Rapport R60:1975

Temperaturrörelser hos fasadskivor

Per Olof Nylund

Byggforskningen

Temperaturrörelser hos fasadskivor

Byggforskningen Sammanfattningar

Per Olof Nylund

R60:1975

I ytterväggar med fasadskivor vid uppvärmda byggnader avskärmas fasadskivor och stomme från varandra av mellanliggande värmeisolering och ångspärr. Detta ger upphov till skilda rörelser hos fasadskivor och stomme. Fasadskivorna förankras till stommen med infästningsbeslag av skiftande utförande. Skillnaden mellan rörelser hos fasadelement och stomme skall tas upp av infästningsbeslagen. Även om dessa ofta utformas för att fasadskivans rörelse skall hindras så lite som möjligt är det ofrånkomligt att krafter överförs genom beslagen. Vidare ger rörelserna upphov till variationer av fogbredden mellan fasadskivor och till mekaniska påfrestningar på fogmassor, tätningslister etc.

Rörelsernas hastighet varierar. För t. ex. betong uppträder en *långtidsvarierande* fuktberoende krympning från gjutningstillfället till jämvikt efter några år. Vidare uppträder — vilket även gäller andra material — *årsperiodiska* fukt- och temperaturberoende rörelser. Dessa överlagras i sin tur av *dygnsperiodiska* temperaturrörelser som har en särställning när det gäller utmattningspåfrestningar på infästningsbeslag och fogtätningar.

I rapporten presenteras underlag för ingenjörsmässig och manuell beräkning av fria — av infästningsbeslag m.m. oförhindrade — värmerörelser.

För att göra manuella beräkningar möjliga har ett antal förenklingar gjorts. De väsentligaste av dessa anges i den fortsatta sammanfattningen.

Ekvivalent utetemperatur

Utgångspunkten för bestämning av temperaturtillstånd och därav förorsakade rörelser är den s. k. ekvivalenta utetemperaturen T_e en fiktiv utomhustemperatur som består av två komponenter — lufttemperaturen T_l och en strålningskomponent T_s. Jfr FIG. 1.

Såväl lufttemperaturen som strålningskomponenten varierar även med tidpunkten under året varför den ekvivalenta utetemperaturen kan indelas i en årsvarierande andel $T_{eå}$, som är lika med dygnsmedelvärdet och en därpå överlagrad dygnsperiodisk variation T_{ed} enligt uttrycket

$$T_e = T_l + T_s = T_{eå} + T_{ed}$$

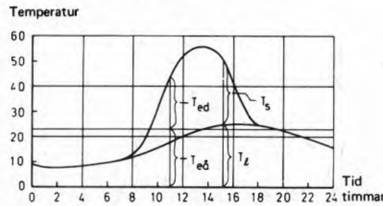


FIG. 1. Schematisk beskrivning av den ekvivalenta temperaturens sammansättning och dygnsvariation.

Inverkan på temperaturtillstånd och rörelse i en fasadskiva

Den ekvivalenta utetemperaturens variation ger upphov till variation av temperaturtillståndet i en fasadskiva — och i övriga delar av ytterväggen. Förhållandena illustreras i FIG. 2, som samtidigt anger *en första förenkling.* Väggen antas bestå av endast två skikt, fasadskiva och värmeisolering.

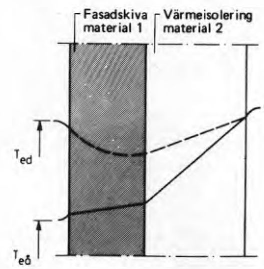


FIG. 2. Temperaturfördelning i vägg.
——— *Dygnsmedeltillstånd*
------ *Icke-stationär temperatursvängning kring medeltillståndet.*

Temperaturens dygnsmedelfördelning — den heldragna linjära fördelningen motsvarar det stationära tillstånd som uppträder då utetemperaturen är konstant och lika med $T_{eå}$ och invändig temperatur T_r — är konstant. Beräkningen av temperaturer vid fasadskivans ytter- och innerytor är elementär. Medelfördelningen överlagras av en dygnsperiodisk svängning, som alstras av den dygnsvarierande temperaturan-

Nyckelord:
fasadbeklädnad, fasadelement, skalmurar, temperaturrörelser, fogrörelser, infästningsbeslag

Rapport R60:1975 hänför sig till forskningsanslag C 835:2 från Statens råd för byggnadsforskning till Institutionen för byggnadsteknik, KTH, Stockholm.

UDK 69.022.3
536.4
624.042.5
SfB (21)
ISBN 91-540-2498-6

Sammanfattning av:

Nylund, P O, 1975, *Temperaturrörelser hos fasadskivor.* (Statens råd för byggnadsforskning.) Stockholm. Rapport R60:1975, 175 s., ill. 28 kr + moms.

Rapporten är skriven på svenska med svensk och engelsk sammanfattning.

Distribution:
Svensk Byggtjänst,
Box 1403, 111 84 Stockholm
Tfn 08-24 28 60
Grupp: konstruktion

delen T_{ed}, och schematiskt illustreras av den vid en viss tidpunkt fixerade, krökta, streckade kurvan i figuren. Denna dygnsperiodiska icke-stationära temperaturfördelning är svårare att bestämma.

Approximativt uttryck för den ekvivalenta utetemperaturens dygnsvariation

Som en *andra förenkling* har uppställts ett approximativt uttryck för den ekvivalenta utetemperaturens dygnsvarierande andel. Uttrycket består av endast två harmoniskt varierande termer med 24 resp. 12 timmars periodlängd. För en fasad med sydlig orientering kan det skrivas

$$T_{ed} = T_{24}^{max} \cdot \cos(15\,t - 180) + T_{12}^{max} \cdot \cos 30\,t \qquad (1)$$

där t anger tidpunkt på dygnet och T_{24}^{max} och T_{12}^{max} är amplituder för 24 resp. 12 timmarssvängningarna.

Förenklade uttryck för temperaturfördelning i en fasadskiva

Rörelsetillståndet av den linjära temperaturfördelningen (FIG. 2) fås enkelt om man känner till yttemperaturerna. Den icke-stationära temperaturfördelningen däremot utgörs av en summa av exponentialfunktioner som om de utvecklas analytiskt medför mycket komplicerade uttryck för samband mellan temperaturer och rörelser. Dock kan som visas i rapporten den krökta kurvformen med god approximation uttryckas av en andragradskurva mellan temperaturerna vid skivans ut- och insida. Med hjälp av denna *tredje förenkling* fås enkla samband mellan temperaturer och rörelser. Rörelserna kan även i detta fall uttryckas som funktioner av enbart temperaturerna vid fasadskivans yttre och inre begränsningsytor.

Temperaturförlopp vid en fasadskivas begränsningsytor

En påverkande harmonisk temperatursvängning ger i ett skikt på godtyckligt avstånd från fasadytan upphov till en likaledes harmonisk temperatursvängning. Denna är dock dämpad och fasförskjuten i förhållande till den påverkande svängningen. Temperaturförloppet T_y vid fasadskivans ytteryta kan analogt med det approximativa uttrycket för den ekvivalenta utetemperaturens dygnsförlopp skrivas

$$T_y = T_{24}^{max} \cdot r_{y,24} \cdot \cos(15\,t - 180 - v_{y,24}) + T_{12}^{max} \cdot r_{y,12} \cdot \cos(30\,t - v_{y,12}) \qquad (2)$$

där $r_{y,24}$, $v_{y,24}$, $r_{y,12}$ och $v_{y,12}$ är dämpningsfaktorer och fasförskjutningar vid ytterytan för 24 resp. 12 timmars periodlängd. För den inre yttemperaturen T_i gäller ett helt motsvarande uttryck.

Utgivare: Statens råd för byggnadsforskning

I rapporten har uppställts formler för beräkning av koefficienterna dämpning och fasförskjutning.

Systematisk bestämning av yttemperaturer och rörelser

Årsvarierande rörelser

Bestämningen sker enkelt med ledning av i rapporten angivna diagram och tabeller.

FIG. 3 visar årsvarierande *längdändring* i mittplanet av ett 8 cm tjockt och 5 m långt betongelement. Längdändringen u avser förskjutningen av elementkanten i förhållande till elementets mitt dvs. längdändring på 2 500 mm längd.

Den årsvarierande *böjdeformationen* är för väl värmeisolerade fasadskivor försumbar.

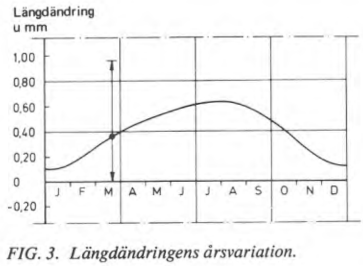


FIG. 3. Längdändringens årsvariation.

Dygnsvarierande rörelser

För önskad godtycklig tidpunkt under året bestäms koefficienterna T_{24}^{max} och T_{12}^{max} i det approximativa uttrycket (1) för ekvivalent utetemperatur.

Därefter beräknas koefficienter för fasförskjutning och dämpning. (För betong, kalksandsten och tegel kan de bestämmas direkt med ledning av i rapporten redovisade värden.) Därmed kan tidigare samband (2) för yttre yttemperatur T_y och motsvarande samband för inre yttemperatur T_i uttryckas numeriskt. De aktuella temperaturförloppen fås sedan genom insättning av några olika tidpunkter t under dygnet i dessa uttryck. I FIG. 4 redovisas resultatet av en sådan beräkning av temperaturförlopp för samma betongelement vars årsvarierande längdändring redovisats i FIG. 3. Bestämningen har gjorts för vårdagjämningen. Elementet har förutsatts vara orienterat mot söder.

Med kännedom om temperaturförloppen kan rörelserna beräknas enligt i rapporten angivna samband. I FIG. 5 anges dygnsvarierande *längdändring* av de i FIG. 4 visade temperaturförloppen. Denna längdändring har i FIG. 3 överlagrats till den årsvarierande längdändringen i form av vertikala pilar, som vid mars månad anger dygnsamplituden av längdändringen vid molnfri himmel.

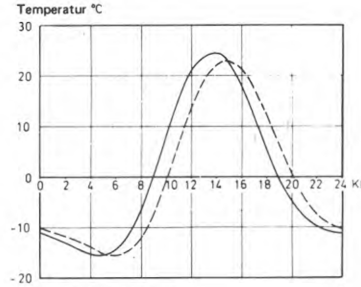


FIG. 4. Yttemperaturer.
——— *Ytteryta*
- - - - - *Inneryta.*

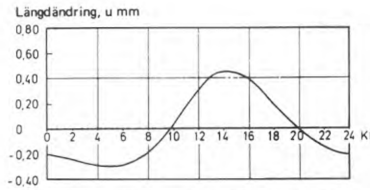


FIG. 5. Längdförskjutning i skivans mittplan.

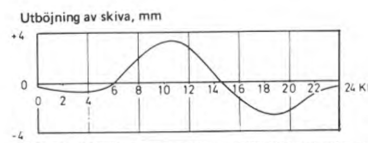


FIG. 6. Utböjning av skiva. Pilhöjd vid mitten av skivan.

I FIG. 6 anges den dygnsvarierande *böjdeformationen* av temperaturförlopp enligt FIG. 4. Böjdeformationen avser pilhöjd vid mitten av det 5 m långa fasadelementet. I uppvärmningsskedet buktar elementet utåt ca 3,5 mm och under eftermiddagens avsvalnande inåt ca 3 mm.

Beräkningsexempel

Den nyss angivna systematiska bestämningen illustreras med ett beräkningsexempel varifrån FIG. 3 t. o. m. 6 har återgivits. Bestämningen avser fria rörelser för en fasadskiva av betong vid klar himmel.

I ett annat exempel illustreras beräkning av delvis förhindrad rörelse och av krafter i infästningsbeslag för 1/2-stens skalmur av tegel. Resultatet anger att den delvis förhindrade dygnsvarierande böjdeformationen ger upphov till stora påfrestningar på murverkskramlorna.

Inverkan av molnighet

Bestämningen av temperaturer och rörelser har i det föregående relaterats till förhållanden vid klar himmel. För att möjliggöra beräkning av utmattningshållfasthet redovisas i slutet av rapporten bl. a. hur dygnsrörelsernas storlek varierar med molnigheten och hur denna varierar under ett normalår.

Thermal movements of facade panels

Per Olof Nylund

Swedish Building Research Summaries

R60:1975

In external walls with facade panels, the thermal insulation and vapour barrier separate the loadbearing frame from the facade panels and constitute a climatic barrier. As a consequence, there is differential movement between the panels and the frame. The facade panels are attached to the loadbearing frame by means of anchorages of different kinds, and the movement between the panels and the frame are to be taken up by these anchorages. Even if these are designed so as to impose the least possible restraint on the movement of the facade panels, it is inevitable that forces will be transmitted by the anchorages. The movements also give rise to variations in the width of the joints between facade panels and to mechanical stresses in the jointing compound, sealing strips, etc.

The rate of movement varies depending on its cause. In the case of concrete, for instance, there is a *long-term* moisture dependent shrinkage movement which extends from the time the concrete is poured to an equilibrium condition after a few years. There are also – and this also applies in the case of other materials – *seasonal* temperature and moisture dependent movements. In turn, *diurnal* temperature movements are superimposed on these.

Of these movements, the diurnal ones – which in this context can be considered to be highly repetitive – are of particular importance in regard to fatigue stresses in the anchorages and the joint sealing compound.

The report presents data necessary for manual engineering calculation of thermal movements unrestricted by anchorages etc.

Equivalent outside temperature

The starting point for determination of the state of temperature and the movements due to this is the equivalent outside temperature T_e, which is a fictive outdoor temperature consisting of an air temperature component T_l and a radiation component T_s. Summation of these is shown schematically in FIG. 1 which gives the variation over a day.

Both the air temperature and the radiation component also vary with the time of year, and the equivalent outdoor temperature can therefore be split up into a annual component T_{ea} which is equal to the diurnal mean temperature, and a superimposed diurnal variation T_{ed}, as given by the expression

$$T_e = T_l + T_s = T_{ea} + T_{ed}$$

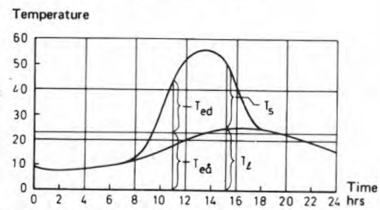


FIG. 1 Schematic illustration of the composition and diurnal variation of the equivalent outdoor temperature.

The effect on the state of temperature and movements in a facade panel

The variation of the equivalent outdoor temperature gives rise to a variation in the state of temperature in a facade panel, and in the other parts of the external wall. This is illustrated by FIG. 2 which also indicates a *first simplifying assumption.* The wall is assumed to comprise only two layers, the facade panel and the thermal insulation.

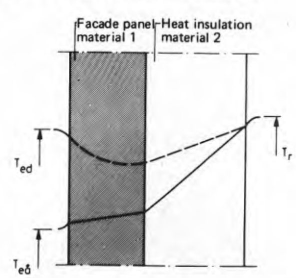


FIG. 2. Temperature distribution in a wall.
———— diurnal mean value
- - - - - - - - - transient temperature oscillation about the mean value

The diurnal mean distribution of temperature – the full line corresponds to the stationary state which occurs when the outside temperature is constant and equal to the outside temperature T_{ea}, and the inside temperature T_r – is constant. Calculation of the temperatures at the external and internal surfaces of the facade panel is an elementary process. A diurnal oscillation, which is generated by the diurnally varying temperature component T_{ed} and is illustrated

Key words:
cladding, facade panels, cavity walls, thermal movements, joint movements, anchorage

Report R60:1975 refers to research grant C 835:2 from the Swedish Council for Building Research to the Department of Building Technology at the Royal Institute of Technology, Stockholm.

UDC 69.022.3
536.4
624.042.5
SfB (21)
ISBN 91-540-2498-6

Summary of:
Nylund, P O, 1975, *Temperaturrörelser hos fasadskivor.* Thermal movements of facade panels. (Statens råd för byggnadsforskning.) Stockholm. Report R60:1975, 175 p., ill. Skr. 28.

The report is in Swedish with summaries in Swedish and English.

Distribution:
Svensk Byggtjänst,
Box 1403, S-111 84 Stockholm
Sweden

schematically in the figure by the discontinuous curve relating to a certain time, is superimposed on the mean distribution. This transient diurnal temperature distribution is more difficult to determine.

Approximate expression for the diurnal variation of the equivalent outdoor temperature

An approximate expression for the diurnally varying component of the equivalent outdoor temperature has been derived as the *second simplifying assumption.* This expression comprises only two harmonically varying terms with periods of 24 and 12 hours respectively. For a facade oriented towards the south, it can be written

$$T_{ed} = T_{24}^{max} \cdot \cos(15t - 180) + T_{12}^{max} \cdot \cos 30t \qquad (1)$$

where t is the time of day and T_{24}^{max} and T_{12}^{max} are the amplitudes of the 24-hour and 12-hour oscillations respectively.

Simplified expression for the temperature distribution in a facade panel

The state of movement due to the linear temperature distribution at the diurnal mean temperature (FIG. 2) can be determined easily if the surface temperatures are known. The transient temperature distribution on the other hand consists analytically of an aggregate of exponential functions which would entail very complex expressions for the relationships between temperatures and movements. However, as shown in the report, the curved line can be satisfactorily approximated by a second-degree curve between the temperatures at the outside and inside faces of the panel. With the aid of this *third simplifying assumption,* uncomplicated relationships are obtained between temperatures and movements. In this case also, the movements can be expressed merely as functions of the temperatures at the outside and inside boundary surfaces of the facade panel.

Temperature variation at the boundary surfaces of a facade panel

A harmonic temperature variation acting on the face of a panel generates temperature variation, which is also harmonic, in a layer at an arbitrary distance from the face of the panel. This is however damped and displaced in phase in relation to the influencing variation. Analogously with the approximate expression for the diurnal variation of the equivalent temperature, the temperature variation T_y at the external face of the facade panel can be written as

$$T_y = T_{24}^{max} \cdot r_{y,24} \cdot \cos(15t - 180 - v_{y,24}) + T_{12}^{max} \cdot r_{y,12} \cdot \cos(30t - v_{y,12}) \qquad (2)$$

where $r_{y,24}$, $v_{y,24}$, $r_{y,12}$ and $v_{y,12}$ are damping factors and phase displacements at the external face for periods of 24 and 12 hours respectively. For the temperature T_i at the inside face, the form of the expression is quite analogous.

Formulae have been constructed in the report for calculation of the damping and phase displacement coefficients.

Systematic determination of surface temperatures and movements

Seasonal movements

These movements are easily determined using the diagrams and tables in the report.

FIG. 3 shows the *seasonal change in length* over the centre plane of a precast panel 8 cm in thickness and 5 m in length. The change in length u refers to the displacement of the edge of the panel in relation to the centre of the panel, i. e. the extension over a distance of 2 500 mm.

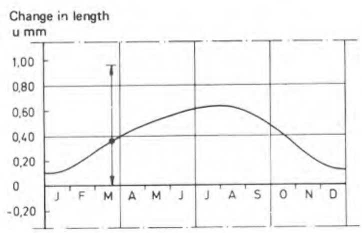


FIG. 3. Seasonal variation of the change in length

For facade panels with considerable thermal insulation, the seasonal *bending deformation* is small and can be omitted.

Diurnal movements

For a desired arbitrary time during the year, the coefficients T_{24}^{max} and T_{12}^{max} in the approximate expression (1) for the equivalent outside temperature are determined.

The coefficients for phase displacement and damping are then calculated. (In the case of concrete, lime-sandstone and brick they may be determined directly with the help of the values given in the report.) In this way, the expression (2) for the temperature T_y at the external face, and the corresponding expression for the temperature T_i at the internal face, can be given numerically. The actual temperature curves are then obtained by putting some different times t into these expressions. FIG. 4 shows the results of such a calculation of the temperature curve for the precast panel for which the seasonal change in length is given in FIG. 3. The determination is made for the vernal equinox, the panel being assumed to be facing south.

Once the temperature curves are known, the movements can be calculated using the relationships given in the report. FIG. 5 shows the diurnal *change in length* due to the temperature curves shown in FIG. 4. In FIG. 3, this change in length has been superimposed on the seasonal change in length in the form of vertical arrows which, for March, indicate the diurnal amplitude of the change in length for a cloudless sky.

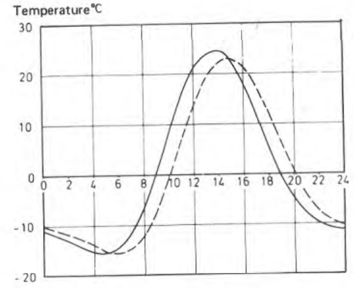


FIG. 4. Surface temperatures
——— *external face*
- - - - - *internal face*

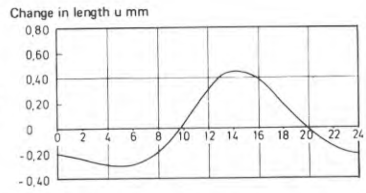


FIG. 5. Longitudinal displacement at the centre plane of a panel

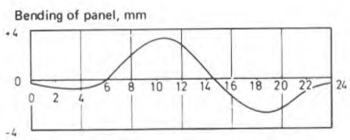


FIG. 6. Bending of panel. Height of arrow at centre of panel.

FIG. 6 shows the *bending deformation* of the 5 m long panel.

Worked example

The systematic determination described above is illustrated by a worked example from which FIGs 3–6 have been reproduced. The determination refers to the unobstructed movements of a facade panel of concrete when the sky is cloudless.

Another example illustrates calculation of partially restricted movement and of forces in the anchorages for a singleskin brick wall. The results show that the partially restricted diurnal bending deformation causes large stresses in the masonry ties.

The influence of cloudiness

In order to facilitate calculation of the fatigue strength, a section at the end of the report describes the way in which the magnitude of the diurnal movements varies with cloud cover, and the way in which this varies during a normal year.

Utgivare: Statens råd för byggnadsforskning

Rapport R60:1975

TEMPERATURRÖRELSER HOS FASADSKIVOR

av Per Olof Nylund

Denna rapport hänför sig till anslag C 835:2 från Statens råd för byggnadsforskning, till institutionen för byggnadsteknik, Kungl. tekniska högskolan, Stockholm

Redigering och layout:
Birgitta Andersson, institutionen för byggnadsteknik, KTH

Statens råd för byggnadsforskning, Stockholm
ISBN 91-540-2498-6

Denna rapport utgör meddelande nr 106 från institutionen för byggnadsteknik, Kungl. tekniska högskolan, Stockholm

LiberTryck Stockholm 1975

FÖRORD

Detta forskningsprojekt har till stor del finansierats genom anslag från Statens råd för byggnadsforskning till institutionen för byggnadsteknik, Kungl. tekniska högskolan. Rapporten behandlar årsperiodiska och dygnsperiodiska variationer av temperaturtillstånd hos fasadskivor och därmed sammanhängande rörelser och anger beräkningsmetoder för temperaturer och rörelser. Arbetet är sålunda ett led i den forskning rörande problem i samband med icke-stationära värmetillstånd som har central plats inom institutionens ämnesområde.

Min förhoppning är att beräkningsmetodiken skall få direkt praktisk tillämpning vid projektering och byggande av ytterväggar med fasadskivor.

Jag är mycket tacksam mot professor Ingemar Höglund för att ha givit mig impulsen till denna rapport och för hans ovärderliga stöd under arbetets genomförande. Jag har även haft förmånen att få föra givande diskussioner med andra forskare vid institutionen främst teknL Bertil Mattsson och civ.ing Waldis Girdo. Till alla nämnda och till övriga medarbetare vid institutionen för byggnadsteknik, KTH, vill jag rikta ett stort tack.

Slutligen tackar jag varmt min förutvarande chef professor Hilding Brosenius för hans uppmuntran och värdefulla stöd under mitt tidigare arbete vid institutionen.

Stockholm i oktober 1975

Per Olof Nylund

INNEHÅLL

BETECKNINGAR OCH BENÄMNINGAR

(Anpassade till Svensk Standard, SIS 01 60 11, SIS 01 61 46 och SIS 01 61 50.)

A_T	= hjälpvariabel = $\int_{-c}^{+c} T ds$ enligt definition i kapitel 1
a	= värmediffusivitet hos fasadskiva = $\frac{\lambda_1}{c_1 \cdot \rho_1}$, m^2/s
a	= absorptionskoefficient för kortvågig strålning
c	= specifik värmekapacitet, J/(kg·K)
c	= fasadskivans halva tjocklek, m
D	= värmeisoleringens tjocklek, m
d	= fasadskivans tjocklek, m
E	= elasticitetsmodul, Pa
I	= axiellt tröghetsmoment, m^4
I	= kortvågiga strålningens intensitet, W/m^2
ΣI	= total instrålning under ett dygn, Wh/m^2
M	= kraftmoment, Nm
m	= delvärmemotstånd, $m^2 \cdot K/W$
N	= kraft, N
r	= dämpning
S_T	= hjälpvariabel = $\int_{-c}^{+c} T \cdot s \cdot ds$
s	= avstånd från fasadskivans mittplan, m
T	= temperatur, ^oC
t	= tid, h
t_o	= periodlängd vid harmoniskt varierande temperatur, h
U	= förhållande mellan rörelser vid molnig resp. klar himmel
u	= längdförskjutning i fasadskivans y-riktning, m
v	= " " " z-riktning, m
v	= fasvinkel i rad eller ^{o}
w	= transversalförskjutning av fasadskivans mittplan, m

x	=	avstånd från fasadskivans ytteryta, m. Positiv riktning inåt
y, z	=	längddimensioner i fasadskivans plan, m
α	=	längdutvidgningskoefficient, K^{-1}
α	=	värmeövergångskoefficient, $W/(m^2 \cdot K)$
γ	=	$\sqrt{\frac{\pi}{t_o \cdot a}}$, 1/m (a = värmediffusiviteten hos fasadskivan)
κ	=	$\frac{\lambda_2}{\lambda_1 \, D \cdot \gamma}$, rad
λ	=	värmeledningsförmåga, $W/(m \cdot K)$
ν	=	kontraktionstal
ρ	=	skrymdensitet, kg/m^3
σ	=	normalspänning, Pa
τ	=	skjuvspänning, Pa
ω	=	vinkelhastighet, rad/h eller ^{o}/h

<u>Index</u>

d	=	dygnsvariation
e	=	ekvivalent
i	=	fasadskivans inneryta
j	=	jämn funktion
ℓ	=	luft i yttre omgivningen
r	=	luft i byggnadens inre
s	=	strålning
u	=	udda funktion
y	=	fasadskivans ytteryta
å	=	årsvariation
1	=	material 1 - fasadskiva
2	=	material 2 - värmeisolering

12	= periodlängden t_o = 12 timmar	
24	= " t_o = 24 "	
med	= medelvärde	
max	= maximivärde	
min	= minimivärde	

I förteckningen har inte medtagits tillfälliga beteckningar som endast används i korta "mellanled" vid härledningar som benämning för konstanter, funktioner etc.

Uttrycken temperaturberoende rörelser, och det kortare temperaturrörelser, är enligt författarens mening inkonsekventa. De är emellertid vedertagna benämningar med samma betydelse och har därför använts i rapporten, trots att benämningen värmeberoende rörelser - ev. förkortad till värmerörelser - vore att föredra.

1 BAKGRUND OCH MÅLSÄTTNING

1.1 UTVECKLING AV FASADBEKLÄDNADER AV STENMATERIAL

Ett behov av att ge byggnader ett tilltalande yttre har gjort att det under olika epoker ständigt varit aktuellt att utföra ytterväggar med en fasadbeklädnad av exklusivt material och bakomliggande vägg av enklare material.

Fasadbeklädnader för väggar av stenmaterial utfördes tidigare så att beklädnadsskivorna, som hade ansenlig tjocklek i förhållande till numera använda skivor, fästes i bruk mot bakomliggande vägg eller genom bakgjutning med betong. Exempel på denna teknik är den mångfald socklar av natursten som utförts med gott resultat.

Av en årsberättelse, Stockholms stads byggnadsnämnd (1948), framgår att man i början av 1930-talet i vårt land började utföra byggnader med mer omfattande fasadbeklädnader av tunna stenskivor - med tjocklekar av storleksordningen 3 cm och ibland mindre. Man var vid denna tidpunkt medveten om att det innebar risker att tillämpa den tidigare tekniken vid så tunna plattor. Stockholms stads byggnadsnämnd krävde därför kramling av beklädnaderna. Vid mitten och slutet av 1940-talet inträffade en del ras av sådana beklädnader som dessförinnan klarat sig under 10-15 år. Med anledning av rasen företogs 1948 på initiativ av byggnadsnämnden en översyn av skicket hos de i Stockholms stad uppförda fasadbeklädnaderna. I flera fall bestod bakomliggande vägg av betong med utvändig isolering av lättbetong. I andra fall av tegelmurverk eller betong med invändig värmeisolering.

Vid byggnader med ytterväggar av tegel och betong med invändig värmeisolering hade stenbeklädnaderna stått sig ganska bra. De svåraste skadefallen fanns vid byggnader med betongstomme och utvändig värmeisolering av lättbetong.

Huvudanledningen till skadorna ansågs i nämnda årsberättelse vara fuktansamling bakom beklädnaden och frostsprängning. Ur årsberättelsen citeras: "Det måste medgivas, att de anordningar som hittills vidtagits för att säkra dylika fasadbeklädnader av tunna stenskivor, även om de i och för sig äro aldrig så knepiga, icke tagit sikte på den verkan av frostsprängning inuti muren som av allt att döma innebär den farligaste och vanligaste riskanledningen."

