Rapport R52:1984

Partialkoefficientmetoden i geotekniken

Teoretisk grund

Lars Olsson
Håkan Stille

R
and

Byggforskningsrådet

R52:1984

PARTIALKOEFFICIENTMETODEN I GEOTEKNIKEN

Teoretisk grund

Lars Olsson
Håkan Stille

Denna rapport hänför sig till forskningsanslag 781220-8 från Statens råd för byggnadsforskning till Institutionen för jord- och bergsmekanik, Tekniska Högskolan, Stockholm

I Byggforskningsrådets rapportserie redovisar forskaren sitt anslagsprojekt. Publiceringen innebär inte att rådet tagit ställning till åsikter, slutsatser och resultat.

R52:1984

ISBN 91-540-4128-7
Statens råd för byggnadsforskning, Stockholm
Liber Tryck Stockholm 1984

INNEHÅLL

0. Sammanfattning

1. Bakgrund och problemställning
   Inledning
   Riskfaktorer
   Krav på ett regelsystem för geotekniska konstruktioner
   Lämpliga säkerhetssystem

2. Sannolikheter - principer och användning
   Osäkerheter vid dimensionering
   Sätt att kvantifiera osäkerheter
   Val av sannolikhetsprincip för geoberäkningar
   Statistisk representation av osäkerheter

3. Säkerhetsindex β
   Medelvärdesmetoden
   FOSM
   FORM
   Problem vid användandet
   Sammanfattning β-metoden

4. Partialkoefficientmetodens uppbyggnad
   Partialkoefficientmetoden
   Samband med säkerhetsindex
   Grundläggande säkerhetskrav

5. Partialkoefficientmetoden - problemställning och rekommendationer
   Inledning
   Säkerhetsprincip
   Material och konstruktioner
   Formulering av brottvillkor och partialkoefficient
   Karakteristiskt värde
   Modellosäkerhet och statistisk osäkerhet
   Grova fel och olyckslaster

6. Partialkoefficienter i bruksstadiet
   Inledning
   Speciella geotekniska problem
   Rekommendationer

PARTIALKOEFFICIENTER INOM GEOTEKNIKEN

0. Sammanfattning

I kommande byggnorm avses partialkoefficientmetoden införas. För geoteknikens del innebär detta speciella problem främst av två orsaker:

- o Materialdata måste bestämmas för varje enskilt fall och oftast ur ett fåtal prov
- o Beräkningsmodellernas noggrannhet är svårbestämd, men troligen liten.

Problemen är på intet sätt oöverstigliga, och ett införande av en lämpligt utformad partialkoefficientmetod skulle innebära fördelar för geotekniken bl a därför att man får nya möjligheter att behandla osäkerheterna separat och därigenom kan få en mer optimal geoinsats.

I rapporten genomgås problemställningarna och det ges rekommendationer för utformandet av en partialkoefficientbaserad norm. Det är viktigt att man vid utformandet av normen inte låser upp sig för framtiden. Normen bör ge plats för utveckling när tänkesättet blir invant och ett större mått av sofistikering blir önskat.

Dessa rekommendationer kan sammanfattas:

- o Som säkerhetsbas väljs säkerhetsindex β (För bruksstadiet används ett motsvarande index β^{*})
- o Hänsyn tas till konsekvenser genom en speciell partialkoefficient γ_n enl SBN avd 2A
- o Subjektiva sannolikheter och bayesstatistik används
- o Laster behandlas enl SBN avd 2A
- o För materialegenskaper delas partialkoefficienten upp i delfaktorer. Följande föreslås:

γ_{m_1}	beaktar statistiska osäkerheter orsakade t ex av naturlig spridning. Osäkerheter vad gäller antagen statistisk fördelning
γ_{m_2}	beaktar osäkerhet i beräkningsmodell och sådana måttavvikelser som ej beaktas särskilt
γ_{m_3}	beaktar osäkerhet i själva provningsmetodiken, dvs avvikelser mellan mätt parameter och i beräkningsmodellen ingående parametrar (kallas η i SBN avd 2A).
γ_{m_4}	beaktar måttosäkerheter som uttrycks probabilistiskt
γ_{m_5}	beaktar projektets svårighetsgrad, omfattning av kontroll etc

Det kan dock visa sig vid en kalibrering att vissa koefficienter blir så små att de kan slås ihop. Valet av koefficienter är dessutom starkt beroende av val av ka-

rakteristiskt värde.

- o Som karakteristiskt värde för motståndsvariabler kan väljas antingen att genomgående använda väntevärdet eller att använda en (låg) percentil. (I detta fall föreslås 5%-fraktilen.)

  I första fallet måste partialkoefficienterna ges som funktioner främst av variabelns spridning, i det senare kan man troligen få fram användbara fasta värden på partialkoefficienterna.

  Vilket system som skall väljas beror av en rad faktorer och ett val bör inte ske utan att man gjort praktiska beräkningar.

- o Karakteristiska värdet skall bestämmas ur den bayesianska prediktionsfördelningen. Härigenom tas hänsyn till att provantalet är litet.

  Typ av statistisk fördelning för olika variabler föreskrivs.

  Hänsyn skall tas både till mekanisk brottmodell och inverkan av rymdvariationer.

- o Två klasser av partialkoefficienter införs:

  Allmänna partialkoefficienter som gäller för alla geokonstruktioner. Tas fram av ansvarig myndighet.

  Speciella partialkoefficienter som gäller för viss, begränsad klass av geokonstruktioner.

  Tas fram av användaren och godkänns för bruk av ansvarig myndighet.

- o Som alternativ till partialkoefficientmetoden skall en statistisk (nivå II) metod kunna användas.

  Som sådan metod föreslås "FORM" med säkerhetsindex definierat enligt Hasofer-Lind (β_{HL}) och med fördelningsinformation inkluderad med Rackwitz-Fiessler-algoritmen.

  Man kan förutse, att en tillgång på användartillvända datorprogram och en ökad kunskap om sannolikhetsbaserade metoder kommer att leda till att β-metoden blir använd i allt större omfattning.

  Föreskrivna värden på β_{HL} vid olika konsekvensklasser skall föreskrivas.

  Det är väsentligt, att innan värden på β_{HL} och följaktligen värden på partialkoefficienter och val av karakteristiskt värde fastläggs, det görs en kalibrering av beräkningsmetoderna gentemot dagens geokonstruktioner. Det finns nämligen skäl att anta, att "normala", accepterade geokonstruktioner har en större formell brottrisk än övriga byggnadskonstruktioner och att man därför bör normera lägre värden på β.

1. BAKGRUND

1.1 Inledning

Vid allt konstruktionsarbete befinner sig konstruktören i ett dilemma: Han skall samtidigt uppfylla krav på säkerhet (som oftast uttalats av något samhällsorgan) och krav på bästa möjliga ekonomi.

Av dessa båda krav är säkerhetskravet det primära, samtidigt som det är svårast att entydigt formulera, eftersom begreppet "säker" inte är definierat. Så sägs t ex (BS § 42) "Byggnads grundkonstruktion och stomme samt övriga byggnadsdelar, som kunna utsättas för belastning, skola hava betryggande bärförmåga, stadga och beständighet".

Det är viktigt att observera att man här inte närmare definierat "betryggande" och inte heller definierat hur osannolik en belastning (ett drastiskt exempel är meteornedslag) skall vara för att man skall få bortse från den.

Ett förtydligande står att finna i SBN 80, där man översätter"betryggande" till ett värde på s k "säkerhetstal" samt ger exempel på sällsynta lastfall som skall beaktas vid konstruktionen.

I kommande byggnorm kommer detta säkerhetsbegrepp att ändras till att vara baserat på ett s k "säkerhetsindex" β , som är ett sannolikhetsmått. Säkerhetsindex uppbyggnad beskrivs i kapitel 3 i denna rapport. Kärnfrågan för geoteknikerna är: kan ett system av konstruktionsregler, som är baserat på sannolikhetsprinciper, användas inom geotekniken i stället för den "beprövade" totalsäkerhetsfaktorn?

För att kunna besvara denna fråga måste några delfrågor först analyseras:

- o vilka olika riskfaktorer finns i konstruktionsarbetet?
- o vilka krav bör geotekniken ställa på ett konstruktionsregelsystem vare sig det är baserat på sannolikheter eller på något annat säkerhetssystem?
- o vilka olika säkerhetssystem finns? Vilket fyller de kraven uppställda?

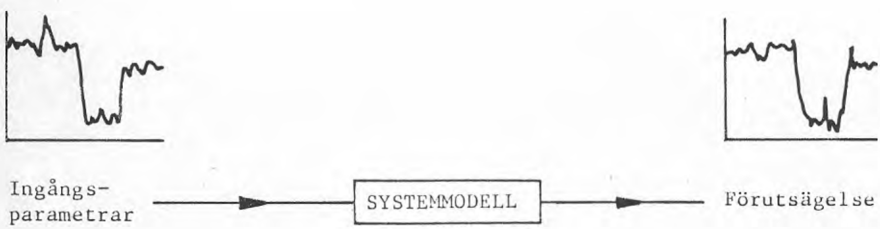
1.2 Riskfaktorer

Det finns alltid en risk att en konstruktion skall upphöra att fungera. Denna malfunktion behöver inte betyda totalkollaps utan den kan definieras som ett överskridande av ett förutbestämt gränstillstånd. Överskridandet av gränstillstånd kan medföra fullständig eller partiell kollaps (brottgräns), alltför stora deformationer (bruksgräns) etc. Gränstillståndet är det definierade tillstånd, som skiljer ett acceptabelt tillstånd hos konstruktionen från ett oacceptabelt.

Man måste vid utformandet av konstruktionsregler beakta att konstruktionsarbetet utgör en förutsägelse av det verkliga beteendet hos en ännu icke byggd konstruktion.

Konstruktören måste alltså använda en teoretiskt modell, som beskriver konstruktionens beteende och i denna modell föra in lämpliga parametervärden på dimensioner, laster, materialegenskaper etc.

Den på så sätt erhållna förutsägelsen är givetvis inte perfekt, eftersom både parametrarna och själva modellen innehåller osäkerheter som kombineras i förutsägelsen.



Osäkerheten kan ofta uppskattas med objektiv statistik för att ge sannolikhetsfördelningen. Då är parametrarna "stokastiska variabler"

Osäkerheten kan normalt inte uppskattas med "objektiv" statistik och måste därför uppskattas "subjektivt"!

Osäkerheten är en kombination av parameter- och systemosäkerhet

Parameter- och modellosäkerhet (efter Blockey, 1980)

Eftersom dessa osäkerheter kan leda till att den färdiga konstruktionen överskrider ett gränstillstånd, söker man på olika sätt gardera sig mot detta vid konstruktionsprocessen, t ex genom användandet av säkerhetsfaktor. Ibland blir det acceptanskriterium som föreskrivs (t ex i normer) ersatt av ett kriterium att man vid dimensioneringen skall använda ett minsta värde på säkerhetsfaktorn. Härigenom anses den blivande konstruktionen "säker", dvs sannolikheten för malfunktion acceptabelt liten. Motsvarande filosofi gäller för andra säkerhetssystem, t ex säkerhetsindex.

Det är i detta sammanhang väsentligt att beakta att det inte endast är system- och parameterosäkerheter, som kan orsaka att den färdiga konstruktionen fallerar.

Nedan följer en gruppering av tänkbara felorsaker. Grupperingen följer i stort Blockley (1977):

a) konstruktioner, vilkas uppträdande är väl förstått av konstruktören, men som fallerar på grund av ett slumpmässigt, onormalt högt värde hos lasten och/ eller ett onormalt lågt värde hos materialhållfastheten inträffar (parameterosäkerhet)

b) konstruktioner, som fallerar p g a att de är understarka eller överlastade, men där konstruktionens uppträdande är dåligt känt hos konstruktören och systemosäkerheten är lika stor som parameterosäkerheten. Konstruktören är införstådd med svårigheterna.

c) skador på konstruktioner, som orsakas av någon oberoende slumpmässig yttre påverkan, vars eventuella uppträdande kan bedömas statistiskt (brand, påkörning, olyckslaster).

d) fel som uppstår därför att konstruktören inte tagit hänsyn till någon beteendemekanism hos konstruktionen som är dåligt förstådd i existerande teknologi. (Denna beteendemekanism har troligen aldrig förr varit kritisk för den aktuella konstruktionstypen eller också kan konstruktionen vara av en helt ny typ)

e) konstruktioner som fallerar därför att konstruktören inte beaktat en beteendemekanism som är väl förstådd i existerande teknologi

f) konstruktioner som fallerar på grund av fel under uppförandet. Sådana kan orsakas av bristande kontroll, bristande kommunikation på arbetsplatsen, beslut som tas av fel person och kan också orsakas av att man på arbetsplatsen inte inser vilka faktorer som är kritiska. I synnerhet kan de orsakas av bristande kommunikation mellan konstruktören och entreprenören.

g) fel som uppstår i ett allt mer förfallande arbetsklimat som omger hela byggnadsprojektet. Detta arbetsklimat bestäms av en serie omständigheter och press på den involverade personalen. Pressen kan vara av finansiell, politisk eller arbetsmarknadsmässig natur, och kan leda till direkt brist på tid och pengar med åtföljande risk för fel under både konstruktions- och utförandestadierna. Den kan också leda till snabbt försämrade relationer mellan inblandade i projektet.

(En sådan tidspress kan uppkomma i grundläggningsarbeten genom att man vid utförandet finner att antagna grundförhållanden skiljer sig så kraftigt från verkliga att omkonstruktionen måste göras medan arbetsplatsen väntar)

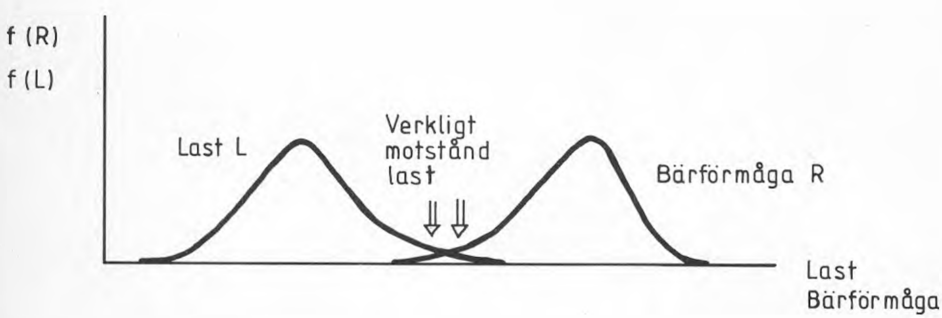
h) konstruktioner som fallerar p g a felaktig användning eller missbruk eller därför att ägarna inte har förstått hur kritiska vissa faktorer är vid användningen av konstruktionen t ex vid ändringsarbeten (snedsättningar vid småhus p g a husägarens felaktiga uppfyllnad för exempelvis en terass är ett geotekniskt exempel).

Det ovanstående kan sammanfattas i tabellform

Felkategori	
Parametrar	Lastöverskridande Motståndsunderskridande
Systemmodell	Modellen välbekant, beprövad. Modellen dåligt känd. Konstruktören handlat lege artis
Slumpmässiga inverkningar	Exempel: brand, tjäle, påkörning. Statistiskt basmaterial finns tillgängligt. (Aktuarie?)
Grova fel	"Human errors" *Ej handlat lege artis *Slarv *Okunnighet *Avsiktlig skadegörelse *Bristande kommunikation
Arbetsklimat ("Engineering climate")	Ej direkt felorsak, men leder till ökad sannolikhet för fel
Brukarfel	Kommunikation Information

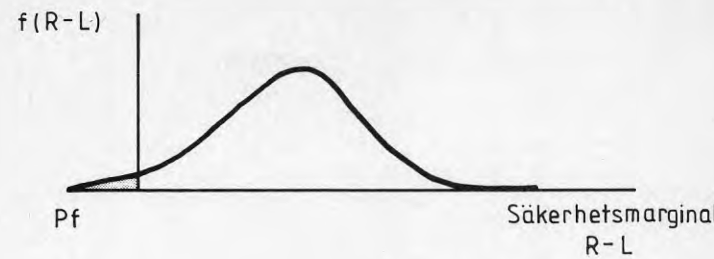
Den första gruppen, parametrar, omfattar sådana fel som uppkommit genom en ogynnsam kombination av lågsannolika värden på belastningen och på motståndsförmågan hos konstruktionen.

Man befinner sig alltså ute i "svansarna" på parametrarnas sannolikhetstäthetsfördelningar.



Antagen fördelning för last

Denna typ av fel garderar man sig normalt mot genom att konstruktionsreglerna gör det mycket osannolikt att det vid det verkliga utförandet uppträder en så ogynnsam kombination, dvs man utformar konstruktionen så att ytan P_f (brottsannolikheten) i figuren nedan är mycket liten.



Säkerhetsmarginal
R-L

Det bör betonas, att även om de använda konstruktionsreglerna inte är sannolikhetsbaserade, så är ändå basidén densamma: att göra det så osannolikt att konstruktionen fallerar, att man kan anse att den är "säker".

Man kan ytterligare gardera sig genom kontrollåtgärder (t ex testa materialprover under byggnationens gång) och övervakning av konstruktionens beteende (exempelvis kontroll av rörelser hos spont allteftersom schakten bedrivs).

Inom geotekniken är detta problem större vad gäller motståndet än inom övriga delar av byggnadsindustrin. Detta beror på att varje grund etc är unik och att man arbetar med ett material som redan finns på sin plats i konstruktionen och vars egenskaper måste fastställas genom provning i varje enskilt fall. Eftersom denna bestämning är dyrbar, kan endast ett fåtal prover bli aktuella varför osäkerheten blir stor. Till denna osäkerhet kommer att det handlar om geologiska formationer och att det därför kan komma in såväl bedömningsfrågor (om var provpunkter skall väljas) som tolkningsfrågor.

Man kan alltså i vissa fall befinna sig i en situation där parameterfel i konstruktioner orsakats av systemfel (eller grova fel!) i den geotekniska undersökningen. Det är alltså mycket viktigt att man beaktar hela kedjan i konstruktionsarbetet så att vid bedömningen av det färdiga förslaget alla osäkerheter medtas.

Den andra felkategorin "systemmodell" omfattar två undergrupper. I den första gruppen är systemmodellen välbekant, beprövad och allmänt erkänd som tillämplig, men fel uppstår ändock, detta på grund av att modellen har vissa ofrånkomliga osäkerheter och att man kan hamna i gränsområdet för dess tillämplighet. Om fel uppstår av denna orsak är det i viss mån analogt med fel som orsakas av parameterosäkerhet; en händelse med låg sannolikhet inträffar trots allt.

Den andra undergruppen är sådana fall som uppkommer genom att tillgängliga systemmodeller är mycket osäkra, dvs har stor spridning men där konstruktören handlat lege artis, dvs enligt god yrkesmässig praxis.

Idag söker man gardera sig mot fel orsakade av systemmodellen genom att på konstruktionsstadiet kräva en ökad säkerhetsfaktor F. Denna är ju definierad som

$F = \frac{\text{Beräknad hållfasthet}}{\text{Beräknad last}}$ och en ökning av F ger ju större spelrum för fel i systemmodellen. Men observera, att man ingalunda betraktar systemmodellens osäkerhet för sig, utan man söker täcka parameterfel och osäkerhet i systemmodellen samtidigt! Detta är en svaghet, som inte finns hos de sannolikhetsbaserade regelsystemen. Liksom vad gäller parameterfel kan man också använda sig av både kontroll och övervakningssystem. Kontrollen gäller då att de antaganden som ligger till grund för själva modellen (ej parametrarnas storlek!) är giltiga i det speciella fallet, något som kräver en helt annan kommunikation mellan konstruktör och byggare än vad som finns idag. Övervakningssystemens princip är att man observerar den verkliga konstruktionens beteende (exempelvis rörelser) och jämför med det beräknade för att vid behov göra en förnyad beräkning (förutsägelse).

"Slumpmässiga inverkningar",t ex brand, tjäle, påkörningar , är sådana yttre påverkningar som förekommer i så stor omfattning att man har ett visst statistiskt material (av aktuarietyp). Detta gör att man kan göra en rimlig bedömning av när åtgärder krävs. Typiskt för dessa åtgärder är att de är specifikt riktade mot en särskild typ av påverkan.

Antag t ex att det finns risk för brand inom en spont. Den skulle kunna få hammarbanden att förlora sin hållfasthet med spontbrott som följd. Motåtgärden är då inte att man ökar hållfastheten (t ex genom krav på höjd säkerhetsfaktor) utan att man klär in hammarbanden med värmeisolerande material, en åtgärd som endast har en brandskyddande funktion.

Bedömningen av när åtgärder bör sättas in görs ofta med "sunt förnuft" men en stringentare beslutsteoretisk analys kan kanske i vissa fall vara motiverad. En intressant teknik kan i dessa fall vara s k "risk screening" (Baecher, 1981) som är en förenklad beslutsteoretisk analys.

Grova fel är en mycket betydande grupp bland orsaker till malfunktion hos konstruktioner, t o m den mest betydande. Lind (1979) anger att merparten av skador på konstruktioner orsakats av grova fel medan för byggnader siffran 90% angivits (CIRIA, 1977). Det ligger i sakens natur att denna typ av fel undandras sig statistisk bedömning och därpå baserade åtgärder. Lind (1979) citerar studier som visar på att:

- brott inträffar oftare än vad som kunde förväntas enligt konstruktionsberäkningar som ej tar hänsyn till grova fel
- konstruktionsbrott är få, men nästa alltid förknippade med grova fel
- vanligen finner man flera grova fel, när man utreder orsaken till ett konstruktionsbrott

- troligen finns det därför ofta grova fel vid konstruktioner som ej fallerar.

Åtgärder mot grova fel är idag dels kontroll, dels krav på en högre säkerhetsfaktor än vad som motiveras av parameter- och systemosäkerhet. Lämplig storlek på säkerhetsfaktorn framkommer ur erfarenheter vid tillämpning av ett visst värde och troligt är att dagens säkerhetsfaktor täcker "normalt slarv" men inte "dundertabbar".

Även om man i framtiden kommer att till viss del få arbeta enligt motsvarande tankegångar (t ex genom att kräva en lägre "target probability" (CIRIA, 1977), är det önskvärt att hitta en optimal balans mellan kontrollinsatser och ökade säkerhetskrav (=överstark konstruktion). Viss forskning har påbörjats (LIND, 1979, Öfverbeck, 1979) men ännu finns ingen färdig metodik.

Förutom ren kontroll kan ytterligare åtgärder minska risken

- Utbildning minskar risken för konstruktionsfel p g a okunnighet

- Licensering av konstruktörer är ett tänkbart sätt att hålla konstruktionerna lege artis

- Kommunikationen konstruktör - arbetsplats bör förbättras så att kritiska moment och parametrar är kända etc.

Att åtgärda ett försämrat arbetsklimat genom något slags regler är givetvis omöjligt. Det är dock viktigt, att man är medveten om de risker för konstruktionen en inträffad sådan försämring medför, och därför t ex vid en hastig omkonstruktion dels skärpa kontrollen, dels arbeta med goda marginaler, "säkra" typer av konstruktioner etc.

Brukarfelen har sin grundorsak i att användaren är obekant med konstruktionens verkningssätt och vilka påverkningar och ingrepp som är kritiska.

Motåtgärderna här är dels en mer allmän utbildning (ett geotekniskt exempel är SGI:s informationsskrifter), dels information om den aktuella konstruktionen. Sådan information bör dels beskriva verkningssättet och därvid ange gjorda antaganden om laster etc, dels ge direkta anvisningar om användningen. Detta är samma sorts information som efterlystes under "grova fel" och som idag ofta saknas.

1.3 Krav på ett regelsystem för geotekniska konstruktioner

Dagens säkerhetssystem har alltså en del nackdelar

- För stor vikt läggs på parameter- och systemmodellfel. Dessa fel står för en mindre del av inträffade olyckor, men ändock läggs mycket stor vikt på denna del genom att man som kriterium har säkerhetsfaktorn

- o Systemfel och parameterfel separeras ej. Detta hindrar ett optimerat val av undersökningsinsats och beräkningsmetod.
- o Grova fel beaktas ologiskt. Som nämnts garderar man sig mot grova fel genom krav på höjd säkerhetsfaktor, i stället för att ha en optimerad fördelning mellan kontrollåtgärder och allmänna säkerhetskrav
- o Vid konstruktionsarbetet använd logik framgår inte. Detta leder i värsta fall till fel redan på konstruktionsstadiet och försvårar sedan kommunikationen vilket ökar riskerna för grova fel vid utförandet och för brukarfel.

Det vore alltså mycket önskvärt om man kunde byta detta säkerhetssystem mot ett som bättre tog hänsyn till de olika felorsakerna. För att få fram ett sådant regelsystem krävs först en kravspecifikation.

Oavsett vilket säkerhetsbegrepp som används, kan man uppställa ett antal krav och önskemål på det regelsystem som skall användas som acceptanskriterium för geotekniska konstruktioner. (Att någonting anses "säkert" är ju liktydigt med att man är beredd att acceptera det med de ev risker som kan finnas.)

Inom SGF:s säkerhetskommitté har ett antal sådana krav diskuterats och de återges här i något omarbetad form tillsammans med kommentarer.

