täcker det intressanta frekvensområdet 6-200 Hz. Utsignalen som är proportionell mot svängningshastigheten är 35 mV/mm/s. Då känsligheten kan variera något mellan olika geofoner kalibrerades samtliga givare före och efter mätningarna för att kunna ta hänsyn till inbördes variationer.

Signalkonditionering

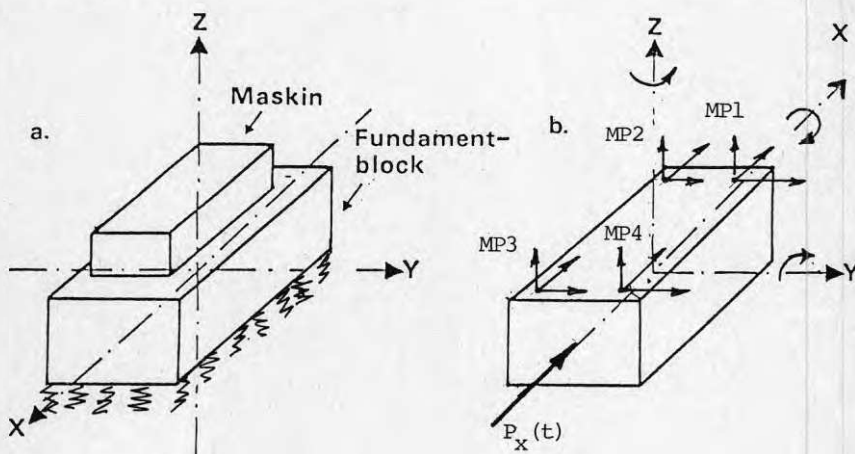
För att förstärka och anpassa mätsignalerna från geofonerna användes ett 12-kanaligt förstärkarsystem, typ ABEM DBF 336, försett med 12 st. vibrationsförstärkare, typ DCV 850.

Signalindikering och -lagring

För att i detalj kunna studera tidsförloppet av mätsignalerna användes ett 2-kanaligt digitalt oscilloskop, typ Nicolet Explorer III (figur 16.5). Då instrumentet innehåller ett flexskivminne kunde mätsignaler lagras för att vid behov senare analyseras.

Signalregistrering

Registrering av mätsignalerna gjordes på en UV-oscillograf, typ ABEM Ultralette 5671, som var försedd med galvanometrar för samtidig registrering av 12 kanaler inom frekvensområdet 0-500 Hz (figur 16.6). Utskriften gjordes på ett 300 mm brett UV-känsligt papper. UV-oscillografen användes i första hand vid mätningar, när fundamentet exciterades med en kontinuerlig sinusformad belastning. Genom att placera givarna på lämpligt sätt kunde man snabbt konstatera om fundamentet svänger rätlinjigt eller om rotationsvängningar förekommer.



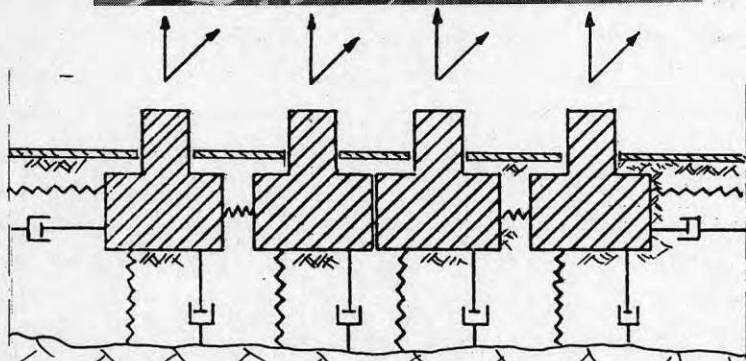
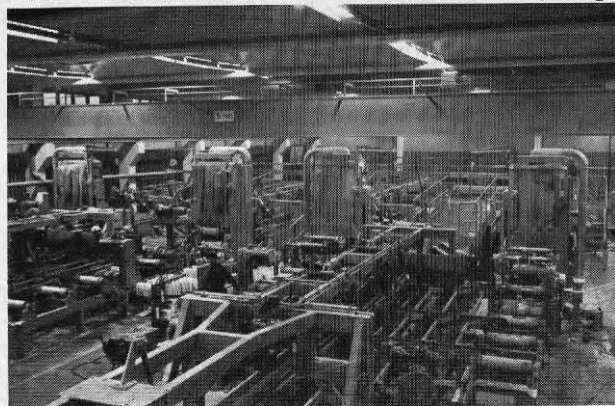
Figur 16.12 Blockfundament, givarplacering.

Placeras givarna enligt figur 16.12 i 4 mätpunkter med 3 mätriktningar i vardera mätpunkten och fundamentet utsätts för en kontinuerligt verkande sinusformad belastning P i horisontell riktning kan *fundamentets svängningsförlopp studeras*. Antas att fundamentet svänger som en stel kropp och rätlinjigt i belastningens riktning erhålls identiska signaler från givarna i belastningsriktningen. Utsignalen från de övriga givarna är då noll. Förekommer svängningar i andra riktningar än belastningsriktningar registreras dessa och genom att studera fasskillnader hos signalerna kan rotationssvängningar noggrant kartläggas. Egenskaperna hos mätsystemet gör det väl lämpat för denna typ av undersökning där man snabbt och överskådligt vill ha en bild av svängningsförloppet.