Samtidigt och i samband med inventeringen av fasadbeklädnader i Stockholm bedrevs forsknings- och utvecklingsarbete vid Stenindustrins Forskningsinstitut. H Lindqvist (1975) och G Nyquist (1975) var verksamma i detta arbete. Vid laboratorieundersökningar bekräftades att frostsprängning medför risk för vidhäftningsbrott mellan beklädnadsskivor och underlag och risk för att beklädnaden lossnar om kramlingen är otillräcklig. Man fann dessutom att temperaturrörelser hos beklädnadsskivor i och för sig är tillräckliga för att förorsaka vidhäftningsbrott. Det bekräftades härvid att längdändring hos skivorna förorsakar brott men man fann att även böjdeformation på grund av varierande temperatur i tjockleksriktningen ger upphov till brott.

Erfarenheterna initierade en utveckling av fasadbeklädnadstekniken.

1.11 Fasadskivor av natursten

Den i Sverige - och sannolikt i världen - först utvecklade tekniken att utföra fasadbeklädnader med rörliga fasadskivor skapades av stenindustrin. Redan 1949 hade stenforskningen utgivit preliminära anvisningar om utförande av ventilerade beklädnader av natursten. De första tryckta anvisningarna kom tre år senare - Stenindustrins Forskningsinstitut (1952) och har följts av nya anvisningar 1968. I anvisningarna rekommenderas att fasadbeklädnaden utförs med en bakomliggande ventilerad luftspalt för att hindra inträngning av vatten till väggen innanför beklädnaden.

> Detta utförande markerar ett mycket tidigt och viktigt systematiskt steg över till en utformning av yttervägg enligt den så kallade tvåstegstätningsprincipen.

För skivornas infästning rekommenderas att de vid underkant vilar på två beslag som uppbär tyngden. Genom vertikala dubbar och motsvarande hål i över- och underkant hindras skivorna att röra sig utåt och lossna. Kramlingen medför att skivorna i princip är fritt rörliga. Fasaden indelas i fält som åtskiljs av rörelsefogar på var tredje meter. Rörelsefogarna tätas med fogmassa. Inom fälten sker tätningen med styvt bruk.

Dessa anvisningar har så småningom kommit att allmänt tillämpas. De stötte emellertid i början på motstånd på grund av att fasaderna blev komplicerade och dyra. Bland annat kom det att utföras en del fasader med kramling men utan rörelsefogar dvs. samtliga fogar tätades med styvt bruk. Vid sådana fasader inträffade ibland en typ av skador som på ett intressant sätt belyser en del av rörelseproblemen. Av arkitektoniska skäl föreskrevs ofta smala fogar mellan fasadskivorna vilket gjorde det svårt att fylla hela fogspalten med bruk. Resultatet blev gärna att endast en yttre del av fogen blev tätad. Längdökning av fasadskivorna eller krympning av stommen gav upphov till höga tryckspänningskoncentrationer i anslutning till dessa bruksfogar vilket ibland förorsakade spjälkningsbrott i skivornas ytterkant. De krafter i väggens plan som överförts genom fogarna och lett till spjälkningsbrott har dessförinnan rimligen medfört att stora krafter kan ha förts in till stommen via kramlorna. Krafter som dessa inte dimensionerats för. Nu höll kramlorna dess bättre och det uppstod genom brott i fogkanterna spontana rörelsefogar. Skadebilden kan ses som en praktisk demonstration av nödvändigheten av en konsekvent utformning med rörliga fasadskivor och mellanliggande fogar som kan ta upp rörelserna.

1.12 Fasadskivor av betong

Under 1950-talet kom en snabb utveckling av byggande med fasadelement av betong dels i form av enkelelement med exempelvis bakomliggande regelvägg och invändig tunn beklädnad och dels i form av sandwichelement där den inre skivan är bärande och ingår i stommen. Förankringen av fasadskivorna kom att utföras, och utförs i stor utsträckning fortfarande, enligt samma grundläggande principer som utvecklats och prövats för skivor av natursten.

> Utvecklingen av sandwichelement resulterade i vårt land i att betongskivorna numer oftast förenas med standardiserade infästningsbeslag i form av vertikala sicksackformade stegar. Utformningen av dessa innebär något annorlunda förutsättningar för fasadskivans rörelser i förhållande till stommen. Längdändringen i horisontalled är i stort sett oförhindrad medan den är delvis förhindrad i vertikalled. Böjdeformationen är närmast helt förhindrad i vertikalled och om "stegarna" är fler än två, vilket är det normala, även i horisontalled.

För enkelelement gäller att infästningen fortfarande sker enligt samma princip som utvecklades för naturstensfasader. Variationerna är många. Någon standard för infästningsbeslag finns ännu inte.

Tätningen av de yttre fogarna gjordes, och görs fortfarande i stor utsträckning, med fogmassa.

I och med att byggandet av ytterväggar med fasadelement av betong blev vanligare kom problemen med rörelser i ytterväggarna att ägnas stor uppmärksamhet. Skillnaden mellan dessa väggar och väggar med naturstensbeklädnad är, förutom att elementen är större och ger upphov till större rörelser, att bakomliggande vägg eller fogar i denna inte är täta gentemot inträngande luft eller vatten. Både i vårt land och utomlands inträffade nämligen ofta att den yttre tätningen av fogmassa ganska snart kollapsade, vilket ibland gav upphov till drag och slagregnsläckage genom ytterväggarna. De till en början använda fogmassorna hade stor krympning och hårdnade avsevärt och skulle troligen så småningom ha kollapsat även om fogrörelser inte hade existerat. För senare utvecklade material med obetydlig krympning och långvarigt bibehållen mjukhet är däremot fogrörelserna av väsentlig betydelse för fogtätningens "livslängd". Det finns välgrundad anledning att betrakta de dygnsperiodiska rörelserna som de farligaste när det gäller utmattningsbrott hos fogmassor.

Iakttagelserna av att fogtätningar kollapsade och orsakade skador fäste uppmärksamheten på rörelserna som ett väsentligt problem även när det gäller utformning av infästningsbeslag. Återigen får de dygnsperiodiska rörelserna en speciell betydelse ur utmattningssynpunkt.

1.13 Skalmurar

Ungefär samtidigt med utvecklingen av byggandet med fasadelement av betong skedde en utveckling av väggar med fasadskivor av 1/2-stens tegel och senare av kalksandsten. Eftersom skalmurens tyngd förs ned till sockeln kan kramlorna, som fordras endast för att stabilisera väggen, göras veka och fjädrande. I och med en del ras, av vilka de flesta inträffade under den stora höststormen 1969, blev rörelseproblemet för denna väggtyp på nytt aktuellt. Detta ledde till föreskrifter i Svensk Byggnorm rörande kramling och utformning av kramlor. Föreskrifterna går i korthet ut på att fjädrande kramlor kan användas endast för skalmurar med begränsat format. För större format skall kramlorna utformas med hänsyn till ökade rörelser. Detta har lett till att det numer finns ett antal varianter av tvådelade kramlor försedda med leder eller med glidmöjlighet parallellt med väggens plan. Rörelserna, och inte minst de dygnsperiodiska, har betydelse även vid dimensionering och utformning av skalmurar och kramlor i dessa.

1.2 UNDERSÖKNINGAR AV RÖRELSER

1.21 Fasadskivor av betong

De inträffade skador på fogtätningar och uppmärksammandet av problem på grund av rörelser initierade ett antal undersökningar i utlandet och även i vårt land. Internationellt togs problematiken upp bl.a. av CIB (Conseil International du Bâtiment) och ingår för närvarande i programmet och arbetsuppgifterna för arbetsgruppen CIB W-61.

Eftersom skadorna härförde sig till de yttre fogtätningarna var det naturligt att diskussioner och fältförsök koncentrerades till rörelser i de yttre fogarna. Ett antal fältförsök utfördes under 60-talet på färdiga fasader och bestod av registrering av variationer av fogbredden hos de yttre fogarna. Dessa rörelser är sammansatta dels av rörelser hos fasadelement och hos stomme och dels av infästningarnas deformationsegenskaper. Då närmare uppgifter och omständigheter rörande stomme och infästningar inte är kända och svårbedömda kan resultaten från dessa undersökningar knappast användas för generella kvantitativa bedömningar av rörelser.

Resultaten kan emellertid kvalitativt sett vara intressanta. I samband med en påbörjad inventering av fogmassefogar som gjordes vid institutionen för byggnadsteknik, KTH, i början på 60-talet, fick vi ta del av resultaten från pågående mätningar av fogbredder som utfördes av K A Andersson (1961) vid Skånska Cementgjuteriet i Malmö. Undersökningen bestod av att fogbredderna på ett kontorshus mättes vid olika tidpunkter. Mätningarna visade att fogbredden var större under sommaren än under vintern. Även om mätvärdena stördes av rörelser hos stommen etc. tydde de på att årsvarierande krympning/svällning motverkade och i det undersökta fallet dominerade över årsperiodisk temperaturrörelse, vilket var oväntat och intressant. På den tiden ansågs det nämligen inom fogmassebranschen, att en väsentlig anledning till att fogmassetätningar kollapsade var att de under vintern utsattes för en påtvingad töjning på grund av fasadelementens temperaturberoende längdminskning samtidigt som de av kylan blev hårda och spröda och obenägna att töjas. Undersökningen i Malmö visade ett omvänt förhållande. Den största töjningen uppträdde vid den undersökta byggnaden under sommaren då fogmassan lättare kan töjas och tydde alltså på ett väsentligt gynnsammare förhållande när det gäller fogmassetätningens deformation.

Sedan mitten av 1950-talet har det funnits ett behov av att få närmare kännedom om de dynamiska påfrestningarna på fogtätningar och infästningsbeslag. Det bedömdes därför vara lämpligt att vid institutionen som ett led i arbetet med fogar göra experimentella undersökningar av rörelserna. Av tidigare angivna skäl bedömdes det vara mindre lämpligt att studera variationer av fogbredder i fasader där rörelserna påverkas av stommens rörelser och av oklara förhållanden för kraftöverföring via fasadskivornas infästningsbeslag. I stället valdes att studera oförhindrade rörelser hos fasadelement som genom speciella åtgärder givits fri rörelsemöjlighet. Två sådana undersökningar gjordes 1962 och 1963 varvid rörelser och temperaturer registrerades under mätperioder av drygt ett år vid vardera undersökningen. En del av resultaten redovisades i en rapport (Nylund, 1967) till ett CIB-symposium i Oslo detta år och i senare uppsats (1968).

Den första gjordes på ett fasadelement i Göteborg och avsåg enbart längdändring. I FIG. 1.1 redovisas det vid denna undersökning funna totala rörelsemönstret. Undersökningen avsåg registrering av längdändring hos ett ca 5 m långt fasadelement av betong. Längdtillståndet registrerades kontinuerligt under ett år. De vertikala linjerna i diagrammet anger längdändringens dygnsvariation. Längdökning anges uppåt i diagrammet.

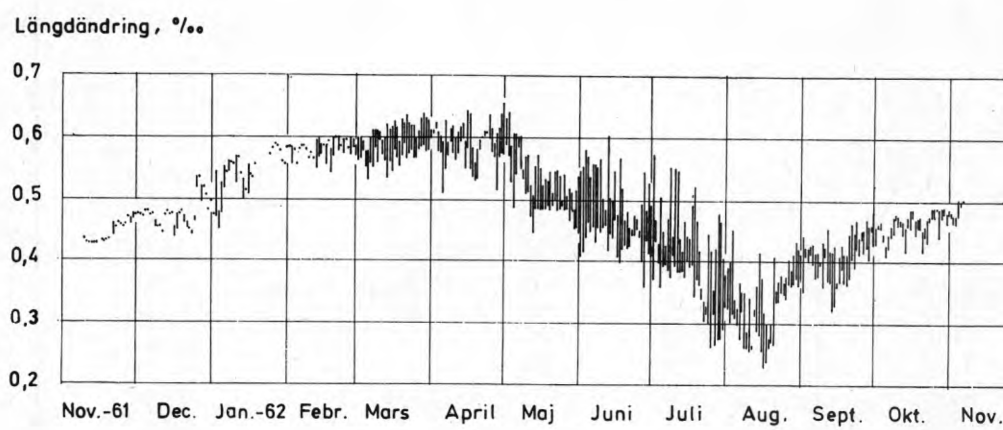


FIG. 1.1. Längdändring hos ett fritt rörligt fasadelement av betong.

Av figuren framgår att fasadelementet under den varmaste delen av året hade sin minsta längd. Krympning/svällningsrörelsen dominerade över temperaturrörelsen. Det beror troligen på en "onormal" väggutformning och användning av byggnaden, som är en hall för tillverkning av ånghärdade betongelement. Fasadskivorna är på insidan försedda med värmeisolering av träullsplattor utan inre ångspärr. Under sommartid hålls byggnaden öppen och väl ventilerad genom stora portar, vilket medför goda uttorkningsförhållanden. Under vintern hålls byggnaden stängd. Fukttillförseln vid betonggjutning och ånghärdning i kombination med avsaknad av inre ångspärr medför då att fuktinnehållet i fasadskivorna sannolikt blir mycket stort. Byggnadens användning medför således förutsättningar för en mycket stor variation av årsvarierande krympning/svällning. Bilden av det totala rörelsemönstret i FIG. 1.1 är på så sätt inte representativ för normala förhållanden vid uppvärmda byggnader.

Den andra undersökningen gjordes i ett provhus i Stockholm där förutom längdändring även böjdeformation och variation av fasadskivans fuktinnehåll mättes. I FIG. 1.2 redovisas längdändringen av fasadelementet. Den heldragna kurvan anger fuktberoende rörelser dvs. summan av långtidsberoende krympning och årsvarierande krympning/svällning. (Den långtidsberoende andelen är inte märkbar i diagrammet vilket kan förklaras av att en stor del av krympningen skett redan vid undersökningens början.) Kurvan anger månadsmedelvärden i sex mätsnitt, tre horisontella och tre vertikala. Fasadelementet hade en tjocklek av 80 mm. Den streckade kurvan anger summan av fuktberoende rörelse och årsvarierande temperaturrörelse. De naturliga rörelseförloppen rycktes sönder genom vattenbegjutning under ett par heta sommardagar. (Avsikten med denna bevattning var att få elementet att anta en maximal längd genom kombination av hög temperatur och hög fuktighet av - konstgjort - slagregn.)

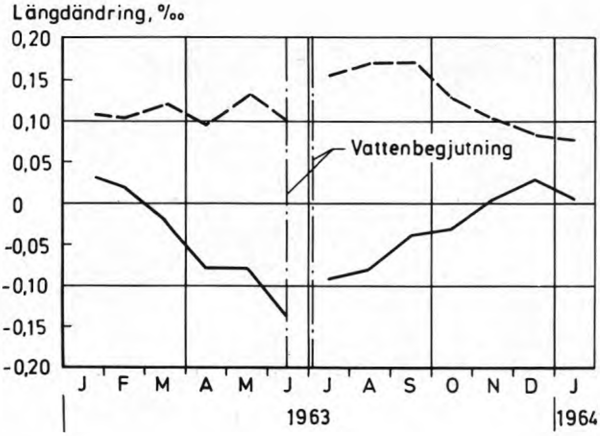


FIG. 1.2. Längdändring av fasadelement av betong.

——————— Fuktberoende rörelse

--------- d:o plus årsperiodisk temperaturrörelse.

Resultaten från fältundersökningarna visar att årsvarierande längdändringar av krympning/svällning och temperaturrörelse har sinsemellen motriktade rörelseförlopp, som i stor utsträckning neutraliserar varandra. Detta gäller för klimat som Sveriges och då relativa luftfuktigheten och lufttemperaturen varierar i ungefärlig överensstämmelse med normalårsvariationen. Förhållandet kan bekräftas genom beräkning av årsperiodisk krympning/svällning baserad på de resultat av experimentella och teoretiska studier av krympning som finns redovisade i betongteknisk litteratur.

Man kan således göra följande konstaterande.

> *För fasadelement av betong är årsvarierande längdändringar av krympning/svällning och av temperatur i stort sett motriktade och lika stora. Detta gäller för normalårsvariation av temperatur och relativ fuktighet i icke-maritima eller icke-tropiska klimat.*

Vid maritima och tropiska klimat då temperatur och luftfuktighet samtidigt uppvisar höga värden eller vid stora avvikelser från normalårsvariationen blir förhållandena annorlunda. Detta kan också bli fallet vid speciell utformning av väggar eller användning av byggnader.

Något tillfredsställande och samlat underlag för beräkning av rörelser i ytterväggar med fasadelement av betong har ännu inte framkommit. Vidare kan konstateras att de undersökningar som gjorts på annat håll i dominerande omfattning avsett breddvariationer hos fogar och i någon mån längdändring av fasadelementen. Böjdeformaformationerna har, såvitt jag vet, över huvud taget inte undersökts.

1.22 Skalmurar

Rörelser hos fasadskal av murverk är, om kramlingen är rätt utförd, i varje fall i vertikalled oberoende av stommens rörelser. Undersökningar av rörelser hos skalmurar har redovisats av Nevander (1961) och på senare tid av Bergquist (1970, 1975a och b). Bergquists undersökningar som avsett 1/2-stens skalmurar av tegel och kalksandsten har bl.a. omfattat kontinuerlig registrering av vertikala rörelser i förhållande till stommen samt av temperaturer vid ytteryta och i skalets mitt. Undersökningarna har lett till att storlek av dygnsperiodisk och årsperiodisk längdändring kunnat redovisas. Bland resultaten kan nämnas att även för skalmurar gäller att årsperiodiska längdändringar av temperatur och fuktberoende krympning/svällning delvis upphäver varandra. Som exempel återges ur Bergquist (1975a) årsvarierande vertikalrörelse för en 10,6 m hög skalmur med ungefär sydlig orientering. (FIG. 1.3.) Den heldragna kurvan anger lägsta uppmätta nivå för varje månad under den undersökta perioden. Den streckade kurvan anger motsvarande, med utgångspunkt från uppmätt temperatur, beräknade värde.

Undersökningar av rörelser för skalmurar har av naturliga skäl inte avsett böjdeformation eftersom denna på grund av kramlor är helt förhindrad.

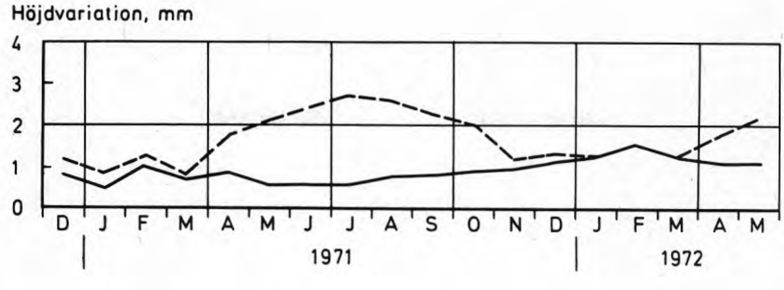


FIG. 1.3. Årsvarierande vertikalrörelse hos 1/2-stens skalmur, Bergquist (1975a).

———— *Lägsta uppmätta värde för varje månad*

- - - - - *" beräknade " " " "*

1.3 MÅLET FÖR FORSKNINGSPROJEKTET

Målet för det vid institutionen bedrivna arbetet med rörelser i ytterväggar har varit att skapa ett allmängiltigt underlag för ingenjörsmässigt hanterlig bestämning av rörelser i fasader med förhållandevis tunga fasadskivor som t.ex. tegel och betong. Syftet har hela tiden varit att rörelserna skall kunna beräknas manuellt. Av skäl som redovisats här ovan bedömdes det vara lämpligt att utgå från en kartläggning av fria oförhindrade rörelser och att betrakta dessa som beräkningsförutsättningar. Sedan de av varandra oberoende rörelserna är kända kan de för varierande utformning av infästningsbeslag sammansättas till rörelsemönster för inbördes och delvis förhindrad rörelse. Vid en sådan dimensionering av rörelser är det naturligt att utgå från långtidsberoende rörelser och att till dessa överlagra de årsperiodiska rörelserna samt att därefter överlagra de dygnsperiodiska rörelserna. Gränserna mellan etapperna i dimensioneringen kommer på så sätt att motsvara hastigheten hos rörelseandelarna.

I den tidigare nämnda uppsatsen (Nylund, 1968) behandlades rörelser hos fasadelement av betong. Förutom vissa resultat från fältundersökningarna angavs rörelsemönster och storlek av långtidsoch årsvarierande krympningsrörelser samt av årsvarierande temperaturrörelser. Den dygnsperiodiska längdändringen belystes endast genom redovisning av enstaka mätvärden från en av fältundersökningarna medan den dygnsperiodiska böjdeformationen inte alls behandlades. Uppsatsen var med andra ord mest ofullständig när det gällde de dygnsperiodiska rörelserna. Det tidigare arbetet med rörelser hos fasader hade avbrutits 1965 men återupptogs 1970. Det var då naturligt att i första hand kartlägga dygnsperiodiska rörelser.

1.31 Målet för denna skrift - temperaturrörelser

De dygnsperiodiska rörelserna intar en särställning med tanke på utmattningspåfrestningar på fogtätningar och infästningsbeslag. De representerar de i sammanhanget högfrekventa rörelserna. De har vidare, med tanke på att årsvarierande temperaturrörelser och krympning/svällningsrörelser normalt i stor utsträckning neutraliserar varandra, en i sammanhanget ansenlig amplitud.

Tidigare nämndes att gränserna mellan etapper vid en dimensionering av rörelser i form av successiv överlagring av rörelseandelar på ett naturligt sätt kommer att motsvara hastigheten hos de olika rörelseandelarna. När det däremot gäller att skapa underlag för en sådan dimensionering finns en annan och självklar gräns mellan olika undersökningsled som betingas av orsakerna till rörelserna. Fuktrörelser analyseras för sig och temperaturrörelser för sig.

Vid analys av dygnsperiodiska temperaturrörelser är det naturligt att med utgångspunkt från den totala temperaturvariationen göra en indelning i årsvarierande och dygnsvarierande temperaturvariationer. Av detta skäl har den teoretiska undersökningen av dygnsperiodiska rörelser, som är det egentliga målet i denna skrift, på ett ofrånkomligt sätt kommit att åtföljas av en parallell undersökning av årsvarierande temperaturrörelser.

Syftet har som nämnts varit att ange underlag för ingenjörsmässig manuell beräkning. Eftersom en exakt bestämning av dygnsperiodiska icke-stationära temperaturtillstånd är komplicerad kan detta mål nås endast via ett antal förenklingar.

Som en första förenkling anses de aktuella väggtyperna kunna representeras av en vägg bestående av två skikt - en fasadskiva och en angränsande värmeisolering av högisolerande material.

Förenklingen motiveras av att temperaturförhållanden i fasadskivan endast obetydligt påverkas av de variationer av invändig beklädnad som förekommer. Även om den "invändiga beklädnaden" utgörs av en betongskiva, som vid sandwichelement av betong, blir denna inverkan obetydlig vid väl värmeisolerade väggar.

1.311 Kort beskrivning av undersökningen

I det närmast följande avsnittet, kapitel 2, redovisas en översiktsbild av komponenterna i den totala rörelseproblematiken. I det därefter följande avsnittet, kapitel 3, anges generella samband mellan en godtycklig temperaturfördelning i en skivas tjockleksriktning och tillhörande deformations- och spänningstillstånd. Därefter följer i kapitel 4 en översiktlig beskrivning av stationära och icke-stationära tillstånd och av förutsättningarna för att bestämma dessa tillstånd. De årsperiodiska variationerna kan beräknas som stationära tillstånd medan de dygnsperiodiska kräver beräkning för icke-stationära tillstånd. I kapitel 5 analyseras yttre temperaturpåverkan och uppdelas i en årsperiodisk och en dygnsperiodisk variation. Som ett förenklande steg mot manuell beräkning anges vidare en metod att uttrycka den dygnsperiodiska variationen med endast två trigonometriska termer. Uttrycken för temperaturfördelning av den nyss nämnda variationen kombineras i kapitel 6 med de i kapitel 3 angivna sambanden mellan temperaturfördelning och rörelser till uttryck för årsvarierande rörelser. Därmed återstår att uppställa motsvarande uttryck för de dygnsperiodiska rörelserna.

I kapitel 7 har härletts en grundläggande termodynamisk funktion för den undersökta tvåskiktsväggen. En analys av temperaturfördelningen i skivans tjockleksriktning visar att den approximativt kan uttryckas som en enkel funktion av temperaturer vid ytter- och innerytan. Tilllämpning av denna funktion på uttryck för rörelser enligt kapitel 3 ger enkla uttryck för dygnsperiodisk längdändring och böjning.

Som en uppsamling av de i kapitel 1 t.o.m. 7 väsentliga delarna för beräkning av rörelser anges i kapitel 8 huvuddragen i en systematisk beräkningsgång som parallellt illustreras med ett beräkningsexempel för fasadelement av betong. Kapitlet avslutas med ytterligare ett exempel som avser bestämning av dygnsperiodisk böjning av 1/2-stens tegelskal och av drag och tryckkrafter i kramlor då denna böjning förhindras.

I kapitel 9 redogörs för molnighetens inverkan på rörelsernas storlek. Redogörelsen utmynnar i en metod för bestämning av utmattningsrörelser vid normalårsvariation av molnigheten.

2 ALLMÄN BESKRIVNING AV RÖRELSER I YTTERVÄGGAR MED FASADSKIVOR

I ytterväggar med fasadskivor vid uppvärmda byggnader avskärmas fasadskivorna och stommen klimatiskt från varandra av mellanliggande värmeisolering och ångspärr. Detta ger upphov till skilda rörelser hos fasadskivor och stomme. För att hålla fasadskivorna på plats förankras de till stommen med infästningsbeslag av skiftande utförande. Ofta utformas dessa beslag så att fasadskivornas egenrörelse skall förhindras så lite som möjligt.

> Detta innebär att rörelser t.ex. variationer av bredden hos en fog mellan två angränsande fasadelement är sammansatt av längdändring hos både element och stomme (en längdökning av elementen är, för variationen av fogbredden, likvärdig med en lika stor längdminskning hos motsvarande del av stommen).

De inbördes rörelserna mellan fasadelement och stomme skall tas upp av infästningsbeslagen. Även om dessa utformats för att fasadskivans rörelse skall hindras så lite som möjligt är det ofrånkomligt att krafter överförs genom beslagen och kan ge upphov till deformationer hos såväl beslag som fasadskivor.

> Som exempel antas en fasadskiva vara infästad nära ändarna i punkter som är belägna ett stycke innanför skivan. Vid längdökning uppträder på grund av infästningsbeslagens styvhet ett tryckspänningstillstånd och ett böjspänningstillstånd i skivan. Även om tryckspänningarna är för obetydliga för att nämnvärt förhindra längdändringen kan böjspänningarna vara tillräckliga för att skivan skall bukta ut vid mitten.

Det totala rörelsemönstret är således komplicerat och beror förutom av rörelser hos fasadskivor och stomme även av utformning och styvhet hos infästningsbeslag. Man kan illustrera detta med en schematisk modell i vilken de sammansatta rörelserna betraktas som summan av ett antal rörelseandelar. FIG. 2.1.

För fullständighetens skull antas både stomme och fasadskivor bestå av betong. Anledningen är att betong uppvisar ett fullständigare omfång av rörelsekomponenter - krympning, svällning, krypning - än många andra material.

Tablåns huvudkolumner anger att rörelser hos fogar är sammansatta av rörelser i de tre systemen: fasadskivor, stomme och mellanliggande/sammankopplande infästningsbeslag.

De inre kolumnerna illustrerar att rörelserna hos fasadskivor och stomme geometriskt kan indelas i längdändring och böjning.

I horisontalled är tablån ordnad efter orsaker till rörelserna, dvs. krympning, krypning, krympning/svällning etc. Detta medger samtidigt en naturlig gruppering med avseende på rörelsernas hastighet i långtidsberoende -, årsperiodiska -, dygnsperiodiska - samt momentana rörelser.

I tabellen har angivits schematiska tidsförlopp. Härvid förutsätts att byggnaden är uppvärmd och att fasadelementen har gjutits med fasadytan nedåt i formen. (Det senare har betydelse för formen hos kurvor för långtids- och årsperiodisk böjning på grund av krympningsrörelser.) Med utgångspunkt från modellen i tablån kan de olika rörelseandelarna - då dessa är kända - sammansättas till ett totalt rörelsemönster.

Ämnesområdet i denna rapport - temperatur- eller värmerörelser hos fasadskivor - markeras i översiktsbilden av de med tjockt streck inramade rutorna.

I de närmaste avsnitten 2.1 t.o.m. 2.5 redovisas några betydelsefulla principiella huvuddrag i den bild av rörelseproblematiken som illustreras av tablån, FIG. 2.1. Kommentarerna anknyter till fasadskivorna vars rörelsemönster är mer komplicerat än stommens men gäller i princip även för denna.