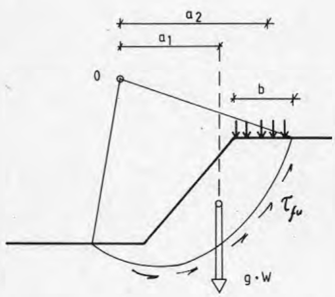
o Dimensioneringsprincip: kontroll av gränstillstånd. Kravet i § 42 BS: "Byggnads grundkonstruktion och stomme samt övriga byggnadsdelar, som kunna utsättas för belastning, skola hava betryggande bärförmåga, stadga och beständighet" uppfylls genom att dimensionering görs för två s k gränstillstånd, brottgränstillstånd och bruksgränstillstånd.

Kommentar: Detta krav innebär en skärpning av kravet på en logisk uppbyggnad av konstruktionsprinciperna, något som är mycket önskvärt, samtidigt som det innebär svårigheter för geoteknikern. Idag saknas ju ofta kontrollen av bruksstadiet i beräkningarna och istället används en brottstadiekontroll med förhöjd säkerhetsfaktor.

o Lasten S är stokastisk
Lasten på en sektion är en summa av stokastiska lasteffekter som i sin tur är sammansatta av en stokastisk lastintensitet, deterministisk influensvektor och en stokastisk korrektionsfaktor. Influensvektorn uttrycker sambandet mellan lastintensiteten och påkänningen på sektionen.

Kommentar: Det är väsentligt att man beaktar att man inte känner lasten helt säkert. Man skall därför betrakta den som en stokastisk (slumpmässig) storhet. Vid beräkningarna kontrollerar man påkänningarna i olika sektioner. Den last, t ex skjuvspänning, som verkar på en sådan sektion är en funktion av dels en yttre påverkan (lastintensiteten), dels en influensvektor. Den senare uttrycks av praktiska skäl i deterministisk form, dvs utan osäkerhet och man beaktar osäkerheten genom korrektionsfaktorn, som uttrycker kvoten mellan beräknad och verklig lasteffekt.

Exempel



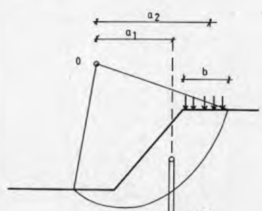
$$S = C_i \; f_i \; S_i$$

$$S = C_1 \cdot a_1 \cdot g \cdot W + C_2 \; a_2 \; b \cdot q$$

o Motståndet R är stokastiskt
Motståndet (bärförmågan) hos en sektion är en summa av delmotstånd, där varje del i sin tur är sammansatt av en stokastisk materialegenskap, en deterministiskt uttryckt influensvektor och en stokastisk korrektionsfaktor. Influensfaktorn uttrycker sambandet mellan materialegenskap och motstånd. Korrektionsfaktorn tar hänsyn till osäkerheten i detta samband.

Kommentarer:

För motståndet gäller motsvarande förhållanden som för lasten.



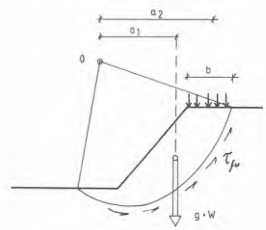
$$R = \Sigma \; E_i \; g_i \; R_i$$

$$R = E_i \cdot r \cdot \ell \cdot \tau_{fu}$$

o Vid dimensioneringen används deterministiska värden på motstånd och lasteffekt. De i verkligheten stokastiska värdena på lasteffekt och motstånd representeras vid dimensioneringen av deterministiska dimensioneringsvärden S^* och R^*. Dessa bestäms ur R och S enligt givna regler.

Kommentar: Av praktiska skäl är detta nödvändigt, eftersom ett system där man direkt räknar med stokastiska variabler blir ohanterligt.

Vid övergången från R och S till R^* och S^* ersätts alla stokastiska variabler (alltså även korrektionsfaktorerna) av ett punktvärde. Hur detta skall ske bestäms enligt regler (ev genom normer).



$$S^* = C_i^* \, a_1 \, g \, W^* + C_2 \, a_2 \, b.q^*$$

$$R^* = E_1^* r \cdot \ell \, \tau_{fu}^*$$

o Dimensioneringsprincip: Varje sektion skall vara utformad så att det för varje aktuellt gränstillstånd gäller:

$R^* \geq S^*$ eller $R^* - S^* \geq 0$

eller, i de fall lasteffekt och motstånd ej kan särskiljas, ett motsvarande uttryck.

Kommentar: Säkerheten läggs alltså inte som krav på ett värde av kvoten mellan R och S (jfr totalsäkerhetsfaktorn). Den ligger i stället i överföringen från R till R^* resp S till S^*.

I många fall kan det vara svårt att entydigt särskilja R och S. Man kan då ersätta kravet $R^* - S^*$ med ett motsvarande uttryck

$f\ (E_i^*,\ g_i\ R_i^*,\ C_i^*,\ f_i\ S_i^*) \geq 0$ där

$f\ (E_i,\ g_i,\ R_i,\ C_i,\ f_i,\ S_i) < 0$ innebär att brottgränsen överskrids och att övergång från S_i till S_i^* etc görs på samma sätt som i de fall R^* och S^* kan separeras.

o Tillförlitligheten bör vara lika för alla konstruktioner. För varje konstruktion, som tillhör en viss typ, skall dimensioneringsmetoden, om hänsyn ej tas till konsekvenser av ett gränsöverträdande, ge i stort sett samma tillförlitlighet i de olika fallen.

Kommentar: Detta kan synas vara en självklarhet, men det är en mycket viktig princip, som bl a ställer krav på stringent tolkande av data och krav på dimensioneringsmetodens uppbyggnad.

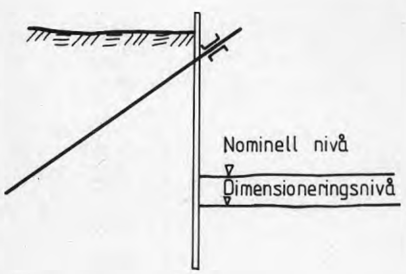
o Kvalitén hos indata och beräkningsmetod skall direkt återspeglas i dimensioneringsvärdena R^* och S^*. Vid bestämningen av R^* och S^* skall beaktas samtliga de osäkerheter som vidlåter de ingående faktorerna. Speciellt skall beaktas omfattning och kvalité hos den geotekniska undersökningen samt relevansen hos använd beräkningsmetod. Vidare skall användandet av övervaknings- och kontrollsystem kunna beaktas.

Kommentar: Bland de väsentligaste elementen i ett dimensioneringsregelsystem för geotekniska arbeten är det direkta beaktandet av den valda beräkningsmetodens osäkerheter (dvs modellosäkerheten), möjligheten att balansera undersökningens omfattning så att en "bra" undersökning eller en "bra" beräkningsmetod får "löna" sig i form av en mindre konservativ konstruktion. Ett övervakningssystem är ju i princip ett sätt att göra en "provtagning" på konstruktionen och skall därför kunna "löna sig" på samma sätt.

- o Geometriska storheter
Geometriska storheter behandlas som övriga stokastiska variabler eller enligt särskilda föreskrifter.

Kommentar: Det är viktigt att regelsystemet har en så logisk uppbyggnad som möjligt. Detta innebär bl a att osäkerheter så vitt möjligt beaktas där de verkligen förekommer. För geometriska storheter kan i vissa fall speciella regler bli aktuella, t ex genom att man föreskriver vissa mått eller måttillägg.

Exempel: "På grund av risken för underschaktning skall vid beräkning användas ett schaktdjup som med 0.3 m överskrider det nominella"



- o Hänsyn till konsekvenser
Hänsyn till konsekvenser av överskridandet av gränstillstånd skall tas genom att risk för allvarlig personskada och/eller risk för stora samhällskonsekvenser tas i beaktande.

Kommentar: Idag tas inte explicit hänsyn till konsekvenser (dock görs det vanligen indirekt genom val av säkerhetsfaktor etc). Med en uttalad princip om direkt hänsynstagande till konsekvenserna fås dels en mer konsekvent problembedömning, dels en möjlighet att undvika överstarka konstruktioner, där konsekvenserna är ringa. Det är dessutom väsentligt att endast beakta allvarliga konsekvenser så att största möjliga frihet för konstruktören finns och reglerna inte blir för komplicerade.

- o Kalibrering
Dimensioneringsprinciperna skall vara så utformade att deras användning ej ger kraftigare konstruktioner än vad

tidigare använda principer ger för sådana konstruktioner där betryggande erfarenhet finns.

Kommentar: Principen om kalibrering är mycket viktig, samtidigt som den innehåller svåra moment. Bl a vet vi ju sällan hur säkra vi är idag och det kan finnas fog för att tro att våra konstruktioner egentligen är överstarka. Det är alltså väsentligt att för sådana beprövade konstruktioner dessa inte görs ännu starkare. Man måste dock beakta att det kan hända att en extrapolering i storlek eller användning av en "beprövad" konstruktion kan medföra att den blir osäker.

o Erfarenhetsvärden
Lokal erfarenhet av jorddata och erfarenhet av beräkningsmetods tillförlitlighet skall kunna utnyttjas.

Kommentar: En stor del av data för ett objekt ligger oftast i erfarenhetsdata från liknande objekt i närheten. Regelsystemet bör därför medge ett stringent utnyttjande av dessa data vilket kan ske exempelvis med bayesstatistik, dvs den gren av statistiken där subjektiva sannolikheter kan användas och därför olika typer av information kan vägas samman.

o Grova fel
Grova fel (orsakade av "mänskliga faktorn") beaktas ej i dimensioneringssystemet enligt ovan.

De skall istället beaktas med en kontroll med en omfattning minst motsvarande den av myndighet i detaljanvisning föreskriven.

Kommentar: Principerna ovan gäller ett system som skall beakta kravet på säkerhet mot överskridande av gränstillstånd. Som tidigare påpekats kan grova fel ej helt täckas genom ett sådant dimensioneringssystem, ej heller är det önskvärt med ett system där man höjer skyddet mot konsekvenserna av grova fel genom att kräva ökad säkerhet mot överskridande av gränstillstånd.

Dock bör givetvis fortfarande till en viss del risken för grova fel täckas på samma sätt som tidigare, eftersom konsekvenser av dålig kontroll, oförutsedda (och alltså ej kontrollerade!) fenomen bli alltför stora. Lämplig avpassning måste göras via kalibreringen. Kontrollen bör även gälla sådant som kommunikationskanaler, information etc.

o Olyckslaster
Hänsyn till tänkbara olyckslaster tas enligt särskilda anvisningar.

Kommentar: Med "olyckslast" avses samma sak som "slumpmässiga inverkningar". Dessa beaktas ju via specifikt riktade åtgärder och några allmänna åtgärder kan inte föreskrivas.

o Logik
Beräkningssystemet skall ha en logisk uppbyggnad och där avsteg från detta krävs skall det tydligt framhållas.

Kommentar: Tyvärr saknar geotekniken denna uppbyggnad. Den har ju ofta en blandning av bruks- och brottstadiekriterier, t ex används stor brottsäkerhet för att gardera mot excessiva deformationer. En logisk uppbyggnad är nödvändig för att ett dimensioneringssystem skall kunna vidareutvecklas och hjälper dessutom till att undvika fel av typ mänskliga faktorn (okunnighet om konstruktionens beteende).

1.4 Lämpliga säkerhetssystem

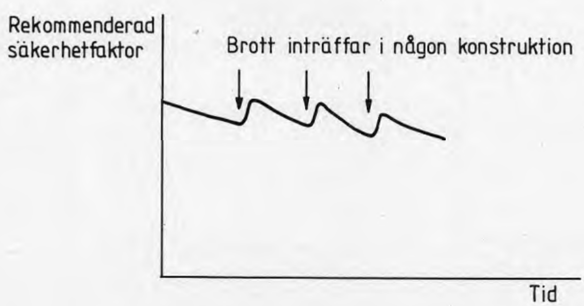
Vid uppställandet av ovanstående system av regler för geotekniskt konstruktionsarbete har inget ställningstagande gjorts beträffande det system för kontroll av säkerhet som skall användas. Flera sådana finns, som kan klassificeras både efter grundprincip och efter uppbyggnad (formulering).

Grundprinciper:

Man kan urskilja två grundprinciper: Erfarenhet, dvs "trial and error" och någon form av sannolikhetsbaserad metod.

Beträffande erfarenhet kan sägas, att den utgår från någon hypotes om laster, materialhållfasthet och beräkningsmodell. Dessutom införs någon lämplig säkerhetsfaktor, ofta på materialhållfastheten.

Valet av denna säkerhetsfaktor sker på oklara grunder och den modifieras allteftersom erfarenhet vinns.



Problemet med denna princip är att man har ett fåtal fall där man säkert kan uttala sig om att den använda beräkningsmetoden ej fungerat, bl a därför att det ofta är andra orsaker som inverkat. Metoden uppfyller ej de tidigare uppställda kraven på

- Tillförlitlighet
- Bestämning av data
- Logik

och bör därför ej komma ifråga för geoteknikens del även om den nu används.

Sannolikhetsbaserade metoder medger en logisk uppbyggnad av regelsystemet. Deras grundprincip är att man beaktar samtliga osäkerheter som förekommer i konstruktionsprocessen och uttrycker dessa i sannolikhetstermer. Sedan kan konstruktionens formella brottrisk beräknas enligt sannolikhetslärans metoder. Denna formella brottrisk används sedan som acceptanskriterium, i det att en konstruktion anses säker om den formella brottrisken är mindre än ett givet värde. Det är viktigt att komma ihåg, att brottrisken är formell dels därför att konstruktionen är utsatt för andra risker (olyckslaster, mänskliga faktorn) än de som beaktas i beräkningarna, dels för att modellen är ofullkomlig samt även på grund av vissa statistiska förenklingar.

Principen används inte bara i denna form där formella brottrisker anges som en sannolikhet utan även i andra formuleringar där man i stället för risken använder ett ställföreträdande mått.

Sannolikhetsbaserade säkerhetssystem kan byggas upp med mer eller mindre stor grad av komplexitet, alltifrån fullständig statistisk analys till totalsäkerhetsfaktorn. De vanligaste systemen har redovisats i Olsson & Stille (1979) varur följande sammanfattning är hämtad:

> Sammanfattning:
>
> Tre metoder finns för dimensionering och kontroll där man har en accepterad risk som bas:
>
> Nivå 3 Fullständig statistisk analys. Risken beräknas.
>
> Nivå 2 Förenklad statistisk analys. Ett riskkorrelerat säkerhetsindex β används som kriterium.
>
> Nivå 1 Partialkoefficientmetoden. Risken beräknas inte. I stället söker man genom så kallade karakteristiska värden och partialkoefficienter får en konstruktion som har en tolerabel risknivå. I praktiken får olika typer av konstruktioner olika risk.

De tidigare uppställda kraven kan bättre uppfyllas av sannolikhetsbaserade metoder:

Metod	Uppfyller ej kravet på
Fullständig statistisk analys	Användandet av deterministiska värden och följdkrav
β-metod	" " "
Partialkoefficientmetod	Uppfyller samtliga krav
Totalsäkerhetsfaktor (som specialfall av sannolikhetsbaserad partialkoefficientmetod)	Tillförlitlighet

För geoteknikens del synes alltså partialkoefficientmetoden vara den mest lämpliga. Den skall då vara baserad på något sannolikhetsmått och kompletteras med krav på åtgärder mot risker typ olyckslast och "mänskliga faktorn".

En övergång till partialkoefficientmetoden ger också fördelen av likhet med Svensk byggnorm, som i framtiden blir baserad på partialkoefficientmetoden.

För att kraven på kalibrering, logik etc skall kunna tillgodoses, måste partialkoefficienterna kunna uttryckas i sannolikhetsmått. Detta görs bäst genom att de kopplas till säkerhetsindex β, dels eftersom detta är beräkningsmässigt enklare än att direkt använda formella brottrisken, dels eftersom man då får likhet med Svensk byggnorm (och andra, utländska byggnormer).

Slutsats:

Som "säkerhetssystem" för ett geotekniskt konstruktionsregelsystem lämpar sig såväl β-metoden som partialkoefficientmetoden. Den senare skall dock vara sannolikhetsbaserad (i så motto att den kopplas till säkerhetsindexmetoden).

Härigenom kan man välja mellan den enkla partialkoefficientmetoden som är användbar för mindre och enklare konstruktioner eller β-metoden som passar till projekt där man vill utnyttja avancerade beräkningsmetoder och omfattande geotekniska undersökningar för att sedan utnyttja sin ökade kunskap för att med tillräcklig säkerhet utforma en smäckrare konstruktion.

2. SANNOLIKHETER: PRINCIPER OCH ANVÄNDNING

2.1 Osäkerheter vid dimensionering

En av de bärande principerna för det föreslagna regelsystemet var, som tidigare sagts, att man skall kontrollera risken för överträdande av gränstillstånd, t ex brottgräns eller bruksgräns. Ett överskridande av gränsen medför ju brott eller obrukbarhet.

I det allmänna fallet beskrivs gränsen av ett uttryck av formen

$$Z = g\ (X_1, X_2, X_3 \ldots X_n) = 0$$

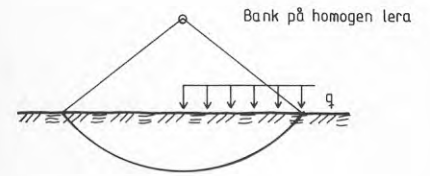
I detta uttryck är X_1, X_2 ... X_n s k basvariabler, laster, materialegenskaper, geometriska storheter etc. De är alltså osäkra storheter. Funktionen är definierad på ett sådant sätt att $Z > 0$ är den "säkra" sidan.

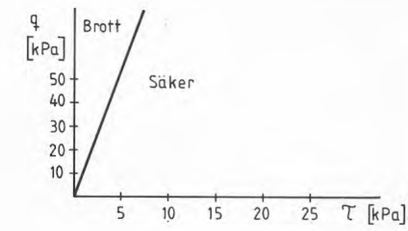
Uttryckt i de termer, som användes i föregående kapitel är X_i parametrarna och g (.) är systemmodellen där g(.) är funktionen ovan.

Enligt praxis inom statistiken använder man stora bokstäver för att beteckna stokastiska variabler och små för att beteckna ett utfall, dvs ett värde som variabeln antagit. Detta kan ibland komma i konflikt med geoteknisk praxis. Ett exempel på beteckningen för utbredd last: q. I det följande används företrädesvis geoteknisk praxis eftersom läsaren lätt kan inse om variabeln eller utfallet avses.

Ett par geotekniska exempel:

Bank på homogen lera





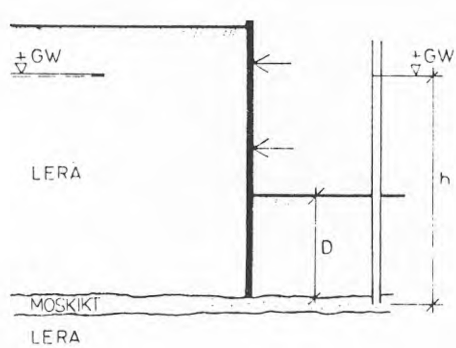
$\tau = 0.181\ q$

Brottgränsekvationen

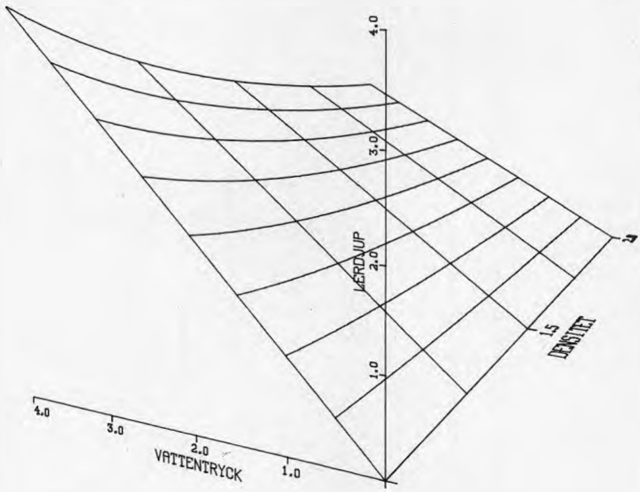
$Z = g\ (X_1,\ X_2) = 0$ blir i detta fall

$Z = \tau - 0.181\ q = 0$ vilket kan åskådliggöras i ett tvådimensionellt diagram.

Hydraulisk bottenupptryckning



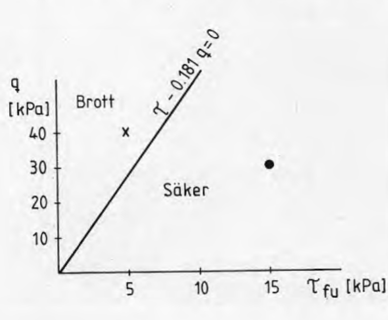
Brottgränsekvationen $Z = g\ (X_1,\ X_2,\ X_3) = 0$ kan i detta fall skrivas $z = \rho_{jord} \cdot D - \rho_w \cdot h = 0$ (där ρ_w betraktas som en helt känd storhet = 1 t/m^3). Denna brottgräns kan åskådliggöras som en yta i den tredimensionella (ρ_{jord}, D, h)-rymden:



För mer komplicerade problem får man brottgränsuttryck $Z = g(.) = 0$ med fler variabler vilket svårligen går att åskådliggöra; brottgränsen blir en yta i en hyperrymd. Den fortsatta behandlingen kommer att illustreras med det enkla tvåvariabelfallet bank på lera, men kan lätt generaliseras.

Vid dimensioneringen skall ju principen vara att man gör en kontroll av att konstruktionen inte överskrider gränslinjen. En punkt med konstruktionens koordinater i basvariabelsystemet skall alltså ligga på den sida av gränsen som är "säker".

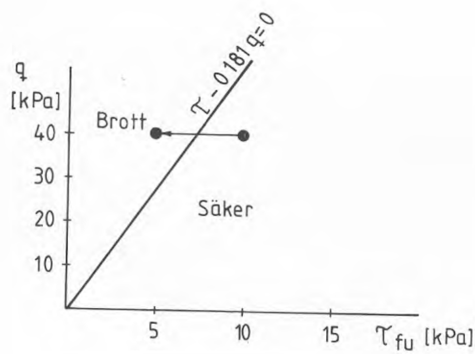
Punkten ($q = 30$ kPa; $\tau = 15$ kPa) är alltså "säker" medan punkten ($q = 40$ kPa, $\tau = 5$ kPa) befinner sig i brottillstånd.



Motsvarande gäller för de flerdimensionella fallen, dvs de fall där brottgränsen ej är en linje utan en yta. En viss konstruktion kan ju även här beskrivas som en punkt i det koordinatsystem, som definieras av basvariablerna (= konstruktionens parametrar).

Vid konstruktionsarbetet (designarbetet) görs kontrollen för en ännu inte byggd konstruktion. Det föreligger alltså en osäkerhet i fråga om vilken punkt (i basvariabelsystemet) som kommer att motsvara den verkliga konstruktionen. I vårt exempel är vi osäkra på skjuvhållfasthetens storlek bl a beroende på att vi har få prov. Vi kan inte heller vara säkra på lastens storlek, den kan ju dessutom vara tidsberoende.

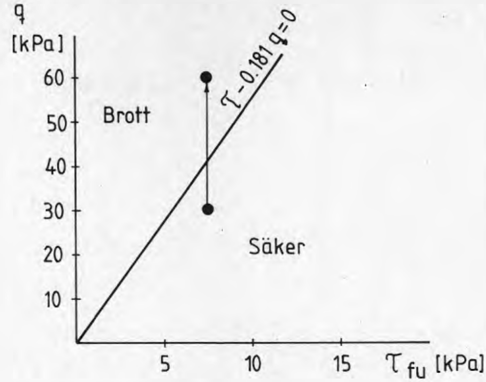
Det kan alltså visa sig, att den projekterade vägbanken med projekteringsvärden ($q = 40$, $\tau = 10$) vid byggandet visar sig ha de verkliga värdena ($q = 40$, $\tau = 5$) med brott som följd.

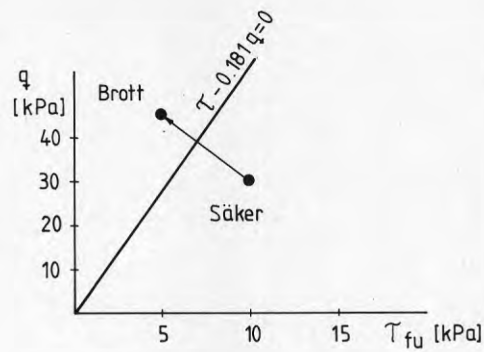


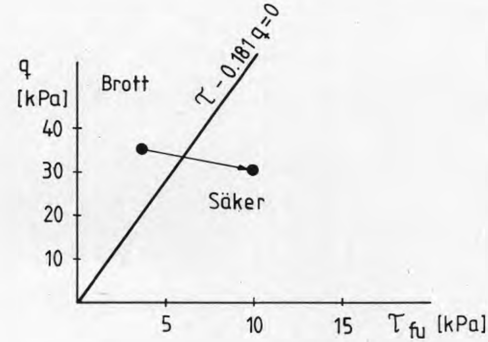
Likaledes kan det inträffa, att en konstruktion, som existerat under en tid, utsätts för en så ökad last att brottgränsen överskrids.