Signalanalys

Frekvensanalys och överföringsfunktionsmätningar utfördes med en 2-kanalig frekvensanalysator, typ Hewlett-Packard 3582 A. Plottning för spektra gjordes på en X-Y-givare, typ Hewlett-Packard 7044 A. Analys och utskrift av resultat kunde med denna instrumentutrustning göras i fält direkt vid mätningen, vilket innebär att inspelning av mätdata på bandspelare för att i efterhand utföra nödvändig signalbehandling kunde undvikas. Som gardering lagrades dock representativa mätförlopp i det flexskivminne som ingår i det tidigare omnämnda digitala oscilloskopet.

16.5 Växelvekan mellan maskinfundament, kap. 12



Figur 16.13 Fyra ramsågar på var sitt fundament.

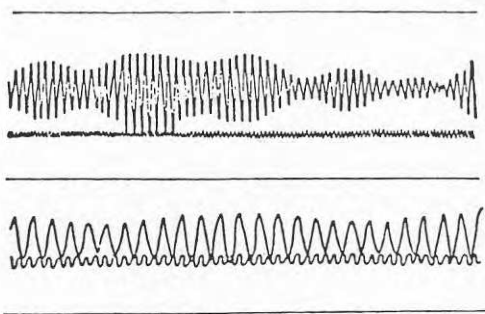
För att kartlägga växelverkan mellan fundament för lågfrekventa maskiner gjordes mätningar i ett flertal industrianläggningar, huvudsakligen sågverk, med två eller flera likadana maskiner på likadana fundament. Avståndet mellan fundamenten, deras storlek och svängningsnivåer m.m. varierade från anläggning till anläggning. Den mät- och analysutrustning som användes var i stort sett densamma som vid modellförsöken i kapitel 16.4, dock anpassad till de aktuella fundament, vilkas massa varierade mellan 1 och 300 ton.

Som representativt exempel visas i figur 16.13 fyra ramsågar som är uppställda på var sitt fundament, vilka är placerade intill varandra.

Som första steg gjordes en kartläggning av befintliga vibrationsnivåer, vibrationskaraktärer och svängnings-

former hos vart och ett av de fyra fundamenten. För denna undersökning instrumenterades fundamenten i fyra mätpunkter med geofoner, typ Sensor SM-1/4,5, placerade i tre mätriktningar och mätning utfördes då resp. ramsåg kördes med normalt varvtal. Registrering av mätsignalerna gjordes på en 12-kanalig UV-skrivare, typ ABEM Ultralette 5671 (figur 16.6) och representativa signaler lagrades samtidigt på en 7-kanalig FM-bandspelare, typ Kyowa RTP-500 för att möjliggöra noggrannare analys senare.

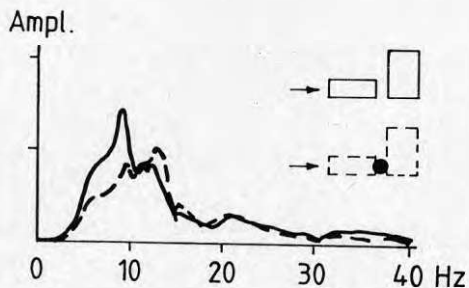
Som andra steg gjordes synkroniserade mätningar på samtliga fyra fundament, då ramsågarna kördes en i taget. Vid dessa mätningar monterades geofoner i tre riktningar på samtliga fyra fundament på motsvarande referenspunkter. Mätsignaler registrerades på ovan nämnda 12-kanaliga UV-skrivare samt lagrades dessutom på band. För att få en bild av frekvensfördelningen gjordes också frekvensanalyser av mätsignalerna. Frekvensanalyserna utfördes i en realtidsanalysator av fabrikat Hewlett-Packard, typ 3582 A (figur 16.8) och resultatet skrevs ut på en X-Y-skrivare.



Figur 16.14 Vibrogram visande svävning i såghuset.
 a) Mät punkt på byggnadsstommen
 b) Mät punkt på ramsågfundamentet.

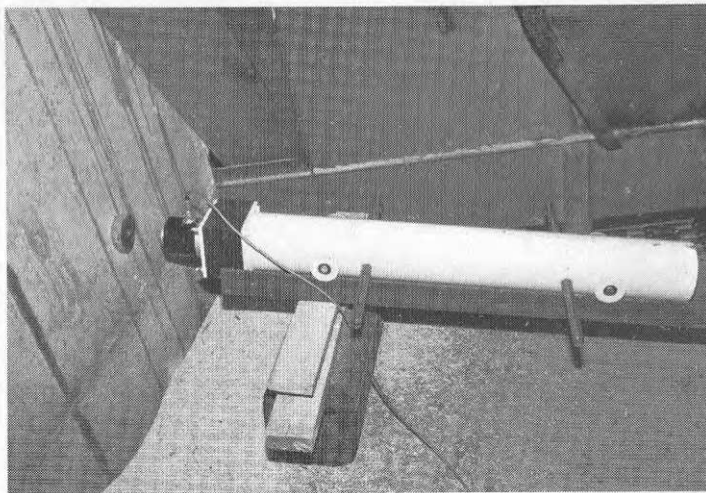
Som tredje steg gjordes ca. 20 synkroniserade mätserier, när olika kombinationer av ramsågar kördes samtidigt på tomgång resp. belastning. Givarna var då placerade på de fyra fundamenten och vibrationsförloppen registrerades med UV-skrivare och lagrades dessutom på magnetband. Vid utskriften av mätsignalerna på UV-skrivare tillämpades en pappersframmatningshastighet på 10 mm/sek, varvid s.k. svävning (se kapitel 12.6) mycket tydligt kunde åskådliggöras (figur 16.14).