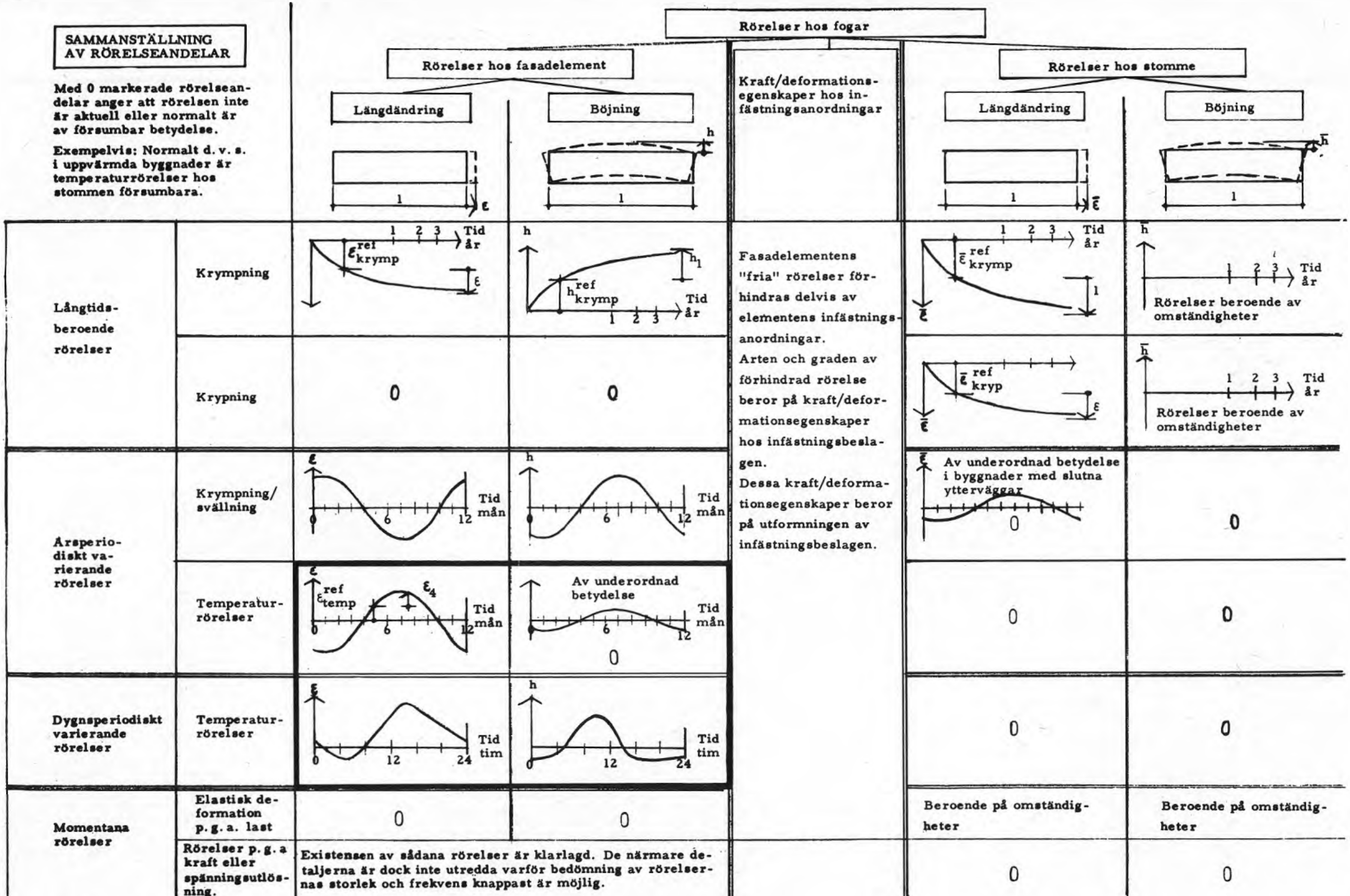

SAMMANSTÄLLNING AV RÖRELSEANDELAR
Med 0 markerade rörelseandelar anger att rörelsen inte är aktuell eller normalt är av försumbar betydelse.
Exempelvis: Normalt d. v. s. i uppvärmda byggnader är temperaturrörelser hos stommen försumbara.
Rörelser hos fogar
Rörelser hos fasadelement
Längdändring
Böjning
Kraft/deformationsegenskaper hos infästningsanordningar
Rörelser hos stomme
Längdändring
Böjning
Långtidsberoende rörelser
Krympning
Krypning
Årsperiodiskt varierande rörelser
Krympning/svällning
Temperaturrörelser
Dygnsperiodiskt varierande rörelser
Temperaturrörelser
Momentana rörelser
Elastisk deformation p.g.a. last
Rörelser p.g.a kraft eller spänningsutlösning.
Tid år
Tid mån
Tid tim
Av underordnad betydelse
Fasadelementens "fria" rörelser förhindras delvis av elementens infästningsanordningar.
Arten och graden av förhindrad rörelse beror på kraft/deformationsegenskaper hos infästningsbeslagen.
Dessa kraft/deformationsegenskaper beror på utformningen av infästningsbeslagen.
Rörelser beroende av omständigheter
Av underordnad betydelse i byggnader med slutna ytterväggar
Beroende på omständigheter
Existensen av sådana rörelser är klarlagd. De närmare detaljerna är dock inte utredda varför bedömning av rörelsernas storlek och frekvens knappast är möjlig.

FIG. 2.1.

2.1 RÖRELSE I FÖRHÅLLANDE TILL REFERENSTILLSTÅND

Bestämning av en rörelses storlek innebär bestämning av skillnaden mellan två deformationstillstånd varav ett kan karakteriseras som referenstillstånd. Detta kan vara ett fiktivt tillstånd som endast utgör en referenspunkt eller nollpunkt för att ange storlek av rörelser och spänningar. Å andra sidan kan referenstillståndet ges en verklighetsförankrad innebörd och väljas med tanke på avsikten med bestämning av rörelserna. Om man t.ex. vill studera spänningstillståndet hos en fasadskivas infästningsanordning kan referenstillståndet väljas att motsvara de förhållanden som råder vid tidpunkten för skivans montering.

2.2 SAMVARIATIONEN DEFORMATIONSTILLSTÅND - SPÄNNINGSTILLSTÅND

För fasadskivorna gäller att de rörelseorsakande faktorerna, fuktförhållanden och temperatur, i regel har en i elementets tjockleksriktning icke-linjär fördelning. Detta medför att till varje deformationstillstånd hör ett inre spänningstillstånd och att till varje rörelse dvs. förändring av deformationstillstånd hör en förändring av inre spänningstillstånd. Även om ett fasadelement har helt oförhindrad rörelsemöjlighet är deformationen av inre massenheter i elementet inte spänningsfri.

Samband mellan förändringar av rörelseorsakande faktorer och därav uppträdande rörelser och inre spänningar belyses något närmare i samband med en översiktlig redogörelse för stationära och icke-stationära tillstånd i kapitel 4.

2.3 FUKTBEROENDE RÖRELSER

De fuktberoende rörelserna hos betong utgörs av dess krympningsrörelser.

Vid analys av krympningsrörelserna är det lämpligt att -

som i FIG. 2.1 - betrakta rörelserna som summan av en långsamt avtagande krympning från tidpunkten för gjutningen och en årsperiodiskt varierande krympning/svällning. Denna uppdelning har två fördelar. Dels underlättas studier av rörelser hos betong genom att de två rörelseandelarna kan undersökas var för sig. Dels kan den i tablån angivna modellen tillämpas även för andra hygroskopiska fasadmaterial, t.ex. tegel, där den långtidsberoende rörelsen saknas men den årsvarierande krympningen/svällningen förekommer.

2.4 TEMPERATURRÖRELSER

Temperaturrörelser kan i enlighet med FIG. 2.1 lämpligen uppfattas som summan av årsperiodiskt och dygnsperiodiskt varierande rörelser. Av systematiska skäl är det en fördel att betrakta de snabba dygnsvarierande rörelserna som överlagrade de långsamma årsvarierande rörelserna.

2.5 MOMENTANA RÖRELSER AV KRAFT- ELLER SPÄNNINGSUTLÖSNING

Dessa rörelser kan uppfattas som diskontinuerliga språng i ett totalt rörelseförlopp. Existensen av sådana rörelser framgick av de undersökningsresultat som legat till grund för FIG. 1.1. Även om det sannolikt är närmast omöjligt, och kanske inte nödvändigt, att klarlägga storleken av dessa rörelser har de tagits med i tablån. Inte bara för fullständighetens skull utan även för att notera förekomsten av en typ av rörelser som exempelvis för fogmassor med plastiska egenskaper kanske kan innebära en allvarlig dynamisk påfrestning. Dessa rörelser kommer inte att behandlas i fortsättningen. Det kan därför här vara motiverat med en förklaring till deras uppkomst.

Tidigare konstaterades, för en fritt rörlig fasadskiva, att varje deformationstillstånd är sammankopplat med ett inre spänningstillstånd. Detta förhållande kan utvidgas till att omfatta ett yttre av omgivningen förorsakat kraftangrepp motsvarande den delvis förhindrade rörelse som uppträder på grund av fasadskivans koppling till stommen. Till varje deformationstillstånd hos fasadskivan kommer att höra ett inre spänningstillstånd i skivan samt ett yttre kraftangrepp från infästningsbeslag och fogtätningsanordningar. Om det yttre kraftangreppet t.ex. åstadkommes av infästningsbeslag vars deformation sker medelst glidfriktion inses lätt existensen av momentana rörelser på grund av kraft- eller spänningsutlösning.

3 RÖRELSER HOS EN FRI SKIVA VID TEMPERATURVARIATION ENDAST I TJOCKLEKSRIKTNINGEN

Som en grundläggande utgångspunkt för diskussion och beräkning av temperaturrörelser skall i detta avsnitt anges analytiska samband mellan en godtycklig temperaturfördelning i tjockleksriktningen och tillhörande deformations- och spänningstillstånd. Analytiska samband för temperaturspänningar har angivits av Timoshenko & Goodier (1951) och för spänningar och deformationer av Boley & Weiner (1960) samt av Gertis (1973). Nedan anges de väsentliga analytiska sambanden och härledningarna som behövs för den fortsatta redogörelsen på ett för ändamålet anpassat sätt.

Vi betraktar en fritt rörlig skiva, FIG. 3.1, vars utsträckning i yz-planet är avsevärt större än tjockleken 2c så att skivans randområden och störningar från dessa kan försummas vid undersökning av förhållanden i skivan i övrigt. Förskjutningar i skivans y- och z-riktning betecknas u och v. Utböjning av skivans mittplan i s-axelns riktning betecknas w.

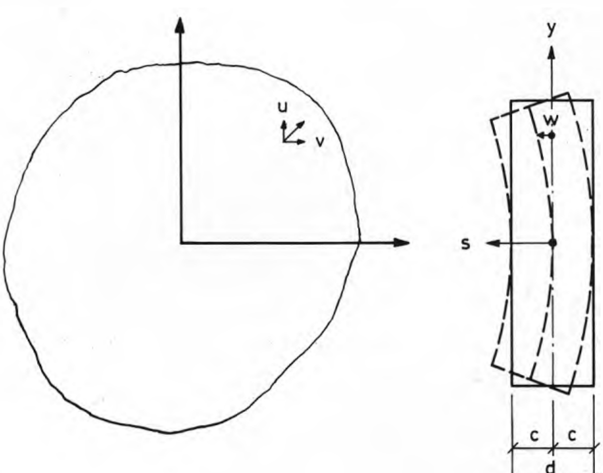


FIG. 3.1. Skiva med godtycklig planform och liten tjocklek i förhållande till utsträckningen i plan.

Tidigare har i 2.1 en rörelse definierats som skillnaden mellan två deformationstillstånd där det ena utgör referenstillstånd. Vi antar i den närmaste redogörelsen att referenstillståndet består i att skivan är plan och fri från inre spänningar samt att temperaturen är konstant och lika hög - för enkelhets skull noll grader - i alla delar av skivan. Därefter ändras temperaturen till en godtycklig variation T = T(s) i skivans tjockleksriktning. Temperaturändringen illustreras i FIG. 3.2a i form av en temperaturhöjning. Förändringen är likadan över skivan dvs. oberoende av y och z.

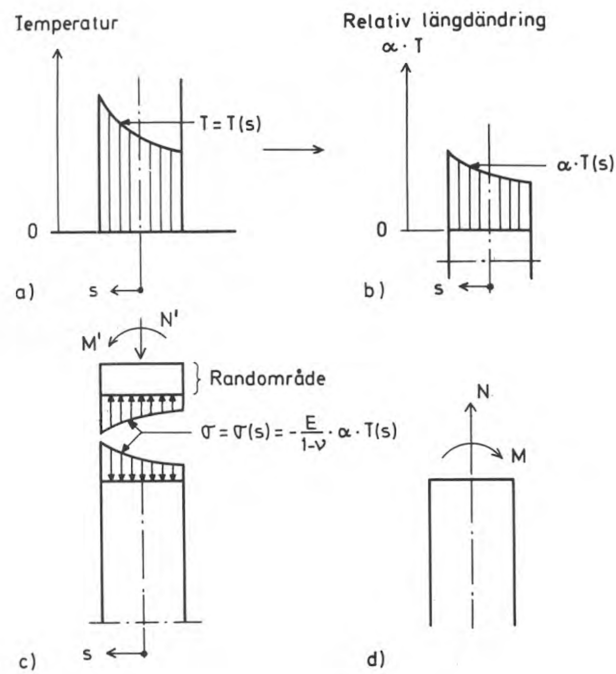


FIG. 3.2. Temperaturrörelser hos en fritt rörlig skiva är analoga med rörelser hos en skiva påverkad av normalkraft och moment utmed skivans ränder.

Om skivan för ett ögonblick betraktas som sammansatt av ett antal parallella - och fritt rörliga - skikt ger temperaturhöjningen upphov till en varierande relativ längdökning $\alpha \cdot T$ hos skikten. FIG. 3.2b. Längdändringen hos varje skikt kan elimineras genom påförandet av en tryckspänning vid skivans ränder. Den sammansatta skivans deformation kan således helt förhindras genom att tillföra ett plant spänningstillstånd från ränderna.

Ett plant spänningstillstånd med lika stora spänningar $\sigma_y = \sigma_z = \sigma$ i y- och z-riktningarna ger upphov till töjningen $\varepsilon_y = \varepsilon_z = \varepsilon$ enligt

$$\varepsilon = \frac{1-\nu}{E} \cdot \sigma \tag{3.1}$$

Villkoret för helt förhindrad rörelse är att $\varepsilon = -\alpha T$ vilket ger

$$\sigma = -\frac{E}{1-\nu} \cdot \alpha \cdot T \tag{3.2}$$

där $\sigma = \sigma(s)$. Minustecknet anger att rörelsen på grund av - i detta fall - temperaturhöjning elimineras genom ett påfört tryckspänningstillstånd.

Skivans rörelse vinkelrätt mot yz-planet är oförhindrad varför normalspänningen i s-riktningen blir noll. Det plana spänningstillståndet är vidare oberoende av y- och z-koordinaterna vilket gör att även skjuvspänningarna - bortsett från vid skivans randområden - blir noll.
Således gäller

$$\sigma_s = \tau_{sy} = \tau_{sz} = \tau_{zy} = 0$$

Det applicerade spänningstillståndet kan åstadkommas av en fiktiv fasthållningsanordning som från omgivningen överför en normalkraft N' och ett moment M' till skivans ränder. FIG. 3.2c. För randområdets jämvikt gäller

$$N' = \int_{-c}^{+c} \sigma \cdot ds = -\frac{E}{1-\nu} \cdot \alpha \cdot \int_{-c}^{+c} T\, ds = -\frac{E}{1-\nu} \cdot \alpha \cdot A_T \tag{3.3a}$$

$$M' = \int_{-c}^{+c} \sigma \cdot s\, ds = -\frac{E}{1-\nu} \cdot \alpha \cdot \int_{-c}^{+c} T \cdot s\, ds = -\frac{E}{1-\nu} \cdot \alpha \cdot S_T \tag{3.3b}$$

där $A_T = \int_{-c}^{+c} T\,ds$ (3.4a)

och $S_T = \int_{-c}^{+c} T \cdot s\,ds$ (3.4b)

(Uttrycken A_T och S_T motsvarar area resp. statiskt moment av den skrafferade ytan under temperaturkurvan $T = T(s)$ i FIG. 3.2a.)

Genom att tillföra en normalkraft $N = -N'$ och ett moment $M = -M'$ till randområdet - FIG. 3.2d - upphävs inverkan av den tänkta fasthållningsanordningen och skivan blir fritt rörlig. De sökta temperaturrörelserna fås således som de rörelser som uppträder på grund av normalkraften N och momentet M. Dessa krafter ger upphov till ett plant spänningstillstånd i skivan som - bortsett från randområdet - fås enligt följande uttryck

$$\sigma = \frac{N}{2c} + \frac{3s}{2c^3} \cdot M \tag{3.5}$$

Detta spänningstillstånd ger upphov till töjningar som enligt (3.1) blir

$$\varepsilon = \frac{1-\nu}{E} \cdot \{\frac{N}{2c} + \frac{3s}{2c^3} \cdot M\} = -\frac{1-\nu}{E} \cdot \{\frac{N'}{2c} + \frac{3s}{2c^3} \cdot M'\}$$

Insättning av N' och M' enligt (3.3) ger

$$\varepsilon = \alpha \cdot \{\frac{1}{2c} \cdot A_T + \frac{3s}{2c^3} \cdot S_T\} \tag{3.6}$$

3.1 LÄNGDÄNDRING

Förskjutningarna u och v i y-resp. z-axlarnas riktning fås direkt ur (3.6) enligt följande samband

$$u = \alpha \cdot y \cdot \{\frac{1}{2c} \cdot A_T + \frac{3s}{2c^3} \cdot S_T\} \tag{3.7a}$$

och

$$v = \alpha \cdot z \cdot \{\frac{1}{2c} \cdot A_T + \frac{3s}{2c^3} \cdot S_T\} \tag{3.7b}$$

3.2 BÖJNING

Böjdeformationen av skivans mittplan anges av förskjutningen w som räknas positiv i s-koordinatens riktning. Mellan denna deformation och krökningsradien ρ gäller följande samband

$$w = -\frac{1}{2\rho}\cdot(y^2+z^2)$$

(Minustecknet följer av att krökningsradien räknas positiv i motsatt riktning som variabeln s.)

Mellan krökningsradien och töjningen ε gäller sambandet

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\varepsilon_{s=c}-\varepsilon_{s=0}}{c}$$

Kombination av sambanden ovan och tillämpning av (3.6) ger följande uttryck för deformationen w

$$w = -\frac{3\alpha}{4c^3}\cdot S_T(y^2+z^2) \qquad (3.8)$$

3.3 INRE SPÄNNINGAR

De inre spänningarna i skivan - bortsett från området närmast ränderna - fås som summan av två spänningstillstånd. Det ena utgörs av spänningar på grund av helt förhindrad rörelse enl. (3.2). Det andra är de spänningar enl. (3.5) som uppträder då skivans rörelse frigörs genom applicerandet av normalkraften N och momentet M vid randen.

Summering av dessa uttryck och insättning av uttryck för randkrafterna ger

$$\sigma = \frac{E\cdot\alpha}{1-\nu}\cdot\{-T+\frac{1}{2c}\cdot A_T+\frac{3s}{2c^3}\cdot S_T\} \qquad (3.9)$$

3.4 SYMMETRISK OCH ANTISYMMETRISK TEMPERATURFÖRDELNING

Som angivits av Boley & Weiner (1960) förenklas uttrycken för deformationer och spänningar då temperaturfördelningen är endera en jämn eller en udda funktion av variabeln s, dvs. om temperaturfördelningen är symmetrisk eller antisymmetrisk i förhållande till skivans mittplan. För en jämn funktion gäller att T(s) = T(-s) och för en udda att T(s) = -T(-s). Vid integrering av temperaturfunktioner enl. (3.4) kan konstateras följande. För en symmetrisk temperaturfördelning blir värdet S_T = 0 och skivans böjning noll. För en antisymmetrisk fördelning blir A_T = 0 och längdändringen i skivans mittplan noll. Detta förhållande kan utnyttjas för att förenkla eller systematisera beräkningar av rörelser eftersom en godtycklig temperaturfördelning alltid kan uppdelas i en symmetrisk och en antisymmetrisk andel.

3.5 INVERKAN AV PLANFORM OCH AV ARMERING VID SKIVOR AV BETONG

De angivna uttrycken för oförhindrade rörelser gäller skivor med godtycklig planform och påverkas inte av om skivorna innehåller fönsteröppningar eller andra hål. Däremot påverkar förekomsten av hål de förhållanden som uppstår då rörelserna delvis förhindras av styvhet hos infästningsbeslag eftersom det statiska verkningssättet påverkas av hålets form och storlek. Ett liknande förhållande råder när det gäller inverkan av armering i fasadskivor av betong. De fria och oförhindrade rörelserna påverkas mycket litet eftersom längdutvidgningskoefficienterna för armeringsstål och betong är ungefär lika stora. I redogörelsen har därför inte tagits hänsyn till armeringens inverkan. Däremot inverkar armeringen då rörelserna förhindras av yttre krafter p.g.a. att materialens elasticitetsmoduler är väsentligt olika. Fasadskivorna är emellertid vanligen klent och centriskt armerade vilket gör att denna inverkan normalt blir ganska liten. (Här bortses från sicksackformade armeringar i sandwichelement som i detta sammanhang betraktas som infästningsbeslag.)

4 STATIONÄRA OCH ICKE-STATIONÄRA TILLSTÅND

I detta kapitel redovisas ett översiktligt resonemang betr. stationära och icke-stationära tillstånd och i anslutning härtill några allmänna förutsättningar för bestämning av temperaturtillstånd och några karakteristiska egenskaper hos stationära och icke-stationära tillstånd som har betydelse för den senare redogörelsen.

Utgångspunkten för resonemanget är en vägg som består av en fritt rörlig skiva som på insidan är försedd med värmeisolering. Jämför FIG. 4.1. Vi antar att skivan i referenstillståndet är plan och fri från inre spänningar och att temperaturen är noll i alla delar av skivan vilket kan tänkas ha skett genom förvaring till jämviktstemperatur i en omgivning med lufttemperaturen noll. Skivans vänstra och högra ytor i figuren benämns yttre och inre

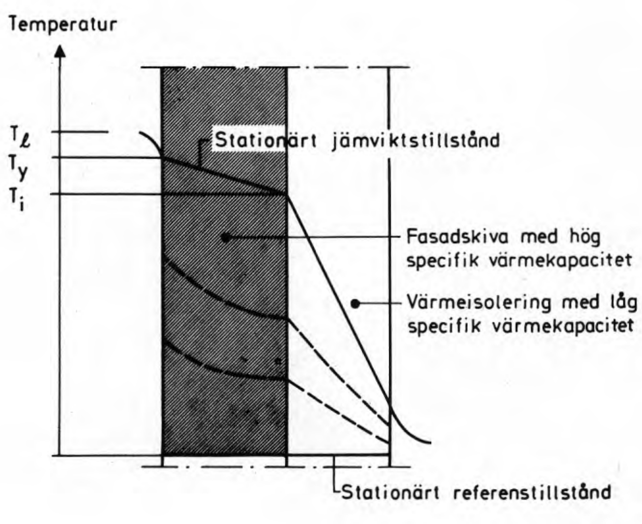


FIG. 4.1. Stationära och icke-stationära temperaturfördelningar.

——————— *Stationär temperaturfördelning*

- - - - - - - - - *icke-stationär temperaturfördelning.*

begränsningsytor och motsvarande yttemperaturer betecknas T_y och T_i. Från utgångsläget vid temperaturen noll höjs temperaturen i den yttre omgivningen till T_ℓ och hålls därefter konstant vid detta värde.

4.1 STATIONÄRA TILLSTÅND

Temperaturen i skivan kommer så småningom att anta ett jämviktsläge med omgivande temperaturer 0 och T_ℓ. Detta jämviktsläge är stationärt så länge omgivningens temperaturer hålls konstanta. Det kännetecknas av att temperaturfördelningen är linjär mellan yttemperaturerna T_y och T_i.

Den linjära temperaturfördelningen ger upphov till längdändring och krökning men inte till inre spänningar.

4.11 Allmänt om bestämning av temperaturtillstånd

Beräkning av temperaturfördelning vid stationära tillstånd är elementär och innebär att skillnaden i temperatur mellan yttre och inre omgivning fördelas över väggen i proportion till skiktens värmemotstånd med hänsyn tagen till de yttre och inre värmeövergångsmotstånden.

4.2 ICKE-STATIONÄRA TILLSTÅND

De streckade kurvorna i FIG. 4.1 anger ungefärlig form hos temperaturfördelningar vid några tidpunkter under uppvärmningsskedet. Kurvorna blir på grund av skivans värmetröghet icke-linjära. Dessa temperaturtillstånd ger upphov till rörelser och inre spänningar i förhållande till referenstillståndet.

4.21 Allmänt om bestämning av temperaturtillstånd

Bestämning av temperaturfördelning vid icke-stationära tillstånd är - i motsats till vid de stationära - komplicerade och tidsödande.

Utgångspunkten vid analyser av icke-stationära temperaturförhållanden är Fouriers differentialekvation för värmeledning. Vid en-dimensionell värmetransport - som i detta fall - och då värmeutbytet med omgivningen endast sker genom begränsningsytorna kan värmeledningsekvationen skrivas

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \qquad (4.1)$$

där x är koordinat i värmeströmmens riktning - skivans tjockleksriktning. Den matematiska lösningen till denna ekvation skall vara en funktion T = T(x,t) som tillgodoser gällande randvillkor. Det är inte möjligt att finna sådana direkta lösningar för godtyckligt varierande lufttemperatur hos omgivningen vilket komplicerar bestämningen av temperaturtillstånd.

4.211 Analytisk bestämning

Om omgivningens temperatur varierar harmoniskt - sinus- eller cosinusfunktion - och värmeövergångsmotståndet är oberoende av temperaturen existerar lösningar till ekvationen (4.1). Eftersom vidare en godtycklig variation approximativt kan uttryckas som en summa av harmoniska svängningar - i form av t.ex. en trigonometrisk serie - är det ändå möjligt att indirekt uttrycka temperaturfunktionen T = T(x,t) som summan av ett antal delfunktioner. Den harmoniskt varierande lufttemperaturen utgör alltså ett elementarfall vid analytiska beräkningar av icke-stationära temperaturtillstånd.

Sådana analytiska beräkningar omfattar följande led eller delproblem: (med den aktuella skivan i FIG. 4.1 som exempel)

1) lösning av ekv. (4.1) för en harmoniskt varierande yttre lufttemperatur med hänsyn tagen till de randvillkor som gäller för väggen och skivan

2) formulering av yttre lufttemperaturens variation som summan av ett antal sinussvängningar dvs. som en trigonometrisk serie. Ett vanligt sätt att göra

detta är att utveckla den aktuella temperaturvariationen i en fourierserie

3) numerisk tillämpning av lösningarna enl. 1) på de olika termerna enl. 2) samt summering av resultatet.

Lösningarna av dessa delproblem ger upphov till tidsödande och besvärliga beräkningar.

4.212 Grafiskt differensförfarande

En bekväm genväg förbi svårigheterna vid analytisk bestämning erbjuds av det grafiska differensförfarande som uppställts av Binder (1910) och Schmidt (1942). Metoden bygger på att värmeledningsekvationen (4.1) utvecklats för beräkning enligt differensförfarande och att denna beräkning systematiserats i form av en grafisk metod. Den har beskrivits i detalj av ett flertal författare, t.ex. Gröber,Erk & Grigull (1955). Därför skall här endast ges en allmän beskrivning av metodens tillämpning som anknyter till det aktuella exemplet i FIG. 4.1. Utgångspunkten är en given och godtycklig temperaturfördelning - t.ex. referenstillståndets i figuren. Därefter höjs temperaturen hos omgivningen momentant och hålls därefter konstant - t.ex. med värdet T_ℓ hos den yttre omgivningen i vårt fall. Med metoden kan då bestämmas temperaturfördelningar vid olika tidpunkter under uppvärmningsskedet. Härvid bestäms en första fördelning under uppvärmningsskedet, som får bilda utgångspunkt för bestämning av en andra fördelning etc. Varje ny och senare temperaturfördelning i uppvärmningsskedet bygger alltså på den tidigare bestämda.

Sedan temperaturfördelningen vid en godtycklig tidpunkt under uppvärmningsskedet på detta sätt har bestämts kan konstanthållningen av den yttre temperaturen när som helst avbrytas och följas av en ny momentan höjning varefter proceduren kan upprepas. Ett godtyckligt varierande temperatur/tid-förlopp hos omgivningen kan således ersättas av ett trappstegsformat förlopp enligt vilket temperaturfördelningar i vägg och skiva kan bestämmas.

Inledningsvis i detta avsnitt framhölls den stora fördelen med denna metod, nämligen att den ger möjlighet att kringgå de svårigheter som uppträder vid motsvarande analytiska behandling. Emellertid har metoden flera väsentliga nackdelar som framgår av nedanstående beskrivning av dess tillämpning. Vi tänker oss att metoden skall användas i ett fall då temperaturen hos den yttre omgivningen varierar periodiskt.

Det första steget är att bestämma en temperaturfördelning som utgångspunkt för det grafiska förfarandet. Det är emellertid svårt - eller omöjligt - att direkt bestämma denna fördelning. Det blir nödvändigt att utgå från en bedömning av en rimlig temperaturfördelning - "ingångsfördelning" - vid någon tidpunkt under perioden.

Därefter vidtar det grafiska förfarandet att lagra de i kronologisk ordning uppträdande temperaturfördelningarna på varandra för att så småningom - vid periodens slut - få en slutlig fördelning som förhoppningsvis skall sammanfalla med den ursprungliga ingångsfördelningen. Om så inte blir fallet upprepas proceduren med en ny korrigerad ingångsfördelning.

Nackdelarna hos metoden kan sammanfattas:

1) ganska snart - då den periodiska variationen hos yttre lufttemperatur närmar sig maximum eller minimum - och då uppvärmningsskedet avstannar och övergår i ett avsvalnande - bildar den grafiska konstruktionen ett svåröverskådligt virrvarr av linjer

2) i metoden ligger en successiv summering av fel vilkas storlek är utom kontroll.

Vid jämförelse av de båda metodernas användbarhet att ingå som led i en systematisk beräkning av temperaturer och temperaturrörelser är den analytiska bestämningen att föredra. Bestämning av temperaturer baseras således i fortsättningen på den analytiska metoden och inriktas mot att, genom förenklade approximativa uttryck, så mycket som möjligt eliminera tidsödande och komplicerade beräkningar.