Givetvis kan också alla kombinationer av ändringar i last och bärförmåga medföra ett överskridande av brottgränsen.

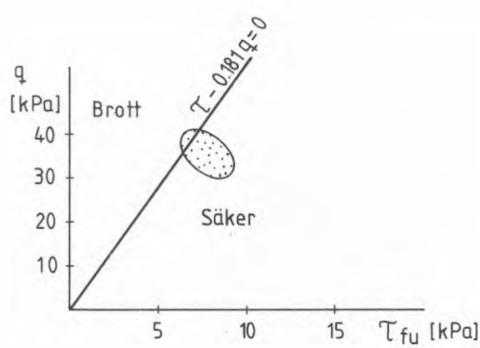
Det kan givetvis också tänkas, att en konstruktion, som utdömts som osäker på designstadiet i verkligheten skulle varit säker. I detta fall inträffar inte brott, men man får som slutlig produkt en överstark, oekonomisk konstruktion.


q
[kPa]
60
50
40
30
20
10
Brott
Säker
τ - 0.181 q = 0
5
10
15
τ fu [kPa]


q
[kPa]
40
30
20
10
Brott
Säker
τ - 0.181 q = 0
5
10
15
τ fu [kPa]


q
[kPa]
40
30
20
10
Brott
Säker
τ - 0.181 q = 0
5
10
15
τ fu [kPa]

Orsaken till alla dessa misslyckanden är att vi inte på konstruktionsstadiet kan ange verkliga dimensionerade värdet på last resp hållfasthet. Osäkerheten gör, att vi endast kan ange en svärm av tänkbara punkter i basvariabelsystemet. I svärmen är dessutom konturerna osäkra.



Det är naturligtvis så, att alla punkter i skaran inte bedöms som lika troliga att representera de sanna värdena på parametrarna. Man kan alltså tänka sig att punktsvärmen har en "tyngdpunkt" och att den glesnar mot "periferin" men att "periferin" inte är skarpt definierad.

Att under dessa premisser direkt använda den enkla brottgränsfilosofin går naturligtvis inte. Vi kan ju inte säga vilken punkt som skall vara den, som får ligga på gränsen till brottområdet, när konstruktionen skall anses "säker". Man kan naturligtvis säga, att det skall vara den farligaste av alla punkter, som är tänkbara.

Ett sådant resonemang ger visserligen säkra konstruktioner, men de kommer säkerligen att vara överstarka: Det finns ju ett antal punkter som är tänkbara, men inte särskilt troliga.

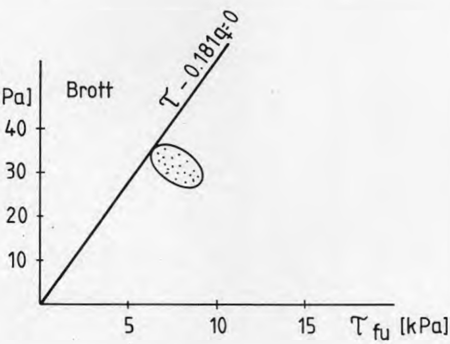
Det sätt som används har en annan säkerhetsfilosofi: Man accepterar en viss kvarstående risk även hos "säkra" konstruktioner. Man gör dock denna risk liten och försöker hålla den lika stor för alla konstruktioner.

Man kan illustrera tillvägagångssättet med samma modell som tidigare:

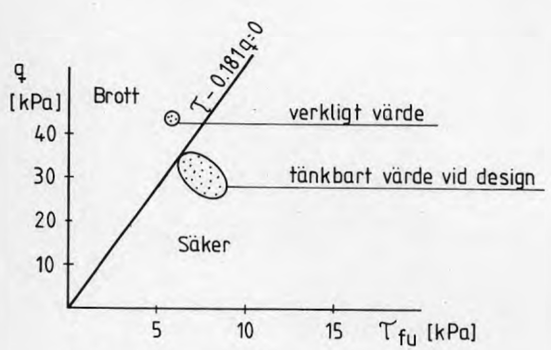
Man utgår från punktsvärmens centrum och definierar sedan en "periferi". Denna är inte nödvändigtvis sådan att alla tänkbara utfallspunkter ryms innanför den, men istället sådan, att det är lågsannolikt att punkter hamnar utanför den.

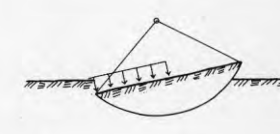
Man kan välja "periferins" läge så att sannolikheten att punkter hamnar utanför den är mindre än eller lika stor som den kvarvarande risk man är villig att acceptera för en "säker" konstruktion. Då kan säkerhetsvillkoret vara:

Den på ovan angivna sätt beskrivna periferin får tangera men inte överskrida gränslinjen.



Observera, som tidigare framhållits, att en konstruktion är säker, även om det är tänkbart (men inte troligt) att det finns möjliga kombinationer av variabler, som hamnar i brottområdet. Det är alltså tänkbart att det osannolika inträffar, att denna punkt visar sig vara den verkliga, och att konstruktionen fallerar, utan att något fel begåtts någonstans i hela kedjan från konstruktion till utförande.

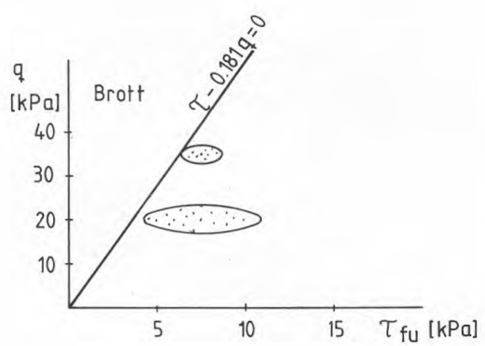




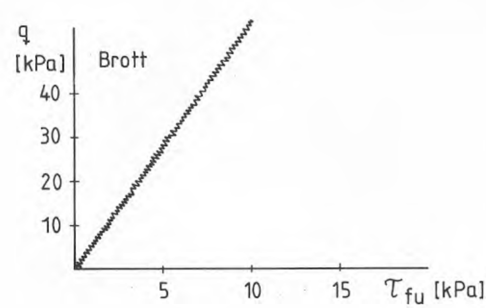
En säker konstruktion!

Det är denna filosofi som används i riskbaserade konstruktionsregelsystem:

Man låter hela det tänkbara utfallsområdet representeras av en punkt och utformar sedan konstruktionen så att denna punkt hamnar på ett lämpligt avstånd från brottgränslinjen. Man ser intuitivt, att avståndet skall vara kopplat till osäkerheten i variablerna i det aktuella fallet. I exemplet med bank på lera bör man alltså tillåta större last på en lera, där spridningen i hållfasthet är liten, än vad man tillåter på en lera med stor hållfasthetsspridning, även om medelvärdet är detsamma.



Ett problem som måste beaktas gäller modellosäkerheten. Ofta är det ju så, att man inte kan definiera en entydig gränslinje eller gränsyta. I vårt exempel kan detta illustreras med att linjen ersätts med ett diffust band, med varierande läge och bredd.

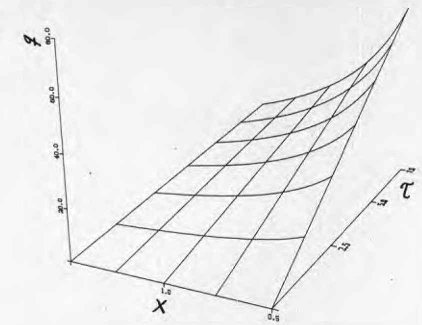


Detta problem brukar behandlas genom att man inför ytterligare en basvariabel X, som definieras som kvoten mellan det sanna värdet och det av modellen förutsagda.

$$X = \frac{\text{sant värde}}{\text{beräknat värde}}$$

I exemplet motsvaras detta av att vi istället för den osäkra brottgränslinje $Z = \tau - 0.181\ q = 0$ i det tvådimensionella τ - q - koordinatsystemet inför en skarpt definierad brottgränsyta

$Z = \tau - 0.181\ X \cdot q = 0$ i det tredimensionella τ - g - X - systemet.

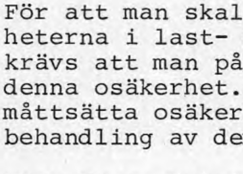


2.2 Sätt att kvantifiera osäkerheter

För att man skall kunna ta hänsyn till de rådande osäkerheterna i last- och materialdata, beräkningsmodell osv krävs att man på något lämpligt sätt kan kvantifiera denna osäkerhet. Det behövs alltså en metodik för att måttsätta osäkerheter vilken medger en matematisk behandling av dem.

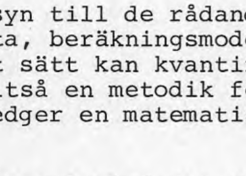
Idag finns det två metoder: "Fuzzy logic" och sannolikhetsmetoder. Fuzzy logic är en mycket intressant metod, men den kräver vidareutveckling innan den blir användbar.

I princip kan filosofin illustreras med nedanstående Venn-diagram.



Vanlig logik

Mängderna är skarpt definierade. Varje tal kan entydigt anges höra till en bestämd mängd.



Fuzzy logic

Mängderna är suddigt definierade. Ett tals tillhörighet till en viss mängd är ej entydigt, måste anges med mått.

I fuzzy logic kan då mängden A anges, t ex som

$A = \{1|1,\ 2|0.8,\ 3|0.2,\ 4|0.1\}$

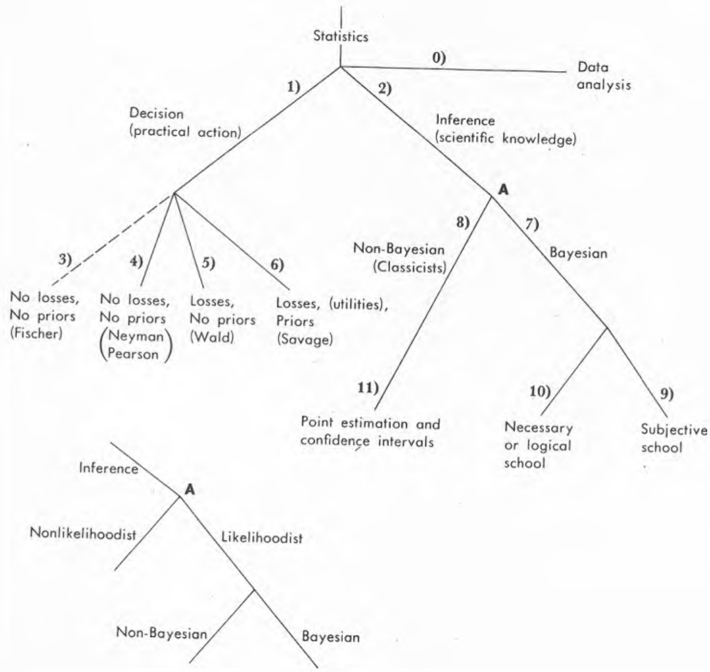
där första talet i varje grupp är ett element i mängden och det andra talet anger graden av dess tillhörighet till mängden.

För närmare detaljer av denna och besläktade metodiker hänvisas till Blockley (1980), Andersson (1982).

Den bästa metod att mäta och räkna med osäkerheter som idag finns tillgängliga är att använda sannolikhetsteori.

För att förstå tillämpningen av sannolikhetsteori i dessa sammanhang måste först begreppet "sannolikhet" definieras. Detta kan vid en första anblick synas trivialt, men så är långt ifrån fallet. Det är nämligen så, att någon entydig definition inte existerar. Det finns system av axiom för sannolikheter, Kolmogorovs är kanske det mest kända, men i dessa system är sannolikhetsbegreppet endast operationellt definierat: Man definierar hur sannolikheterna skall uppföra sig (t ex ligga mellan 0 och 1) men inte vad sannolikheter _är_.

Detta har gjort, att olika statistiska skolor uppstått, som hävdar olika egenskaper hos begreppet sannolikhet. Bilden nedan visar en uppdelning i de olika skolorna.



Uppdelning av begreppet statistik (från Raiffa, 1968).

Att i detalj gå in i problematiken skulle här föra för långt utan vi hänvisar till Raiffa (1968) och där angivna källor. Några väsentliga påpekanden bör dock göras.

- Frekventistisk (klassisk) sannolikhet - subjektiv sannolikhet

  Inom den frekventistiska statistiken accepteras bara sådana sannolikheter som kan tolkas som relativa frekvenser och man arbetar därför från en sampling-teoretisk angreppspunkt. Den subjektiva statistiken (bayesstatistiken) definierar i stället sannolikhet som grad av tilltro (degree of belief). Detta gör att man åsätter sannolikheter utifrån all den information man har. Detta åsättande skall göras på ett rationellt (förnuftsmässigt) sätt och skall (åtminstone enligt vissa skolor) återspeglas i individens vilja att handla, t ex i en vadslagningssituation.

  Namnet "bayesiansk" statistik har egentligen inte med sannolikhetsbegreppet att göra utan med Bayes' teorem som tillåter en uppdatering av sannolikheter så att nytillkommen information kan vägas in på ett stringent sätt.

- Inferens - beslut

  Skillnaden mellan inferens och beslut kan sägas vara att vid beslut kan man lista de olika alternativ som övervägs och (åtminstone principiellt) ange konsekvenserna av varje beslut för varje händelseutveckling. Resultatet av en inferens ("inhämtande av kunskap") kan användas av okända personer och för beslut som inte förutsetts av statistiken.

- Klassisk frekventistisk statistik kan inte åsätta sannolikheter på "naturens verkliga tillstånd". De kan inte säga t ex "sannolikheten att medelvärdet är 17 kPa för denna leras skjuvhållfasthet är 0.95", eftersom de intar ståndpunkten att medelvärdet antingen är 17 kPa eller också inte, dvs man har en situation med en gränsdragning sant-falskt och osäkerheten ligger i själva skattningen. I bayesiansk statistik däremot får man åsätta sannolikheter på naturen.

- "Bayesiansk" statistik medger sammanvägning av "naturlig" osäkerhet med den "statistiska" osäkerhet som beror av ett begränsat antal prov. Härigenom får man fram den totala osäkerheten i en parameter.

- Bayesiansk statistik medger att hypotesers osäkerhet behandlas på samma sätt som osäkerhet i parametrar. Härigenom kan även beräkningsmodellers osäkerheter behandlas.

2.3 Val av sannolikhetsprincip för geoberäkningar

Det är viktigt att komma ihåg, att det inte finns något som heter "sann" sannolikhet när det gäller valet mellan frekventistisk och subjektiv sannolikhet. Båda är formulerade så att de följer axiomen och man bör istället fatta sitt val utifrån andra principer.

Inom geotekniken gäller för konstruktionsprocessen:

- o Det gäller ett specifikt objekt
- o Den är i grund och botten en beslutsprocess, resultatet är ett beslut om lämpliga dimensioner etc
- o Man har ofta en förhandskunskap som är värdefull, men som inte kan uttryckas som en frekvens. ("Jag är ganska säker på att det inte finns siltskikt på den här tomten, det fanns inga när vi byggde två kvarter bort")
- o Man baserar ofta sin uppskattning av jordparametrarna på ett litet antal prov. Man har därför en större statistisk osäkerhet än vad som gäller för övriga byggnadsmaterial. Denna osäkerhet vill man kunna inkorporera i den totala.

Alla dessa punkter pekar mot att man inom geotekniken bör använda subjektiva sannolikheter och Bayes' teorem. (I fortsättningen används uttrycket bayesiansk statistik för detta.) Ett sådant ställningstagande kan givetvis mötas av kritik från företrädare för s k objektiv sannolikhet. Begreppet subjektiv sannolikhet kan för somliga ha en negativ klang "Man kan ju åsätta vilken sannolikhet som helst!"

Till detta kan man svara:

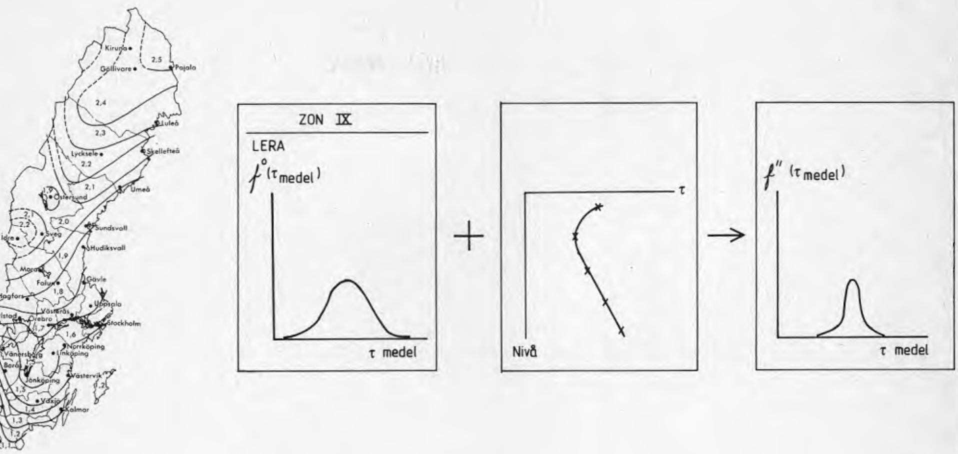
. Det finns ingen helt objektivt bestämd sannolikhet, även inom frekventistisk statistik finns många, fast dolda, subjektiva inslag, t ex vid val av metodik, statistisk modell etc.

. Det finns också ett pragmatiskt argument: Det är den enda metod som fyller våra krav.

. Vid en närmare skärskådning av dagens praxis finner man att konstruktionsarbetet inom geotekniken har mycket starka subjektiva inslag. Tolkningen av undersökningsdata till beräkningsparametrar är ett påtagligt exempel. Användandet av en formaliserad logik som bygger på subjektiva sannolikheter minskar alltså det subjektiva inslaget.

Givetvis bör man vid åsättandet av sannolikheterna sträva efter att ta bort så mycket som möjligt av psykologiskt betingade faktorer, faktorer som snedvrider de åsatta sannolikheterna. Sådana faktorer är t ex undermedveten ovilja att ändra sig från tidigare angivna värden (anchoring).

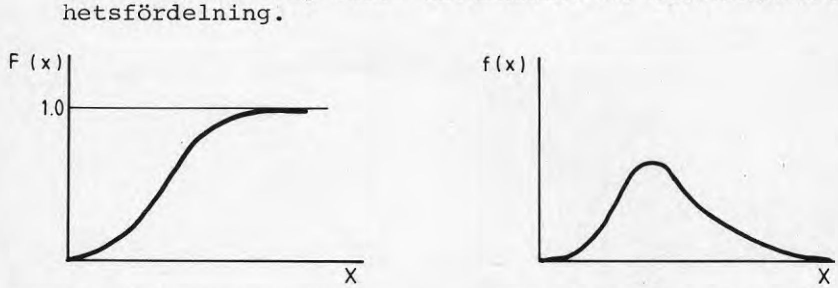
Dessa psykologiska faktorer är väl undersökta (Tversky & Kahneman, 1974) och det finns procedurer för sannolikhetsåsättning som motverkar dem (Staël von Holstein& Matheson, 1978). Dessa metoder är baserade på intervjutekniker och kräver alltså speciellt utbildade personers medverkan, något som gör att de blir lämpade för specifika objekt endast när dessa är stora. För praktiskt bruk torde man därför kunna förutse att man områdesvis anger vilka à priori sannolikheter som får användas för de olika jordparametrarna. Sedan görs en grundundersökning (med en viss minsta omfattning) och à priori (förhands-)sannolikheten uppdateras med provresultatet.



Givetvis måste man i detta fall vara säker på att förhandsvärdena och provningsresultaten härrör sig från samma jord (geologisk formation) men ett felaktigt antagande torde synas genom att medelvärdet för jordparametern ändras kraftigt (Ang, 1981). Det är dessutom så, att man åtminstone i början har få basdata och därför à priori-sannolikheter som är relativt vaga (non-informativa). Dessa får därför mindre inverkan på slutresultaten än vad provresultatet får.

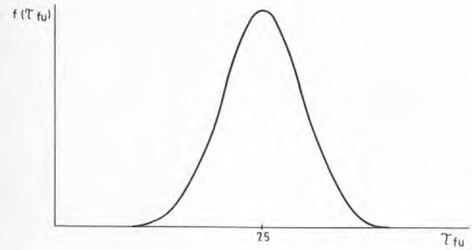
2.4 Statistisk representation av osäkerheter

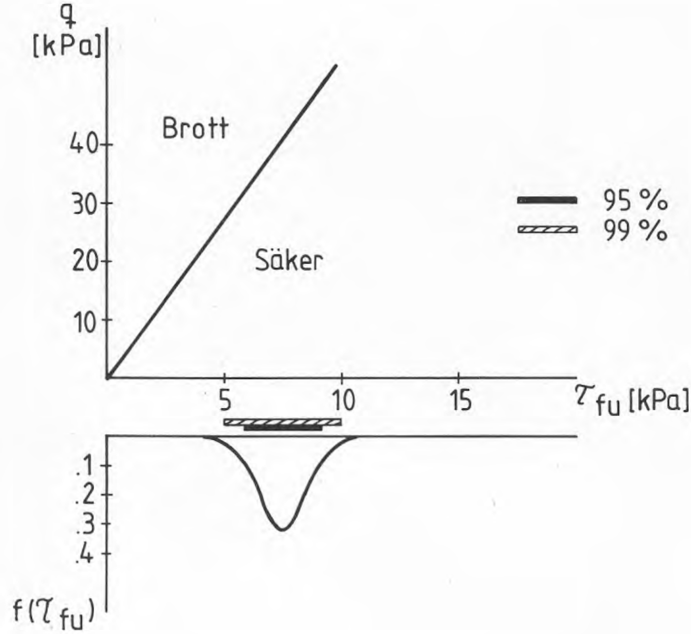
Den osäkra kunskap man har om exempelvis en jordparameter kan i statistiska termer modelleras med en sannolikhetsfördelning eller alternativt en sannolikhetstäthetsfördelning.



Sannolikhetsfördelning Täthetsfördelning

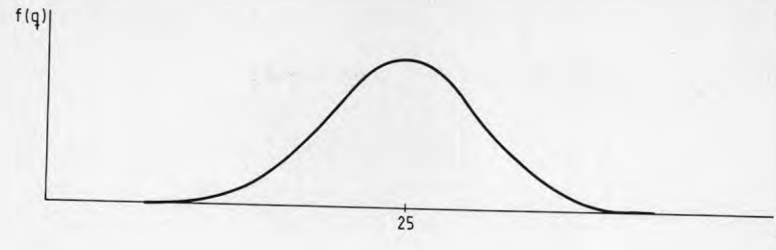
Man kan definiera den statistiska fördelningen genom att ange dels typen av fördelning, dels vissa statistiska parametrar. Så betyder t ex N (μ, σ)en normalfördelning med medelvärdet μ och standardavvikelsen σ. Om man t ex anger om en leras skjuvhållfasthet T = N (7. 5,1) så har den en fördelning enligt figuren där medelvärdet 7.5 kPa kan ses som ett lägesmått och standardavvikelsen 1 kPa är ett spridningsmått. (Spridningsmåttet är också ett mått på osäkerheten; ju större standardavvikelse, desto flackare kurva.) Illustrerat med samma geotekniska problem som tidigare får medelvärdet innebörden av troligaste värde (väntevärdet) för τ och standardavvikelsen kan användas för att beräkna läget av sannolikhetsgränser för τ, dvs gränser innanför vilka τ ligger med den angivna sannolikheten.

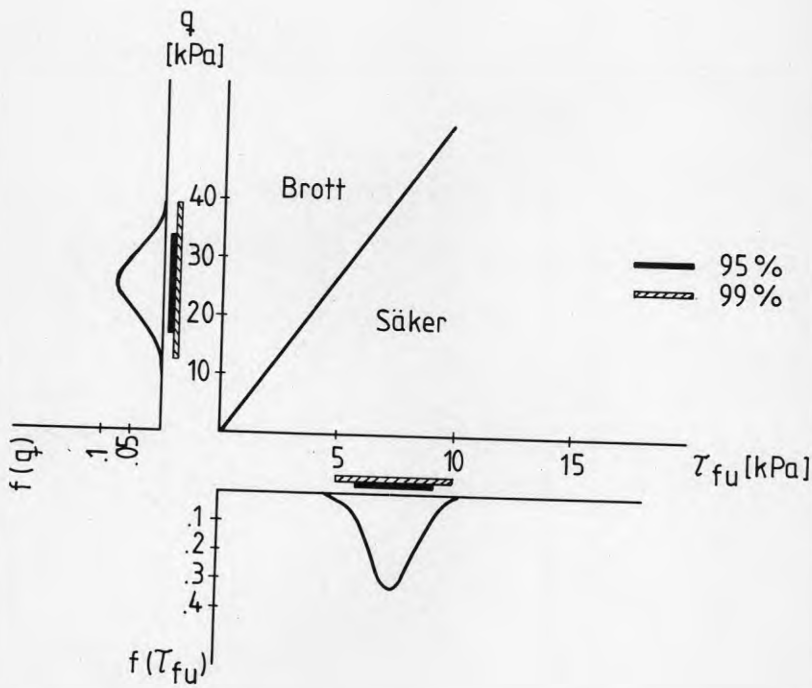




Motsvarande kan göras för belastningen q.