16.6 Samverkan maskinfundament-byggnad, kap. 13



Figur 16.15 Resonsspektra vid horisontell excitering av ramsågfundament med konventionell resp. kraftöverförande dilatationsfog. Mät punkt MP1. Jfr. figur 13.4 och 13.5.

Resonsspektra i figur 16.15 uppmättes med en geofon eller accelerometer placerade på fundamentet. Kraftsignalen, från kraftgivaren på exciteringshammaren, och responssignalen matades till frekvensanalysatorn H-P 3582 A, där överföringsfunktionen kraft/respons beräknades. Mäts responsen med en geofon där mätstorheten representeras som svängningshastighet erhålls ett mått på maskinfundamentets mekaniska impedans ur vilken systemets egenfrekvens, styvhet och dämpning kan beräknas. För att minimera inverkan av yttre störningar användes åtta medelvärdesbildningar, där också koherensen kontrollerades innan resultatet plottades ut på en X-Y-skrivare.



Figur 16.16 Hammare för excitering av tunga strukturer.

I den *exciteringsutrustning* som används för detta ändamål ingår en hammare speciellt konstruerad för stöt-excitering av stora och tunga strukturer, se figur 16.16. Den rälsbundna hammaren med en längd av 1,2 m väger ca. 75 kg och genom att fylla hammaren med bly kan vikten varieras mellan ca. 75-100 kg, för excitering av exempelvis fundament som väger flera hundratal tons. Vid horisontell excitering placeras den 2 m långa rälsen på två stöd och för hand knuffas hammaren mot en anslagspunkt på fundamentet. För att mäta stötkraften är hammaren försedd med en kraftgivare över vilken kraften anbringas. Frekvensinnehållet i stöten kan varieras med hjälp av olika mellanlägg i det mekaniska filtret mellan kraftgivaren och hammaren, och därigenom anpassas till det aktuella testföremålet. Detta är av stor betydelse, då stötenergin måste koncentreras till det frekvensområde där strukturens egenfrekvenser finns representerade. Anordningar finns också för att låta hammaren träffa anslagspunkten med 45° vinkel mot vertikalplanet för att därigenom samtidigt åstadkomma både horisontella och vertikala svängningar.

Mätningar gjordes också för att kontrollera hur svängningssystemet påverkas, när vissa dynamiska parametrar ändras. Den parameter som någorlunda enkelt kunde ändras var styvheten. Detta utfördes genom att i dilatationsfogen mellan fundament och bjälklag anbringa en kraftöverförande anordning, som därvid kopplade ihop fundamentet med detta bjälklag i en horisontell, parallell med den dynamiska kraften, riktning. Före monteringen av denna anordning, som bl.a. medgav fundamentet rörelsefrihet i övriga riktningar, gjordes en kartläggning av det omgivande bjälklagets mekaniska impedans enligt den tidigare beskrivna metoden med stötexcitering, för att utröna huruvida bjälklaget var lämpat att sammankopplas med ett fundament. De kraftöverförande anordningarna var försedda med trådtöjningsgivare för att möjliggöra kontroll av dels dessa anordningars funktionssätt och dels den dynamiska lasten som överfördes till bjälklaget, när ramsågen var i drift. Efter anbringning av den kraftöverförande anordningen i dilatationsfogen gjordes jämförande mätningar av den mekaniska impedansen hos fundamentet, varvid bl.a. en ökning av egenfrekvensen från ca 9 till 13 Hz kunde konstateras, se figur 13.7.

Den efterföljande mätningen som utfördes när ramsågen kördes i normal drift genomfördes identisk med den inledande mätningen för att därigenom kunna jämföra resultaten, vilka för några representativa mätpunkter resp. -riktningar, anges i tabell 13.1.

Aleksejev, B G et al, 1981, Experimental Investigations of Coefficients of Elasticity of Soil in Back Filling. *Soil Mech. and Found. Eng.*, nr. 1, p. 23-24. Moskva. (Translated from the Russian.)

Anderson, D G & Stokoe, K H, 1977, Shear Modulus: A Time-Dependent Material Property. *Symp. on Dynamic Soil and Rock Testing*, ASTM. Denver.

Andréasson, B, 1979, Deformation Characteristics of Soft, High-Plastic Clays under Dynamic Loading Conditions. *Chalmers Tekniska Högskola*. Göteborg.

Barkan, D D, 1935, Experimentella undersökningar av blockfundament placerade på vattenmättade kohesionsjordar. *Trudi VIOS*, nr. 4. Moskva. (På ryska.)

Barkan, D D, 1962, *Dynamics of Bases and Foundations*. McGraw-Hill Book Co. New York. (Translated from the Russian 1948.)

Barkan, D D & Mardonov, B, 1977, Om teorin för tvungna svängningar av fundament på halvoändligt elastiskt medium. *Proc. 4th Conf. on Dynamics of Soils and Foundation at Tashkent 1977*, vol. 1, p. 233-236. Tashkent. (På ryska.)