4.22 Långsamt och snabbt varierande icke-stationära temperaturförlopp

För mycket långsamt varierande temperatur hos omgivningen - i förhållande till väggens och fasadskivans dimensioner och värmetröghet - gäller att temperaturfördelningen vid varje tidpunkt är linjär och således enkelt kan beräknas som för stationära tillstånd. För här aktuella väggar är en årsperiodisk variation att betrakta som långsam. Däremot är de dygnsperiodiska variationerna snabba och ger upphov till icke-linjära temperaturfördelningar som måste beräknas som icke-stationära tillstånd. Av detta framgår att den i FIG. 2.1 redovisade systematiken med årsperiodiskt och dygnsperiodiskt varierande deformationer är relevanta för sättet att beräkna temperaturer och rörelser. Det är därför viktigt att i följande redogörelse för yttre påverkande temperatur - liksom i senare avsnitt - på ett systematiskt sätt göra åtskillnad mellan långsamma och snabba periodiska förlopp.

5 TERMISK PÅVERKAN FRÅN OMGIVNINGEN

5.1 EKVIVALENT UTETEMPERATUR

Värmeutbytet mellan fasadyta och yttre omgivning relateras vanligen till den ekvivalenta utetemperaturen, en fiktiv utomhustemperatur som innefattar sammanlagd inverkan av värmeutbyte genom konvektion och strålning. Den ekvivalenta utetemperaturen som först angavs av Mackey & Wright (1943) kan i sin enklaste form skrivas

$$T_e = T_\ell + \frac{a}{\alpha_y} \cdot I$$

Den består av två komponenter, lufttemperaturen T_ℓ samt en komponent som representerar kortvågig strålning mot ytan. För den fortsatta redogörelsens skull är det lämpligt att betrakta andelarna var för sig. Den ekvivalenta utetemperaturen kan då skrivas

$$T_e = T_\ell + T_s \tag{5.1}$$

där

$$T_s = \frac{a}{\alpha_y} \cdot I \tag{5.2}$$

Beteckningarna

I - den kortvågiga strålningens intensitet

a - fasadytans absorptionsfaktor

α_y - yttre värmeövergångskoefficient.

Den ekvivalenta utetemperaturens sammansättning illustreras schematiskt i FIG. 5.1 som avser variationen under ett dygn.

I slutet av föregående kapitel 4 konstaterades det lämpliga i att införa en systematik som skiljer långsamma rörelser från snabba. Därför införs ett beteckningssystem där en temperaturvariation betraktas som summan av en årsperiodisk/långsam variation samt en dygnsperiodisk/snabb variation. Detta synsätt är nästan självklart när det gäller lufttemperaturen som då kan skrivas

$$T_\ell = T_{\ell å} + T_{\ell d}$$

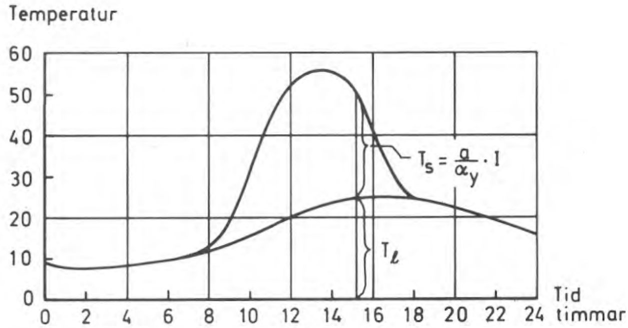


FIG. 5.1. Schematisk beskrivning av den ekvivalenta temperaturens sammansättning och dygnsvariation.

där $T_{\ell å}$ anger lufttemperaturens årsperiodiska variation

$T_{\ell d}$ " " dygnsperiodiska "

Även strålningsandelen T_s består av en dygnsperiodisk och en årsperiodisk variation, även om den senare inte är på samma sätt självklar som lufttemperaturens variation. Tills vidare räcker det med att konstatera att beteckningssystemet medger att även övriga varierande parametrar - den ekvivalenta utetemperaturen T_e, strålningsandelen T_s i denna liksom strålningsintensiteten I - analogt kan uttryckas som summor av årsperiodiska och dygnsperiodiska variationer. Uttrycken (5.1) och (5.2) utvecklas härvid till

$$T_e = T_{eå} + T_{ed} = T_{\ell å} + T_{\ell d} + T_{så} + T_{sd} \qquad (5.3)$$

där $$T_{så} + T_{sd} = \frac{a}{\alpha_y} \cdot I \qquad (5.4)$$

Denna indelningsgrund bildar utgångspunkt för den analys av den ekvivalenta utetemperaturen som redovisas i det närmast följande.

I föregående kapitel angavs hur långsamma och snabba temperaturvariationer skiljer sig åt när det gäller metoderna att bestämma temperaturförlopp i fasadskivan. Vid analysen av den ekvivalenta utetemperaturen ställs därför olika krav på formulering av årsperiodiska respektive dygnsperiodiska variationer.

För årsperiodiska variationer är det tillräckligt att på ett för ändamålet lämpat sätt - grafiskt eller numeriskt - ange hur variationen sker under året.

För dygnsperiodiska variationer är det emellertid nödvändigt att uppställa analytiska uttryck som består av en eller flera harmoniskt varierande termer.

5.11 Lufttemperaturens andel i ekvivalent utetemperatur

Som underlag för studier av lufttemperaturens variation finns mätvärden från många års meteorologiska observationer vid ett flertal stationer. En analys av lufttemperaturen blir därför av arten "empiriskt grundad".

Som översiktsbild av lufttemperaturens variation återges ur Taesler (1972) temperaturens genomsnittliga dygnsförlopp under årets månader för Strömstad. (FIG. 5.2.) Av figuren framgår att dygnsamplituderna är större under sommar än under vinter. Kurvornas höjdläge avspeglar temperaturens årsvariation.

Denna variation framgår på ett överskådligare sätt av FIG. 5.3 ur VVS-handboken (1963). Figuren anger den normala årsvariationen av temperaturens dygnsmedelvärde T_{ℓ}^{med} för varierande breddgrader i Sverige.

Adamson (1970) har redovisat data för lufttemperaturen för månaderna mars t.o.m. september för städerna Malmö, Göteborg, Stockholm och Härnösand. Redovisningen bygger på bearbetning av SMHI:s årsböcker och avser en period av 28 år.

TAB. 5.1 har återgivits ur Adamsons (1970) värden för mars månad och Stockholm. Tabellen anger medelvärden och dygnsamplituder för de 28, 56, 84, 140 och 280 högsta värdena under den bearbetade perioden. Medelvärdena avser 1 dygns, 3 dygns och 5 dygns medelvärden. Dessa anges i tabellen med t_1, t_3 och t_5 samt e_1, e_3 och e_5 för medelvärde respektive amplitud. Amplituden definieras som

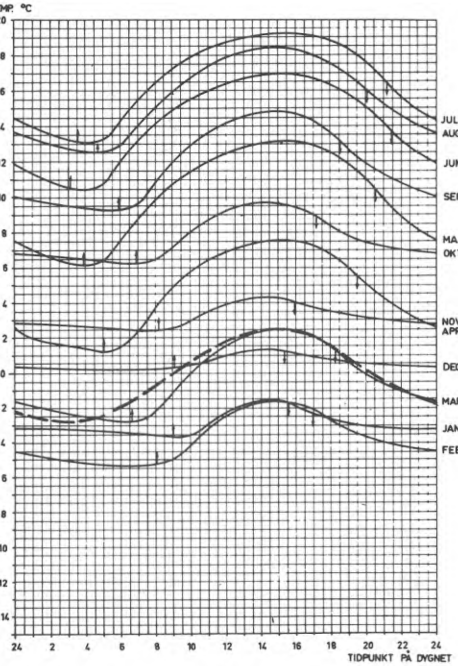


FIG. 5.2.

Temperaturens genomsnittliga dygnsförlopp under olika månader i Strömstad. Taesler (1972).

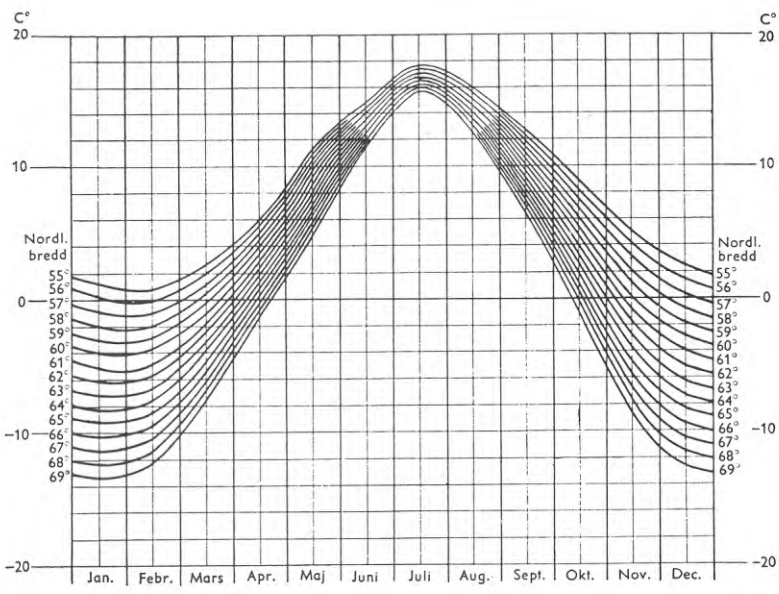


FIG. 5.3. Normaltemperaturens årsvariation vid havets nivå på olika breddgrader i Sverige. VVS-handboken (1963).

TAB. 5.1. STOCKHOLM: Medelvärden av medeltemperaturer, dygnsamplituder och horisontell instrålning för de 28, 56, 84, 140 och 280 högsta värdena under mars månad under 28 år. Adamson (1970).

Värdena ordnade efter högsta medeltemperaturer t:

FREKVENS under 28 marsmånader	MARS								
	1 dygnsmedelvärde			3 dygnsmedelvärde			5 dygnsmedelvärde		
	t_1	e_1	I_1	t_3	e_3	I_3	t_5	e_5	I_5
28 ggr	8,0	3,9	263	7,3	3,8	257	6,9	3,8	253
56 ggr	7,0	3,7	251	6,4	3,7	248	6,1	3,7	249
84 ggr	6,3	3,7	245	5,8	3,7	242	5,5	3,7	249
140 ggr	5,3	3,6	238	4,9	3,6	243	4,6	3,6	234
280 ggr	3,8	3,4	220	3,6	3,4	222	3,4	3,4	221

Värdena ordnade efter högsta instrålningsvärden I:

FREKVENS under 28 marsmånader	MARS								
	1 dygnsmedelvärde			3 dygnsmedelvärde			5 dygnsmedelvärde		
	t_1	e_1	I_1	t_3	e_3	I_3	t_5	e_5	I_5
28 ggr	$\boxed{0,9}$	$\boxed{4,0}$	399	1,4	4,4	369	1,9	4,1	357
56 ggr	0,9	4,1	382	1,7	4,1	357	1,9	4,0	344
84 ggr	1,2	4,2	369	1,8	4,0	346	1,7	3,9	331
140 ggr	1,1	4,0	350	1,2	4,0	325	1,2	3,9	312
280 ggr	0,2	3,9	315	0,4	3,8	290	0,6	3,8	280

$e = 1/2(t^{max} - t^{min})$. Värdena i den övre tabellen är sorterade i fallande ordning efter värdet på medeltemperaturen och i den undre efter värdet på solinstrålningen I.

Vid val av värden för lufttemperaturens variation bland dem som redovisats av Adamson har följande förhållanden betydelse:

> De rörelser som främst har betydelse för utmattning är de dygnsperiodiska varför de dygnsperiodiska temperaturvariationerna är speciellt intressanta. När det gäller dygnsvariationen av ekvivalent utetemperatur har strålningsandelens variation en dominerande betydelse i förhållande till lufttemperaturens.

Det är därför naturligt att ur Adamsons tabeller välja sådana temperaturvärden som uppträder samtidigt med hög strålningsintensitet, således att välja bland värden ur den undre tabellen i TAB. 5.1.

Förslagsvis väljes de inramade värdena i TAB. 5.1 och motsvarande värden för övriga månader. Detta innebär ett val av temperaturvärden som är sammankopplade med det högsta 1-dygnsmedelvärdet av solinstrålning som förekommer i genomsnitt en gång per år för respektive månad.

5.111 Lufttemperaturens årsperiodiska variation

Om dygnsmedeltemperaturens årsvariation enligt FIG. 5.3 jämförs med på nyssnämnda sätt valda värden framgår att dessa ligger någon eller ett par grader högre. För mars månad fås t.ex. ur FIG. 5.3 för 60°N ett värde av -1°C, att jämföras med inramat värde 0,9°C i TAB. 5.1. Skillnaden är i sammanhanget obetydlig. Det förefaller därför praktiskt att bestämma lufttemperaturens årsvariation med hjälp av FIG. 5.3 som på ett överskådligt sätt redovisar variationen av dygnsmedelvärdet T_ℓ^{med} under hela året. Lufttemperaturens årsvariation kan uttryckas

$$T_{\ell å} = T_\ell^{med} \qquad (5.5)$$

där T_ℓ^{med} fås ur FIG. 5.3.

5.112 Lufttemperaturens dygnsperiodiska variation

Den bild av lufttemperaturens dygnsvariation som anges i FIG. 5.2 visar ett allmänt mönster som gäller för hela landet även om dygnsamplituden ökar något med ökad nordlig bredd. För att få ett enkelt uttryck för den dygnsperiodiska variationen antas den ha formen av en harmonisk svängning - sinus- eller cosinusfunktion - med 24 timmars periodlängd. Denna approximation medför ett mindre fel som ungefärligt illustreras av den streckade kurvans anpassning för månaden mars i figuren. (Kurvan är en enkel konstruktion i form av en sinuskurva med samma amplitud och tidpunkt för maximitemperatur som den givna.)

Valet av amplitud sker lämpligen på tidigare redovisat sätt från Adamsons tabeller varvid för månaden mars anges en variation av $\pm 4,0^{o}C$. Motsvarande värden för övriga månader ligger mellan ett lägsta värde $3,7^{o}C$ för september - vintervärden saknas - och ett högsta värde $4,9^{o}C$ för maj-juni. Med tanke på den förhållandevis ringa variationen och att lufttemperaturens dygnsvariation är liten i förhållande till strålningsandelens föreslås att den uttryckes av en cosinusfunktion med 24 timmars periodlängd och en amplitud av $5,0^{o}C$.

Om den maximala temperaturen antas inträffa kl. 12 fås följande uttryck för lufttemperaturens dygnsvariation

$$T_{\ell d} = 5,0 \cdot \cos(15t - 180) \qquad (5.6)$$

Antagandet om maximitemperatur kl. 12 överensstämmer inte med verkligheten där maximum inträffar någon timme senare. Antagandet innebär en approximation som motiveras av att den ger beräkningsresultat "på säkra sidan".

5.12 Den kortvågiga strålningens andel i ekvivalent utetemperatur

Solinstrålningens intensitet varierar bl.a. med molnighet, latitud, årstid, tidpunkt på dagen och väggorientering. När det gäller variationen hos kortvågig strålning saknas motsvarighet till bearbetningar och redovisningar av normalårsvariationer som finns för lufttemperaturen. Analysen av strålningens variation måste därför ske med utgångspunkt från teoretiska och experimentellt verifierade uttryck för solstrålning vid molnfri himmel.

Värden för solinstrålning har på ett lätthanterligt och överskådligt sätt redovisats av Höglund & Stephenson (1968) "Tabeller för beräkning av solinstrålning mot byggnader". I dessa tabeller anges för varierande breddgrad och månad och för åtta väderstreck transmitterad solinstrålning genom englasfönster vid olika tidpunkter på dagen samt summavärden för total instrålning under förmiddag respektive eftermiddag. I TAB. 5.2 återges ett utdrag som avser solinstrålningen vid 60°N. Genom multiplikation av tabellvärden med faktorn 1,15 fås motsvarande värden för instrålning mot väggytor.

Som ett exempel på solinstrålningens variation redovisas i FIG. 5.4a solinstrålning vid molnfri himmel mot södervägg, 60°N den 21 mars. Strålningen anges av den heldragna kurvan som baserats på de i TAB. 5.2 inramade värdena multiplicerade med 1,15.

För att ge en allmän överblick över hur dygnsrörelserna hos fasadskivor påverkas av strålningens variation med årstid och väggorientering redovisas i TAB. 5.3 en sammanställning av vissa värden i TAB. 5.2. För varje månad anges för sydlig, sydvästlig och västlig väggorientering värden för total solinstrålning under dagen som betecknas ΣI samt maximivärden för instrålningen som betecknas I^{max}. Den totala instrålningen ΣI har avgörande betydelse för den värmemängd som under dagen tillförs och under natten avgår från en fasadskiva och därmed även för skivans längdändring. Variationen av värdet ΣI är därför ett ungefärligt uttryck för hur längdändringens dygnsamplitud förändras med årstid och väggorientering.

Variationen av storheten I^{max} avspeglar på motsvarande sätt förändringen av böjdeformationens dygnsamplitud. Detta kan förenklat beskrivas med utgångspunkt från t.ex. FIG. 5.4a. Storleken av värdet I^{max} bestämmer ungefär strålningskurvans lutning mot tidsaxeln och därmed även hastigheten hos

Utdrag ur solstrålningstabeller enl. Höglund & Stephenson (1968). Tabellen anger transmitterad strålning genom englasfönster. Genom multiplikation med 1,15 fås motsvarande värden för solinstrålning mot väggytor.

Värden för den direkta solstralningens intensitet i stralningens normalplan (kolumn 3) och transmitterad total solinstralning genom olika orienterade englasfönster (4–12) under klara dagar. Dessa värden är beräknade for den 21 i varje kalendermanad och for varje hel timme (sann soltid). För transmitterad stralning (4–12) anges även den integrerade förmiddags- och eftermiddagssumman med fet stil. Solens läge pa himlen anges samtidigt med solhöjd (1) och solasimut (2).

Höglund-Stephenson: Tabeller för beräkning av solinstralning mot byggnader

Tabell III: 60°N
Tabellen tillämplig för bl. a. Hagfors, **Fagersta**, Uppsala.

Mån.	Kl fm	Solens läge Höjdvinkel h	Asimut a	Direkta strålningens intensitet i strålningens normalplan I_{DN} (W/m²)	Transmitterad total solinstralning (direkt+diffus+markreflekterad) genom olika orienterade englasfönster, (W/m²). N	NO	Ö	SO	S	SV	V	NV	Hor	Kl em
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
Jan 21	9	2,1	41,7	66	3	3	44	66	49	4	3	3	5	**15**
	10	6,4	28,2	433	23	23	199	418	385	110	23	23	49	**14**
	11	9,1	14,3	567	32	32	120	490	553	284	32	32	82	**13**
	12	10,0	0,0	601	35	35	40	424	602	424	40	35	94	**12**
					73	**73**	**364**	**1 161**	**1 260**	**598**	**75**	**73**	**180**	
Febr 21	8	4,8	58,6	322	16	63	277	315	165	16	16	16	32	**16**
	9	10,7	45,0	623	37	42	439	623	439	42	37	37	103	**15**
	10	15,3	30,6	731	48	48	362	703	624	159	48	48	173	**14**
	11	18,2	15,5	776	54	54	183	663	735	367	54	:4	223	**13**
	12	19,2	0,0	789	56	56	63	543	770	543	63	56	241	**12**
					182	**220**	**1 276**	**2 574**	**2 347**	**843**	**185**	**182**	**651**	
Mars 21	7	7,4	76,9	457	25	238	448	390	87	25	25	25	57	**17**
	8	14,5	63,4	689	44	197	613	650	295	44	44	44	154	**16**
	9	20,7	49,1	783	57	75	573	758	496	62	57	57	260	**15**
	10	25,7	33,7	829	66	68	430	766	650	143	66	66	346	**14**
	11	28,9	17,2	852	71	71	217	692	748	358	71	71	400	**13**
	12	30,0	0,0	858	73	73	80	553	782	553	80	73	419	**12**
					301	**713**	**2 372**	**3 581**	**2 665**	**902**	**304**	**301**	**1 429**	
April 21	5	2,7	108,7	84	24	76	81	36	4	4	4	4	7	**19**
	6	10,0	95,9	537	52	417	535	337	34	31	31	31	84	**18**
	7	17,5	82,8	718	52	430	700	557	85	49	49	49	198	**17**
	8	24,8	69,1	803	63	299	711	694	257	63	63	63	323	**16**
	9	31,4	54,2	849	74	126	620	754	446	77	74	74	432	**15**
	10	36,7	37,7	875	81	86	456	738	591	116	81	81	514	**14**
	11	40,3	19,4	888	86	86	233	653	682	306	86	86	565	**13**
	12	41,6	0,0	893	88	88	95	508	714	508	95	88	582	**12**
					474	**1 521**	**3 345**	**4 015**	**2 448**	**890**	**432**	**430**	**2 410**	
Maj 21	4	3,5	125,4	128	73	127	105	17	6	6	6	6	11	**20**
	5	10,1	112,8	508	185	473	471	179	30	30	30	30	80	**19**
	6	17,2	100,3	689	108	558	668	383	49	47	47	47	187	**18**
	7	24,7	87,5	783	67	501	742	547	72	61	61	61	314	**17**
	8	32,1	73,8	837	73	355	719	655	197	73	73	73	435	**16**
	9	38,9	58,7	870	83	169	617	700	372	85	83	83	537	**15**
	10	44,7	41,4	889	90	96	451	678	513	104	90	90	613	**14**
	11	48,6	21,6	899	95	95	234	593	601	253	95	95	661	**13**
	12	50,0	0,0	902	96	96	104	447	630	447	104	96	678	**12**
					834	**2 440**	**4 082**	**3 996**	**2 153**	**874**	**537**	**534**	**3 179**	
Juni 21	3	1,2	139,5	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	**21**
	4	6,6	126,9	317	189	316	255	37	17	17	17	18	37	**20**
	5	13,1	114,5	575	227	539	523	185	36	36	36	36	116	**19**
	6	20,2	102,2	712	132	582	677	370	53	51	51	51	229	**18**
	7	27,6	89,6	790	71	515	734	523	72	65	65	65	355	**17**
	8	35,0	76,0	838	78	371	705	624	170	76	76	76	472	**16**
	9	42,0	60,8	867	86	186	604	665	333	86	86	86	570	**15**
	10	47,9	43,2	865	93	99	441	642	471	102	93	93	644	**14**
	11	52,0	22,7	895	97	97	231	558	557	228	97	97	691	**13**
	12	53,4	0,0	898	99	99	106	414	586	414	106	99	707	**12**
					1 002	**2 729**	**4 210**	**3 828**	**2 000**	**855**	**572**	**570**	**3 466**	
Juli 21	4	4,1	125,6	147	85	146	120	19	7	7	7	7	14	**20**
	5	10,6	113,1	499	184	465	461	174	29	29	29	29	82	**19**
	6	17,7	100,6	675	109	547	653	371	48	47	47	47	189	**18**
	7	25,2	87,9	770	66	494	727	533	70	61	61	61	315	**17**
	8	32,6	74,2	825	73	353	705	640	189	73	73	73	435	**16**
	9	39,5	59,0	858	82	170	607	685	360	85	82	82	536	**15**
	10	45,2	41,7	878	90	96	444	664	500	102	90	90	612	**14**
	11	49,2	21,8	889	94	94	231	581	587	246	94	94	659	**13**
	12	50,6	0,0	892	96	96	103	437	616	437	103	96	676	**12**
					838	**2 424**	**4 017**	**3 905**	**2 096**	**859**	**533**	**531**	**3 181**	
Aug 21	5	3,3	109,0	95	28	87	91	40	4	4	4	4	8	**19**
	6	10,6	96,2	500	51	390	498	311	32	30	30	30	82	**18**
	7	18,1	83,2	682	50	411	664	525	79	47	47	47	195	**17**
	8	25,4	69,5	771	61	291	682	662	241	61	61	61	318	**16**
	9	32,0	54,6	821	72	125	599	724	425	75	72	72	426	**15**
	10	37,4	38,0	849	80	84	442	711	568	111	80	80	507	**14**
	11	41,0	19,6	864	85	85	227	631	657	293	85	85	557	**13**
	12	42,3	0,0	869	86	86	93	489	688	489	93	86	574	**12**
					470	**1 482**	**3 220**	**3 845**	**2 343**	**856**	**422**	**420**	**2 377**	
Sept 21	7	7,4	76,9	391	21	204	384	334	75	21	21	21	49	**17**
	8	14,5	63,4	636	41	182	566	600	273	41	41	41	143	**16**
	9	20,7	49,1	740	54	71	542	716	469	58	54	54	245	**15**
	10	25,7	33,7	792	63	65	411	732	620	137	63	63	330	**14**
	11	28,9	17,2	817	68	68	208	664	718	343	68	68	384	**13**
	12	30,0	0,0	825	70	70	77	532	751	532	77	70	402	**12**
					283	**645**	**2 189**	**3 350**	**2 528**	**858**	**285**	**283**	**1 353**	
Okt 21	8	5,0	58,7	273	14	54	235	267	139	14	14	14	28	**16**
	9	10,9	45,1	568	34	38	401	568	400	38	34	34	96	**15**
	10	15,5	30,7	683	45	45	339	656	582	148	45	45	165	**14**
	11	18,5	15,6	732	51	51	173	625	692	345	51	51	214	**13**
	12	19,5	0,0	746	53	53	59	513	728	513	59	53	232	**12**
					170	**202**	**1 167**	**2 377**	**2 179**	**789**	**172**	**170**	**619**	
Nov 21	9	2,3	41,7	65	3	3	43	65	48	4	3	3	5	**15**
	10	6,5	28,3	407	22	22	187	393	362	103	22	22	47	**14**
	11	9,3	14,3	540	31	31	115	467	526	270	31	31	79	**13**
	12	10,2	0,0	574	34	34	38	405	575	405	38	34	91	**12**
					71	**71**	**348**	**1 106**	**1 198**	**569**	**72**	**71**	**173**	
Dec 21	10	3,0	27,3	159	7	7	70	153	143	42	7	7	14	**14**
	11	5,6	13,8	387	20	20	78	334	379	197	20	20	41	**13**
	12	6,6	0,0	445	24	24	27	315	446	315	27	24	51	**12**
					39	**39**	**159**	**652**	**749**	**395**	**40**	**39**	**81**	
					N	**NV**	**V**	**SV**	**S**	**SO**	**Ö**	**NO**	**Hor**	

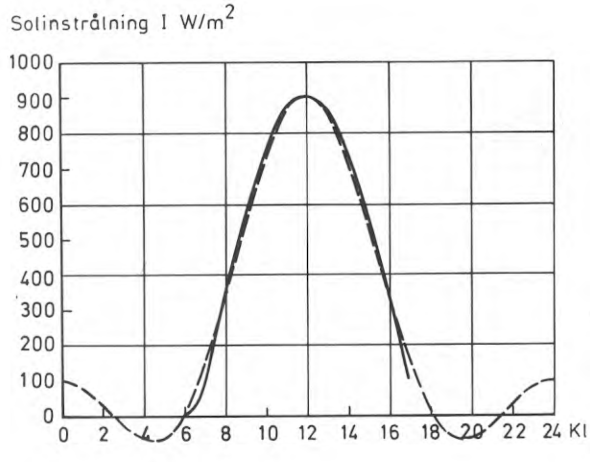


FIG. 5.4a. *Solinstrålning mot södervägg, 60°N, 21 mars.*
—————— *Variation enl. solinstrålningstabell*
--------- *Approximativ variation.*

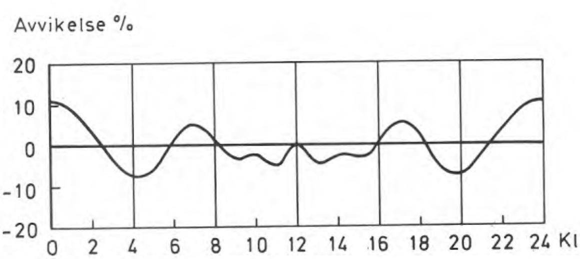


FIG. 5.4b. *Den approximativa variationens avvikelse i förhållande till solstrålningstabellernas variation uttryckt i % av strålningens dygnsamplitud.*

TAB. 5.3. Värden för total instrålning under dagen ΣI i Wh/m^2 och maximal instrålning I^{max} i W/m^2 för 60°N bredd. Värden anges för sydlig, sydvästlig och västlig väggorientering och avser transmitterad solstrålning genom englasfönster. Värden för instrålning mot väggytor fås genom multiplikation med faktorn 1,15. Omramade värden anger dimensionerande väderstreck för strålningen.

Månad	Syd		Sydväst		Väst	
	ΣI	I^{max}	ΣI	I^{max}	ΣI	I^{max}
Jan.	2520	553	1759	490	439	199
Febr.	4697	770	3417	703	1401	362
Mars	5330	782	4491	766	2676	613
April	4896	714	4905	754	3777	711
Maj	4306	630	4870	700	4619	742
Juni	4000	586	4683	665	4782	734
Juli	4192	616	4764	685	4550	727
Aug.	4686	688	4901	724	3642	682
Sept.	5056	751	4208	732	2474	566
Okt.	4358	728	3166	656	1339	401
Nov.	2396	575	1675	467	420	187
Dec.	1498	446	1047	334	199	78

en fasadskivas uppvärmning och avsvalnande. Denna hastighet bestämmer i sin tur "snedheten" hos temperaturfördelningen i skivans tjockleksriktning - den snedhet som ger upphov till böjdeformation.

I TAB. 5.3 har omramats värden som anger "dimensionerande väderstreck". För månaderna september t.o.m. mars gäller att såväl total strålning som maximum av strålning är högre för söderväggar än för övriga väggorienteringar.

Dimensionerande väderstreck för april och augusti är på motsvarande sätt sydväst och för juli väster. För maj och augusti är det inte möjligt att entydigt ange dimensionerande väderstreck eftersom västlig orientering ger högsta värde för maximum av instrålning och sydvästlig ger högsta värde för total solinstrålning.

Tabellen avser 60°N men variationen hos solstrålningen för i vårt land aktuella breddgrader är inte större än att den kan tjäna som översiktsbild även för Sverige i övrigt.

