



Det här verket har digitaliserats vid Göteborgs universitetsbibliotek och är fritt att använda. Alla tryckta texter är OCR-tolkade till maskinläsbar text. Det betyder att du kan söka och kopiera texten från dokumentet. Vissa äldre dokument med dåligt tryck kan vara svåra att OCR-tolka korrekt vilket medför att den OCR-tolkade texten kan innehålla fel och därför bör man visuellt jämföra med verkets bilder för att avgöra vad som är riktigt.

This work has been digitized at Gothenburg University Library and is free to use. All printed texts have been OCR-processed and converted to machine readable text. This means that you can search and copy text from the document. Some early printed books are hard to OCR-process correctly and the text may contain errors, so one should always visually compare it with the images to determine what is correct.



Rapport

R86:1985

Vibrationers transmission från undergrund till byggnad

Bo Westerberg m fl

*K
Oth*

INSTITUTET FÖR
BYGGDOKUMENTATION

Accnr

Plac

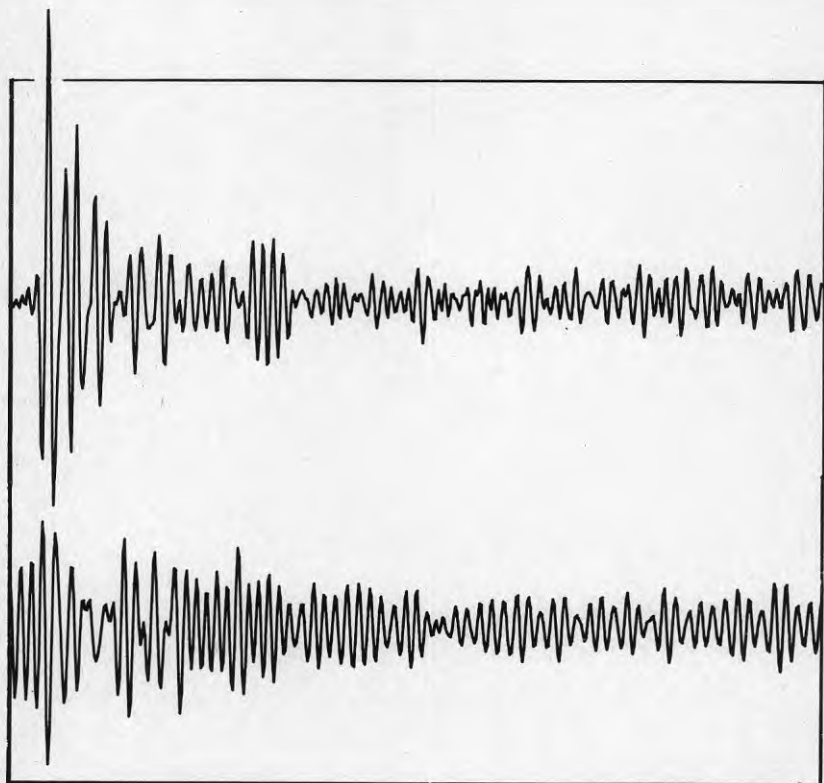
See

Byggeforskningsrådet

R86:1985

VIBRATIONERS TRANSMISSION FRÅN UNDERGRUND TILL BYGGNAD

Bo Westerberg m fl



Denna rapport hänför sig till forskningsanslag 760847-9 från Statens råd för byggnadsforskning till AB Jacobson & Widmark, Lidingö.

I Byggforskningsrådets rapportserie redovisar forskaren sitt
anslagsprojekt. Publiceringen innebär inte att rådet tagit
ställning till åsikter, slutsatser och resultat.

R86:1985

ISBN 91-540-4424-3

Statens råd för byggnadsforskning, Stockholm

Förord

Den undersökning som här rapporteras har utförts 1981-1983 av IFM-Akustikbyrå och AB Jacobson & Widmark, och har bekostats genom anslag 760847-9 från Statens Råd för Byggnadsforskning. Undersökningen utgör en fortsättning på den pilotundersökning som gjordes 1977-1978.

I projektet har följande personer medverkat:

Sven-Erik Beigler (SSI, tidigare J&W), Ove Bennerhult (Akustikbyrå), Laszlo Gereben (J&W; har på grund av utlandsuppdrag endast kunnat medverka i början av projektet), Hans Rydström (J&W), Bo Westerberg (J&W, projektledare), Adam Zdunek (Akustikbyrå) samt Per Åhlund (genom examensarbete vid KTH utfört på Akustikbyrå).

SAMMANFATTNING

Rapporten behandlar en experimentell och teoretisk studie av vibrationers överföring från undergrund till byggnad.

Den experimentella delen omfattar excitering och mätning av vibrationer vid fyra olika byggnader. Excitering har åstadkommit med en fallvikt ca 10 m utanför byggnaden. Resulterande vibrationer har uppmätts i mark och i byggnad. Signaler från sju olika givare och/eller mätriktningar har samtidigt registrerats på en bandspelare. I några fall har vibrationer även exciterats inuti byggnaderna. Vid varje byggnad har ett flertal mätserier genomförts, med olika exciteringspunkter och olika givarplaceringar.

Byggnaderna har varit av typ enplans hallbyggnad med platta på mark. I ett fall, där undergrunden utgjordes av lera, var plattan pålad. I övriga fall var undergrunden friktionsjord av olika karaktär. Mätobjekten utvaldes med hänsyn till undergrund, tillgång till grundundersökningar, geografiskt läge, praktiska möjligheter att mäta med hänsyn till verksamheten samt möjligheterna att åstadkomma vibrationer i marken på lämpligt avstånd.

Mätresultaten har bearbetats så att tidsförlopp och fourierspektra kunnat uppvisas. I rapporten redovisas ett antal sådana från varje byggnad.

Den teoretiska delen av undersökningen har omfattat studium av generella beräkningsmodeller med vars hjälp vibrationsöverföring från undergrund till byggnad skulle kunna beräknas. En semi-analytisk modell beskrivs i rapporten, men för beräkningar har endast en FEM-modell använts. För detta ändamål vidareutvecklades ett i litteraturen tillgängligt program. Med detta program har beräkningar genomförts för ett av mätobjekten, för direkt jämförelse med uppmätta vibrationer. Överensstämmelsen blir i vissa avseenden god, i andra mindre god. Svårigheten ligger bl a i att välja lämpliga materialparametrar för beräkningsmodellen, speciellt för undergrunden. Programmet ger dock stora möjligheter att studera inverkan av olika parametrar.

Inom den teoretiska delen av undersökningen har även gjorts beräkningar av lägsta egenfrekvensen hos en platta på mark, enligt en starkt förenklad beräkningsmodell. Dessa beräkningar visar mycket god överensstämmelse med uppmätta värden.

Detta projekt utgör en fortsättning av ett pilotprojekt, som genomfördes 1977-1978, och som rapporterats i delrapport 1 från projektet.

INNEHÅLL

1.	INLEDNING	1
2.	MÄTOBJEKT	7
2.1	Allmänt	7
2.2	Presentation av mätobjekt	8
3.	MÄTNINGAR	14
3.1	Utrustning	14
	3.11 Vibrationskällor	14
	3.12 Mätutrustning	14
3.2	Mätningarnas omfattning	17
3.3	Mät- och exciteringspunkter i resp byggnad	19
3.4	Signalanalys	24
3.5	Exempel på mätresultat	25
3.6	Kommentarer till mätresultat	30
4.	BERÄKNINGAR	33
4.1	Allmänt	33
4.2	Beräkningsmodeller	34
	4.21 Analytisk modell	34
	4.22 Finit-element-modell	35
4.3	Beräkningar med FEM-modell	36
	4.31 Beräkningsobjekt	36
	4.32 Materialparametrar	36
	4.33 FEM-modell för aktuellt objekt	36
	4.34 Disussion av FEM-modell	43

4.4	Genomförda beräkningar	44
4.41	Körning 1	44
4.411	Förutsättningar	44
4.412	Vibrationsförloppens utseende	44
4.413	Gånghastighet och frekvensomvandling	48
4.414	Amplituder	50
4.415	Slutsatser	51
4.42 - 4.49	Körning 2-9 (disposition som 4.41)	52
4.4.10	Sammanfattning av samtliga körningar	74
4.4.10.1	Sammanställning av resultat	74
4.4.10.2	Avslutande synpunkter	75
4.5	Förenklad modell för approximativ beräkningar av lägsta egenfrekvensen hos platta på mark	77
4.51	Beräkningsmodell	77
4.52	Platta på fast lagrad morän	78
4.53	Platta på delvis löst lagrad sand	80
4.54	Diskussion	83
	LITTERATUR	84
	<u>BILAGOR</u>	
B1	TIDSFÖRLOPP	85
	Mätresultat från samtliga objekt	
B2	FOURIER-SPEKTRA	98
	Mätresultat från samtliga objekt	

B3	FÖRSLAG TILL SEMI-ANALYTISK MODELL FÖR VIBRATIONSFORTPLANTNING MELLAN UNDERGRUND OCH BYGGNAD	114
B3.1	Allmänt	114
B3.2	Metodens huvuddrag	115
B3.3	Beräkning av harmoniska vågutbredningsnoder och vågtal	116
B3.31	Grundläggande samband och begrepp	116
B3.32	Diskretisering av undergrunden i djupled	120
B3.33	Lösning av egenvärdesproblemet	124
B3.34	Dynamiska styvhetsmatriser för undergrunden	126
B4	DATORPROGRAM BASERAT PÅ FINIT-ELEMENT-METOD	127
B4.1	Allmänt	127
B4.2	Beskrivning av programmet	128
B4.21	Programstrukturen	129
B4.22	Implicit och explicit metod	130
B4.23	Hughes & Lien's tidsintegrationsmodell	130
B4.24	Algoritmen	131
B4.25	Newton Raphsons standard och modifierade metod	133
B4.26	Geometrisk icke-linearitet	133
B4.27	Elastisk plastisk icke-linearitet, 4 modeller	133
B4.28	Fyra-, åtta- och nionodiga element	133
B4.29	Belastningar i tid och rum	134
B4.2.10	Rayleigh-dämpning	134
B4.2.11	Koncentrerade dämpare	135
B4.3	Elementnätutformning. Rekommendationer	136

1. INLEDNING

Vibrationer kan uppträda i en byggnad av olika anledningar. De kan alstras inom själva byggnaden, t ex av fläktar och andra maskiner, men de kan också överföras till byggnaden från omgivningen. Där kan de i sin tur orsakas av väg- och järnvägstrafik, industriell verksamhet, markarbeten av typ sprängning, spontslagning, pålning, packning m m för att nämna de vanligaste exemplen. (Vibrationer i samband med jordbävningar är vanligen av en annan karaktär och svårighetsgrad, och omfattas inte av denna undersökning).

Vibrationerna kan vara störande eller skadliga på flera sätt. De kan uppfattas som besvärande av personer som vistas i byggnaden, de kan vara skadliga för eller störa funktionen hos känslig apparatur, t ex datorer som i vissa delar är mycket känsliga för mekaniska störningar, och de kan slutligen ge skador på själva byggnaden.

För att undvika dylika olägenheter är det naturligtvis önskvärt att kunna beakta vibrationer på ett så tidigt stadium som möjligt, såsom vid projektering av byggnader, maskinfundament, trafikleder m m liksom vid planering av sprängning, spontning, pålning, packning och andra vibrationsalstrande arbeten.

Vid projektering av en byggnad nära en väg eller järnväg kan man mäta vibrationer i marken på platsen för den tilltänkta byggnaden. Vilka vibrationer som alstras direkt vid källan, och hur dessa sedan överförs i marken till den aktuella platsen, kan i detta fall vara ointressant. Däremot vore det önskvärt att utifrån kända vibrationer i marken kunna beräkna vilka vibrationer som överförs till olika delar av den planerade byggnaden, för att vid behov kunna anpassa byggnadens konstruktion eller vidta andra åtgärder för att minska vibrationerna till acceptabla nivåer.

Vid projektering av en trafikled nära befintlig bebyggelse är det önskvärt att på förhand kunna bedöma de vibrationer som alstras, som funktion av trafikens art, vägens konstruktion och markens beskaffenhet. Sedan skulle man även behöva beräkna vibrationernas överföring i marken från störningskällan fram till bebyggelsen, samt överföringen från marken till byggnadernas grundkonstruktion och vidare till olika byggnadsdelar, för att vid behov kunna ändra vägens konstruktion, välja en annan sträckning eller vidta andra åtgärder så att vibrationerna i byggnaderna inte väntas överstiga accepterade värden.

Vid sprängning eller andra vibrationsalstrande arbeten, jfr ovan, gäller det att anpassa laddningars storlek, arbetsmetoder,

maskinell utrustning m m med hänsyn till skador och störningar i omgivande bebyggelse. Idealet vore här att man på förhand kunde beräkna vibrationerna i en given byggnad, på grund av t ex en sprängladdning av viss storlek på visst avstånd från byggnaden, och planera arbetet med ledning därav. För detta skulle fordras att man kan kvantifiera störningen vid källan som funktion av sprängladdningens vikt (eller andra parametrar beroende på typ av arbete) och markens beskaffenhet, vidare beräkna överföringen av vibrationer i marken från källan till byggnadens undergrund och vidare inom byggnaden.

I de ovan skisserade fallen kan man urskilja ett antal delproblem:

- a) Vilka vibrationer som alstras av en given vibrationskälla vid givna förutsättningar ifråga om markens beskaffenhet m m
- b) Vilka vibrationer som överförs i marken från källan till en given punkt, t ex en byggnads undergrund
- c) Vilka vibrationer som överförs från undergrunden till en byggnads grundkonstruktion
- d) Vilka vibrationer som överförs från grundkonstruktionen till någon annan del av byggnaden
- e) Vilka vibrationer som kan accepteras med hänsyn till olägenhet för människor, störning av känslig apparatur samt skador på byggnader

I ovanstående kunskapskedja är länkarna av varierande styrka. Man kan inte heller alltid skarpt avgränsa dem från varandra. Gränsen mellan a) och b) är t ex svår att definiera eftersom vibrationerna vid källan (a) bl a bestäms av egenskaperna hos den mark som sedan fortplantar vibrationerna (b). Gränsen mellan c) och d) kan inte heller alltid vara helt skarp, eftersom vibrationerna (responser) hos grundkonstruktionen kan påverkas av den byggnadsstomme som uppbärs. Man kan även tänka sig att uppmätta vibrationer i marken i vissa fall kan vara påverkade av närheten till en byggnad, t ex genom reflexion och liknande fenomen, vilket skulle göra gränsen mellan b) och c) oklar. Trots sådana gränsdragningsproblem är det ändå nyttigt att strukturera problemet på detta sätt. En sammanställning av kunskaperna inom de olika områdena kan man finna t ex i en rapport utgiven 1976 av IFM-Akustikbyrån, på vilkendet följande väsentligen är baserat. Här ges i huvudsak endast allmänna synpunkter, och för detaljer hänvisas till rapporten och den litteratur som där åberopas.

När det gäller a) finns mätvärden för vibrationer orsakade av t ex sprängning, vägtrafik, järnvägstrafik, pålning och vibrovält. Eftersom delproblem a) är svårt att renodla i dessa fall blir det en kombination av a) och b), där man mäter vibrationer på olika avstånd från källan. Metoder att teoretiskt beräkna olika karakteristika för vibrationer från en viss typ av källa tycks f n endast finnas för sprängning, där empiriska samband tagits fram. För övriga källor kan man endast få ut grova riktvärden ur mätresultaten.

Inom delproblem b) finns enligt ovan en del mätvärden för aktuella typer av vibrationer. Betydligt större kunskaper finns inom seismologin, dvs ifråga om jordbävningssvågor och deras utbredning. Här har man också med framgång kunnat tillämpa etablerade teorier om vågutbredning i elastiska medier.

Tyvännär kan dessa kunskaper inte utan vidare tillämpas när det gäller den aktuella typen av markvibrationer, trots att de grundläggande principerna för vågutbredning är desamma. Vibrationer i samband med jordbävningar har frekvenser huvudsakligen inom området 0,5-5 Hz, vilket med aktuella utbredningshastigheter svarar mot våglängder på några hundratal meter till några kilometer. Lokala variationer i markens egenskaper får därigenom liten betydelse och det blir istället genomsnittliga egenskaper inom stora volymer som bestämmer vågutbredningen. Markvibrationer i samband med sprängning, trafik etc. har däremot sitt huvudsakliga energiinnehåll vid högre frekvenser, vanligen högre än 10 Hz, och våglängderna ligger i allmänhet inom området en halv meter till några tiotal meter. Detta innebär att lokala variationer i markens egenskaper får en helt annan betydelse; fenomen som reflexion och refraktion vid gränsen mellan olika skikt kan få dominerande inverkan på vibrationerna i en punkt på visst avstånd från en vibrationskälla. Empiriska metoder blir därigenom mycket osäkra, men för att använda mer avancerade beräkningsmetoder fordras å andra sidan en detaljerad kännedom om markens egenskaper och hur dessa varierar inom det aktuella området, både på längden och på djupet. För att kunna göra tillförlitliga beräkningar skulle således fordras omfattande mätningar avseende dynamiska egenskaper hos marken, t ex i ett område mellan en tilltänkt byggnad och en vibrationskälla som kan ligga något tiotal till hundratal meter bort. Sådana mätningar ingår inte i normala grundundersökningar, där man i första hand är ute efter andra egenskaper, dessutom under byggnaden.

Delproblem c) utgör en mycket svag länk i kunskapskedjan. Här saknas såväl beräkningsmetoder som empiriskt underlag inom aktuella frekvens- och våglängdsområden. Inte heller i detta fall kan man utan vidare tillämpa kunskaper från jordbävningss-

området. Eftersom våglängden hos markrörelserna där vanligen är större än byggnadernas mått kan det vara berättigat att anta att hela grundkonstruktionen rör sig som en stel kropp i fas med markens rörelser. Överföringen av markens rörelser till grundkonstruktionen utgör då inget större problem. Vid markvibrationer med våglängder som är mindre än byggnadens mått blir förhållandena betydligt mer komplicerade, då olika delar av grundkonstruktionen kommer att påverkas av rörelser i marken som kan ha olika fas och riktning. De vibrationer som överförs till grunden och vidare i byggnaden blir beroende av ett komplicerat samspel mellan undergrunden, grundkonstruktionen och mer eller mindre även byggnaden i övrigt.

Inom delproblem d) finns både enkla och avancerade beräkningsmetoder för dynamisk analys av mer eller mindre komplicerade strukturer. Analys av byggnadskonstruktioner med avseende på inverkan av t ex jordbävning och andra naturfenomen som t ex vind möter således normalt inga större hinder. Återigen måste man dock konstatera att detta gäller lågfrekventa vibrationer, med frekvenser av samma storleksordning som de lägsta egenfrekvenserna hos vanliga byggnadsstommar. Vid högre frekvenser uppträder mer komplicerade svängningsformer, och de ovan åsyftade beräkningsmetoderna blir inte längre lika användbara. Dessutom blir det nu svårare att efterlikna en byggnads verkliga egenskaper i erforderlig utsträckning, t ex ifråga om kopplingen mellan olika stomkomponenter, inverkan av icke bärande byggnadsdelar etc, då sådana "detaljer" torde ha större inverkan vid höga frekvenser. Det finns andra metoder, baserade på mätning av impedanser eller admittanser för transmission av stomljud, se t ex Gadefelt m fl (1974). Sådana metoder synes dock hittills mest studerade inom högre frekvensområden, som endast delvis berör de frekvenser som är aktuella för markvibrationer.

Delproblem e), slutligen, har studerats ingående vad gäller inverkan på människor, där det även finns internationella och nationella normer eller rekommendationer med gränsvärden för vad som kan accepteras i olika fall, vidare vad gäller skador på byggnader, där dock i huvudsak endast grova riktvärden kunnat anges, med i många fall mycket stora säkerhetsmarginaler. I det senare fallet finns, åtminstone teoretiskt, även en möjlighet att med utgångspunkt från materialens hållfasthets- och deformationsegenskaper beräkna vilka vibrationer en viss byggnadsdel bör tåla utan att skadas. När det gäller störning av olika apparaters funktion finns däremot mycket lite material publicerat och det är oftast svårt att få uppgifter om tillåtna vibrationsnivåer från tillverkare.

Av ovanstående genomgång framgår, att kunskapsbrister finns inom hela kedjan a) till e), men vissa brister är mer besvärande än andra. Vad gäller a) och b), som ofta måste ses i ett

sammanhang, så kan man i många fall gå helt förbi dem, nämligen i de fall man direkt kan mäta vibrationerna i marken på det aktuella stället, såsom vid projektering av en byggnad nära en befintlig vibrationskälla. Om det istället är vibrationskällan som är på planeringsstadiet, t ex vid sprängning, så går detta naturligtvis inte, men man famlar ändå inte helt i mörkret som framgått tidigare; det finns erfarenhetsvärden, och för svåra fall vissa möjligheter till beräkning. Detta kan även sägas om d), och ifråga om e) finns som vi nyss sett en hel del underlag.

Den största kunskapsbristen synes råda inom delproblem c), överföring av vibrationer från undergrund till byggnad, vilket också är ämnet för föreliggande undersökning. Ambitionerna har inte varit att "lösa" detta problem, utan långt blygsammare; i bästa fall att fylla några av de kunskapsluckor som finns. (Ambitionsnivån har också fått sänkas i förhållande till de ursprungliga planerna, då endast en del av det sökta anslaget beviljats, och då projektet av olika skäl blivit förskjutet i tiden så att det anslagna beloppet minskat i värde).

Med hänsyn till problemets komplexa natur har studierna i första hand inriktats på enkla byggnader, i de flesta fall enplans hallbyggnader med betongplatta på mark. Med avseende på undergrunden eftersträvades att välja mätobjekt med enkel och väl definierad, men sinsemellan olika undergrund. (Detta mål visade sig dock svårt att nå inom tillgängliga ramar, eftersom antalet mätobjekt blev starkt begränsat, och eftersom även andra hänsyn måste tas vid val av mätobjekt, såsom geografiskt läge, tillgänglighet för mätning m m).

Vibrationer i marken har åstadkommit genom kortvarig impuls-excitering på visst avstånd från byggnaden, företrädesvis med hjälp av fallvikt (i det i förordet omnämnda pilotprojektet användes dock även sprängladdningar, och utvärdering är där i huvudsak koncentrerad på sprängförsöken). Resultaterande vibrationer har sedan mätts dels i marken utanför byggnaden, dels på olika ställen inuti byggnaden, i huvudsak på betongplattan. Avsikten har varit att mäta de till grundkonstruktionen överförda vibrationerna för att kunna relatera dem direkt till de samtidigt uppmätta vibrationerna i marken omedelbart utanför byggnaden.

Mätvärden från sammanlagt sju olika mätpunkter och/eller mätriktningar har samtidigt registrerats i en bandspelare, för att sedan bearbetas på olika sätt i dator, t ex för uppritning av vibrationernas tidsförlopp (som anger t ex svängningshastighetens variation i tiden) och Fourier-spektra (som anger vibrationsenergens fördelning på olika frekvenser). Som komplement

till mätningarna och bearbetningen av mätresultaten har även gjorts teoretiska beräkningar, dels enligt en tvådimensionell FEM-modell, dels enligt en mycket förenklad modell. Det FEM-program som använts har sammanställts och utvecklats speciellt för projektet och inom ramen för ett examensarbete vid KTH. Programmet beskrivs i rapporten och kommer fortsättningsvis att finnas vid J&W:s datacentral. Programmet är i sig ett viktigt resultat av projektet. Av tids- och kostnadsskäl har jämförelser mellan beräknade och uppmätta vibrationer endast kunnat göras i mycket begränsad omfattning.

2. MÄTOBJEKT

2.1 Allmänt

Som mätobjekt har eftersträvats ett antal enplans hallbyggnader med betongplatta på mark, representerande olika undergrund såsom t ex lera, mo, sand, morän, berg. Vid val av mätobjekt har även beaktats tillgång till grundundersökningar, geografiskt läge, praktiska möjligheter att mäta med hänsyn till verksamheten i lokalerna samt möjligheterna att åstadkomma vibrationer i marken på lämpligt avstånd från byggnaden. Antalet mätobjekt begränsades av ekonomiska skäl till fyra.

Ur en lista på 31 tänkbara objekt utvaldes följande objekt:

1. Renold Svenska AB (kv. Borg, Kista, Stockholm)
2. Berkel AB (kv. Stensätra nr 18, Sätra, Stockholm)
3. Wikman & Malmkjell AB, Täby
4. AGB lager, Täby

Dessa representerar följande typer av undergrund

1. Sand
2. Lera
3. Morän och berg
4. Morän och berg

Byggnaderna, åtminstone de delar där mätningar gjorts, är med ett undantag enplans hallbyggnader med kantförstyvad bott-enplatta. I objekt 3 gjordes mätningar i en souterrängdel.

2.2 Presentation av mätobjekt

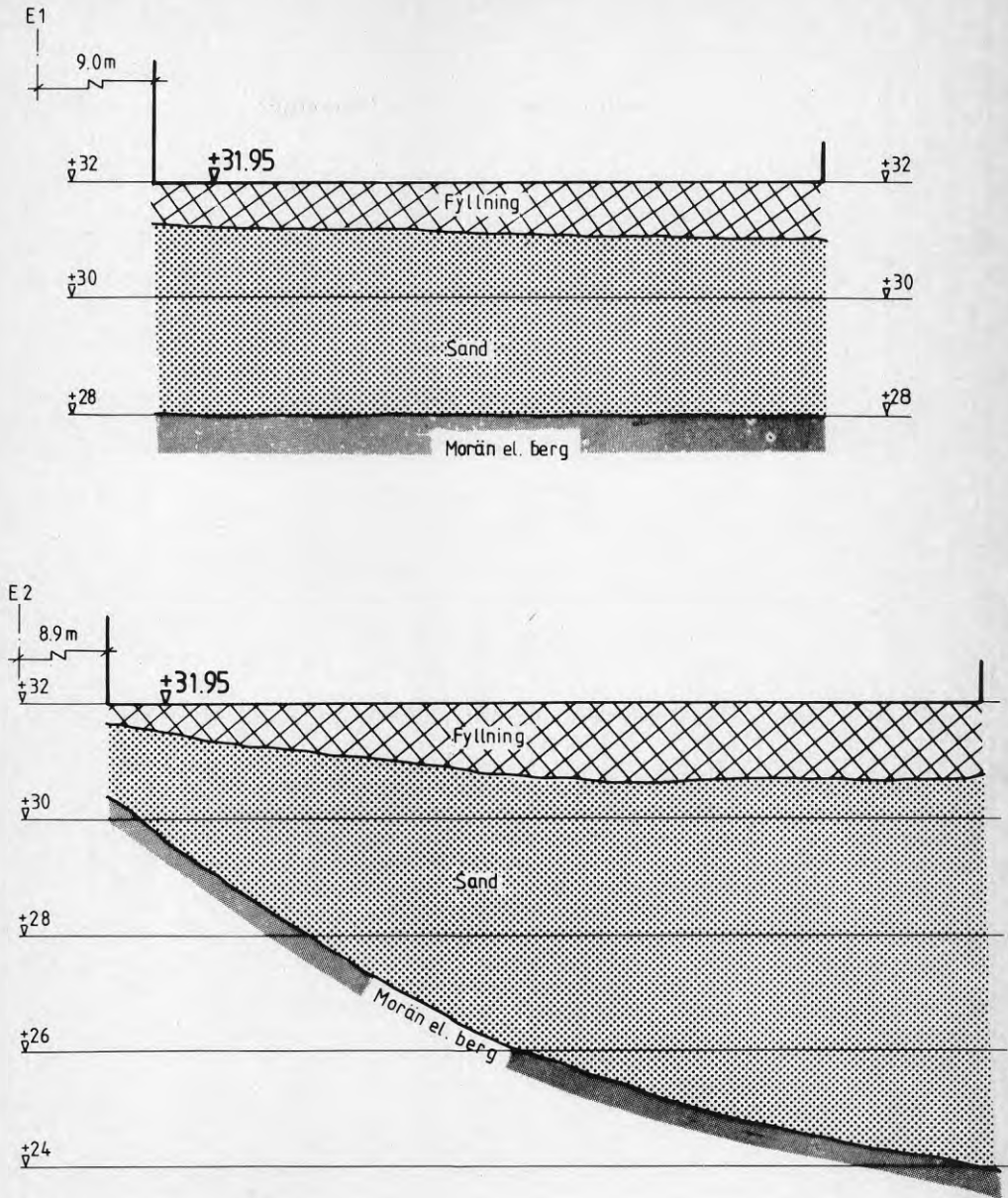
2.21 Svenska Renold AB

Den studerade byggnaden är en lagerhall med planmått 24 x 30 m uppförd i ett plan. Överbyggnaden består av balkar och pelare i stål. Pelardelningen är 6 x 24 m. Grundkonstruktionen är en kantförstyvad betongplatta på mark, 150 mm tjock och försedd med nätarmering, \emptyset 6 c 150 Ps 50 placerad 50 mm från överkant. Kantförstyvningen är 350 mm tjock och 1600 mm bred och armerad med 6 \emptyset 12 Ks 40 i uk och 9 \emptyset 12 i ök. Plattan vilar på 150 mm makadam.

De geotekniska förhållandena undersöktes 1976 av AB Jacobson & Widmark (arb.nr 76 81 10). Området har tidigare varit ett militärt övningsfält och där byggnaden uppförts har funnits ett stort antal grävda värm.

Marken under lagerbyggnaden består huvudsakligen av svallade sediment, mestadels sand med en mäktighet av 1-5 m ovan morän på berg. Sanden är omväxlande fast och löst lagrad och ställvis förekommer tunna skikt av kohesionsjord (silt och lera). Sandens mäktighet är minst vid den östra delen av byggnaden dvs vid den gavel där försöken utfördes.

Vid undersökningstillfället låg markytan på nivån +31 - +32. Färdigt golv i lagerbyggnaden ligger på nivån +31,95, vilket tyder på att marken är uppfylld. Den jord som bearbetats av militären avschaktades också före grundläggningen varför uppfyllnaden sannolikt är större än de 0 - 1 m som nivåskillnaderna ovan indikerar. Marksektioner visas i fig 2-1.



SKALA L:1:200, H:1:100

Fig 2-1 Marksektioner vid objekt Svenska Renold. Beteckningarna E1 och E2 avser exciteringspunkter med läge enligt fig 3-4.

2.22

Berkel AB

Den studerade byggnaden är en industribyggnad i en våning med planmåtten 35 x 60 m. Överbyggnaden består av balkar och pelare i betong. Pelardelningen är 7 x 15 m. Grundkonstruktionen är en stödpålad betongplatta 220 mm tjock med 30 mm skyddsbetong, försedd med sockelbalkar av betong, 800 mm höga och 250 mm breda. Inom den studerade delen är plattan pålad med 330 kN-pålar med en ungefärlig delning 5 x 3,5 m. Under varje stompelare finns två 450 kN-pålar plus ett 600 mm tjockt pålfundament. Pällängderna varierar mellan 4 och 9 m inom studerad byggnad. Betongplattan är rutarmerad med \emptyset 16 c 250 Ks 40 i uk och \emptyset 16 c 270 över pålar.

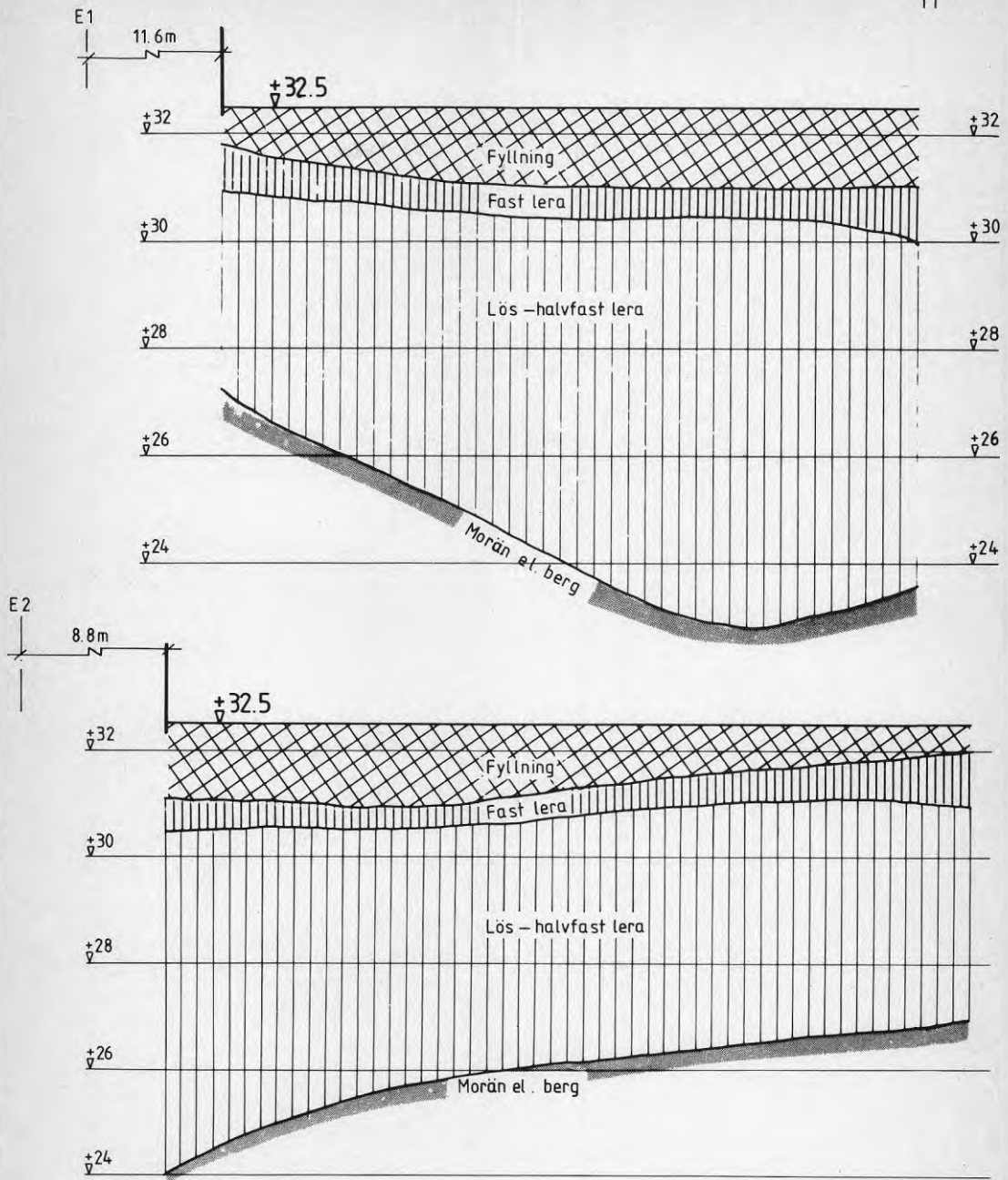
Markförhållandena undersöktes av AB Jacobson & Widmark 1976 (nr. 76 80 58). Byggnaden ligger inom ett lerområde där markförstärkning med vertikaldränering utfördes genom Stockholms fastighetskontor sommaren 1974. Syftet med vertikaldräneringen var att påskynda sättningsförloppet i leran för att få ut förväntade marksättningar innan området bebyggdes.

Vertikaldräneringen utfördes genom att plastdräner fördes ner i leran (c/c 1 m) och att en överlast av 1-3 m fyllning påfördes. 1976 avbröts sättningsförloppet genom att del av överlasten bortschaktades. Då hade 40-60 cm sättning uppmätts inom och i anslutning till tomten.

Före avschaktningen bestod marken under den del av byggnaden där försöken gjordes av 1,5-2,0 m fyllning (huvudsakligen sprängsten), 0,3 m grus (dränbädd), 6-7 m lera på morän eller berg.

Av leran var maximalt 1 m av torrskorpekaraktär. Under denna följer lös till halvfast lera med lägsta uppmätta skjuvhållfasthet på ca 15 kPa. Ställvis förekommer i leran grövre skikt av sand och silt. Marksektioner visas i fig 2-2.

Grundvattnets trycknivå i friktionsjorden under leran varierade under perioden 1974-76 mellan +30,5 och +31,5 dvs. ca 1 m under den naturliga markytan (före uppfyllningen).



SKALA L=1:400, H=1:100

Fig 2-2 Marksektioner vid objekt Berkel. Beteckningarna E1 och E2 avser exciteringspunkter med läge enligt fig 3-5.

2.23 Wikman & Malmkjell AB

Den studerade byggnaden är en kontors- och lagerbyggnad som inom den studerade delen har två våningar, en källarvåning och en våning över mark. Källarvåningen är utförd i platsgjuten betong medan övervåningen har en prefabricerad stomkonstruktion. Byggnaden är grundlagd på berg inom den aktuella delen. Källargolvet är 100 mm tjockt och armerat centriskt med ϕ 10 c 200 Ks 400. Under plattan skall finnas 200 mm makadam på berg. Pelare och väggskivor är grundlagda på grundsulor utbottnade i berg.

Vissa av mätpunkterna gränsar till den del av källargolvet där 60 mm mineralull RW 817 finns under golvet.

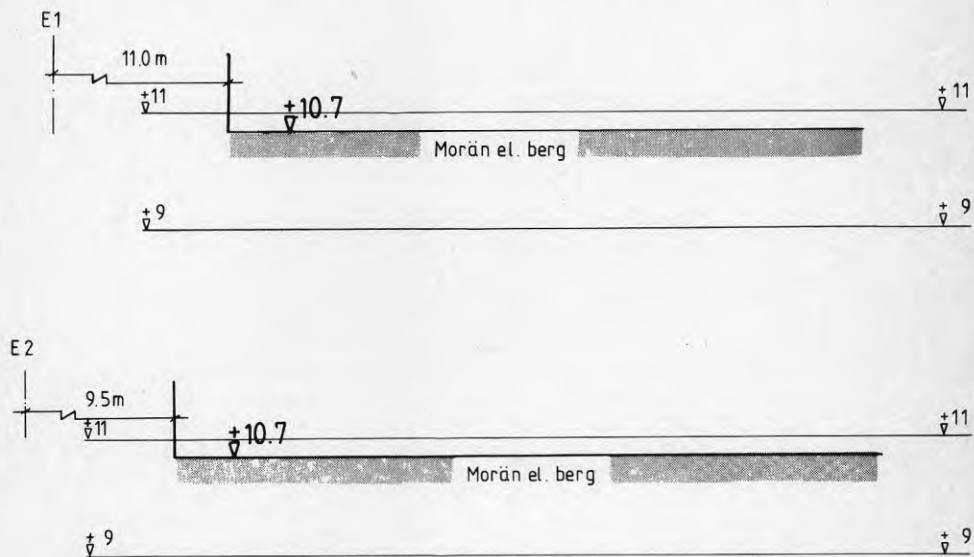
Markförhållandena undersöktes 1975 av AB Jacobson & Widmark (arbetsnr. 75 85 41).