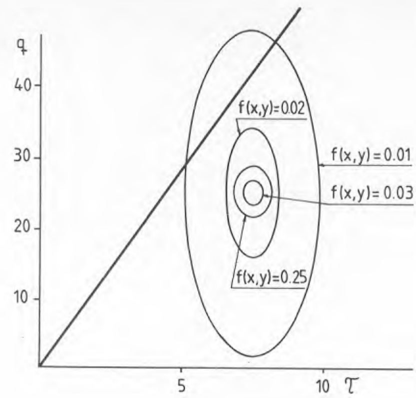
Antag vi är beredda att åsätta q = N (25,5) med motsvarande sannolikhetsgränser inlagda på diagrammet.



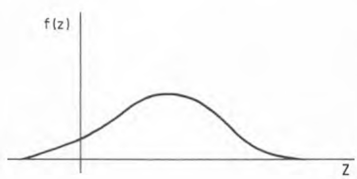


För att bedöma sannolikheten för att brottgränsen skall överträdas är vi intresserade av den sammansatta fördelningen för q och τ, dvs den fördelning som visar sannolikheten för ett visst värdepar i q-τ-planet. Den blir i detta fall en bivariat normalfördelning som kan åskådliggöras t ex med nivåkurvor.

Det syns på figuren, att vissa punkter ligger på brottsidan av brottgränslinjen.



En alternativ metod är att beräkna $Z = \tau - 0.181\ q$ och därur beräkna sannolikheten för att $Z \leq 0$, dvs brottsannolikheten. Med antagna fördelningar för q och T får f(Z) följande utseende



$$m_z = m_\tau - 0.181\ m_q = 2.98$$

$$\sigma_z = \sqrt{\sigma_\tau^2 + (0.181\ \sigma_q)^2} = 1.35$$

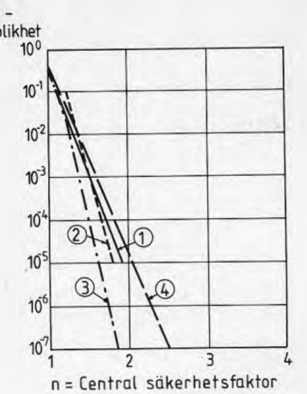
och $P_f = p\ (Z \leq 0)$ blir $= 0.014$

Det måste återigen betonas, att resultatet av beräkningen, den angivna brottsannolikheten är en betingad sannolikhet; den är betingad av

. vald fördelning för q
. vald fördelning för τ
. vald modell (τ-0.181 q)

Man kan alltså inte göra ett uttalande om brottsannolikheten utan att ange vad den är betingad på för antaganden.

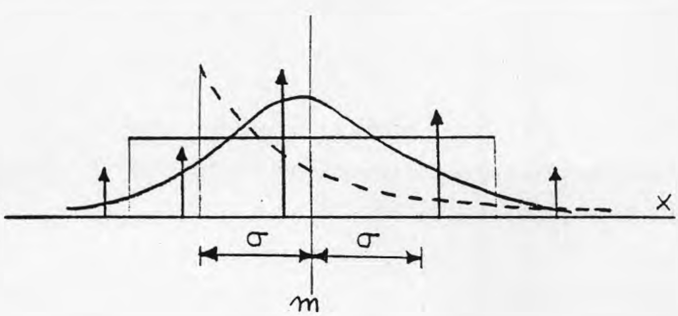
Även om det för geotekniska förhållanden ofta är beräkningsmodellens osäkerhet som väger tyngst har, speciellt vid låga brottsannolikheter, valet av statistisk fördelning stor betydelse.



KURVA	LAST FÖRDELNING	COV (S)	HÅLLFASTHET FÖRDELNING	COV (R)	SYMBOL
1	Normal	0.10	Normal	0.10	———
2	Lognormal	0.10	Lognormal	0.10	----
3	Trunkerad normal	0.10	Lognormal	0.10	—·—
4	Extremvärdes typ I	0.10	Lognormal	0.10	— —

Vid samma säkerhetsfaktor och samma variationskoefficient (dvs spridning) hos last respektive motstånd fås en avsevärd variation i brottsannolikheten.

Då det är mycket svårt att ur ett fåtal prov noggrant bestämma vilken statistisk fördelning som genererat provdata har man utvecklat förenklade statistiska metoder, som arbetar med endast de två första statistiska momenten, dvs medelvärde och varians. En sådan representation av statistiska data leder givetvis till att man får ett bortfall av den information som ligger i att man känner den statistiska fördelningen. Man kan ju tänka sig många olika fördelningar med samma medelvärde och varians.



Man gör dock en sådan vinst genom att beräkningarna förenklas (eller överhuvudtaget blir möjliga!) att man kan bortse från denna förlust av information. Det har dessutom utvecklats metoder, där man arbetar med den förenklade modellen men tar med information om fördelningstyp på ett förenklat sätt.

Dessa förenklade fördelningsfria metoder kallas "första ordningens, andra moment-metoder" (first order, second moment) och den vedertagna beteckningen är FOSM. Eftersom man i metoderna arbetar med något som kallas säkerhetsindex β kallas de ibland β-metoder. Dessa metoder har senare utvecklats så att fördelningsinformation kan medtagas. De kallas då FORM (First Order Reliability Method).

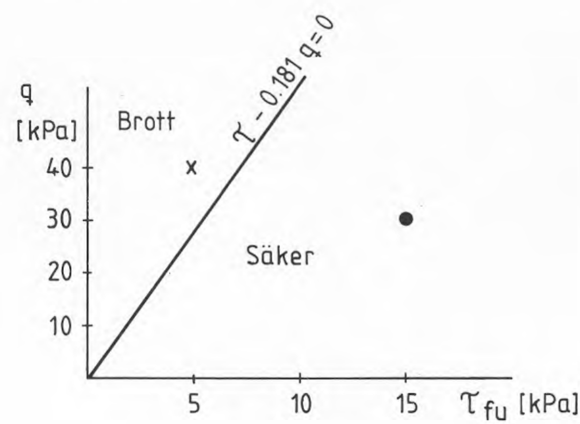
3. SÄKERHETSINDEX β

Brottgränsen, dvs skiljelinjen mellan säkra och icke säkra konstruktioner, kan som tidigare sagts tecknas som en funktion av n st stokastiska basvariabler X_i:

$$Z = g(X_1, X_2 \ldots X_n) = 0$$

Tills vidare antas dessa variabler vara okorrelerade och tidsoberoende. Funktionen $Z = g(X_i)$ skrivs på en sådan form att $Z = g(X_i) > 0$ betyder att punkten $x_1 \ldots x_2 \ldots x_n$ befinner sig i det säkra området.

I vårt tidigare exempel är basvariablerna q och τ och funktion $Z = g(X_i) = \tau - 0.181\,q$.



Funktionen Z kan approximeras med en Taylorutveckling i punkten x^*:

$$g(x_1^*, x_2^*, \ldots x_n^*) + \sum_{i=1}^{n} \frac{\delta g}{\delta x_i}(x_i - x_i^*) = 0$$

Här har endast de första två termerna i utvecklingen tagits med.

I vårt exempel fås

$$\tau^* - 0.181\,q^* + 1\cdot(\tau - \tau^*) - 0.181\,(q - q^*) = 0$$

3.1 Medelvärdesmetoden (MVFOSM)

I de tidigaste tillämpningarna av β-metoden valdes punkten x_i^* till medelvärdet m_i.

Man kan visa (se t ex Benjamin & Cornell, 1970) att följande gäller för medelvärdet och standardavvikelsen hos funktionen z

$$m_z \approx g\ (m_1,\ m_2\ \dots\ m_n)$$

$$\sigma_z^2 \approx \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\delta g}{\delta x_i}\right)^2 .\ \mathrm{Var}\ (X_i)$$

(derivatorna utvärderas vid medelvärdet)

I vårt exempel gavs tidigare

$$m_1 = \bar{\tau} = 7.5 \quad \mathrm{Var}\ (\tau) = \sigma_\tau^2 = 1^2$$

$$m_2 = \bar{q} = 25 \quad \mathrm{Var}\ (q) = \sigma_q^2 = 5^2 = 25$$

Vi får alltså:

$$m_z \approx g\ (7.5,\ 25) = 7.5 - 0.181\ .\ 25 = 2.98$$

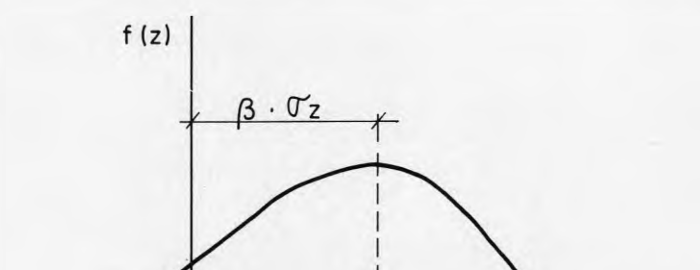
$$\sigma_z^2\ \ 1^2\ .\ 1 + (-181)^2\ .\ 25 = 1.82 \quad \sigma_z = 1.35$$

(Jämför detta med de tidigare visade värdena $m_z = 2.98$, $\sigma_z = 1.35$)

Man kan nu införa ett säkerhetsmått β definierat som

$$\beta = \frac{m_z}{\sigma_z}\ ; \quad m_z = \beta\ .\ \sigma_z\ ;$$

β ger alltså avståndet från medelvärdet för Z till brottgränsen (Z = 0) uttryckt i standardavvikelsen för Z.



I vårt exempel blir alltså

$$\beta = \frac{2.98}{1.35} = 2.21$$

Medelvärdesmetoden för beräkning av β dvs där Taylorutvecklingen gjorts kring punkten $z_i = (m_1, m_2 \,..\, m_n)$ har allvarliga brister:

- Information om fördelningstyp kan inte inkluderas
- Tidsberoende fenomen kan inte behandlas
- Värdet på β är beroende på hur brottgränsfunktionen $g(X_i) = 0$ formuleras. Två mekaniskt likvärdiga formuleringar t ex

  $$X_1 X_2 - (X_3 + X_4) = 0 \quad \text{och}$$

  $$X_1 X_2/(X_3 + X_4) - 1 = 0$$

ger olika β.

Man skulle alltså bli tvungen att bestämma hur formuleringen skulle se ut för alla olika problem.

Om vi i vårt exempel formulerar om brottgränsen till

$$\frac{\tau}{0.181\, q} - 1 = 0 \quad \text{får vi}$$

$$\frac{\delta g}{\delta \tau} = \frac{1}{0.181\, q}\,; \quad \frac{\delta g}{\delta q} = -\frac{\tau}{0.181\, q^2}$$

$$m_z = \left(\frac{7.5}{0.181 \cdot 25}\right) - 1 = 0.66;$$

$$\sigma_z^{\,2} = \left(\frac{1}{0.181 \cdot 25}\right)^2 \cdot 1 + \left(\frac{7.5}{0.181 . 25^2}\right)^2 \cdot 25 = 0.159$$

$$\sigma_z = 0.398$$

$$\beta = \frac{m_z}{\sigma_z} = 1.66$$

(Den alternativa formuleringen $\tau - 0.181\, q = 0$ gav $= 2.21$)

När man uppmärksammade dessa problem startades forskning på området. Den ledde till en utveckling av metoden så att man nu fått fram vad som kallas "advanced first order second moment methods" (FOSM).

3.2 FOSM

Dessa metoder skiljer sig från de tidigare nämnda MVFOSM genom valet av den punkt där Taylorutvecklingen görs. I stället för att göra utvecklingen kring medelvärdespunkten gör man utvecklingen i en punkt $(x_1^*, x_2^* \ldots x_n^*)$ på brottgränsen. Detta innebär alltså att $g\,(x_1^*, x_2^* \,..\, x_n^*) = 0$.

Man kan sedan definiera ett nytt säkerhetsindex

$\beta = m_{go}/\sigma_{g_o}$ där g_o är den lineariserade approximationen av $g(x)$ som fåtts genom Taylorutvecklingen kring punkten $(x_1^*, x_2^* \ldots x_n^*)$

$$g_o = g\,(x_1^*, x_2^* \ldots x_n^*) + \sum_{i=1}^{n} \frac{\delta g}{\delta x_i}(x_i - x_i^*) = 0$$

Derivatorna beräknas i punkten $(x_1^*, x_2^*, \ldots x_n^*)$

Vi har då, eftersom variablerna X_i är okorrelerade:

$$m_{g_o} = g\,(x_1^*, x_2^*, x_3^* \ldots x_n^*) + \sum_{i=1}^{n} \frac{\delta g}{\delta x_i}(m_i - x_i^*)$$

$$\sigma_{g_o} = \left[\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\delta g}{\delta x_i} \cdot \sigma_i\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \frac{\delta g}{\delta x_i} \sigma_i$$

$$\text{där } \alpha_i = \frac{\delta g}{\delta x_i} \cdot \sigma_i \left[\sum_{j=1}^{n} \frac{\delta g}{\delta x_j} \sigma_j)^2\right]^{-\frac{1}{2}}$$

Uttrycket för β kan omskrivas

$m_{go} - \beta .\ \sigma_{go} = 0$ och värdena på m_{go} och σ_{go} sättas in:

$$g\,(x_1^*, x_2^*, \ldots x_n^*) + \sum_{i=1}^{n} \frac{\delta g}{\delta x_i}(m_i - x_i^*) -$$

$$-\beta \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \frac{\delta g}{\delta x_i} \cdot \sigma_i = 0$$

$$g(x_1^*, x_2^*, \ldots x_n^*) + \sum_{i=1}^{n} \frac{\delta g}{\delta x_i}(m_i - x_i^* - \alpha_i \cdot \beta .\ \sigma_i) = 0$$

Eftersom vi valt punkten $(x_1^*, x_2^*, \ldots x_n^*)$ att ligga på brottgränsen $g\,(.) = 0$ är första termen alltid lika med noll.

Den andra termen blir noll om det gäller för alla i:

$$m_i - x_i^* - \alpha_i\ \beta \cdot \sigma_1 = 0$$

Man finner alltså den punkt (x_i^*)där lineariseringen skall göras genom att lösa ekvationssystemen

$$g(x_1^*, x_2^*, \ldots x_3^*) = 0$$

$$x_i^* = m_i - \alpha_i \cdot \beta . \sigma_i$$

$$\alpha_i = \frac{\delta g}{\delta x_i} \cdot \sigma_i \left[\sum_{j=1}^{n} \left(\frac{\delta g}{\delta x_j} \sigma_j\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}}$$

derivatorna beräknas i punkten x_1^*

Man kan lättare se principen om man gör en transformation av de ingående basvariablerna X_i så att de nya variablerna Y_i får sitt medelvärde i origo och standardavvikelsen 1

$$Y_i = \frac{X_i - m_i}{\sigma_i}$$

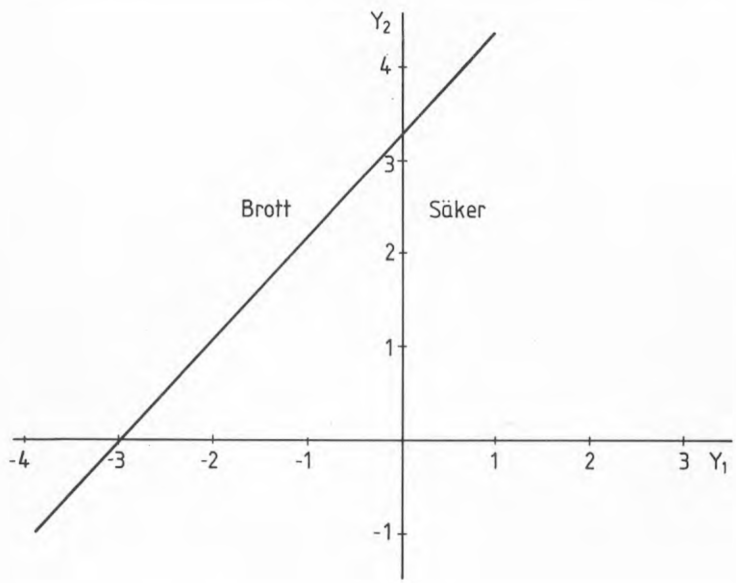
I vårt exempel:

$$g(X_1, X_2) = \tau - 0.181\ q = 0$$

$$g\ (Y_1, Y_2) = Y_1\ \sigma_\tau + m_\tau - 0.181\ (Y_2\ \sigma_q + m_q) = 0$$

$m_\tau = 7.5$ $\sigma_\tau = 1$

$m_q = 25$ $\sigma_q = 5$

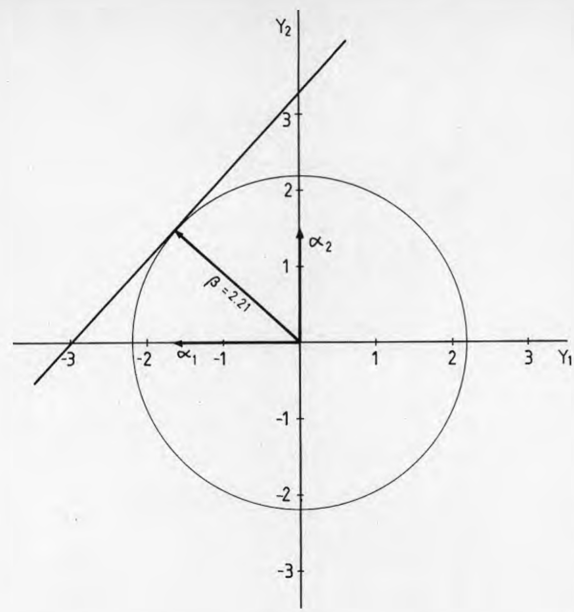


Bestämningen av $\beta = \frac{go}{m_{go}}$ blir ju då att mäta avståndet från origo till brottgränsytan. Ett naturligt val blir då att använda det minsta avståndet mellan origo och brottgränsytan. Denna definition av β har föreslagits av Hasofer och Lind (1974).

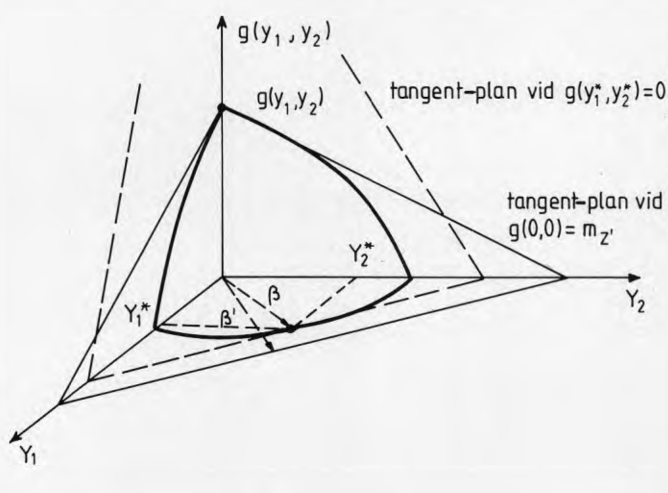
I vektornotation:

$$\beta_{HL} = \min \sqrt{\underline{y}^T \underline{y}} \text{ för } y\text{: } g(\underline{y}) = 0$$

Man kan geometriskt tolka α_i som riktningscosinerna för vektorn β.



I det allmänna fallet är brottgränsen en krökt yta i en n-dimensionell hyperrymd. Den lineariserade brottgränsen blir då ett hyperplan som tangerar brottgränsytan i punkten (x_1^*, x_2^*, ... x_n^*), eller om brottgränsen uttrycks i reducerade koordinater i punkten (y_1^*, y_2^*, ..., y_n^*).



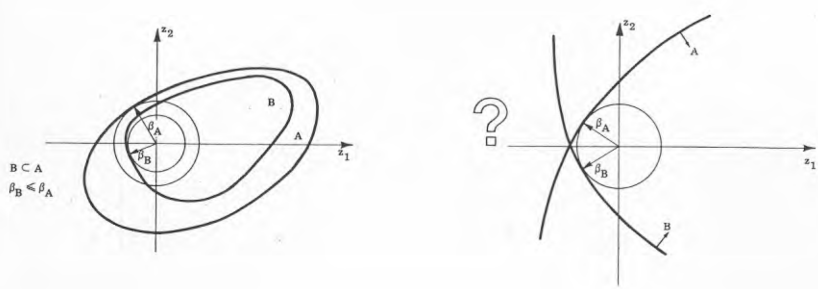
Säkerhetsindex β, sådant det definierats enligt ovan, har vissa nackdelar:

- De ursprungliga basvariablerna X_i skall vara okorrelerade vilket inte alltid är fallet vid praktiska problem.

  Detta problem kan dock relativt lätt lösas genom att korrelerade variabler transformeras så att de blir okorrelerade (Se appendix 1)

  Inga antaganden har gjorts om statistiska fördelningen hos variablerna. Därför finns det inget generellt samband mellan β och brottsannolikheten. Detta ger en rad problem:

- β kan användas för jämförelser mellan två konstruktioner: "Konstruktionen A är åtminstone lika säker som konstruktionen B eftersom β_A är större (eller lika med) β_B" endast om villkoret är uppfyllt att brottgränsytan för B är en delmängd av brottgränsytan för A.



- Problem med flera brottmekanismer kan alltså svårligen behandlas.
- Tidsberoende hos variablerna kan ej behandlas.
- Rymdberoende hos variablerna kan ej heller behandlas.
- "Statistisk osäkerhet" p g a att en variabels parametrar skattas från ett litet prov kan ej behandlas.
- Ofta finns information tillgänglig om fördelningstyp. Denna information går förlorad.

För att komma till rätta med dessa problem krävs att man på något sätt kan inkludera informationen om fördelningarna och ändå samtidigt behålla enkelheten hos systemet.

3.3 FORM

Sådana metoder finns redan utvecklade och kallas ibland "first order reliability methods (FORM)" men ofta är det dessa metoder som avses när man talar om "advanced first order second moment methods".

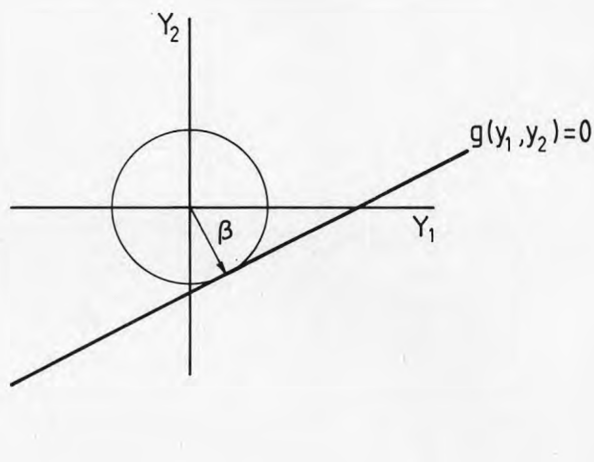
Önskemålet är alltså att få fram ett samband mellan β och brottsannolikheten p_f som ju är oberoende av brottgränsytans form. Då först kan man ju använda ett och samma värde på $\beta = \beta_{\text{föreskrivet}}$ som dimensioneringskriterium för olika konstruktioner och /eller brottmekanismer. Det har tyvärr visat sig att något sådant universellt samband inte finns[x], men att man i de flesta fall kan beräkna övre och undre gränsvärden för p_f och att intervallet oftast är tillräckligt snävt för att vara praktiskt användbart.

För att man skall kunna använda β som ett bra dimensioneringskriterium krävs alltså att den approximation man gör ersätter den ofta krökta brottgränsytan med ett plan (genom punkten x_1^*, x_2^* .... x_n^*) ger en tillräckligt noggrann uppskattning av brottsannolikheten.

Dessutom krävs, att man kan ge ett samband mellan β och brottsannolikheten p_f.

Det enklaste fallet är när alla ingående reducerade variabler Y_i är normalfördelade och brottgränsen är linjär.

Då ges brottsannolikheten exakt av $p_f^L = 1 - \phi\ (\beta) = \phi(-\beta)$



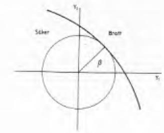
x) Man kan visa, att under allmänna förutsättningar kan man för varje värde på β endast visa $0 \leq p_f \leq 1$.

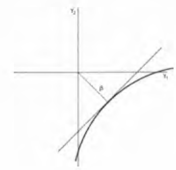
ϕ är den standardiserade normalfördelningen integral

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-t^2/2}\, dt$$

Om brottgränsytan är krökt, kan man endast ge gränsvärden för brottsannolikheten:

säkra området konvext: $p_f^L \leq p_f \leq p_f^S$





säkra området konkavt: $0 \leq p_f \leq p_f^L$

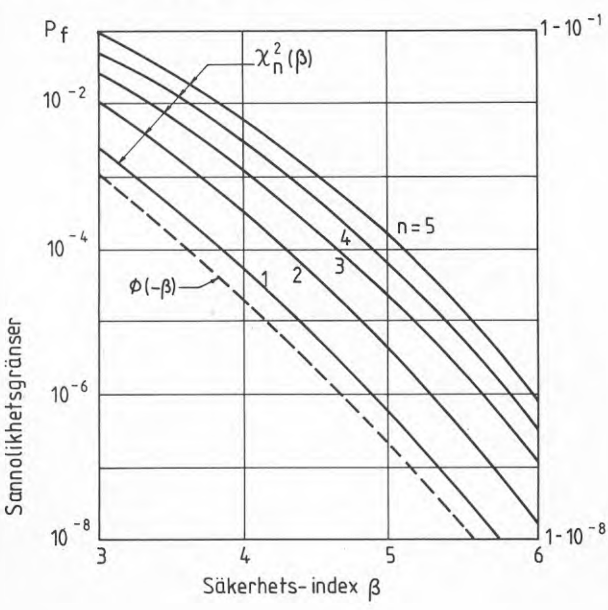
Där p_f är verklig brottsannolikhet

$$p_f^L = \phi(-\beta)$$

$$p_f^S = 1 - \chi_n^2\,(\beta^2)$$

χ_n^2 är den kumulativa Chi^2-fördelningen med n frihetsgrader, där n = antalet basvariabler.