Barkan, D D & Shaevich, V M, 1976, Effect of Joining Soil Mass and Its Nonlinear Properties on Vibrations of Foundations. *Soil Mech. and Found. Eng.*, nr. 5, p. 11-14. Moskva. (Translated from the Russian.)

Bibliography on Machine Foundations, prepared by Moore, P J, 1978, Swedish Council for Building Research, Document D6:1978. Stockholm.

Borowicka, H, 1943, Über ausmittig belastete starre Platten auf elastisch-isotropem Untergrund. *Ingenieur-Archiv*, vol. 1, p. 1-8. Berlin.

Broch, J T, 1980, *Mechanical Vibration and Shock Measurements*. Brüel & Kjaer, Naerum.

Broms, B B, 1965, Design of Laterally Loaded Piles. *Journ. Soil Mech. and Found. Div. Proc.*, ASCE, vol. 91, nr. SM3, p. 79-99.

Broms, B B, 1965, Beräkning av pålar vid olika belastningsförhållanden. *Statens Geotekniska Institut*, rapport nr. 9. Stockholm.

Broms, B B, 1967, *Jordtryck vid friktionsmaterial*. Statens Geotekniska Institut, rapport nr. 22. Stockholm.

Broms, B B, 1972, *Jordtryck*. Bygg 1 B, p. 409-440. Stockholm.

Brooker, E W & Ireland, H O, 1965, Earth Pressures at Rest Related to Stress History. Canadian Geot. Journal, vol. II, p. 1-15.

Buzdugan, G, 1972, Dynamique des Fondations de Machines. Editions Eyrolles. Paris.

Bycroft, G N, 1956, Forced Vibrations of a Rigid Circular Plate on a Semi-Infinite Elastic Space and on an Elastic Stratum. Philosophical Transactions, Royal Society, Series A, vol. 248, p. 327-368. London.

CP 2012:Part 1, 1974, Code of Practice for Foundations for Machinery, BSI. London.

Dimentberg, F M & Kolesnikov, K S, 1980, Handbok om vibrationer i teknik, vol. 3, Svängningar hos maskiner och deras element. Moskva. (På ryska.)

DIN 4024, 1955, Stützkonstruktionen für rotierende Maschinen. Västberlin.

DIN 4025, 1955, Fundamente für Amboß-Hämmer. Västberlin.

Dubinski, M K, 1980, Mätning av byggnaders egenfrekvenser och dämpning. Chalmers Tekniska Högskola. Göteborg.

Ehlers, G, 1942, Der Baugrund als Federung in schwingenden Systemen. Beton und Eisen, Bd. 41, p. 197-203.

Filipenko-Borodits, M M, 1940, Några approximativa teorier beträffande elastisk undergrund. Vetenskapliga skrifter, MGU, vol. 46. (På ryska.)

Fredriksson, A J, 1982, Analys av geomekaniska problem med finita elementmetoden. Stockholm (Under förberedelse.)

Förtsch, O, 1940, Ableitung der von der Frequenz unabhängigen Absorptionskoeffizienten aus Maschinenschwingungen. Zeitschrift Geophysik 16, p. 57.

GEK 63 383, General Electric, Turbine-Generator Foundations, Instructions. USA.

Gereben, L, 1976, Dynamiska metoder för in situ-bestämning av jordars fysikaliska egenskaper. Bygghörsningsrådet, rapport R10:1976. Stockholm.

Gimselberg, J D & Ogurtsov, K I, 1973, Om utbredning av vibrationer från fundament för maskiner med horisontell tvångskraft. Proceedings V Symp. on Elastic Wave Propagation, p. 131-134. Alma-Ata. (På ryska.)

Gimselberg, J D & Ogurtsov, K I, 1974, Om utbredning av vibrationer från industriella källor med vertikala tvångskrafter. Izvestia VNIIG, vol. 106, p. 141-151. Leningrad. (På ryska.)

Gitman, F M, 1980, Projektering av fundament för maskiner och konstruktioner med dynamiska laster. Budivelnik. Kiev. (På ryska.)

Gorbunov-Posadov, M I, 1940, Settlements and Pressure under Rigid Rectangular Footings. Stroitel'naya Promyshlennost, nr. 8. (På ryska.)

Gorbunov-Posadov, M I & Serebrajanyi, R V, 1961, Design of Structures upon Elastic Foundation. Proc. 5th Int. Conf. on Soil Mech. and Found. Eng., vol. 1, p. 643-648. Paris.

Graff, K F, 1975, Wave Motion in Elastic Solids. Clarendon Press. Oxford.

Granholm, H, 1941, Om dämpning av svängningar i olika slag av konstruktioner. Betong, häfte 3, p. 169-214. Stockholm.

Hall, J R, 1967, Coupled Rocking and Sliding Oscillations of Rigid Circular Footings. Proc. Int. Symp. on Wave Propagation and Dyn. Properties of Earth Materials at Albuquerque, p. 139-148. Albuquerque, New Mexico.

Hall, J R & Richart, F E, 1963, Dissipation of Elastic Wave Energy in Granular Soils. Journ. Soil Mech. and Found. Div. Proc. ASCE, vol. 89, nr. SM6, p. 27-56.

Hansbo, S, 1981, Grundläggning av byggnader och maskinfundament. Chalmers Tekniska Högskola. Göteborg.

Hardin, B O, 1965, The Nature of Damping in Sands. Journ. Soil Mech. and Found. Div. Proc., ASCE, vol. 91, nr. SM1, p. 63-97.