Mätningarna gjordes i den sydöstra delen av byggnaden. Marken under den västra halvan av denna byggnadsdel utgörs av morän eller berg. Under den östra halvan överlagras friktionsjorden av maximalt 0,5 m lera (i sydöstra hörnet). Leran är siltig, sandig och genomgående torrskorpefast. Se fig 2-3.

2.24 AGB, Täby

Den studerade byggnaden är en lagerbyggnad i en våning med planmåtten 15 x 84 m. Överbyggnaden består av balkar och pelare i stål med pelardehningen 15 x 6 m. Grundkonstruktionen är en dubbelarmerad betongplatta 130 mm tjock och vilande på 150 mm dräneringsgrus. Trolig armering # ϕ 5 c 100 Ps 50. Utefter ytterväggarna finns på ena sidan en delvis motfylld stödmursvägg (200 mm tjock) och på den andra en kantförstyvning med dimensionen 600 x 500 (bredd x höjd).

För denna byggnad har någon undersökning av markförhållandena inte gått att finna. Enligt uppgift från en utredning (J&W arb.nr 75 81 63) för planerad bebyggelse inom samma tomt är byggnaden grundlagd med sulor på berg eller morän.



SKALA L=1:200, H=1:100

Fig 2-3 Marksektioner vid objekt Wikman & Malmkjell. Beteckningarna E1 och E2 avser exciteringspunkter med läge enligt fig 3-6.

3 MÄTNINGAR

3.1 Utrustning

3.11 Vibrationskällor

Excitering av vibrationer gjordes huvudsakligen utomhus, men vid några försöksserier alstrades också vibrationer på golvet inne i byggnaderna.

För excitering utomhus användes i samtliga försök fallvikt. Med en sk motorhejarbock hissades en vikt på 105 kg upp ca 2 m och fick falla fritt mot marken, se även fig 3-1. Där marken var asfaltbelagd användes ett mellanlägg av trä. Avståndet från exciteringspunkten till byggnadens fasad var normalt 8-10 m.

Som vibrationskälla vid excitering inomhus användes en lastpall med gods, vilken släpptes från 0,1-0,2 m höjd.

3.12 Mätutrustning

För mätningar i mark användes triaxiella geofoner, monterade på en kvadratisk platta med dimensionerna ca 0,25 x 0,25 m. För att säkerställa god koppling mellan mark och geofon avlägsnades markens ytskikt. Den erhållna gropens botten avjämnades med sand så att geofonplattan fick god anliggning varefter den övertäcktes med sand.

För mätningar i byggnaderna utnyttjades såväl geofoner som accelerometrar. För att fästa givarna användes stålbrickor som limmades till golvet och som var försedda med lämpliga fästhål för givarna. I vissa fall fästes accelerometrar med dubbelhäftande tape.

Givarsignalerna förstärktes i därför anpassade förstärkare varvid accelerometersignalerna samtidigt integrerades till hastighetsproportionella signaler.

Nedan ges en närmare specifikation av den använda mätutrustningen:

3 st triaxiella geofoner	Geo Space Corp HS1
3 st triaxiella geofoner	Geo Space Corp HS1
5 st accelerometrar	Brüel & Kjaer typ 8306
1 st 12-kanalig geofonförstärkare	J&W (BFR-proj. 720502-0)
5 st laddningsförstärkare	Brüel & Kjaer typ 2635
1 st FM-bandspelare	Racal 7DS

Signalerna från sju olika mätgivare samt en speciell triggefon spelades samtidigt in på en sjukanalig mätbandspelare. (För triggefonen användes bandspelarens talkanal.) Ett blockschema över mätutrustningen visas i fig 3-2.



Fig 3-1 Anordning för utvärdig vibrationsexcitering med fallvikt.

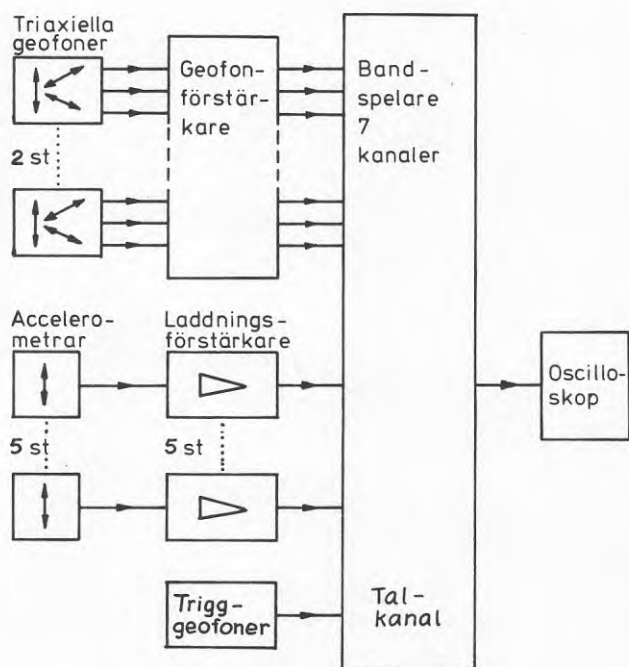


Fig 3-2 Schema över mätutrustning.

3.2 Mätningarnas omfattning

För varje byggnad utfördes mätningar med ett antal olika kombinationer av mätgivare och exciteringsplatser. För varje sådan kombination utfördes en mätserie omfattande ca 5 slag med fallvikten.

Av de sju tillgängliga mätkanalerna utnyttjades hela tiden tre för mätning i tre ortogonala riktningar i en punkt utanför byggnaden. De återstående fyra kanalerna utnyttjades för olika mätpunkter inne i byggnaden. Typiskt genomfördes i en byggnad ca 10 mätserier omfattande två olika exciteringspunkter och sammanlagt ett 15-tal mätpunkter inne i byggnaden (inom ramen för ett "mätfall" enligt 3.2 utfördes således i vissa fall flera mätserier med olika lägen för mätpunkterna). Dessutom utfördes mätningar med två givarpositioner i mark för bestämning av våghastigheter o dyl samt motsvarande med intern excitering.

I fig 3-3 redovisas sex olika kombinationer av givarplaceringar och mätriktningar. Mätningar genomfördes enligt dessa i tillämpliga delar på samtliga fyra mätobjekt med excitering både utanför byggnadens långsida och kortsida.

För de olika byggnaderna har gjorts en anpassning till de lokala förutsättningarna samt vissa tillägg och prioriteringar. I tabell 3-1 redovisas utförda mätfall.

Tabell 3-1. Genomförda mätfall enligt fig 3-3 för de olika byggnaderna. Med "m" avses en i förhållande till fig 3-3 något modifierad mätpunktsplacering.

Mätobjekt	Exciteringspunkt	Mätfall							
		0	1	2	3	4	5	extra	intern exc
Svenska Renold	E2 kortsida	x	x	x	x	-	x	x	x
	E1 långsida	-	x	m	m	-	x	-	x
Berkel	E1 kortsida	x	x	x	x	m	x	-	x
	E2 långsida	-	x	x	-	x	x	-	-
Wikman & Malmkjell	E2 kortsida	-	x	-	-	-	-	x	-
	E1 långsida	-	x	x	x	-	x	x	-
AGB	E2 kortsida	x	x	x	x	-	x	-	-
	E1 långsida 1	-	x	x	x	-	x	-	-
	E3 långsida 2	-	m	x	-	-	-	-	-

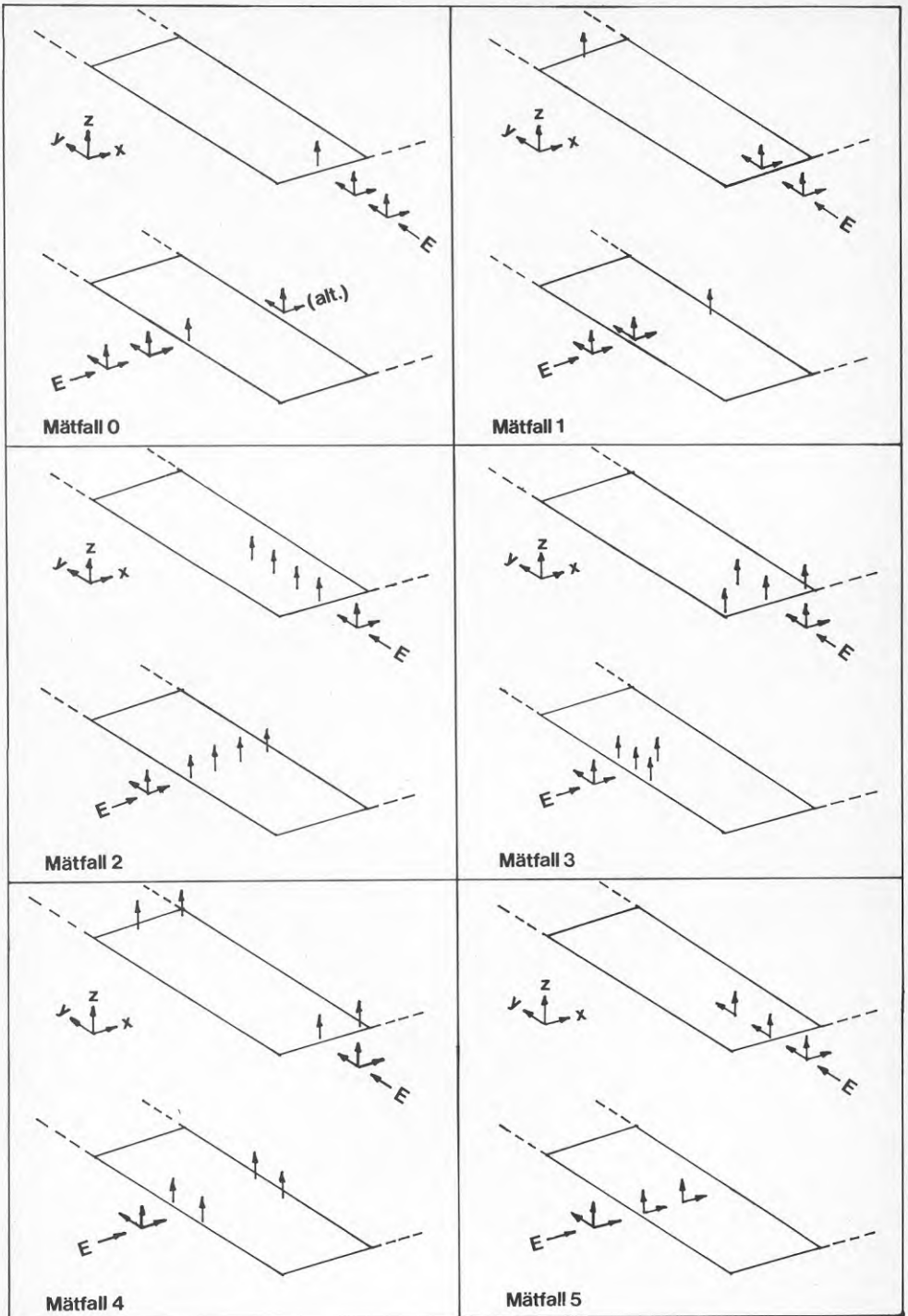


Fig 3-3 Principskiss av grundläggande mätfall. E → betecknar excitering, övriga pilar betecknar mätpunkter och mätriktningar. Mätfall med intern excitering är inte redovisade.

3.3 Mät- och exciteringspunkter i respektive byggnad

Samtliga utnyttjade mät- och exciteringspunkter i de olika byggnaderna redovisas i fig 3-4 till 3-7. Exciteringspunkterna är i figurerna betecknade E1-E3, mätpunkter i mark är betecknade 1-6 och mätpunkter i byggnad är betecknade med tal större än 10. Mät-punkter där två- eller treaxlig mätning utförts har i figurerna markerats med symbolen \oplus medan mätpunkter där endast vertikal mätning utförts har markerats o.

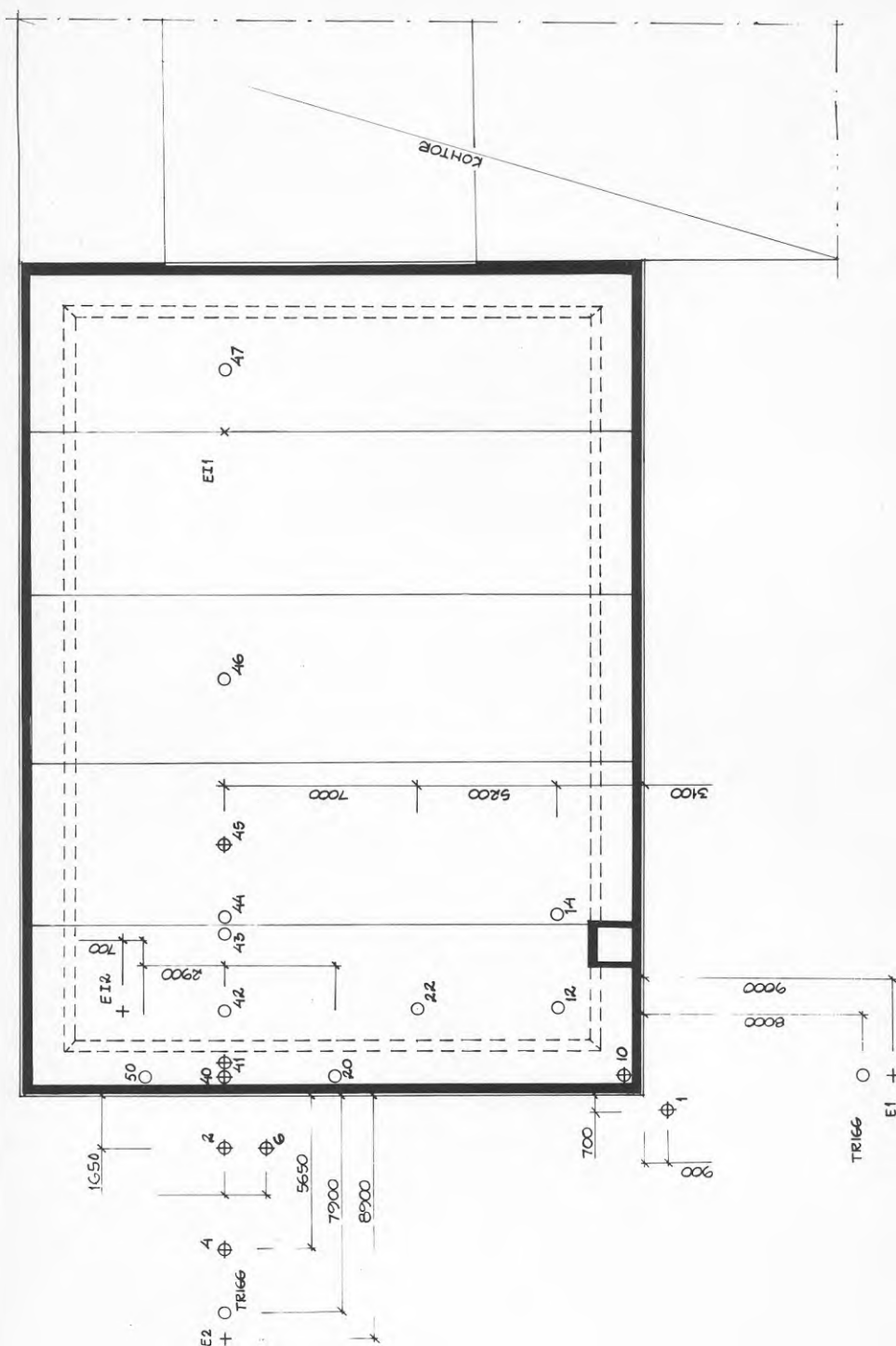


Fig 3-4 Mät- och exciteringspunkter i objekt Svenska Renold.
Skala 1:200

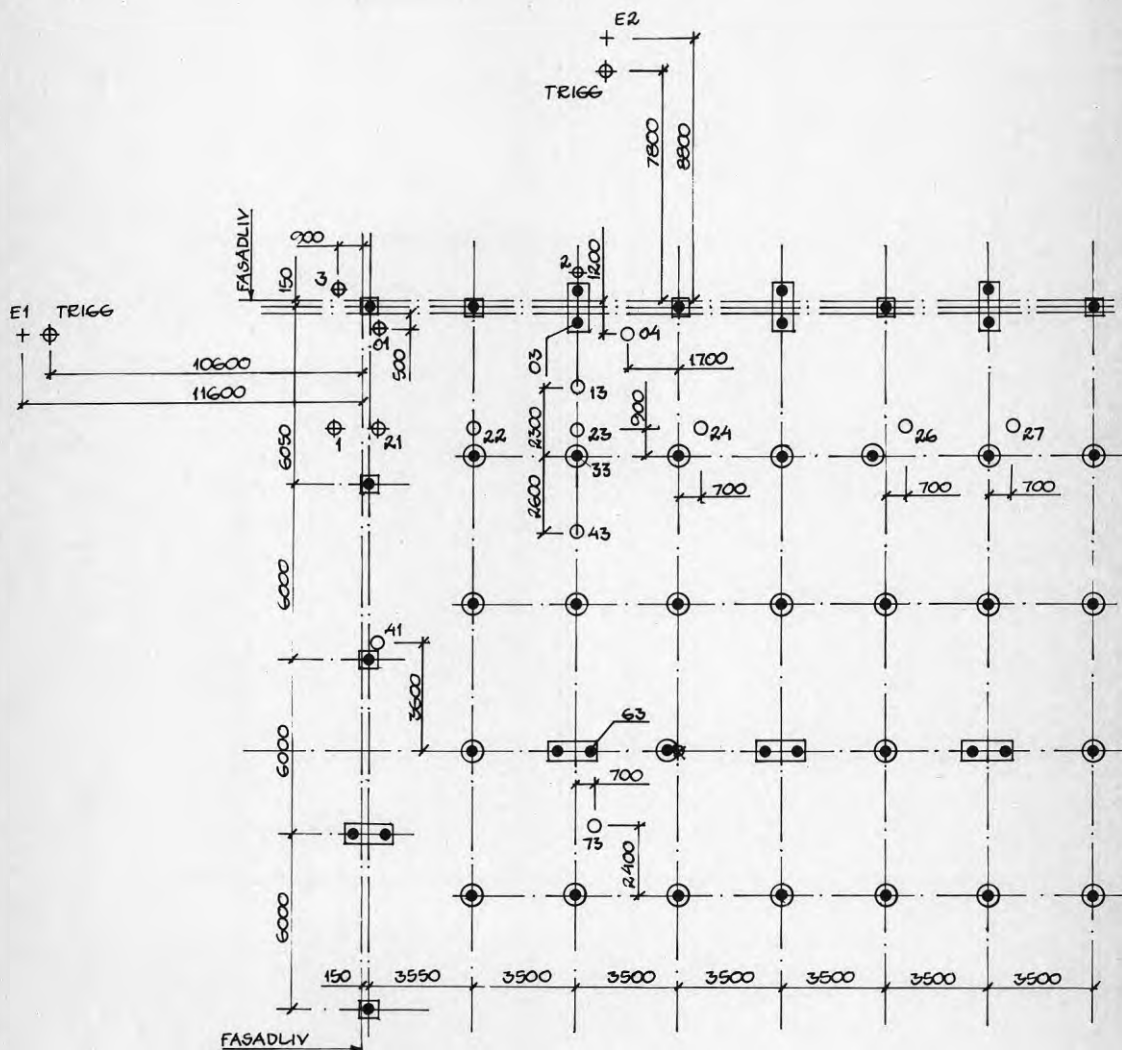


Fig 3-5 Mät- och exciteringspunkter i objekt Berkel. Figuren visar pälarnas läge efter inmätning. Skala 1:200

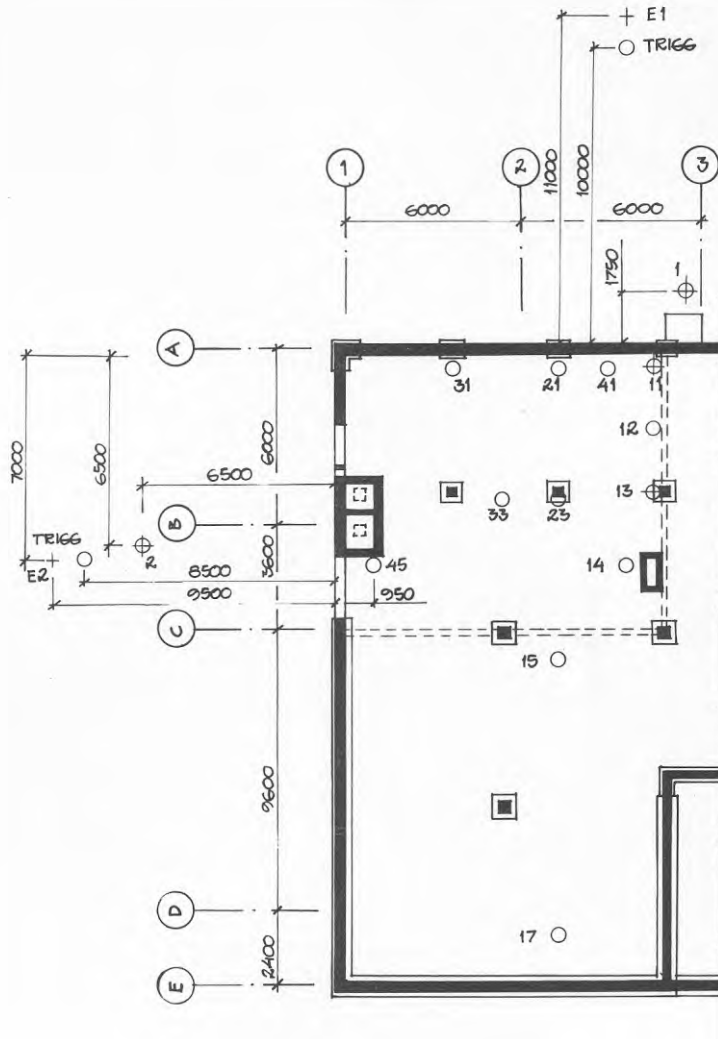


Fig 3-6 Mät- och exciteringspunkter i objekt Wikman & Malmkjell.
Skala 1:200

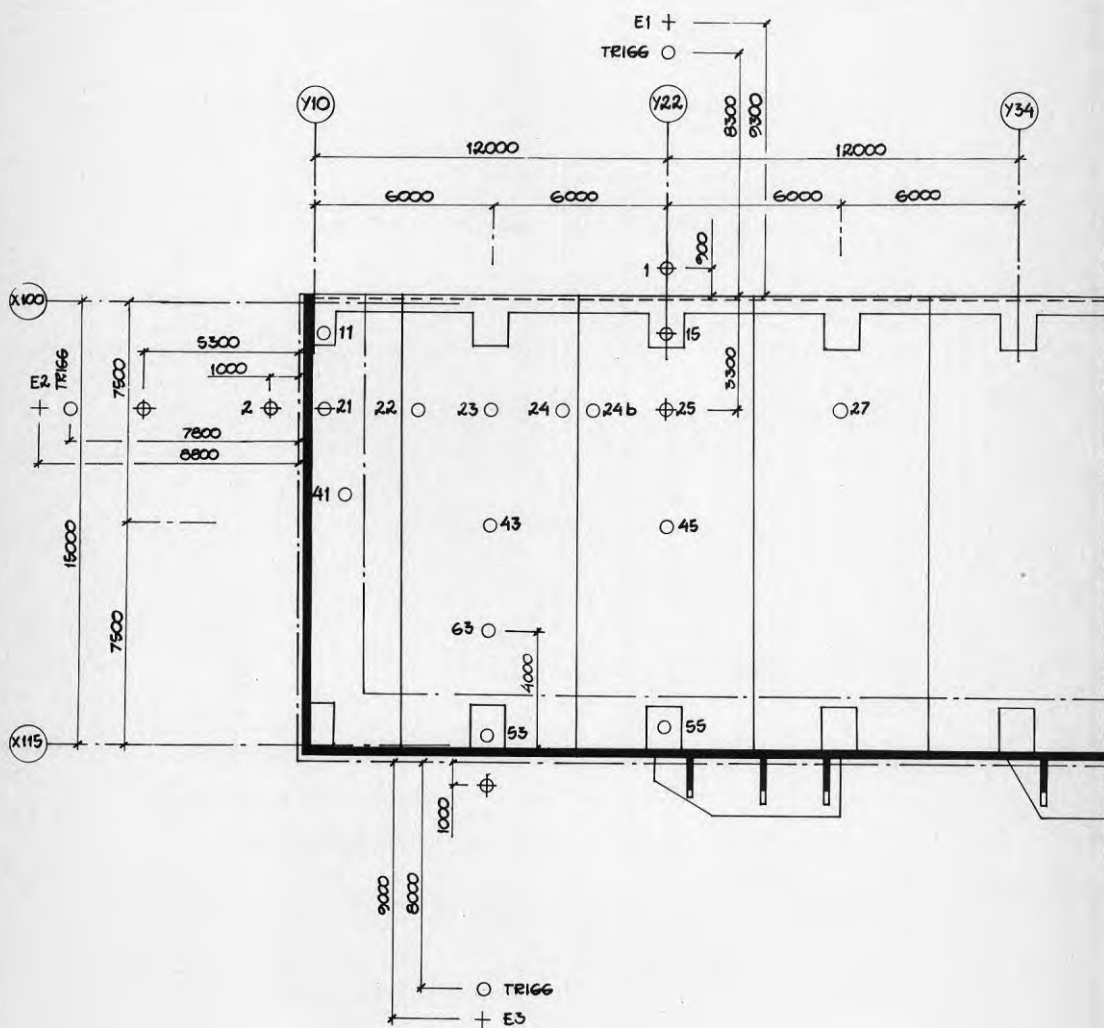


Fig 3-7 Mät- och exciteringspunkter i objekt AGB. Skala 1:200

3.4 Signalanalys

Första steget vid analys av mätresultaten var att tidsförloppen för samtliga signaler registrerades på en skrivare. Härigenom kunde störda eller på annat sätt misslyckade mätningar sorteras ut. De i 3.2 redovisade mätomgångarna omfattar endast återstående "lyckade" mätningar.

Fortsatt analys har utförts på en digital signalanalysator, Hewlett Packard typ 5420A, som samplar och digitaliserar de uppmätta tidsförloppen. Digitaliserade förlopp kan sedan analyseras vidare och presenteras på olika sätt.

Följande analyser har gjorts i denna undersökning:

- a) Plottning av tidsförlopp. Vibrationshastighet redovisas som funktion av tiden, se t ex fig 3-8 och 3-9 i avsnitt 3.5. Olika mätpunkter vid ett och samma mättillfälle har gemensam tidsreferens. För tidsförlopp med låg amplitud har tidsskalan expanderats.
- b) Frekvensanalys. Fourierspektrum beräknas för signaler med belopp normerade med avseende på bandbredd och analystid. Normering innebär att olika mätningar analyserade med olika bandbredd och med olika analystid kan jämföras. I några fall redovisas logaritmerade spektra uttryckta i dB relativt 1 m/s. Härvid gäller

$$L(f) = 10 \log |S(f)|^2 = 20 \log |S(f)|$$

där $L(f)$ är fourierspektrats belopp vid frekvens f , uttryckt i dB

$S(f)$ är fourierspektrats belopp vid frekvens f , uttryckt i nm/s (10^{-9} m/s)

Analysen har utförts i frekvensområdet 0-128 Hz.

Några exempel på fourierspektra visas i fig 3-10 och 3-11 i avsnitt 3.5. Ingen korrektion har gjorts för givarnas fallande frekvensrapport i lågfrekvensområdet.

För att öka överskådligheten har i vissa fall utförts en medelvärdesbildning i frekvensled, dvs värden inom frekvensband lika med 1/3-oktavband har summerats. Dessa spektra redovisas i logaritmisk form uttryckta i dB relativt 1 nm/s. Referensvärdet, 1 nm/s, har valts så att negativa nivåer undviks. Den logaritmiska skalan underlättar bedömningen av storleksrelationer. En skillnad mellan två spektra på 20 dB motsvarar sålunda en amplitudkvot på 10 oberoende av signalernas absolutvärde.

3.5 Exempel på mätresultat

I detta avsnitt presenteras ett urval av mätresultaten efter analys enligt 3.4. Ett större urval tidsförlopp och fourierspektra redovisas i bil. 1-2. Samtliga mätresultat är sparade på band. Ett stort antal resultat är också lagrade i digital form på ett sätt som underlättar en eventuell fortsatt analys.

I fig 3-8 och 3-9 redovisas tidsförlopp från objekt Svenska Renold, excitering vid byggnadens kortsida, punkt E2, 8,9 m från byggnadens vägg. Mätriktningarna betecknas V, vertikalt, L, longitudinellt dvs i vågens utbredningsriktning samt T, transversellt dvs vinkelrätt mot de två föregående.

I fig 3-8 redovisas treaxliga mätningar i två närbelägna mät-punkter. Den ena, mätpunkt 2, var placerad utanför byggnaden och den andra, mätpunkt 41, inne i byggnaden. Avståndet mellan mät-punkterna var ca 2 m.

I fig 3-9 redovisas mätningar i vertikal riktning i fyra punkter varav en, mätpunkt 2, var belägen utanför byggnaden och de andra var belägna 3-15 m in i byggnaden dvs på ca 5-17 m avstånd från mätpunkt 2, se även fig 3-6.

Motsvarande diagram för de övriga mätobjekten och exciterings-punkterna redovisas i bilaga 1.

Frekvensspektra för vissa av de tidsförlopp som redovisas i fig 3-8 och 3-9 återfinns i fig 3-10 och 3-11. Dessa fourierspektra har hög upplösning i frekvensled och som framgår av diagrammen ett mycket oregelbundet utseende, vilket bl a torde bero på resonanser i systemet byggnad-undergrund. För att underlätta tolkningen av frekvensspektra har därför utförts en medelvärdesbildning i frekvensled, se avsnitt 3.4. Ett antal 1/3-oktavbandspektra redovisas i bilaga 2. Omfattningen är ungefär densamma som för tidsförloppen i bilaga 1.

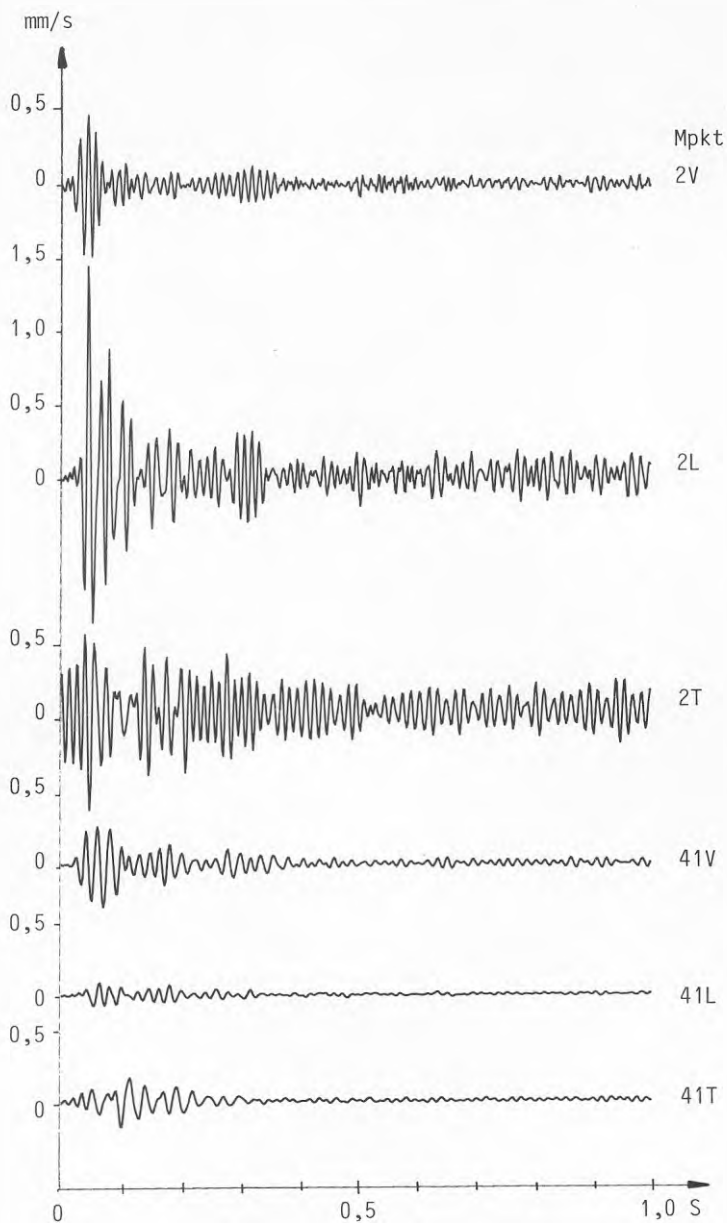


Fig 3-8 Vibrationshastighet i tre riktningar som funktion av tid. Objekt: Svenska Renold. Exciteringspunkt E2 utanför byggnadens kortsida, mätpunkt 2 i mark 1,65 m utanför yttervägg och 41 i byggnad ca 0,4 m innanför yttervägg, se fig 3-4.

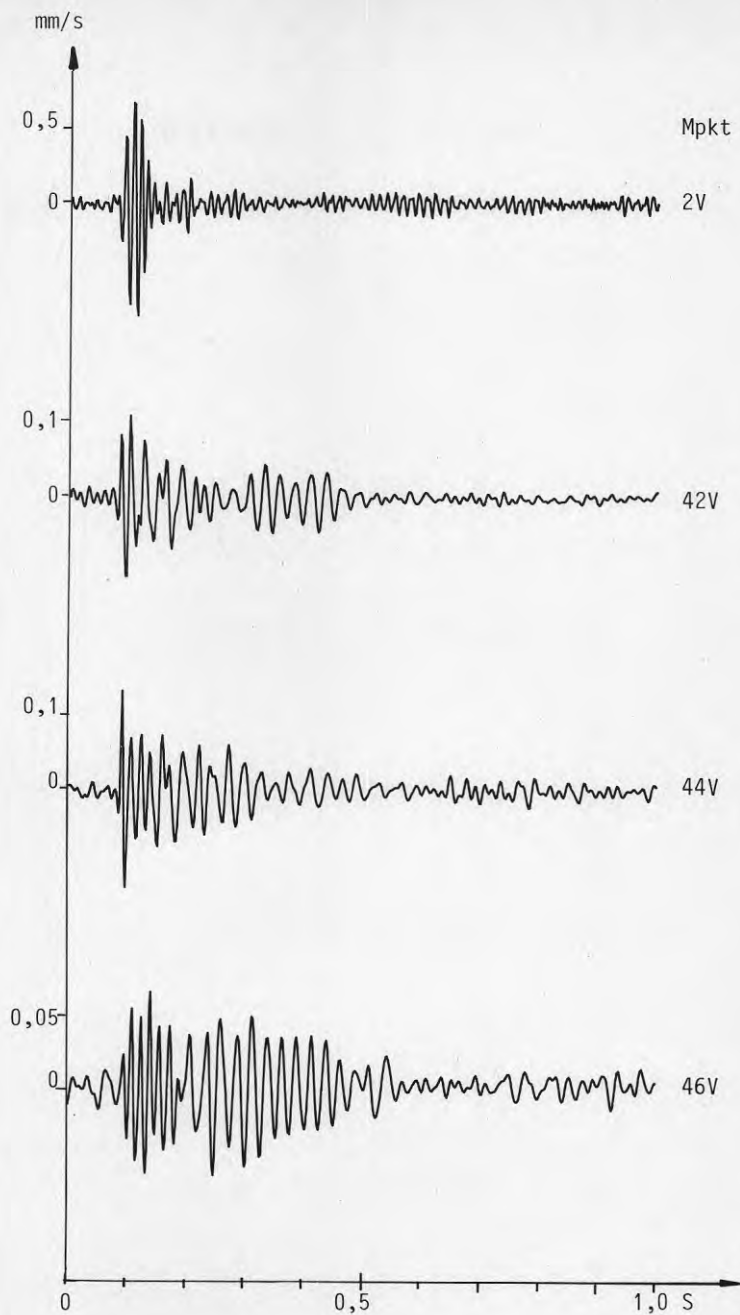


Fig 3-9 Vibrationshastighet i vertikal riktning som funktion av tid. Objekt: Svenska Renold. Exciteringspunkt E2, mätpunkt 2 utanför byggnad och 42-46 i byggnad 3-15 m från yttervägg, se fig 3-4.

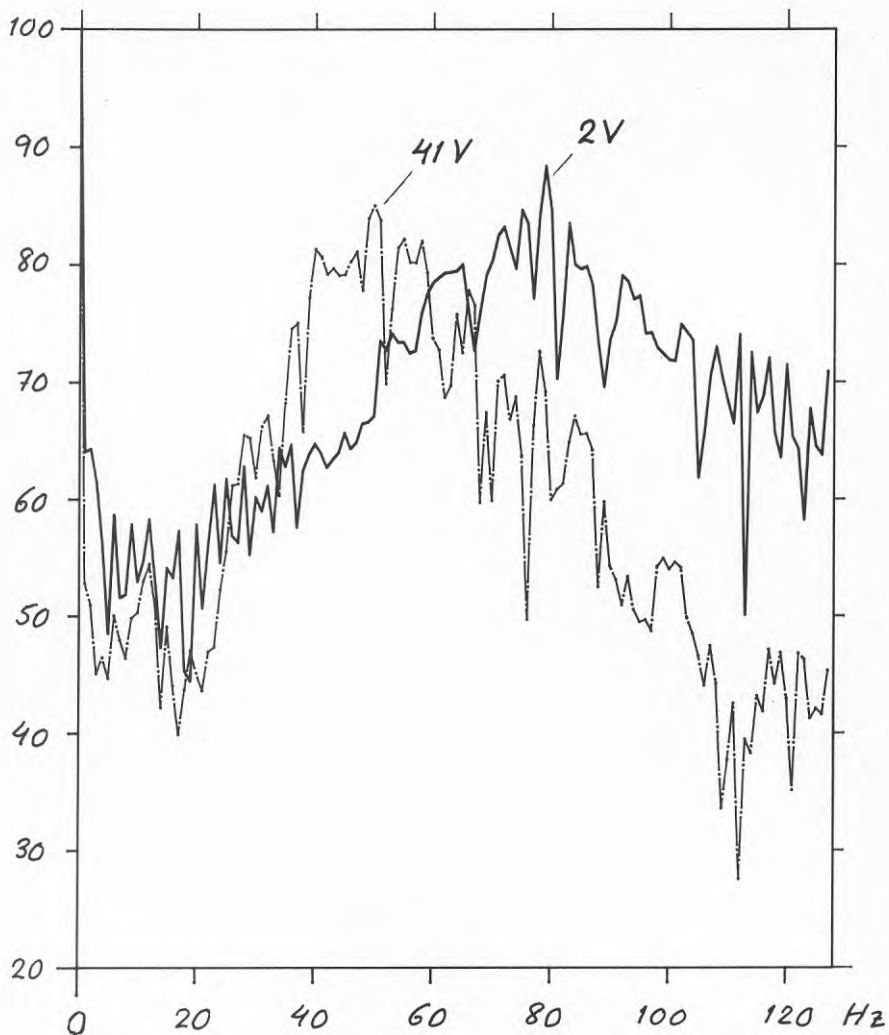


Fig 3-10 Fourierspektra för vibrationshastighet i vertikal riktning uttryckt i dB relativt 1 nm/s. Objekt: Svenska Renold. Exciteringspunkt E2, mätpunkter 2 och 41. Samma mätfall som fig 3-8.