Av figuren framgår, att för fallet med konvext säkert område är den övre gränsen mycket känslig för värdet på n. Ofta torde dock brottgränsytan vara tillräckligt plan för att man skall kunna använda $\phi(-\beta)$ som en god approximation, men det kan givetvis krävas kontroll för vissa typfall.

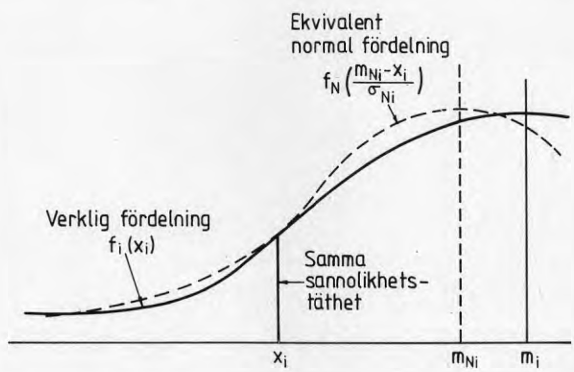


Hittills har ingående variabler varit normalfördelade. De verkliga variablerna följer naturligtvis ofta någon annan fördelning. Speciellt är det ju svårt att tänka sig att en hållfasthet skall anta negativa värden.

För att man skall kunna inkludera den information man har om fördelningens typ samtidigt som man utnyttjar de samband som gäller för normalfördelade variabler gör man normalt en transformation. Härvid ersätts den verkliga, icke normala, fördelningen med en "ekvivalent" normalfördelning. Flera olika angreppsmetoder finns för att finna denna "ekvivalenta" normalfördelning.

Här redovisas den metod som föreslagits av Rackwitz & Fiessler (1976).

Principen är den, att man ersätter den verkliga fördelningen med en normalfördelning som har ett sådant medelvärde och en sådan standardavvikelse, att i designpunkten x_i^* de båda fördelningarna har samma kumulativa sannolikhet och samma sannolikhetstäthet.



Man får då följande värden

$$m_i^N = x_i^* - \Phi^{-1}[F_{X_i}(x_i^*)]\sigma_i^N$$

$$\sigma_i^N = \frac{f^N(\Phi^{-1}[F_{X_i}(x_i^*)])}{f_{X_i}(x^*)}$$

Dessa värden kan sedan transformeras till reducerade koordinater (Y_i^*) enligt tidigare.

Efter transformationen kan sedan β beräknas.

Beräkningen av β görs ju genom att man löser ekvationssystemet

$$g(x_1^*, x_2^*, \ldots, x_n^*) = 0$$

$$x_i = m_i - \alpha_i \beta \sigma_i$$

$$\alpha_i = \frac{\delta g}{\delta x_i}\sigma_i \left[\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{\delta g}{\delta x_j}\sigma_j\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}}$$

(derivatorn beräknas i punkten x_i^*)

Lösningen måste normalt göras genom ett iterativt förfarande. En lämplig metod är att använda den s k Rackwitz-Fiessler-algoritmen.

1. Teckna gränsfunktionen $Z = g(x_1^*, x_2^*, \ldots x_n^*) = 0$ så att $Z \leq 0$ betyder brott.
2. Välj ett initialvärde på β (t ex $\beta = 3$).
3. Sätt startvärdet för alla variabler till medelvärdet, dvs välj $x_i^* = m_i$.
4. Om några av variablerna X_i inte är normalfördelade beräknas medelvärde och standardavvikelse för deras ekvivalenta normalfördelningar

5. Beräkna de partiella derivatorna $\frac{\delta g}{\delta x_i}$ i punkten x_i^*
6. Beräkna riktningscosinerna α_i (de kallas ibland även känslighetsfaktorer)

$$\alpha_i = \frac{\frac{\delta g}{x_i} \sigma_i^N}{\left[\sum_{j=1}^{j=n} \left(\frac{\delta g}{\delta x_j} \sigma_j^N \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}}$$

7. Beräkna nya värden på x_i^* ur $x_i^* = m_i^N - \alpha_i \beta \sigma_i^N$
8. Upprepa stegen 4-7 till dess värdena på x_i^* konvergerar (enligt ett specificerat kriterium).
9. Utvärdera $Z = g\ (x_i^*, x_2^*, \ldots x_n^*)$
10. Modifiera β och upprepa steg 4-9 så att man erhåller $Z = 0$ (inom specificerade toleransgränser).
11. Ur β kan sedan brottsannolikheten (eller gränsvärden) beräknas.

Anmärkningar:

1. Ingående storheter måste uttryckas i sammanhörande enheter. Så måste t ex man ange vinklar i radianer.
2. Tecknet på α_i visar om variablen X_i är farlig vid stora värden (α_i negativ) eller vid små värden (α_i positiv). Det kan vid iterationerna förekomma att tecknet på α_i växlar, beroende på att en variabel kan byta roll från last till motstånd beroende på var på brottgränskurvan man befinner sig. I sådana fall krävs närmare analys.
3. Ingående variabler antas okorrelerade. Om de inte är detta (korrelationskoefficient mellan säg 0.2 och 0.8) måste de transformeras till nya, okorrelerade variabler (se bilaga 1).

Observera att man måste beräkna nya värden på momenten för den ekvivalenta normalfördelningen för varje iteration. Detta gör att man i praktiken behöver använda dator (eller ev programmerbar räknare) vid beräkning av β. Normalt krävs dock ett relativt litet antal iterationer (storleksordning fem st) varför beräkningarna ändock kan tillämpas i praktiskt arbete.

3.4 Statistisk osäkerhet. Problem vid användandet av β-metoden

Statistisk osäkerhet uppkommer när man skall bestämma en fördelnings parametrar ur ett begränsat antal prov. För att man skall kunna beräkna inverkan av denna statistiska osäkerhet på β måste den måttsättas.

I frekventistisk statistik görs detta indirekt genom att man anger ett s k konfidensintervall för parametern. Detta har flera nackdelar.

- Intervallets storlek beror av vald konfidensnivå, som alltså måste åsättas mer eller mindre godtyckligt.
- I beräkningarna krävs ett värde, inte ett intervall. Man kan naturligtvis arbeta på "säkra sidan" och välja den lägre intervallgränsen för bärförmåga och den högre för last men detta förfarande blir otillfredsställande.

En betydligt bättre metodik står till buds om man använder Bayes' teorem. Man kan då kombinera samtliga osäkerheter och få fram värden på fördelningens parametrar som innehåller även den statistiska osäkerheten. Man får vid användandet av denna metodik fram en fördelning som ofta kallas prediktionsfördelningen eller bayesiansk fördelning (Olsson & Stille, 1979):

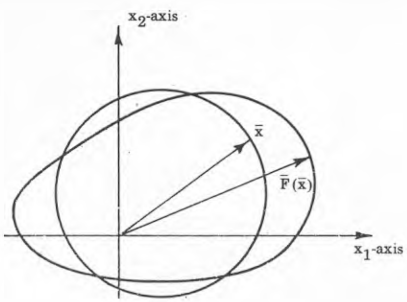
$$\tilde{f}_x(x) = \int f_x(x|\theta)\, f_\theta(\theta)\, d\theta$$

Modellosäkerhet.

Inom geotekniken bygger en stor del av beräkningsmodellerna på empiri och/eller på förenklade teoretiska modeller. Det finns alltså all anledning att anta att en av de förhärskande osäkerheterna är modellosäkerheten. Denna osäkerhet består ju i att vi inte exakt kan beskriva brottgränsytan utan att dess exakta form måste betraktas som osäker.

Någon utarbetad teori för hur denna problematik skall behandlas finns ännu inte.

Ett sätt är att man inför en extra basvariabel X_{n+1} som skall införa den extra osäkerheten i beräkningarna. Detta är den metod som rekommenderas i CIRIA Rep. 63 (1977). Där införs variabeln $X_m = \dfrac{\text{verkligt (mätt) uppträdande}}{\text{beräknat uppträdande}}$ som en korrektionsfaktor. Ditlevsen (1976) föreslår att problemet behandlas som en stokastisk 1-1 avbildning av brottgränsytan på samma rymd.



Ett exempel är vektorprocessen $\bar{F}(\bar{x}) = \bar{X} + W$

Om som tidigare gränsytan definieras av den deterministiska modellen g $(\bar{X}) = 0$ så definieras den stokastiskt deformerade gränsytan i figuren av

$$g\ (\bar{F}(\bar{X})) = 0$$

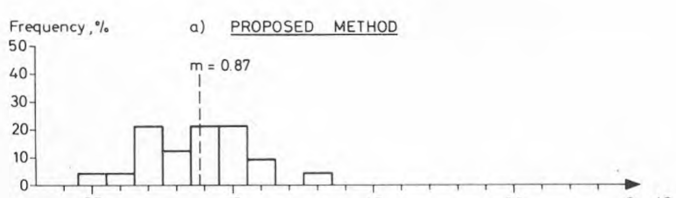
För praktiskt bruk rekommenderar Ditlevsen att den stokastiska gränsytan bör vara av formen

$$g\ (J_1\ X_1,\ J_2\ X_2,\ \ldots\ J_n\ X_n) = 0$$

där $\bar{J}$ är en vektor av (subjektiva) "judgement factors".

För okorrelerade $\bar{X}$ och $\bar{J}$ får man då använda $\sqrt{V_{xi}^{2} + V_{ji}^{2}}$ som variationskoefficient (= standardavvikelse/medelvärde) för X_i i stället för Vx_i. Denna metod har anammats i NKB-förslaget (1978).

Även om det i vissa fall kan vara möjligt att genom ett stort antal noggrant kontrollerade fullskaleförsök få fram statistiska data som kan ligga till grund för bestämningen av modellosäkerheten torde man oftast få arbeta med rent subjektiva sannolikheter.



Stille (1976)

Dessa torde lämpligen fastställas av expertpaneler (Delfimetoden) och uppdateras vartefter ny erfarenhet vinns.

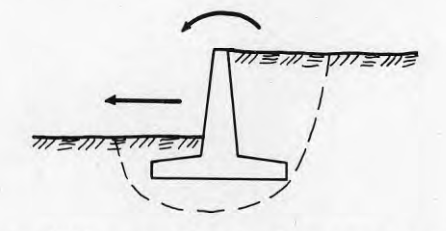
Sammansatta brottproblem

I det föregående har visats hur säkerhetsindex β kan beräknas för ett enstaka bärande element och en brotttyp.

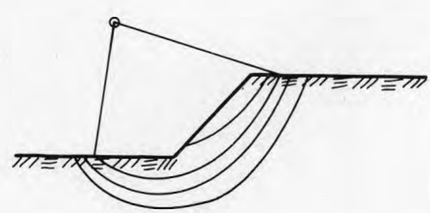
Ofta har man inte detta enkla fall utan man vill beräkna β för ett system av bärande element och/eller flera olika brottgränsytor.

Exempel:

En stödmur kan fallera på olika sätt, stjälpning, glidning eller grundbrott.



En slänt kan glida ut längs någon av ett oändligt antal glidytor med olika geometri. Vi har ett system av typ "svagaste länken", dvs ett seriesystem.



Någon exakt lösning av β för denna typ av problem finns inte, men gränser har angivits (se t ex Ditlevsen,1979). För ett seriesystem gäller t ex

$$\phi(-\beta_1) + \sum_{i=2}^{m} \max\{\phi(-\beta_i) - \sum_{j=1}^{i=i-1} \phi(-\beta_i,-\beta_j;\rho_{ij}),0\} \le P_f \le$$

$$\le \sum_{i=1}^{m} \phi(-\beta_i) - \sum_{i=2}^{m} \max_{j<i}\{\phi(-\beta_i,-\beta_j;\rho_{ij})\}$$

Här är β_i säkerhetsindex för brottypmekanism i. ρ_{ij} är korrelationskoefficienten mellan brottmekanismerna i och j.

$(\rho_{ij} = \underline{\alpha}_i^T \underline{\alpha}_j)$. $\phi(-\beta_i, -\beta_j, \rho_{ij})$ är binormalfördelningen.

För många praktiska fall kan dock gränserna uppmjukas till

$$\max_{i=1}^{m} \{\phi(-\beta_i)\} \leq p_f \leq \sum_{i=1}^{n} \phi(-\beta_i)$$

dvs brottsannolikheten ligger mellan brottsannolikheten för farligaste brottmekanismen och summan av brottsannolikheten för alla brottmekanismer. Ofta dominerar statistiskt en eller ett fåtal mekanismer så mycket att inverkan från övriga kan bortses från.

Min - max - problem

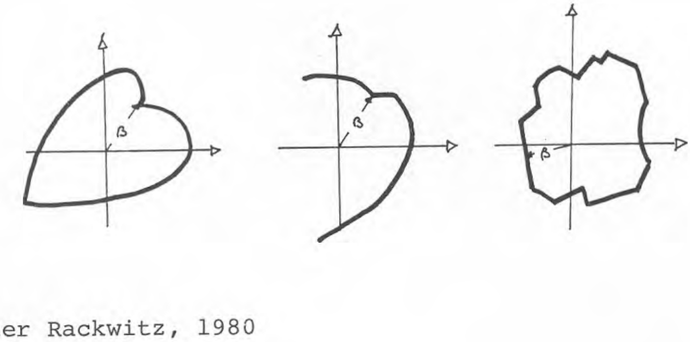
Ibland innehåller gränsuttrycket uttryck av typen max X_i. Det kan t ex röra sig om maximivärdet av en påförd yttre last, största portryck etc.

Det är inte möjligt att använda gränsuttryck av typen $g = c - \max X_i = 0$. (Brottgränsytan kan inte approximeras med ett hyperplan.)

Däremot kan man bestämma extremvärdesfördelningen av $X = \max X_i$ och använda $g = c - X = 0$.

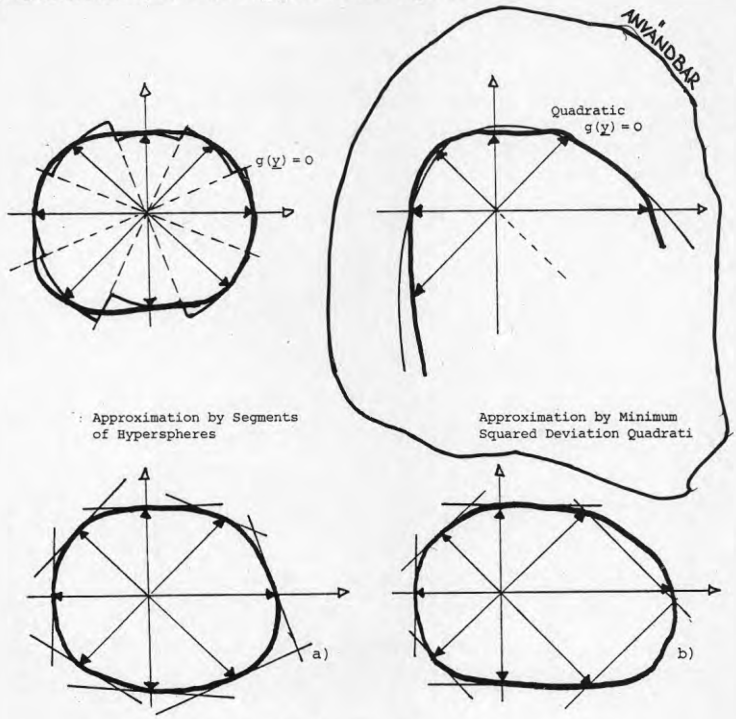
"Multiple point checking"

Vissa brottgränsytor är av en sådan form att lineariseringen i kontrollpunkten inte är en tillräckligt god approximation.



Efter Rackwitz, 1980

Man kan då tillgripa så kallad "multiple point checking". Härvid bestämmer man avståndet till brottgränsytan i ett antal olika riktningar och approximerar den sedan på något sätt, som medger en enkel bestämning av brottsannolikheten, t ex hypersfärsegment.



Two Versions of Polyhedric Approximation

Tid/Rymdberoende

Hittills har endast sådana problem beaktats där de ingående basvariablerna X_i är stokastiska vektorer eller ev skalärer. I verkliga problem är variablerna oftast rymd- och/eller tidsberoende, dvs de är stokastiska vektorfält. Jordens hållfasthet t ex är ju rymdberoende och portrycket är både rymd- och tidsberoende.

För att man skall kunna använda de tidigare härledda metoderna måste man representera dessa vektorfält som vektorer.

Detta kallas "lumped parameter models", dvs man har områdesvis (i tid eller rymd) dragit ihop den ursprungliga modellen och låter den representeras av ett enda värde.

Detta görs genom att man antingen använder en extremvärdesbildande eller en medelvärdesbildande process.

Ett generellt uttryck för extremvärdesoperationen för en tidsberoende process är

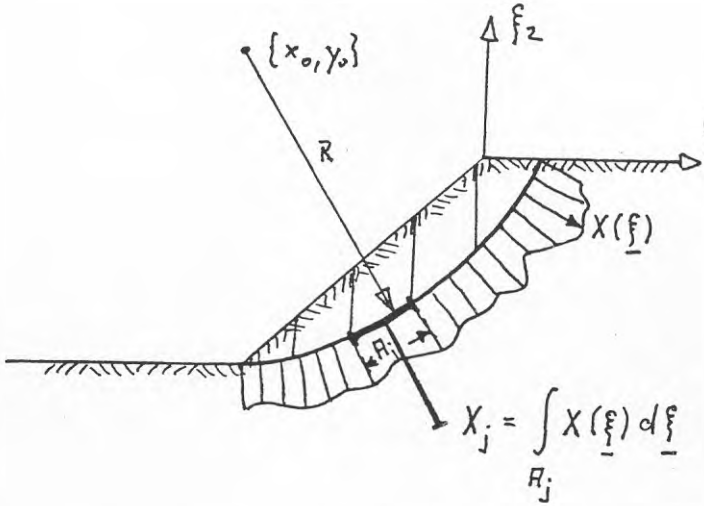
$$X = \underset{[0,T]}{\mathrm{ext}} \left[X(t) \right]$$

dvs man bildar extremvärdet för den tidsberoende variabeln X(t) över intervallet 0,T. Ett exempel är extremvärdet av en tidsberoende last. För en medelvärdesbildning utför man en integration över det aktuella området.

$$X = \int_A X(t)dt$$

Ett exempel är släntstabilitetsberäkning där jordens rymdberoende skjuvhållfasthet $x(\xi)$ längs glidytan i beräkningarna ersätts av medelvärdet för varje segment

$$X_j = \int_{A_j} X(\xi)\, d\xi$$



Detta är en mycket väsentlig princip. Det är nämligen så, att om man vid beräkningen av β använder provens medelvärde m_{xi} och provens varians σ_{xi}^2, man finner att β-värdet för typiska konstruktioner blir mycket lågt. Detta är ekvivalent med att den beräknade brottsannolikheten är hög, ofta så hög att man kan säga att den är fel eftersom man inte observerat motsvarande antal brott i verkligheten.

Orsaken till detta är följande. För exempelvis en glidyta är det rymdmedelvärdet av skjuvhållfastheten som skall användas, inte punktvärdet.

För rymdmedelvärdet $\bar{\tau}_v = \frac{1}{v} \iiint_v \tau(x,y,z)\, dx\, dy\, dz$ gäller följande:

dess väntevärde $E(\bar{\tau}_v) = E(\tau)$ men dess varians är mindre än variansen hos punktvärdet. Detta kan uttryckas som:

$$\sigma_{\tau_V} = \Gamma_\tau(V) \cdot \sigma_\tau \qquad \text{(Vanmarcke, 1977)}$$

Γ^2 kallas variansfunktionen, eftersom den beskriver hur variansen minskar, när den volym man integrerar även ökar.

Metoder finns att relativt enkelt beräkna Γ, men det kan komma att krävas ändringar i geoundersökningsrutiner och i tolkningsrutiner.

Lastkombinationer

Ett specialfall av tidsberoende variabler är fallet med lastkombinationer där flera tidsberoende påkänningar måste kombineras. Om man antar att superponeringsprincipen gäller kan man skriva problemet som

$$x = \max_{0,T} \{\sum_{i=1}^{n} x_i(t)\}$$

Problemet är i sig mycket komplext och kommer inte i detalj att genomgås här. För geoteknikens del kan man lämpligen konstatera, att man bör anamma samma regler för lastkombination som för övriga byggnadsverk, då ju dessa oftast svarar för merparten av de tidsvarierande lastkombinationerna. Den intresserade hänvisas till litteraturen, t ex till Sentler (1978).

3.5 Sammanfattning β-metoden

β-metoden är i och för sig en mycket användbar metod vid riskbaserad dimensionering och den har hunnit utvecklas så att den kan användas för många problemställningar.

För generell användning i dagligt bruk är den dock olämplig, främst av två orsaker.

För det första kräver de flesta beräkningar att man använder dator, och dagens programvara kan knappast sägas vara användartillvänd.

För det andra finns ett absolut krav på fullständig kunskap om metodens principer och eventuella svårigheter.

Detta gör, att β-metoden åtminstone tills vidare endast bör användas för speciella projekt och som kalibreringsinstrument för andra metoder. Som kommer att visas, kan man utarbeta förenklade metoder, som till en del tar tillvara basprinciperna i β-metoden och är betydligt enklare att använda.

En ökad statistisk kunskap hos geoteknikerna, och den förbättrade ekonomin hos en avancerad metod torde dock göra β-metoden dominerande i framtiden. Speciellt gäller detta i fall där provbelastningar utförs eller där övervakningssystem används.

4. PARTIALKOEFFICIENTMETODENS UPPBYGGNAD

4.1 Partialkoefficientmetoden

I begreppet "partialkoefficientmetoden" ligger egentligen enbart att man använder någon form av delkoefficienter som man multiplicerar vissa eller eventuellt alla ingående osäkra storheter med. De ingående osäkra storheterna representeras av ett deterministiskt värde, som kallas "karakteristiskt värde".

Vi exemplifierar för enkelhets skull i detta kapitel med brottgränstillståndet. Användning av partialkoefficientmetoden för bruksgränsdimensionering behandlas i kapitel 6.

I det enklaste fallet kan man särskilja last och bärförmåga och man kan då teckna säkerhetskravet som:

"Dimensionerande bärförmåga skall vara större än eller lika med dimensionerande lasteffekt"

$$R_d \geq S_d$$

Dimensionerande bärförmåga R_d beräknas ur dimensionerande materialvärden f_d vilka erhålls ur karakteristiska materialvärden f_k och partialkoefficienter γ_m

$$f_d = \frac{f_k}{\gamma_m}$$

På motsvarande sätt beräknas dimensionerande lasteffekten

$$F_d = \gamma_f \cdot F_k$$

Det är inte nödvändigt att särskilja last och bärförmåga. Man kan istället sätta in karakteristiska värden och partialkoefficienter direkt i uttrycket för brottgränsen

$$g\left(\frac{x_{i,k}}{\gamma i}\right) \geq 0$$

här betecknar $x_{i,k}$ det karakteristiska värdet av variabel i och γi tillhörande partialkoefficient.

Partialkoefficienter och karakteristiska värden kan alltså tas fram utan att man använder någon sannolikhetsteori.

Man kan helt enkelt välja ut typiska konstruktioner, som är representativa för "bra" konstruktioner och genom ett passningsförfarande få fram en uppsättning partialkoefficienter.

Detta förfarande har en mycket grov nackdel: Man får inte någon överblick över effekterna av uppdelningen när man går till andra konstruktioner än just de som passningen gjorts för. Man behåller alltså alla nackdelarna med totalsäkerhetsfaktorn och tillför dessutom osäkerheter.

Den enda "vinst" man gör är att man får den önskade formen på säkerhetsuttrycket, en "vinst" som skall vägas mot nackdelarna med risken för felanvänding av en ny norm.

För att göra några betydande vinster med införandet av den nya normen bör den alltså vara sannolikhetsbaserad. En lämplig väg att gå är att koppla den till s k "Nivå II"-metoder, via säkerhetsindex β.