5.121 Approximativt uttryck för kortvågig strålning vid molnfri himmel

I enlighet med kraven för analysen skall solstrålningens variation uttryckas som en eller flera harmoniskt varierande termer. Formen hos t.ex. den heldragna kurvan i FIG. 5.4 går inte att uttrycka med en sådan term. Solstrålningen måste således utvecklas i form av en trigonometrisk serie. Det vanliga sättet - utveckling av en Fourierserie - leder emellertid som nämnts till komplicerade och tidsödande beräkningar.

Som ett led i målsättningen att skapa en lätthanterlig metod för beräkning av temperaturrörelser skall i det följande anges en enklare metod för att approximativt uttrycka solstrålningen som en trigonometrisk serie. Serien består av ett begränsat antal termer - cosinusfunktioner - med koefficienter som enkelt kan bestämmas. För att inte här belasta framställningen med detaljer har härledning och noggrannhetskontroll redovisats i appendix.

Av TAB. 5.3 framgår att exemplet i FIG. 5.4 avser den tidpunkt och väggorientering som ger den under året största förekommande dygnsvariationen hos solinstrålningen.

Detta är ett skäl till att härleda och beskriva det approximativa uttrycket för strålningen för sydlig väggorientering. Ett annat skäl är att solstrålningen mot södervägg är symmetrisk kring tidpunkten kl. 12 vilket förenklar beskrivningen av metoden.

Väggar med sydlig orientering

I appendix I redovisas hur solstrålningens variation mot södervägg approximativt kan uttryckas

$$I \approx I^{med} + I_{24} \cdot \cos(15t - 180) + I_{12} \cdot \cos 30t \quad (5.7)$$

Koefficienterna

$$I^{med} = \frac{1}{24} \Sigma I \quad (5.8)$$

$$I_{24} = 1{,}57\ I^{med} \quad (5.9)$$

och $$I_{12} = I^{max} - 2{,}57\ I^{med} \quad (5.10)$$

För det i FIG. 5.4a redovisade exemplet fås - jämför inramade värden i TAB. 5.2 - följande värden

$$\Sigma I = 2 \cdot 2665 \cdot 1{,}15 = 6120 \text{ Wh/m}^2$$

$$I^{max} = 1{,}15 \cdot 782 = 898 \text{ W/m}^2$$

$$I^{med} = \frac{1}{24} \cdot 6120 = 255 \text{ W/m}^2$$

$$I_{24} = 1{,}57 \cdot 255 = 401 \text{ W/m}^2$$

$$I_{12} = 898 - 2{,}57 \cdot 255 = 243 \text{ W/m}^2$$

Med dessa värden fås enl. (5.7) en approximativ variation som illustreras av den streckade kurvan i FIG. 5.4a.

Avvikelsen i förhållande till variation enligt solstrålningstabell anges i FIG. 5.4b.

Anpassningen är god under dagen då solinstrålningen är hög, men något sämre under natten.

Metodens anpassning under övriga månader illustreras av

FIG. I.1a t.o.m. 1m i appendix I, som också redovisar resultatet av en undersökning av noggrannheten hos anpassningen. Kontrollen har gjorts genom att jämföra sådana temperaturvärden som är relevanta för rörelsernas dygnsamplituder och som beräknats med utgångspunkt från approximativ strålningsvariation resp. solstrålningsvariation enligt tabeller. Avvikelsen kännetecknas av att minimitemperaturen under morgontimmarna blir något lägre för den approximativa variationen än för solstrålningstabellernas. Skillnaden är omkring 6 % av dygnsamplituden.

Som sammanfattning av kontrollen kan sägas att den approximativa variationen har god noggrannhet för beräkning av rörelser hos fasadskivor under de månader då solstrålningen är ansenlig dvs. under tiden februari t.o.m. oktober.

För vintermånaderna november, december och januari medför det approximativa uttrycket större fel speciellt under natten. Uttrycket kan dock - efter viss justering av resultaten som anges i appendix - användas för att med relativt god noggrannhet beräkna temperaturrörelser även för dessa månader, som dock på grund av den låga solinstrålningen under vintern är mindre intressanta.

Väggar med sydvästlig
och västlig orientering

Under månaderna april och augusti är sydvästlig väggorientering dimensionerande och under juni västlig. Den approximativa variationens noggrannhet har kontrollerats även för dessa och kan anses vara tillfredsställande.

Tillämpningen av uttrycket (5.7) är formellt sett begränsad till sydlig väggorientering. Anledningen är att maximum uppträder för tiden $t = 12$. Med en i appendix I angiven justering av tidsskalan kan det även tillämpas för andra väggorienteringar.

Den kortvågiga strålningens andel i ekvivalent utetemperatur kan nu enligt (5.2) uttryckas

$$T_s = \frac{a}{\alpha_y} \cdot \{I^{med} + I_{24} \cdot \cos(15t-180) + I_{12} \cdot \cos 30t\} \quad \ldots \; (5.11)$$

Som underlag för numerisk tillämpning har värden för I^{med}, I_{24} och I_{12} beräknats ur solstrålningstabellerna och redovisats i tabeller 5.4a, b och c för vardera sydlig, sydvästlig och västlig väggorientering. Värden anges för varierande breddgrad och för varje månad.

Inverkan av långvågig strålning

Redogörelsen för ekvivalent utetemperatur är baserad på det av Mackey & Wright (1943) uppställda uttrycket som angavs i inledningen till detta kapitel.

> I detta uttryck tas ingen hänsyn till långvågigt strålningsutbyte vid väggens ytteryta. Detta har närmare analyserats av Höglund (1973), som angivit uttryck för modifierad ekvivalent utetemperatur. Dessa uttryck kan, för att passa framställningen här, beskrivas så att den ekvivalenta utetemperaturen av lufttemperatur och kortvågig strålning kompletteras med en korrigeringsterm för långvågig strålning.

Korrigering med hänsyn till långvågig strålning skulle medföra en minskning av den ekvivalenta utetemperaturen, då denna baseras på solstrålningstabellernas variation. Minskningen under natten är ungefär lika stor som felet hos det approximativa uttrycket för ekvivalent utetemperatur. Det tidigare nämnda felet - 6 % av dygnsamplituden - reduceras härigenom väsentligt. I stället uppträder under dagen ett fel som dock är mycket litet. Korrigeringstermen under dagen är nämligen endast omkring hälften så stor som under natten.

Någon korrigering med hänsyn till långvågig strålning är inte motiverad eftersom dess inverkan på vertikala ytor är mycket liten. Man kan bara konstatera att en sådan korrigering av ekvivalent utetemperatur skulle medföra en bättre noggrannhet hos det approximativa uttrycket för ekvivalent utetemperatur än den förut angivna.

TAB. 5.4a. Koefficienter i approximativt uttryck för ekvivalent utetemperatur vid fasader mot söder.

	56°N			58°N			60°N			62°N			64°N			66°N			68°N		
	I^{med}	I_{24}	I_{12}	I^{med}	I_{24}	I_{12}	I^{med}	I_{24}	I_{12}	I^{med}	I_{24}	I_{12}	I^{med}	I_{24}	I_{12}	I^{med}	I_{24}	I_{12}	I^{med}	I_{24}	I_{12}
Jan.	173	272	363	150	235	374	121	190	382	94	147	361	65	103	306	31	49	214	4	6	61
Febr.	241	378	294	234	368	301	225	353	307	213	335	315	198	311	323	179	281	330	158	248	330
Mars	253	398	234	255	400	238	255	401	243	255	400	245	253	398	249	250	393	251	245	386	252
April	221	348	214	228	358	217	235	369	218	241	378	218	246	387	218	251	394	217	255	400	216
Maj	188	296	191	197	310	193	206	324	194	215	338	195	223	350	195	231	363	193	239	376	190
Juni	173	271	175	182	286	178	192	301	181	201	315	182	211	331	181	220	345	178	229	359	176
Juli	183	288	188	192	302	190	201	316	192	209	329	193	218	342	192	226	355	191	234	368	187
Aug.	211	332	212	218	343	213	225	353	214	230	362	214	235	370	214	240	377	213	244	383	212
Sept.	242	380	233	242	381	237	242	381	241	241	378	244	238	374	246	234	368	248	229	360	249
Okt.	226	355	289	218	343	294	209	328	300	197	309	305	181	285	310	163	256	313	141	222	309
Nov.	166	260	354	143	224	362	115	180	366	88	139	343	61	96	288	29	46	199	4	6	60
Dec.	123	193	395	99	155	375	72	113	328	39	61	250	9	14	108	0	0	0	0	0	0

TAB. 5.4b. Koefficienter i approximativt uttryck för ekvivalent utetemperatur vid fasader mot sydväst eller sydost.

	56°N			58°N			60°N			62°N			64°N			66°N			68°N		
	I^{med}	I_{24}	I_{12}	I^{med}	I_{24}	I_{12}	I^{med}	I_{24}	I_{12}	I^{med}	I_{24}	I_{12}	I^{med}	I_{24}	I_{12}	I^{med}	I_{24}	I_{12}	I^{med}	I_{24}	I_{12}
Jan.	122	191	361	105	166	358	84	132	347	65	102	307	46	72	234	22	34	151	2	4	43
Febr.	47	278	401	171	269	393	163	256	391	154	242	378	142	223	365	127	200	346	111	174	333
Mars	217	341	327	216	338	328	215	337	327	212	333	331	208	327	330	205	322	326	199	312	327
April	227	357	275	231	362	270	235	368	265	239	375	256	242	380	250	246	385	247	248	391	239
Maj	221	347	212	227	357	209	233	366	205	239	375	201	244	383	196	251	394	190	256	401	184
Juni	212	333	190	218	343	190	224	352	189	231	362	185	237	372	180	243	382	174	250	392	169
Juli	216	340	208	222	349	205	228	357	202	234	367	198	239	375	193	245	384	175	251	394	182
Aug.	217	341	261	221	348	255	225	354	252	228	359	249	232	365	241	235	369	235	238	374	229
Sept.	206	323	320	196	307	347	201	316	325	199	312	321	195	305	320	190	297	317	183	287	316
Okt.	166	261	382	160	251	373	152	238	363	142	222	354	130	204	336	116	182	332	100	157	307
Nov.	117	183	351	100	157	345	80	126	331	62	100	291	43	67	220	21	32	141	3	5	42
Dec.	86	134	358	69	108	320	50	79	255	27	43	176	6	10	75	0	0	0	6	0	0

TAB. 5.4c. Koefficienter i approximativt uttryck för ekvivalent utetemperatur vid fasader mot väster eller öster.

	56°N			58°N			60°N			62°N			64°N			66°N			68°N		
	I^{med}	I_{24}	I_{12}	I^{med}	I_{24}	I_{12}	I^{med}	I_{24}	I_{12}	I^{med}	I_{24}	I_{12}	I^{med}	I_{24}	I_{12}	I^{med}	I_{24}	I_{12}	I^{med}	I_{24}	I_{12}
Jan.	40	63	216	31	49	199	21	33	175	14	22	125	9	14	61	3	5	36	-	-	3
Febr.	81	127	360	76	119	344	70	110	325	63	99	301	55	86	272	46	73	232	38	59	201
Mars	136	213	391	132	207	384	128	201	376	124	195	366	119	187	356	114	179	342	108	170	327
April	179	281	371	179	281	365	181	284	353	183	287	341	185	290	328	186	292	317	187	294	301
Maj	215	338	301	218	342	294	221	347	285	225	353	274	228	357	266	232	364	254	239	375	232
Juni	223	350	271	226	354	263	229	360	258	234	367	244	241	378	225	247	388	208	253	398	190
Juli	212	333	292	215	338	283	218	342	276	221	347	268	224	352	259	229	360	245	236	370	222
Aug.	172	270	356	173	272	344	175	274	334	176	276	325	177	278	315	178	280	303	179	281	289
Sept.	126	198	366	123	193	356	119	186	345	114	179	335	109	172	324	104	163	308	98	154	292
Okt.	75	118	334	70	110	317	64	101	297	57	89	274	50	78	240	42	65	200	34	53	182
Nov.	38	60	207	29	46	191	20	32	164	13	20	118	8	13	57	3	5	32	-	-	3
Dec.	21	33	175	14	22	128	10	15	64	4	6	42	1	1	6	0	0	0	0	0	0

5.122 Strålningsandelens års-periodiska variation

På analogt sätt som för lufttemperaturen kan strålningsandelen i den ekvivalenta utetemperaturen uppdelas i en årsvariation och därpå överlagrade dygnsvariationer. Årsvariationen definieras på samma sätt som för lufttemperaturen av den variation som dygnsmedelvärdet undergår under loppet av ett år. För ett år med ständigt molnfri himmel representeras alltså strålningsandelens årsvariation av första termen i (5.11)

$$T_{så} = \frac{a}{\alpha_y} \cdot I^{med} \qquad (5.12)$$

5.123 Strålningsandelens dygns-periodiska variation

Den dygnsperiodiska variationen utgörs av de två trigonometriska termerna med 24 resp. 12 timmars periodlängd i (5.11) dvs. av uttrycket

$$T_{sd} = \frac{a}{\alpha_y} \cdot \{I_{24} \cdot \cos(15t-180) + I_{12} \cdot \cos 30t\} \qquad (5.13)$$

I och med detta har de olika beståndsdelarna i den ekvivalenta utetemperaturen bestämts och kan sammanställas.

5.13 Den ekvivalenta utetemperaturens års- och dygnsvariation - sammanställning

5.131 Årsperiodisk variation vid molnfri himmel

Enl. (5.5) och (5.12) fås

$$T_{eå} = T_{\ell}^{med} + \frac{a}{\alpha_y} \cdot I^{med} \qquad (5.14)$$

Värden för dygnsmedelvärdets årsvariation T_{ℓ}^{med} fås ur FIG. 5.3.

I^{med} bestäms med hjälp av TAB. 5.4 a-c.

5.132 Dygnsperiodisk variation vid molnfri himmel

Enligt (5.6) och (5.13) fås enligt följande uttryck

$$T_{ed} = T_{24}^{max} \cdot \cos(15t-180) + T_{12}^{max} \cdot \cos 30t \quad (5.15)$$

Koefficienterna:

$$T_{24}^{max} = \frac{a}{\alpha_y} \cdot I_{24} + 5{,}0 \quad (5.16)$$

$$T_{12}^{max} = \frac{a}{\alpha_y} \cdot I_{12} \quad (5.17)$$

Värden för I_{24} och I_{12} bestäms ur TAB 5.4a-c.

Den ekvivalenta utetemperaturens dygnsvariation är härmed uttryckt som en geometrisk serie med endast två termer vars koefficienter enkelt kan bestämmas. Detta förfarande medför en mycket stor förenkling jämfört med det som ligger närmast till hands och som vanligtvis använts för att lösa problem av det aktuella slaget, nämligen att utveckla temperaturvariationen i form av en fourierserie.

5.14 Val av koefficienter

5.141 Absorptionskoefficient a

En svårighet vid den praktiska tillämpningen för beräkning av temperaturer som föreligger vare sig den ekvivalenta utetemperaturen anges enligt det analytiska uttrycket eller enligt någon annan variation är valet av absorptionskoefficienten a. Denna har dominerande inverkan på beräkningsresultatet. Det finns därför ett angeläget behov av bättre och säkrare underlag för valet av denna storhet. För att dock ange något beträffande dessa återges i TAB. 5.5 av Höglund (1973) angivna tillämpbara värden för absorptionsfaktorn a med hänsyn till bl.a. nedsmutsning av ytterytor.

TAB. 5.5. Praktiskt tillämpbara värden för absorptionskoefficienten a för kortvågig strålning.

Ytans färg	Absorptionsfaktor a
Ljusa ytor	0,4 - 0,5
Mörkgrå ytor	0,7 - 0,8
Svarta ytor	0,9

5.142 Värmeövergångskoefficient α_y

En liknande svårighet gäller valet av värmeövergångskoefficienten α_y, som emellertid normalt har betydligt mindre inverkan på beräkningsresultatet än absorptionskoefficienten. Som genomsnittligt värde föreslås

$$\alpha_y = 16\ W/m^2 \cdot K$$

5.2 INOMHUSTEMPERATUREN

Inomhustemperaturen eller rumstemperaturen T_r kan i uppvärmda byggnader på samma sätt som yttre temperaturer anses sammansatt av en årsperiodisk och en dygnsperiodisk variation. Båda variationerna är små. Vidare påverkas temperaturförhållanden i en fasadskiva med god värmeisolering på insidan endast obetydligt av rumstemperaturens variationer. Det finns därför inte anledning att närmare analysera rumstemperaturens variationer. Rumstemperaturen kan med försumbart fel för temperaturförhållanden i fasadskiva anses vara konstant. Förslagsvis sätts värdet till $T_r = 20^oC$.

6 ÅRSVARIERANDE DYGNSMEDELTILLSTÅND FÖR TEMPERATUR OCH RÖRELSER

6.1 TEMPERATURTILLSTÅND

Temperaturens dygnsmedelfördelning i en vägg kan - som angivits i kapitel 4 - bestämmas som för stationära tillstånd. Temperaturfördelningen i fasadskivan bildar en rät linje mellan yttemperaturerna T_y och T_i. Bestämningen av dessa yttemperaturer - som är elementär - baseras på en yttre lufttemperatur som är lika med dygnsmedelvärdet av den ekvivalenta utetemperaturen för den aktuella tidpunkten och en för uppvärmda byggnader konstant rumstemperatur. För den i FIG. 6.1 visade väggen fås följande uttryck för yttemperaturerna.

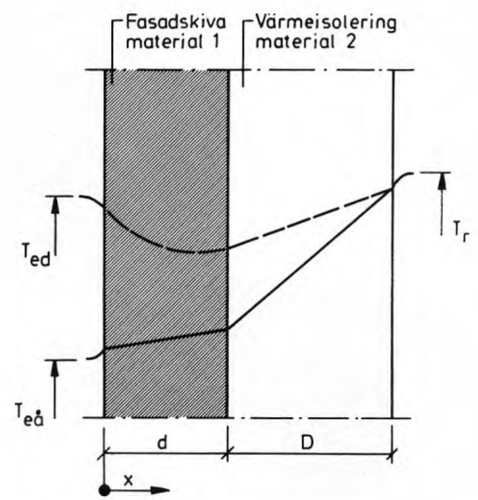


FIG. 6.1. Temperaturfördelning i vägg.

——————— *Dygnsmedeltillstånd*

- - - - - - - *Icke-stationär temperatursvängning kring medeltillståndet.*

$$T_y = T_{eå} + \frac{m_y}{\Sigma m} \cdot (T_r - T_{eå}) \qquad (6.1)$$

$$T_i = T_{eå} + \frac{m_y + m_1}{\Sigma m} \cdot (T_r - T_{eå}) \qquad (6.2)$$

där m_y = yttre värmeövergångsmotstånd

m_1 = delvärmemotstånd hos material 1-fasadskivan

Σm = $m_y + m_1 + m_2 + m_i$

$T_{eå}$ = dygnsmedelvärde av ekvivalent utetemperatur.

En sådan temperaturfördelning illustreras av den heldragna kurvan i FIG. 6.1.

6.2 RÖRELSER

Den linjära temperaturfördelningen i fasadskivan ger - enligt kapitel 3 - följande uttryck för rörelser i förhållande till referenstillstånd med konstant temperatur av $0^{\circ}C$ i alla delar av skivan.

6.21 Längdändring

$$u = \alpha \cdot y \cdot \left(\frac{T_y + T_i}{2} + \frac{T_y - T_i}{2c} \cdot s\right) \qquad (6.3)$$

och motsvarande uttryck i z-led.

6.22 Böjning

$$w = -\alpha \cdot \frac{T_y - T_i}{4c} \cdot (y^2 + z^2) \qquad (6.4)$$

Till dygnsmedeltillståndet är överlagrat ett dygnsvarierande svängande tillstånd. Den streckade kurvan i FIG. 6.1 är en schematisk - vid en viss tidpunkt fixerad - bild av en sådan svängning.

Formen hos dessa icke-linjära temperaturfördelningar och de rörelser som orsakas av dessa behandlas i följande kapitel.

7 DYGNSVARIERANDE TEMPERATURTILLSTÅND OCH RÖRELSER

7.1 TEMPERATURTILLSTÅND - GRUNDLÄGGANDE TEMPERATURFUNKTION

Den ekvivalenta utetemperaturens dygnsvariation kan uttryckas som summan av ett antal harmoniskt varierande delfunktioner eller svängningar. Den kan i allmän form uttryckas

$$T_{ed} = \Sigma T^{max} \cdot \cos(\omega t - v_T max) \qquad (7.1)$$

Beteckningar:

T^{max} = temperaturens maximivärde

$\omega = \frac{2\pi}{t_o}$ = vinkelhastighet

t_o = periodlängd

$v_T max$ = $\omega \cdot t_T max$

$t_T max$ = tidpunkt då maximivärdet inträffar.

En yttre påverkande harmonisk temperatursvängning eller delfunktion i uttrycket (7.1) ger i ett skikt på ett fixerat godtyckligt avstånd x från fasadskivans ytteryta upphov till en harmonisk temperatursvängning med samma periodlängd. Denna svängning är emellertid dämpad och fasförskjuten i förhållande till den påverkande. Förhållandet illustreras i FIG. 7.1. Dämpningsfaktorn som betecknas r(x) anger förhållandet mellan maximivärdet av den alstrade och den påverkande temperatursvängningen.

$$r(x) = \frac{T(x)^{max}}{T^{max}}$$

Om fasförskjutningen analogt betecknas v(x) kan inverkan av ekvivalent utetemperatur enligt (7.1) på temperaturen i ett skikt på avståndet x anges med uttrycket

$$T(x,t) = \Sigma T^{max} \cdot r(x) \cdot \cos\{\omega t - v_T max - v(x)\} \qquad (7.2)$$

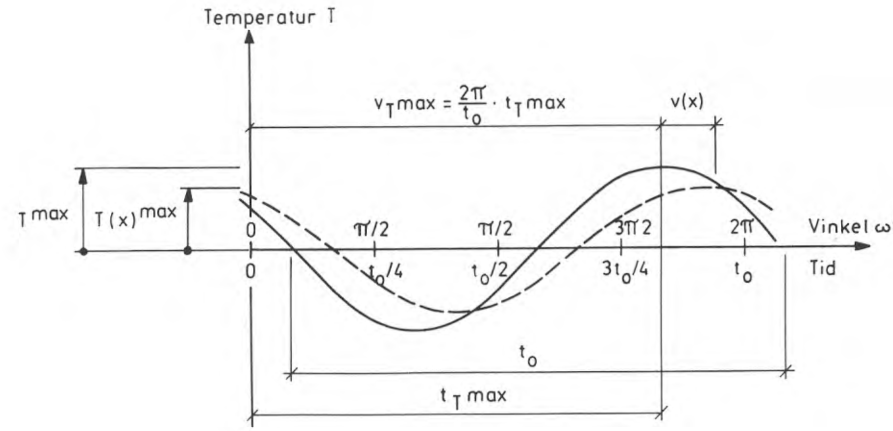


FIG. 7.1. Harmoniskt varierande lufttemperatur - heldragen kurva - ger i ett skikt på avståndet x från ytterytan upphov till en harmoniskt varierande temperatur - streckad kurva - som har samma periodlängd men är fasförskjuten och dämpad i förhållande till den påverkande temperaturen.

vilket följdenligt och analogt med (7.1), är en summa av delfunktioner.

Uttrycket anger i allmän form den sökta temperaturfunktionen.

För att få denna i speciell och tillämpbar form krävs en anpassning till gällande förutsättningar i form av kompletterande uttryck för dämpning och fasförskjutning som är baserade på Fouriers värmeledningsekvation och gällande randvillkor. Sådana uttryck har härletts för den i FIG. 6.1 visade väggen. Härledningen redovisas i appendix II.

Som en förenkling av randvillkoren har härvid värmeisoleringsmaterialets specifika värmekapacitet antagits vara noll. Detta har nämligen för lätta material som mineralull och cellplast försumbar inverkan. Från appendix II hämtas följande uttryck för fasförskjutning och dämpning.

Dämpning r(x)

$$r(x) = \sqrt{\frac{e^{-2\gamma x}+2(1-\kappa)\cdot e^{-2\gamma d}\cdot\cos(2\gamma d-2\gamma x-\kappa)+(1-\kappa)^2\cdot e^{-2(2\gamma d-\gamma x)}}{N}} \qquad (7.3)$$

där N anger nämnaren enligt uttrycket

$$N = 1+2\,\frac{\lambda_1\gamma}{\alpha_y}+2\left(\frac{\lambda_1\gamma}{\alpha_y}\right)^2+2(1-\kappa)\cdot e^{-2\gamma d}\cdot\left[\left\{1-2\left(\frac{\lambda_1\gamma}{\alpha_y}\right)^2\right\}\cdot\cos(2\gamma d-\kappa)-2\,\frac{\lambda_1\gamma}{\alpha_y}\cdot\sin(2\gamma d-\kappa)\right]+$$

$$+\left\{1-2\,\frac{\lambda_1\gamma}{\alpha_y}+2\left(\frac{\lambda_1\gamma}{\alpha_y}\right)^2\right\}\cdot(1-\kappa)^2\cdot e^{-4\gamma d}$$

Fasförskjutning v(x)

$$v(x) = \operatorname{arctg}\frac{e^{-\gamma x}\cdot\sin\gamma x+(1-\kappa)\cdot e^{-(2\gamma d-\gamma x)}\cdot\sin(2\gamma d-\gamma x-\kappa)}{e^{-\gamma x}\cdot\cos\gamma x+(1-\kappa)\cdot e^{-(2\gamma d-\gamma x)}\cdot\cos(2\gamma d-\gamma x-\kappa)}+$$

$$+\operatorname{arctg}\frac{\frac{\lambda_1\gamma}{\alpha_y}-(1-\kappa)\cdot e^{-2\gamma d}\left\{\left(1-\frac{\lambda_1\gamma}{\alpha_y}\right)\sin(2\gamma d-\kappa)+\frac{\lambda_1\gamma}{\alpha_y}\cdot\cos(2\gamma d-\kappa)\right\}}{1+\frac{\lambda_1\gamma}{\alpha_y}+(1-\kappa)\cdot e^{-2\gamma d}\left\{\left(1-\frac{\lambda_1\gamma}{\alpha_y}\right)\cdot\cos(2\gamma d-\kappa)-\frac{\lambda_1\gamma}{\alpha_y}\cdot\sin(2\gamma d-\kappa)\right\}} \qquad (7.4)$$

Beteckningar:

Material 1 = fasadskivan

" 2 = värmeisolering

d = fasadskivans tjocklek

D = $D'+m_i\cdot\lambda_2$

D' = värmeisoleringens tjocklek

m_i = inre värmeövergångsmotstånd, $m^2\cdot K/W$

λ = värmeledningsförmåga, $W/m\cdot K$

γ = $\sqrt{\frac{\pi}{t_o\cdot a}}$

a = $\frac{\lambda_1}{c_1\cdot\rho_1}$ = värmediffusivitet, m^2/s

c = specifik värmekapacitet, $J/kg\cdot K$

ρ = skrymdensitet, kg/m^3

samt $\kappa = \frac{\lambda_2}{\lambda_1 \cdot D \cdot \gamma}$

Den grundläggande temperaturfunktionen har därmed bestämts. Med utgångspunkt från denna kan temperaturfördelningen i skivans tjockleksriktning bestämmas för godtyckliga tidpunkter varefter rörelserna kan beräknas enligt de uttryck som redovisats i kapitel 3. Temperaturfunktionen är emellertid alltför komplicerad för praktisk tillämpning. Det är därför nödvändigt att införa vissa förenklingar.

I det närmast följande skall med utgångspunkt från förenklade antaganden rörande den grundläggande temperaturfunktionen anges en approximativ temperaturfördelning som möjliggör förenklade uttryck för temperaturrörelser.

7.11 Förenklade antaganden rörande temperaturfunktionen - approximativt uttryck för temperaturfördelning

Som underlag för förenklingar redovisas i FIG. 7.2 som ett exempel resultatet av en beräkning i analogimaskin av tem-

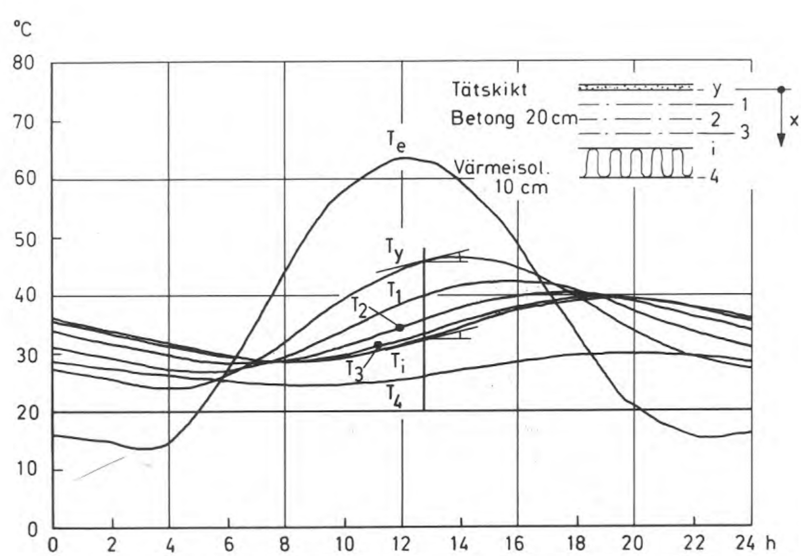


FIG. 7.2. Temperaturförlopp i takkonstruktion. Vid tidpunkten ca 12.30 tycks temperaturkurvorna T_1 t.o.m. T_5 vara ungefär parallella.

peraturvariationen i en takkonstruktion. Denna består uppifrån räknat av tätskikt, 20 cm betong och 10 cm cellplastisolering. Den övre kurvan anger den ekvivalenta utetemperaturens variation under ett dygn. De övriga redovisar temperaturförloppen i skikten 1 t.o.m. 5 i betongplattan. Vid den tidpunkt - ca 12.30 - då temperaturskillnaden mellan betongplattans över- och underyta $T_y - T_i$ är maximal och då dessa kurvor följaktligen är parallella tycks även övriga kurvor T_1, T_2 och T_3 vara nära parallella med dessa. Ett motsvarande tillstånd förekommer under avsvalnandet omkring kl. 23. Dessa båda tidpunkter är speciellt intressanta eftersom de kan förväntas motsvara tidpunkterna då böjdeformationen når maximum resp. minimum.