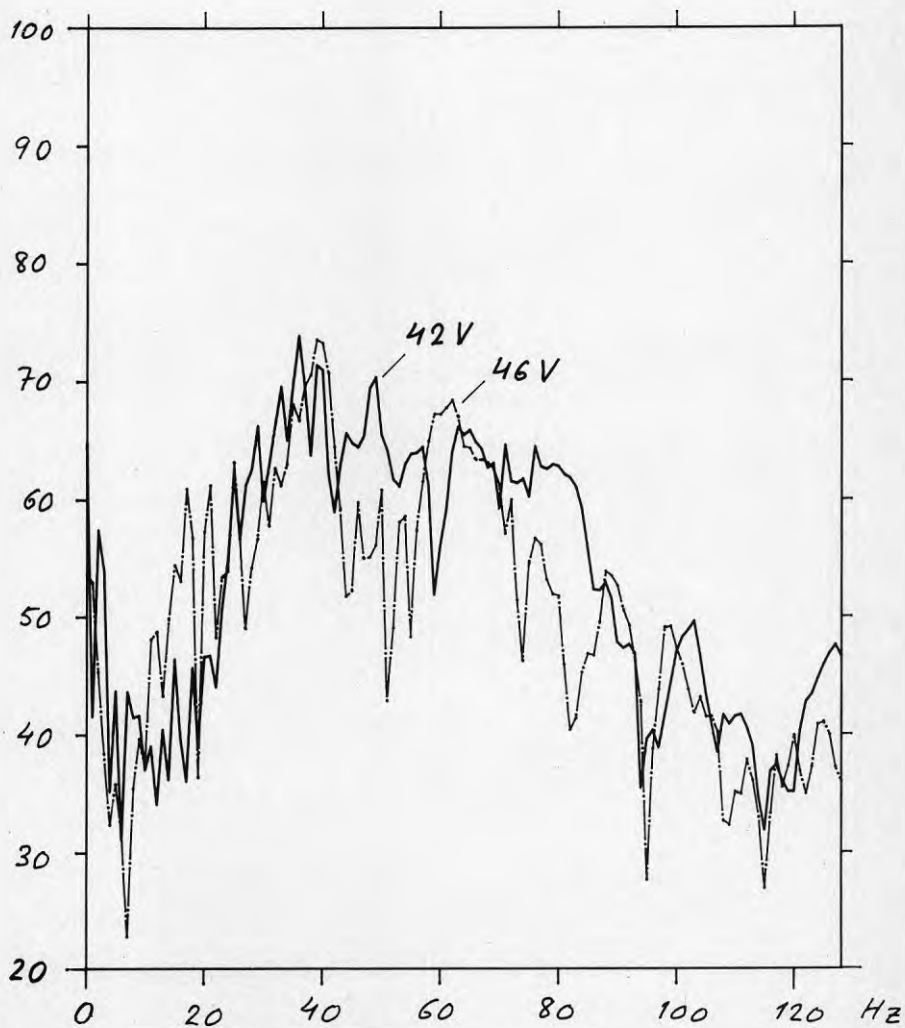


Fig 3-11 Fourierspektra för vibrationshastighet i vertikal riktning uttryckt i dB relativt 1 nm/s. Objekt: Svenska Renold. Exciteringspunkt E2, mätpunkter 42 och 46. Samma mätfall som fig 3-9.

3.6 Kommentarer till mätresultat

Som framgår av diagrammen i fig 3-8 och 3-9 samt bilaga 1 är vid mätningar i mark normalt den longitudinella komponenten störst, medan den vertikala och den transversella är ungefär lika stora. Den vertikala komponenten är dock oftast något mindre, vilket strider mot erfarenheter från andra mätningar. Eftersom givarmonteringen utfördes minst lika omsorgsfullt som normalt, se 3.12, torde orsaken ligga i exciteringen och/eller det korta avståndet till vibrationskällan.

Mätningarna i byggnaden visar däremot som väntat att den vertikala komponenten är störst, se t ex fig 3-8.

Toppvärdena för vibrationshastigheten i vertikal mätning i marken omedelbart utanför byggnaden ligger i intervallet ca 0,3 - 14 mm/s. Extremvärdena härrör båda från objekt Wikman & Malmkjell. För de övriga objekten är intervallet smalare, ca 0,5 - 4 mm/s. Motsvarande värden för mätpunkter i byggnaden närmast exciteringspunkten är 0,05 - 1,0 mm/s, och om man bortser från Wikman & Malmkjell 0,1 - 1,0 mm/s. Detta motsvarar en minskning av vibrationerna med en faktor 4-5 från mark till byggnad.

En mer detaljerad analys av relationerna återfinns i fig 3-12. Toppvärdena i vertikal riktning för ett relativt stort antal mätningar har bestämts. Mätvärdena i byggnaden har dividerats med mätvärdet i referenspunkten, dvs i mark omedelbart utanför byggnaden. Kvoter för upprepade försök har medelvärdesbildats.

Dessa kvoter redovisas i fig 3-12 som funktion av den interna mätpunktens avstånd från referenspunkten. (Referenspunktens avstånd till exciteringspunkten har legat i intervallet 8-11 m.)

Som framgår av figuren ligger kvoterna i intervallet 0,015 - 0,6, och för punkter nära referenspunkter i intervallet 0,08 - 0,6. En viss tendens till ökade värden på kvoterna för avstånd från referenspunkt på 3-5 m kan skönjas. Detta torde bero på att vibrationerna närmast byggnadens kant påverkas av plattans kantförstyvning och av massan hos yttervägg och tak. För större avstånd avtar ånyo kvoterna. Extrapolering från de mer avlägsna punkterna mot avståndet 0 ger värden på kvoten nära 1.

Allmänt kan sägas att spridningen är stor, och det är svårt att se några direkta samband med grundförhållanden och konstruktionssätt. Anmärkningsvärt är t ex att den pålade byggnaden, Berkel, inte avviker markant från de övriga och speciellt att den för exciteringspunkt E1 har gett de högsta kvoterna, dvs den största överföringen från mark till byggnad. Detta strider mot den allmänna uppfattningen att pålade byggnader har låg överföring av utifrån kommande vibrationer.

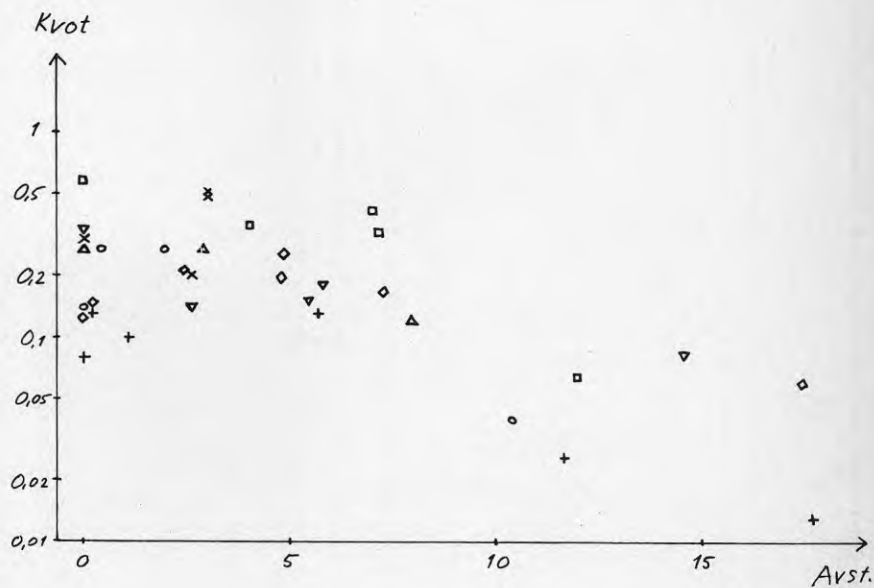


Fig 3-12 Kvot mellan vibrationshastighet i byggnad och vibrationshastighet i mark som funktion av avstånd. Maximal vertikal vibrationshastighet avses. Vibrationshastighet i mark avser mätpunkt närmast byggnad. Med avstånd menas radiellt avstånd från exciteringspunkt till aktuell mätpunkt i byggnaden, minskat med motsvarande avstånd till den mätpunkt i byggnaden som ligger närmast referenspunkten i mark.

- x AGB, exciteringspunkt E1
- + AGB, exciteringspunkt E2
- o Wikman & Malmkjell, exciteringspunkt E1
- Δ Svenska Renold, exciteringspunkt E1
- ▽ Svenska Renold, exciteringspunkt E2
- Berkel, exciteringspunkt E1
- ◇ Berkel, exciteringspunkt E2

Studier av frekvensspektra i bilaga 2 ger vid handen att dominerande frekvensområde normalt är 40-80 Hz externt och 25-63 Hz internt. Överföringen vid låga frekvenser är oftast mycket nära 1, dvs vibrationerna överförs utan reduktion mellan mark och byggnad. Vid högre frekvenser, typiskt ca 40 Hz, erhåller man en med frekvensen ökande reduktion som uppgår till en faktor ca 10, (20 dB).

Eftersom frekvensspektra bestäms ur en signal med varaktigheten 1 s har de en större statistisk signifikans än toppvärdena i tidsförloppet. Detta leder till vissa svårtolkade variationer i toppvärdena som ej återfinns i spektra. Eftersom toppvärden fortfarande är det vanligast utnyttjade måttet på markvibrationer har dock huvudvikten i analysen lagts på dessa.

4 BERÄKNINGAR

4.1 Allmänt

Ett av huvudsyftena med denna undersökning har varit att finna metoder för beräkning av vibrationers överföring från undergrund till byggnad. Behovet av sådana metoder har diskuterats ingående i kap 1.

Man kan tänka sig olika slags beräkningsmetoder, mer eller mindre empiriska, mer eller mindre förenklade och mer eller mindre generella.

Empiriska metoder skulle här kunna innebära att man t ex kan ange kvoten mellan vibrationshastighet i byggnaden och i marken. Denna kvot, som i detta sammanhang brukar kallas överföringsfunktion, skulle på empirisk väg sättas i samband med frekvens samt med geometri och mekaniska egenskaper hos undergrund och byggnad. I enklaste fall kunde man tänka sig någon grov klassindelning med avseende på grundläggningssätt och typ av undergrund. För att detta skall vara möjligt skulle fordras ett mycket omfattande underlag i form av mätvärden från olika byggnader, med olika undergrund, grundläggningssätt och stomkonstruktioner. Med den omfattning som undersökningen till slut kommit att få är underlaget litet, vilket starkt begränsar möjligheterna att ställa upp empiriska samband.

När försöksunderlaget är litet är man hänvisad till mer generella beräkningsmetoder. För att problemet skall bli hanterbart måste dock förenklingar införas. För de typer av byggnader som här undersökts kan det vara berättigat att reducera problemet till två dimensioner. Betydelsen av denna förenkling diskuteras längre fram.

Två lösningsmodeller har studerats, en analytisk och en numerisk. I den analytiska modellen representeras byggnaden av en balk med konstant styvhet och undergrunden av ett (eller flera) homogent skikt med konstant tjocklek. I den numeriska modellen används finit-element-metod (FEM), vilket ger praktiskt obegränsade möjligheter att beakta varierande egenskaper hos undergrund och byggnad.

För beräkningar har endast FEM-modellen använts, dels på grund av de begränsningar som vidlöder den analytiska modellen, dels emedan ett datorprogram för den senare hade måst byggas upp från grunden, medan för FEM-modellen ett i litteraturen tillgängligt program kunde vidareutvecklas. Utveckling av och beräkning med FEM-programmet har gjorts till större delen inom ramen för ett examensarbete vid KTH, Ahlund (1983). Avsnitt 4.2 till 4.4 är baserade härpå.

Vid sidan av vibrationsöverföring från mark till byggnad har även studerats egenfrekvenser i samband med vibrationsexcitering inuti byggnaden. Den förenklade beräkningsmetod som studerades inom pilotprojektet studeras här vidare, avsnitt 4.5.

4.2 Beräkningsmodeller

4.21 Analytisk modell

En modell för analytisk eller i varje fall semi-analytisk lösning visas i fig 4-1. Plattan beskrivs som en balk, och undergrunden som ett, eventuellt flera, homogena elastiska skikt med konstant tjocklek, nedåt begränsade av "fast botten", där alla förskjutningar är noll.

Kopplingen mellan balk och platta diskretiseras till ett antal punkter, med villkor att krafter och deformationer skall vara lika i balk och undergrund.

Målet är att beräkna rörelsen i en punkt på balken då en kraft verkar i undergrunden utanför balken. En analytisk lösning förutsätter att såväl excitation som respons kan representeras med godtycklig noggrannhet genom sammansättning av ett antal harmoniska komponenter (modsuperponering).

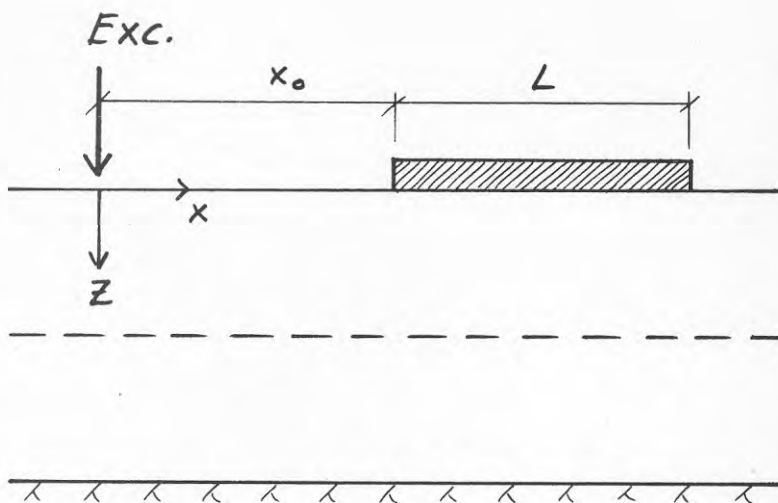


Fig 4-1 Beräkningsmodell för analytisk metod.

I bilaga 3 skisseras en lösningsmetod enligt ovanstående förutsättningar mer i detalj. Metoden är en ren sk förskjutningsmetod. Till skillnad från finit-element-metod sker här en (ev.) diskretisering av undergrunden endast i djupled. Som ovan nämnts sker också en diskretisering av kopplingen mellan balk och undergrund. I övrigt är det en formellt "exakt" matrismetod lämpad för datorberäkning.

I jämförelse med finit-element-metod har denna metod följande fördelar:

- antalet frihetsgrader blir väsentligt mindre
- reflexfria ränder är inget problem (se vidare 4.22)

Metoden kan även kombineras med en FEM-metod, bl a kan med hjälp av densamma formuleras reflexfria randelement att användas vid FEM-analys av vågutbredningsproblem.

Å andra sidan har metoden den uppenbara nackdelen, att undergrundens verkliga utseende i de flesta fall inte kan efterliknas, då ju de olika skikten ofta har varierande tjocklek inom det aktuella området. Det gäller också de aktuella mätobjekten. Bl a av detta skäl har den analytiska modellen inte vidareutvecklats till konkret användning inom detta projekt. Det ansågs bättre att satsa de knappa resurserna på en FEM-modell. Möjligheten att kombinera de båda modellerna har inte heller undersökts. Det kan dock vara en intressant möjlighet för vidare studier.

4.22 Finit-element-modell

En beräkningsmodell baserad på finita element har många fördelar. Bl a kan man undvika många av de idealiseringar som en analytisk lösning skulle påtvinga. FEM-tekniken ger i princip full frihet i bl a följande avseenden:

- undergrund med godtyckligt varierande egenskaper
- godtycklig geometri
- icke-linearitet på grund av plasticering och/eller stora deformationer
- excitering kan ges och respons fås i godtyckliga punkter

Självfallet finns det även svårigheter. En svårighet ligger i att modellen måste ta slut någonstans, och att vibrationer inte får reflekteras vid dessa ränder (som ju inte finns i verkligheten). Av praktisk-ekonomiska skäl vill man inte heller utsträcka modellen alltför långt utanför det intressanta området. Problemet kan bemästras genom införande av fiktiva dämpare i randnoderna, som absorberar energin i de utåtgående vågorna.

Även andra svårigheter finns, men de har inte så mycket med själva FEM-tekniken att göra, utan mera med osäkerheten hos de parametrar som skall beskriva undergrund och byggnad.

4.3 Beräkningar med FEM-modell

4.31 Beräkningsobjekt

Datorkörningar av den typ det här är fråga om är mycket tids- och kostnadskrävande, och därför har endast ett av de fyra mätobjekten studerats med FEM-modell. Det ansågs bättre att inom tillgängliga ramar studera ett objekt ingående, med möjlighet att variera modellen med avseende på materialparametrar m m, än att göra någon enstaka körning på varje objekt. Som beräkningsobjekt valdes Svenska Renold AB i Kista, främst emedan undergrunden var bäst känd i detta fall.

Fig 4-2 visar byggnadens bottenplatta samt exciteringspunkt och mätpunkter, vidare punkter där markprover tagits samt nivåkurvor för ursprunglig mark. Fig 4-3 visar marksektioner som visar var "löst lagrad" jord förekommer, jfr även 2.21. Där anges även golvets nivå, av vilken framgår att marken uppfyllts, se även 2.21.

4.32 Materialparametrar

Med ledning av våghastigheten, som kan beräknas med ledning av de uppmätta vibrationernas fortplantning, har skjuvmodulen i marken närmast ytan uppskattats till 70 MPa. I samband med grundläggningen har den uppfyllda marken packats med vält, varför värdet 70 MPa har antagits gälla ned till 2,5 m djup under byggnaden. För det skikt av löst lagrad jord som återstår därunder har skjuvmodulen satts till 20 MPa och för fast lagrad jord därunder till 70 MPa. Densiteterna har satts till 1900 kg/m³ för packad jord, 1700 för löst lagrad och 1800 för fast lagrad jord.

Betongplattan vilar på 150 mm makadam, som åsatts E-modulen 15 MPa och densiteten 1600 kg/m³. Betongen har getts E-modulen 30 000 MPa och densiteten 2400 kg/m³. För samtliga material har antagits tvärkontraktionstalet $\nu = 0,3$.

De ovan angivna materialparametrarna är de som användes i den första körningen. I efterföljande körningar har värdena modifierats på olika sätt.

4.33 FEM-modell för aktuellt objekt

Fig 4-4 visar FEM-modellen med elementindelning och markering av olika material. I modellen har använts rektangulära (i vissa fall trapetsformade) s k Serendipity-element med 8 noder, se vidare bilaga 4. Antalet element i modellen är 113 och antalet noder 394.

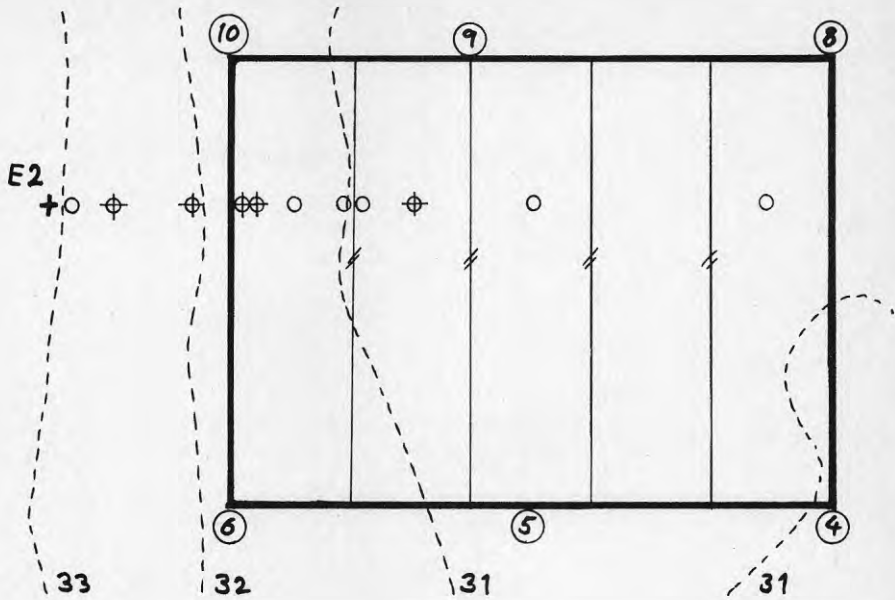


Fig 4-2 Byggnadens bottenplatta med exciteringspunkt och mätpunkter, samt med nivåkurvor för ursprunglig mark och punkter där markprover tagits.

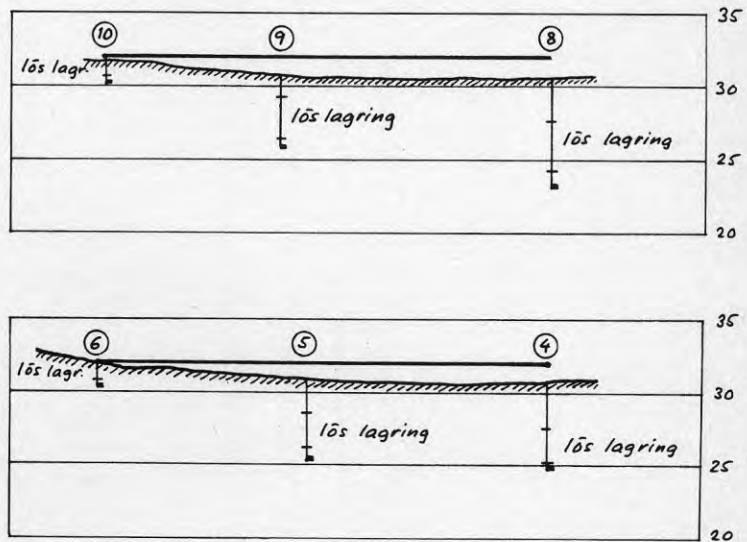


Fig 4-3 Marksektioner, med staplar som visar djupet till berg eller hård morän samt var "löst lagrad" sand förekommer. Vidare visas bottenplattans läge i förhållande till ursprunglig marknivå.

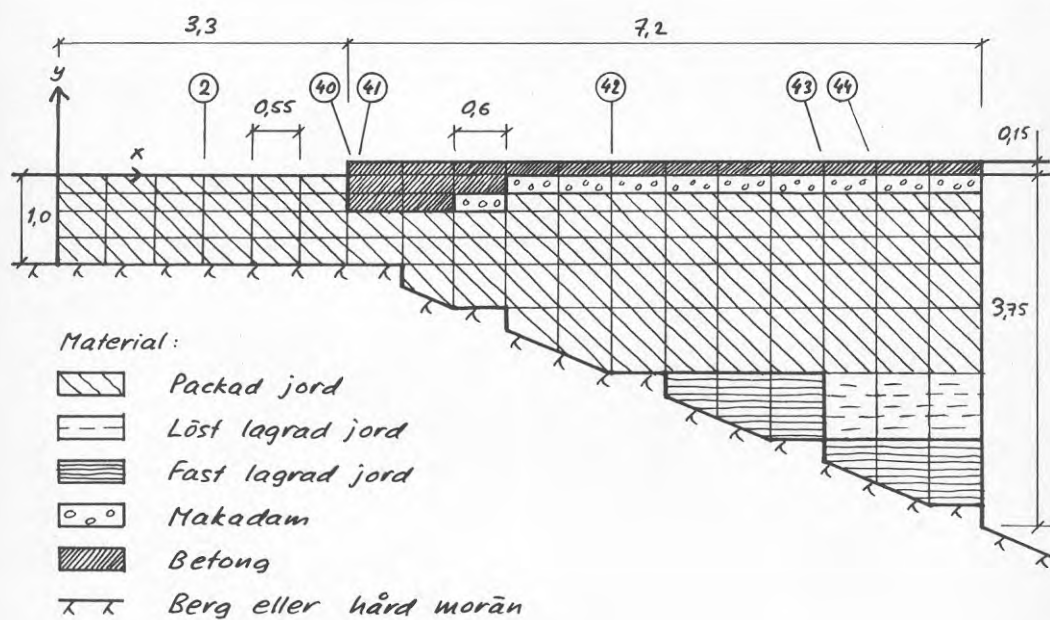


Fig 4-4 Finit-element-modell med elementindelning och mätpunkter.

Elementstorleken har valts med ledning av följande kriterier, som angivits av Segol, Abel & Lez (1975):

- $d < \lambda/8$ horisontellt
- $d < \lambda/12$ vertikalt vid ytan
- $d < \lambda/6$ vertikalt på djupet

Här är d elementstorleken och λ våglängden, som ur mätvärden uppskattats till 12,5 m. Som framgår av fig 4-4 uppfylls dessa villkor med god marginal.

Som tidigare nämnts fordras dämpare vid modellens vertikala ränder, dvs vid $x = 0$ och $x = 10,5$, eftersom mark och byggnad fortsätter utanför ränderna. Utan dämpare skulle utåtgående vågor reflekteras vid ränderna. Med dämpare som effektivt absorberar energin i vågorna behöver modellen inte utsträckas så långt utanför det intressanta området, i detta fall området mellan mätpunkt 2 och 44. Här har använts koncentrerade dämpare vid randnoderna av s k "Unified boundary"-typ enligt White, Valliapan & Lee (1977). För närmare beskrivning, se bilaga 4.

Som indata för excitering av vibrationer i modellen har använts uppmätta vertikala och horisontella accelerationer i mätpunkt 2, se fig 4-5 (de uppmätta vertikala accelerationerna visas där integrerade till förskjutningar). Programmet omvandlar accelerations-inputen till kraft genom multiplikation med massmatrisen.

Det studerade tidsförloppet omfattar 375 ms (0,375 s). Detta tidsintervall är indelat i 150 tidssteg, vardera således med längden 2,5 ms. Accelerations-inputen omfattar 84 tidssteg, dvs 210 ms. Beräknade förskjutningar har utskrivits vid mätpunkterna 2, 40/41 (samma nod), 42 samt 43/44. En körning enligt dessa förutsättningar tar ca 2500 sekunder CPU-tid.

Fig 4-6 och 4-7 visar vertikal förskjutning svarande mot uppmätt acceleration i mätpunkt 40 resp 43.

Anm. I verkligheten befinner sig exciteringspunkten ca 10 m utanför byggnaden, i modellen endast 1,65 m utanför (punkt 2). Anledningen är dels att vibrationer har mätts i punkt 2 men inte omedelbart intill exciteringspunkten, dels att undergrunden inte är undersökt så långt utanför byggnaden. Dessutom är det önskvärt att begränsa modellens storlek, och därmed antalet element, av praktisk-ekonomiska skäl.

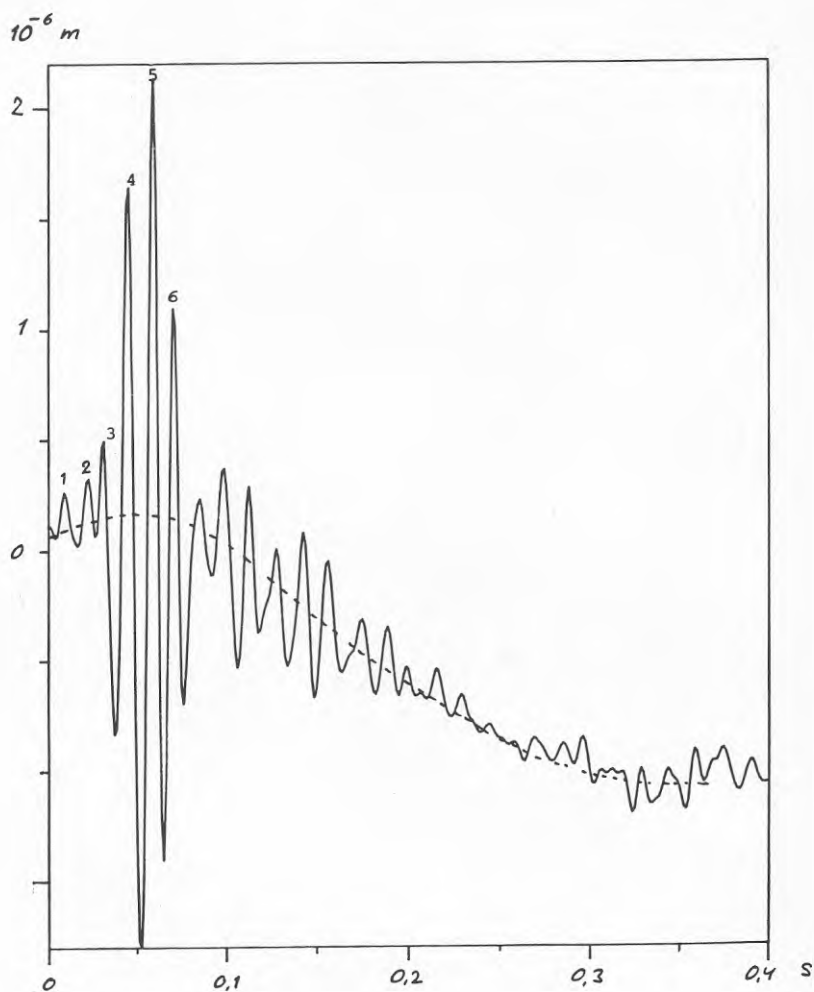


Fig 4-5 Uppmätt vertikal förskjutning i mätpunkt 2 vid excitering i E2 (fig 3-4). Topparna är numrerade för identifiering vid jämförelser. Nollinjens krökning i fig 4-5 till 4-7 uppstår vid integrationen från uppmätt hastighet till förskjutning. (Integrationen är gjord i frekvensplanet med hjälp av fouriertransformering, varvid signalen påtvingas ett slutvärde lika med begynnelsevärdet och ett medelvärde lika med noll.)

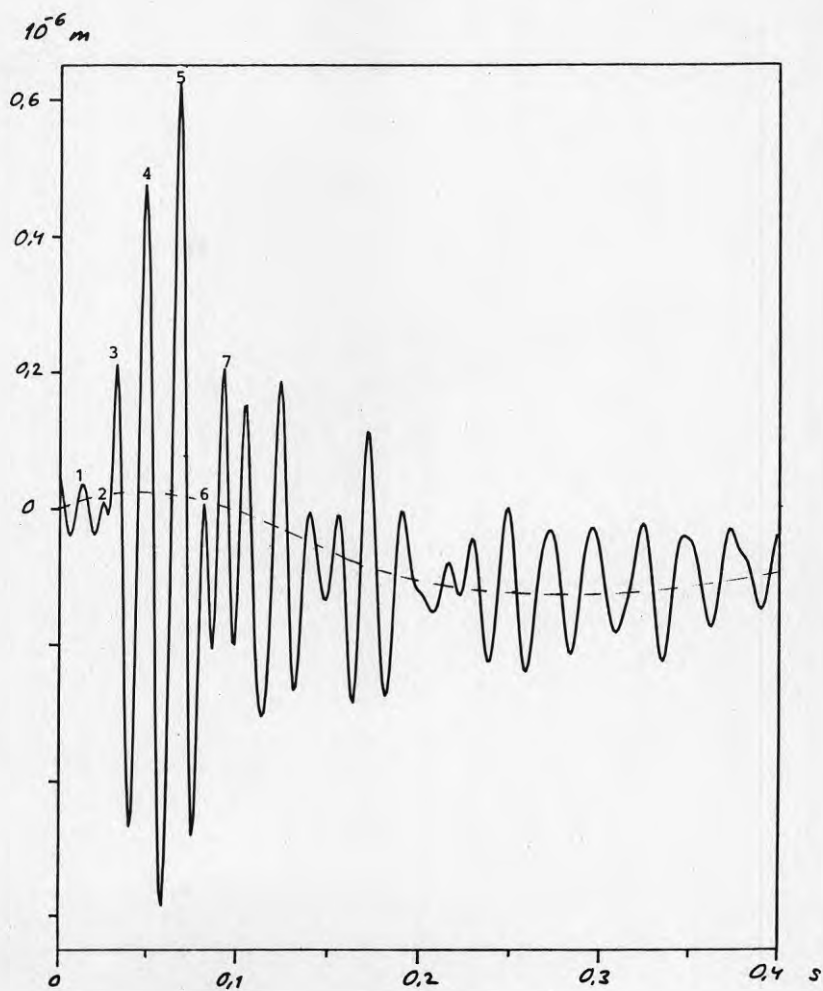


Fig 4-6 Vertikal förskjutning uppmätt i punkt 40.

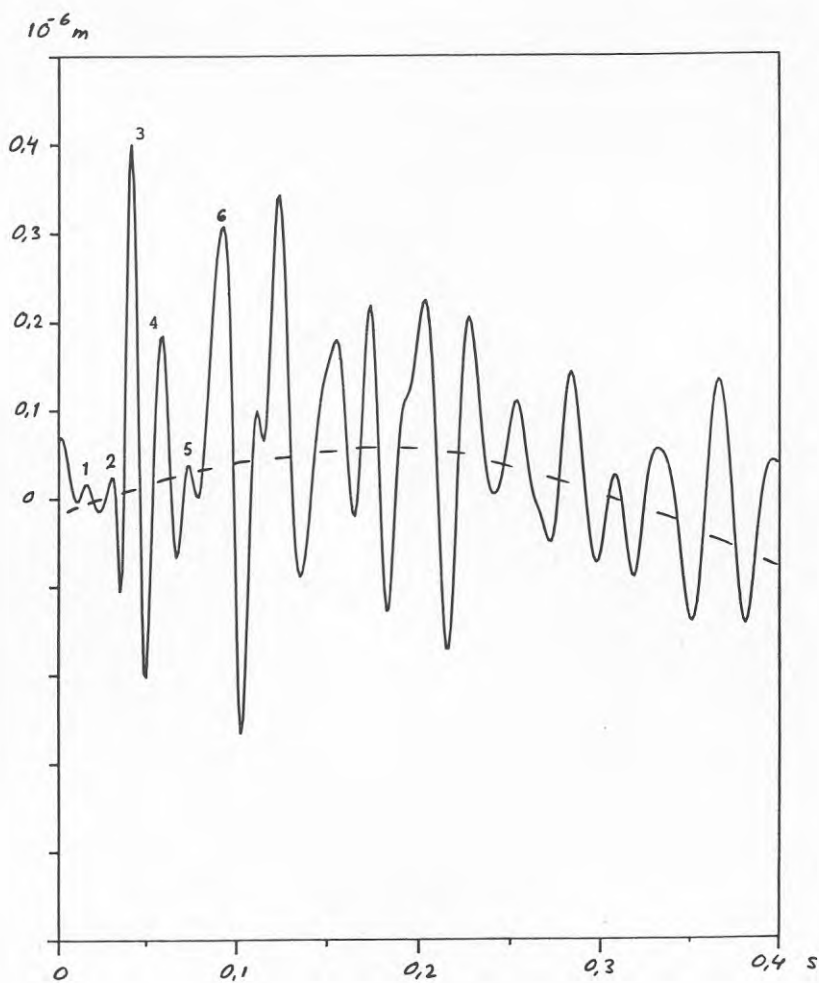


Fig 4-7 Vertikal förskjutning uppmätt i punkt 43.

4.34 Diskussion av FEM-modell

Nedan diskuteras skillnader mellan modell och verklighet, som kan tänkas påverka resultaten.

- Modellen är tvådimensionell. De geometriska dämpning som i verkligheten erhålls genom vågutbredning i den tredje dimensionen beaktas sålunda inte.
- I verkligheten alstras störningen av den fallande massan på ca 10 m avstånd från byggnaden, men i modellen endast 1,65 m från byggnaden (punkt 2 i fig 4-4). De vågor som i verkligheten kommer fram till punkt 2 är alltså tämligen plana, medan i modellen störningarna utbreder sig i ringar från punkt 2, jfr fig 4-8. Denna skillnad medför dels, att den tillförda vibrationsenergin blir mindre i modellen, eftersom den sprider sig även nedåt och åt vänster, vilket inte är fallet för de i punkt 2 uppmätta vibrationerna, dels att reflektioner mot fast botten får större inverkan i modellen än i verkligheten.
- Som input i modellen ges till att börja med endast acceleration i en punkt vid markytan. I verkligheten rör sig marken hela vägen från ytan ned till fast botten. Eftersom mätvärden från punkter under ytan saknas kan man dock endast gissa sig till hur amplituden varierar på djupet.
- Till att börja med har materialen inte tillskrivits någon dämpning, vilket de naturligtvis har i verkligheten.
- I modellen är betongplattan styvt förbunden med underlaget, vilket innebär att den kan påverkas av godtyckligt stora krafter i godtycklig riktning. I verkligheten begränsas krafterna i horisontalled av friktionen emot marken, och i vertikalled av att dragkrafter inte kan förekomma mellan platta och undergrund. (Dessa problem skulle kunna bemästras genom införande av element med plastiska egenskaper, men av tids- och kostnadsskäl har här endast elastisk analys genomförts.)

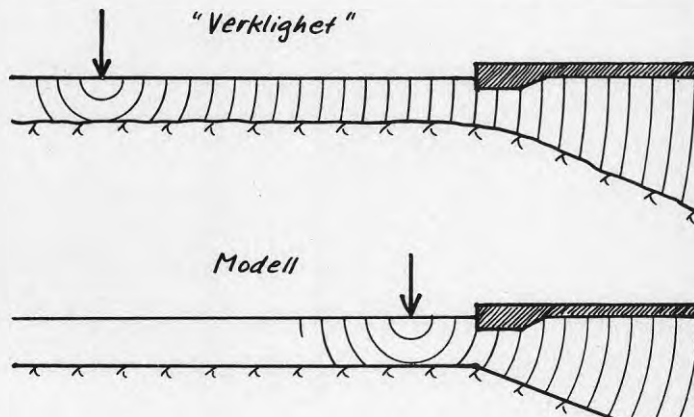


Fig 4-8 Schematisk illustration av vågutbredning i verklighet och modell.

4.4 Genomförda beräkningar

4.41 Körning 1

4.411 Förutsättningar

Förutsättningar för denna första körning är de som angivits i avsnitt 4.3 ifråga om materialparametrar, excitering m m. I efterföljande diagram fig 4-9 till 4-11 visas beräknad vertikal förskjutning i punkterna 2, 40 och 43, för jämförelse med fig 4-5, 4-6 resp 4-7. Nedan analyseras resultaten med avseende på vibrationsförloppens utseende, gånghastigheter, frekvensomvandling och amplituder.