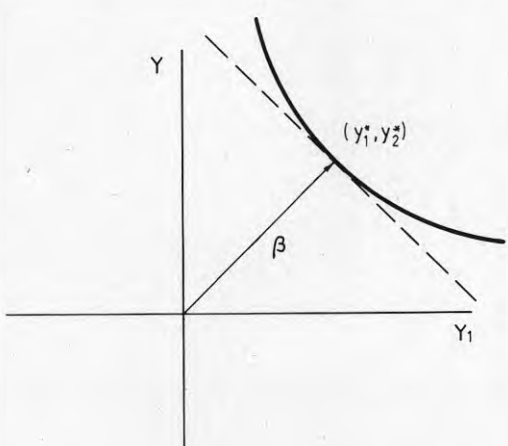
Sambandet mellan partialkoefficienter och säkerhetsindex

I föregående avsnitt har uppställts krav på allmänna egenskaper hos ett regelsystem för geotekniska beräkningar. Ur dessa krav drogs slutsatsen att partialkoefficientmetoden var det säkerhetssystem som bäst uppfyllde kraven.

Det har också visats, att det finns ett så kallat säkerhetsindex β, som bygger på sannolikhetsteoretiska grunder och att man kan uttrycka partialkoefficienterna som en funktion av β.

Om funktionen $Z = g(\bar{X})$ beskriver det gränstillstånd som inte skall överskridas, gäller att $Z > 0$ betecknar en säker konstruktion. Säkerhetsindex $\beta = \frac{m_z}{\sigma_z}$ är ett mått på konstruktionens tillförlitlighet.

β kan, om variablerna x_i omtransformeras till nya variabler Y_i enligt $Y_i = \frac{X_i \; m_i}{\sigma_i}$ geometriskt tolkas som minsta avståndet från origo i det nya koordinatsystemet till gränsytan $Z = 0$.



Om koordinaterna för den närmaste punkten på gränsytan är x_1^*, x_2^* .. x_n^* kan man definiera partialkoefficienterna på alla de ingående variablerna

$$\gamma_{k,i} = \frac{x_i^*}{x_{k,i}}$$

där $\gamma_{k,i}$ = partialkoefficienten för x_i

$x_{k,i}$ är "karakteristiska värdet" för x_i, normalt definierat som en percentil, t ex 5%-fraktilen för bärförmågevariabler

$$x_i^* = m_i^N - \alpha_i \beta \sigma_i^N$$

En konstruktion, som dimensioneras med dessa värden på partialkoefficienter respektive karakteristiska värden får alltså säkerhetsindex β. Vid dimensioneringen sätts ju i gränsuttrycket $g(\bar{x}) = 0$ in

$$x_i = \gamma_{k,i} \cdot x_{k,i} = x_i^*$$

vilket ju definierar den så kallade "design-punkten" på gränsytan. Denna punkt ligger ju på avståndet β_{HL} från origo i det reducerade koordinatsystemet.

Observera, att fastän begreppet "karakteristiskt värde" är ett inarbetat begrepp så finns det inget hos det som gör det karakteristiskt ur någon fysikalisk synpunkt. Det är bara en bestämd fraktil, inget annat. Det är alltså "karakteristiskt" ur statistisk synpunkt. Man måste skilja på detta verkliga karakteristiska värde och i tabeller etc föreskrivna karakteristiska värden.

De partialkoefficienter, som definierats ovan som en funktion av β, är i praktiken inte speciellt användbara.

Det finns en partialkoefficient för varje basvariabel så man får alltför många för praktiskt bruk.

De hänför sig dessutom till en speciell konstruktion och man vill för praktiskt bruk ha partialkoefficienter, som gäller för stora grupper av konstruktioner. Man tvingas därför göra förenklingar i uppbyggnad av partialkoefficienterna och får samtidigt acceptera vissa nackdelar. För att kunna göra dessa förenklingar måste man först fatta beslut om både syftet och formella uppbyggnaden hos sitt regelsystem.

Man måste observera att i den ovan angivna definitionen

$$\gamma_{k,i} = \frac{x_i^*}{x_{k,i}}$$

är alla partialkoefficienter definierade så att de skall multipliceras med karakteristiska värdet. Det tidigare givna γ_m motsvaras alltså av det inverterade värdet på $\gamma_{k,i}$.

Det är viktigt att observera följande:

Partialkoefficient och karakteristiskt värde är ett kopplat par, där delarna ej kan utformas separat. De skall ju tillsammans definiera designpunkten.

Paret partialkoefficient - karakteristiskt värde styrs av

vald säkerhetsnivå (via β)

osäkerheten i variabeln (via σ_i)

brottgränsfunktionen (via α_i, som är en derivata)

Vid uppbyggnaden av ett partialkoefficientsystem skall man alltså ta hänsyn till dessa faktorer antingen i partialkoefficienten eller i karakteristiska värdet.

Man kan t ex välja att ha medelvärdet som karakteristiskt värde. Då måste hänsyn tas till α i partialkoefficienten, som alltså måste uttryckas som en funktion (lämpligen av variationskoefficienten).

Om man istället väljer att som karakteristiskt värde ha en låg percentil, tas ju därvid hänsyn till spridningen och man kan hitta acceptabla, fasta värden på partialkoefficienten.

4.3 Grundläggande säkerhetskrav

Det tidigare visade säkerhetsindexsystemet gör det möjligt att beräkna en nominell brottrisk för en konstruktion eller konstruktionsdel.

Frågan är nu vad man avser uppnå vid tillämpningen av regelsystemet?

- Samma brottrisk för varje konstruktionselement?
- Samma brottrisk för varje konstruktion?
- Olika brottrisk för olika konstruktionselement eller konstruktioner beroende på brottets konsekvenser?
- Likadana konstruktioner som erhålls med dagens konstruktionsregler?
- I något eller några avseenden optimerade konstruktioner?

Att välja rätt basprincip är ett grannlaga problem, som ju i yttersta ledet är samhällspolitiskt. För brukaren av det färdiga regelsystemet gäller ju, att konstruktionen är att anse som säker, om den konstruerats enligt regelsystemet. Brukaren av reglerna behöver alltså egentligen inte bekymra sig om basprincipen.

Beträffande de olika möjligheter till målsättning som skisserats ovan är de två första helt orealistiska eftersom de kräver att alla konstruktioner beräknas med den säkerhet man kräver för de ur konsekvenshänsyn känsligaste. Det är därför helt rimligt att man på något sätt tar hänsyn till konsekvenserna av ett eventuellt brott. Ett sådant hänsynstagande kan göras exempelvis genom att man kräver att tillåten brottrisk minskas om konsekvenserna blir stora. Detta kan göras med ett fast värde, eller med ett värde som är en (icke linjär) funktion av antal människor i riskzon etc.

En föreslagen formel (Allen, 1981) för tillåten brottrisk

$$P_{fs} = \frac{T \cdot A \cdot 10^5}{W \; V n}$$

T = konstruktionens livslängd

A = aktivitetsfaktor

W = varningsfaktor

n = förväntat maximalt antal människor i riskzon

Table 2. Activity factor (A)

Post disaster activities	0.3
Normal activities - buildings	1.0
Bridges	3.0
High exposure structures (construction, offshore)	10.0

Table 3. Warning factor (W)

Fail-safe condition	0.01
Gradual failure	0.1
Some warning likely or gradual failure hidden from view	0.3
Sudden failure without previous warning	1.0

Man måste i detta sammanhang beakta, att om man väljer att göra säkerhetskontrollen för de enskilda konstruktionselementen kan den sammansatta konstruktionens totala säkerhet bli betydligt mindre än vad som krävts för de enskilda elementen. Dessutom är ju många geotekniska dimensioneringsproblem sådana, att man de facto gör en kontroll av hela konstruktionen.

Ett motsvarande resonemang gäller för sådana konstruktioner där flera brottmekanismer är tänkbara. Ett problem är, att de olika brottmekanismerna kan ge väsentligt olika konsekvenser, något som återspeglas i dagens praxis med olika säkerhetsfaktorer. Det måste samtidigt observeras, att innebörden av brottsannolikheten är oklar. Avses medelvärdet av ett stort antal konstruktioner eller menas det att varje konstruktion har högst denna brottrisk?

Att utforma konstruktionsreglerna så, att de ger likadana konstruktioner som de som fås med dagens dimensioneringsregler, verkar vid en första anblick tilltalande. Man kan ju tänka sig, att dagens konstruktioner genom lång tids "experimenterande" blivit optimala. Mot detta kan invändas att vi egentligen inte vet något om brottrisken för dessa konstruktioner. Det krävs ju ett mycket stort antal "försök", dvs konstruktioner,för att man skall få ett begrepp om brottrisken som ju rimligtvis bör vara låg.

Det är inte heller osannolikt, att konstruktionerna är alltför överstarka bl a därför att man indirekt söker skydda sig mot grova fel.

Optimerade konstruktioner är givetvis det slutmål man bör sträva mot. Forskning pågår på området, se t ex Ravindra & Lind (1972), Rackwitz (1981). Man måste dock observera skillnaden mellan en optimal konstruktion och ett optimerat regelsystem. Det senare kan inte förväntas ge varje konstruktion optimala dimensioner utan skall nå ett slags globalt optimum för mängden av konstruktioner, som beräknas med hjälp av regelsystemet. Dessutom ingår i optimeringen av ett regelsystem sådana svårbestämbara faktorer som uppställandet av det, inlärandet av det för användaren och eventuella nybörjarfel. I detta sammanhang är det lämpligt att framhålla det önskvärda (men inte helt nödvändiga) i att använda samma principer som används för exempelvis byggnadskonstruktioner.

För dagen syns det lämpligast, när hänsyn tagits till ovanstående resonemang, att som basprincip använda principen med en nominella brottrisk, som är avhängig av brottets konsekvenser och att där det är möjligt göra kontrollen för hel konstruktion. Ett sätt att göra detta är att ha en accepterad grundrisk för alla konstruktioner och att schematiskt modifiera denna m h t brottkonsekvenserna. Härigenom nås viss samklang med övriga normer inom byggnadssektorn.

Man bör dock ha som ett slutligt mål, att få fram optimerade regler och att se principen med nominell brottrisk som ett etappmål. Detta kan i och för sig leda till vissa komplikationer, eftersom det i vissa fall blir en motsättning mellan dimensioneringsprinciperna i de två fallen, som leder till ändringar i dimensioneringsreglerna.

Man bör dock beakta, att det är viktigt att så snart som möjligt införa ett sannolikhetstänkande i reglerna dels för att få samklang med övriga normer, dels för att förbereda användarna inför ytterligare förfinade metoder.

5. PARTIALKOEFFICIENTMETODEN - PROBLEMSTÄLLNINGAR OCH REKOMMENDATIONER

5.1 Inledning

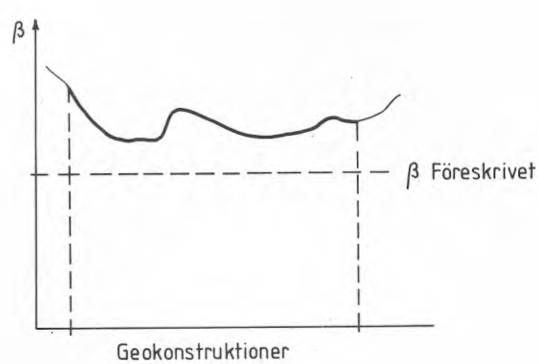
Det föreslagna säkerhetskravet: att ha en konstant, nominell brottrisk för alla konstruktioner och att sedan modifiera den m h t konsekvenserna är genomförbart med mer avancerade metoder, t ex β-metoder.

När man vill uppnå samma mål med partialkoefficienter möter man svårigheter.

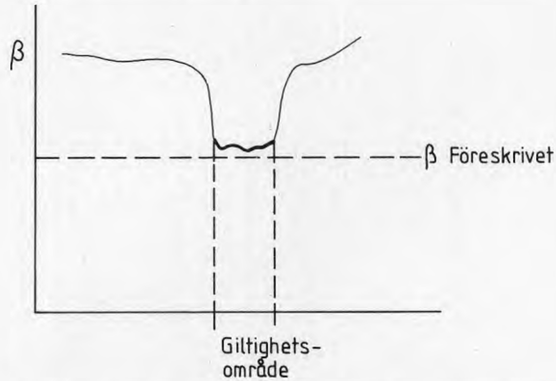
När man använder partialkoefficienter vill man ju att

- o man har ett begränsat antal partialkoefficienter (en för laster, en för hållfastheter är extremfallet)
- o att de har konstanta värden, åtminstone inom varje grupp av konstruktioner (t ex stålkonstruktioner, jordkonstruktioner), eller, om man använder partialkoefficienter som uttrycks som en funktion av variationskoefficienter, funktionen är densamma.

Man kan visa att kravet på konstant brottrisk, dvs konstant β och kraven på partialkoefficienternas uppbyggnad inte går att förena. Med dessa förenklade partialkoefficienter får man istället konstruktioner med ett säkerhetsindex β som ev åtminstone för vissa fall avviker från det önskade.



Fördelarna med ett enkelt, allmängiltigt system måste alltså vägas mot de vinster i initialkostnader för konstruktionen som kan fås med ett mer invecklat system. Inget hindrar dock att man har båda systemen, med valfrihet för konstruktören att välja dem emellan. Man kan t ex ha speciella system, som bara får användas för en speciell typ av konstruktioner, där man får en bättre anslutning till önskat värde på β.



Man får istället välja ett annat säkerhetskrav, nämligen att konstruktioner som beräknats med partialkoefficienter inte avviker från den nominella brottrisken med mer än ett visst värde. Samtidigt vill man naturligtvis få en så bra anslutning till riktvärdet för flertalet konstruktioner, så att summa kostnader för alla konstruktioner som dimensionerats med de valda partialkoefficienterna minimeras. Man vill alltså få fram ett lämpligt mått för att kunna "passa in" sina partialkoefficienter på bästa sätt.

Man bör alltså använda sig av ett slags "vägningsprocedur" när man väljer ut de värden på partialkoefficienterna som sedan skall användas.

Det föreligger dock en risk med att i alltför stor utsträckning minska antalet partialkoefficienter. Man kan få ett slags invariansproblem om partialkoefficienterna inte är direkt knutna till källan för osäkerheterna.

Olika viktningsprinciper är möjliga, men vanligen används som kriterium att summan av de kvadrerade avvikelserna skall minimeras, dvs att över- och underdimensionering ges samma betydelse.

En föreslagen algoritm (CIRIA, 1977) är följande:

1. Define the part of the code for which the partial factors are to apply, in terms of the range of design parameters and parameter combinations which will be covered (i.e. define the parameter space). This might include the whole scope of the code or only part of it (e.g. columns, beams).

2. Within the above limits, sub-divide the design parameter space into a number of discrete intervals (e.g. under-reinforced beams of span 3 to 5 m, 5 to 7 m, 7 to 9 m) and estimate, for structures or structural elements within each interval, the future demand in terms of their likely relative frequency of use. Only approximate relative frequencies are required as it can be shown that the results are not very sensitive to different frequencies.

3. Using an existing code (or the rules contained in the new code, in conjunction with estimates of the desired partial factors), design a structure or structural element corresponding to each interval in design parameter space (e.g. under-reinforced beams of span 4 m, 6 m, 8 m).

4. Using an appropriate Level II method of reliability analysis (see Section 6.2.3.4), determine the reliability of each structure or structural element and establish for each an approximate relationship between the probability of failure and some major design parameter Θ (e.g. the specified percentage of tension reinforcement, in the case of a reinforced concrete beam) over a suitable range of probabilities, say 10^{-3} to 10^{-9} A convenient approach is to relate Θ to $\log_{10} p_f$ by a second order polynomial

$$\log_{10} p_f \simeq a_0 + a_1\Theta + a_2\Theta^2 \qquad (114)$$

   where a_0, a_1 and a_2 are constants to be determined for each design.

5. Select the desired safety format for the part of the code being considered, in terms of the number of partial factors and their positions in the design equations.

6. Select which of the basic random variables X_i are to be represented in the design equations by their nominal (or mean) values and which by their characteristic values. Generally, it is recommended that the variables X_i with small sensitivity coefficients α_i should be represented by their mean values (e.g. most dimensions) and variables with large sensitivity coefficients (e.g. most loads and material strengths) by their characteristic values (generally 5% and 95% fractiles).

7. Choose initial values for all the partial factors (say 1.4) as a first step in an iterative procedure (steps 8 to 12) to find the values that satisfy the criterion of minimum deviations from the target reliabilities Step 4, page 151.

8. For the structure (or structural element) corresponding to each discrete element of the parameter space, compute the value of load effect from the known or specified characteristic values of the dead and live loads, using the initial, or subsequent, values of the partial safety factors on loads.

9. For the same structures or elements, calculate the corresponding values of the design parameter (e.g. percentage tension reinforcement) which give structural or sectional resistances equal to the load effects determined in 8 above, when using the initial, or subsequent, values of the partial factors on material strength and the characteristic or mean values of strengths and dimensions.

10. For each structure or element, use the value of Θ and the known relationship between Θ and $\log_{10} p_f$ (Equation (114)) to determine the corresponding notional failure probability p_f.

11. Compute the sums of the squares of the deviations S given by

$$S = \sum_{i=1}^{i=m} \omega_i (\log_{10} p_f - \log_{10} p_{ft})_i^2 \qquad (115)$$

   where $(p_f)_i$ is the failure probability of the ith structure or element in the parameter space as estimated above, when using the trial values of the partial factors

   $(p_{ft})_i$ is the corresponding target failure probability

   ω_i is a weighting factor based on the estimate of the relative frequency of future demand such that $\Sigma\omega_i = 1$

   and m is the number of elements in the parameter space to be examined.

12. Using a suitable algorithm, modify the initial values of the desired partial factors and repeat steps 8 to 11 to obtain

$$\frac{\partial S}{\partial \gamma_j} \simeq 0 \text{ for all } j \qquad (116)$$

   and hence the values of the partial factors to make S a minimum.

13. If the expected value of the deviations, given by $\sqrt{S}$, from the target reliability levels is within the limit originally prescribed (see Step 4, page 151), the computed partial factors may be considered satisfactory. If not, it is necessary to choose a more complex code format (probably containing more factors) and then to repeat steps 7 to 12, or to restrict the range of application of the computed factors to a smaller part of the code.

För att man skall kunna beräkna värden på partialkoefficienter krävs alltså svar på följande frågor:

- o Vilken säkerhetsprincip skall användas?
- o Vilket/vilka material och konstruktioner skall omfattas?
- o På vilka variabler skall partialkoefficienter ansättas?
- o Basvariabler eller effekter?
- o Uppbyggnad av partialkoefficienter. Skall, som ofta görs, partialkoefficienterna delas upp i delfaktorer?
- o Skall partialkoefficienterna gälla medelvärdet eller någon fraktil ("karakteristiskt värde")?
- o Hur hantera modellosäkerhet?
- o Hur hantera fåtalsprovningens problem?
- o Hur skall grova fel och olyckslaster behandlas?
- o Hur göra med "verifiering genom provning" (provbelastning)

Nedan ges några synpunkter på de olika frågorna. Härvid tas hänsyn till att i Sverige kommer att införas en byggnorm, som bygger på partialkoefficienter. En grundinställning måste vara, att man ansluter sig till basprinciperna i denna, om ej annat är särskilt motiverat.

Det måste dock betonas, att ett frekventistiskt synsätt ej är det lämpligaste inom geotekniken, utan att man där i stället arbetar med subjektiva sannolikheter.

Man måste också ta hänsyn till kravet på provning av materialet för varje fall. Det kan,bl a av pedagogiska skäl, vara att föredra att välja medelvärdet som karakteristiskt värde.

5.2 Säkerhetsprincip

För att ansluta till övriga byggnormer föreslås att använda säkerhetsindex β som bas. Då stora fördelar finns att vinna med att använda en "first-order reliability"-metod, där hänsyn till statistisk fördelning kan tas föreslås användandet av Hasofer-Linds definition av β samt Rackwitz-Fiessler-algoritmen för normalisering av fördelningar.

Två frågor återstår att lösa:

Storleken på β samt

Beaktandet av konsekvenser

I NKB-förslaget (1978) ges värden på β som en funktion av såväl säkerhetsklass som brottyp.

Konsekvens af svigt (sikkerhedsklasse)	Brudtype		
	I	II	III
Mindre alvorlig	3.1	3.7	4.2
Alvorlig	3.7	4.2	4.7
Meget alvorlig	4.2	4.7	5.2

Tabel 3.2 Sikkerhedsindex for brudgrænsetilstande.

I SBN avd 2a (PFS 1979:7) föreskrivs inget värde på β men väl att risken för personskador skall beaktas genom en partialkoefficient γ_n. Inom geotekniken arbetar man normalt med mindre säkerhetsfaktorer än vid byggnadskonstruktioner i övrigt. Dessutom används olika stora säkerhetsfaktorer för olika brottyper vid en och samma konstruktion. Detta har påvisats bl a av Hoeg & Murarka (1974).

De visar, att för det valda exemplet, en stödmur, har brottypen med största säkerhetsfaktorn samtidigt största brottsannolikheten.

TABLE 2.—Results for Retaining Wall

Mode (1)	m_{SM} (2)	σ_{SM} (3)	m_{SM}/σ_{SM} (4)	Probability of failure (5)	Central factor of safety (6)
Overturning	19,482 ft-lb/ft	5,110 ft-lb/ft	3.81	0.7/10,000	1.89
Bearing	34,984 lb/ft	15,574 lb/ft	2.25	126/10,000	3.67
Sliding	2,857 lb/ft	1,019 lb/ft	2.80	26/10,000	1.60

De påpekar, att bland de stödmurar som inte fungerat tillfredsställande, just bärighetsbrott eller stora sättningar är en vanlig skadeorsak.

Det förefaller alltså, som om principen med ett fastlagt värde på β, och därigenom indirekt en föreskriven största brottsannolikhet lämpligen borde tillämpas inom geotekniken. Detta skulle visserligen leda till ändringar i praxis vad gäller vissa konstruktioner, men kan istället ge säkerhetsmässigt balanserade konstruktioner. Innan beslut tas om värdet (eller eventuellt värdena) på β, måste ett antal typiska konstruktioner kontrollräknas, så att man får en uppfattning om dagens praxis. Härvid är det viktigt att beakta det förhållandet, att man idag i vissa fall gör en brottstudieberäkning med höga säkerhetsfaktorer i stället för att göra en bruksstadieberäkning (Stille, 1979).

Beträffande hänsyn till konsekvenser bör den i SBN 2A föreslagna modellen vara till fyllest, varvid dock bör beaktas, dels att risken för personskador skall gälla såväl själva den geotekniska konstruktionen som andra konstruktioner som den vid eventuellt brott direkt påverkar. Exempelvis kan en slänt, där personer endast undantagsvis vistas (säkerhetsklass 1) vid brott skada nedanförliggande bebyggelse (säkerhetsklass 3).

5.3 Material och konstruktioner

Reglerna bör omfatta samtliga de material, som idag behandlas inom geotekniken, dvs

Naturliga kohesions- och friktionsjordar
Grundvatten
Förstärkta eller modifierade jordar

Detta innebär, att i exempelvis en stödkonstruktion, det kraftbärande materialet avgör vilka regler som skall tillämpas. Vid en spontkonstruktion t ex används både partialkoefficienter för jord och för stål. Av praktiska skäl är det önskvärt att kunna använda samma partialkoefficienter för stål i geokonstruktioner som för andra stålkonstruktioner. Man bör dock beakta, att vid geokonstruktioner stålet ofta utsätts för en mycket omild behandling varför karakteristiska värden bör vara andra. Eventuellt kan det även visa sig nödvändigt även med ändrade partialkoefficienter.

Det måste dock beaktas, att en sådan sammansatt konstruktion är en helhet och att därför exempelvis jordtryck är en snittkraft inuti konstruktionen och inte en last verkande på sponten (Stille, 1979).

Jordtrycket skall alltså vid beräkning av stagkrafter, spontmoment etc inte multipliceras med någon lastfaktor, eftersom de osäkra storheterna, som ingår i jordtrycket, redan beaktats genom applicerandet av partialkoefficienter.

Reglerna skall omfatta merparten av de geotekniska konstruktioner som görs.

Eftersom reglerna vid kalibrering osv anpassas till medeltalet av konstruktioner bör stora, sällsynta konstruktioner typ jorddammar undantas och direkt analyseras med β-metoden eller ev fullständigt statisk metod. Riskanalys bör göras, t ex i form av fel- och/ eller händelseträd.

Med geoteknisk konstruktion avses konstruktioner där jordens hållfasthet utnyttjas för att bära yttre laster, inkl masskrafter.

5.4 Formulering av brottvillkor och partialkoefficienter

I princip kan, som tidigare sagts, antalet partialkoefficienter väljas fritt.

Intuitivt bör primärt jordens hållfasthets- och deformationsegenskaper åsättas partialkoefficienter, eftersom dessa egenskaper uppvisar stor variation. Jordens densitet uppvisar normalt en betydligt mindre variation och man torde kunna undvika att använda partialkoefficient på denna. (Härigenom undviks även problemet med att avgöra när masskrafter är last eller mothåll.)

Geometriska storheter, typ uppfyllnader, schaktdjup etc kan visserligen behandlas som stokastiska och förses med partialkoefficienter men man kan även använda nominella värden med angivna gränser, dvs d $\pm$ Δ, och kontrollberäkna konstruktionen för de angivna avvikelserna.

Detta senare förfaringssätt torde vara det lämpligaste, eftersom man ofta kan ange åtminstone en gräns utan osäkerhet (t ex minsta schaktdjup, högsta vattenstånd bakom en invallning osv). Det möjliggör också angivandet av kontrollmått att användas vid byggkontrollen.