Hardin, B O, 1978, The Nature of Stress Strain Behaviour of Soils. Proc. Geot. Eng. Div. Specialty Conf. on Earthquake Engineering and Soil Dynamic at Pasadena, vol. 1, p. 3-90, published by ASCE. New York.

Hardin, B O & Black, W L, 1968, Vibration Modulus of Normally Consolidated Clay. Journ. Soil Mech. and Found. Div. Proc. ASCE, vol. 94, nr. SM2, p. 353-369.

Hardin, B O & Drnevich, V P, juni 1972, Shear Modulus and Damping in Soils: Measurement and Parameter Effects. Journ. Soil Mech. and Found. Div. Proc. ASCE, vol. 98, nr. SM6, p. 603-624.

Hardin, B O & Drnevich, V P, juli 1972, Shear Modulus and Damping in Soils: Design Equations and Curves. Journ. Soil Mech. and Found. Div. Proc. ASCE, vol. 98, nr. SM7, p. 667-691.

Hardin, B O & Richart, F E, 1963, Elastic Wave Velocities in Granular Soils. Journ. Soil Mech. and Found. Div. Proc. ASCE, vol. 89, nr. SM1, p. 33-65.

- Harris, C M & Crede, C E, 1961 och 1976, Shock and Vibration Handbook. McGraw-Hill Book Co. New York.
- Hsieh, T K, 1962, Foundation Vibrations. Proc. Institution of Civil Engineers, vol. 22, p. 211-226.
- Ilyichev, V A, 1967, Towards the Soil Transmission of Vibrations from One Foundation to Another. Proc. Int. Symp. on Wave Propagation and Dynamic Properties of Earth Materials, University of New Mexico. p. 641-653. Albuquerque.
- Ilyichev, V A & Taranov, V G, 1977, Method of Prediction of Vibration Level of Structures and Soils by Experimental Data. Soil Mech. and Found. Eng., nr. 4, p. 18-21. Moskva. (Translated from the Russian.)
- IS 2974, Part I-1969, Part II-1966, Part III-1975, Part IV-1968, Part V-1970, Code of Practice for Design and Construction of Machine Foundations. Calcutta.
- Jaky, J, 1948, Pressures in Silos. Proc. of the 2nd International Conf. on Soil Mech. and Found. Eng. at Rotterdam, vol. 1, p. 103-112.
- Johnson, G R & Epstein, H I, 1977, Backfill Effects on Circular Foundation Stiffnesses. Journ. Soil Mech. and Found. Div. Proc. ASCE, vol. 103, nr. GT8, p. 899-903.
- Kaminskaja, V V & Reshetov, D N, 1975, Fundament för och uppställning av skärbearbetande maskiner. Maskinostrojenie. Moskva. (På ryska.)
- Klattso, M M, 1970, Selection of Calculated Values of the Dynamic Characteristics of the Base of Foundations Being Calculated for Vibrations. Tr. VNIIGS, Special Construction Works, nr. 27. Leningrad. (På ryska.)
- Krasnikov, N D, 1970, Dynamiska egenskaper hos jordar och metoder för bestämning av dessa. Strojisdät. Leningrad. (På ryska.)
- Lapin, S K, 1977, On Determination of Dynamical Characteristics of Rigidity of Soil Bases. Soil Mech. and Found. Eng., nr. 3, p. 32-34. Moskva. (Translated from the Russian.)
- Lapin, S K, 1979, Experimental Determination of the Coefficient of Apparent Additional Mass of Soil for Vertical Vibrations of Foundations. Soil Mech. and Found. Eng., nr. 3, p. 129-131. Moskva. (Translated from the Russian.)
- Larsson, R, 1977, Basic Behaviour of Scandinavian Soft Clays. Statens Geotekniska Institut, rapport nr. 4, Linköping.
- Levin, G E & Svinkin, M P, 1973, Experimentell metod att prognostisera markvibrationer vid svängningar av maskinfundament. Proceedings V Symp. on Elastic Wave Propagation, p. 231-236. Alma-Ata. (På ryska.)