4.412 Vibrationsförloppens utseende

Punkt 2 (fig 4-5 och 4-9)

Topp 3, 4 och 5 liknar varandra i modell och verklighet, medan den kraftigt avtagande amplituden från och med topp 6 inte återspeglas i modellen. Observera hur modellen fortsätter att svänga långt efter det att den drivande kraften upphört. Modellen har tydligen råkat i egensvängning, vilket dels kan bero på avsaknaden av materialdämpning, dels på upprepad reflektion mot berget, jfr fig 4-8.

Punkt 40 (fig 4-6 och 4-10)

I modellen dominerar topparna 6, 7 och 8 medan dessa i verkligheten har väsentligt lägre amplitud än topparna 3, 4 och 5, som ju tillhör den egentliga växande pulsen enligt fig 4-5. Orsakerna kan vara desamma som de som diskuterats under punkt 2, nämligen brist på materialdämpning samt interferens med reflekterade vågor.

Punkt 43 (fig 4-7 och 4-11)

Här finns ingen större likhet mellan beräknade och uppmätta vibrationer, vilket torde bero på att reflexion och interferens får stor betydelse på detta stora avstånd. I detta avseende får materialdämpningen betydelse, såtillvida att reflekterade vågor har längre väg att gå och därigenom påverkas mer av dämpning. Dessutom är den fasta bottenens kontur inte känd i detalj, endast grovt uppskattad.

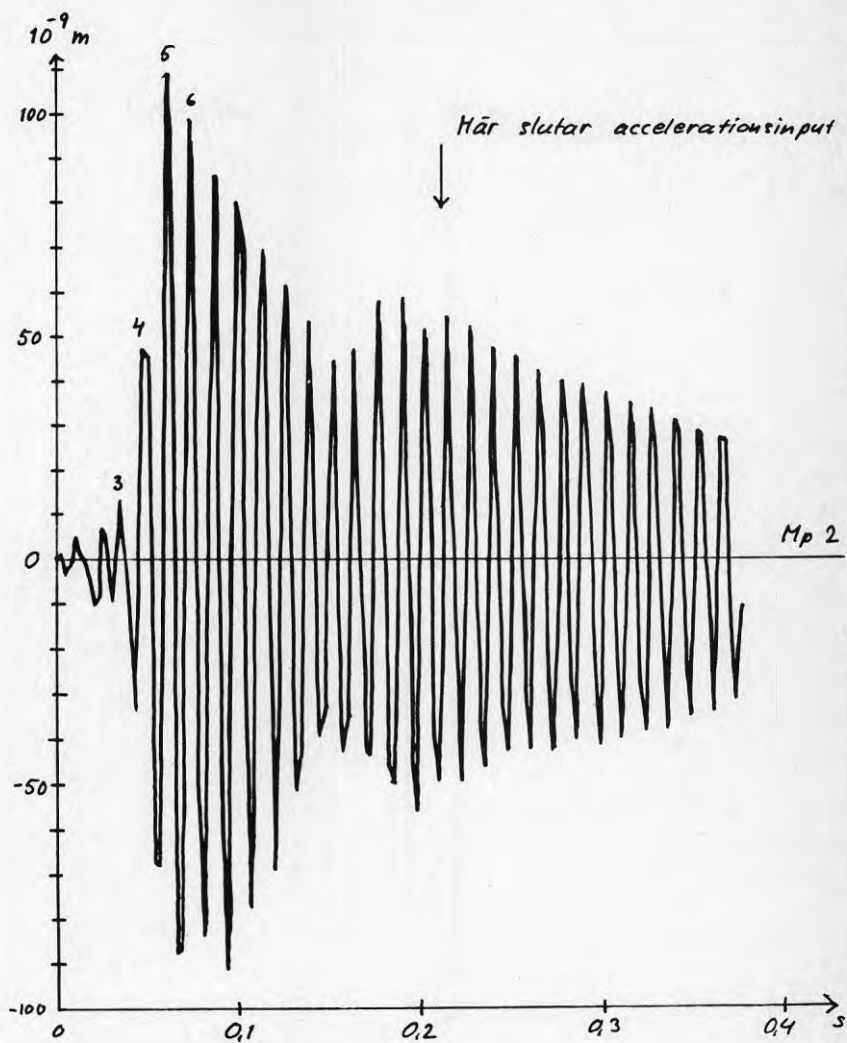


Fig 4-9 Körning 1, beräknad vertikal förskjutning i punkt 2.

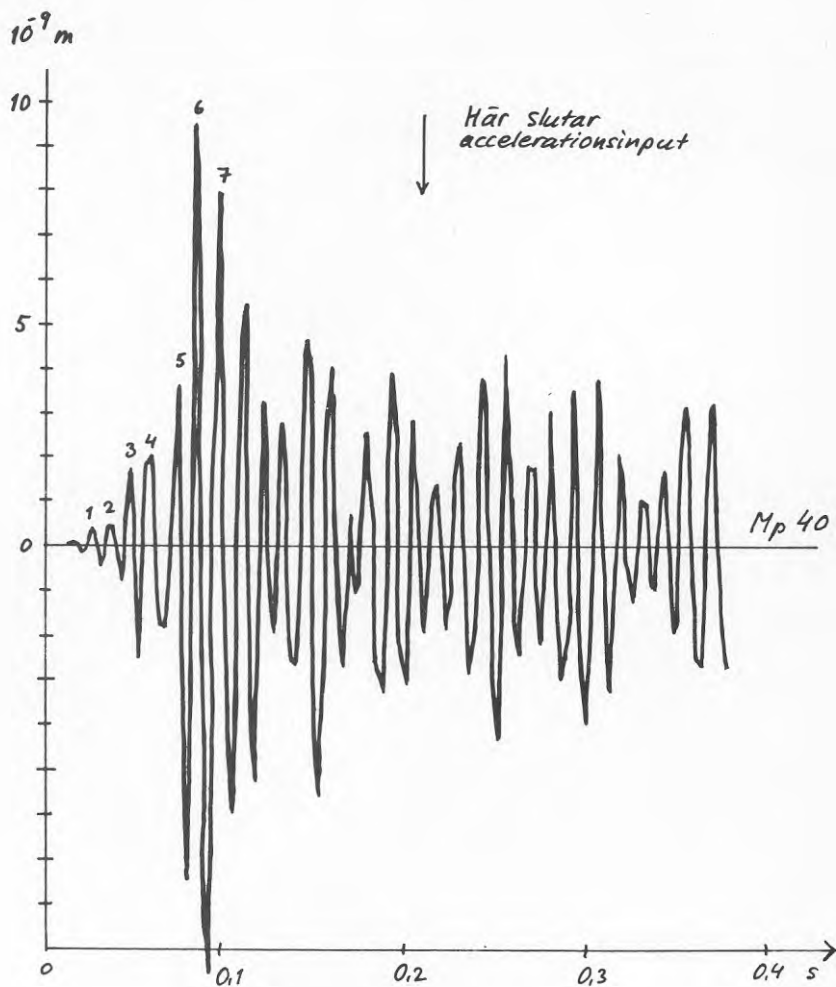


Fig 4-10 Körning 1, beräknad vertikal förskjutning i punkt 40.

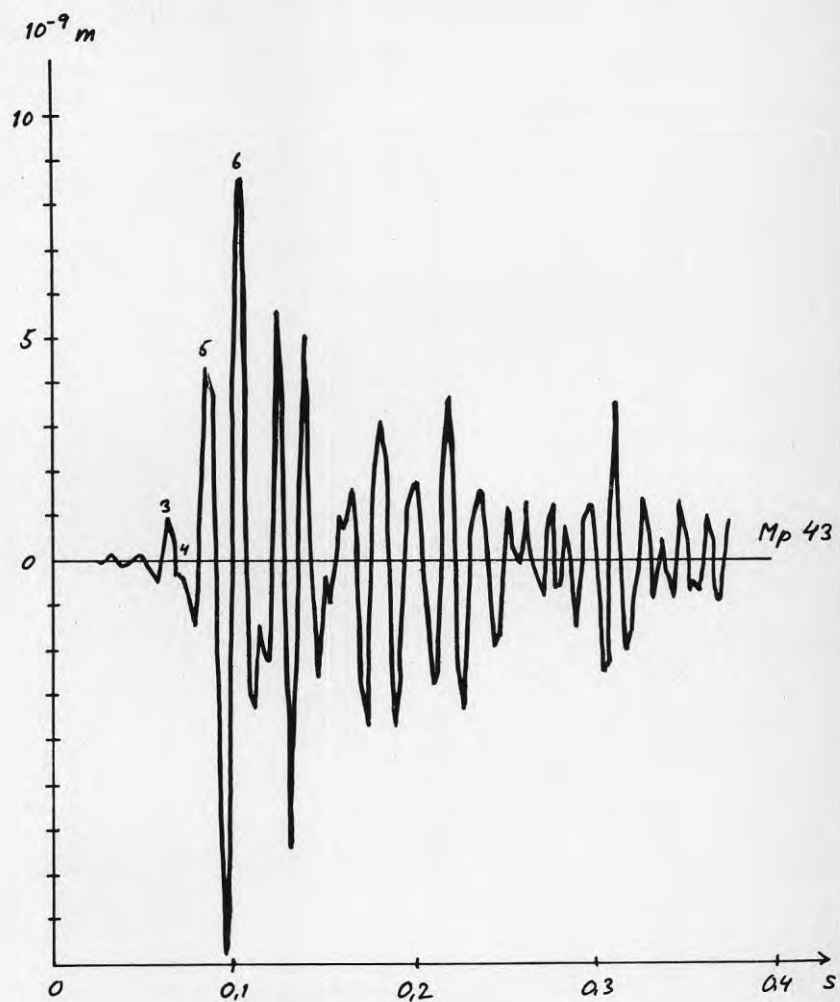


Fig 4-11 Körning 1, beräknad vertikal förskjutning i punkt 43.

4.413 Gånghastighet och frekvensomvandling

För analys av gånghastighet och eventuell frekvensomvandling har nedanstående tabeller ställts upp (tider anges i ms, 10^{-3} s):

MODELL									
Topp	Punkt 2		Punkt 40		2-40	Punkt 43		40-43	
	t	Δt	t	Δt	Δt	t	Δt	Δt	
3	35,0		47,5		12,5	65,0		12,5	
		13,75		11,25					
4	48,75		58,75		10,0				
		13,75		16,25					
5	62,5		75,0		12,5	88,75		13,75	
		12,5		10,0			16,25		
6	75,0		85,0		10,0	105,0		20,0	
		12,5		12,5			10,0		
7	87,5		97,5		10,0	115,0		17,5	

VERKLIGHET									
Topp	Punkt 2		Punkt 40		2-40	Punkt 43		40-43	
	t	Δt	t	Δt	Δt	t	Δt	Δt	
3	30,0		32,5		2,5	41,25		8,75	
		13,75		16,25			17,5		
4	43,75		48,75		5,0	58,75		10,0	
		13,75		18,75			14,25		
5	57,5		67,5		10,0	73,0		5,5	
		12,5		12,5			18,25		
6	70,0		80,0		10,0	91,25		11,25	
		15,0		12,5			20,0		
7	85,0		92,5		7,5	111,25		18,75	

Beräkning av gånghastigheter

Modell:

$$\text{i mark (2-40):} \quad \Delta t_{\text{med}} = 11 \text{ ms}$$

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{1,65}{11 \cdot 10^{-3}} = 150 \text{ m/s}$$

$$\text{i byggnad (40-43):} \quad \Delta t_{\text{med}} = 16 \text{ ms}$$

$$v = 6,0/16 \cdot 10^{-3} = 375 \text{ m/s}$$

Verklighet:

$$\text{i mark (2-40):} \quad \Delta t_{\text{med}} = 7 \text{ ms}$$

$$v = 1,65/7 \cdot 10^{-3} = 236 \text{ m/s}$$

$$\text{i byggnad (40-43):} \quad \Delta t_{\text{med}} = 10,5 \text{ ms}$$

$$v = 6,0/10,5 \cdot 10^{-3} = 571 \text{ m/s}$$

Kvoten mellan gånghastighet i byggnad och i mark är

$$375/150 = 2,5 \quad \text{enligt modell}$$

$$571/236 = 2,4 \quad \text{i verklighet}$$

I avseende på dessa kvoter är överensstämmelsen god.

Kvoten mellan gånghastighet i modell och verklighet är

$$150/236 = 0,64 \quad \text{i mark}$$

$$375/571 = 0,66 \quad \text{i byggnad}$$

För att erhålla samma utbredningshastighet i modell som i verklighet skulle man behöva öka styvheter och/eller minska densiteter, eftersom utbredningshastigheten i kvadrat är proportionell mot kvoten mellan styvhet och densitet. För att komma upp i samma hastighet som i verkligheten skulle man emellertid behöva öka denna kvot med $(1/0,65)^2 \sim 2,4$, vilket knappast är rimligt. Skillnaden i gånghastighet måste kunna förklaras på annat sätt.

Frekvensomvandling

Eventuell frekvensomvandling kan utläsas ur tidsdifferensen mellan topparna i respektive mätpunkt.

Modell:

punkt 2	$\Delta t_{med} = 13,1$ ms
" 40	" 11,9 "
" 43	" 12,5 "

Verklighet:

punkt 2	$\Delta t_{med} = 13,8$ ms
" 40	" 15,0 "
" 42	" 17,5 "

I verkligheten ökar tidsdifferensen, dvs minskar frekvensen, klart med ökande avstånd från exciteringspunkten, vilket inte kommer fram i modellen. Man kan säga att verkligheten uppvisar en klar "lågpassfilterverkan". En enkel form av lågpassfilter är en massa i en fjäder som exciteras i sin infästning; ju tyngre massa och/eller ju mjukare fjäder desto större lågpassfilterverkan. I detta fall kan man tänka sig att marken motsvarar fjädern och betongplattan massan. I denna beräkning har endast betongplattans egentygnd medräknats, men i verkligheten fanns en del material lagrat på densamma, som åtminstone till en del borde räknas som medsvängande massa (utan att bidra till styvheten). Detta kan simuleras enkelt genom ökning av betongens densitet.

4.414 Amplituder

Ur figurerna 4-9 till 4-11 resp 4-5 till 4-7 kan följande amplituder avläsas (vissa värden är extrapolerade då de verkliga topparna blivit kapade på grund av tidsstegens längd; gäller både modell och verklighet). Amplituderna anges i 10^{-9} m.

Topp nr	Modell			Verklighet		
	Pkt 2	Pkt 40	Pkt 43	Pkt 2	Pkt 40	Pkt 43
3	14	1,8	1,3	460	210	390
4	74	2,9	-	1620	470	180
5	109	3,7	5,4	1960	620	7
6	99	9,5	8,7	1000	70	270

Man noterar direkt att amplituderna är mycket mindre i modellen än i verkligheten, vidare att amplituderna avtar mycket hastigare från punkt 2 till punkt 40 i modellen.

Att amplituderna överlag är mindre i modellen beror på att den i punkt 2 tillförda energin blir för liten, dels genom att accelerationsinput ges endast i en punkt, och dels genom att ungefär halva energin försvinner åt vänster. Den i verkligheten uppmätta accelerationen i punkt 2 representerar däremot en nära plan vågfront på väg mot byggnaden. Att amplituderna blir mindre i modellen är således helt i sin ordning, med tanke på hur modellen exciteras.

Att amplituderna avtar så hastigt från punkt 2 till punkt 40 torde till stor del ha samma orsaker som ovan.

4.415 Slutsatser

Analysen visar stora skillnader mellan modell och verklighet, som är mer eller mindre lätta att förklara. Man kan dra vissa slutsatser om vilka förutsättningar som bör ändras vid ytterligare körningar:

- Materialdämpning införs
- Belastning på betongplattan simuleras med ökad densitet hos betongen
- Accelerationsinputen ändras så att samtliga noder vertikalt under punkt 2 acceleras samtidigt, med en amplitud som på något sätt avtar till noll vid fast botten
- Styvheten sänks i hela modellen

Dessa modifieringar kommer fortsättningsvis att införas var för sig och i olika kombinationer.

4.42 Körning 2

4.421 Ändringar

Följande har ändrats i förhållande till körning 1:

- Materialdämpning har införts, med 10,8 % av kritisk dämpning vid $\omega = 503$ rad/s (80 Hz). (I programmet används s k Rayleigh-dämpning. Parametrarna för denna har bestämts till att motsvara den avklingande amplituden hos de uppmätta vibrationerna i punkt 2 jfr fig 4-5. Vidare har antagits att det logaritmiska dekrementet ökar proportionellt mot frekvensen.)
- Betongens densitet har ökats till $3 \cdot 2400 = 7200$ kg/m³, för att simulera inverkan av last på plattan.

Resultatet visas i fig 4-12 till 4-14, och analyseras i det följande på samma sätt som tidigare.

4.422 Vibrationsförloppens utseende (fig 4-12)

Punkt 2

Beräknat vibrationsförlopp är nu mycket likt det uppmätta. Det tidigare erhållna egensvängningsfenomenet är nu helt borta, vilket främst torde bero på den införda materialdämpningen.

Punkt 40

Beräknat vibrationsförlopp är nu mera likt det uppmätta, men fortfarande är topp nr 6 för hög i förhållande till föregående toppar. Efterföljande toppar är dock nu klart lägre än de första liksom i verkligheten (så var inte fallet i den första körningen). Även denna förbättring torde kunna tillskrivas materialdämpningen.

Punkt 43

Förloppet är nu mer likt det verkliga.

4.423 Gånghastighet och frekvensomvandling

Gånghastighet

$$\text{I mark (2-40):} \quad \Delta t_{\text{med}} = 12,3 \text{ ms} \Rightarrow v = 135 \text{ m/s}$$

$$\text{I byggnad (40-43):} \quad \Delta t_{\text{med}} = 32,8 \text{ ms} \Rightarrow v = 183 \text{ m/s}$$

$$v_{\text{byggnad}}/v_{\text{mark}} = 1,4$$

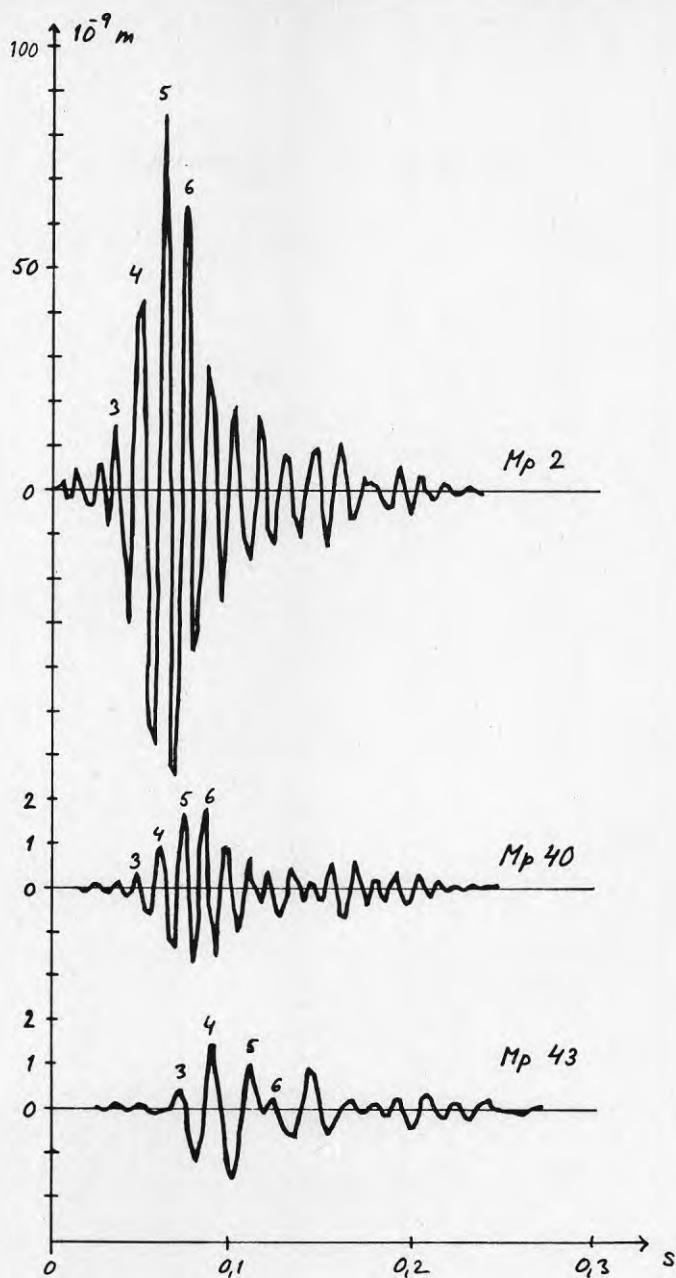


Fig 4-12 Körning 2, beräknad vertikal förskjutning i punkterna 2, 40 och 43.

Detta förhållande avviker nu starkt från verkligt förhållande (2,4, jfr 4.413), vilket det inte gjorde tidigare. Här har alltså resultatet försämrats, vilket framförallt torde bero på den ökade massan på betongplattan. Denna massa är här grovt uppskattad. Vad som är "rätt" värde är svårt att uppskatta, bl a inverkar elasticiteten hos de lagerhyllor o dyl som godset är upplagt på.

Frekvensomvandling

Punkt 2	$\Delta t_{med} = 13,5 \text{ ms}$
" 40	" = 13,5 "
" 43	" = 16,7 "

Tidsdifferenserna har närmat sig de uppmätta, jfr 4.413, men fortfarande har ingen frekvensomvandling skett mellan 2 och 40. Golvets ökade massa har inverkat positivt när det gäller punkt 43, och det är troligt att en förbättring skulle kunna erhållas i punkt 40 om massan hos gavelväggen och tillhörande del av taket skulle beaktas (en viss effekt därav har dock erhållits genom att även betongplattans kantförstyvning fått ökad massa).

4.424 Amplituder

Topp nr	Modell (verklighet)		
	Pkt 2	Pkt 40	Pkt 43
3	14 (460)	0,4 (210)	0,4 (390)
4	60 (1620)	1,2 (470)	1,7 (180)
5	84 (1960)	1,7 (620)	1,2 (7)
6	64 (1000)	1,9 (70)	0,3 (270)

I jämförelse med föregående körning är nu amplitudreduktionen från punkt 2 till punkt 40 ännu större, och alltså ännu längre från verkligheten. Detta är en helt naturlig följd av att materialdämpning införts. I övrigt gäller resonemangen i 4.414.

4.425 Slutsatser

- Materialdämpningen gav betydligt bättre återgivning av det inmatade förloppet
- Massan på betongplattan gav bättre överensstämmelse ifråga om frekvensomvandling

4.43 Körning 3

4.431 Ändringar

Utöver ändringarna i körning 2 har följande införts:

- E-modulen för betong har sänkts till 1/3, dvs 10 000 MPa, för att simulera uppsprickning
- E-modulen för packad jord har sänkts till 1/3, dvs 61 MPa (skjuvmodul $70/3 = 23$ MPa)

4.432 Vibrationsförloppens utseende (fig 4-13)

Punkt 2

Vibrationsförloppet är mycket likt det uppmätta. Amplituderna är något större än i föregående körning, men fortfarande avsevärt lägre än de uppmätta.

Punkt 40

Utseendemässigt mycket likt uppmätt förlopp, och härvidlag bättre än i föregående körning. Amplituderna är väsentligt större.

Punkt 43

Ingen påtaglig förändring jämfört med föregående körning, mer än att topp nr 3 blivit större, vilket innebär ett närmande till uppmätt förlopp.

4.433 Gånghastighet och frekvensomvandling

Gånghastighet

I mark (2-40): $\Delta t_{\text{med}} = 19 \text{ ms} \Rightarrow v = 87 \text{ m/s}$

I byggnad (40-43): $\Delta t_{\text{med}} = 41 \text{ ms} \Rightarrow v = 148 \text{ m/s}$

$$v_{\text{byggnad}}/v_{\text{mark}} = 1,7$$

Bättre än i föregående körning men fortfarande sämre än i första körningen. En förbättring torde erhållas om E-modulen för betong återfår sitt ursprungliga, "ospruckna" värde (även om sprickor skulle förekomma så ger de endast lokala reduktioner av plattans styvhet).

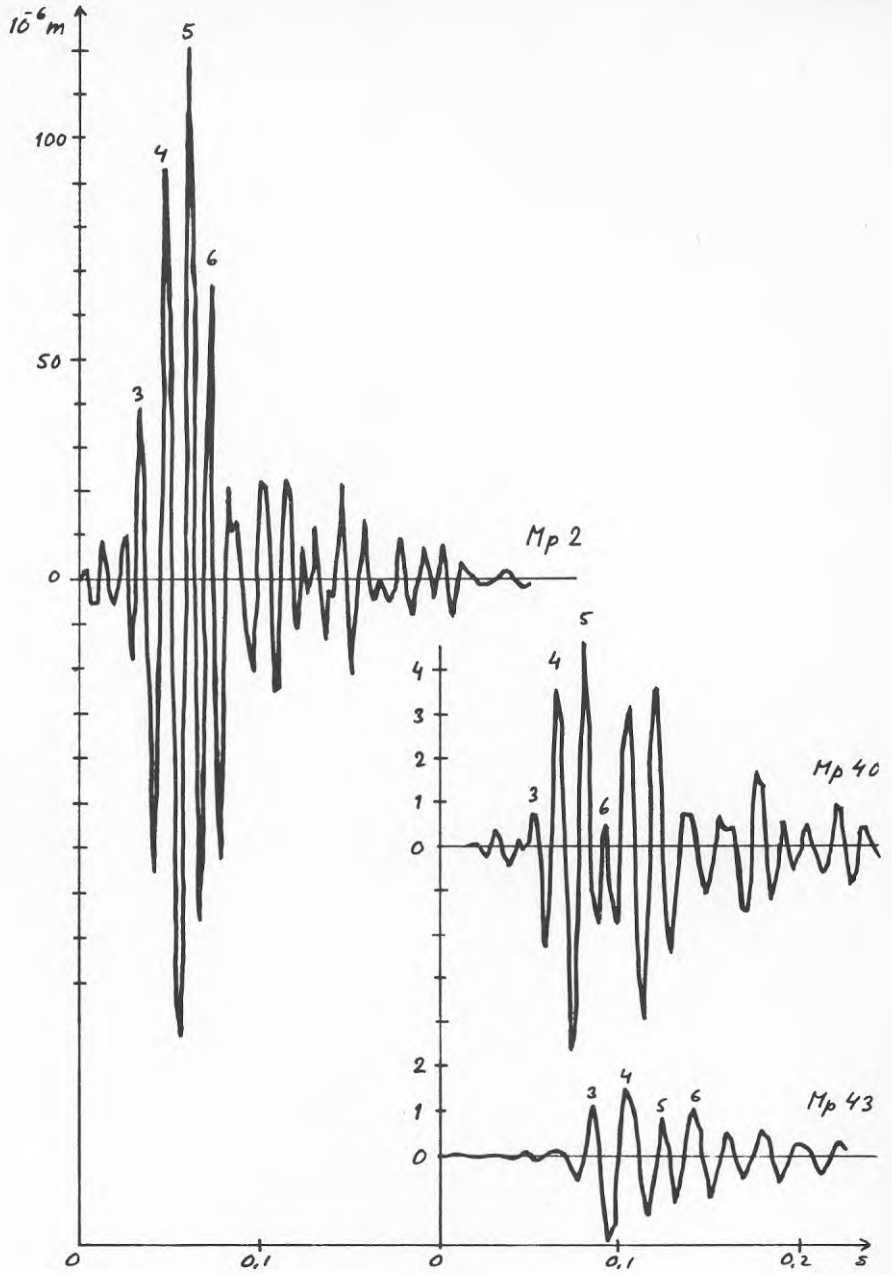


Fig 4-13 Körning 3, beräknad vertikal förskjutning i punkterna 2, 40 och 43.

Frekvensomvandling

Punkt 2	$t_{med} = 13,5 \text{ ms}$
" 40	" = 12,5 "
" 43	" = 18,1 "

Fortfarande återges inte den uppmätta frekvensreduktionen från 2 till 40, medan reduktionen från 2 till 43 nu för första gången är större än uppmätt.

4.434 Amplituder

Topp nr	Modell (verklighet)		
	Pkt 2	Pkt 40	Pkt 43
3	39 (460)	1,4 (210)	1,4 (390)
4	93 (1620)	4,0 (470)	1,7 (180)
5	121 (1960)	5,0 (620)	0,9 (7)
6	67 (1000)	0,7 (70)	1,1 (270)

Amplitudreduktionen från punkt 2 till 40 är fortfarande avsevärt högre i modellen än i verkligheten. Däremot liknar reduktionen från 40 till 43 mer verkligheten, om man inte ser till de individuella topparna utan till den genomsnittliga nivån.

4.435 Slutsatser

- Sänkningen av E-modulerna gav i de flesta avseenden bättre resultat
- E-modulen för betong bör dock återfå sitt ursprungliga värde, varvid gånghastigheten i plattan bör bli bättre

Följande modifieringar återstår att göra:

- Accelerationsinput i ett vertikallplan i stället för i en punkt
- Punktmassa som simulerar tyngden av gavelväggen och tillhörande del av taket

4.44 Körning 4

4.441 Ändringar

- Accelerationsinput i alla noder under punkt 2

4.442 Vibrationsförloppens utseende (fig 4-14)

Punkt 2

Bra likhet med uppmätt förlopp, sånär som på topp 6, som här har sjunkit. Såttillvida är likheten sämre än i föregående körningar.

Punkt 40

Topp 3, 4, 5 bra, men 6 och 7 har blivit omkastade ifråga om storlek; såttillvida sämre än föregående körning.

Punkt 43

Topp 3 för första gången störst, liksom i mätdata. Som helhet bra likhet.

4.443 Gånghastighet och frekvensomvandling

Gånghastighet

I mark (2-40): $\Delta t_{med} = 17,5 \text{ ms} \Rightarrow v = 94 \text{ m/s}$

I byggnad (40-43): $\Delta t_{med} = 36,7 \text{ ms} \Rightarrow v = 163 \text{ m/s}$

$$v_{byggnad}/v_{mark} = 1,7$$

Samma som i föregående körning.

Frekvensomvandling

Punkt 2 $\Delta t_{med} = 13,1 \text{ ms}$

" 40 " = 13,3 "

" 43 " = 19,2 "

Fortfarande ingen nämnvärd frekvensomvandling mellan 2 och 40, däremot en ökning mellan 40 och 43.

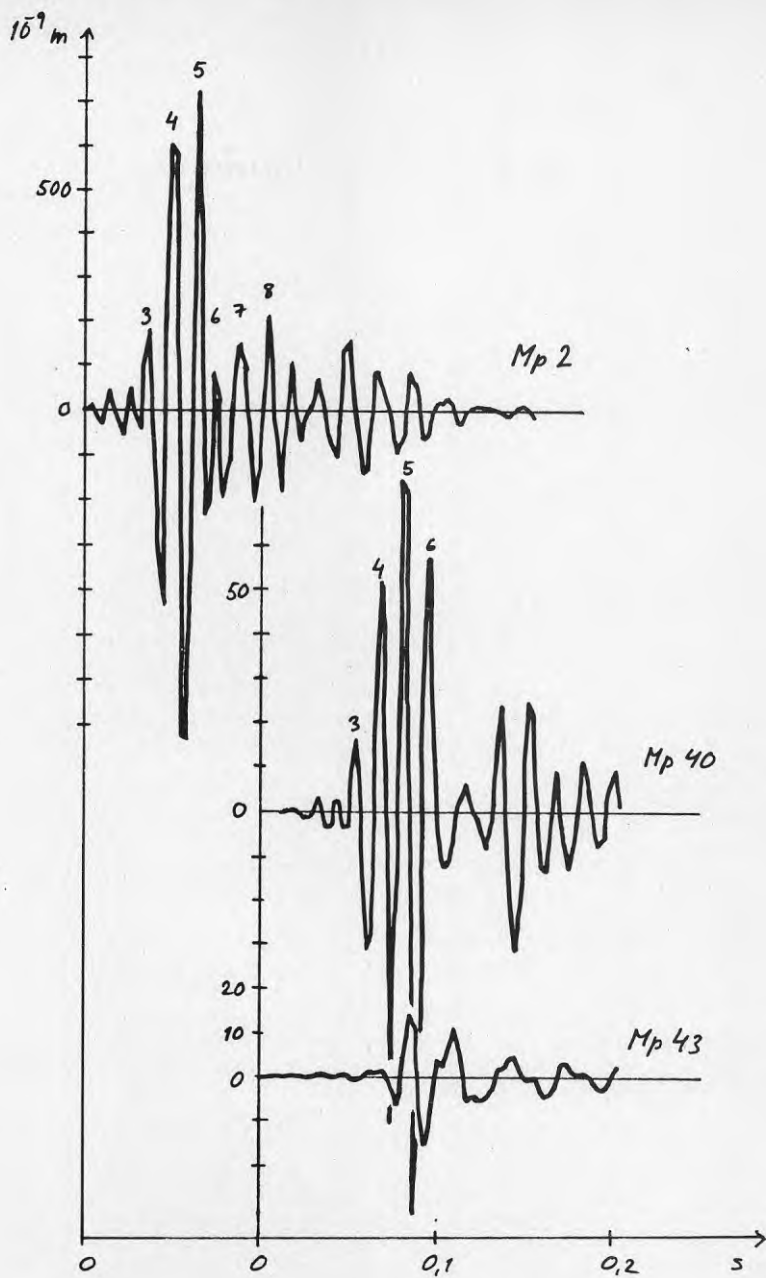


Fig 4-14 Körning 4, beräknad vertikal förskjutning i punkterna 2, 40 och 43.

4.444 Amplituder

Topp nr	Modell (verklighet)		
	Pkt 2	Pkt 40	Pkt 43
3	220 (460)	19 (210)	18 (390)
4	700 (1620)	52 (470)	- (180)
5	730 (1960)	85 (620)	13 (7)
6	140 (1000)	58 (70)	- (270)

Amplitudreduktionen från 2 till 40 är inte lika stor som tidigare, men fortfarande mycket större än i verkligheten. Från 40 till 43 något större reduktion än tidigare.

Mest anmärkningsvärt är att amplituderna absolut sett ökat kraftigt, och i punkt 2 nu närmar sig nivån hos de uppmätta vibrationerna. Detta är helt naturligt, eftersom den tillförda vibrationsenergin blir större genom att flera noder nu exciteras samtidigt. Fortfarande försvinner dock omkring halva energin ut till vänster i modellen, vilket utgör en del av förklaringen till den stora amplitudreduceringen från 2 till 40.

4.445 Slutsatser

- Excitering i flera noder i ett vertikallplan gav amplituder i punkt 2 som närmar sig de verkliga
- Amplitudreduceringen från 2 till 40 nu väsentligt mindre, men fortfarande större än i verkligheten

Av de tidigare nämnda modifieringarna återstår nu endast att införa en punktmassa vid byggnadens kant som skall simulera massan hos gavelvägg och del av tak. Dock kommer även andra modifieringar att göras.

4.45 Körning 5

4.451 Ändringar

- E-modulen för betong har återfått ursprungsvärdet 30 000 MPa
- E-modulen för packad jord har minskats till värdet för löst lagrad jord, 52 MPa
- Densiteten för packad jord har minskats till värdet för löst lagrad jord, 1700 kg/m³
- En massa på 390 kg har införts vid punkt 40

Massan 390 kg är en hög uppskattning av den massa som taket och gavelväggen skulle kunna ge per meter.

4.452 Vibrationsförloppens utseende (fig 4-15)

Punkt 2

Inga nämnvärda förändringar jämfört med föregående körning.

Punkt 40

Amplituderna har minskat påtagligt.

Punkt 43

Ungefär samma amplituder, men topp 5 nu större än topp 3.

4.453 Gånghastighet och frekvensomvandling

Gånghastighet

$$\text{I mark (2-40):} \quad \Delta t_{\text{med}} = 19,4 \text{ ms} \Rightarrow v = 85 \text{ m/s}$$

$$\text{I byggnad (40-43):} \quad \Delta t_{\text{med}} = 25,6 \text{ ms} \Rightarrow v = 234 \text{ m/s}$$

$$v_{\text{byggnad}}/v_{\text{mark}} = 2,8$$

Således ökad hastighet i byggnad, minskad i mark, såsom väntat med hänsyn till de ändrade E-modulerna.

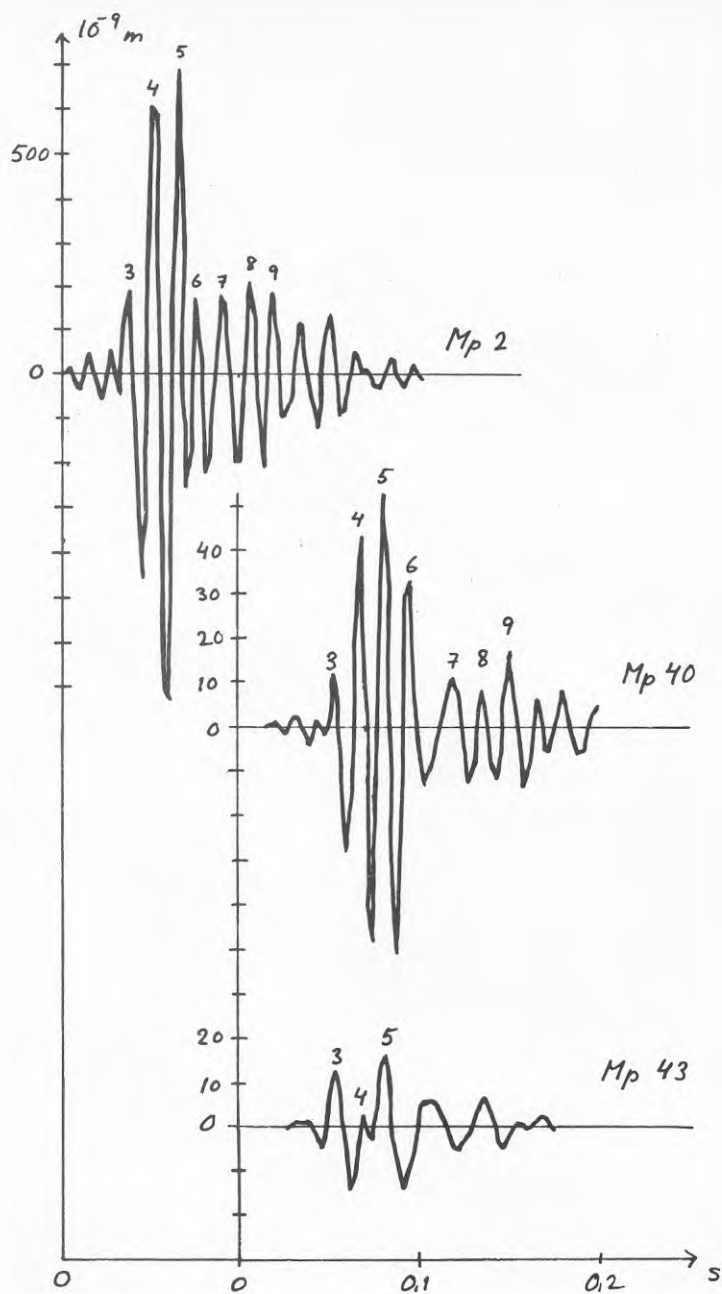


Fig 4-15 Körning 5, beräknad vertikal förskjutning i punkterna 2, 40 och 43

Frekvensomvandling

Punkt 2	$\Delta t_{\text{med}} = 13,1 \text{ ms}$
" 40	" = 14,1 "
" 43	" = 20,6 "

För första gången har nu erhållits en viss frekvensomvandling från punkt 2 till 40, vilket torde bero på den ökade massan i punkt 40.