Det bör noteras att betongplattans tjocklek i exemplet är 20 cm dvs. avsevärt större än aktuella tjocklekar för fasadskivor och att tendensen till parallellitet förstärks ju mindre tjockleken är.

Konstaterandet att temperaturkurvorna i olika skikt tycks vara nära parallella under ett par i sammanhanget intressanta skeden kan som strax skall visas utnyttjas för att uppställa en hypotes beträffande förenklad form hos temperaturfördelningen. Kurvskaran i figuren representerar en temperaturfunktion T(x,t) som analogt med uttrycket (7.2) är sammansatt av ett antal harmoniskt varierande funktioner - delfunktioner. Var och en av delfunktionerna är lösningar till Fouriers värmeledningsekvation. Även summan av delfunktionerna är då en lösning till denna ekvation som för endimensionell värmetransport i samma riktning som dimensionsvariabeln -x kan uttryckas

$$\frac{\partial\, T(x,t)}{\partial t} = a \cdot \frac{\partial^2\, T(x,t)}{\partial x^2}$$

där a = värmediffusiviteten

x = tjockleksriktningen räknad nedåt från betongens överyta

t = tidsvariabeln.

För en godtycklig fixerad tidpunkt t=t' övergår temperaturfunktionen till en funktion av endast en oberoende variabel -x, eller

$$T = T(x,t)_{t=t'}$$

Motsvarande uttryck för grundekvationen blir

$$\frac{d}{dt}\{T(x,t)\}_{t=t'} = a\cdot \frac{d^2}{dx^2}\{T(x,t)\}_{t=t'}$$

Antagandet om att temperatur/tid-kurvorna vid tidpunkten t' är nära parallella oberoende av x innebär att det vänstra ledet är nära konstant. Det högra ledet som är ett uttryck för temperaturfördelningen vid tiden t' kan då skrivas

$$\frac{d^2}{dx^2}\{T(x,t)\}_{t=t'} \approx \text{konstant}$$

Efter två ggr integrering fås det allmänna uttrycket för temperaturfördelningen vid denna tidpunkt

$$T(x) \approx A+B\cdot x+C\cdot x^2 \qquad (7.5)$$

där A, B och C är konstanter.

Antagandet om nära parallella temperaturförlopp vid en fix godtycklig tidpunkt leder således till följande hypotes beträffande temperaturfördelning vid samma tidpunkt. *Temperaturfördelningen kan approximativt uttryckas som summan av en linjär och en kvadratisk funktion.*

Denna approximation gör det möjligt att uppställa enkla uttryck för deformationer. För att undersöka detta är det lämpligt att, som i kapitel 3, uttrycka temperaturfördelningen i dimensionsvariabeln s. Transformering av (7.5) enligt sambandet $x = \frac{d}{2} - s$ ger ingen förändring av den allmänna formen för temperaturfördelningen som därmed kan uttryckas

$$T(s) \approx A+B\cdot s+C\cdot s^2 \qquad (7.6)$$

där A, B och C är konstanter.

7.111 Böjdeformation av approximativ temperaturfördelning

Uttrycket (7.6) består av två jämna och en udda term. Endast den udda termen ger, enligt kapitel 3 avsnitt 3.4, upphov till böjdeformation. Med c=d/2 fås ur (7.6)

$$T_y \approx A+B\cdot c+C\cdot c^2 \text{ och}$$

$$T_i \approx A-B\cdot c+C\cdot c^2$$

varur fås

$$B \approx \frac{T_y-T_i}{2c}$$

Den udda termen i (7.6) blir således

$$T(s)_u = \frac{T_y-T_i}{2c}\cdot s$$

Integrering av detta uttryck enl. (3.4a) och tillämpning av (3.8) ger böjdeformationen

$$w = -\alpha\cdot \frac{T_y-T_i}{4c}\cdot(y^2+z^2) \qquad (7.7)$$

Detta är samma uttryck som (6.4) som avser böjdeformation vid rätlinjig temperaturfördelning mellan yttemperaturerna. För böjdeformationen gäller således samma uttryck oavsett om temperaturtillståndet är stationärt med linjär temperaturfördelning eller icke-stationärt med icke-linjär fördelning. En förutsättning är givetvis att den approximativa temperaturfördelningen och den förenklade bestämningen av böjdeformationen enl. (7.7) baseras på fysikaliskt riktiga värden för yttemperaturerna T_y och T_i. Dessa måste i det icke-stationära fallet ofrånkomligen bestämmas med någon metod som avser icke-stationära tillstånd. Förenklingen ligger i att det är tillräckligt att bestämma endast de två temperaturförloppen vid fasadskivans ytor för att bestämma böjdeformationens förlopp.

Det ovan nämnda förutsätter givetvis att den förenklade temperaturfördelningen är en tillräckligt noggrann approximation.

7.112 Längdändring av approximativ temperaturfördelning

På motsvarande sätt som för böjdeformationen kan ur (7.6) uppställas uttryck för längdändring. För att möjliggöra enkla uttryck som funktioner av endast yttemperaturerna T_y och T_i antas värmeisoleringen vara oändligt tjock. Detta medför att temperaturfördelningens lutning mot s-axeln är noll vid insidan av fasadskivan vilket för väl värmeisolerade väggar medför ett försumbart fel. Jfr kommentar under 7.132. Derivering av uttrycket (7.6) ger

$$\frac{d}{ds}\cdot\{T(s)\}_{s=-c} \approx B-2C\cdot c = 0$$

Med $B = \dfrac{T_y-T_i}{2c}$ enligt det föregående fås

$$C = \frac{T_y-T_i}{4c^2}$$

Med $T(s)_{s=-c} = T_i$ fås vidare

$$A = T_i + \frac{T_y-T_i}{4}$$

Uttrycket (7.6) kan därmed skrivas

$$T(s) \approx T_i + \frac{T_y-T_i}{4} + \frac{T_y-T_i}{2c}\cdot s + \frac{T_y-T_i}{4c^2}\cdot s^2 \qquad (7.8)$$

Tillämpning av (3.4) och (3.7) ger följande uttryck för längdändring

$$u \approx \alpha\cdot y(T_i + \frac{T_y-T_i}{3} + \frac{T_y-T_i}{2c}\cdot s) \qquad (7.9)$$

Därmed är även längdändringen uttryckt som en enkel funktion av yttemperaturerna T_y och T_i.

7.113 Noggrannheten hos den approximativa temperaturfördelningen

Anledningen till att temperaturfunktionen och temperaturfördelningen i tjockleksriktningen ägnats sådan uppmärksamhet är behovet av att finna enkla uttryck för <u>böjdeformationen</u> och dess dygnsamplitud.

Om det endast hade gällt att studera dygnsamplituden av längdändringen i elementets mittplan kunde enkla - och tillfredsställande noggranna - uttryck ha uppställts utan närmare kännedom om temperaturfördelning. Dygnsamplituden av längdändringen skulle t.ex. med acceptabel noggrannhet relaterats till högsta och lägsta värde för temperaturen T_i. Jfr t.ex. FIG. I.2a, appendix I, som visar temperaturförloppen för temperaturerna T_y och T_i hos ett 8 cm tjockt fasadelement av betong.

Förutsättningarna för att de gjorda approximationerna endast medför små fel är gynnsamma när det gäller bestämning av böjdeformationen. Vid de två tidpunkter som motsvarar böjningens dygnsamplitud - och som i första hand är intressanta - har nämligen temperaturskillnaden T_y-T_i maximum respektive minimum. Antagandet om parallella temperaturförlopp är härvid "minst felaktigt".

Mest felaktigt är antagandet vid de tidpunkter då temperaturkurvorna korsar varandra. Jfr FIG. 7.2. Vid dessa tillfällen är emellertid böjdeformationen noll eller nära noll varför ett inte alltför stort fel saknar betydelse.

Mot bakgrund av det föregående är det naturligt att låta noggrannheten hos den approximativa temperaturfördelningen representeras av det fel den ger upphov till vid bestämning av deformationer - och då främst böjdeformationen.

Noggrannhet med avseende på böjning vid harmoniskt varierande temperaturpåverkan

Undersökningen, som redovisas i appendix III, omfattar en jämförelse av böjdeformation enligt det förenklade uttrycket (7.7) med motsvarande uttryck för böjdeformation av fysikaliskt riktig temperaturfunktion. Avvikelsen mellan dessa uttryck utgör den sökta felfunktion som representerar noggrannheten hos den approximativa temperaturfördelningen med avseende på böjdeformationen.

Begränsningar

Det har varit nödvändigt att begränsa felkalkylen till vissa gränsvärden för variabler som påverkar temperaturfunktion och temperaturfördelning. För andra variabler, materialkonstanter, har valts genomsnitts- eller normalvärden. Vid valet av värden för dessa begränsningar har målet varit att undersöka om noggrannheten hos den approximativa temperaturfördelningen är tillfredsställande vid beräkning av deformation hos följande typer av fasadskivor:

1) fasadskiva av tegel med 1/2-stens eller mindre tjocklek

2) fasadskivor av betong med normalt förekommande tjocklekar

3) fasadskivor av natursten med normalt förekommande tjocklekar

4) fasadskivor av lättbetong med tjockleken 7 cm, motsvarande yttre skiva i lättelement.

Detta motiverar att begränsa undersökningen till skivtjocklekar mindre eller lika med 12,5 cm.

Vidare begränsas undersökningen till inverkan av en harmonisk temperaturvariation med en minsta periodlängd av 12 timmar vilket gör att den gäller för den ekvivalenta utetemperaturen som tidigare visats kunna uttryckas som summan av en 24-timmars och en 12-timmars temperatursvängning.

Resultat

Undersökningen utmynnar i en numerisk beräkning av böjdeformation och felfunktion för den ogynnsammaste kombinationen: periodlängd 12 timmar och 1/2-stens tegelvägg, dvs. vägg med 12,5 cm tjocklek och genomsnittliga värden för materialegenskaper.

Resultatet illustreras i FIG. III.2, appendix III. Såväl böjdeformationen w som felfunktionen Δw - skillnaden mellan böjdeformationer av approximativ temperaturfördelning och av fysikaliskt riktig temperaturfördelning - är sinusfunktioner med samma periodlängd. Maximivärdet av felfunktionen är ca 10 % av maximivärdet för böjdeformationen. Felfunktionen har sitt maximala värde då böjdeformationen är noll eller så nära noll att skillnaden kan försummas. Omvänt är felfunktionens värde noll då böjdeformationen har maximum och minimum dvs. då temperaturskillnaden $T_y - T_i$ har extremvärden.

Noggrannhet med avseende på böjning under inverkan av den ekvivalenta utetemperaturens dygnsvariation

Då en fasadskiva exponeras för ekvivalent utetemperatur bestående av en 24-timmars och en 12-timmars harmonisk temperaturvariation kommer temperaturförloppen i skivan att vara sammansatt av två sinusfunktioner. Temperaturförloppen - kurvskaran i FIG. 7.2 - är visserligen inte baserad på den förenklade formen för ekvivalent utetemperatur men kan ändå tjäna som illustration av temperaturförlopp vid en sådan variation.

Temperaturskillnaden $T_y - T_i$ mellan ytteryta och inneryta kommer att bestå av två delfunktioner $(T_y - T_i)_{24}$ och $(T_y - T_i)_{12}$ som är sinusfunktioner med periolängderna 24 respektive 12 timmar.

Vid den tidpunkt då temperaturskillnaden $T_y - T_i$ har maximum - kl. 12.30 i FIG. 7.2 - och då följaktligen temperaturförloppen T_y och T_i är parallella kan endera av följande förhållanden gälla för delfunktionerna. (Motsvarande gäller då $T_y - T_i$ har minimum.)

1) Delfunktionerna $(T_y-T_i)_{24}$ och $(T_y-T_i)_{12}$ har maximum samtidigt som den sammansatta funktionen T_y-T_i. Härvid är villkoret om parallella temperaturförlopp T_y och T_i uppfyllt. Eftersom felen hos böjdeformationerna är noll då delfunktionerna har maximum blir felet i böjdeformationens maximivärde noll.

2) Den ena delfunktionen t.ex. $(T_y-T_i)_{24}$ har ännu inte uppnått sitt maximivärde vilket innebär att temperaturförloppen T_y och T_i för denna delfunktion divergerar i tidsaxelns riktning. Värdet av böjdeformationen av delfunktionen $(T_y-T_i)_{24}$ är då behäftat med ett fel. Villkoret att temperaturförloppen T_y och T_i skall vara parallella kräver att den andra delfunktionen $(T_y-T_i)_{12}$ har uppnått sitt maximum så att temperaturförloppen T_y och T_i i denna funktion konvergerar i tidsaxelns riktning. Böjdeformationen av delfunktionen $(T_y-T_i)_{12}$ blir då behäftat med ett fel av motsatt tecken som felet av delfunktionen $(T_y-T_i)_{24}$ vilket medverkar till att göra felet i den totala böjdeformationen mycket litet.

Böjdeformationens variation kan mot bakgrunden av det föregående med mycket god approximation uttryckas av sambandet (7.7). Felet i värden för dygnsamplituden betraktas som försumbart.

Noggrannhet med avseende på längdändring

Noggrannheten med avseende på längdändring har undersökts på motsvarande sätt som för böjning. Undersökningen, som är helt analog med undersökningen av inverkan på böjning, redovisas inte i appendix III. Endast de väsentligaste resultaten redovisas. För harmoniskt varierande temperaturpåverkan blir längdändring och felfunktion sinusfunktioner med samma periodlängd.

För 12-timmars periodlängd och 1/2-stens tegelvägg blir felfunktionens amplitud ca 6 % av längdändringens. För 24-timmars periodlängd minskar detta värde.

I motsats till vid böjdeformationen uppträder extremvärden för längdändring och felfunktion samtidigt. Inverkan av ekvivalent utetemperatur - summering av amplituder för 12-timmars och 24-timmars harmoniska svängningar - medför att det relativa felet hos längdändringens dygnsamplitud blir mindre än 6 %.

Med hänsyn till ovanstående anses längdändringen med god noggrannhet kunna uttryckas av (7.9).

Giltigheten av den förenklade temperaturfördelningen för beräkning av rörelser är utförligt belyst i appendix III.

Med de i denna skrift aktuella begränsningarna av förutsättningar betr. skivtjocklek och värmeegenskaper hos materialet i fasadskivan fås en mycket god noggrannhet vid beräkning av rörelser.

Detta innebär att metoden kan användas även för mindre begränsade förutsättningar med en mindre men ändå acceptabel noggrannhet.

Detta är anledning till utformningen och omfattningen av redogörelsen för noggrannheten i appendix III. Redovisningen av noggrannheten för de i denna skrift aktuella begränsade förutsättningarna har utformats på ett sätt som avses kunna bilda underlag för analoga beräkningar med mindre begränsade förutsättningar.

Som sammanfattning av vad som redovisats tidigare under avsnitt 7.11 gäller beträffande fasadskivor med begränsad tjocklek och av förhållandevis tungt material att dygnsvariationen av en fasadskivas böjdeformation och längdändring kan bestämmas med utgångspunkt från de två temperaturförloppen vid skivans ytor.

Den närmast följande redogörelsen inriktas därför på att, med utgångspunkt från den grundläggande temperaturfunktionen i avsnitt 7.1, uppställa enkla uttryck för de två yttemperaturernas variation.

7.12 Temperaturförlopp vid en fasadskivas ytter- och inneryta

Uttrycket (7.2) anger temperaturförlopp på godtyckligt avstånd x från fasadytan. För x=0 och x=d fås motsvarande uttryck för tidsvariationen av yttemperaturerna T_y och T_i.

$$T_y = T(x,t)_{x=0} = \Sigma T^{max} \cdot r_y \cdot \cos(\omega t - v_T max - v_y) \quad (7.10)$$

$$T_i = T(x,t)_{x=d} = \Sigma T^{max} \cdot r_i \cdot \cos(\omega t - v_T max - v_i) \quad (7.11)$$

Dämpning och fasförskjutning vid ytteryta betecknas r_y och v_y och vid inneryta r_i och v_i. De erforderliga kompletterande uttrycken för dessa fås genom insättning av x=0 och x=d i (7.3) och (7.4). Som en ytterligare förenkling sätts värdet κ=0. För relativt tunga material som tegel och betong och isoleringstjocklek större än 10 cm blir felet av denna förenkling försumbart.

Resultatet blir att dämpning och fasförskjutning kan uttryckas enligt det följande.

Dämpning

$$r_y = r(x)_{x=0} = \sqrt{\frac{1+2 \cdot e^{-2\gamma d} \cdot \cos 2\gamma d + e^{-4\gamma d}}{N}} \quad (7.12)$$

$$r_i = r(x)_{x=d} = \sqrt{\frac{4 \cdot e^{-2\gamma d}}{N}} \quad (7.13)$$

där N uttrycks

$$N = 1+2\,\frac{\lambda_1\gamma}{\alpha_y} + 2\left(\frac{\lambda_1\gamma}{\alpha_y}\right)^2 + 2\cdot e^{-2\gamma d}\left[\left\{1-2\left(\frac{\lambda_1\gamma}{\alpha_y}\right)^2\right\}\cos 2\gamma d - 2\,\frac{\lambda_1\gamma}{\alpha_y}\cdot\sin 2\gamma d\right] +$$
$$+ \left\{1-2\,\frac{\lambda_1\gamma}{\alpha_y} + 2\left(\frac{\lambda_1\gamma}{\alpha_y}\right)^2\right\}\cdot e^{-4\gamma d}$$

Fasförskjutning

$$v_y = v(x)_{x=0} = \mathrm{arctg}\,\frac{e^{-2\gamma d}\cdot\sin 2\gamma d}{1+e^{-2\gamma d}\cdot\cos 2\gamma d} +$$

$$+\ \mathrm{arctg}\,\frac{\frac{\lambda_1\gamma}{\alpha_y} - e^{-2\gamma d}\{(1-\frac{\lambda_1\gamma}{\alpha_y})\sin 2\gamma d + \frac{\lambda_1\gamma}{\alpha_y}\cdot\cos 2\gamma d\}}{1+\frac{\lambda_1\gamma}{\alpha_y} + e^{-2\gamma d}\{(1-\frac{\lambda_1\gamma}{\alpha_y})\cos 2\gamma d - \frac{\lambda_1\gamma}{\alpha_y}\cdot\sin 2\gamma d\}} \qquad (7.14)$$

$$v_i = v(x)_{x=d} = \gamma d + \mathrm{arctg}\,\frac{\frac{\lambda_1\gamma}{\alpha_y} - e^{-2\gamma d}\{(1-\frac{\lambda_1\gamma}{\alpha_y})\sin 2\gamma d + \frac{\lambda_1\gamma}{\alpha_y}\cdot\cos 2\gamma d\}}{1+\frac{\lambda_1\gamma}{\alpha_y} + e^{-2\gamma d}\{(1-\frac{\lambda_1\gamma}{\alpha_y})\cos 2\gamma d - \frac{\lambda_1\gamma}{\alpha_y}\cdot\sin 2\gamma d\}} \qquad (7.15)$$

Uttrycken (7.10) och (7.11) avser inverkan av en yttre påverkande temperatur vars variation beskrivs av (7.1) dvs. av en trigonometrisk serie t.ex. en fourierserie som anger den ekvivalenta utetemperaturens dygnsvariation.

7.121 Temperaturförlopp vid ytor av det förenklade uttrycket för den ekvivalenta utetemperaturens dygnsvariation

Det förenklade uttrycket (5.15) för ekvivalent utetemperatur är en trigonometrisk serie som består av två termer med periodlängden 24 resp. 12 timmar. Vinklarna är i detta fall uttryckta i grader. Inverkan av denna variation fås ur (7.10) och (7.11) enligt följande

$$T_y = T_{24}^{max}\cdot r_{y,24}\cdot\cos(15t-180-v_{y,24}) +$$

$$+\ T_{12}^{max}\cdot r_{y,12}\cdot\cos(30t-v_{y,12}) \qquad (7.16)$$

$$T_i = T_{24}^{max}\cdot r_{i,24}\cdot\cos(15t-180-v_{i,24}) +$$

$$+\ T_{12}^{max}\cdot r_{i,12}\cdot\cos(30t-v_{i,12}) \qquad (7.17)$$

Beteckningar:

Med kompletterande beteckningar 24 och 12 anges om storheterna avser periodlängderna t_o = 24 resp. t_o = 12 timmar.

Värden för dämpning och fasförskjutning fås ur (7.12) t.o.m. (7.15) för t_o = 24 resp. t_o = 12 timmar. (Periodlängden t_o ingår enligt tidigare redovisade beteckningar i hjälpvariabeln γ.)

7.13 Exempel på värden för dämpning och fasförskjutning

Som exempel och underlag för bestämning av temperaturer och temperaturrörelser redovisas i det följande värden för dämpning och fasförskjutning för fasadskivor av betong och 1/2-stens tegelskal. Beräkningen av dessa värden har gjorts för genomsnittliga värden för materialkonstanter.

7.131 Fasadskivor av betong (och kalksandsten)

För fasadskivor av betong har upprättats diagram för bestämning av fasförskjutning och dämpning, se FIG. 7.3. Diagrammen anger värden för 24 resp. 12 timmars periodlängd vid en tjocklek som varierar från 0 till 12,5 cm. Normalt förekommande tjocklekar inryms i detta intervall. Diagrammen är upprättade för vägg med oändligt tjock värmeisolering vid insidan av fasadskivan vilket för väl isolerade fasadskivor har försumbar inverkan på resultatet. Vid beräkningen har förutsatts följande värden, ur Handboken Bygg, del 2 (1968), för materialkonstanter.

Värmeledningsförmåga λ_1 = 1,3 kcal/(m·h°C) = 1,5 W/(m·K)

Specifik värmekapacitet c_1 = 0,22 kcal/(kg°C) = 870 J/(kg·K)

Skrymdensitet ρ_1 = 2 300 kg/m^3

Det yttre värmeövergångstalet har satts α_y = 16 W/(m^2·K).

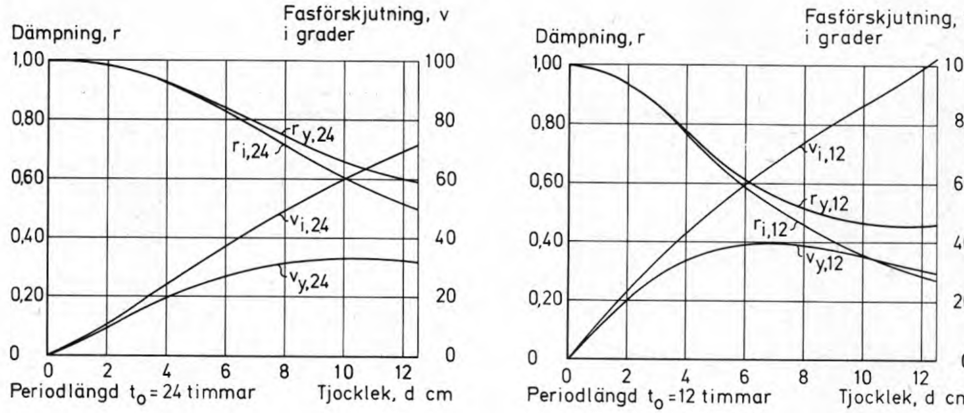


FIG. 7.3. Diagram för bestämning av dämpning och fasförskjutning vid ytter- och inneryta hos fasadskiva av betong för periodlängderna t_o = 24 timmar och t_o = 12 timmar. Värdena är ungefärligen giltiga även för murverk av kalksandsten.

7.132 Fasadskivor av 1/2-stens tegel

För murverk av massivtegel har ur Tegelindustrins information nr 37 (1969) hämtats följande värden för tegelmurverk av 1,7 tegel.

$$\lambda_1 = 0,60 \text{ kcal/(m·h}^\circ\text{C)} = 0,70 \text{ W/(m·K)}$$

$$c_1 = 0,22 \text{ kcal/(kg}^\circ\text{C)} = 870 \text{ J/(kg·K)}$$

$$\rho = 1\,700 \text{ kg/m}^3$$

Beräkning av fasförskjutning och dämpning ger följande resultat för 1/2-stens tegelmur.

Periodlängd t_o = 24 timmar	Periodlängd t_o = 12 timmar
Ytteryta	Ytteryta
Dämpning $r_{y,24}$ = 0,75	Dämpning $r_{y,12}$ = 0,59
Fasförskjutning $v_{y,24}$ = 21°	Fasförskjutning $v_{y,12}$ = 20°
Inneryta	Inneryta
Dämpning $r_{i,24}$ = 0,50	Dämpning $r_{i,12}$ = 0,24
Fasförskjutning $v_{i,24}$ = 80°	Fasförskjutning $v_{i,12}$ = 110°

Som yttre värmeövergångskoefficient har använts värdet α_y = 16 W/(m^2·K).

Kommentar

I samband med beräkningen av ovanstående värden har gjorts en numerisk kontroll av de fel som uppträder i värden för dämpning och fasförskjutning om värmeisoleringen betraktas som oändligt tjock, vilket gjorts på några ställen i det föregående. Antagandet innebär att parametern κ sätts $\kappa=0$. Med de begränsningar som tidigare gjorts med avseende på material och tjocklek hos fasadskivor gäller att antagandet är "mest felaktigt" vid beräkning av värden vid innerytan av en 1/2-stens tegelmur vid en temperatursvängning med periodlängden t_o = 24 timmar. Resultatet av den numeriska kontrollen ger följande relativa fel i ovan redovisade värden.

Fel i värdet $r_{i,24} \approx 4$ %

" " " $v_{i,24} \approx 2$ %

Kontrollen avsåg jämförelse mellan oändlig isoleringstjocklek med värdet $\kappa=0$ och 10 cm tjocklek med värdet $\kappa=0{,}056$.

7.2 RÖRELSER - SAMMANSTÄLLNING AV UTTRYCK

Sambanden (7.12)- (7.17) representerar det slutliga resultatet av de förenklingar som redovisats i kapitlen 5 och 7. Enligt dessa samband kan yttemperaturerna vid en godtycklig tidpunkt bestämmas förhållandevis enkelt varefter den approximativa temperaturfördelning är bestämd enligt (7.8) som en funktion av yttemperaturerna. Uttrycken för rörelser av denna temperaturfördelning har redan redovisats. De återges dock för överblickens skull i det följande som anknyter till redogörelsen i kapitel 3. I detta har storheterna A_T och S_T en central betydelse och ingår som parametrar i sambanden för rörelser, fasthållningskrafter och spänningar.

Integrering av uttrycket (7.8) enligt (3.4a) och (3.4b) ger följande uttryck för A_T och S_T

$$A_T = (T_i + \frac{T_y - T_i}{3}) \cdot 2c \qquad (7.18)$$

$$S_T = \frac{T_y - T_i}{3} \cdot c^2 \qquad (7.19)$$

Tidigare har redan visats att uttrycket (7.8) är en tillfredsställande god approximation för beräkning av de fria eller oförhindrade rörelser som behandlas i denna skrift. Det finns emellertid anledning att parentetiskt ytterligare beröra approximationens noggrannhet och då med avseende på storheterna A_T och S_T.

Anledningen till detta är följande. Den oförhindrade rörelsen kan vid beräkning av storleken av delvis förhindrad rörelse - t.ex. på grund av styvhet hos infästningsbeslag - betraktas som en beräkningsförutsättning/deformationsförutsättning. Vid sådana beräkningar är det ofta en fördel att utgå från belastningsförutsättningar i stället för deformationsförutsättningar. Detta innebär att uttrycken N_T' och M_T' som anger fasthållningskrafterna vid skivans ränder blir intressanta. Uttrycken (3.3a) och (3.3b) anger att dessa krafter är direkt proportionella mot storheterna A_T resp. S_T. Samma förhållande gäller för längdändringen av en skivas mittplan enligt (3.7a) med s=0 och för böjningen enl. (3.7b) dvs. de rörelser för vilka noggrannhetskontrollen genomförts. Kontrollen har skett i form av en jämförelse av amplituder hos rörelserna och hos tillhörande felfunktioner. Detta innebär att noggrannheterna avseende storheterna A_T och S_T är desamma som för längdändring resp. böjning. Vid behov kan således fasthållningskrafterna beräknas med samma noggrannhet som längdändring och böjning.

7.21 Längdändring

Från avsnitt 7.11 återges följande uttryck för längdändring i y-riktningen

$$u = \alpha \cdot y \cdot \left(T_i + \frac{T_y - T_i}{3} + \frac{T_y - T_i}{2c} \cdot s\right) \qquad (7.20)$$

För längdändringen i z-riktningen gäller motsvarande uttryck.

Förenkling

När det gäller att enbart bestämma dygnsamplituden för längdändring av en skivas mittplan kan detta med tillräcklig noggrannhet ske med utgångspunkt från den inre yttemperaturen enligt följande

$$u^{max} = \alpha \cdot y \cdot T_i^{max} \qquad (7.21)$$

och $$u^{min} = \alpha \cdot y \cdot T_i^{min} \qquad (7.22)$$

7.22 Böjning

Från avsnitt 7.11 återges uttrycket för böjdeformation

$$w = - \alpha \cdot \frac{T_y - T_i}{4c} \cdot (y^2 + z^2) \qquad (7.23)$$

7.23 Inre spänningar

Kombination av sambanden (3.9), (7.18) och (7.19) ger följande uttryck för spänningar i en skivas inre - bortsett från områden närmast ränderna.

$$\sigma_y = \sigma_z = \frac{\alpha \cdot E}{1-\nu} \cdot \frac{T_y - T_i}{12} \cdot (1 - 3 \frac{s^2}{c^2}) \qquad (7.24)$$

I och med detta har målet att uppställa enkla samband för manuell beräkning av rörelser uppnåtts. Som ledning för beräkningar redovisas i det följande kapitlet ett förslag till systematisk bestämning av rörelser.