- Lipinski, J, 1972, Fundamente und Tragkonstruktionen für Maschinen. Bauverlag GmbH. Wiesbaden.
- Lorenz, H, 1953, Elasticity and Damping Effects of Oscillating Bodies on Soil. ASTM Special Technical Publication, nr. 156, p. 113-123. Philadelphia.
- Lorenz, H, 1960, Grundbau-Dynamik. Springer-Verlag. Berlin.
- Lysmer, J, 1965, Vertical Motion of Rigid Footings. Ph.D. dissertation, University of Michigan.
- Major, A, 1962, Vibration Analysis and Design of Foundations for Machines and Turbines. Collet's Holdings Ltd. London.
- Makhult, M, 1970, Schwingungstechnische Bemessung von Maschinenlagerungen. Akadémiai Kiadó. Budapest.
- Manley, R G, 1972, Waveform Analysis. John Wiley Inc. New York.
- Maskinfundament, 1980, Ingenjörsvetenskapsakademien, rapport nr. 173. Stockholm
- Massarsch, K R, 1979, Lateral Earth Pressure in Normally Consolidated Clay. Proc. 7th Eur. Conf. on Soil Mech. and Found. Eng. at Brighton, vol. 2, p. 245-249.
- Massarsch, K R, Holtz, R D, Holm, B G & Fredriksson, A, 1975, Measurement of Horizontal In Situ Stresses. Proc. of the Specialty Conf. on In Situ Measurement of Soil Properties, ASCE, juni 1-4, 1975, p. 266-286. Raleigh, N.C.
- Moore, P J & Weiner, D, 1978, Damage from Vibrations of Rolling Mill Foundations. KTH, Inst. för jord- och bergmekanik, rapport nr. 9. Stockholm.
- Moore, P J & Weiner, D, 1978, Damage from Vibrations of Gangsaw Foundations. KTH, Inst. för jord- och bergmekanik, rapport nr. 10. Stockholm.
- Allard, K, Bennerhult, O, Holzmann, P & Lande, G, 1982, Mättekniska anvisningar för vibrationsnormer. Rapport R119:1982, Bygghörskningsrådet, Stockholm.
- Novak, M, 1957, Über die Nichtlinearität der Vertikal-schwingungen von starren Körpern auf dem Baugrund. Acta Technica, nr. 5 och 6. Prag.
- Novak, M, 1970, Prediction of Footing Vibrations. Journ. Soil Mech. and Found. Div. Proc. ASCE, vol. 96, nr. SM3, p. 837-861.
- Pauw, A, 1953, A Dynamic Analogy for Foundation-Soil Systems. ASTM Special Technical Publication, nr. 156, p. 90-112. Philadelphia.

Pavliuk, N P & Kondin, A D, 1936, Dämpning hos maskinfundamentvibrationer. Projekt och standard, nr. 11. (På ryska.)

Rausch, E, 1926, Maschinenfundament. Der Bauingenieur, Heft 44-45, p. 859-863, 877-883. Berlin.

Rausch, E, 1936, Schäden an Maschinenfundamenten. Beton und Eisen, Heft 3, p. 41-45. Berlin.

Rausch, E, 1943, 1959 och 1968, Maschinenfundamente und andere dynamisch beanspruchte Baukonstruktionen. VDI-Verlag GmbH. Düsseldorf.

Rayleigh, Lord, 1877 och 1945, The Theory of Sound. 1945 Ed.: Dover Publications. New York.

Reissner, E, 1936, Stationäre axialsymmetrische durch eine schütternde Masse erregte Schwingungen eines homogenen elastischen Halbraumes. Ingenieur Archiv, vol. 7, nr. 6, p. 381-396. Berlin.

Reissner, E & Sagoci, H F, 1944, Forced Torsional Oscillations of an Elastic Half Space. Journ. of Applied Physics, vol. 15, p. 652-662.

Richart, F E, Hall, J R & Woods, R D, 1970, Vibrations of Soils and Foundations. Prentice-Hall Inc. Englewood Cliffs, New Jersey.

Richtlijnen voor ontwerp en berekening machinfundamenten, 1973, CUR-Rapport 61. Zoetermeer, Holland.

Riktlinjer för bestämning av dynamiska krafter hos maskiner uppställda på bjälklag, 1966. Moskva. (På ryska.)

Sankaran, K S, Krishnaswamy, N R & Bhaskaran Nair, P G, 1980, Vibrations of Embedded Foundations - A Comparative Study. Indian Geotechnical Journal, vol. 10, nr. 1, p. 71-82. New Delhi.

Sarfeld, W & Fröhlich, K-C, 1980, Dynamische Wechselwirkung von Gebäuden und Fundamenten auf elastischem Halbraum. Bauingenieur 55, nr. 11, p. 419-426.

Savidis, S A, 1975, Wechselwirkung zweier starren, dynamisch belasteten Rechteckfundamenten. Ur Theorie und Praxis des Grundbaus und der Bodenmechanik, Festschrift, p. 159-171, Technische Universität. Berlin.

Savinov, O A, 1953, Om metoder för bestämning av jordens elasticitetsdata som behövs vid dimensionering av maskinfundament. Trudi WNIIGS, vol. nr. 4. Leningrad.

Savinov, O A, 1955, Fundament under maskiner. Strojisdat. Leningrad. (På ryska.)

Savinov, O A, 1964 och 1979, Tidsenliga konstruktioner för maskinfundament. Strojisdat. Leningrad. (På ryska.)