Portryck och grundvattentryck intar något av en mellanställning. De kan ses som produkten av en känd densitet och en varierande höjd, dvs man skulle kunna behandla dem som geometriska storheter enligt ovan.

Det är dock inte lika klart vilka gränserna är och det föreslås därför att dessa båda storheter behandlas som stokastiska och multipliceras med en partialkoefficient. Härvid kan man även direkt utnyttja de erfarenheter som finns vad gäller att statistiskt beskriva deras variationer (Svensson & Sällfors, 1981).

Vanligen formuleras partialkoefficientmetodens krav på det sätt som föreskrivs i SBN avd 2 A:

:132 **Dimensionering av byggnadsdel i brottgränstillstånd**

:1321 □ I ett brottgränstillstånd gäller att den dimensionerande bärförmågan R_d
□ skall vara större än eller lika med den dimensionerande lasteffekten S_d,
□ dvs

□ $R_d \geq S_d$ (21A:1321 a)

I vissa fall, exempelvis vid samverkansformler, ersätts formel 21A:1321 a av andra dimensioneringsvillkor. Dessa framgår av konstruktionsbestämmelserna.

Med lasteffekt avses en observerad eller beräknad inverkan av laster. Effekten kan exempelvis vara ett snittmoment eller en snittkraft. Den dimensionerande lasteffekten S_d bestäms med utgångspunkt från dimensioneringsvärden för laster. Dimensioneringsvärdet för en last är

$F_d = \gamma_f F_k$ eller $F_d = \gamma_f \psi F_k$ (21A:1321 b)

där F_k och ψF_k är karakteristiskt respektive vanligt värde på en last och γ_f är en partialkoefficient. Se :52.

Vid bestämning av den dimensionerande bärförmågan R_d genom beräkning används dimensionerande materialvärden. Dessa bestäms genom att de karakteristiska materialvärdena f_k divideras med partialkoefficienterna γ_m och γ_n och faktorn η enligt formeln:

$$f_d = \frac{f_k}{\gamma_m \gamma_n \eta} \qquad (21A:1321\ e)$$

Beteckningar:

γ_m en partialkoefficient för materialegenskaper

γ_n en partialkoefficient som beaktar säkerhetsklassen.

η en faktor som beaktar systematiska skillnader mellan en provkropps materialegenskaper och en konstruktions.

Den dimensionerande bärförmågan R_d bestäms vid dimensionering genom provning genom att den karakteristiska bärförmågan R_k divideras med partialkoefficienterna γ_m och γ_n enligt formel:

$$R_d = \frac{R_k}{\gamma_m \gamma_n} \qquad (21A:1321\ d)$$

Beteckningar:

γ_m och γ_n, se beteckningar för formel 21A:1321 c.

:1322 □ Om inte annat anges i konstruktionsbestämmelserna skall säkerhetsklas-
□ sen för en byggnadsdel beaktas med hjälp av partialkoefficienten γ_n enligt
□ tabell 21A:1322.

Denna formulering kan även användas inom geotekniken, varvid det dock ofta kan visa sig lämpligt att använda alternativa formuleringar, där man inte skiljer på last- och motståndseffekter utan får ett uttryck av formen

$$g\ (F_d,\ R_d)\ \geq\ 0$$

istället för

$$g_R\ (R_d)\ -\ g_F\ (F_d)\ \geq\ 0$$

Partialkoefficienterna (γ_f, γ_m) skall ta hänsyn till ett flertal osäkerheter.

Med hjälp av partialkoefficienten γ_f tas hänsyn till:

- Risken för att ett lastvärde avviker ogynnsamt från lastens karakteristiska värde
- Osäkerheter i lastmodeller
- Osäkerheter i beräkningsmodeller, såvida det är fråga om faktorer som är materialoberoende.

Genom partialkoefficienten γ_m beaktas slumpmässiga osäkerheter hos materialegenskapernas värden enligt följande:

- Risken för att ett värde på en materialegenskap avviker ogynnsamt från egenskapens karakteristiska värde
- Osäkerheter i beräkningsmodeller
- Sådana måttavvikelser som inte behöver beaktas särskilt
- Osäkerheter i fråga om en materialegenskaps värde i en byggnadsdel i förhållande till motsvarande värde bestämt genom materialprovning.

Anm. Med karakteristiskt värde torde avses föreskrivet d:o. Det verkliga kan ju avvika från detta.

För geoteknikens del är det osäkerheten i faktorn γ_m som måste beaktas, tillsammans med faktorn η (som beaktar systematiska skillnader mellan provkropps resp konstruktions materialegenskaper).

Det torde vara uppenbart, att faktorn γ_m måste delas upp i delfaktorer, så att man kan särskilja och separat utvärdera de olika osäkra delarna.

Följande faktorer föreslås:

γ_{m1}	beaktar statistiska osäkerheter, såsom naturlig spridning och osäkerheter på grund av litet provantal och antagen statistisk fördelning.
γ_{m2}	beaktar osäkerhet i beräkningsmodellen och måttavvikelser som ej beaktas särskilt
$\eta=(\gamma_{m3})$	beaktar osäkerhet i själva provningsmetoden, dvs avvikelser mellan mätt parameter och i beräkningsmodellen ingående parameter.
γ_{m4}	beaktar måttosäkerheter av typ som uttrycks probabilistiskt
γ_{m5}	beaktar projektets svårighetsgrad, omfattning av kontroll etc.

5.5 Karakteristiskt värde

Ofta används vid partialkoefficientmetoden det s k "karakteristiska värdet" på laster och materialvärden.

Det bör betonas, att det "karakteristiska värdet" inte är fysikaliskt eller på annat sätt karakteristiskt. Det syns ha sitt ursprung som den lägsta percentil, man någorlunda säkert kunde bestämma.

När det gäller fabricerade material, där leverantören specificerar värdena, är det ointressant för konstruktören vilket värde man specificerar. Inom geotekniken måste ju dock konstruktören utnyttja materialprovningsresultat och ur dessa själv beräkna vilket materialvärde som skall användas. Härvid måste hänsyn tas både till medelvärdet och till spridningsmåttet (standardavvikelsen). Detta betyder, att om man väljer att använda medelvärdet som karakteristiskt värde så får man ta hänsyn till spridningsmåttet enbart i partialkoefficienten, som då måste uttryckas som en funktion av spridningsmåttet.

Det föreslås att, om man väljer en percentil, man följer rekommendationer givna i CIRIA Rep 63(1977) och använder karakteristiska värdet (t ex 5%-fraktilen) för variabler med stort värde på sensitivitetsfaktorn α_i (materialvärden) och medelvärdet för variabler med litet α_i (geometriska storheter) $(x_i^* = m_i^N - x_i\beta\ \sigma_i^N)$.

Detta innebär i praktiken att man för alla materialvärden arbetar med karakteristiska värdet. För att få samklang med normen i övrigt föreslås att 5%-fraktilen väljs. Man kan givetvis välja andra karakteristiska värden. En möjlighet är att genomgående använda medelvärdet. Ett sådant val skulle medföra att man fick arbeta med partialkoefficienter som på något sätt är en funktion av variabelns spridning. Vilket system som är att föredra måste bestämmas genom praktisk provning.

5.6 Modellosäkerhet och statistisk osäkerhet

En av de stora osäkerhetskällorna vid geotekniska beräkningar är själva beräkningsmodellen, alltså systemosäkerheten.

Tidigare har föreslagits att den vid β-metoden kan representeras av en stokastisk variabel X. Medelvärdet hos denna anger systematiska avvikelser (E(X)=1 betyder att några systematiska avvikelser inte förekommer) och dess spridningsmått anger metodens noggrannhet.

Eftersom variabeln X i princip anger kvoten mellan beräknade och verkliga värden skulle man kunna bestämma den ur försök. Detta är dock en tids- och kostnadskrävande process, eftersom man måste utföra ett stort antal försök under renodlade förhållanden. Likaledes torde det stöta på stora svårigheter att "bakräkna" från verkliga konstruktioner, speciellt vad gäller brottstadiet då ju dels brott är få, dels oftast orsakade av grova fel.

Det rimligaste förfarandet torde vara att variabelns fördelning och parametrar åsätts subjektivt av en utsedd expertpanel. Givetvis måste de så åsatta värdena ha en sådan storlek att de kan förklara inträffade brott osv.

Ett problem när det gäller bestämning av materialegenskaper är att man har ett mycket begränsat antal prov. Detta gör att man på något sätt måste ta hänsyn till denna statistiska osäkerhet när man bestämmer materialets (statistiska) parametrar.

För geoteknikens del föreslås att detta görs genom att man använder den bayesianska fördelningen (prediktionsfördelningen), se t ex Olsson & Stille (1979). Denna fördelning innehåller ju all osäkerhet, både den naturliga och den som orsakas av det lilla antalet prover.

Vissa byggnadsdelars bärförmåga måste bestämmas genom provning. Även här finns problemet med endast ett fåtal prover. Eftersom det inte finns någon principiell skillnad mellan provtagning och provning föreslås även här att partialkoefficienterna baseras på prediktionsfördelningen. Detta har ju den effekten att man i det enskilda fallet kan ekonomiskt balansera provningens omfattning.

Ytterligare en möjlighet öppnar sig om man arbetar med bayesiansk statistik. Man kan uppdatera sin uppskattning av brottlasten på grundval att man vet att det provade elementet överlevt en lägre last. Tekniken har använts av Moses (1979) när det gäller offshore-konstruktioner som överlevt stormar.

5.7 Grova fel och olyckslaster

Med "grova fel" avses här sådana fel, som ej går att behandla statistiskt, oavsett felens storlek. Uttrycket används i huvudsak ekvivalent med "human erorrs", men även andra fel kan ingå.

Med "olyckslaster" menas vissa speciella skadeorsaker som förekommer så pass ofta att viss statistisk behandling kan tillämpas. Skadeorsakerna är dock av den naturen att man lämpligen inte kan gardera sig i själva beräkningsprocessen vad gäller den generella hållfasthetskontrollen. Man får i stället ge speciella anvisningar för varje typ av olyckslast.

Dessa anvisningar kan vara av två typer:

Vid ena typen föreskriver man en (deterministisk)olyckslast, som konstruktionen skall kunna motstå, dvs skadorna får inte bli större än vad som anges. Konstruktören får sedan visa att den av honom valda konstruktionen uppfyller kravet.

I NKB-rapport nr 35 (1978) ges som krav att för olyckslaster skall krävas:

$$\beta_{olyckslast} = -\phi^{-1}\left(\frac{p_f}{p_o}\right)$$

p_f = nominell brottsannolikhet som motsvarar normalt värde på β.

p_o = sannolikheten för olyckslastens uppträdande

Exempel på detta är stagbortfall vid förankrade sponter.

Vid andra typen föreskriver man direkt den motåtgärd som skall vidtas. Exempel är krav på brandskydd av stag och hammarband, när risk för brand i formvirke etc kan föreligga.

Eftersom man för olyckslaster har ett (aktuarie-) statistiskt underlag, kan man göra en (beslutsteoretisk) cost/benefitanalys. I en mer sofistikerad analys kan man arbeta med probabilistiska konsekvenser via "fragility curves" som ger konsekvenserna betingade av olyckslastens storlek för varje olyckslast och utgående från denna avgöra när föreskrifter behöver utfärdas.

Flertalet inträffade skador inom geotekniken torde ha orsakats av grova fel. Det är alltså inte möjligt att inom själva dimensioneringsmetodens ram gardera sig mot det stora flertalet skador! Visserligen kan man tillgripa nödlösningar som att ha mycket höga säkerhetskrav i förhoppningen att de så åstadkomna överstarka konstruktionerna skall kunna "absorbera" även grova fel, men detta handlingssätt är irrationellt och ger dessutom ingen kontroll över konstruktionens tillförlitlighet.

För närvarande kan endast följande föreslås:

Kontroll är det enda medlet mot grova fel. En effektiv kontroll måste täcka såväl konstruktion, utförande som användning.

Konstruktion: Man kan skilja på olika typer av fel:

Ren felräkning
Underlåtenhet att beakta en känd mekanism
Felaktig tillämpning av "vanliga" metoder på nya typer av problem

Den sista typen av problem kan endast hanteras genom dels

o begränsningar i tillåten tillämpning av metoder, dels

o krav på kompetens hos konstruktören, dvs auktorisation för icke rutinmässiga projekt.

Det två första felkällorna täcks av en ren kontroll typ "checklista". Visserligen är det tänkbart att renodlat arbeta enligt denna princip, dvs det finns föreskrivna checklistor för olika problem. Det är dock svårt att utarbeta sådana listor som är heltäckande och "kokboksgeoteknik" kan mycket väl visa sig ge oönskade effekter. Ett problem är t ex ansvarsfrågan om en checklista visar sig ofullständig eller felanvänds. En bättre lösning är att föreskriva att konstruktören skall redovisa sina gjorda antaganden om brottmekanismer, laster och material, tillämpade beräkningsmetoder och resultat.

Ett motsvarande förfarande har föreslagits av Lambe et al (1981).

Felkällorna vid utförandet är av två huvudtyper:

Rent slarv, dvs avvikelser från givna föreskrifter, bristfälligt utförande etc.

Okunnighet, fel orsakade av bristande förståelse för verkningssätt hos konstruktionen osv.

Den första feltypen avhjälps genom normal byggkontroll.

Den andra feltypen beror ofta på dålig kommunikation mellan konstruktören-geoteknikern och byggaren. Något formellt kontrollsystem som kan avhjälpa brister härvidlag torde inte kunna åstadkommas.

TABLE 2.—Summary of Typical Design Assessment

	PERFORMANCE ASPECT	OWNER'S CRITERIA	DESIGNER'S PREDICTION	BASIS FOR PREDICTION	ASSESSOR'S EVALUATION	ASSESSOR'S RECOMMENDATIONS
FORCE DEFORMATION	CRACKING	width ≤ 0.5 inch length ≤ 6 ft. depth ≤ 6 inches	$w_c \geq 0.5$ inch $l_c \geq 6$ feet $d \geq 6$ inches	Observed cracking of adjacent, existing dam		Initiate steps to reduce likelihood and consequence of cracks
	SETTLEMENT ℄ ρ embankment foundation	total settlement ≤ 2 ft.	$\rho_{max} \leq 1.5$ feet	Settlement of embankment from self-weight		Local regrading may be required to maintain surface drainage
		differential settlement ≤ $\ell/200$	$\Delta\rho/\ell \leq 1/2000$	Difference in total settlement due to varying height of embankment	$\Delta\rho/\ell$ may exceed criterion where dam crosses from mined to unmined foundation and at connections to existing dam	Observe these locations during construction Repair any cracks
STABILITY	SHEAR SLIDE	factor of safety ≥ 1.5	F.S. ≥ 1.8	Stability analyses for deep circles	F.S. may decrease to 1.5 with $\bar{\phi}$ from assessor's lab test	
			F.S. = 1.1	Stability analyses for shallow circles	Local sloughs possible. Repair immediately to avoid progressive failure	Criterion not met. Must observe and prepare remedial plan.
					Stability of mass on east side between dam toe and mine cut not considered.	Have designer evaluate
	LOW EFFECTIVE STRESS black sand & hardpan	artesian head ≤ 0	$a_{max} \simeq 3$ ft.	Flow nets	Control of artesian heads depends on assumptions that * R.L. < 125 ft. until slimes reach elev. 120 * slimes effectively seal bottom of reservoir FEDAR analyses show "a" could exceed 5 ft. below black sand.	R.L. cannot exceed +125 until slimes reach +120 Piezometers required at locations with predicted artesian heads. May require remedial work during operation to reduce artesian head Install drain through black sand and hardpan to reduce artesian head
SEEPAGE	SEEPAGE QUANTITY in gpm/1000 lin ft Q_c ℄ Q_o Q_g	collected flow ≤ 70 flow into ground ≤ 200 flow off property ≤ 20 total flow ≤ 275	$Q_c \approx 0$ $Q_g \approx 0$ $Q_o = 400$ $Q_t = 400$	Estimated Vertical seepage thru slimes and foundation $Q_o = Q_t - Q_g - Q_c$ From flow net with R.L. = 135 and slimes	From FEDAR $Q_t \approx Q_c = 650$	Criterion on total flow exceeded. Requires further consideration.
	SOIL TRANSPORT	$\frac{\text{critical gradient}}{\text{gradient}} \geq 5$	ratio = 1.1 on downstream slope ratio = 2.1 at toe	Stability analyses for shallow circles Corps of Engineers method	Designer's calculation not consistent with definition of criteria From designer's nets $i_{max} \sim 1.0$ From FEDAR analyses $i_{max} = 3.5$ F.S. = 10/3.5 = 3 Seepage breakout predicted to occur.	Criterion on maximum gradient exceeded. Requires further consideration
	SEEPAGE QUALITY x** in ppm	Meet Federal and State requirements	Off-property flow will meet requirements		Seepage of mine water thru dam improves mine water quality	
MISCELLANEOUS	STORM CAPACITY	Freeboard ≥ 5 ft. Spillway capacity for 12 in. rainfall in 24 hr	Freeboard > 5 ft. Spillway capacity > 12 in. rainfall in 24 hr.	Dam crest 5 ft. > max. R.L. Rainfall over reservoir and capacity of spillway t		
	ANIMAL HOLES	Hole length ≤ 2 feet Hole diameter ≤ 3 in.	Not a problem	Previous experience with earth dams in this area		
	VEGETATION	Height ≤ 6 inches	Height > 6 inches unless mowed	Previous experience in this area	High thick vegetation hinders geotechnical inspection	Requires maintenance by owner

1 GPM = 0.063 ℓ/sec   1 FOOT = 0.305 meters

I stället bör kommunikationen förbättras. Effektivast är givetvis att ha geoteknisk rådgivning på byggplatsen. Om denna ej ges av den konstrueraande geotekniken, ger en sådan redovisning av antaganden etc som föreslagits ett gott stöd. Kravet på en sådan redovisning är alltså även vad gäller utförandefel av mycket stort värde.

Brukarfel har i princip samma uppbyggnad som utförandefel, dvs de orsakas av slarv eller okunnighet. De är dock svårare att hantera, eftersom dels den aktuella tidsperioden är längre (= konstruktionens livslängd) med ty åtföljande byten av brukare, dels brukaren oftast inte är fackman.

Informationsverksamhet (av den typ som SGI bedriver) kan minska felförekomster men i övrigt torde stora svårigheter föreligga att få "brukarinstruktioner" att följas eftersom deras existens mycket väl kan vara bortglömd. En möjlighet vore, att speciella krav skrevs in i fastighetsregistret så att de belastar fastigheten på samma sätt som servitut. Möjligen kan man även koppla information om skaderisk till försäkringsbolagens avisering.

Som tidigare påpekats definieras här grova fel som sådana som är tillräckligt sällsynta för att undandra sig en statistisk analys som baserar sig på iakttagna händelser.

Ett kontrollsystem ger den bästa möjligheten att undvika dessa fel, men ett absolut heltäckande sådant system är en omöjlighet.

En möjlig utväg är att (som vi de facto gör nu) göra konstruktionen överstark så att hållfasthetsnedsättningar ändå inte medför brott. Detta kan ske på två sätt:

antingen genom att man minskar tillåten risk totalt (förespråkas i CIRIA Report 63) eller genom att man inför en stokastisk variabel X, som skall täcka dessa nedsättningar. I beräkningarna införs sedan en partialkoefficient γ_{m5} som täcker osäkerheter i X.

Det senare förfarandet rekommenderas på följande grunder.

- o Det är mer logiskt uppbyggt
- o Det ger konstruktören frihet att välja mellan kraftigare överdimensionering med liten kontroll och vice versa.
- o Det är mer utvecklingsbart. Man kan göra ansatser om X och genomföra studier (se tex Lind, 1979) för att förbättra kunskapen om X och därigenom γ_{m5}.

5.8 Implementering av partialkoefficientmetoden

Som framgår av ovanstående förslag, krävs en hel del arbete för att beräkna värdena på de partialkoefficienter som skall användas. Dessa skall vara globala inom hela geoområdet, något som gör att de i en del fall ger konservativa konstruktioner.

Det föreslås därför att följande möjligheter skall finnas för användaren:

- o Använda av planverket fastställda partialkoefficienter
- o Beräkna egna partialkoefficienter för speciella konstruktioner och få dessa godkända för användning
- o Använda förenklad statistisk metod enligt Hasofer-Lind tillsammans med av planverket fastställt värde på β (kan variera med konsekvenserna).

För att man med rimlig arbetsinsats skall kunna få fram partialkoefficienter föreslås att man beräknar dem konservativt (på säkra sidan). Detta kan ske genom att man väljer överslagsvärden på riktningscosinerna (sensitivitetsfaktorerna) α_i i stället för att beräkna dem för varje enskild problemtyp (och med varierande mått etc inom varje problemtyp).

Ett sätt att välja dessa riktvärden är att använda följande erfarenhetsvärden (Thoft-Christensen& Baker,1982).

$$\alpha_{R,i} = \tilde{\alpha}_R \cdot \hat{\alpha}_{R,i}$$

$$\tilde{\alpha}_R = 0.8$$

$$\hat{\alpha}_{R,i} = \sqrt{i} - \sqrt{i-1} \qquad i = 1, 2, \ldots n_R$$

Här är i variabelns rangordning när man ordnar variablerna efter betydelse, dvs så att

$$\alpha_{R,1} < \alpha_{R,2} < \ldots\ldots < \alpha_{R,nR}$$

Denna rangordning kan ske med hjälp av ett mindre antal beräkningar med β-metoden och den erfarenhet som då vinns.

För att man skall kunna beräkna partialkoefficienterna krävs också kunskap om variablernas statistiska parametrar. För denna fas i beräkningarna bör riktvärden kunna fås exempelvis ur litteraturen, där ofta värden på variationskoefficienten angivits. Givetvis krävs här noggranna geologiska överväganden.

Ett krav är att man bestämmer vilken statistisk fördelning som skall användas. En lämplig kandidat kan vara lognormfördelningen, ev den treparametriga med nollpunktsförskjutning.

Väsentligt är givetvis att man tar hänsyn till rymdberoendet t ex vid glidytor.

För partialkoefficienter som framtas för speciella konstruktioner bör värdena baseras på framräknade värden på α_i och noggrannare utredningar om variablernas fördelningar.

6. PARTIALKOEFFICIENTER I BRUKSSTADIET

6.1 Inledning

Hittills har endast behandlats brottstadiet. Filosofin bakom resonemanget är enkel:

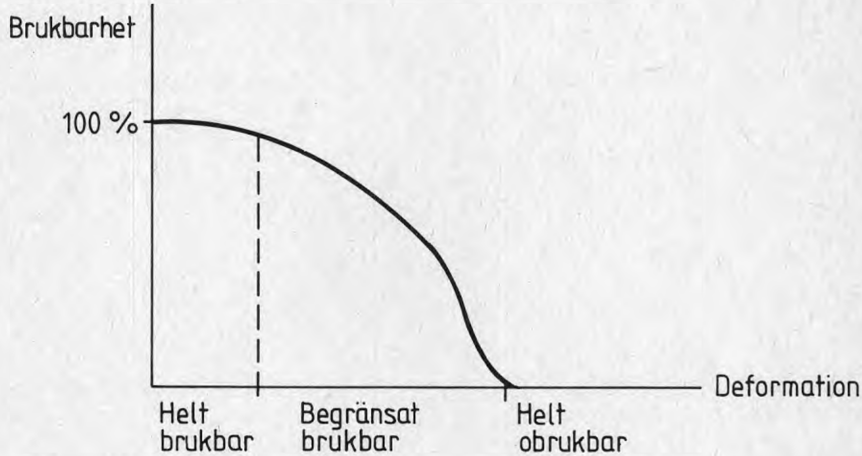
Brott uppträder, om man får en verklig situation (med statistiska termer: ett utfall) där lasten överstiger bärförmågan. Det finns alltså en klar gräns, som om den överskrids medför brott.

För att gardera sig mot att detta skall inträffa, väljer man på beräkningsstadiet material och dimensioner så, att sannolikheten att få det statistiska utfall, som innebär brott, blir önskvärt liten.

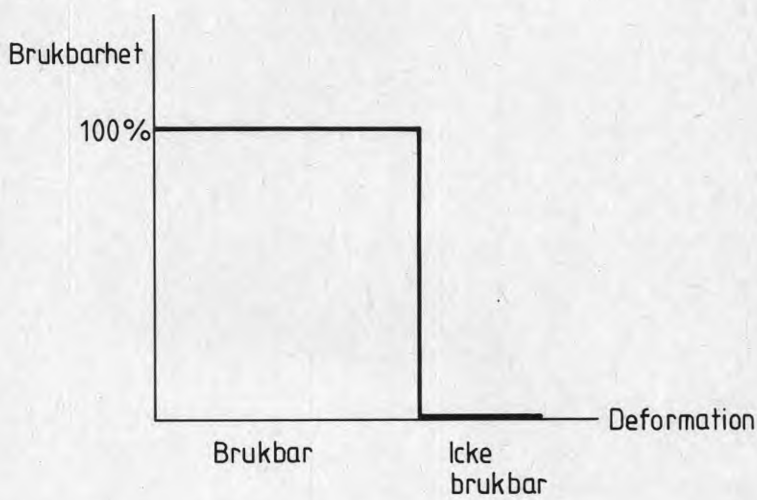
Denna beräkning tar hänsyn till de osäkerheter som finns och genomförs t ex med den s k β-metoden eller med partialkoefficientmetoden, som ju baseras på β-metoden.