4.454 Amplituder

Topp nr	Modell (verklighet)		
	Pkt 2	Pkt 40	Pkt 43
3	240 (460)	15 (210)	13 (390)
4	650 (1620)	44 (470)	3 (180)
5	690 (1960)	60 (620)	18 (7)
6	200 (1000)	37 (70)	- (270)

Något lägre amplituder än i föregående körning, men skillnaden obetydlig.

4.455 Slutsatser

- Den ökade massan i punkt 40 gav viss frekvensminskning från 2 till 40, dvs något mer likt verkligheten än i tidigare körningar
- Ändrade E-moduler (ökad i betong, minskad i mark) ger minskad gånghastighet i mark, ökad i platta. Kvoten mellan dessa bättre än i föregående körning

4.46 Körning 6

4.461 Ändringar

- Betongens E-modul ökad till 45 000 MPa
- Extramassan på betongplattan borttagen
- E-modulen för packad jord ökad till 70 MPa
- Densiteten för packad jord tillbaka till ursprungsvärdet 1900 kg/m³

Värdet 45 000 för betongens E-modul är ett fullt möjligt värde, med tanke på spridningen hos denna materialegenskap.

4.462 Vibrationsförloppens utseende (fig 4-16)

Amplituderna har ökat överlag. Utseendemässigt har 43 ändrats markant.

4.463 Gånghastighet och frekvensomvandling

Gånghastighet

I mark (2-40): $\Delta t_{med} = 16,6 \text{ ms} \Rightarrow v = 99 \text{ m/s}$

I byggnad (40-43): $\Delta t_{med} = 19,1 \text{ ms} \Rightarrow v = 314 \text{ m/s}$

$$v_{byggnad}/v_{mark} = 3,2$$

Förändringarna jämfört med föregående körning är som väntade med hänsyn till de ändrade E-modulerna. Kvoten byggnad/mark är nu för hög.

Frekvensomvandling

Punkt 2 $\Delta t_{med} = 12,5 \text{ ms}$

" 40 " = 14,1 "

" 43 " = 13,8 "

Från 2 till 40 ungefär som förut, men från 40 till 43 nu ingen minskning i frekvens.

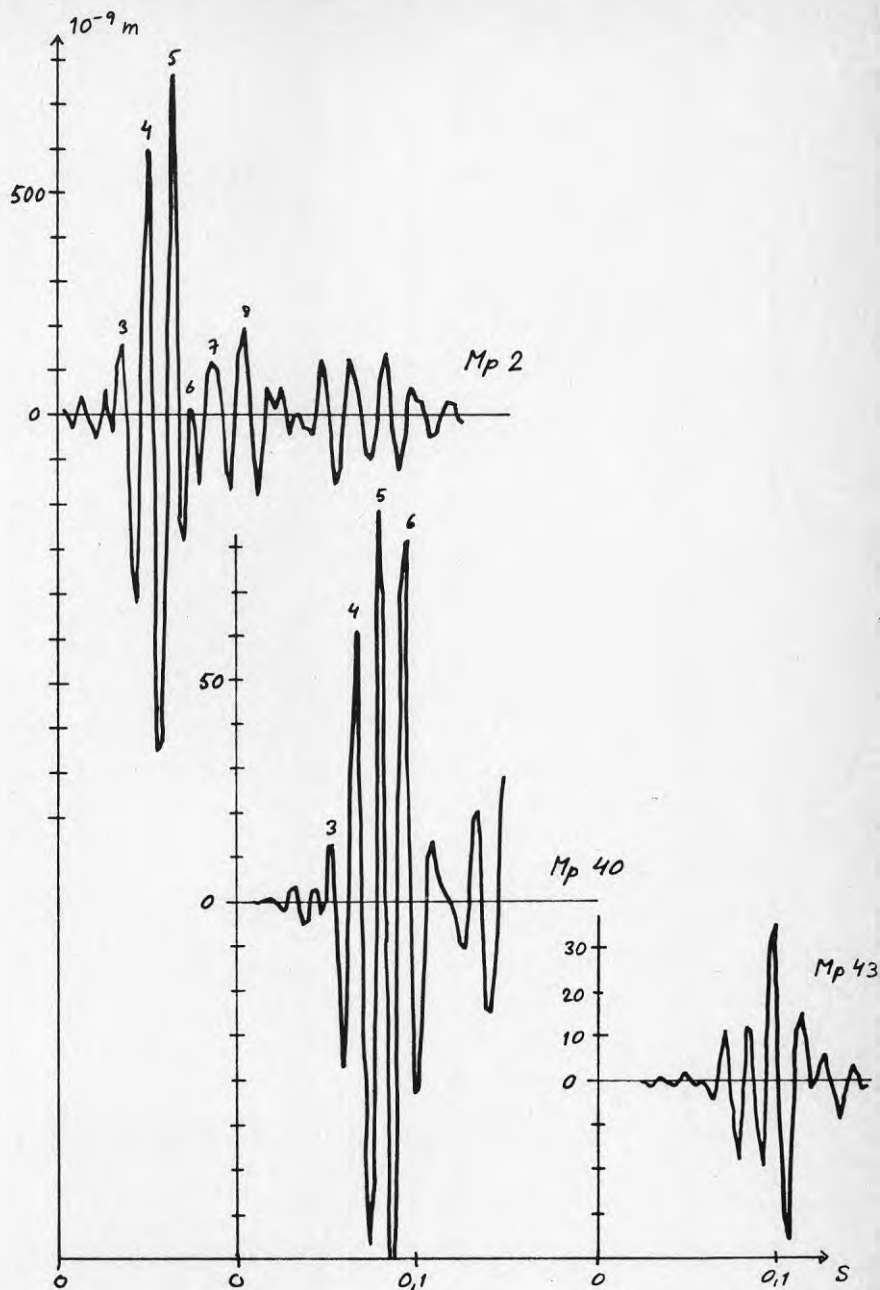


Fig 4-16 Körning 6, beräknad vertikal förskjutning i punkterna 2, 40 och 43.

4.464 Amplituder

Topp nr	Modell (verklighet)		
	Pkt 2	Pkt 40	Pkt 43
3	200 (460)	18 (210)	12 (390)
4	650 (1620)	62 (470)	15 (180)
5	770 (1960)	89 (620)	40 (7)
6	50 (1000)	82 (70)	18 (270)

Jämfört med tidigare körningar en ökning av amplituderna i 40 och 43, och därmed ett närmande till verkligheten. Dock fortfarande alltför stor reduktion från 2 till 40 och från 40 till 43.

4.465 Slutsatser

- Den minskade massan i plattan medförde att amplitudreduceringen minskade, dock ej till uppmätta värden
- Frekvensminskningen från 40 till 43 försvann helt och hållet pga den minskade massan

4.47 Körning 7

4.471 Ändringar

- Viss extramassa har återinförts på betongplattan, dock endast så att massan fördubblas (i körning 2 till 5 var den tredubblad, jfr 4.421)
- Densiteten för packad jord åter minskad till 1700 kg/m³
- Extramassan i punkt 40 minskad till 170 kg (tidigare 390)

4.472 Vibrationsförloppens utseende (fig 4-17)

Utseendemässigt inga påtaliga skillnader, men amplituderna har minskat i 40 och 43.

4.473 Gånghastighet och frekvensomvandling

$$v_{\text{byggnad}}/v_{\text{mark}} = 282/104 = 2,7$$

Bättre än tidigare, men fortfarande något högt.

Ingen nämnvärd frekvensomvandling kan noteras.

4.474 Amplituder

Topp nr	Modell (verklighet)		
	Pkt 2	Pkt 40	Pkt 43
3	150 (460)	13 (210)	15 (390)
4	650 (1620)	45 (470)	8 (180)
5	830 (1960)	59 (620)	27 (7)
6	20 (1000)	60 (70)	18 (270)

Jämfört med föregående körning kan noteras något sänkta amplituder i 40 och 43.

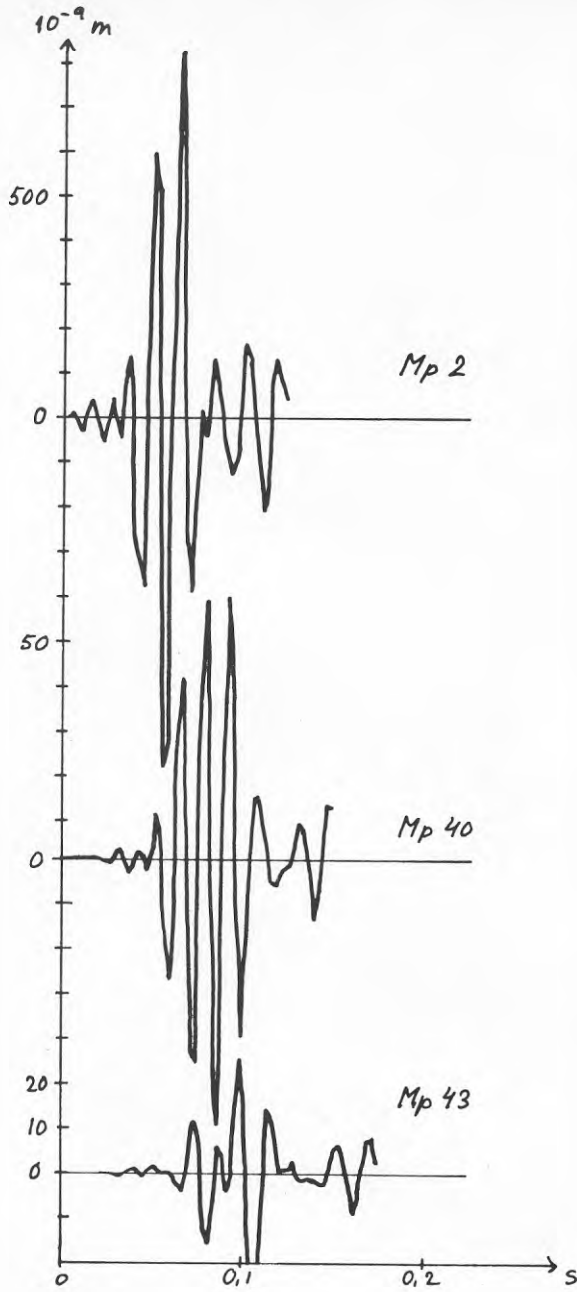


Fig 4-17 Körning 7, beräknad vertikal förskjutning i punkterna 2, 40 och 43.

4.475 Korrigerig

Här upptäcktes att gruslagret under plattan av misstag blivit för tjockt i modellen, med två elementrader i stället för en, jfr fig 4-4. Därför gjordes en körning med endast en elementrad grus (makadam), men i övrigt helt lik körning 7. Detta skulle möjligen kunna påverka punkt 43, däremot inte 2 och 40.

Vibrationsförloppet i punkt 43 (se fig 4-18) uppvisar i jämförelse med föregående körning ingen nämnvärd skillnad (jfr fig 4-17; obs. att topparna blivit något olika "avskurna", varför amplitudskillnaderna är skenbara). Gruslagrets tjocklek tycks således vara av underordnad betydelse, och de slutsatser som dragits i föregående körningar anses inte påverkas av att gruslagret varit för tjockt.

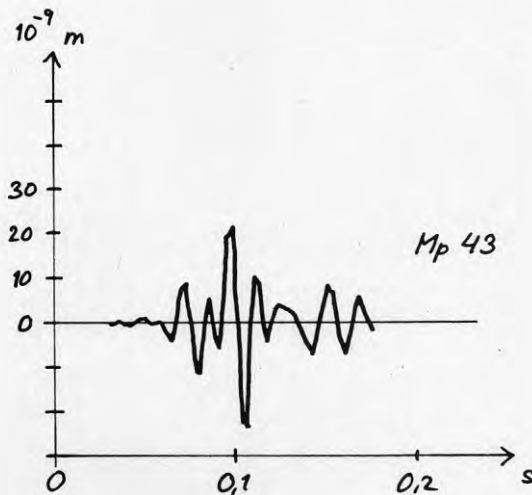


Fig 4-18 Körning 7 efter korrigerig av gruslagrets tjocklek, beräknad vertikal förskjutning.

4.48 Körning 8

4.481 Ändringar

- "Gruselement" har lagts in även under och utanför plattans kantförstyvning
- Plattans massa har åter ökats till det tredubbla

Dessa ändringar har införts främst för att studera frekvensomvandlingen.

4.482 Vibrationsförloppens utseende (fig 4-19)

Punkt 2 påverkas inte av ovanstående ändringar. Amplituderna är klart sänkta i 40 och något sänkta i 43.

4.483 Gånghastighet och frekvensomvandling

$$v_{\text{byggnad}}/v_{\text{mark}} = 248/90 = 2,8$$

Någon frekvensomvandling har inte uppnåtts.

4.484 Amplituder

Topp nr	Modell (verklighet)		
	Pkt 2	Pkt 40	Pkt 43
3	Samma	10 (210)	8 (390)
4	som i	26 (470)	1 (180)
5	föregående	29 (620)	11 (7)
6	körning	40 (70)	4 (270)

I punkt 40 och 43 klart lägre än i föregående körning.

4.485 Slutsatser

"Mjuka" gruselement utanför plattans vertikala kant infördes för att minska kraftöverföringen till denna från marken, då modellen annars torde överskatta de vertikala markrörelsernas inverkan på denna del av byggnaden.

Detta medförde ingen ändring till det bättre ifråga om frekvensomvandling, och som man kunde vänta sig ytterligare försämring ifråga om amplitudreducering.

I en avslutande körning skall materialdämpningen tas bort helt för att studera effekten på amplitudreduceringen.

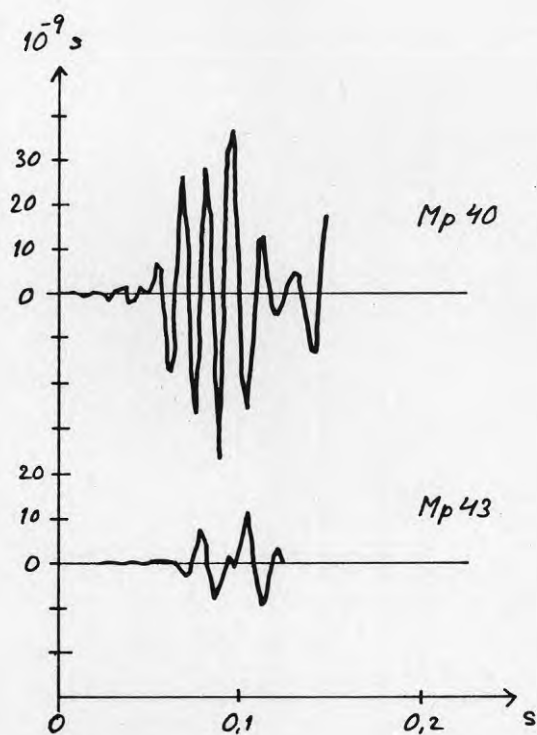


Fig 4-19 Körning 8, beräknad vertikal förskjutning i punkterna 40 och 43.

4.49 Körning 9

4.491 Ändringar

Materialdämpningen har tagits bort, i övrigt som föregående körning.

4.492 Vibrationsförloppens utseende (fig 4-20)

I diagrammen visas endast de första topparna. I förloppens fortsättning återfinns samma egensvängningsfenomen som i körning 1 (som också saknade materialdämpning).

Allmänt sett är nu amplituderna högre. Största amplituden uppvisar nu topp 6 eller 7, tidigare topp 5.

4.493 Amplituder

Topp nr	Modell (verklighet)		
	Pkt 2	Pkt 40	Pkt 43
3	200 (460)	16 (210)	20 (390)
4	700 (1620)	63 (470)	17 (180)
5	800 (1960)	90 (620)	40 (7)
6	- (1000)	114 (70)	42 (270)
7	1200 (120)	- (250)	- (50)

Amplituderna i 40 och 43 är i förhållande till amplituderna i 2 högre än i någon tidigare körning, skillnaden är dock inte så stor. Fortfarande är alltså amplitudreduceringen alldeles för stor i modellen, vilket tydligen inte kan förklaras av materialdämpningen enbart, som ju i denna körning varit noll.

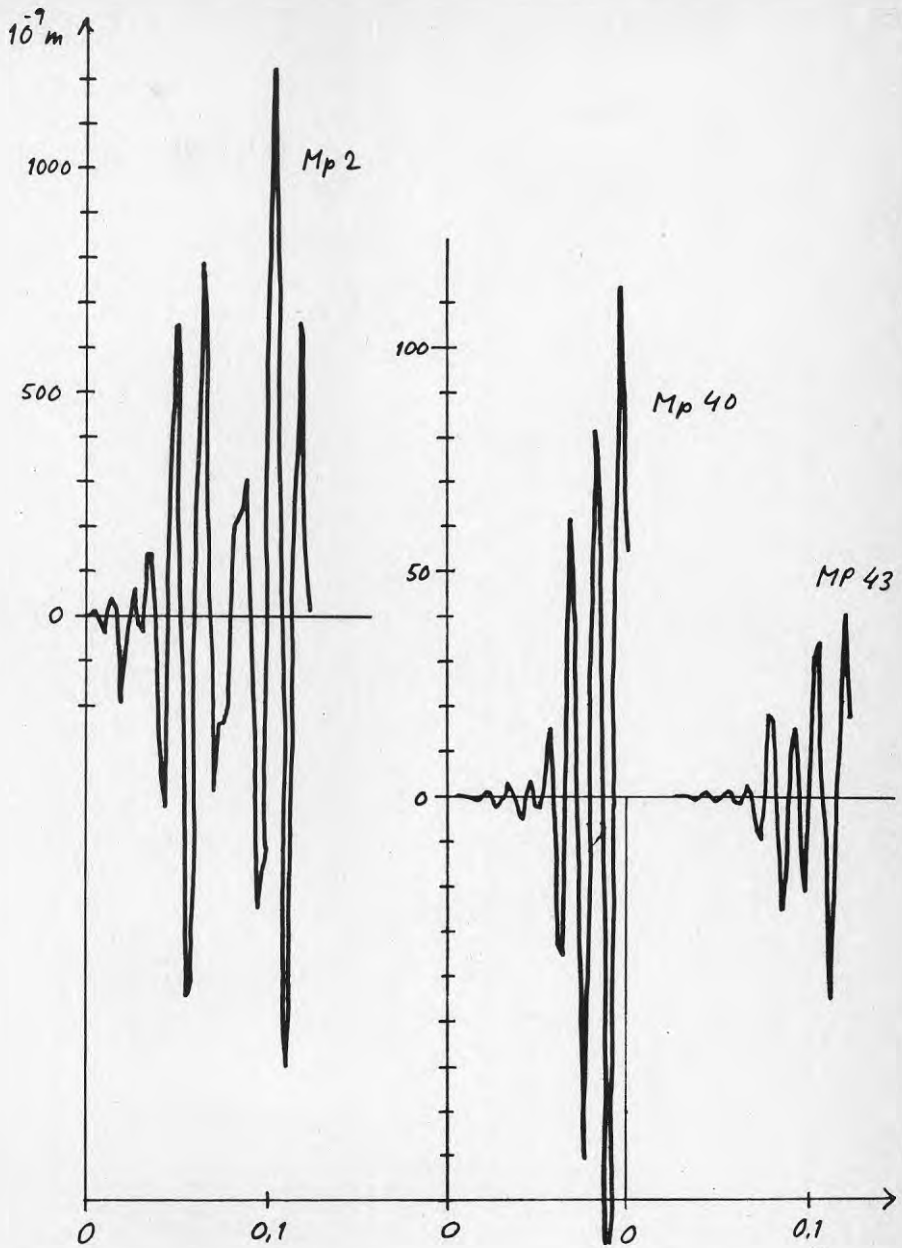


Fig 4-20 Körning 9, beräknad vertikal förskjutning i punkterna 2, 40 och 43.

4.4.10.2 Avslutande synpunkter

Någon fullständig överenskommelse mellan beräkningsmodell och verklighet har inte gått att erhålla, trots att ingångsförutsättningarna i modellen varierats på olika sätt. En förändring som givit en förbättring i något avseende har ofta medfört en försämring i något annat avseende.

I vissa avseenden har avvikelserna mellan modell och verklighet varit genomgående:

- Gånghastigheten i både platta och mark har varit 35-75 % lägre i modell än i verklighet. (Kvoten $V_{\text{byggnad}}/V_{\text{mark}}$ har däremot varit både lägre och högre i modellen än i verkligheten)
- Frekvensomvandlingen (minskningen i frekvens från 2 till 40 och 43) har alltid varit lägre i modellen än i verkligheten, och ibland obefintlig
- Amplituderna har genomgående varit lägre i modellen än i verkligheten
- Amplitudreduceringen, framförallt från 2 till 40, har varit väsentligt större i modellen än i verkligheten

Modellen är osäker i många avseenden, helt enkelt därför att de verkliga förutsättningarna är ofullständigt kända, och i andra avseenden har medvetna avsteg från verkligheten gjorts.

- Materialparametrar, t ex E-moduler, tvärkontraktionstal och dämpning, är osäkra. (Den osäkraste E-modulen har troligen grusbädden. Värdet 15 MPa är visserligen ett ofta antaget värde för dylikt material, men det kan i verkligheten vara mycket högre, dels på grund av att lagret packats av lasten på betongplatta, dels på grund av att den övre delen styvats upp av betong. Nu torde dock inte gruslagrets E-modul ha något avgörande inflytande på de aktuella vibrationerna att döma av resultatet av den korrigerings som gjordes i körning 7, se 4.475.)
- Massan av gods på plattan samt av väggar och tak på plattans kant är mer eller mindre elastiskt kopplade. Detta skulle kunna beaktas i modellen, men förutsättningarna är dåligt kända, speciellt vad avser godset på plattan.
- Undergrundens geometri ifråga om djupet hos olika skikt är känd endast i ett fåtal snitt. Lokala variationer däremellan, t ex ifråga om den "fasta bottenens" kontur, kan ge reflexioner och fokuseringar som inte kommer fram i modellen. Detta gäller även variationer i den tredje dimensionen, "vinkelrätt mot papperets plan".
- Accelerationsinputen motsvarar inte den verkliga exciteringen. Man kan förmoda att input i flera noder i ett vertikalplan (körning 4-9) är bättre än input i en enda nod (körning 1-3), men det verkliga accelerationsförloppet är inte känt annat i en punkt på markytan. (Här har antagits samma acceleration i alla noder under mätpunkt 2.)

- Modellen är 2-dimensionell, varför geometrisk dämpning på grund av vågutbredning i den tredje dimensionen inte blir beaktad. Detta skulle i och för sig innebära att amplituderna reduceras mindre i modellen än i verkligheten, men med aktuella avstånd från exciteringspunkten ger det inte så stort bidrag till reduktionen från 2 till 40.
- Motsatt i förhållande till den geometriska dämpningen inverkar att ca halva energin försvinner åt vänster i modellen, vilket bidrar till amplitudsreduceringen med ca $\sqrt{1/2} = 0,7$. Detta räcker dock inte för att förklara den erhållna amplitudreduceringen från 2 till 40, som i körning 4-9 är en faktor av storleksordningen 0,1.
- Beräkningsmodellen förutsätter att både tid och rum delas in i "finita element". Hur detta inverkar är inte helt klart, men man kan förmoda att t ex de för låga gånghastigheter som erhålls vid beräkning bl a kan sammanhånga med elementstorlekar och tidssteg.

Avslutningsvis kan sägas, att FEM-modellen givit utomordentliga möjligheter att studera inverkan av förändringar ifråga om materialparametrar och andra beräkningsförutsättningar. Fortfarande återstår dock mycket arbete, som ej rymts inom denna undersökning, innan en tillfredsställande överensstämmelse mellan beräknade och uppmätta vibrationer kan uppnås. Bl a kan behövas en betydligt mer detaljerad kännedom om undergrundens beskaffenhet.

4.5 Förenklad modell för approximativ beräkning av lägsta egenfrekvensen hos platta på mark

4.51 Beräkningsmodell

I rapporten från pilotprojektet (1978) presenterades en beräkningsmodell som med acceptabel noggrannhet uppskattade egenfrekvensen hos en 100 mm tjock betongplatta, vilande på en ovanligt homogen lera.

Denna beräkningsmodell skall här, i något förenklad form, prövas på platta vilande på undergrund av friktionsmaterial.

Metoden går ut på att bestämma en fjäderkonstant och en ekvivalent massa, ur vilka egenfrekvensen sedan kan bestämmas. Den ekvivalenta massan bestäms här som massan för betongplatta inklusive underliggande gruslager inom en ekvivalent radie, som bestäms som funktion av plattans tjocklek samt kvoten mellan plattans och undergrundens E-moduler eller skjuvmoduler. Uttrycket för ekvivalent radie har ursprungligen tagits fram för beräkning av deformationen under en statisk punktlast på en platta på mark, Beigler (1976). Fjäderkonstanten bestäms enligt Richart et al (1970) som för ett cirkulärt fundament med denna radie.

Ekvivalent radie:

$$r = 1,3 \cdot h \left(G_{\text{betong}} / G_{\text{mark}} \right)^{1/3} \quad (4-1)$$

där h är plattans tjocklek. (Kvoten mellan skjuvmodulerna kan ersätta kvoten mellan E-modulerna, då tvärkontraktionstalet inte varierar så mycket.)

Ekvivalent massa:

$$m = \pi r^2 (\rho_{\text{betong}} \cdot h + \rho_{\text{grus}} \cdot g) \quad (4-2)$$

där g är gruslagrets tjocklek

ρ är densitet

Fjäderkonstant (med beaktande av tänkt triangulär tryckfördelning):

$$k = 2 \cdot G_{\text{mark}} \cdot r \quad (4-3)$$

Egenfrekvens:

$$f = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (4-4)$$

4.52 Platta på fast lagrad morän

Försöksobjekt AGB (se vidare 2.24) har en 130 mm dubbelarmerad betongplatta på 150 mm dräneringsgrus, med undergrund som kan antas bestå av fast lagrad morän.

Fig 4-21 visar vibrationer registrerade i bl a mätpunkterna 21 och 23 inne på plattan efter excitering utanför byggnaden i punkt E2, jfr fig 3-7. Avståndet mellan mätpunkterna var 6 m och tidsskillnaden kan grovt uppskattas till ca 27 ms. Detta ger en skjuvågshastighet

$$v = 6/0,027 = 220 \text{ m/s}$$

vilket med en antagen densitet av 1800 kg/m³ ger en motsvarande skjuvmodul

$$G \approx 1800 \cdot 220^2 \text{ Pa} = 87 \text{ MPa}$$

Anm. Våghastigheten inne i byggnaden påverkas av betongplattans styvhet, av lasten från betongplattan och av djupet till fast botten. Vidare går det inte att särskilja de olika vågtyperna i dessa mätningar, på grund av det korta avståndet till exciteringspunkten. Det värde på G som kan beräknas ur våghastigheten är således ingen "ren" skjuvmodul för undergrunden, utan ett ekvivalent värde, vars användbarhet i den aktuella beräkningsmodellen nu skall undersökas.

Egenfrekvensen för plattan kan uppskattas ur det uppmätta vibrationsförloppet sedan pulsen avklingat. Avståndet mellan topparna kan med hygglig noggrannhet uppskattas till

$$f \sim 1/0,02 = 50 \text{ Hz}$$

Den effektiva radien för plattan beräknas enligt ekv (4-1), varvid skjuvmodulen 87 MPa för undergrunden och $0,4 \cdot 40\,000 = 16\,000 \text{ MPa}$ för betongen används. (Värdet 40 000 för betongens E-modul är rimligt för dynamisk beräkning.)

$$r = 1,3 \cdot 0,13 \cdot (16000/87)^{1/3} = 0,96 \text{ m}$$

Fjäderkonstanten blir

$$k = 2 \cdot 87 \cdot 0,96 = 170 \text{ MN/m}$$

Ekvivalent massa:

$$m = \pi \cdot 0,96^2 (2400 \cdot 0,13 + 1800 \cdot 0,15) = 1700 \text{ kg}$$

Egenfrekvens:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{170 \cdot 10^6}{1700}} = 50 \text{ Hz}$$

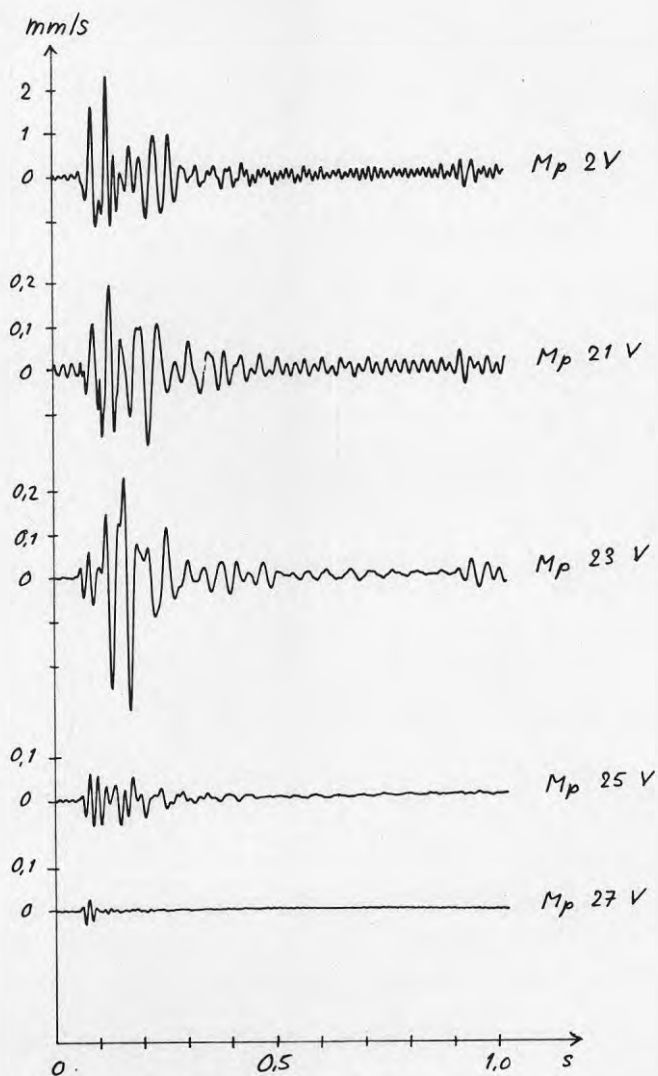


Fig 4-21 Objekt AGB, uppmätta vibrationer, excitering i E2 (fig 3-7).

Detta stämmer bra med det ur vibrationsförloppet uppskattade värdet 50 Hz. I ovanstående beräkning är framförallt undergrundens skjuvmodul osäker, emedan uppskattningen av skjuvvågshastigheten är svår och emedan denna i kvadrat inverkar på skjuvmodulen. Även betongens skjuvmodul är något osäker. Om man antar att undergrundens skjuvmodul ligger inom intervallet 60-120 MPa och betongens inom 15-20 000 MPa, erhålls beräknad egenfrekvens inom intervallet

$$f = 40 - 65 \text{ Hz}$$

vilket ändå innebär en hygglig uppskattning av storleksordningen.

4.53 Betongplatta på delvis löst lagrad sand

Försöksobjektet är här Renold, dvs samma som vid beräkningar med FEM enligt föregående avsnitt 4.4, se även 2.21. Betongplattan är 150 mm tjock och centriskt armerad och ligger på 150 mm grus över sand med delvis fast och delvis lös lagring. Sandlagrets tjocklek varierar, varför man kan vänta sig en varierande egenfrekvens i olika punkter.

Fig 4-22 visar mätresultat i punkterna 12, 42 och 46 vid excitering på plattan inne i byggnaden, jfr 3.11. I den undre figuren visas både punkt 12 och 42, varvid kurvorna förskjutits 65 ms som motsvarar tidsförskjutningen. Sandlagret är ungefär lika tjockt i dessa punkter, varför egenfrekvenserna kan väntas vara lika. Avståndet mellan två toppar är ca 30 ms, vilket ger

$$f \approx 1/0,03 = 33 \text{ Hz}$$

Utbredningshastigheten blir, med tidsskillnaden 65 ms och avståndet 12,2 m mellan mätpunkterna:

$$v = 12,2/0,065 = 188 \text{ m/s}$$

och skjuvmodulen

$$G = 1800 \cdot 188^2 \text{ Pa} = 63 \text{ MPa}$$

Anm. Enligt 4.413 har hastigheterna, beräknade ur uppmätta vibrationer, erhållits till

$$v = 236 \text{ m/s i mark} \quad (\text{mätpunkt 2-40})$$

$$v = 571 \text{ m/s i byggnad} \quad (\text{mätpunkt 40-43})$$

Den stora skillnaden i hastighet inne i byggnaden kan bero på dels varierande djup och fasthet hos sandlagret, dels på skillnad i excitering. Värdet 571 m/s avser utvändig excitering i E2 (jfr fig 3-4), medan värdet 188 avser invändig excitering i E12 (fig 3-4).

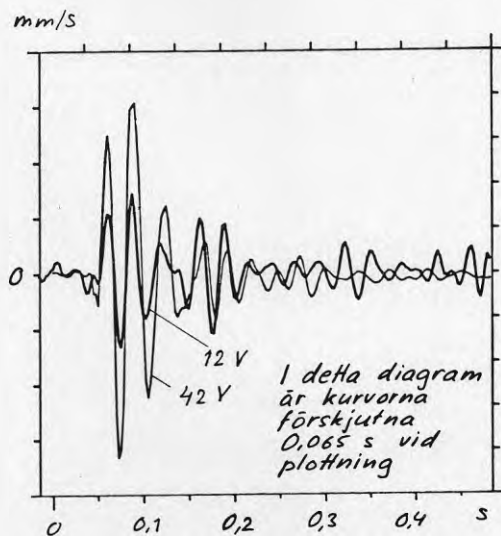
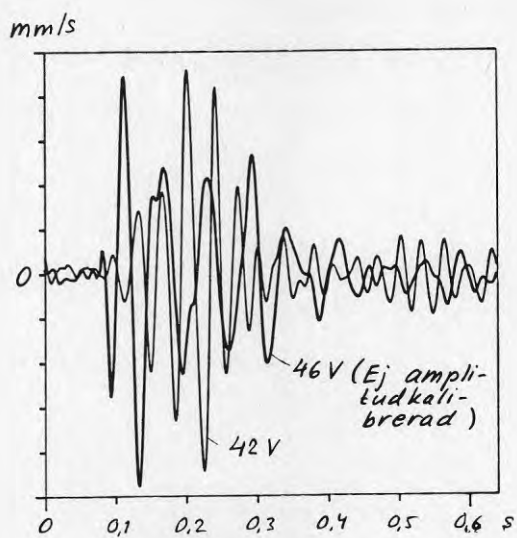


Fig 4-22 Objekt Svenska Renold, uppmätta vibrationer, intern excitering EI1 (övre diagrammet), resp EI2 (undre diagrammet), se även fig 3-4.

Följande värden erhålls:

$$r = 1,3 \cdot 0,15 \cdot (16000/63)^{1/3} = 1,2 \text{ m}$$

$$m = \pi \cdot 1,2^2 (2400 \cdot 0,15 + 1800 \cdot 0,15) = 2900 \text{ kg}$$

$$k = 2 \cdot 63 \cdot 1,2 = 150 \text{ MN/m}$$

$$f = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{150 \cdot 10^6}{2900}} = 36 \text{ Hz}$$

att jämföra med uppmätt frekvens 33 Hz.

Med $G = 50 - 100 \text{ MPa}$ för mark och $15-20\ 000$ för betong erhålls

$$f = 30 - 50 \text{ Hz}$$

Det övre diagrammet i fig 4-22 visar vibrationer i punkterna 42 och 46, dock utan tidsförskjutning. Tidsskillnaderna mellan två toppar kan uppskattas till ca 60 ms i punkt 46, och tidsskillnaden mellan motsvarande toppar i punkt 42 resp 46 till 90 ms. Avståndet mellan punkterna är 12 m. Följande värden erhålls:

$$f = 1/0,06 \approx 17 \text{ Hz}$$

$$v = 12/0,09 = 130 \text{ m/s}$$

$$G = 1800 \cdot 130^2 \cdot 10^{-6} = 32 \text{ MPa}$$

Hastigheten enligt ovan är ett medelvärde mellan punkterna 42 och 46. Sandlagrets djup varierar mellan ca 2 m i 42 och 6 m i 46. Hastigheten bör därför vara lägre i 46 (jfr föregående fall, där hastigheten blev 188 m/s mellan pkt 12 och 42, med konstant djup $\sim 2 \text{ m}$). Antag $v = 100 \text{ m/s}$:

$$G = 1800 \cdot 100^2 \cdot 10^{-6} = 18 \text{ MPa}$$

$$r = 1,3 \cdot 0,15 \cdot \sqrt[3]{1200/18} = 1,9 \text{ m}$$

$$m = \pi \cdot 1,9^2 (2400 \cdot 0,15 + 1800 \cdot 0,15) = 7100 \text{ kg}$$

$$k = 2 \cdot 18 \cdot 1,9 = 68 \text{ MN/m}$$

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{68 \cdot 10^6}{7100}} = 16 \text{ Hz}$$

vilket stämmer bra med uppmätt ca 17 Hz.

Med skjuvmodul inom intervallet 15-30 MPa för mark och 15-20 000 för betong erhålls frekvens inom intervallet

$$f = 13-22 \text{ Hz}$$

I fig 4-23 visas hur den enligt ovan beräknade frekvensen varierar med markens och betongens skjuvmodul (150 mm betong och 150 mm grus). Betongens skjuvmodul har som synes liten inverkan. En ökning av densamma ger dock en minskning av frekvensen, beroende på att den effektiva radien då ökar; därigenom ökar visserligen fjäderkonstanten, men i ännu högre grad den ekvivalenta massan.

4.54 Diskussion

Som framhållits tidigare är det vanskligt att uppskatta undergrundens skjuvmodul med ledning av vibrationer uppmätta inne på plattan. Den skjuvmodul som man får fram på detta sätt får ses som ett slags ekvivalent skjuvmodul, som innefattar inverkan av djup till fast botten, överlast på plattan, samverkan med plattan m m. De egenfrekvenser som beräknats för denna skjuvmodul med hjälp av den förenklade beräkningsmodellen stämmer dock anmärkningsvärt väl med de dominerande frekvenser som kan uppskattas ur de uppmätta vibrationsförloppen.