- Schleicher, F, 1926, Zur Theorie des Baugrundes. Der Bauingenieur, Heft 48/49, p. 931-936, 949-952.
- Schmidt, B, 1967, Lateral Stresses in Uniaxial Strain. DGI Bulletin nr. 23.
- Schultze, E & Muhs, H, 1967, Bodenuntersuchungen für Ingenieurbauten. Springer-Verlag. Berlin.
- Seed, H B & Idriss, I M, 1970, Soil Moduli and Damping Factors for Dynamic Response Analysis. Report 70-1, EERC. Berkeley, California.
- Shekhter, O Ya, 1948, Consideration of the Inertial Properties of Soil in Calculating Vertical Forced Vibrations of Massive Foundations. Collection No. 12 of NII Osnovanii, Vibrations of Structures on Foundations, Stroivoenmorisdat. Moskva. (På ryska.)
- SNP-II-19-79, 1980, Byggnadsnormer, fundament för maskiner med dynamiska laster. Strojisdat. Moskva. (På ryska.)
- Srinivasulu, P & Vaidyanathan, C V, 1978, Handbook of Machine Foundations. McGraw-Hill Book Co. New York.
- Stevens, H W, 1966, Measurement of the Complex Moduli and Damping of Soils under Dynamic Loads. US Army Cold Regions Research and Eng. Laboratory, Tech. Report 173. Hanover, New Hampshire.
- Stokoe, K H & Richart, F E, 1974, Dynamic Response of Embedded Machine Foundations. Journ. Soil Mech. and Found. Div. Proc. ASCE, vol. 100, nr. GT4, p. 427-447.
- Sugimura, Y, 1981, Participation Factor of Horizontal Force Applied to Pile Foundation. Building Research Institute. Japan.
- Svedinger, B, 1979, Dynamiska parametrar och samband med andra materialegenskaper. Byggforskningen R135:1979. Stockholm.
- Svensk Standard SS ISO 2041, 1980, Vibration och stöt. Ordlista. Stockholm.
- Svensk Standard SS ISO 2631, 1982, Vägledning för bedömning av helkroppsvibrationers inverkan på människan. Stockholm.
- Tchaso,v, Ä I, 1969, Approximativ beräkning av horisontella svängningar hos en grupp av massiva fundament för lågfrekventa maskiner. Proc. II Conf. on Dynamics of Soils and Foundations at Dnepropetrovsk 1967, vol. 3, p. 102-107. Moskva. (På ryska.)
- Thurat, B, 1980, Maschine-Fundament-Baugrund, Bestimmung des Gesamtverhaltens bei statischer und dynamischer Beanspruchung, gezeigt am Beispiel von Werkzeugmaschinen. VDI-Verlag GmbH. Düsseldorf.

Timoshenko, S P & Goodier, I N, 1951, Theory of Elasticity. McGraw-Hill Book Co., Inc. New York.

Tobias, S A, 1961, Schwingungen an Werkzeugmaschinen. Carl Hanser Verlag. München.

Utility Power Corporation, 1980, Turbine-Generator Foundation Design, Requirements and Recommendations, Eng. Report 8002. USA.

Warburton, G B, Richardson, I D & Webster, I I, 1971, Forced Vibrations of Two Masses on an Elastic Half Space. Journ. Appl. Mech., vol. 38, Trans. ASME, Series E, p. 148-156.

Weiner, D, 1976, Om vibrationer i industribyggnader. Vibrationsdag KTH 1975, Inst. för jord- och bergmekanik, rapport nr. 2, p. 1-18. Stockholm.

Weiner, D, 1977, Skador på grund av oförutsedda mass-tröghetskrafter hos maskinfundament. Vibrationsdag KTH 1976, Inst. för jord- och bergmekanik, rapport nr. 7, p. 65-81. Stockholm.

Weiner, D, 1977, Vibrationer i ramsågverk, del 2 och 3. KTH, Inst. för jord- och bergmekanik, rapport nr. 8. Stockholm.

Weiner, D, 1980, Exempel på skador i maskinfundament. Ingenjörsvetenskapsakademien, rapport nr. 173, p. 121-139. Stockholm.

Weiner, D, Vibrationsskador i sågverk, orsaker och åtgärder. (Under förberedelse.)

Weiner, D & Broms, B, 1974, Vibrationer i ramsågverk, del 1. KTH, Inst. för jord- och bergmekanik, rapport nr. 1. Stockholm.

Weiner, D & Broms, B, Damage from Vibrations of Gang Saw Foundations. Proc. of International Symposium on Foundations for Equipment and Machinery, ACI, nov. 1978. Houston, Texas.

Weissman, G F & Hart, R R, 1961, Damping Capacity of Some Granular Soils. ASTM STP nr. 305, p. 45-54.

Whitman, R V, 1963, Stress-Strain-Time Behavior of Soil in One Dimensional Compression. Report R 63-25, Dept. Civil Eng. Massachusetts Inst. of Technology, to WES.

Whitman, R V, 1972, Analysis of Soil-Structure Interaction - A State of the Art Review. Soil Publication nr. 300, Massachusetts Institute of Technology.

Whitman, R V & Richart, F E, 1967, Design Procedures for Dynamically Loaded Foundations. Journ. Soil Mech. and Found. Div. Proc. ASCE, vol. 93, nr. SM6, p. 169-192.

Vibrationsdag maj 1974, Väg- och Vattenbyggaren, nr. 8-9. Stockholm. (Ref. av D. Weiner.)

Vibrationsdag KTH 1975, 1976, Institutionen för jord- och bergmekanik, KTH, rapport nr. 2. Stockholm.

Vibrationsdag KTH 1976, 1977, Institutionen för jord- och bergmekanik, KTH, rapport nr. 7. Stockholm.

Vibrationsdag 1977, 1978, IVA-rapport 117. Stockholm.

Vibrationsdag 1979 - Jord- och bergdynamik, 1981, IVA-rapport 206. Stockholm.

Vibrationsproblem i modernt samhällsbyggande, 1976, IVA-meddelande 208. Stockholm.

Vibrations of Concrete Structures, 1979, ACI Publication SP-60. Detroit.

Zabylin, M I, 1969, Fundamentsvängningar vid samverkan av obalanserade maskiner. Proc. II Conf. on Dynamics of Soils and Foundations at Dniepropetrovsk 1967, vol. 3, p. 108-110. Moskva. (På ryska.)