8 SYSTEMATISK BERÄKNINGSGÅNG VID BESTÄMNING AV TEMPERATURRÖRELSER VID MOLNFRI HIMMEL MED BERÄKNINGSEXEMPEL

I det följande redovisas en systematisk beräkningsgång för bestämning av temperaturrörelser. Den illustreras med en parallellt löpande beskrivning av ett beräkningsexempel som anges med indragen text och en linje i kanten.

Exemplet går ut på att beräkna temperaturrörelserna för ett bröstningselement av betong med längden 5 m och tjockleken 8 cm på insidan försett med värmeisolering av 10 cm cellplast.

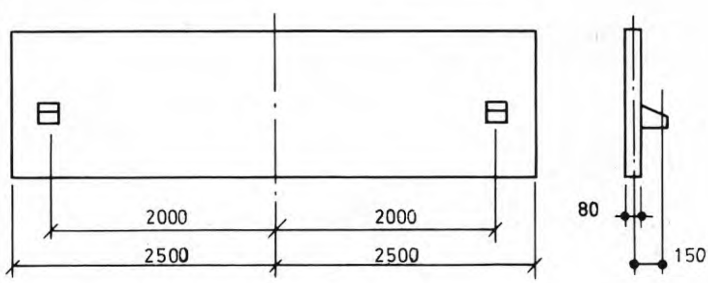


FIG. 8.1.
Bröstningselement av betong för beräkningsexemplet.

Väggen antas vara belägen på 60° nordlig bredd och orienterad mot söder. Bestämningen avser deformationstillstånd i förhållande till referenstillstånd vid 0°C. För vårdagjämningen den 21 mars bestäms högsta och lägsta värden för längdändring och böjning av elementet. Rörelserna beräknas för hela elementlängden 5 m varvid längdändringen avser mittplanet.

Följande värden för konstanter ingår i beräkningarna

absorptionskoefficient	a	$= 0{,}8$
yttre värmeövergångskoefficient	α_y	$= 16\ \mathrm{W/(m^2 \cdot K)}$
värmeledningsförmåga för betong	λ_1	$= 1{,}5\ \mathrm{W/(m \cdot K)}$
" " isol.	λ_2	$= 0{,}04\ \mathrm{W/(m \cdot K)}$
skrymdensitet " betong	ρ	$= 2\ 300\ \mathrm{kg/m^3}$
längdutvidgningskoefficient	α	$= 1{,}0 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{K^{-1}}$

Beräkningarna går ut på att bestämma dygnsmedeltillstånd ur årsvariationen och därpå överlagrade dygnsperiodiska tillstånd.

8.1 ÅRSPERIODISK VARIATION

För att få en grafisk bild av dygnsmedelvärdenas årsvariation är det lämpligt att undersöka dessa för några tidpunkter under året.

8.11 Ekvivalent utetemperatur

Den ekvivalenta utetemperaturens dygnsmedelvärden och dessas årsvariation anges i avsnitt 5.131.

I exemplet beräknas dygnsmedelvärden vid tidpunkterna 21/3, 21/6, 21/9 och 21/12 och införs i TAB. 8.1. De olika stegen i beräkningarna numreras enligt kolumnerna i tabellen. De numeriska beräkningarna redovisas endast för de övre värdena i tabellen dvs. för den 21 mars.

1) Ur FIG. 5.3 fås värdet $T_\ell^{med} = 0^\circ C$ för den 21/3, samt övriga i kolumn 1 angivna värden.

2) TAB. 5.4a ger värdet $I^{med} = 255\ \mathrm{W/m^2}$.

3) Med a = 0,8 och α_y = 16 W/($m^2 \cdot$K) fås strålningsandelen vid klar himmel som

$$\frac{a}{\alpha_y} \cdot I^{med} = \frac{0,8}{16} \cdot 255 = 12,8^oC$$

4) Den ekvivalenta utetemperaturens dygnsmedelvärde blir

$$T_{eå} = 0 + 12,8 \approx 13^oC$$

Rumstemperaturen antas vara konstant T_r = 20°C.

8.12 Yttemperaturer hos fasadskiva

Sedan värmemotstånden för väggen beräknats kan yttemperaturerna bestämmas enligt (6.1) och (6.2).

Yttre och inre värmeövergångsmotstånd sätts

$$m_y = 0,06 \text{ och } m_i = 0,11 \ m^2 \cdot K/W$$

Delvärmemotstånden i skikt 1 och 2 blir

$$m_1 = \frac{0,08}{1,5} = 0,05 \ m^2/(W \cdot K)$$

$$m_2 = \frac{0,10}{0,04} = 2,50 \ m^2/(W \cdot K)$$

$$\Sigma m = 0,06+0,05+2,50+0,11 = 2,72 \ m^2/(W \cdot K)$$

5) Enligt (6.1) och (6.2) fås följande yttemperaturer

$$T_y = 13 + \frac{0,06}{2,72} \cdot (20-13) = 13,1 \ ^oC$$

6) $$T_i = 13 + \frac{0,06+0,05}{2,72} \cdot (20-13) = 13,3 \ ^oC$$

8.13 Rörelser

8.131 Längdändring

Längdändringen bestäms enl. (6.3).

7) För $\alpha = 1{,}0\cdot10^{-5}$, $y = 2\,500$ mm och $s = 0$ fås enl. (6.3) för den 21/3

$$u = 1{,}0\cdot10^{-5}\cdot 2\,500 \cdot \frac{13{,}1+13{,}3}{2} = 0{,}33 \text{ mm}$$

Årsvariationen har skisserats i FIG. 8.2.

TAB. 8.1. Beräkning av dygnsmedelvärden för längdändring

	1	2	3	4	5	6	7
Tid	T_ℓ^{med}	I^{med}	$\frac{a}{\alpha_y}\cdot I^{med}$	$T_{eå}$ °C	T_y °C	T_i °C	u mm
21/3	0	255	12,8	13	13,1	13,3	0,33
21/6	15	192	9,6	25	24,9	24,8	0,62
21/9	9,5	242	12,1	22	22,0	21,9	0,55
21/12	-3	72	3,6	1	1,4	1,8	0,04

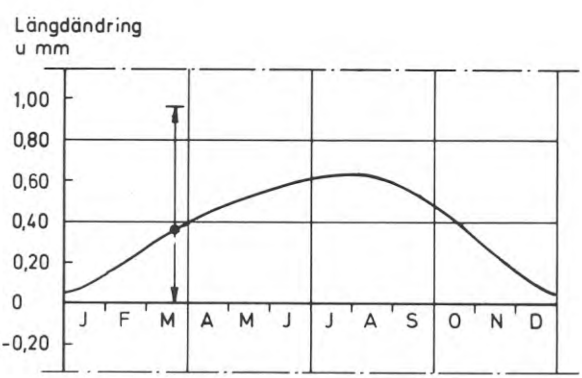


FIG. 8.2. Längdändringens årsvariation.

8.132 Böjning

Böjdeformationen fås enl. (6.4) i form av förskjutning w i s-axelns riktning. För väl isolerade fasadskivor av förhållandevis tunga material blir temperaturskillnaden $T_y - T_i$ liten vilket medför att böjdeformationens dygnsmedelvärde varierar mycket lite under året.

I exemplet kommer den årliga variationen av böjningens dygnsmedelvärde att motsvara en temperaturskillnad av 0,5°C. (T.ex. (24,9-24,8)-(1,4-1,8). Detta innebär en amplitud av storleksordningen

$$w = 1{,}0 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{0{,}5}{4 \cdot 0{,}04} \cdot 2{,}5^2 \cdot 10^{-3} = 0{,}2 \text{ mm}$$

Detta värde är litet i förhållande till i nästa avsnitt beräknade värden för den dygnsperiodiska variationen.

Böjdeformationens dygnsmedelvärde - och dess årsvariation - försummas i detta exempel.

8.2 DYGNSPERIODISK VARIATION

8.21 Ekvivalent utetemperatur

Den ekvivalenta utetemperaturens dygnsvariation fås enligt avsnitt 5.132.

För vårdagjämningen fås enligt TAB. 5.4a värdena $I_{24} = 401$ och $I_{12} = 243$ vilket ger

$$T_{24}^{max} = \frac{0{,}8}{16} \cdot 401 + 5{,}0 = 25{,}0^{\circ}C$$

$$T_{12}^{max} = \frac{0{,}8}{16} \cdot 243 = 12{,}2^{\circ}C$$

8.22. Yttemperaturer

Sedan värden för dämpning och fasförskjutning bestämts enl. (7.12) t.o.m. (7.15) kan yttemperaturerna bestämmas enligt (7.16) och (7.17).

I exemplet fås för tjockleken 8 cm fasförskjutning och dämpning ur diagram i FIG. 7.3 följande värden.

Periodlängd t_o=24 timmar	Periodlängd t_o=12 timmar
Ytteryta	Ytteryta
Dämpning $r_{y,24}=0,75$	Dämpning $r_{y,12}=0,52$
Fasförskjtning $v_{y,24}=32^o$	Fasförskjutning $v_{y,12}=39^o$
Inneryta	Inneryta
Dämpning $r_{i,24}=0,72$	Dämpning $r_{i,12}=0,46$
Fasförskjutning $v_{i,24}=49^o$	Fasförskjutning $v_{i,12}=74^o$

Uttryck för yttemperaturer enligt (7.16) och (7.17).

$$T_y = 25,0\cdot 0,75\cdot\cos(15t-180-32)+12,2\cdot 0,52\cdot\cos(30t-39)$$

$$T_i = 25,0\cdot 0,72\cdot\cos(15t-180-49)+12,2\cdot 0,46\cdot\cos(30t-74)$$

dvs.

$$T_y = 18,8\cdot\cos(15t-212)+6,3\cdot\cos(30t-39)$$

$$T_i = 18,0\cdot\cos(15t-229)+5,6\cdot\cos(30t-74)$$

Dygnsvariationen av yttemperaturerna T_y och T_i och temperaturskillnaden T_y-T_i har beräknats i TAB. 8.2.

Som en illustration av temperaturförlopp har de i exemplet beräknade värdena angivits i FIG. 8.3a och 8.3b.

TAB. 8.2. Beräkning av yttemperaturer i exemplet.

$$T_y = 18{,}8\cdot\cos\underbrace{(15t-212)}_{A}+6{,}3\cdot\cos\underbrace{(30t-39)}_{B};\qquad T_i = 18{,}0\cdot\cos\underbrace{(15t-229)}_{C}+5{,}6\underbrace{(30t-74)}_{D}$$

Kl.	A	cosA	18,8x cosA	B	cosB	6,3x cosB	T_y	C	cosC	18,0x cosC	D	cosD	5,6x cosD	T_i	T_y-T_i
0	-212	-0,85	-16,0	- 39	+0,78	+4,9	-11,1	-229	-0,66	-11,9	- 74	+0,28	+1,6	-10,3	-0,8
2	-182	-1	-18,8	+ 21	+0,93	+5,9	-12,9	-199	-0,95	-17,1	- 14	+0,97	+5,4	-11,7	-1,2
4	-152	-0,88	-16,5	+ 81	+0,16	+1,0	-15,5	-169	-0,98	-17,6	+ 46	+0,69	+3,9	-13,7	-1,8
6	-122	-0,53	-10,0	+141	-0,78	-4,9	-14,9	-139	-0,75	-13,5	+106	-0,28	-1,6	-15,1	+0,2
8	- 92	-0,03	- 0,6	+201	-0,93	-5,9	- 6,5	-109	-0,33	- 5,9	+166	-0,97	-5,4	-11,3	+4,8
10	- 62	+0,47	+ 8,8	+261	-0,16	-1,0	+ 7,8	- 79	+0,19	+ 3,4	+226	-0,69	-3,9	- 0,5	+8,3
12	- 32	+0,85	+16,0	+321	+0,78	+4,9	+20,9	- 49	+0,66	+11,9	+286	+0,28	+1,6	+13,5	+7,4
14	- 2	+1	+18,8	+ 21	+0,93	+5,9	+24,7	- 19	+0,95	+17,1	+346	+0,97	+5,4	+22,5	+2,2
16	+ 28	+0,88	+16,5	+ 81	+0,16	+1,0	+17,5	+ 11	+0,98	+17,6	+ 46	+0,69	+3,9	+21,5	-4,0
18	+ 58	+0,53	+10,0	+141	-0,78	-4,9	+ 5,1	+ 41	+0,75	+13,5	+106	-0,28	-1,6	+11,9	-6,8
20	+ 88	+0,03	+ 0,6	+202	-0,93	-5,9	- 5,3	+ 71	+0,33	+ 5,9	+166	-0,97	-5,4	+ 0,5	-5,8
22	+118	-0,47	- 8,8	+262	-0,16	-1,0	- 9,8	+101	-0,19	- 3,4	+226	-0,69	-3,9	- 7,3	-2,5
24	+148	-0,85	-16,0	+322	+0,78	+4,9	-11,1	+131	-0,66	-11,9	+286	+0,28	+1,6	-10,3	-0,8

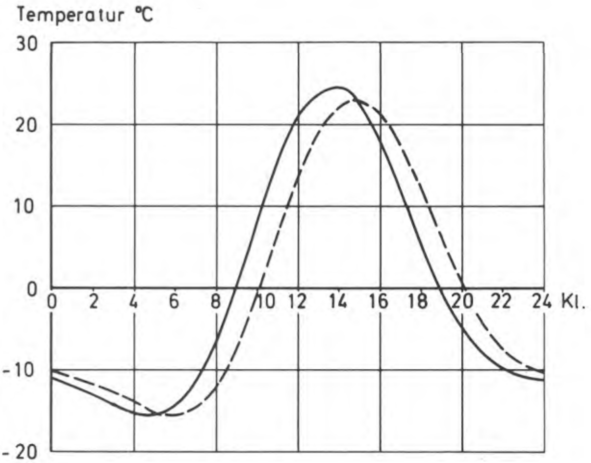


FIG. 8.3a. Yttemperaturer.

——————— *Ytteryta*

- - - - - - - - - *Inneryta.*

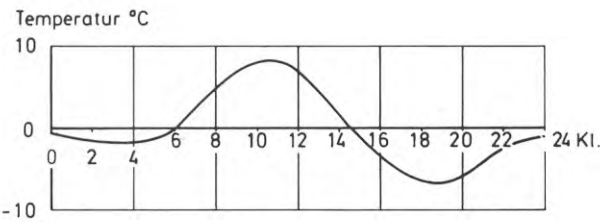


FIG. 8.3b. Temperaturskillnad $T_y - T_i$.

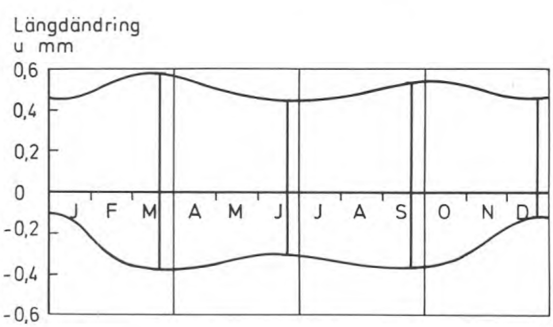


FIG. 8.4. Längdändringens dygnsamplitud.

8.23 Rörelser

8.231 Längdändring

Mittplan

För den dygnsperiodiska längdändringen gäller sambandet (7.20). Vid längdändring i mittplan blir den tredje termen i uttrycket noll. Längdändringens extremvärden uppträder då mycket nära tidpunkterna för den inre yttemperaturens extremvärden. Dessa tidpunkter och tillhörande värden för längdändring kan bestämmas med några enstaka "punktberäkningar". Någon fullständig beräkning som den i TAB. 8.2 för exemplet behöver alltså inte göras vid beräkning av dygnsamplituden hos längdändring av elementets mittplan.

I exemplet har den inre yttemperaturen extremvärden ungefär kl. 14 och kl. 06. Med då gällande temperaturer fås enligt (7.20) - för s=0 - följande värden för längdändring

$$u^{max} = 1,0 \cdot 10^{-5} \cdot 2\ 500 \cdot (22,5 + \frac{2,2}{3}) = +0,58 \text{ mm}$$

$$u^{min} = 1,0 \cdot 10^{-5} \cdot 2\ 500 \cdot (-15 + \frac{0,2}{3}) = -0,37 \text{ mm}$$

Denna dygnsvariation har markerats med en vertikal linje i FIG. 8.2. Motsvarande värden har beräknats för ytterligare tidpunkter under året och angivits i FIG. 8.4, som visar årsvariationen av den dygnsperiodiska längdändringens amplituder.

Längdändringarna i det föregående avser förskjutning i förhållande till elementets mitt. Längdändringen δ på hela elementets längd eller på hela avståndet mellan infästningspunkterna blir således dubbelt så stor eller $\delta = 2u$.

De i introduktionen till exemplet sökta högsta och lägsta värdena för hela elementets längdändring i mittplanet i förhållande till referenstillståndet vid 0^oC kan nu bestämmas till

$$\delta^{max} = 2u^{max} = 2\cdot 0{,}58 \approx 1{,}2 \text{ mm}$$

$$\delta^{min} = 2u^{min} = 2\cdot -0{,}37 \approx -0{,}8 \text{ mm}$$

I och med detta är uppgiften i exemplet löst vad beträffar längdändringen den 21 mars. Det återstår i exemplet att bestämma motsvarande värden för böjning. Innan dess är det emellertid lämpligt att kort beröra längdändring i excentriskt belägna plan.

Excentriskt belägna plan

När det gäller längdändring i excentrisk placerade plan är det inte lika lätt att avgöra när extremvärdena uppnås. Det blir härvid nödvändigt att beräkna temperaturvärdena vid fler tidpunkter än vad som krävs för mittplanet. Inverkan av excentriciteten belyses genom en ytterligare bearbetning i exemplet.

Infästningspunkterna, med koordinaten y=2,0 m, har en excentricitet av s=-0,15 m.

Förskjutningar i mittplan

Extremvärden för förskjutning fås genom proportionering av tidigare värden

$$u^{max} = + \frac{2{,}0}{2{,}5}\cdot 0{,}58 = +0{,}46 \text{ mm}$$

$$u^{min} = - \frac{2{,}0}{2{,}5}\cdot 0{,}37 = -0{,}32 \text{ mm}$$

Förskjutningar av infästningspunkt

För kl. 14 fås enl. (7.20)

$$u = 1{,}0 \cdot 10^{-5} \cdot 2\ 000(22{,}5 + \frac{2{,}2}{3} + \frac{2{,}2}{2 \cdot 0{,}04} \cdot -0{,}15) =$$

$$= +0{,}38 \text{ mm}$$

För kl. 16 fås

$$u = 1{,}0 \cdot 10^{-5} \cdot 2\ 000(21{,}5 - \frac{4{,}0}{3} + \frac{4{,}0}{2 \cdot 0{,}04} \cdot 0{,}15) =$$

$$= +0{,}55 \text{ mm}$$

För kl. 18 fås på samma sätt

$$u = +0{,}44 \text{ mm}$$

För förskjutningen föreligger tydligen ett maximum omkring kl. 16. På samma sätt kan konstateras att minimivärdet uppträder omkring kl. 08. Dessa värden blir

$$u^{max} = +0{,}55 \text{ mm}$$

$$u^{min} = -0{,}37 \text{ mm}$$

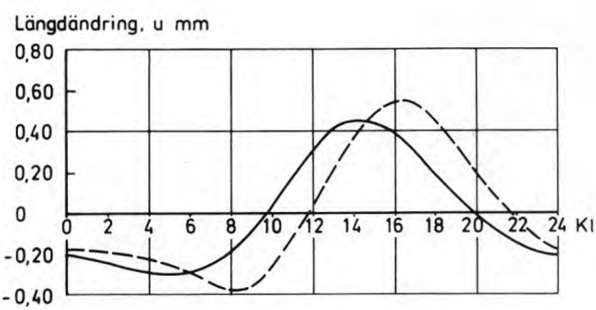


FIG. 8.5. Längdförskjutning av infästningsklack

——————— *i skivans mittplan*

-------- *i excentriskt plan genom infästningspunkter.*

Som en illustration av längdändringens beroende av excentriciteten har ytterligare värden i exemplet beräknats vilket ger de i FIG. 8.5 redovisade kurvorna.

Med de förutsättningar som gäller i exemplet blir längdändringens dygnsamplitud sålunda större i det excentriska planet än i mittplanet.

8.232 Böjning

Värden för böjdeformationen fås enligt (7.23). Extremvärden för temperaturskillnaden T_y-T_i bestäms genom beräkning för några tidpunkter under förmiddag resp. eftermiddag/kväll.

I exemplet fås ur TAB. 8.2 (eller FIG. 8.3)

$$(T_y-T_i)^{max} = 8,5^oC$$

$$(T_y-T_i)^{min} = -7,0^oC$$

För dessa värden fås böjdeformationerna

$$w^{min} = -1,0\cdot 10^{-5}\cdot \frac{8,5}{4\cdot 0,04}\cdot 2,5^2\cdot 10^3 = -3,3 \text{ mm}$$

och

$$w^{max} = -1,0\cdot 10^{-5}\cdot \frac{7,0}{4\cdot 0,04}\cdot 2,5^2\cdot 10^3 = +2,7 \text{ mm}$$

Därmed är de sökta värdena för böjdeformation den 21 mars bestämda.

För att ange ett diagram för böjdeformationens variation som är analogt med FIG. 8.4 för längdändring har ytterligare värden för övriga tidpunkter 21/6, 21/9 och 21/12 framräknats och markerats i FIG. 8.6.

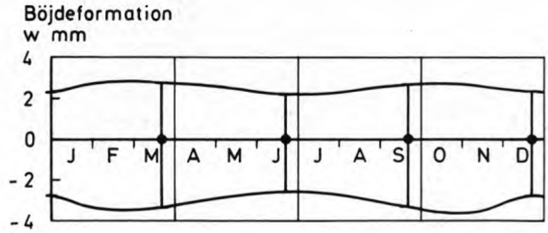


FIG. 8.6. Böjdeformationens dygnsamplitud.

I och med detta har skapats underlag för att bestämma temperaturrörelser i förhållande till godtyckliga referenstillstånd.

Av FIG. 8.4 och 8.5 framgår att dygnsamplituder för längdändring och böjning vid klar himmel och med de i exemplet gällande förutsättningarna endast varierar litet under året. Amplituderna vid vårdagjämningen kan betraktas som giltiga även under övriga tidpunkter under året.

Beräkningsgången och exemplet i det föregående har avsett bestämning av oförhindrade rörelser. När rörelserna är mer eller mindre förhindrade på grund av deformationsstyvhet hos infästningsbeslag blir beräkningarna något annorlunda och mer komplicerade. Sambanden (3.5) t.o.m. (3.9) gäller endast då rörelserna inte påverkas av yttre krafter. Ett lämpligt förfaringssätt efter det yttemperaturerna bestämts är att - som angivits i 7.2 - bestämma värden för hjälpvariablerna A_T och S_T enligt (7.18) och (7.19) och krafterna N' och M' enligt (3.3a) och (3.3b). Den återstående bestämningen av delvis förhindrade rörelser eller krafter i infästningsbeslag kan ske med någon från fall till fall lämplig kraft- eller deformationsmetod.

För att belysa hur en sådan bestämning av delvis förhindrad rörelse kan ske avslutas detta kapitel med ett exempel som behandlar förhindrad rörelse hos en skalmur av 1/2-stens tegel.

8.3 KRAFTER I KRAMLOR VID 1/2-STENS SKALMUR PÅ GRUND AV FÖRHINDRAD DYGNSPERIODISK BÖJNING

Det gängse utförandet av infästningskramlor för skalmurar innebär att längdändringen av murverket inte påverkas nämnvärt av kramlorna. Påfrestningar på kramlor kan då ganska enkelt bestämmas genom beräkning av fasadskivans oförhindrade längdändring. Däremot förhindras böjdeformationen i hög grad av kramlornas motstånd mot deformation i axialled. Bestämning av motsvarande påfrestningar i kramlor blir något mer komplicerad och skall här belysas med ett exempel. Exemplet går ut på att bestämma dygnsperiodisk variation av axialkrafter i fjädrande "Z-formade" kramlor vid ett 1/2-stens tegelskal. För enkelhets skull antas som i föregående exempel att väggen är belägen på 60° nordlig bredd, har sydlig orientering och samma värden för absorptionskoefficient a = 0,8 och yttre värmeövergångskoefficient $\alpha_y = 16 \ W/(m^2 \cdot K)$. Övriga materialegenskaper med betydelse för bestämning av yttemperaturer förutsätts vara lika med de värden som legat till grund för de i avsnitt 7.132 angivna exemplen på storlek av dämpning och fasförskjutning.

Elasticitetsmodulen antas vara $E = 6 \cdot 10^3$ MPa längdutvidgningskoefficienten $\alpha = 0,6 \cdot 10^{-5} \ K^{-1}$. Kramlorna förutsätts bestå av rostfritt material med diametern 3 mm, elasticitetsmodulen $E = 2,1 \cdot 10^5 \ N/mm^2$ och fri längd 140 mm och med inbördes avstånd av 50 cm i både höjdled och horisontalled. Beräkningen genomförs för vårdagjämningen.

8.31 Yttemperatur

Med samma ekvivalenta utetemperatur som i 8.21 och med storlek av fasförskjutning och dämpning enligt 7.132 fås följande uttryck för yttemperaturer. (Uttrycken är analoga med de som anges i 8.22 i det föregående exemplet.)

$$T_y = 25{,}0\cdot 0{,}75\cdot\cos(15t-180-21)+12{,}2\cdot 0{,}59\cdot\cos(30t-20)$$

$$T_i = 25{,}0\cdot 0{,}50\cdot\cos(15t-180-80)+12{,}2\cdot 0{,}24\cdot\cos(30t-110)$$

dvs. $T_y = 18{,}8\cdot\cos(15t-201)+7{,}2\cdot\cos(30t-20)$

$$T_i = 12{,}5\cdot\cos(15t-240)+2{,}9\cdot\cos(30t-110)$$

Beräkning av några värden under för- och eftermiddag visar att temperaturskillnaden T_y-T_i har maximum omkring kl. 11 och minimum omkring kl. 19.

Dessa värden är

$$(T_y-T_i)^{max} = 19^oC$$

$$(T_y-T_i)^{min} = 13^oC$$

8.32 Fasthållningskraft vid helt förhindrad böjning

Numeriska beräkningar i det följande görs med utgångspunkt från förmiddagsvärdet $T_y-T_i = 19^oC$. (Motsvarande värden för avsvalnandet under eftermiddagen fås genom proportionering.)

Ur (7.19) fås med $c = 6{,}25\cdot 10^{-2}$ m och $T_y-T_i = 19^oC$

$$S_T = \frac{19}{3}\cdot 6{,}25^2\cdot 10^{-4} = 247\cdot 10^{-4}\ {}^oC/m^2$$

Ur (3.3b) fås för $E = 6\cdot 10^3$ MPa, $\alpha = 0{,}6\cdot 10^{-5}\ K^{-1}$ och $\nu = 0$

$$M' = -6\cdot 10^3\cdot 0{,}6\cdot 10^{-5}\cdot 247\cdot 10^{-4} = -890 \text{ N (eller Nm/m)}$$

8.33 Bestämning av krafter i kramlor

Statens Planverk (1968) anvisar kramling med minst 4 kramlor per kvadratmeter vägg vilket medför att de ofta placeras med 50 cm avstånd både i vertikal- och horisontalled. Beräkning av krafter i kramlor utförs därför för en halv meter bred strimla av tegelväggen med kramlor på var 50 cm.

Strimlan betraktas som en halvoändlig balk på elastiska underlag, som vid änden påverkas av ett moment M = -N' enligt FIG. 3.2c och d.

Med bredden 0,5 m för strimlan fås

$$M = +0{,}5 \cdot 890 = 445 \text{ Nm}$$

Belastningsfallet illustreras i FIG. 8.7.

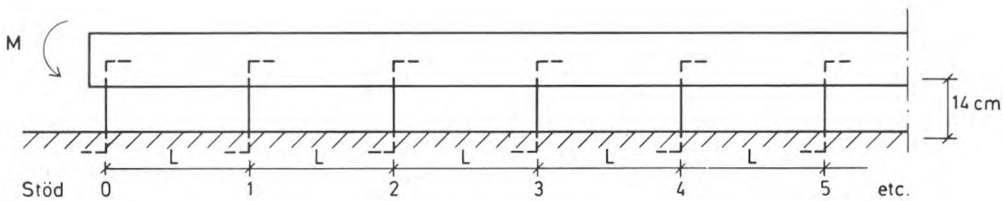


FIG. 8.7. Halvoändlig balk på elastiska stöd. Balken är en 50 cm bred balk av 1/2-stens tegel. Kramlornas verksamma längd = 14 cm. Avståndet mellan kramlorna = L = 50 cm.

Beräkningen sker i två steg. I det första bestäms upplagsreaktionerna vid stöden 0, 1, 2 etc. av det angripande momentet M varvid stöden betraktas som oeftergivliga. Upplagsreaktionerna får sedan utgöra belastningar i ett andra steg då balken vilar på elastiska stöd.

Uppdelningen motiveras av att den belyser skillnaden mellan inverkan av fasta och eftergivliga stöd.