I fallet Renold (4.53) har två mätpunkter med olika djup till fast botten studerats (2 resp 6 m). I det senare fallet är uppmätt frekvens ca hälften så stor som i det förra, vilket också återspeglas av de beräknade värdena. Här är dock skjuvmodulen i det senare fallet beräknad ur ett grovt extrapolerat värde på våghastigheten, då "uppmätt" värde avser ett medelvärde mellan de två punkterna. Observera att det i detta fall inte är markens egentliga skjuvmodul som varierar, utan att markens styvhet blir olika på grund av varierande djup. En mer generell metod skulle kunna ta hänsyn till verklig skjuvmodul och djup, men uppenbarligen går det bra även med enbart ekvivalent skjuvmodul, i vilken inverkan av djupet är beaktad.

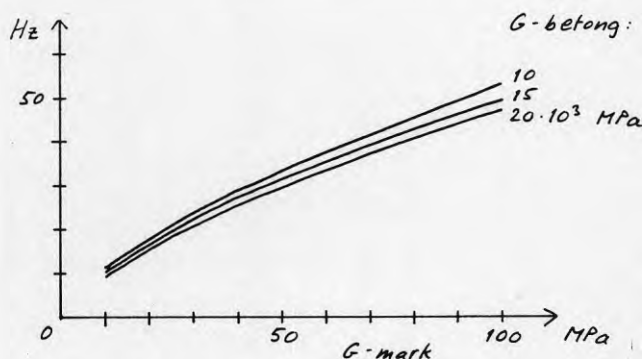


Fig 4-23 Inverkan på egenfrekvensen av markens och betongens skjuvmoduler enligt förenklad beräkningsmodell. 150 mm betong, 150 mm grus.

LITTERATUR

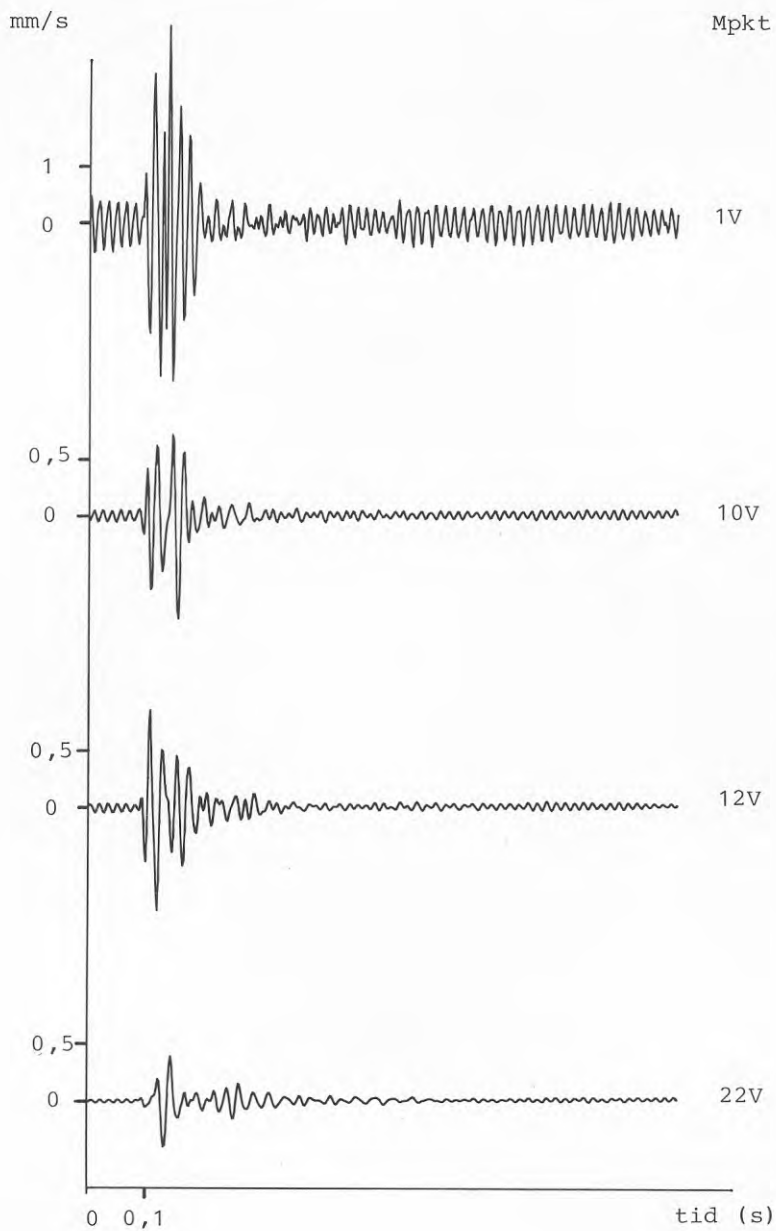
- 1974 Gradefelt G et al: Punktexciterat ljud i byggnader. BFR rapport R52:1974
- 1975 Segol G, Abel J F, Lee P C Y: Finite Element Mesh Gradation for Surface Waves. Journal of the Geotechnical Engineering Division, American Society of Civil Engineers. Vol. 101, No GT11, November 1975
- 1976 Bath K-J, Wilson E L: Numerical Methods in Finite Element Analysis. Prentice-Hall, Englewood Cliffs. New Jersey 1976
- 1976 IFM Akustikbyrån AB: Gränsvärden för vibrationer och stötar. Inledande studier som underlag för immissionsrekommendationer. Stockholm 1976
- 1977 Chandrakant S D, John T C: Numerical Methods in Geotechnical Engineering. McGraw-Hill, 1977
- 1977 White, W, Valliapan S, Lee I K: Unified Boundary for Finite Dynamic-models. Journal of the engineering mechanics division, American Society of Civil Engineers. Vol. 103, No EM5, October 1977
- 1978 AB Jacobson & Widmark, IFM Akustikbyrån AB: Vibrationers transmission från undergrund till byggnad. Delrapport 1 från BFR-projekt 760848-9. Stockholm 1978
- 1978 Fredriksson B: Hållfasthetsberäkningar med finita elementmetoden. Studentlitteratur, Lund 1978
- 1980 Owen D R J, Hinton E: Finite Elements in Plasticity. Pineridge Press Limited, West Cross, Swansea U K 1980
- 1983 Ahlund P: Ett finit-element-projekt över vibrationers utbredning genom mark upp i byggnader. Examensarbete vid institutionen för hållfasthetslära, KTH, 1983

BILAGA 1

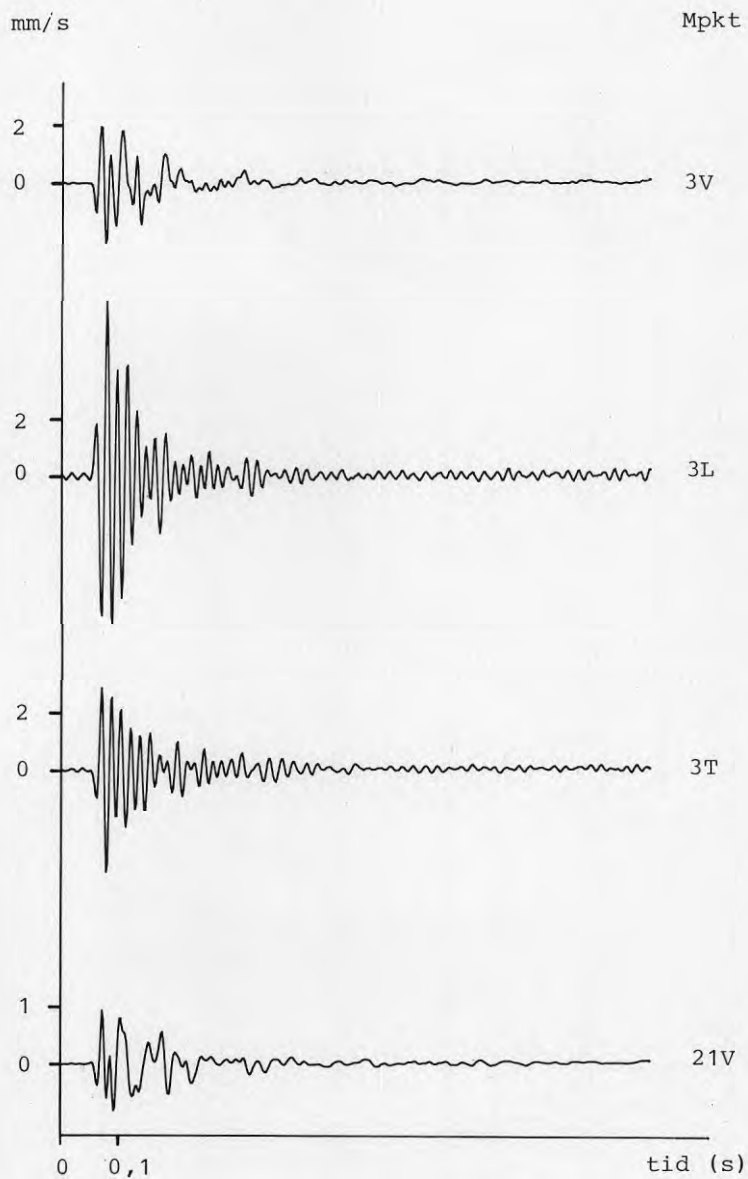
TIDSFÖRLOPP

I detta avsnitt redovisas ett urval tidsförlopp för samtliga objekt (för Svenska Renold dock endast ett, då två förlopp redovisas i avsnitt 3.5). För beteckning av exciteringspunkter och mätpunkter, se fig 3-4 till 3-7. Observera att skalan för vibrationshastighet i vissa fall är olika för olika mätpunkter.

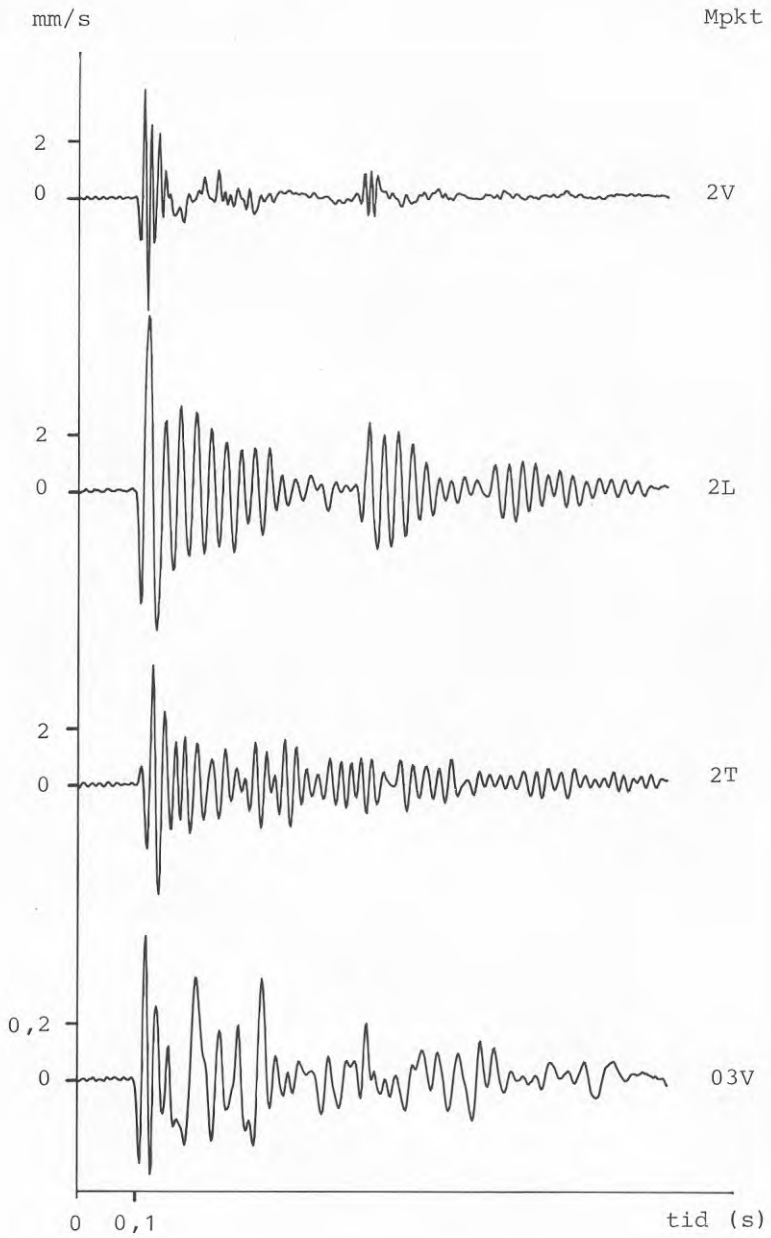
Objekt: Svenska Renold
Excitering: punkt E1 (långsida)



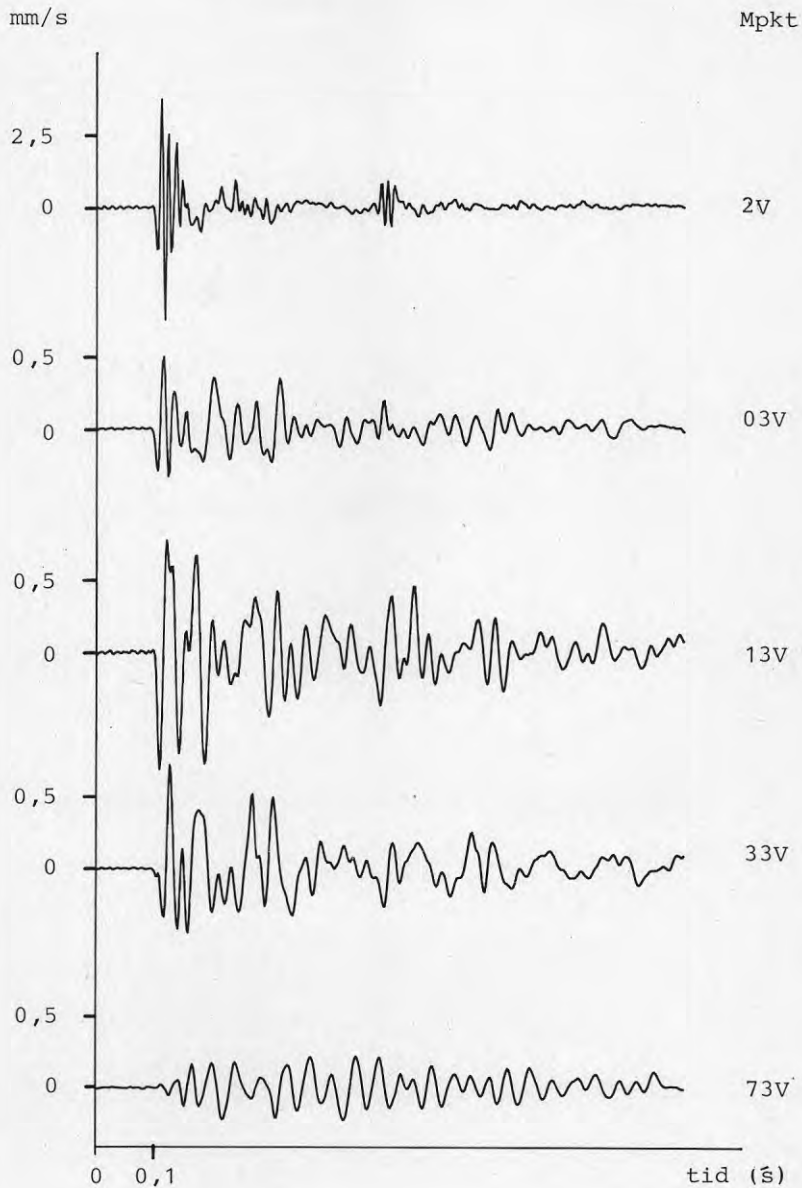
Objekt: Berkel
Excitering: punkt E1



Objekt: Berkel
Excitering: punkt E1

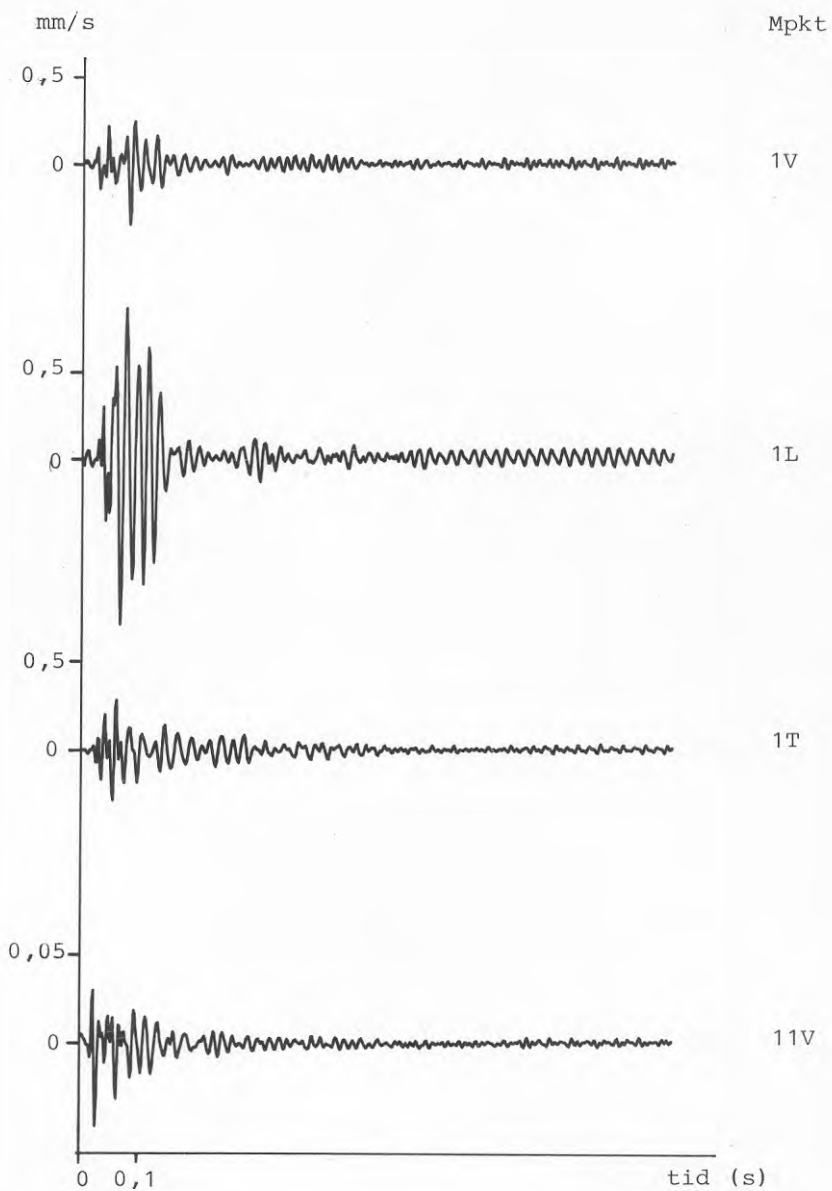


Objekt: Berkel
Excitering: punkt E2



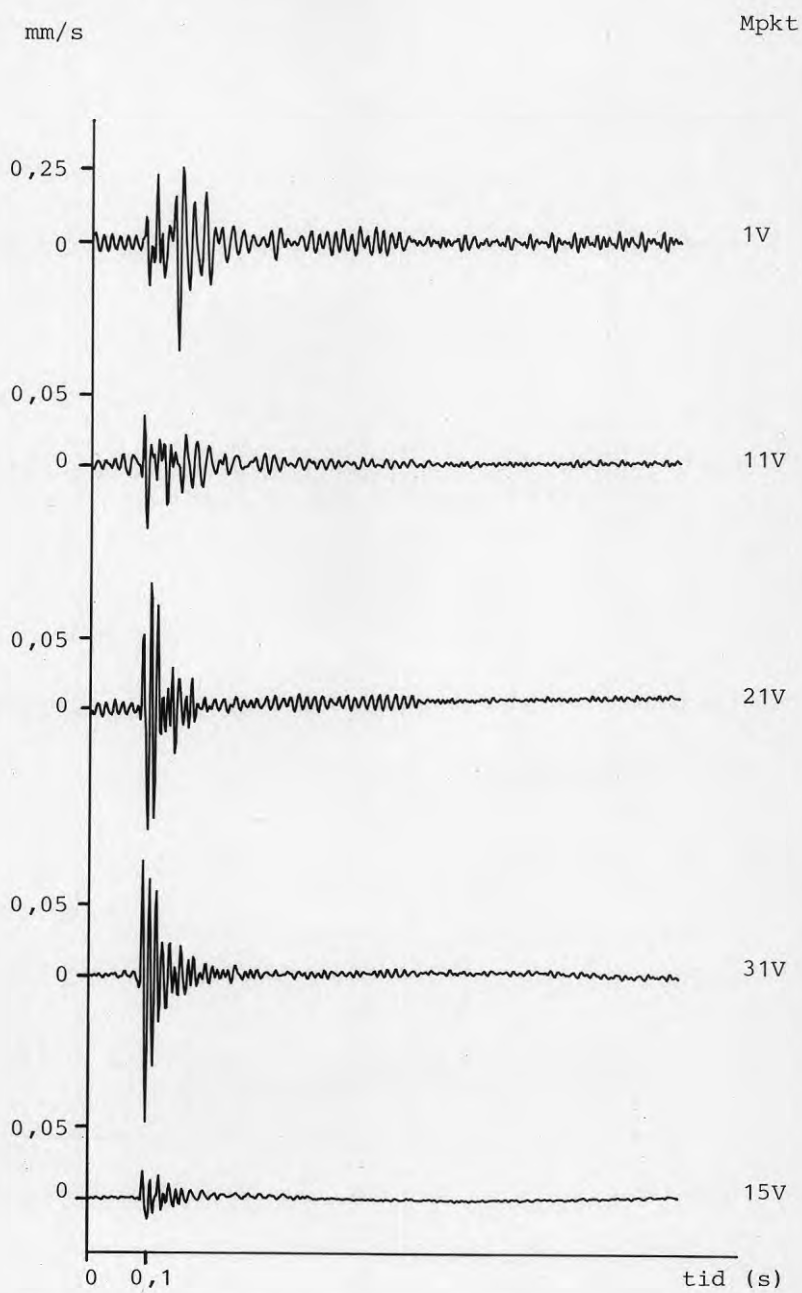
Objekt: Wikman & Malmkjell

Excitering: Punkt E1

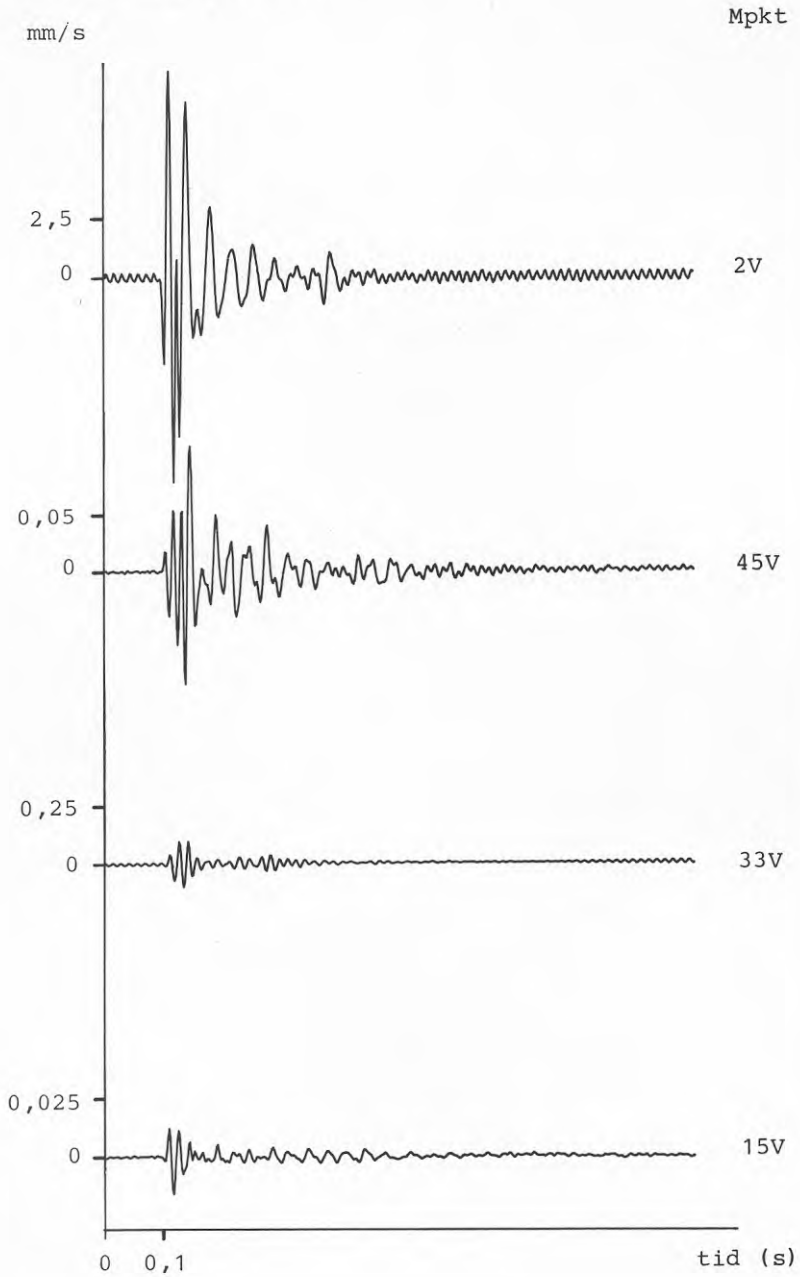


Objekt: Wikman & Malmkjell

Excitering: Punkt E1

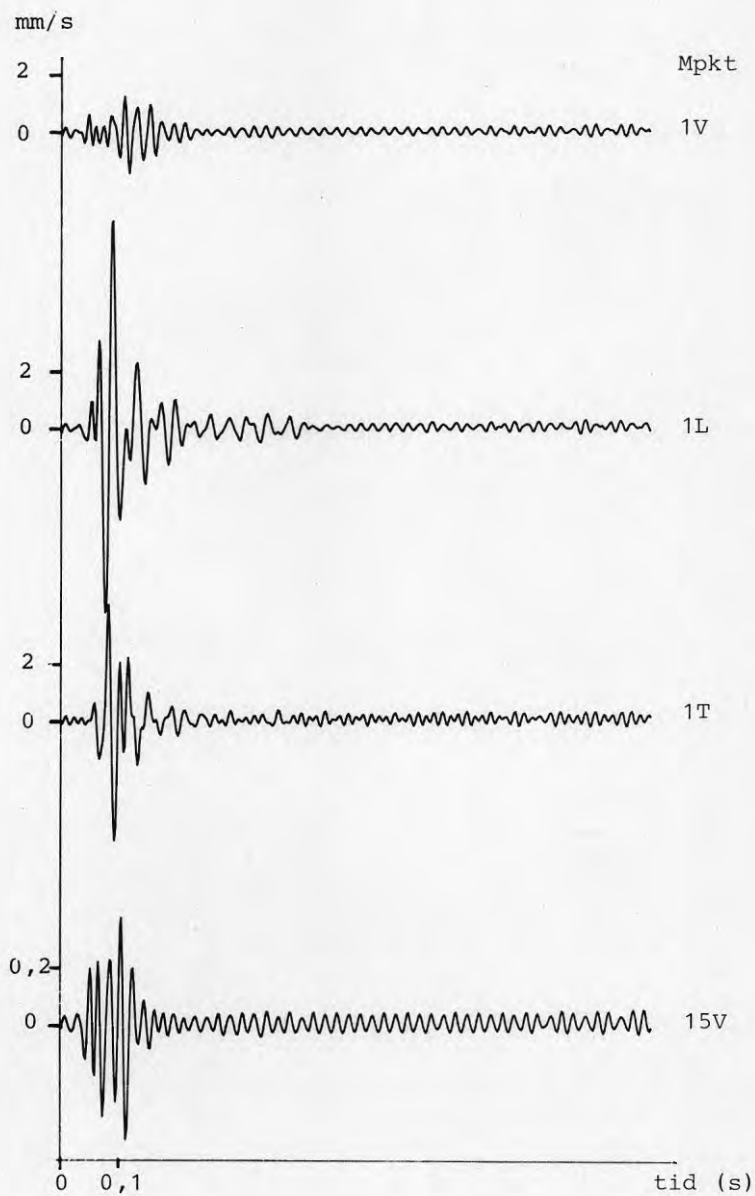


Objekt: Wikman & Malmkjell
Excitering: punkt E2



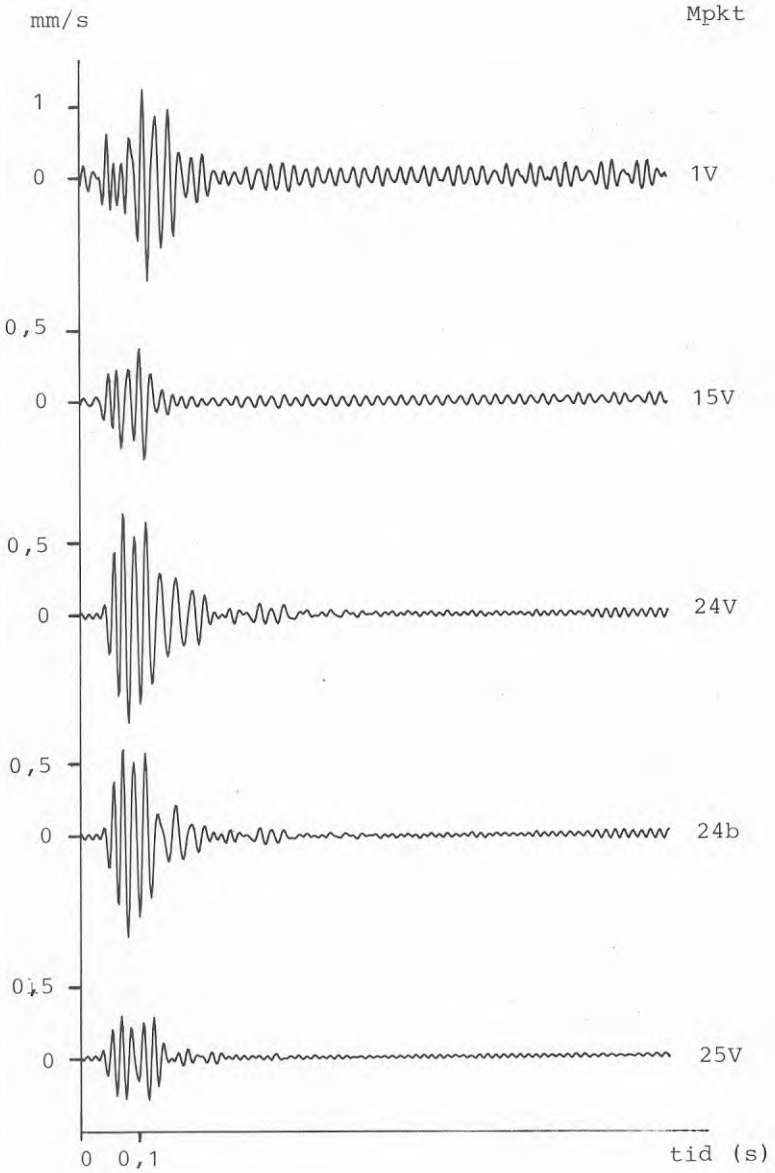
Objekt: AGB

Excitering: punkt E1 (långsida)



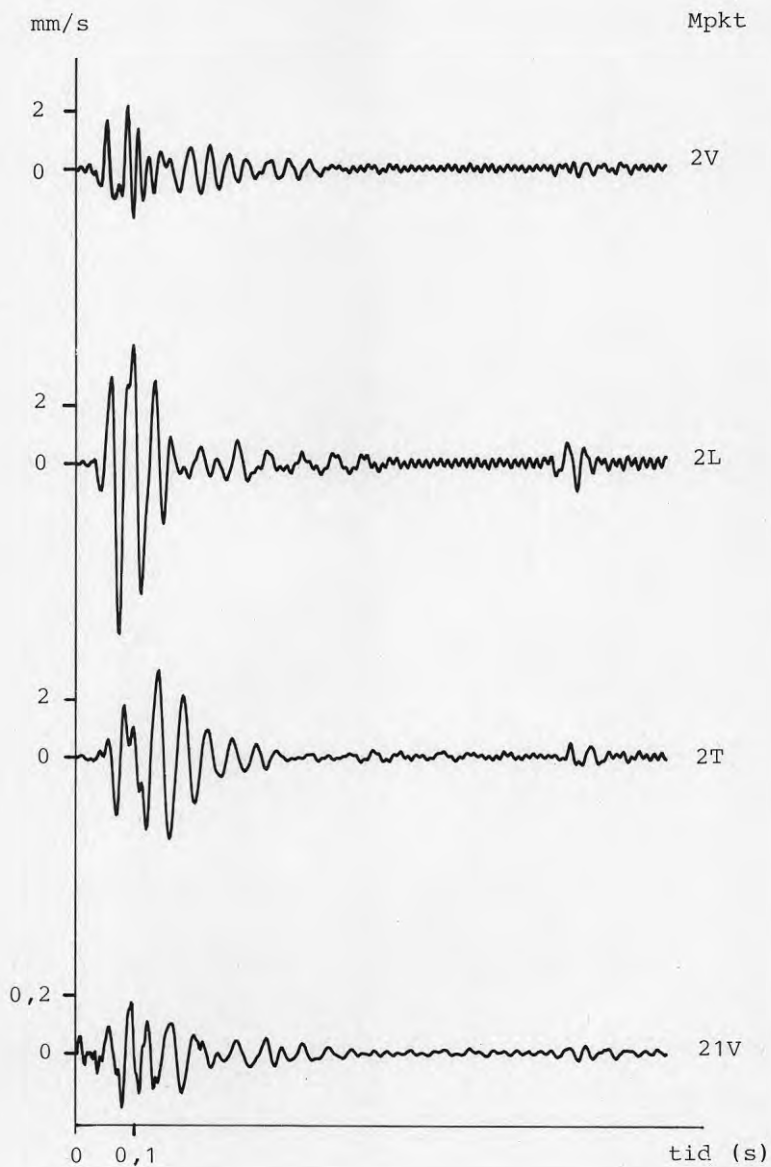
Objekt: AGB

Excitering: punkt E1 (långsida)



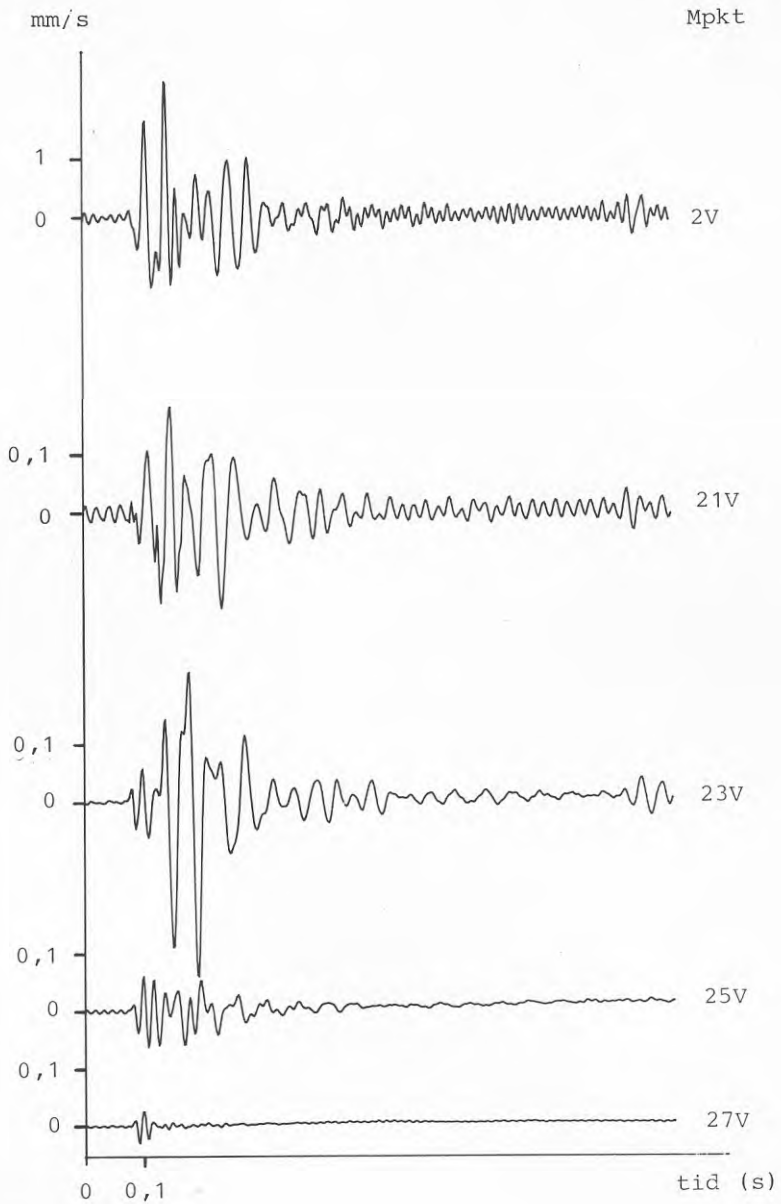
Objekt: AGB

Excitering: punkt E2 (kortsida)



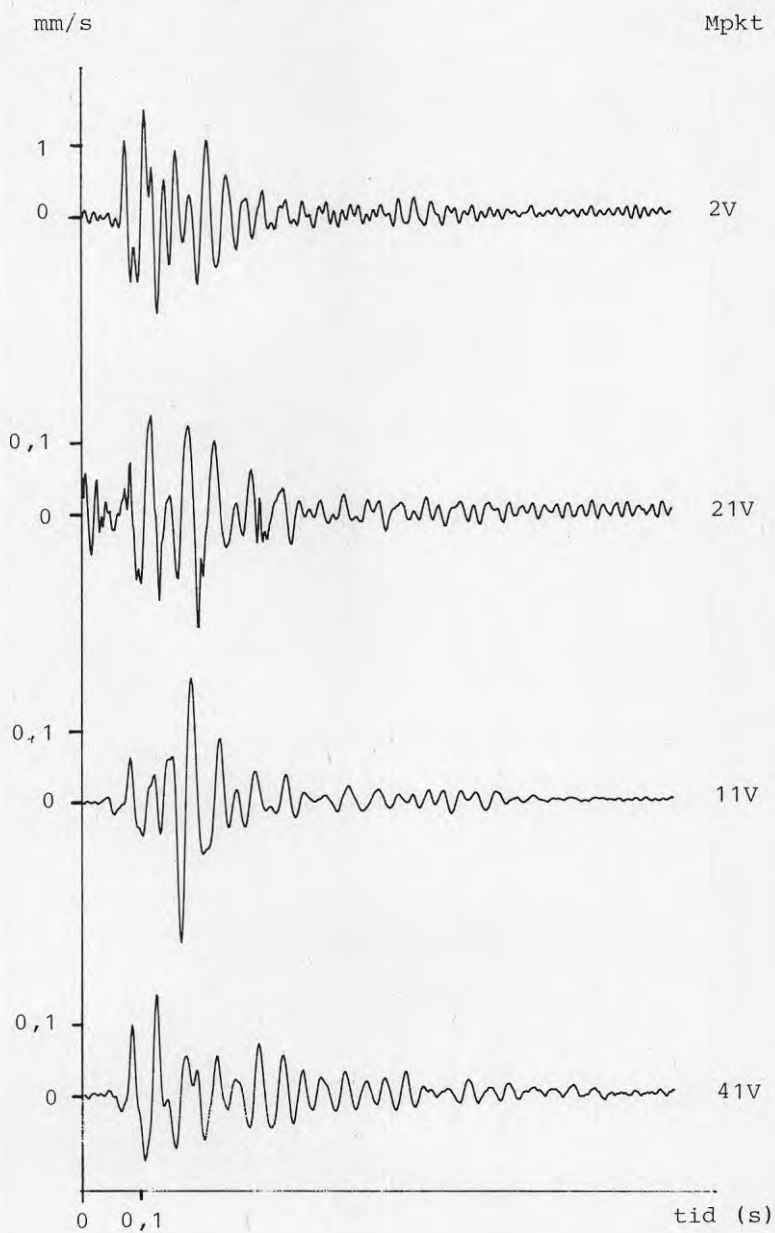
Objekt: AGB

Excitering: punkt E2 (kortsida)



Objekt: AGB

Excitering: punkt E2 (kortsida)



BILAGA 2

FOURIER-SPEKTRA

I detta avsnitt redovisas ett urval fourierspektra för samtliga objekt. Dessa spektra skiljer sig från dem som visats i kap 3, så tillvida att medelvärden bildats inom 1/3 oktavband. Härigenom blir kurvorna från olika mätpunkter lättare att särskilja och diagrammen blir allmänt mer överskådliga.