När det gäller bruksstadieberäkningar blir problemen betydligt större.

För en konstruktion, som utsätts för deformationer, kan sambandet brukbarhet - deformation få ett utseende i princip enligt:



För att det skall vara möjligt att genomföra en bruksgränsdimensionering krävs att man gör en dikotomi[1] av kurvan så att man enbart skiljer på "brukbar" och "icke brukbar".



---

[1] Dikotomi = (skarp) tudelning

Var man skall sätta brukbarhetsgränsen är långt ifrån entydigt. Detta beror till en del på att begreppet "brukbarhet" i sig är ett multiattributivt begrepp: dvs det återspeglar ett flertal egenskaper, t ex estetiska värden, ekonomiska värden, beständighet, förutom de rena funktionskraven.

Exempelvis: små sprickor i en fasadputs nedsätter dess utseende men inte dess funktion. Om sprickorna blir större kan beständigheten hotas men funktionen kvarstår osv.

För att man skall kunna fastlägga <u>en</u> bestämd bruksgräns, krävs att man antingen endast beaktar en egenskap eller att man på något sätt uttrycker varje brukbarhet i samma mått och sammanväger dem. Man kan sedan, som visats av Reid & Turkstra (1981) bestämma ett "pseudogränstillstånd"

$$x^{*} = m_x + \beta^{*} \sigma_x$$

som formuleras analogt med brottgränstillståndet.

β^{*} är alltså ett brukbarhetsindex som kan läggas till grund för utvärdering av partialkoefficienter för bruksstadiet.

Man kan bestämma ett optimalt värde på β^{*} utgående från rent ekonomiska betraktelser genom att minimera totala förväntade kostnaden.

Optimeringen är förenad med vissa svårigheter, bl a kan inte β^{*}_{opt} uttryckas explicit.

För den praktiska tillämpningen av partialkoefficienter torde det i en första etapp i stället vara enklare att fastlägga deterministiska värden på skadegränsen och även fastlägga värden på β^{*}. Detta är analogt med brottillståndet, där optimering av β oftast ses som en framtida förbättring. Ett rent ekonomiskt betraktelsesätt torde dessutom inte ligga inom ramen för ett regelsystem av den typ som här diskuteras utan det gäller väl snarare att fastställa gränser som endast anknyter till funktion och livslängd.

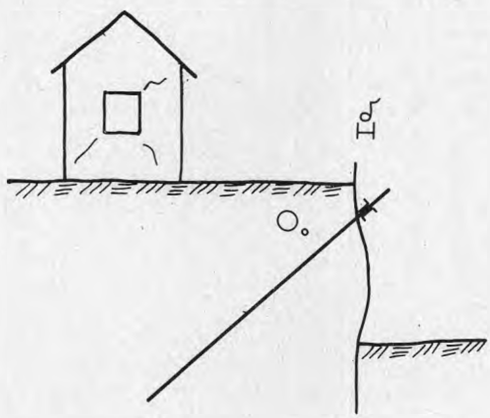
6.2 Speciella geotekniska problem vid bruksstadieberäkningar

Geotekniska konstruktioner erbjuder vissa problem när det gäller att formulera och beräkna bruksstadiet, nämligen

- o Sekundära bruksstadieskador
- o Beräkningsmetodens osäkerhet
- o Statistisk korrelation hos materialegenskaper

Sekundära bruksstadieskador

Stödkonstruktioner är en klass av geotekniska konstruktioner, där bruksgränsen hos själva konstruktionen är av underordnat intresse jämfört med bruksgränsen för andra konstruktioner som påverkas av stödkonstruktionen. Tag en spont som exempel:



Vilken deformation skall anses vara bruksgränsen för sponten?

? När utböjningen blivit så stor, att tillgängligt arbetsutrymme inom sponten blivit oacceptabelt litet?

? När åtföljande vatten- och jordinträngning och bottenhävning skadar schaktbotten? Schaktbotten är visserligen inte en del av själva sponten, men bevarandet av en "brukbar" schaktbotten torde väl vara en del av spontens funktion.

? När rörelsen hos sponten blir så stor, att rörelser bakom sponten medför skador på bakomliggande hus, ledningar etc?

Spontens funktion innefattar även att hindra alltför stora rörelser bakom sponten. Det torde dock vara mycket svårt att fastställa några generella gränser för detta fall eftersom skaderisken är mycket svårbedömd, särskilt som hänsyn måste tas till det tillstånd konstruktionerna redan befinner sig i.

Den rimligaste principen förefaller att vara att man ser till konstruktionens "primära" funktion och i regelsystemet inte normer inducerade skador på andra konstruktioner som bruksgräns. (Givetvis skall denna skaderisk beaktas i spontens bruksgräns.)

Som tidigare påpekats när det gäller brottstadieberäkningar, är de geotekniska beräkningsmetoderna ofta behäftade med stora osäkerheter. Detta gäller i än högre grad deformationsberäkningar.

Our evaluations suggest that the geotechnical engineer can predict with the following reliability:

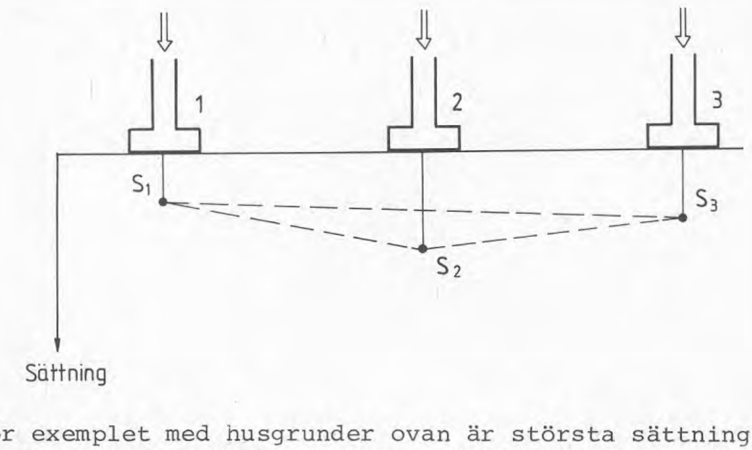
1. Deformation—Predicted vertical deformation = ±50% of the measured deformation. Predicted horizontal deformation = ±150% of measured deformation.
2. Stress—Predicted change of pore pressure = ±25% of measured change of pore pressure. Predicted lateral stress = ±50% of measured lateral stress.
3. Stability—Predicted factor of safety = ±25% of measured factor of safety.
4. Flow—Predicted flow = ± one order of magnitude of measured flow.

Från Lambe et al (1981)

Ofta har man hittills gjort så, att man använt en stor säkerhetsfaktor vid beräkning av brottsäkerheten, för att därigenom gardera sig mot alltför stora deformationer. Det finns idag beräkningsmetoder, t ex FEM, med vilka man kan göra noggranna deformationsberäkningar, men dessa metoder lämpar sig inte för partialkoefficienter. (Man kan däremot arbeta med stokastisk FEM och få en uppfattning om resultatets varians.)

För att det skall vara meningsfullt att tillämpa partialkoefficientmetoden på bruksstadiet krävs alltså att nogrannhet på befintliga beräkningsmetoder bestäms (uppskattas) samt att i vissa fall nya metoder framtas, om så är möjligt.

Ett av de viktigare geotekniska problemen när det gäller bruksstadieberäkningar är sättningar, både totala sättningar och differenssättningar.

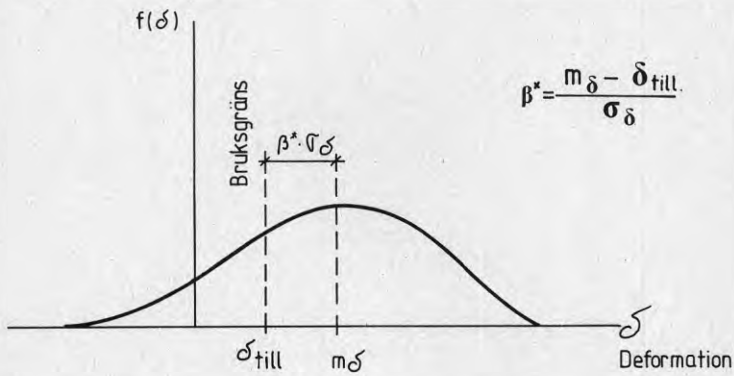


För exemplet med husgrunder ovan är största sättningen $s_{max} = s_2$ och största differenssättningen $\delta_{max} = s_2 - (s_1 + s_3)/2$.

Det är teoretiskt fullt möjligt att på motsvarande sätt som för brottgränsberäkningar föreskriva ett β^* och bruksgränser s_{till} resp δ_{till}. Man kan sedan givetvis använda den tidigare använda metodiken och ersätta β^*-metoden med en partialkoefficientmetod.

I praktiken är detta förfaringssätt svårt, eftersom beräkningarna är mycket komplicerade och tidsödande. Huvudorsaken till detta är materialegenskapernas rymdkorrelation, dvs hur mycket egenskaperna i två punkter samvarierar.

Geometriskt kan ju β^* tolkas enligt nedan för fallet med differenssättningar:



Här δ det tidigare använda $z = g(\underline{x})$.

m_δ = största differenssättningens medelvärde $(E(\delta_{max}))$

σ_δ = " " standardavvikelse

För fallet i exemplet:

$$E(\delta_{max}) = E(s_2) - \frac{1}{2}(E(s_1) + E(s_3))$$

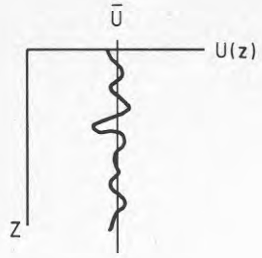
$$\sigma^2(\delta_{max}) = \sigma^2(s_2) + \frac{1}{4}(\sigma^2(s_1) + \sigma^2(s_3)) -$$

$$- \operatorname{cov}(s_2, s_1) - \operatorname{cov}(s_2, s_3) +$$

$$\frac{1}{2}\operatorname{cov}(s_1, s_3)$$

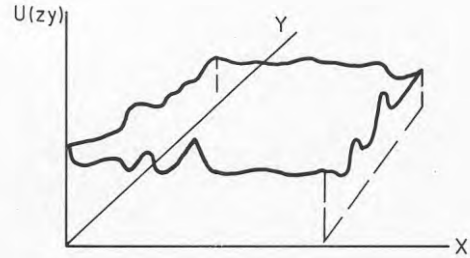
Det syns alltså tydligt, hur spridningen σ_c (δ_{max}) är en funktion av såväl spridningen i de enskilda fundamentens sättningar som deras covarians. Båda dessa spridningar är rymdberoende, eftersom de i sig är en funktion av jordens kompressionsegenskaper. (De är också en funktion av de laster som verkar och deras variation, men detta tas inte upp här.)

Rymdberoendet hos en jordegenskap u kan åskådliggöras schematiskt enligt nedan:

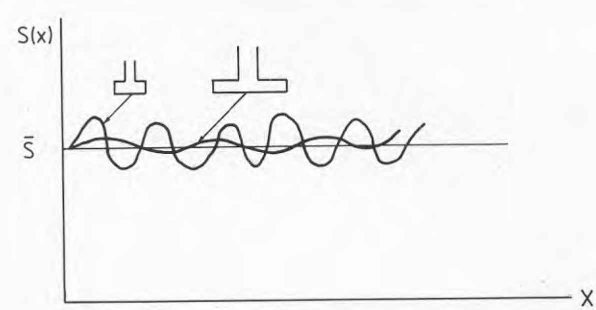


I figuren visas variationen längs en vertikal linje. Egenskapen u varierar med djupet z kring ett medelvärde $\bar{u}$ (som i detta exempel är oberoende av djupet).

Jordegenskapen u kan givetvis också variera i planet. Även här kan man beskriva u (x, y) som en variation kring ett medelvärde. Givetvis kan u också vara en funktion av läget i rymden u (x, y, z).

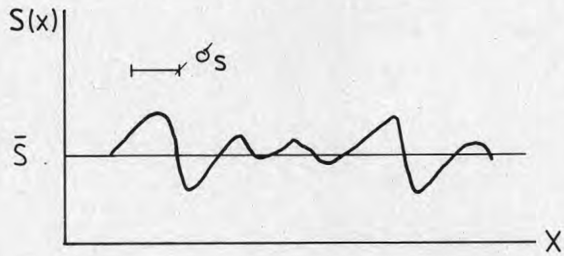


Att denna rymdvariation påverkar både variansen hos det enskilda fundamentets sättning och covariansen hos intilliggande fundaments sättningar inses genom följande resonemang. För enkelhetens skull antas sättningsegenskaperna variera längs en linje. Resonemanget kan lätt utvidgas till motsvarande fall med variation över ytor och rymder.



Man inser intuitivt, att om ett fundament är stort i förhållande till variationens "våglängd" så utjämnas de lokala variationerna och sättningen kommer att variera mycket litet kring medelvärdet $\bar{s}$.

Om däremot storleken är liten kommer variationen att bli stor eftersom "vågorna" inte utjämnas.



Om vi kallar fluktuationsskalan (eng. scale of fluctuation) för δ_s kan man samtidigt inse, att rymdvariationen har stor betydelse för differenssättningarna. δ_s är det avstånd inom vilket egenskaperna är starkt korrelerade. Det är alltså sannolikt att två punkter på ett inbördes avstånd av högst δ_s befinner sig antingen både över eller båda under medelvärdet δ_s.

Om punkterna befinner sig på stort inbördes avstånd är deras sättningar oberoende av varandra, vilket ökar sannolikheten för stora differentialsättningar.

Detta framgår även av den tidigare angivna formeln för $\sigma^2_{\delta max}$. Om covarianserna är små, blir ju σ_{max} större.

Av det ovanstående framgår alltså, att kännedom om rymdvariationen hos jordens egenskaper krävs om man skall kunna göra en noggrannare beräkning av sannolikheten för differentialsättningar. Att göra en sådan bestämning kräver mycket stora antal prov. Det kan därför endast bli aktuellt med bestämningar för några olika jordtyper och schematiseringar.

6.3 Rekommendationer

Ett införande av partialkoefficientmetoden för bruksstadiet är möjlig. Den kan göras statistiskt baserad på samma sätt som för brottstadiet, via ett index β^*. Beroende på stora svårigheter att bestämma noggrannheten hos vissa ingående moment, måste den vid införandet bli konservativ, för att med tiden bli mer optimal. Den har dock fördelen, att på ett mer logiskt sätt än tidigare kunna behandla deformationsproblem, speciellt sådana av typ differenssättningar.

LITTERATUR

Allen, D E, 1981, Criteria for design safety factors and quality assurance expenditure. Proc. of ICOSSAR '81. Elsevier Scientific Publishing Co. Amsterdam.

Andersson, L, 1982, Säkerhetsanalys av byggnadskonstruktioner med speciell inriktning på "fuzzy sets". Medd. 2/82, Inst. för Brobyggnad, KTH.

Ang, A, 1981, Personlig kommunikation.

Baecher, G, 1981, Risk screening for civil facilities. MIT CE R-81-7. Massachussett Institute of Technology.

Blockley, D I, 1977, Analysis of Structural Failures, Proc. Instn Civ. Engrs, Part 1, 62, February 1977.

Blockley, D I, 1980, The Nature of Structural Design and Safety, Ellis Horwood, Chichester, England, 1980.

Ciria, Rep. 63, July 1977, Rationalisation of safety and serviceability factors in structural codes (Construction industry research and information association.) London.

Hoeg and Murarka, 1974, Probabilistic Analysis and Design of a Retained Wall, Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol. 100, No. GT3.

Lambe, T. William, Marr, W and Silva, Francisco, 1981, Safety of a Contructed Facility: Geotechnical Aspects, Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol. 107, No. GT3, Proc. Paper 16107, March 1981, pp 339-352.

Lind, N C, 1974, A Formation of Probabilistic Design, Solid Mech. Div, University of Waterloo, Paper No. 128.

Lind, N C, 1979, Optimization, Cost-Benefit Analysis, Specifications, Proc. 3rd International Conf. on Applications of Statistics and Probability in Soil and Structural Engineering, Sydney 1979.

Moses, F, 1979, Bayesian Calibration of Platform Reliability. Proc. of the Specialty Conference on Probabilistic Mechanics and Structural Reliability. American Society of Civil Engineers, New York.

NKB, 1978, Retningslinier for last- och sikkerhedsbestemmelser for baerende konstruktioner. NKB-rapport nr 35. Nordiska kommittén for byggbestämmelser. Köpenhamn.

Olsson, L & Stille, H, 1979, Geoteknisk riskbedömning. Etapp 1: Statistiska metoder tillämpade på svensk geoteknik (Statens råd för byggnadsforskning) R 126:1979. Stockholm.

Rackwitz, R, 1981, Implementation of Probabilistic Safety Concepts in Design and Organizational Codes. Proc. of ICOSSAR '81. Elsevier Scientific Publishing Co. Amsterdam.

Raiffa, H, Decision analysis. Reding, Mass. Addison-Wesley, 1968.

Ravindra, M K & Lind, N C, 1972. Optimization of a Structural Code. Statistics and Probability in Civil Engineering. Proc. ICASP 1. Hongkong University Press.

Sentler, L, 1978, Stochastic Representation of Loads. Report TVBK-3002. Division of building technology. Lund Institute of Technology, Lund.

Stael v Holstein, C A & Matheson, J E, 1978. A Manual for Encoding Probability Distributions. SRI Project 7078.

Stille, H, 1978. Behaviour of Anchored Sheet Pile Walls.

Stille, H, 1979, Geotekniska beräkningar enl partialkoefficientmetoden. Opublicerad.

Svensson, Ch & Sällfors, G, 1981. Hypoteser för val av dimensionerande grundvattentryck. Delrapport. Geohydrologiska forskningsgruppen. Chalmers Tekniska Högskola, Göteborg.

Thoft-Christensen, P & Baker, M J, 1982, Structural Reliability and Its Application, Springer-Verlag.

Tversky, A & Kahneman, D, 1974, Judgement under Uncertainty: Heuristics and Biases.Science Vol. 185, Sept. 1974.

Van Marcke, E, 1977, Probabilistic Modelling of Soil Profiles, Journ of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol. 103, No. GT 11, Proc. Paper 13364, March 1981, pp 1227-1246.

Öfverbeck, 1979, Control and Gross Errors, Technical Report TVBK-3005, Lund, Sweden.

APPENDIX 1

Transformation av korrelerade variabler

För att det skall vara möjligt att beräkna β_{HL} måste basvariablerna vara okorrelerade.

Det inträffar ibland att de basvariabler man vill använda inte är okorrelerade. I så fall måste man, innan man normaliserar dem, på något sätt transformera dem så de blir korrelerade. Denna transformation utförs enligt nedan.

Korrelationsbegreppet

Två stokastiska variabler X_1 och X_2 med medelvärde μ och standardavvikelse σ är korrelerade om deras kovarians

$$\text{cov}\,(X_1, X_2) = E\left|(X_1 - \mu_{x1})(X_2 - \mu_{x2})\right| =$$

$$= E\left|X_1 \cdot X_2\right| - E\left|X_1\right| E\left|X_2\right| \neq 0$$

Ett annat sätt att uttrycka statistiskt samband mellan två variabler är genom deras korrelationskoefficient

$$\rho_{x1\,x2} = \frac{\text{cov}\left|X_1\ X_2\right|}{\sigma_{x1} \cdot \sigma_{x2}} \qquad -1 \leq \rho x_1\, x_2 \leq 1$$

Antag att vi har n st variabler $\bar{X} = (X_1 \ldots X_n)$. Man kan då beskriva deras inbördes relationer med kovariansmatrisen $\bar{\bar{c}}_{\bar{x}}$

$$\bar{\bar{c}}_{\bar{x}} = \begin{vmatrix} \sigma_x^2 & \text{cov}\ x_1, x_2 & \text{cov}\ x_1\ x_n \\ \cdot & & \\ \cdot & & \\ \cdot & & \\ \text{cov}\ x_n, x_1 & \text{cov}\ x_n, x_2 & \sigma_{xn}^2 \end{vmatrix}$$

För att alla variablerna skall vara okorrelerade, krävs att matrisen $\bar{\bar{c}}_{\bar{x}}$ är en diagonalmatris, dvs har formen

$$\bar{\bar{c}}_{\bar{x}} = \begin{vmatrix} \sigma_{x1}^2 & 0 \\ & \\ 0 & \sigma_{xn}^2 \end{vmatrix}$$

Vi behöver alltså en transformation från $\bar{x}$ till de transformerade variablerna $\bar{u}$ som har en kovariansmatris $\bar{\bar{c}}_{\bar{u}}$ som är en diagonalmatris.

Transformationsmetod

Den önskade variabeltransformationen erhålls ur

$\bar{U} = \bar{\bar{A}}^T \bar{X}$

där $\bar{\bar{A}}$ är en ortogonalmatris vars kolonnvektorer är matrisen $\bar{\bar{c}}_{\bar{x}}$:s egenvektor.

Med denna transformation fås

$E\,\bar{U} = \bar{\bar{A}}^T E\,\bar{X}$ och

$\bar{\bar{c}}_{\bar{u}} = \bar{\bar{A}}^T \bar{\bar{c}}_{\bar{x}} \bar{\bar{A}}$

diagonalelementen i $\bar{\bar{c}}_{\bar{u}}$ (dvs $\sigma^2_{\bar{u}}$) är lika med egenvärdena till $\bar{c}_x$.

Egenvärdena λ till matrisen $\bar{\bar{A}}$ erhålls som lösning till "karakteristiska ekvationen" $|\bar{\bar{A}} - \lambda\, \bar{\bar{I}}| = 0$ där

I är enhetsmatrisen $\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$

Till varje egenvärde λ_i hör en egenvektor $\bar{b}_i$ som beräknas ur $(\bar{\bar{A}} - \lambda_i\, \bar{\bar{I}})\, \bar{b}_i = 0$

Exempel:

Antag $\bar{x} = x_1, x_2$

$E|x_1| = 7.5$; $E|x_2| = 25$

$$\bar{\bar{c}}_{\bar{x}} = \begin{vmatrix} \sigma_{x1}^2 & \text{cov } x_1 x_2 \\ \text{cov } x_2 x_1 & \sigma_{x2} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0.6 \\ 0.6 & 25 \end{vmatrix}$$

Karakteristiska ekvationen av $\bar{\bar{c}}_{\bar{x}}$

$$\left| \begin{pmatrix} 1 & 0.6 \\ 0.6 & 25 \end{pmatrix} - \lambda \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right| = 0$$

$$\begin{vmatrix} 1 - \lambda & 0.6 \\ 0.6 & 25-\lambda \end{vmatrix} = 0; \quad (1-\lambda)(25-\lambda) - 0.6^2 = 0$$

$\lambda_1 = 25.0.5$

$\lambda_2 = 0.985$

Egenvektorn till $\lambda_1 = \bar{b}_1 = \binom{v_1}{v_2}$

$$\left[\begin{pmatrix} 1 & 0.6 \\ 0.6 & 25 \end{pmatrix} - \lambda_1 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right] \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -24.015 & 0.6 \\ 0.6 & -0.015 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$v_1 = 0.999 \qquad v_2 = 0.025 \qquad \bar{b}_1 = \begin{pmatrix} 0.999 \\ 0.025 \end{pmatrix}$$

Egenvektorn till $\lambda_2 = \bar{b}_2$

$$\bar{b}_2 = \begin{pmatrix} 0.025 \\ -0.999 \end{pmatrix}$$

Transformationsmatrisen $\bar{\bar{A}}$ blir alltså

$$\bar{\bar{A}} = \begin{bmatrix} 0.999 & 0.025 \\ 0.025 & -0.999 \end{bmatrix}$$

och de transformerade, okorrelerade variablerna

$\bar{u} = u_1, u_2$ ges av

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.999 & 0.825 \\ 0.025 & -0999 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$u_1 = 0.999\ x_1 + 0.025\ x_2$$

$$u_2 = 0.025\ x_1 - 0.999\ x_2$$

med väntevärden

$$E\left[u_1\right] = 0.999 \cdot 1 + 0.025 \cdot 25 = 1.624$$

$$E\left[u_2\right] = 0.025 \cdot 1 - 0.999 \cdot 25 = -24.95$$

och kovariansmatris

$$\bar{\bar{c}}_{\bar{u}} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 25.015 & 0 \\ 0 & 0.985 \end{bmatrix}$$

dvs $\sigma_{u1} = 5.001$; $\sigma_{u2} = 0.992$

Denna rapport hänför sig till forskningsanslag 781220-8 från Statens råd för byggnadsforskning till Institutionen för jord- och bergsmekanik, Tekniska Högskolan, Stockholm.

R52: 1984

ISBN 91-540-4128-7

Statens råd för byggnadsforskning, Stockholm

Art.nr: 6704052

Abonnemangsgrupp:
V. Anläggningsteknik

Distribution:
Svensk Byggtjänst, Box 7853
103 99 Stockholm

Cirkapris: 35 kr exkl moms