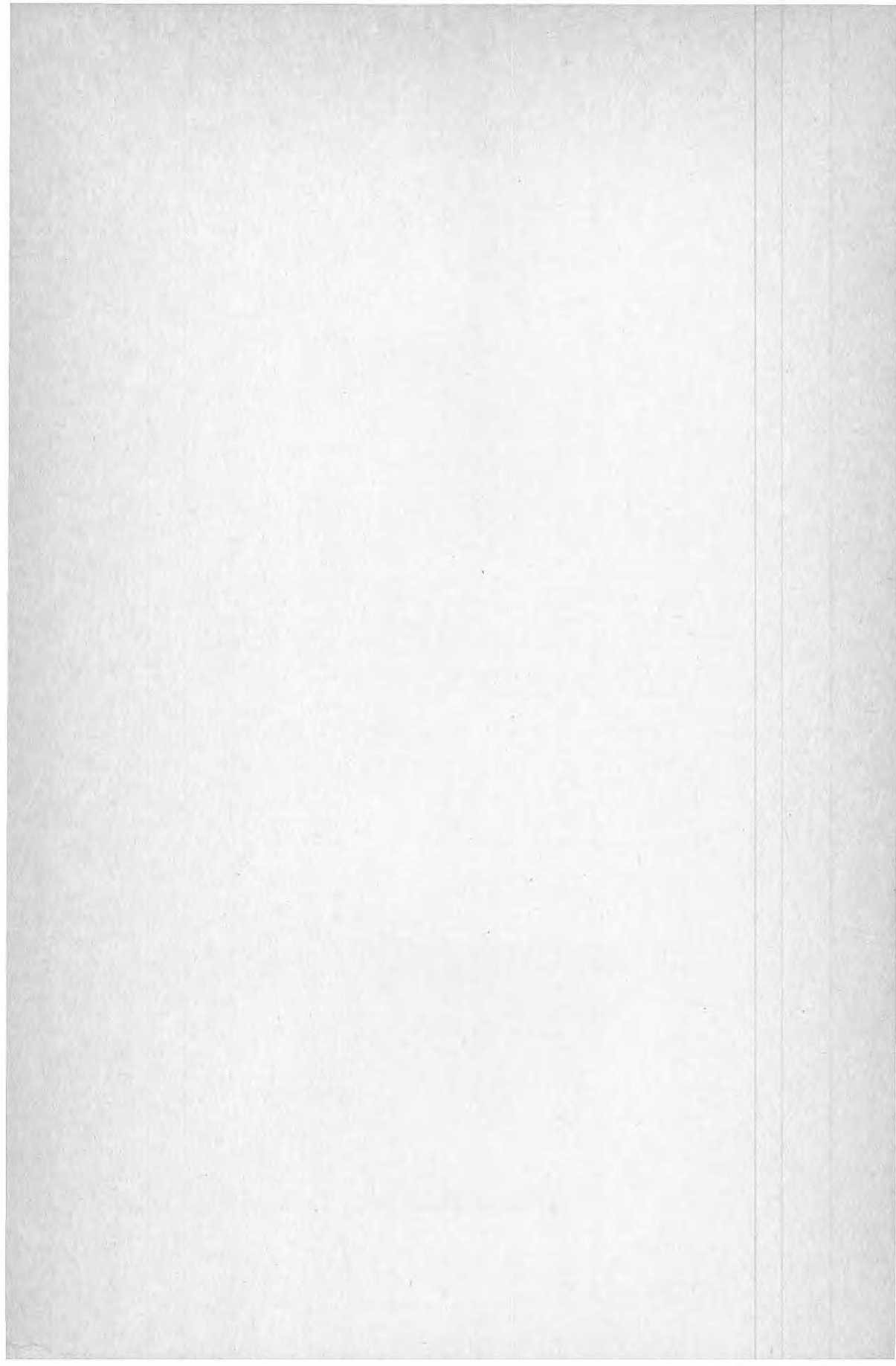
Zabylin, M I & Igolnikov, V V, 1977, Prognosering av vågutbredning från impulsällor. Isvestia Vusov, Strojitelstvo i arkitektura, nr. 1. Moskva. (På ryska.)

Zabylin, M I & Tchasov, Ä I, 1971, Undersökning av väx- elverkan mellan svängningar av fundament för lågfrek- venta maskiner i industribyggnader. Isvestia Vusov, Strojitelstvo i arkitektura, nr. 9. Moskva. (På ryska.)

Zeitlin, A I & Guseva, N I, 1973, Determination of the Loads Transmitted to the Foundations of Groups of Un- balanced Machines with Synchronous Motors. Proc. of the Euromech. Colloquium, Dynamics of Machine Foun- dations, 29-31 oktober 1973, p. 139-152. Bukarest.

Zeitlin, A I & Guseva, N I, 1979, Statistiska metoder för beräkning av byggnadsverk utsatta för många dyna- miska laster. Strojisdat. Moskva. (På ryska.)

Zienkiewicz, O C, 1977, The Finite Element Method. McGraw-Hill Book Co. New York.



**Denna rapport hänför sig till forskningsanslag
780001-6 från Statens råd för byggnadsforskning
till Inst. för jord- och bergmekanik, KTH,
Stockholm.**

R129: 1982

ISBN 91-540-3824-3

Statens råd för byggnadsforskning, Stockholm

Art.nr: 6700629

**Abonnemangsgrupp:
Z. Konstruktioner och material**

**Distribution:
Svensk Byggtjänst, Box 7853
103 99 Stockholm**

Cirka pris: 50 kr exkl moms