VIBRATIONS MÄTNING

DIAGRAM SIDA 99

MÄTDATUM

MÄTN. ENL.

UTFÖRD AV

INGÅR I

MASKIN OCH DRIFTSTILLSTÄND (D)

MÄTPUNKTSBESKRIVNING (P)

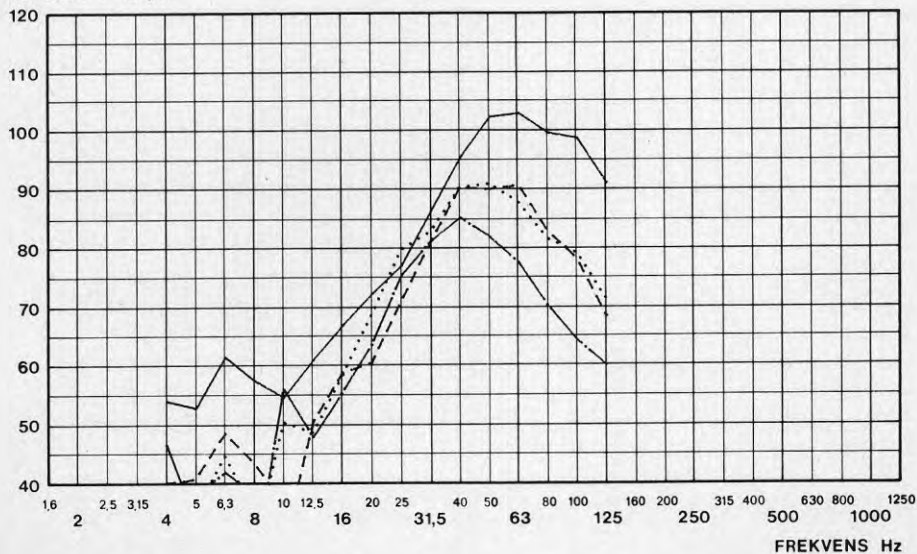
R1 = Svenska Renold,
exciteringspunkt 1

Se figur 3-4

SYMBOL	D	P	ANMÄRKNING
—	R1	1V	utanför byggnad
- - -	R1	10V	i byggnad nära pkt 1
· · · · ·	R1	12V	i byggnad ca 3 m från yttervägg
— · · ·	R1	22V	i byggnad ca 8 m från yttervägg

U 51
U 52
U 53
U 54

dB REL. 1 nm/s



	<u>VIBRATIONSMÄTNING</u>		DIAGRAM	SIDA 100
	MÄTDATUM			
	MÄTN. ENL.			
	UTFÖRD AV			
	INGÅR I			

MASKIN OCH DRIFTSTILLSTÄND (D)

R2 = Svenska Renold,
exciteringspunkt 2

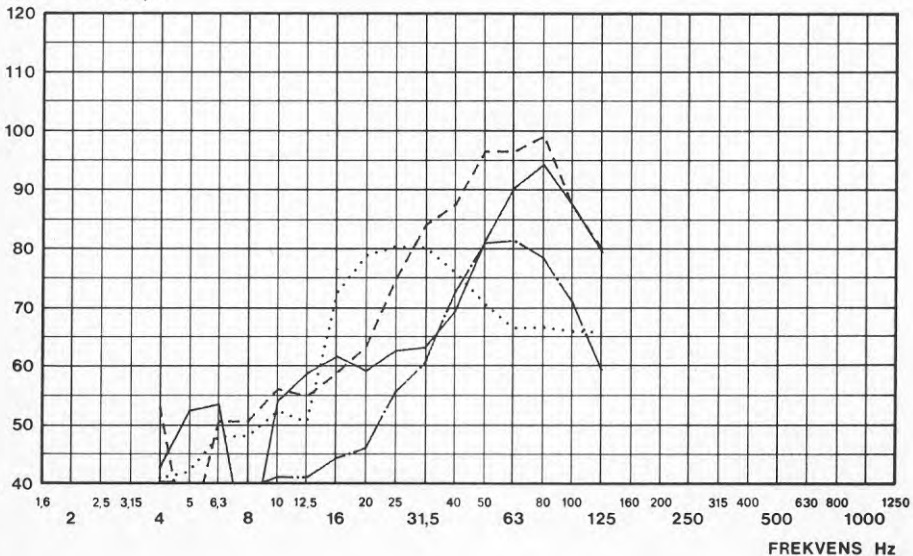
MÄTPUNKTSBESKRIVNING (P)

Se figur 3-4

SYMBOL	D	P	ANMÄRKNING
—	R2	2V	utanför byggnad
- - -	R2	2L	utanför byggnad
.....	R2	2T	utanför byggnad
— ···	R2	40V	i byggnad nära pkt 2

U 10
U 12
U 3
U 11

dB REL. 1 nm/s



VIBRATIONS MÄTNING

DIAGRAM	SIDA 101
MÄTDATUM	
MÄTN. ENL.	
UTFÖRD AV	
INGÅR I	

MASKIN OCH DRIFTSTILLSTÅND (D)

R2 = Svenska RenoId,
exciteringspunkt 2

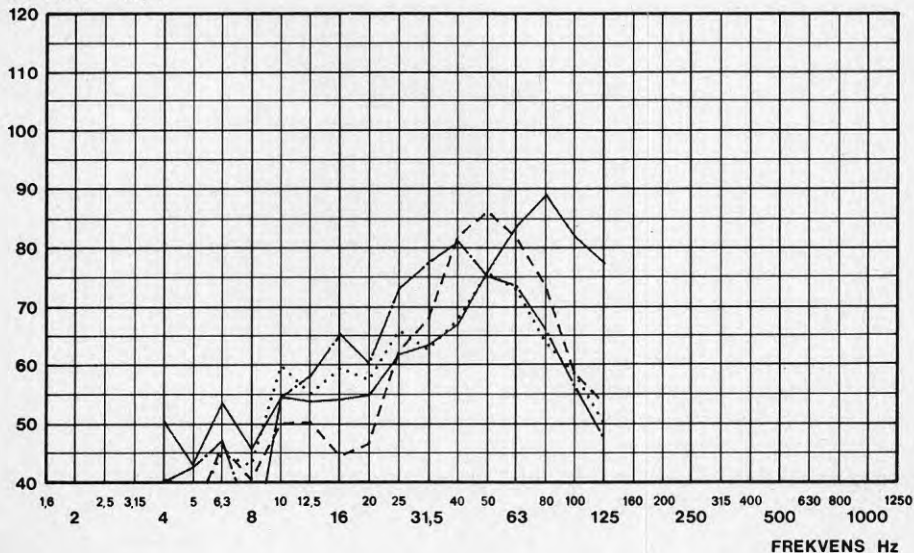
MÄTPUNKTSBESKRIVNING (P)

Se figur 3-4

SYMBOL	D	P	ANMÄRKNING
—	R2	2V	utanför byggnad
- - - -	R2	41V	i byggnad nära pkt 2
· · · · ·	R2	41L	i byggnad nära pkt 2
— · · ·	R2	41T	i byggnad nära pkt 2

U 14
U 15
U 16
U 17

dB REL. 1 nm/s



	<u>VIBRATIONSMÄTNING</u>		DIAGRAM	SIDA 102
			MÄTDATUM	
			MÄTN. ENL.	
			UTFÖRD AV	
			INGÅR I	

MASKIN OCH DRIFTSTILLSTÅND (D)

R2 = Svenska Renold,
exciteringspunkt 2

MÄTPUNKTSBESKRIVNING (P)

Se figur 3-4

SYMBOL	D	P	ANMÄRKNING
—	R2	2V	utanför byggnad
- - - -	R2	42V	i byggnad ca 3 m från yttervägg
· · · · ·	R2	44V	i byggnad ca 6 m från yttervägg
— · · ·	R2	46V	i byggnad ca 15 m från yttervägg

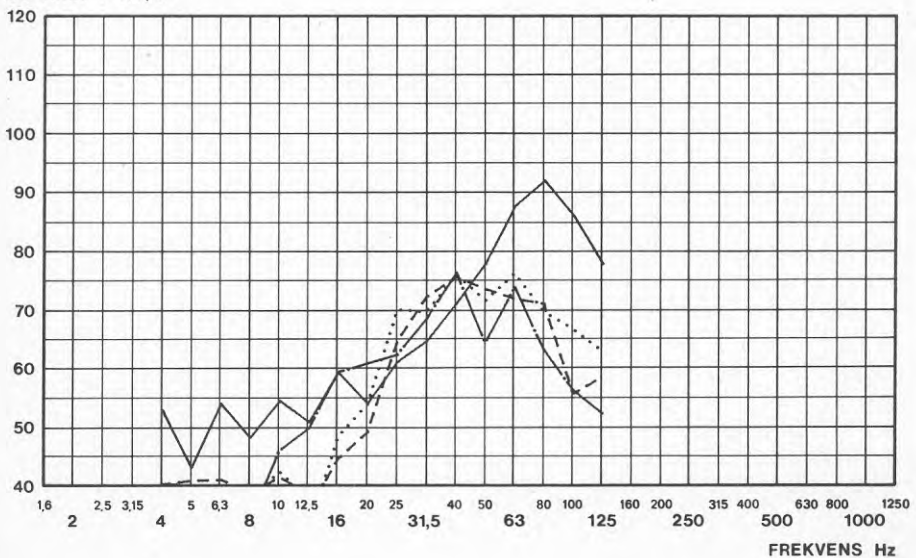
U 47

U 48

U 49

U 50

dB REL. 1 nm/s



	<u>VIBRATIONSMÄTNING</u>		DIAGRAM	SIDA 103
			MÄTDATUM	
			MÄTN. ENL.	
			UTFÖRD AV	
			INGÅR I	

MASKIN OCH DRIFTSTILLSTÄND (D)

B1 = Berkel, exciteringspunkt 1

MÄTPUNKTSBESKRIVNING (P)

Se figur 3-5

SYMBOL	D	P	ANMÄRKNING
—	B1	3V	utanför byggnad
- - - -	B1	3L	utanför byggnad
· · · · ·	B1	3T	utanför byggnad
— · · ·	B1	21V	i byggnad nära pkt 3

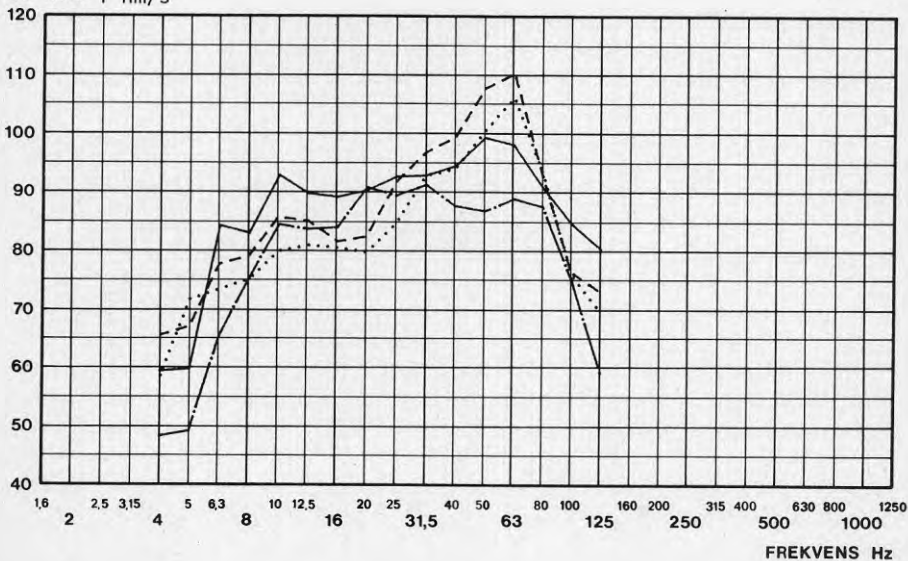
U 18

U 21

U 20

U 19

dB REL. 1 nm/s



	VIBRATIONS MÄTNING		DIAGRAM	SIDA 104
			MÄTDATUM	
			MÄTN. ENL.	
			UTFÖRD AV	
			INGÅR I	

MASKIN OCH DRIFTSTILLSTÅND (D)

B2 = Berke1, exciteringspunkt 2

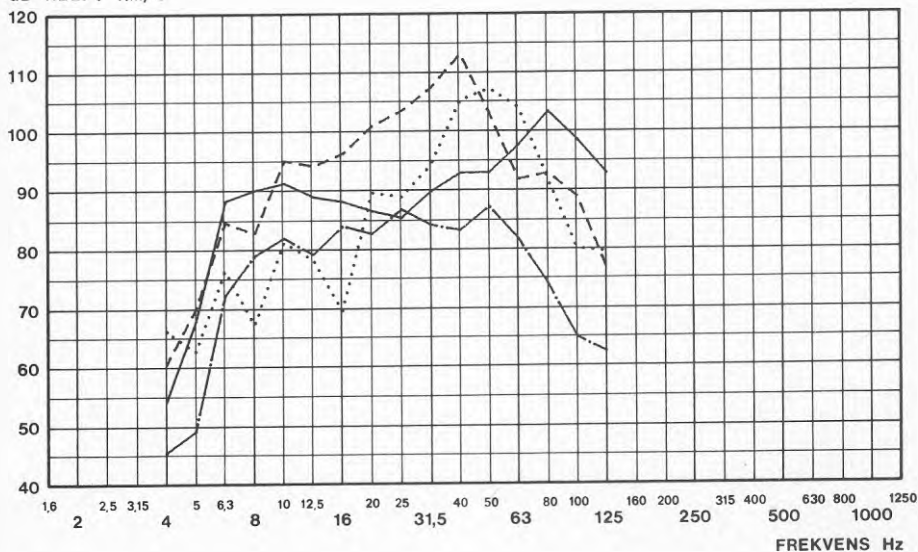
MÄTPUNKTSBESKRIVNING (P)

Se figur 3-5

SYMBOL	D	P	ANMÄRKNING
—	B2	2V	utanför byggnad
- - -	B2	2L	utanför byggnad
.....	B2	2T	utanför byggnad
—•—	B2	03V	i byggnad nära pkt 2

U 55
U 57
U 58
U 56

dB REL. 1 nm/s



	<u>VIBRATIONSMÄTNING</u>		DIAGRAM	SIDA 105
			MÄTDATUM	
			MÄTN. ENL.	
			UTFÖRD AV	
			INGÅR I	

MASKIN OCH DRIFTSTILLSTÅND (D)

B2 = Berkel, exciteringspunkt 2

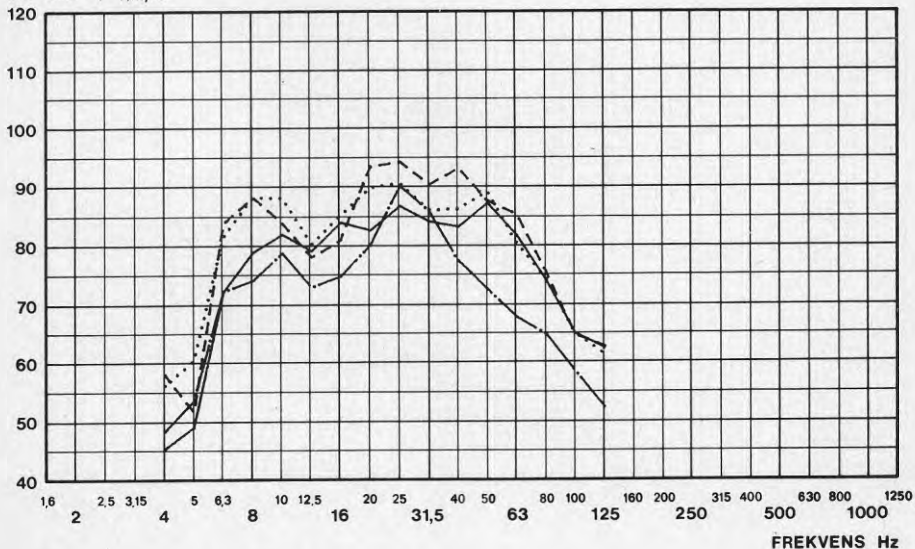
MÄTPUNKTSBESKRIVNING (P)

Se figur 3-5

SYMBOL	D	P	ANMÄRKNING
—	B2	03V	i byggnad ca 0,3 m från yttervägg
- - - -	B2	13V	i byggnad ca 2,5 m från yttervägg
.....	B2	33V	i byggnad ca 5 m från yttervägg
— · — ·	B2	73V	i byggnad ca 18 m från yttervägg

U 56
U 59
U 60
U 61

dB REL. 1 nm/s



	VIBRATIONS MÄTNING		DIAGRAM	SIDA 106
				MÄTDATUM
				MÄTN. ENL.
				UTFÖRD AV
				INGÅR I

MASKIN OCH DRIFTSTILLSTÅND (D)

W1 = Wikman & Malmkjell,
exciteringspunkt 1

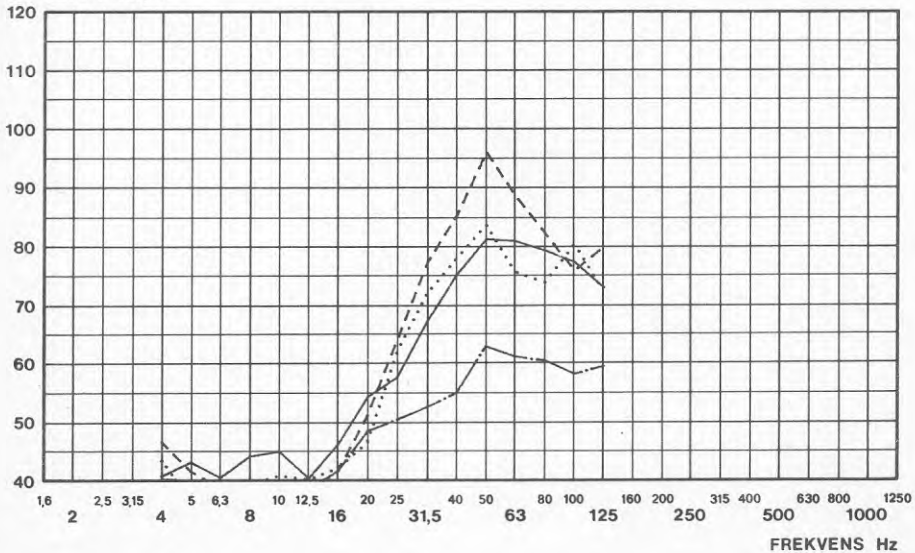
MÄTPUNKTSBESKRIVNING (P)

Se figur 3-6

SYMBOL	D	P	ANMÄRKNING
—	W1	1V	utanför byggnad
- - - -	W1	1L	utanför byggnad
· · · · ·	W1	1T	utanför byggnad
— · · ·	W1	11V	i byggnad nära pkt 1

U 7
U 9
U 6
U 8

dB REL. 1 nm/s



VIBRATIONS MÄTNING		DIAGRAM	SIDA 107
		MÄTDATUM	
		MÄTN. ENL.	
		UTFÖRD AV	
		INGÅR I	

MASKIN- OCH DRIFTSTILLSTÅND (D)

W1 = Wikman & Malmkjell,
exciteringspunkt 1

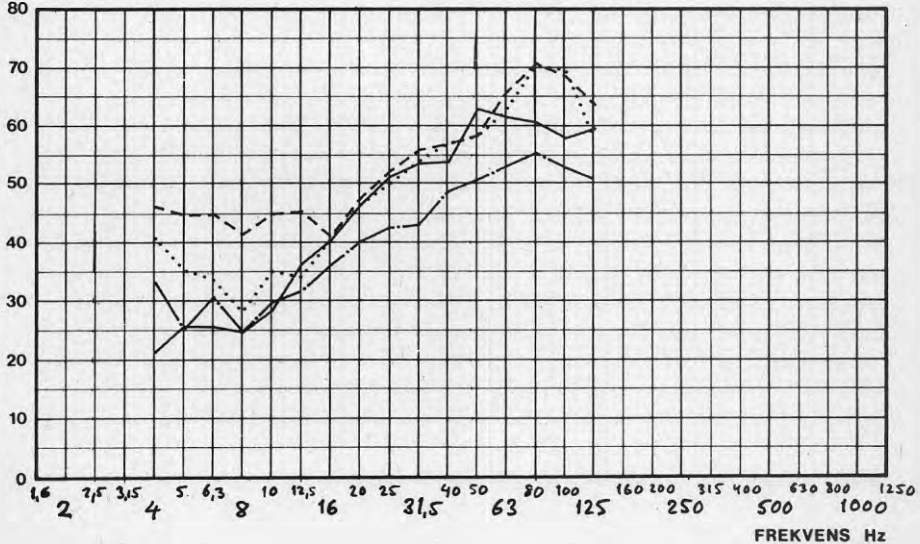
MÄTPUNKTSBESKRIVNING (P)

Se figur 3-6

SYMBOL	D	P	ANMÄRKNING
—	W1	11V	i byggnad nära yttervägg
- - - -	W1	21V	" " " ca 3,6 m från pkt 1 i transv. riktn.
.....	W1	31V	" " " ca 7,2 m " " " "
— · — ·	W1	15V	i byggnad ca 10 m från yttervägg

U 39
U 40
U 41
U 42

dB REL. 1 nm/s



	VIBRATIONSMÄTNING		DIAGRAM	SIDA 108
				MÄTDATUM
				MÄTN. ENL.
				UTFÖRD AV
				INGÅR I

MASKIN OCH DRIFTSTILLSTÅND (D)

W2 = Wikman & Malmkjell,
exciteringspunkt 2

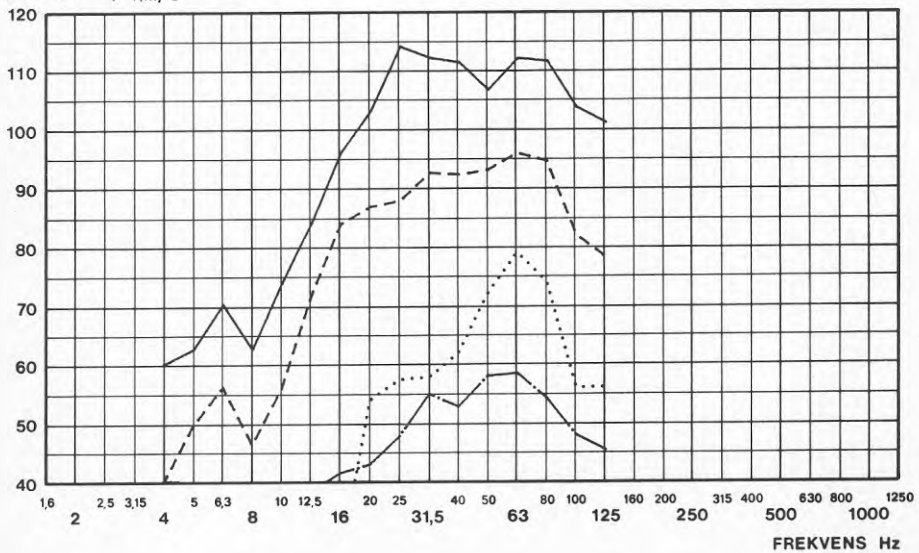
MÄTPUNKTSBESKRIVNING (P)

Se figur 3-6

SYMBOL	D	P	ANMÄRKNING
—	W2	2V	utanför byggnad
- - - -	W2	45V	i byggnad nära pkt 2
· · · · ·	W2	33V	i byggnad ca 6 m från yttervägg
— · ·	W2	15V	i byggnad ca 8 m från yttervägg

U 43
U 44
U 46
U 45

dB REL. 1 nm/s



VIBRATIONSMÄTNING		DIAGRAM	SIDA 109
		MÄTDATUM	
		MÄTN. ENL.	
		UTFÖRD AV	
		INGÅR I	

MASKIN OCH DRIFTSTILLSTÅND (D)

MÄTPUNKTSBESKRIVNING (P)

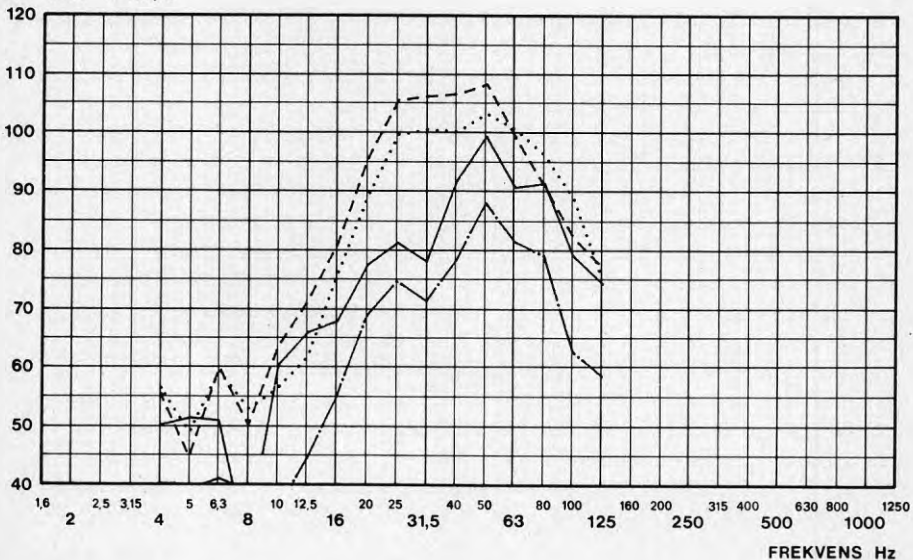
A1 = AGB, exciteringspunkt 1

Se figur 3-7

SYMBOL	D	P	ANMÄRKNING
—	A1	1V	utanför byggnad
- - - -	A1	1L	utanför byggnad
· · · · ·	A1	1T	utanför byggnad
— · · ·	A1	15V	i byggnad nära pkt 1

U 31
U 37
U 36
U 32

dB REL. 1 nm/s



	VIBRATIONSMÄTNING	DIAGRAM	SIDA 110
		MÄTDATUM	
		MÄTN. ENL.	
		UTFÖRD AV	
		INGÅR I	

MASKIN OCH DRIFTSTILLSTÅND (D)

A1 = AGB, exciteringspunkt 1

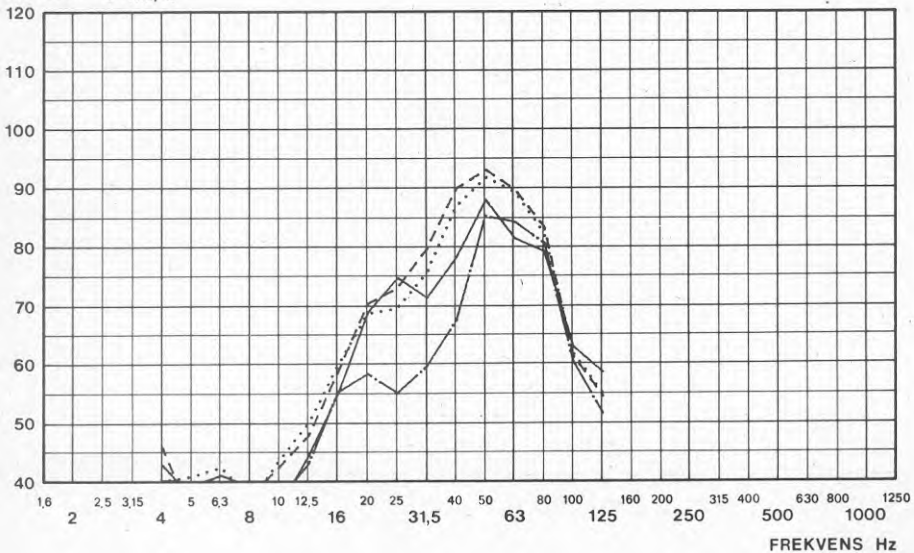
MÄTPUNKTSBESKRIVNING (P)

Se figur 3-7

SYMBOL	D	P	ANMÄRKNING
—	A1	15V	i byggnad ca 0,3 m från yttervägg
- - - -	A1	24V	" ca 3,3 m " och ca 3 m från pkt 15 i transversell riktning
.....	A1	245V	" ca 3,3 m " - " -
— · — ·	A1	25V	" ca 3,3 m "

U 32
U 33
U 35
U 34

dB REL. 1 nm/s



VIBRATIONS MÄTNING

DIAGRAM	SIDA 111
MÄTDATUM	
MÄTN. ENL.	
UTFÖRD AV	
INGÅR I	

MASKIN OCH DRIFTSTILLSTÅND (D)

A2 = AGB, exciteringspunkt 2

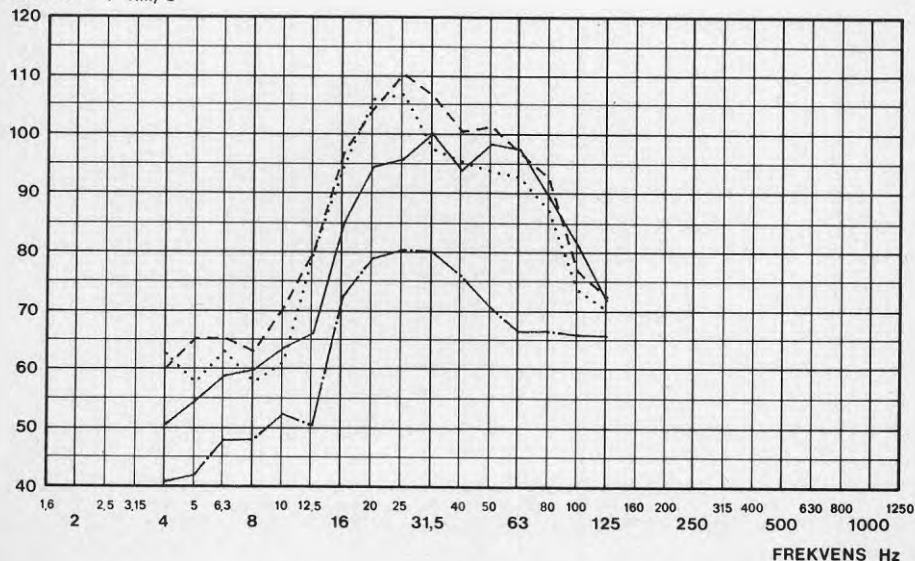
MÄTPUNKTSBESKRIVNING (P)

Se figur 3-7

SYMBOL	D	P	ANMÄRKNING
—	A2	2V	utanför byggnad
- - - -	A2	2L	
· · · · ·	A2	2T	
— · · ·	A2	21V	i byggnad, nära pkt 2

U 2
U 4
U 5
U 3

dB REL. 1 nm/s



	<u>VIBRATIONSMÄTNING</u>		DIAGRAM	SIDA 112
			MÄTDATUM	
			MÄTN. ENL.	
			UTFÖRD AV	
			INGÅR I	

MASKIN OCH DRIFTSTILLSTÅND (D)

A2 = AGB, exciteringspunkt 2

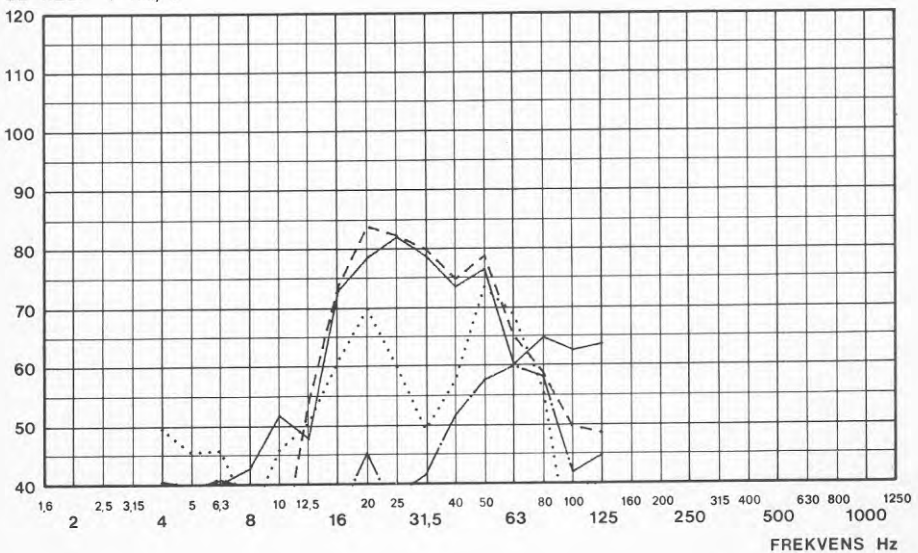
MÄTPUNKTSBESKRIVNING (P)

Se figur 3-7

SYMBOL	D	P	ANMÄRKNING
—	A2	21V	i byggnad ca 0,3 m från yttervägg
- - - -	A2	23V	i byggnad ca 6 m från yttervägg
· · · · ·	A2	25V	i byggnad ca 12 m från yttervägg
— · ·	A2	27V	i byggnad ca 18 m från yttervägg

U 23
U 24
U 25
U 26

dB REL. 1 nm/s



	<u>VIBRATIONSMÄTNING</u>	DIAGRAM	SIDA 113
		MÄTDATUM	
		MÄTN. ENL.	
		UTFÖRD AV	
		INGÅR I	

MASKIN OCH DRIFTSTILLSTÅND (D)

MÄTPUNKTSBESKRIVNING (P)

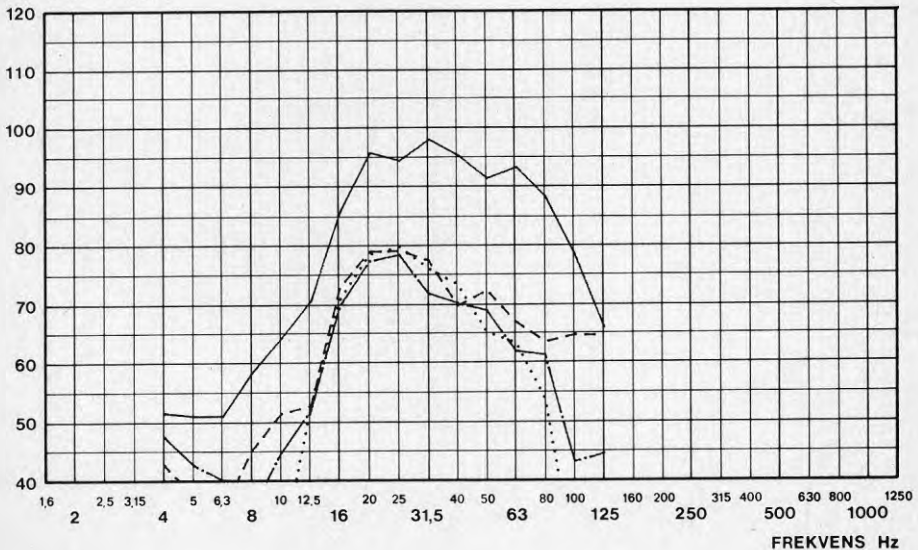
A2 = AGB, exciteringspunkt 2

Se figur 3-7

SYMBOL	D	P	ANMÄRKNING
—	A2	2V	utanför byggnad
- - -	A2	21V	i byggnad nära pkt 2
· · · · ·	A2	11V	i byggnad ca 2 m från pkt 21 i transversell riktning
— · · ·	A2	41V	i byggnad ca 3 m från pkt 21 i transversell riktning

U 29
U 30
U 27
U 28

dB REL. 1 nm/s



BILAGA 3

FÖRSLAG TILL SEMIANALYTISK MODELL FÖR VIBRATIONSFORTPLANTNING MELLAN UNDERGRUND OCH BYGGNAD

B3.1

Allmänt

Beräkningsmodellen bygger på följande förutsättningar:

- Undergrunden beskrivs som ett skikt med den konstanta skikt-tjockleken h . I fall av inhomogen undergrund förutsättes denna indelbar i ett antal planparallella homogena skikt.
- Det förutsättes att excitationen och responsen kan representeras med godtycklig noggrannhet genom sammansättning av ett fåtal harmoniska komponenter.
- Metoden bygger på att propagerande vågansats i horisontell led kan utnyttjas.

Nedan presenterade metod är en ren $s-k$ förskjutningsmetod. Till skillnad från konventionell finit-element-metod bygger den på att diskretisering av undergrunden sker enbart i djupled. I övrigt är det en "exakt" matrismetod lämpad för dator. Dynamiska, frekvensberoende, styvheter utnyttjas.

Fördelarna jämfört med vanlig FEM-metod är främst att:

- jämförbara modeller får relativt få frihetsgrader med denna metod
- reflexfria ränder är inget problem

De dynamiska styvheter som härleds med denna metod kan kombineras med vanliga finita element och användas vid konventionell FEM-analys. De reflexfria randelement som kan formuleras torde vara ett eftertraktat element vid konventionell FEM-analys av vågutbredningsfenomen.

Tankegångar snarlika de här framförda har tidigare publicerats av G. Segol, P.C.Y. Lee och J.F. Abel, "Amplitude Reduction of Surface Waves by Trenches", *J. Engr. Mech. Div.*, June 1978, p. 621-641.

Föreliggande förslag framkom i slutfasen av projektet varför idéerna ej hunnit prövas. De bör dock beaktas vid fortsatta arbeten.

B3.2 Metodens huvuddrag

Den idealiserade modellen byggs upp utifrån studiet av *plan våg-utbredning* i linjärelastiska skikt.

Området mellan excitationpunkten och den mest avlägsna responspunkten delas in i två huvudområden efter arten av randvillkor som gäller på ytan av undergrunden.

I snittytan mellan undergrund och balk gäller *förskjutningsrandvillkor* och kontinuitet för spänningsvektorn. I området mellan balken och excitationpunkten gäller *spänningsrandvillkor*. Längs hela bottenranden gäller enligt förutsättningarna stela förskjutningsrandvillkor.

Grundidéen och tekniken för att lösa det fullständiga problemet bygger på att först lösa de motsvarande *egenvärdesproblem* som erhålls då de *homogena* randvillkoren beaktas.

Målet är sedan att bilda de *dynamiska styvheter* för de två huvudområdena av undergrunden.

Förhållandena i snittytan mellan undergrunden och balken diskretiseras till ett antal nodpunkter. I dessa nodpunkter är frihetsgraderna horisontella och vertikala förskjutningar samt en rotation (kring y -axeln).

För att bilda den dynamiska styvheten för detta delområde sökes tre olika *partikulärlösningar* motsvarande tre randvärdesproblem där enhetsförskjutningar ges i de tre frihetsgraderna. *Resultaten superponeras* sedan till den kompletta dynamiska styvheten för delområdet.

Den *dynamiska styvheten* för en Euler-Bernoulli balk hämtas från litteraturen.

De tre olika typerna av dynamiska styvheter *assembleras* till den kompletta modellen.

Egenvärdesproblemet för den sammansatta strukturen löses för ett givet *frekvensintervall*.

Modsuperpositionsteknik (modalanalys) utnyttjas för att i tidsdomänen bilda responsen orsakad av en föreskriven koncentrerad punktlast.

Detta schema gäller såväl för en homogen undergrund som för en skiktvis inhomogen sådan. I det första fallet kan analytiska lösningar utnyttjas. (Rötterna till frekvenskvationen måste lösas numeriskt). Vid skiktvis inhomogen undergrund görs en FEM-formulering i djupled.

Propagerande vågansatsen kan utnyttjas för att formulera ett *s k icke reflekterande randelement* för (konventionell) FEM-analys.

B3.3 Beräkning av harmoniska vågutbredningsmoder och vågtal

B3.31 Grundläggande samband och begrepp

Faktorn $e^{i\omega t}$ underförstås i nedanstående resonemang. Följande vektorer, matriser och operatorer utnyttjas för att beskriva tillståndet i undergrunden.

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u(x, z) \\ w(x, z) \end{bmatrix} \quad \text{förskjutningsvektor}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{xz} \end{bmatrix} \quad \text{töjningar vid plant deformations-} \\ \text{tillstånd}$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xz} \end{bmatrix} \quad \text{spänningar vid plant deformations-} \\ \text{tillstånd}$$

$$D[\cdot] = \begin{bmatrix} \partial_x & 0 \\ 0 & \partial_z \\ \partial_z & \partial_x \end{bmatrix} \quad \text{deriveringsoperator}$$

$$\mathbf{C} = \frac{2G}{1-2\nu} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \quad \text{konstitutiv matris vid plant} \\ \text{deformationstillstånd}$$

$$\mathbf{s}_z = \begin{bmatrix} \sigma_{zz} \\ \sigma_{xz} \end{bmatrix} \quad \text{spänningsvektor i snittyta med} \\ z\text{-riktad normalvektor}$$

$$\mathbf{s}_x = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{xz} \end{bmatrix} \quad \text{spänningsvektor i snittyta med} \\ x\text{-riktad normalvektor}$$

Följande kinematiska samband råder mellan u och ϵ :

$$\epsilon = D[u] \quad (1)$$

Följande kinetiska samband (rörelseekvationer) beskriver harmoniska vibrationer vid plant deformationstillstånd:

$$D^T[\sigma] + \rho\omega^2 u = 0 \quad (2)$$

Det konstitutiva sambandet för ett linjärt elastiskt material vid plant deformationstillstånd är:

$$\sigma = C\epsilon = CD[u] \quad (3)$$

Insättning av det konstitutiva sambandet (3) i rörelseekvationen (2) ger en differentialekvation i förskjutningarna:

$$L[u] + \rho\omega^2 u = 0 \quad (4)$$

där $L[\cdot]$ är en linjär differentialoperator.

För propagerande plana vågor med vågtalet k i x -led utnyttjas ansatsen

$$u = \hat{u}(z)\exp(-ikx) \quad (5)$$

Deriveringsoperatoren $D[\cdot]$ kan nu skrivas som:

$$D[\cdot] = ik \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & d_z \\ d_z & 0 \end{bmatrix} = ikD_1 + D_2[\cdot] \quad (6)$$

Rörelseekvationerna för området $0 < z < h$ kan nu tecknas:

$$k^2 L_1[\hat{u}] + ikL_2[\hat{u}] + L_3[\hat{u}] - \rho\omega^2 \hat{u} = 0 \quad (7)$$

Spänningsrandvillkoren för $z = 0$ i intervallet $0 \leq x \leq x_0$, område I, tecknas:

$$\hat{s}_z(z=0) = \frac{2G}{1-2\nu} \begin{bmatrix} 1-\nu & 0 \\ 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -ik & d_z \\ d_z & -ik \end{bmatrix} \hat{u} = \hat{f} \quad (8)$$

Förskjutningsrandvillkoren för $z = 0$ i intervallet $x_0 < x \leq x_0 + L$, område II, tecknas:

$$\hat{u}(z=0) = \hat{g} = \begin{bmatrix} g_1 + \frac{1}{2}t\theta \\ g_2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

där g_1, g_2 är givna förskjutningar, θ är en given rotation och $\frac{1}{2}t$ är avståndet från undergrundens yta, $z = 0$, till medellinjen hos balken som vilar på undergrunden. Sambandet (9)₂ uttrycker i varje punkt x ett balktvärsnitts rörelse. Rotationen hos balktvärsnittet ger alltså bidrag till förskjutningen i positiv x -led. Vi observerar att vi i ytan $z = 0$ i intervallet $x_0 < x < x_0 + L$ har tre generaliserade förskjutningsfrihetsgrader. Mot dessa svarar tre generaliserade krafter.

Förskjutningsrandvillkoren för $z = h$ i hela intervallet $0 \leq x \leq x_0 + L$, dvs både för område I och II, tecknas:

$$\hat{u}(z=h) = 0. \quad (10)$$

För område I respektive område II kan nu m h j a homogena randvillkor (8) ($\hat{f}=0$) och (10), respektive (9) ($\hat{g}=0$), var sitt egenvärdesproblem uppställas. Vågtalet k löses som funktion av frekvensen ω genom att beräkna rötterna till ekvationerna:

$$\det \begin{pmatrix} \hat{s}_z(z=0) \\ \hat{u}(z=h) \end{pmatrix} = 0 \quad \text{respektive} \quad \det \begin{pmatrix} \hat{u}(z=0) \\ \hat{u}(z=h) \end{pmatrix} = 0 \quad (11)$$

där $\det()$ är determinanterna för koefficientmatriserna som erhålles då lösningsansatsen till rörelseekvationen (7),

$$\hat{u} = \begin{bmatrix} ikA_1 \sin pz + ikA_2 \cos pz + qB_1 \cos qz - qB_2 \sin qz \\ pA_1 \cos pz - pA_2 \sin pz - ikB_1 \sin qz - ikB_2 \cos qz \end{bmatrix} \quad (12)$$

substitueras in i de homogena randvillkorskombinationerna motsvarande (8)+(10) respektive (9)+(10).

I ekvation (12) är

$$p^2 = \frac{\omega^2}{c_L^2} - k^2, \quad q^2 = \frac{\omega^2}{c_T^2} - k^2$$

där

$$c_L^2 = \frac{2G(1-\nu)}{\rho(1-2\nu)} \quad \text{och} \quad c_T^2 = \frac{G}{\rho}$$

är longitudinalvågshastigheten respektive transversalvågshastigheten. A_1 , A_2 , B_1 och B_2 är konstanter.

Frekvens ekvationerna innehåller transcendent funktioner vilket gör att lösningen av rötterna k blir komplicerad, se ACHENBACH /8/ sid 220-236.

Approximation av frekvens ekvationen till en algebraisk ekvation är därför önskvärd.

Detta kan åstadkommas t ex genom att diskretisera undergrunden i z -led. Samtidigt kan då *skiktvis inhomogena* undergrunder behandlas.

B3.32 Diskretisering av undergrunden i djupled

Diskretiseringen tillgår på följande sätt.

Dela in undergrunden i K st skikt.

I varje delskikt gäller rörelseekvationen (7) nu med indexerad konstitutiv matris C_j , förskjutningsvektor \hat{u}_j och densitet ρ_j , $1 \leq j \leq K$. Gränssytorna för skikten är belägna på $z = z_j$, $2 \leq j \leq K+1$ där

$$0 = z_1 < z_2 < \dots < z_j < z_{j+1} = h$$

där h är den totala skiktjockleken. Tjockleken för skikt j är

$$h_j = z_{j+1} - z_j \quad (13)$$

I alla skiktgränssytor antas kontinuitet råda för spänningsvektorn och för förskjutningsvektorn:

$$\hat{s}_z(x, z_j^-) = \hat{s}_z(x, z_j^+) \quad (14)$$

$$2 \leq j \leq K$$

$$\hat{u}(x, z_j^-) = \hat{u}(x, z_j^+) \quad (15)$$

Inför elementnodvektorn \hat{p}_j som

$$\hat{u}_j = N_j \hat{p}_j \quad 1 \leq j \leq K \quad (16)$$

där N är den sk interpolationsmatrisen. Vid linjär interpolation är

$$\hat{p}_j = \begin{bmatrix} u_j \\ u_{j+1} \\ w_j \\ w_{j+1} \end{bmatrix} \quad N_j = \begin{bmatrix} 1 - \frac{\zeta}{h_j} & \frac{\zeta}{h_j} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 - \frac{\zeta}{h_j} & \frac{\zeta}{h_j} \end{bmatrix} \quad (17)$$

där $\zeta = z_{j+1} - z$.

Låt \hat{v} vara en tvådimensionell vektor vars komponenter v_1 och v_2 är lämpligt valda sk viktfunktioner.

Följande sk svaga formulering av vågutbredningsproblemet, motsvarande rörelseekvationerna (7) och randvillkoren (8)/(10) eller (9)/(10) kan då uppställas

$$\int_0^{h_j} \hat{v}_j^T (k^2 L_1[\hat{u}_j] + ikL_2[\hat{u}_j] + L_3[\hat{u}_j]) d\zeta - \omega^2 \int_0^{h_j} \rho_j \hat{v}_j^T \hat{u}_j d\zeta = 0 \quad (18)$$

Genom partialintegration kan man visa att (18) övergår i:

$$\begin{aligned} & k^2 \int_0^{h_j} D_1^T[\hat{v}_j] C_j D_1[\hat{u}_j] d\zeta + ik \int_0^{h_j} 2(D_1^T[\hat{v}_j] C_j D_2[\hat{u}_j] - D_2^T[\hat{v}_j] C_j D_1[\hat{u}_j]) d\zeta \\ & + \int_0^{h_j} D_2^T[\hat{v}_j] C_j D_2[\hat{u}_j] d\zeta - \omega^2 \int_0^{h_j} \rho_j \hat{v}_j^T \hat{u}_j d\zeta = [\hat{v}_j^T \hat{s}_z]_{0}^{h_j} \end{aligned} \quad (19)$$

En diskretiserad version av ekvation (20) erhålls efter utnyttjande av (16) och en interpolationsformel för vektorn \hat{v}_j . Vi väljer att interpolera \hat{v}_j med samma interpolation som \hat{u}_j , dvs $\hat{v}_j = N_j \hat{a}_j$, där \hat{a}_j är en (4×1) elementnod koefficientvektor. Resultatet kan skrivas

$$\hat{a}_j^T \left([k^2 A_{2j} + ikA_{1j} + A_{0j} - \omega^2 M_j] \hat{p}_j - \hat{r}_j \right) = 0 \quad (21)$$

men eftersom \hat{a}_j är godtycklig gäller att:

$$[k^2 A_{2j} + ikA_{1j} + A_{0j} - \omega^2 M_j] \hat{p}_j = \hat{r}_j \quad (22)$$

där elementmatriserna/vektorer

$$A_{2j} = \int_0^{h_j} B_1^T C_j B_1 d\tau \quad B_1 = D_1 [N_j] \quad (23)$$

$$A_{1j} = 2 \int_0^{h_j} (B_1^T C_j B_2 - B_2^T C_j B_1) d\tau \quad B_2 = D_2 [N_j] \quad (24)$$

$$A_{0j} = \int_0^{h_j} B_2^T C_j B_2 d\tau \quad (25)$$

$$M_j = \int_0^{h_j} \rho_j N_j^T N_j d\tau \quad (26)$$

$$\hat{r}_j = [N_j^T \hat{s}_z]_0^{h_j} \quad (27)$$

införts. Uträknade blir matriserna

$$A_{2j} = \frac{G_j}{1-2\nu_j} \frac{h_j}{3} \begin{bmatrix} 2(1-\nu_j) & 1-\nu_j & 0 & 0 \\ 1-\nu_j & 2(1-\nu_j) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1-2\nu_j & \frac{1}{2}(1-2\nu_j) \\ 0 & 0 & \frac{1}{2}(1-2\nu_j) & 1-2\nu_j \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$A_{1j} = \frac{G_j}{1-2\nu_j} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1-4\nu_j & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -(1-4\nu_j) \\ -(1-4\nu_j) & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1-4\nu_j & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (29)$$

$$A_{0j} = \frac{G_j}{1-2\nu_j} \frac{1}{h_j} \begin{bmatrix} 1-2\nu_j & -(1-2\nu_j) & 0 & 0 \\ -(1-2\nu_j) & 1-2\nu_j & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2(1-\nu_j) & -2(1-\nu_j) \\ 0 & 0 & -2(1-\nu_j) & 2(1-\nu_j) \end{bmatrix} \quad (30)$$

$$M = \rho_j \frac{h_j}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (31)$$

Den skiktade undergrunden kommer att representeras av en matrisekvation på samma form som ekvation (22). Denna sk globala matrisekvation erhålls genom att assemblera de K st elementmatrisuppsättningarna (28)-(31) under utnyttjande av kontinuitetsvillkoren (14) och (15) samt randvillkoren (8)/(10) eller (9)/(10). Vid lösning av egenvärdesproblem utnyttjas homogena randvillkor.

Om undergrunden delats in i N st element fås $2N$ st frihetsgrader i modellen med randvillkoren (8) och (10).

B3.33 Lösning av egenvärdesproblemet

Antalet vägtal k_n och modvektorer \hat{p}_n för den diskreta modellen är således $2N$ alternativt $2N-2$, där N är antalet element i modellen. Den senare angivelsen gäller för homogena förskjutningsrandvillkor både i $z=0$ och i $z=h$.

Det diskreta egenvärdesproblemet tecknas alltså

$$(k^2 A_2 + ikA_1 + A_0 - \omega^2 M)\hat{p} = 0 \quad (32)$$

där A_2 , A_1 , A_0 och M är de globala undergrundsmatriserna som assemblerats med hjälp av ekvationerna (28)-(31) och där \hat{p} är modvektorn.

Det kvarstår att undersöka om egenvärdesproblemet (32) kan skrivas på standardform, $(A - \lambda I)\hat{p} = 0$.

Ekvation (32) skrivs då först som

$$k \begin{bmatrix} -A_1 & A_2 \\ A_2^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -i\hat{p} \\ k\hat{p} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_0 - \omega^2 M & 0 \\ 0 & A_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{p} \\ ik\hat{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (33)$$

där vi utnyttjat att $A_2 = A_2^T$.

Det gäller att

$$i \begin{bmatrix} -i\hat{p} \\ k\hat{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{p} \\ ik\hat{p} \end{bmatrix} \quad (34)$$

varför

$$\left(\begin{bmatrix} -A_1 & A_2 \\ A_2^T & 0 \end{bmatrix} - \lambda \begin{bmatrix} A_0 - \omega^2 M & 0 \\ 0 & A_2 \end{bmatrix} \right) \hat{q} = 0 \quad (35)$$

där $\lambda = 1/ik$ och $\hat{q} = \begin{bmatrix} \hat{p} \\ \lambda^{-1} \hat{p} \end{bmatrix}$.

Förutsatt att inverserna $(A_0 - \omega^2 M)^{-1}$ respektive A_2^{-1} existerar får vi

$$\left(\begin{bmatrix} -(A_0 - \omega^2 M)^{-1} A_1 & (A_0 - \omega^2 M)^{-1} A_2 \\ I & 0 \end{bmatrix} - \lambda I \right) \hat{q} = 0 \quad (36)$$

Egenvärdesproblemet är nu skrivet på standardform.

B3.34 Dynamiska styvhetsmatriser för undergrunden

Spänningsvektorn på en snittyta med x -riktad normalvektor i elementet j tecknas

$$\hat{s}_{xj} = D_1^T [\sigma_j] \quad (37)$$

Den konsistenta (mod)nodkraftvektorn, svarande mot modförskjutningsvektorn \hat{p}_j fås efter multiplikation från vänster med transponatet av interpolationsmatrisen (17)₂ och integration över elementtjockleken. Resultatet blir

$$\hat{P}_j = (ik \int_0^{h_j} B_1^T C_j B_1 d\zeta + \int_0^{h_j} B_1^T C_j B_2 d\zeta) \hat{p}_j \quad (38)$$

där det konstitutiva sambandet (3) utnyttjats. I matrisform kan detta skrivas

$$\hat{P}_j = (ik A_{2j} + A_{12j}) \hat{p}_j \quad (39)$$

Motsvarande globala uttryck för moden n tecknas

$$\hat{P}_n = (ik_n A_2 + A_{12}) \hat{p}_n \quad (40)$$

där $1 \leq n \leq 2N$.

Med utgångspunkt från ekvation (40) kan med hjälp av mod-superpositionsteknik de olika dynamiska styvhetsmatriserna härledas. Det i särklass enklaste elementet att härleda torde vara ett transmitterande randelement.

BILAGA 4

DATORPROGRAM BASERAT PÅ FINIT-ELEMENT-METOD

B4.1 Allmänt

När man bestämt sig för beräkningar med finit-element-modell finns tre möjligheter:

- a) att konstruera ett eget program
- b) att köpa ett färdigt program
- c) att modifiera ett i litteraturen tillgängligt program

Att konstruera ett eget program är mycket tidskrävande. Det tar omkring ett man-år för en van programutvecklare att från grunden utveckla ett program av den storleksordning som det här är fråga om. Dessutom tar det ytterligare tid innan programmet blir ordentligt genomtestat och "avlusat" från fel.

Att köpa ett färdigt specialprogram är dyrt, och dessutom är det svårt att hitta ett som passar i det enskilda fallet.

Mot denna bakgrund valdes det tredje alternativet, att anpassa och vidareutveckla ett i litteraturen tillgängligt program, avsett för transient vågutbredning i 2-dimensionella problem.

Förutom inprogrammering, rättning och uttestning har arbetet med programmet bl a bestått av införande av möjligheten att i valfri nod kunna applicera en i verkligheten uppmätt acceleration. Detta innebär att bra excitationensindata i form av det verkliga vibrationsförloppet kan ges till modellen. Det i vågutbredningssammanhang, inom FEM, svåra problemet med införande av reflexfria ränder på infinita medier, har lösts genom att i programmet införa i valfria noder applicerbara, koncentrerade dämpare. Dessa är så kallade "Unified Boundary" dämpare och har utvalts ur flera studerade alternativa randvillkor.

Beskrivningen av programmet i det följande är, i något förenklad form, baserad på Åhlund (1983). Programlistor redovisas inte, av utrymmesskäl. Originalprogrammet återfinns i Owen & Hinton (1980). De ändringar och kompletteringar som gjorts redovisas i Åhlund (1983).

B4.2 Beskrivning av programmet

D R J Owen och E Hinton har i boken "Finite Elements in Plasticity" (1980) ett program MIXDYN avsett för transient vågutbredning i 2-dimensionella problem. Dess stomme består av väl utprovade subrutiner som bl a finns i de kända programmen SAP, ADINA och EASA. Det har många olika valmöjligheter vad gäller analysstyp, lastpåläggning etc. Det är skrivet i undervisnings-syfte, vilket gör det lätt överblickbart och lätt modifierat. Detta innebär att effektiviteten har eftersatts, men det kan ju en användare avhjälpa.

Programmet baserar sig på en implicit-explicit tidsintegrationsmetod framställd av Hughes och Lieu och som är baserad på Newmarks implicita algoritm. Enbart implicit- eller expliciträkning eller en kombination av båda är möjlig.

Programmet klarar såväl geometrisk som elastisk-plastisk icke-linjäritet med fyra, åtta eller nio-nodiga isoparametriska element. Analysen kan utföras som elastisk analys med små deformationer samt elastisk-plastisk analys med små deformationer. Fyra elastisk-plastiska modeller finns i programmet, nämligen Trescas, Von Mises, Mohr-Coulombs och Drucker-Pragers.

Vad gäller belastningen kan strukturen utsättas för punktlast, utbredd last, egentynngd och temperaturlast som i tiden kan uppträda som fyrkantspuls eller harmonisk svängning. Dessutom kan en mycket speciell last i form av massmatrisen multiplicerad med inmatad acceleration i önskade noder utnyttjas. Denna kraft kan följaktligen variera godtyckligt i tiden. Dämpning kan fås som jämt utbredd materialdämpning samt koncentrerade dämpare i utvalda noder.

B4.21 Programstrukturen

MIXDYN är uppbyggt av ett antal subrutiner som tillkallas av huvudprogrammet och som i sin tur tillkallar andra subrutiner. Vidare är programmet skrivet i Fortran och består av ca 2 500 Fortran statements.

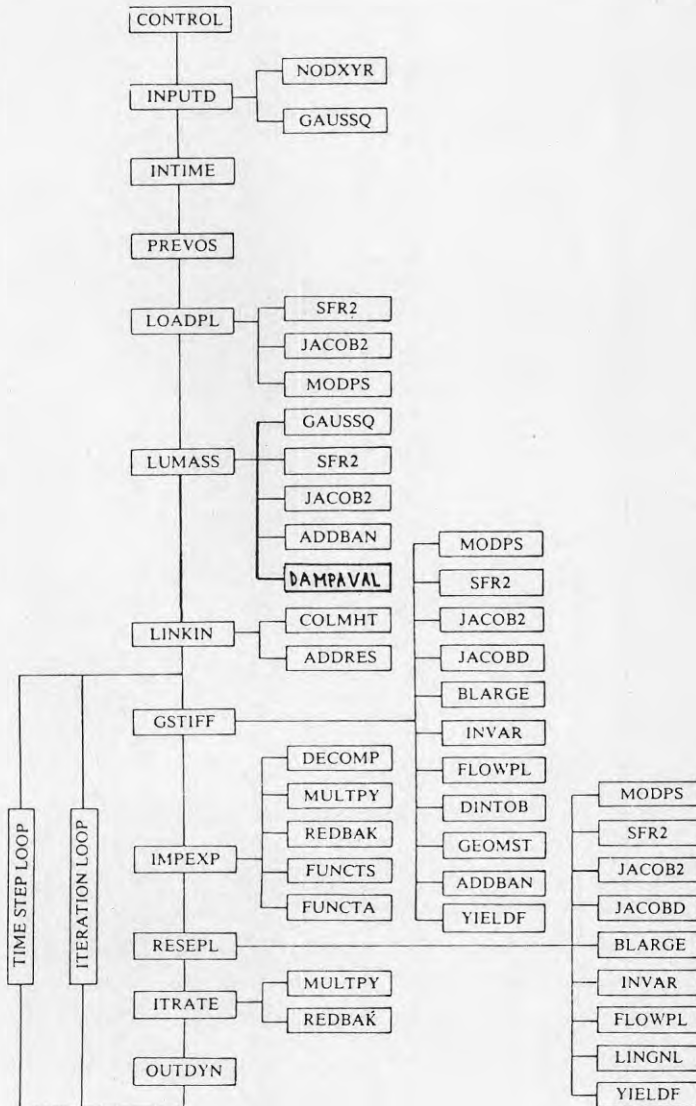


Fig B4-1 Schema MIXDYN.

B4.22 Implicit och explicit metod

Fördelen med implicita metoder såsom Newmarks, är att de är "ovillkorligt" stabila, vilket bl a innebär att de konvergerar oberoende av tidssteglängden. Emellertid måste de totala strukturmatriserna bildas och faktoriseras, vilket kräver stora minnesutrymmen och omfattande beräkningar.

I en explicit metod däremot, behöver aldrig de totala strukturmatriserna bildas utan samtliga beräkningar kan ske på elementnivå, vilket spar både tid och utrymme. Dock är de explicita metoderna "villkorligt" stabila, vilket kräver mycket korta tidssteg om små och/eller mycket styva element används. Att välja metod kräver som synes erfarenhet.

Det finns även problem då en blandmetod är bästa alternativet. Om t ex modellen består av i huvudsak "mjuka" element där explicit räkning är att föredra, men med ett mindre område av styva element där implicit räkning är effektivare, kan båda elementtyperna användas samtidigt och en optimerad modell erhållas, vad gäller datakörningstid.

B4.23 Hughes & Lieu's tidsintegrationsmodell

Modellen används för implicit-explicit tidsintegration i två dimensioner. Följande ekvationer skall satisfieras:

$$\left\{ \begin{array}{l} M \cdot a_{n+1} + p^I (d_{n+1}, v_{n+1}) + p^E (\tilde{d}_{n+1}, \tilde{v}_{n+1}) = f_{n+1} \\ d_{n+1} = \tilde{d}_{n+1} + \Delta t^2 \cdot \beta \cdot a_{n+1} \\ v_{n+1} = \tilde{v}_{n+1} + \Delta t \cdot \gamma \cdot a_{n+1} \end{array} \right.$$

där

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{d}_{n+1} = d_n + \Delta t \cdot v_n + \Delta t^2 (1-2\beta) \cdot a_n/2 \\ \tilde{v}_{n+1} = v_n + \Delta t (1-\gamma) \cdot a_n \end{array} \right.$$

Indexen I och E står för implicit respektive explicit. \tilde{v}_{n+1} och \tilde{d}_{n+1} är de predikterade hastighets- och förskjutningsvektorerna. a_{n+1} , v_{n+1} och d_{n+1} är de korrigerade accelerations-, hastighets- samt förskjutningsvektorerna.

$p_{n+1} = p^I(d_{n+1}, v_{n+1}) + p^E(\tilde{d}_{n+1}, \tilde{v}_{n+1})$ är den interna lastvektorn motsvarande det inre arbetet.

$f_{n+1} = f_{n+1}^I + f_{n+1}^E$ är den externa lastvektorn.

γ och β är Newmarks integrationskonstanter som kontrollerar noggrannheten och stabiliteten hos metoden och Δt är tidssteget.

Vidare är $[K_T]_{n+1} = \partial p_{n+1} / \partial d_{n+1}$ och $[C_T]_{n+1} = \partial p_{n+1} / \partial \tilde{d}_{n+1}$ tangentiella styvhets- respektive dämpmatrisen och $[M]$ är massmatrisen.

B4.24 Algoritmen

n betecknar tidssteget och i iterationssteget.

Från början är begynnelsevärden på förskjutningen och hastigheten givna som d_0 och v_0 varför begynnelseaccelerationen kan beräknas ur

$$M \cdot a_0 = f_0 - p(d_0, v_0)$$

1. Nollställ iterationsräknaren $i = 0$

2. Inled prediktorfasen genom att beräkna

$$\left. \begin{aligned} d_{n+1}^{[i]} &= \tilde{d}_{n+1} = d_n + \Delta t \cdot v_n + \Delta t^2(1-2\beta) \cdot a_n/2 \\ v_{n+1}^{[i]} &= \tilde{v}_{n+1} = v_n + \Delta t \cdot (1-\gamma) \cdot a_n \\ a_{n+1}^{[i]} &= [d_{n+1}^{[i]} - \tilde{d}_{n+1}] / (\Delta t^2 \cdot \beta) = 0 \end{aligned} \right\} \text{IMPEXP}$$

3. Om så önskas, beräkna effektiva styvhetsmatrisen, använd annars tidigare beräknad styvhetsmatris.

$$K^* = M / (\Delta t^2 \cdot \beta) + \gamma \cdot C_T^I / (\Delta t \cdot \beta) + K_T^I(d_{n+1}^{[i]}) \quad \text{IMPEXP}$$

där K_T^I på begäran beräknas i subrutin GSTIFF

4. Beräkna residualkraften

$$\begin{aligned} \psi^{[i]} &= f_{n+1} - M \cdot a_{n+1}^{[i]} - p^I(d_{n+1}^{[i]}, v_{n+1}^{[i]}) - \\ &- p^E(\tilde{d}_{n+1}, \tilde{v}_{n+1}) \end{aligned} \quad \text{ITRATE}$$

De yttre krafterna subtraheras i IMPEXP med kraften från ev dämpning och de inre krafterna beräknas i RESEPL.

5. Lös genom faktorisering och bakåtsubstituering

$$K^* \cdot \Delta d^{[i]} = \psi^{[i]}$$

ITRATE

6. Inled korrektorfasen genom att låta

$$d_{n+1}^{[i+1]} = d_{n+1}^{[i]} + \Delta d^{[i]}$$

$$a_{n+1}^{[i+1]} = [d_{n+1}^{[i+1]} - \tilde{d}_{n+1}^{[i]}] / (\Delta t^2 \cdot \beta)$$

$$v_{n+1}^{[i+1]} = v_{n+1}^{[i]} + \Delta t \cdot \gamma \cdot a_{n+1}^{[i+1]}$$

ITRATE

7. Om $\Delta d^{[i]}$ inte uppfyller konvergensvillkoret, låt $i = i+1$ och börja om från steg 3, annars fortsätt till steg 8.

8. Låt

$$d_{n+1} = d_{n+1}^{[i+1]}$$

$$v_{n+1} = v_{n+1}^{[i+1]}$$

$$a_{n+1} = a_{n+1}^{[i+1]}$$

ITRATE

Inled nästa tidssteg med att sätta

$$n = n+1$$

B4.25 Newton Raphsons standard och modifierade metod

I Newton Raphsons metod uppdateras styvhetsmatrisen i varje iterationssteg och utgör därmed alltid den aktuella lutningen till kurvan.

I den modifierade metoden beräknas bara styvhetsmatrisen en gång och utgör alltså bara i första steget lutningen till kurvan.

Om styvhetsmatrisen inte uppdateras sparas mycket tid i varje tidssteg. I stället ökar antalet iterationer för konvergens. Optimum utgörs av uppdatering av styvhetsmatrisen efter ett visst antal iterationer och detta antal beror av graden av olinjäritet så att uppdateringsbehovet ökar med ökande olinjäritet.

B4.26 Geometrisk icke-linjäritet

Programmet tar hänsyn till geometrisk olinjäritet vid elastisk analys med stora deformationer, vilket innebär att överföringsmatrisen mellan förskjutningar och töjningar inte är konstant utan påverkas av graden av förskjutning i tidigare steg.

B4.27 Elastisk-plastisk icke-linjäritet, 4 modeller

Trescas och Von Mises är två flyttmodeller som inte alls tar hänsyn till det hydrostatiska trycket eller skjuvspänningens friktionskomponent.

Mohr-Coulomb och Drucker-Prager-modellerna tar båda hänsyn till friktionskomponenten och är därför mer lämpade för material som sten, betong och olika markmaterial.

Drucker-Prager-modellen är en approximation till Mohr-Coulomb och ett försök till en modifierad Von Mises-teori.

Se vidare Owen & Hinton (1980) samt Chandrakant & John (1977).

B4.28 Fyra-, åtta- och nio-nodiga element

I MIXDYN kan användas antingen fyra-, åtta- eller nio-nodiga element, en sort i taget.

Den fyrenodiga är s k linjära Lagrange-element med linjär ansats på formfunktionerna, vilket innebär att spänningarna blir konstanta över elementet. Dessa element återger därför böjtillstånd mycket dåligt.

De åttanodiga Serendipity och de nionodiga Lagrange-elementen däremot har kvadratisk ansats på formfunktionerna med en över elementet linjärt varierande spänningsfördelning som återger böjtillstånd mycket bra.

De nionodiga elementen är speciellt bra vid elastisk-plastisk analys.

B4.29 Belastningar i tid och rum

Strukturen kan utsättas för valfritt antal av fyra olika laster, nämligen punktlast, egentygndslast, utbredd last samt temperaturlast.

I tiden kan nämnda laster uppträda som en sinusfunktion eller en fyrkantspuls.

Dessutom finns en speciell lastvariant i form av massmatrisen multiplicerad med en från speciell fil inläst accelerationsvektor som kan variera godtyckligt i tiden.

Denna last kan användas till att simulera jordbävningar eller till att återge en med accelerometer uppmätt acceleration.

B4.2.10 Rayleigh-dämpning

Rayleigh-dämpningen är en sorts jämnt utbredd materialdämpning som styrs av ekvationen

$$C = \alpha \cdot M + \beta \cdot K \quad (1)$$

där

M = massmatrisen

K = styvhetsmatrisen

α, β är dämpkonstanter som fås ur ekvationen

$$\alpha + \beta \cdot \omega_i^2 = 2 \omega_i \xi_i \quad (2)$$

ω_i = i 'te egenvinkelfrekvensen hos strukturen

ξ_i = dämpningsgraden i den i 'te egenfrekvensen (del av den kritiska dämpningen)

För lösning av (2) behövs dämpningsgraden vid 2 olika frekvenser. Lösningen kan också fås med 2 medelvärden. Nackdelen med Rayleigh-dämpningen är att den är konstant lika för alla frekvenser, fast dämpningen i verkligheten ofta ökar med ökande frekvens.

Se vidare Owen & Hinton (1980) samt Bath & Wilson (1976).

B4.2.11 Koncentrerade dämpare

De koncentrerade dämparna som inkluderats i programmet är så kallade "Unified boundary"-dämpare för vertikala ränder, White, Valliapan & Lee (1977). De är frekvensoberoende och lätta att implementera i ett FEM-program. De fungerar för såväl isotropa som anisotropa material och består av normala och tangentiella dämpare applicerade i noderna på den vertikala randen. Problemet med koncentrerade dämpare är att effektiviteten minskar med ökande avvikelse från rät infallsvinkel för vågen.

Dämparna formuleras matematiskt som nedan

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_n = \frac{8}{15\pi} (5 + 2s - 2s^2) \cdot \rho \cdot v_p \cdot \dot{u}_n \\ \tau = \frac{8}{15\pi} (3 + 2s) \rho \cdot v_s \cdot \dot{u}_t \end{array} \right. \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_n = \frac{8}{15\pi} (5 + 2s - 2s^2) \cdot \rho \cdot v_p \cdot \dot{u}_n \\ \tau = \frac{8}{15\pi} (3 + 2s) \rho \cdot v_s \cdot \dot{u}_t \end{array} \right. \quad (2)$$

där

$$s^2 = \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}$$

ρ = densiteten

v_p = longitudinella våghastigheter

v_s = skjuvvåghastigheten

ν = Poisson's tal

Dämpare kan nu endast användas för vertikala ränder som då skall vara parallella med y-axeln.

Programmet kan dock lätt ändras så att även horisontella ränder kan förses med dämpare. \dot{u}_n , som nu bara kan representeras av \dot{u} som är hastigheten i x-riktningen, skall då på horisontella randen istället skiftas mot \dot{v} som är hastigheten i y-riktning. \dot{u}_t byts likadant fast omvänt.

Att kunna använda godtyckligt orienterade koordinatsystem och ränder är också programmeringsmässigt möjligt och man förfar på liknande sätt som utbredd kantlast appliceras i subrutinen LOADPL. Detta kräver dock onödigt långa beräkningar, och då den artificiella randen kan väljas helt godtyckligt bör den alltid väljas på ett för beräkningstiden minimerande sätt. Det innebär med koordinataxlarna parallella ränder.

Testning av dämparna redovisas i Ahlund (1983).

B4.3 Elementnätutformning. Rekommendationer

I finita element-sammanhang talar man om diskretiseringsfel, vilket är sådana fel som orsakas av den diskretisering man gör vid FEM-fomulering. Hit räknas fel pga val av interpolationspolynom, elementindelning och anpassning till krökta ränder. Se t ex Fredriksson (1978).

Allmänt kan sägas att noggrannheten och kostnaderna ökar med ökande elementnätsfinhet och ökande ansats på integrationspolynomet (ökande antal noder per element).

Interpolationspolynomet inverkar på felet i förskjutningar, laster och randvillkor. Om förskjutningarna är behäftade med stora fel blir spänningsberäkningarna ytterligt osäkra då dessa är differenser av förskjutningarna. Lasterna approximeras som bäst linjärt av de 4-nodiga elementen och kvadratisk av de 8- och 9-nodiga.

Randvillkoren uppfylls punktvis av det slutgiltiga ekvations-systemet. Hur bra de uppfylls där emellan beror av interpolationspolynomet.

Elementindelningen är ytterligt väsentlig för noggrannheten i lösningen. Det är alltid av stor vikt att optimera elementnätet så att tillräcklig lösningsnoggrannhet fås till så låg kostnad som möjligt. Speciellt gäller detta för dynamiska beräkningar då kostnaderna tenderar att skjuta i höjden pga att beräkningarna utföres i många tidssteg. Angående vågutbredning i elastiska medier kan några tumregler ges.

En vanligt förekommande vågtyp vid vågutbredning genom marken är Rayleigh-vågen. Denna är en sorts ytvåg vars påverkan av mediet minskar med ökande djup.

Segol, Abel & Lez (1975) har sammanställt resultat från ett antal finita elementberäkningar av vågutbredning genom marken. Enligt dem bör nätet vara fint intill markytan för att med ökande djup bli grövre och grövre.

Följande tumregler kan ges angående förhållanden mellan största elementsidan (d) och våglängden (λ) hos den kortaste i systemet propagerande vågen.

$$\frac{d}{\lambda} \left\{ \begin{array}{l} < \frac{1}{8} & \text{i horisontell riktning} \\ < \frac{1}{12} & \text{vid ytan i vertikal riktning} \\ < \frac{1}{6} & \text{vid undre gränsen i vertikal riktning} \end{array} \right.$$

Dessa resultat gäller främst ytvågor, men om förskjutningsresultat främst önskas i ytan, torde tumreglerna kunna användas för andra vågtyper.

**Denna rapport hänför sig till forskningsanslag 760847-9
från Statens råd för byggnadsforskning till AB Jacobson
& Widmark, Lidingö.**

R86: 1985

ISBN 91-540-4424-3

Statens råd för byggnadsforskning, Stockholm

**Art.nr: 6705086
Ingår ej i abonnemang**

**Distribution:
Svensk Byggtjänst, Box 7853
103 99 Stockholm**

Cirka pris: 45 kr exkl moms