8.331 Halvoändlig balk på fasta stöd

Om balken i FIG. 8.7 betraktas som upplagd på fasta stöd fås enligt elementär byggnadsstatik följande stödmoment

$$M_0 = M$$

$$M_1 = k \cdot M$$

$$M_2 = k^2 \cdot M$$

$$M_n = k^n \cdot M$$

där $k = -2+\sqrt{3} = -0,268$

Ur dessa fås upplagsreaktionerna enligt

$$P_0 = \frac{M}{L}(1-k)$$

och

$$P_n = -k^{n-1}\cdot(1-k)\cdot P_0$$

Positivt tecken anger dragkraft i "upplagsstöttorna".

Med L = 0,5 m fås för stöden 0, 1, 2 etc. följande upplagsreaktioner

$$P_0 = \frac{M}{0,5}(1+0,27) = -2,54\ M$$

$$P_1 = -1,27\cdot P_0 = +3,22\ M$$

$$P_2 = +0,27\cdot 1,27\cdot P_0 = -0,86\ M$$

$$P_3 = -0,27^2\cdot 1,27\cdot P_0 = +0,23\ M$$

$$P_4 = +0,27^3\cdot 1,27\cdot P_0 = -0,06\ M$$

$$P_5 = -0,27^4\cdot 1,27\cdot P_0 = +0,02\ M$$

8.332 Balk på elastiska stöd

För den slutliga bestämningen av krafter i kramlor används i Handboken Bygg del 1B (1972) s. 580 redovisade influenslinjer för kontinuerliga balkar på 5 elastiska stöd (diagrammen omfattar inte balkar med fler stöd). De fel som härigenom uppkommer i krafter vid de mest belastade kramlorna vid stöden 0, 1 och 2 blir obetydliga.

Deformationskarakteristika

Influenslinjerna är upprättade för varierande värden av en konstant som definieras

$$c = \frac{48EI \cdot f}{L^3}$$

där $\quad f$ = stödets nedsjunkning för lasten P = 1.

För tegelbalken gäller

$$E = 6 \cdot 10^3 \text{ MPa}$$

$$L = 0{,}5 \text{ m}$$

och $\quad I = \frac{0{,}5 \cdot 0{,}125^3}{12} = 0{,}813 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4$

För kramlorna gäller

längden = 140 mm

area = 7 mm^2

$E = 2{,}1 \cdot 10^5$ N/mm^2

vilket ger

$$f = \frac{140}{7 \cdot 2{,}1 \cdot 10^5} = 9{,}5 \cdot 10^{-5} \text{ mm/N} = 9{,}5 \cdot 10^{-8} \text{ m/N}$$

Konstanten c blir då

$$c = \frac{48 \cdot 6 \cdot 0{,}81 \cdot 9{,}5}{5^3} \approx 18$$

Influenskoefficienter

Ur diagram för influenslinjer fås följande "influenskoefficienter som tillfälligt betecknas r_{01}, r_{02}... där t.ex. r_{02} anger upplagskraft i stöd 0 av enhetslast P = 1 vid stöd 2 etc.

$r_{00} = +0{,}82$	$r_{10} = +0{,}25$	$r_{20} \approx 0$
$r_{01} = +0{,}25$	$r_{11} = +0{,}46$	$r_{21} = +0{,}27$
$r_{02} \approx 0$	$r_{12} = +0{,}26$	$r_{22} = +0{,}46$
$r_{03} = -0{,}05$	$r_{13} = +0{,}07$	$r_{23} = +0{,}27$
$r_{04} = -0{,}03$	$r_{14} = -0{,}04$	$r_{24} \approx 0$

Upplagskrafterna fås nu genom att belasta den på elastiska stöd vilande balken med tidigare beräknade upplagsreaktioner för balk på fasta stöd. Krafterna betecknas R_0, R_1 etc. varvid fås

$$R_0 = M(-0{,}82 \cdot 2{,}54 + 0{,}25 \cdot 3{,}22 + 0 \cdot 0{,}86 - 0{,}05 \cdot 0{,}23 + 0{,}03 \cdot 0{,}06) = -1{,}29M$$

$$R_1 = M(-0{,}25 \cdot 2.54 + 0{,}46 \cdot 3{,}22 - 0{,}26 \cdot 0{,}86 + 0{,}07 \cdot 0{,}23 + 0{,}04 \cdot 0{,}06) = +0{,}64M$$

$$R_2 = M(0 \cdot 2{,}54 + 0{,}27 \cdot 3{,}22 - 0{,}46 \cdot 0{,}86 + 0{,}27 \cdot 0{,}23 + 0 \cdot 0{,}06) = +0{,}53M$$

$$R_3 = M(+0{,}04 \cdot 2{,}54 + 0{,}07 \cdot 3{,}22 - 0{,}26 \cdot 0{,}86 + 0{,}46 \cdot 0{,}23 - 0{,}25 \cdot 0{,}06) = +0{,}19M$$

$$R_4 = M(+0{,}03 \cdot 2{,}54 - 0{,}05 \cdot 3{,}22 + 0 \cdot 0{,}86 + 0{,}25 \cdot 0{,}23 - 0{,}82 \cdot 0{,}06) = -0{,}08M$$

Jämförelse mellan värden R_0, R_1 och R_2 med värden P_0, P_1 och P_2 visar att elasticiteten hos kramlorna medför en avsevärd omfördelning och reduktion av krafterna jämfört med om kramlorna vore helt oeftergivliga. För styvare - kortare eller tjockare - och för tätare placerade kramlor blir krafterna större. Den genomförda beräkningen visar att tegelskalets böjdeformation ger upphov till ansenliga drag- och tryckkrafter i de yttre kramlorna. Med M = 445 Nm fås följande värden för dygnsamplituden hos variationen av krafterna i de yttre kramlorna vid stöden 0 och 1.

	Extremvärden under förmiddag	Extremvärden under eftermiddag
Yttersta kramlan	$-1{,}29 \cdot 445 = -570$ N	$\frac{13}{19} \cdot 570 = +390$ N
Näst yttersta kramlan	$+0{,}64 \cdot 445 = +285$ N	$\frac{13}{19} \cdot 285 = -195$ N

8.34 Kommentarer till resultatet

Ur planverkets råd och anvisningar citeras: "Antalet kramlor bör vara minst fyra per m^2. Kramlorna bör placeras tätast längst skalmurens kanter, vägghörn och övriga partier där stora vindsugkrafter kan förekomma."

I Statens Planverks publikation nr 1 (1967) lämnas föreskrifter och anvisningar för beräkning av dimensionerande vindlaster bl.a. av sugkrafter.

Med hastighetstrycket 130 kp/m^2, vilket gäller för 30 m höjd över mark och för utsatt läge vid kusten, fås med formfaktorn 1,2 en dimensionerande sugkraft av $1{,}2 \cdot 130 = 156$ kp/m^2. Med 4 kramlor per m^2 fås kraften i kramlorna till 39 kp eller 390 N. Värdet är av en händelse detsamma som nyss beräknats för maximal dragkraft i den yttre kramlan på grund av förhindrad böjning. För mer måttliga byggnadshöjder och utsatta lägen blir den dimensionerande sugkraften mindre. Detta innebär att de dygnspulserande krafterna på grund av förhindrad böjning normalt uppgår till högre värden än vid enstaka tillfällen uppträdande krafter på grund av hård vind.

> Ganska säkert fås, genom deformation i kramlor och inte minst av bruket vid infästningarna, en utjämning och "omfördelning inåt" av de krafter som beräknats för de yttre kramlorna. Hur detta sker och om det i längden innebär någon säkerhetsmarginal är osäkert.

Det finns alltså anledning att betrakta krafter av förhindrad böjning som väl så allvarliga påfrestningar som krafter av vindbelastning. Det blir då betydelsefullt hur den förtätning som anges i nyss citerade rekommendation från planverket utförs. Detta skall belysas med en beskrivning av hur kramlingen av en sammanhängande skalmur - t.ex. en gavelvägg - inverkar på krafterna i de yttre kramlorna. Väggen antas utföras med 4 kramlor per m^2 i de inre delarna. Vid ytor närmast ränderna - hushörnen - skall kramlingen förtätas till det dubbla. Förtätningen till 8 kramlor per m^2 är vare sig fysikaliskt eller normenligt motiverad. I den följande principiella beskrivningen antas den emellertid motsvara just den som åsyftas i planverkets rekommendation.

Som utgångspunkt antas att avståndet mellan kramlorna i väggens inre delar är 50 cm i sidled och ungefär lika stort - närmaste multipel av skifthöjden - i höjdled.

Den med hänsyn till vindlasten åsyftade förtätningen närmast hushörnen kan tillgodoses på olika sätt som får olika inverkan på krafter av förhindrad böjning. Detta framgår vid ett översiktligt betraktande av krafterna i de tre yttersta - och mest belastade kramlorna.

Det arbetstekniskt enklaste utförandet innebär att avståndet i horisontalled halveras. Med anknytning till FIG. 8.7 och tidigare beräkningar fås då avståndet mellan stöden 0, 1, 2 ... halveras dubbelt så stora upplagskrafter P_0, P_1 och P_2 vid oeftergivliga stöd enl. 8.331. Halveringen av avståndet medför en minskning av "influenskoefficienterna" enl. 8.332, som gör att de slutliga krafterna R_0, R_1 och R_2 blir något mindre än dubbelt så stora. Resultatet av förtätningen förvärrar förhållandet när det gäller krafter av böjning.

Ett annat sätt är att fördubbla antalet kramlor i vertikalled. Härigenom halveras det angripande randmomentet i FIG. 8.7 och krafterna P_0, P_1 och P_2. Fördubblingen medför en halvering av stödens eftergivlighet, som gör att influenskoefficienterna ökar. Krafterna R_0, R_1 och R_2 blir något större än hälften av de tidigare beräknade. Resultatet är gynnsamt för krafter av böjning.

Ännu gynnsammare förhållanden fås om avståndet mellan de yttersta kramlorna i stället fördubblas och antalet kramlor fyrdubblas vid stöden 0, 1 och 2. Krafterna P_0, P_1 och P_2 blir 1/8 av förut beräknade värden. Den ökade styvheten i upplagslinjerna gör att balkens funktionssätt närmar sig en balk på fasta stöd. R_0, R_1 och R_2 blir omkring 1/8 av värden P_0, P_1 och P_2. På detta sätt fås alltså en avsevärd reduktion av krafterna i kramlor.

Beräkningsexemplet avser att belysa storleksordningen av krafter av förhindrad böjning. Kommentarerna ovan är inget förslag till utförande av kramling. Däremot belyser de möjligheten av att närmare studera de ganska osäkra förhållanden som råder. Genom kombination av lämpligt utformade och placerade kramlor med ev. ventilation av vissa partier av skalmuren för att minska sugkraften bör det vara möjligt att få ned krafterna till en i sammanhanget betryggande låg nivå.

9 MOLNIGHETEN OCH DESS INVERKAN

Redogörelsen för ekvivalent utetemperatur i kapitel 5 och appendix I är baserad på strålningsförhållanden vid molnfri himmel. Helt molnfria dagar förekommer emellertid bara i undantagsfall. Normalt är himlen mer eller mindre täckt av moln, vilket påverkar variationen av den ekvivalenta utetemperaturen och därmed rörelserna hos en fasadskiva.

En typ av dimensionerande rörelser är de dygnsperiodiska "utmattningarörelser" som bestämmer utmattningspåfrestningarna på t.ex. infästningsbeslag. För att bestämma dessa rörelser fordras att man känner till hur de dygnsperiodiska rörelserna varierar under ett normalår. För detta krävs för det första kännedom om den statistiskt genomsnittliga variationen av molnigheten och för det andra kännedom om rörelsernas storlek vid varierande grad av molnighet.

En annan typ av rörelse som kan vara dimensionerande är den extrema böjdeformation som uppträder om t.ex. himlen, från att ha varit mulen, plötsligt klarnar. Då fås en snabbare uppvärmning och större böjdeformation hos en fasadskiva än om himlen hela tiden varit molnfri. Även vid bedömning av dessa rörelser krävs kännedom om rörelsernas storlek vid varierande grad av molnighet.

9.1 MOLNIGHETENS GENOMSNITTLIGA VARIATION

I samband med väderleksobservationer vid meteorologiska stationer sker en bestämning av molnigheten. Härvid klassas molnighetsgraden enligt en niogradig skala där noll anger helt klar himmel och åtta helt mulen himmel. Molnighetsklasserna 1 t.o.m. 8 motsvarar hur stor del av himmelshalvsfären som är molntäckt. En ytterligare klass 9 anger att observation av molnigheten inte är möjlig på grund av markdimma dis etc. Taesler (1972) har sammanställt data beträffande molnighet ur observationsmaterial för åren 1931-1960. För ett begränsat antal stationer redovisas tabeller som för varannan månad anger samvariationen mellan molnighet och lufttemperatur och där även den genomsnittliga frekvensen av dygn med olika molnighetsgrad framgår. I nedanstående TAB. 9.1 återges som ett exempel värden för Västerås.

TAB. 9.1. Frekvens dygn med varierande molnmängd i Västerås för mars månad.

Molnmängd	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Frekvens dygn i promille	173	101	71	56	40	47	76	104	316	15

På basis av dessa värden har i FIG. 9.1 uppritats en frekvensfunktion i form av den heldragna kurvan, som anger frekvensen av dygn med molnighet som är mindre än den som anges på den horisontella axeln.

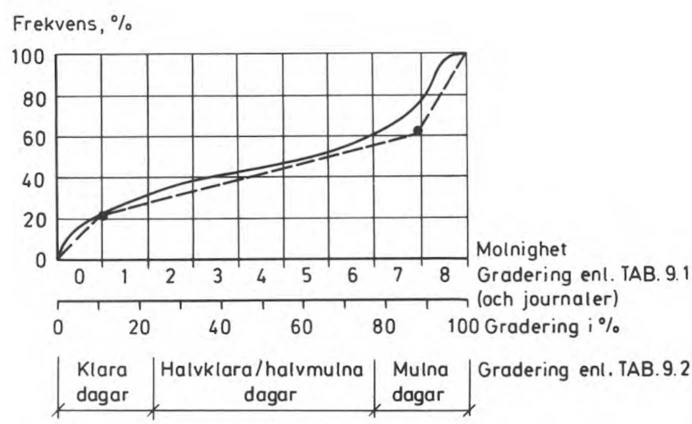


FIG. 9.1. Frekvens dygn med mindre molnighet än den som anges på den horisontella skalan. Diagrammet avser Västerås och mars månad.

——————— *Enligt värden i TAB. 9.1*

- - - - - - - - - *" " " TAB. 9.2.*

TAB. 9.2. Medelantal klara och mulna dagar per månad (Taesler, 1972).

Medelantal klara dagar per månad, 1931-1960

Station		Jan	Feb	Mar	Apr	Maj	Jun	Jul	Aug	Sep	Okt	Nov	Dec
Karesuando	mv	4,4	3,5	5,0	4,1	3,3	2,2	2,9	2,1	1,3	3,5	2,9	3,4
	s	2,5	2,0	2,5	2,1	3,0	1,8	3,0	2,4	1,2	2,0	2,4	2,1
Kiruna	mv	4,5	3,5	5,6	5,3	3,9	3,3	3,3	2,9	2,4	3,9	3,4	3,4
	s	2,4	2,1	2,4	2,8	3,3	2,6	3,0	3,0	2,3	2,4	2,4	3,0
Stensele	mv	5,4	4,6	6,3	4,4	5,5	3,5	3,7	3,3	2,3	3,0	2,9	3,5
	s	2,3	2,4	3,1	3,1	4,1	2,9	2,6	3,1	2,0	1,9	2,2	2,1
Haparanda	mv	4,8	4,1	7,1	5,6	5,2	4,8	6,4	4,5	3,8	4,4	3,4	3,8
	s	2,6	2,2	2,9	2,8	3,1	2,0	3,3	3,1	2,3	2,2	2,7	2,6
Umeå	mv	6,1	5,4	7,2	6,2	7,4	5,8	6,1	6,2	4,6	5,4	4,1	4,9
	s	3,1	3,3	3,7	3,3	3,8	3,4	3,5	4,2	3,0	3,1	3,3	3,1
Härnösand	mv	5,7	4,3	5,3	5,0	5,8	4,3	5,4	5,0	4,2	4,8	3,9	4,8
	s	3,2	2,7	2,2	2,9	2,9	3,1	3,5	3,3	2,7	2,2	3,0	2,7
Gävle	mv	4,0	5,5	8,0	6,9	9,8	7,2	7,6	6,9	6,3	5,2	3,8	4,3
	s	2,9	3,1	3,3	3,2	4,1	3,7	4,0	3,9	3,4	3,1	2,2	2,4
Östersund	mv	4,5	4,0	6,0	4,8	6,3	3,5	4,7	4,6	3,3	3,1	1,6	3,3
	s	3,1	2,5	3,1	3,2	4,5	2,2	2,8	3,4	2,2	2,4	1,2	2,2
Sveg	mv	4,7	4,0	6,3	4,9	5,5	3,1	3,6	3,7	3,3	3,9	3,0	4,1
	s	2,4	2,6	3,6	3,1	3,7	2,6	2,9	3,3	2,4	2,3	2,2	2,1
Särna	mv	5,9	5,5	7,6	5,6	6,7	3,0	3,5	3,8	3,4	3,8	3,5	4,7
	s	4,0	3,6	3,1	2,8	3,4	2,3	2,4	3,4	1,9	3,0	2,7	2,6
Falun	mv	4,2	4,6	6,8	5,3	6,7	4,5	5,2	4,7	3,7	3,5	3,2	3,4
	s	2,1	3,2	3,4	2,8	3,3	2,9	3,2	2,9	2,5	1,9	2,0	2,3
Knon	mv	4,2	3,9	5,1	4,0	4,6	2,9	3,2	3,3	2,4	3,0	2,2	2,7
	s	2,6	2,7	2,6	2,5	3,3	2,1	2,8	3,0	1,6	2,2	1,8	1,8
Västerås	mv	3,8	4,0	7,3	5,8	7,8	5,7	6,0	5,6	5,5	4,6	2,7	2,9
	s	2,9	2,5	3,6	2,9	3,1	3,3	3,2	3,9	3,5	3,3	2,0	1,9
Stockholm	mv	2,9	3,2	6,6	4,9	7,3	5,8	5,9	5,3	4,3	3,6	2,0	1,9
	s	2,9	2,3	3,7	3,2	3,7	3,4	3,5	3,8	2,7	2,6	1,8	1,9
Örebro	mv	4,1	4,7	7,1	5,2	6,6	4,9	5,0	5,2	5,1	4,3	3,0	3,0
	s	2,7	3,0	3,7	3,4	3,9	3,1	3,3	4,3	4,0	3,0	2,1	2,1
Karlstad flygplats	mv	3,6	3,3	5,1	4,3	6,3	4,3	3,7	4,6	4,2	3,1	2,4	2,9
	s	2,6	2,4	3,1	2,9	4,1	2,4	3,2	3,2	3,7	2,3	1,7	2,3
Skara	mv	2,6	3,1	5,6	4,6	5,9	4,1	4,2	4,3	4,0	3,1	1,7	1,7
	s	1,8	2,3	3,7	2,4	3,6	1,7	2,9	2,9	2,7	2,3	1,9	1,6
Göteborg	mv	4,1	4,1	7,1	6,2	7,6	5,5	5,0	4,8	4,6	3,8	1,8	2,4
	s	3,0	3,3	3,8	3,8	4,4	2,7	3,5	3,5	3,7	2,5	2,0	2,3
Halmstad F14	mv	2,7	3,1	5,4	4,3	5,6	3,8	4,0	3,5	3,2	2,5	1,4	2,1
	s	1,8	3,1	3,3	2,7	4,2	2,2	2,8	3,3	3,0	2,1	2,0	1,5
Kalmar	mv	3,1	3,0	6,0	5,0	7,6	6,3	6,1	5,3	4,8	3,8	2,2	2,5
	s	2,1	2,4	3,5	2,8	3,9	3,5	3,2	3,3	2,4	2,0	2,3	2,0
Västervik	mv	4,3	3,9	7,3	5,7	8,6	6,9	7,3	6,7	6,2	4,5	2,8	2,6
	s	3,1	2,7	4,4	2,9	4,4	4,1	4,5	4,5	3,0	2,6	2,3	2,0
Visby	mv	1,8	1,9	5,5	5,3	8,2	6,6	6,1	5,6	3,7	1,8	1,2	0,9
	s	1,5	1,7	3,9	2,1	4,0	2,9	3,0	3,8	3,2	1,0	1,1	1,0
Borås	mv	3,1	3,8	7,5	6,3	8,0	5,8	5,1	5,4	4,8	3,9	1,8	2,2
	s	2,0	3,0	3,8	3,7	3,9	3,9	3,3	4,3	3,2	2,7	2,1	2,2
Malmö flygplats	mv	3,1	3,0	6,2	5,5	7,6	6,5	5,2	5,2	5,6	3,8	1,8	2,0
	s	2,1	2,6	3,7	3,1	4,5	4,1	3,2	3,9	3,5	2,8	1,7	1,5
Kristianstad	mv	2,1	2,5	4,3	5,6	7,8	7,0	5,9	5,0	4,6	2,7	1,3	1,3
	s	1,6	2,1	3,1	3,3	3,9	4,3	3,1	3,5	2,9	2,1	1,8	1,5

mv= medelvärde (antal dagar)
s= standardavvikelse (antal dagar)

Medelantal mulna dagar per månad, 1931-1960

Jan	Feb	Mar	Apr	Maj	Jun	Jul	Aug	Sep	Okt	Nov	Dec
14,1	12,2	12,3	13,2	14,6	15,5	13,8	15,1	16,0	15,5	17,6	16.3
4,7	3,7	4,0	3,7	4,5	4,7	5,4	6,2	5,2	5,8	4,8	3,8
14,1	12,5	12,7	12,9	14,1	15,3	14,5	15,2	16,1	15,3	16,7	15,9
3,6	4,0	3,4	4,4	4,8	4,5	4,2	5,5	4,5	4,3	3,9	5,3
14,6	12,5	12,8	13,4	12,2	13,7	13,3	14,2	14,9	16,8	19,2	17,4
4,7	3,7	4,1	3,9	4,8	4,1	4,6	5,4	4,2	4,1	5,0	5,3
15,4	14,2	12,3	12,5	9,4	9,7	9,2	11,5	13,9	15,9	18,8	18,5
5,1	4,4	3,3	4,1	3,6	3,5	3,2	4,5	4,1	5,0	4,7	4,9
15,5	12,5	11,9	11,0	8,1	9,4	8,8	10,1	11,5	13,7	17,3	17,0
4,8	5,4	3,8	3,8	2,9	4,4	3,7	4,1	3,6	5,5	5,7	5,2
14,8	13,6	12,9	11,2	9,6	10,2	9,3	10,6	11,7	13,8	16,9	16,3
5,1	5,1	3,7	3,9	3,6	3,6	3,4	4,1	3,0	4,9	5,3	5,9
16,1	13,1	11,1	9,4	6,7	6,1	6,5	8,1	8,6	12,8	16,6	17,0
5,0	4,3	4,0	4,1	3,8	2,4	3,7	4,5	3,1	5,0	4,9	5,0
14,5	12,6	12,4	11,3	10,4	11,6	11,3	11,5	13,6	15,0	18,0	15,9
5,4	3,4	3,7	3,2	4,0	3,9	2,8	4,5	3,6	4,1	4,8	5,3
14,7	12,3	12,0	12,7	11,1	12,3	12,5	12,7	13,0	15,1	17,6	16,6
4,5	4,4	3,6	2,9	4,6	4,4	4,6	4,9	4,5	3,8	5,4	4,5
14,2	11,8	11,5	12,7	10,8	12,2	12,6	12,9	14,3	15,9	18,5	16,8
5,2	4,8	3,9	4,0	3,6	2,9	4,0	4,3	4,2	4,3	5,1	5,1
16,5	14,2	12,2	12,1	10,3	10,7	10,5	11,6	12,7	16,0	19,1	18,9
4,0	4,6	4,2	3,6	4,2	4,1	4,0	4,2	3,9	4,1	4,5	5,1
17,8	14,9	13,4	14,8	12,8	13,7	13,3	14,8	15,0	18,0	20,8	20,3
4,4	4,6	5,0	3,8	3,9	2,8	5,0	4,3	3,6	4,7	4,0	4,6
18,5	15,0	12,2	10,5	8,7	7,8	8,3	9,9	9,9	14,7	19,7	19,9
4,5	4,5	4,6	3,4	3,7	2,7	3,4	4,5	3,8	4,7	4,5	4,9
19,0	16,2	13,5	10,9	9,0	8,1	8,3	9,3	10,8	15,6	20,4	21,1
4,7	4,4	5,3	3,3	3,7	2,9	3,3	4,1	4,0	5,0	3,8	5,1
18,3	14,8	13,3	11,6	9,6	9,0	9,1	10,2	10,8	14,9	19,5	19,8
4,1	4,6	4,8	3,9	4,3	4,2	3,5	5,6	4,0	4,5	4,1	5,0
17,5	14,8	13,0	12,2	10,6	9,0	9,6	10,9	11,5	15,6	20,2	20,0
4,7	4,3	4,2	4,0	4,0	3,3	3,6	3,6	4,1	4,2	4,1	5,5
19,9	16,2	14,2	13,3	10,9	11,0	11,1	12,1	12,4	16,1	20,7	21,3
4,0	3,8	4,9	4,1	4,1	3,7	3,4	4,7	4,4	4,0	3,5	4,3
18,1	14,7	13,7	12,5	10,2	11,0	11,2	12,1	13,0	16,3	20,1	20,5
3,6	4,2	5,2	4,3	4,3	4,6	4,6	4,8	4,8	3,2	3,6	4,3
18,9	16,7	14,6	13,1	10,5	10,7	12,2	13,5	14,0	17,2	21,4	22,6
3,8	4,9	5,4	3,8	3,4	3,6	4,0	5,3	4,6	3,9	3,8	3,8
19,3	16,8	14,4	11,5	9,7	8,3	8,5	9,6	10,3	15,0	18,8	21,2
4,1	4,2	5,4	3,1	4,0	2,9	2,6	3,4	3,2	3,9	4,1	4,0
17,8	15,5	12,8	10,4	9,0	7,5	8,2	8,7	9,1	13,8	18,0	19,8
4,2	4,8	5,9	3,6	4,0	3,0	3,6	3,8	2,8	4,6	4,3	5,1
22,4	17,8	15,5	11,3	8,6	7,3	8,0	9,4	10,9	15,7	20,7	23,0
4,4	4,4	4,8	3,7	3,4	2,7	2,8	3,7	3,4	3,6	3,9	4,1
20,1	15,4	12,8	12,0	9,0	9,6	10,0	10,4	11,8	16,4	21,5	22,6
4,1	4,9	4,9	3,6	3,8	3,8	4,1	5,0	4,2	4,2	4,3	4,0
19,2	16,4	13,4	11,6	8,1	8,4	8,8	9,6	9,1	14,4	18,8	21,1
3,7	4,5	5,4	3,6	3,2	3,4	2,7	4,5	3,5	4,0	4,4	4,3
21,5	18,0	14,8	12,2	8,4	8,3	9,2	9,4	11,2	17,2	21,3	22,9
3,5	4,0	5,4	3,2	3,9	2,7	3,5	3,8	3,5	3,8	3,9	4,2

Taesler anger i samma skrift en annan och alternativ sammanställning av molnighetsdata som återges i TAB. 9.2. Redovisningen har fördelen att den omfattar ett större antal stationer än den tidigare nämnda men nackdelen att den anger molnigheten i bredare molnighetsintervall. Sålunda anges för varje månad medelantal klara respektive mulna dagar vilket definieras som dagar med genomsnittlig molnmängd mindre än 23 % respektive mer än 77 % av maximalt möjlig molnmängd. För jämförelse med FIG. 9.1 fås för Västerås och mars månad antalet klara dagar = 7,3 eller 23 % och antalet mulna dagar = 12,2 eller 39 %. Övriga - halvklara/halvmulna - dagar blir = 11,5 eller 38 %. Med utgångspunkt från dessa värden har en alternativ frekvensfunktion inritats i FIG. 9.1. De klara dygnen 23 % anges i mitten av intervallet 0-23 % med en kraftigt markerad punkt. De klara och halvklara dygnen utgör 23 + 38 = 61 % som på samma sätt anges i mitten av intervallet 77-100 %. Om man förutsätter approximativt rätlinjig fördelning fås den alternativa frekvensfunktionen i form av den streckade kurvan. Avvikelserna mellan kurvorna är ganska små utom då molnigheten är hög. Då är emellertid den kortvågiga strålningen liten och temperaturrörelserna små vilket minskar betydelsen av felet. Med hänsyn till bl.a. osäkerheten vid bestämningen av utgångsvärden - den subjektiva bedömningen av molnigheten - och till övriga osäkerheter som framgår av den följande framställningen kan den alternativa frekvensfunktionen, som baseras på värden i TAB. 9.2, anses vara tillräckligt noggrann som utgångspunkt för bedömning av utmattningsrörelser. Det första delproblemet - att bestämma molnighetens normalårsvariation - kan alltså lösas enkelt med hjälp av TAB. 9.2.

9.2 RÖRELSERNAS STORLEK VID VARIERANDE MOLNIGHET

Rörelsernas storlek är direkt proportionell mot den ekvivalenta utetemperaturens dygnsvariation. Denna beror i sin tur av dygnsvariationen hos de två huvudbeståndsdelarna kortvågig strålning och lufttemperatur. Båda varierar med molnigheten.

9.21 Molnighetens inverkan på kortvågig instrålning

Under molniga dagar kan solstrålningens intensitet beräknas approximativt om man har tillgång till vad som internationellt kallas Cloud cover factors och betecknas CCF. CCF är funktioner av molnighetsgrad men beror även av molnighetens och markytans beskaffenhet, av den direkta solstrålningens infallsvinkel mot ytan m.fl. förhållanden. De experimentella undersökningar som gjorts beträffande förhållandet mellan instrålning från molnig resp. klar himmel, och som kan läggas till grund för bestämning av CCF-faktorer, har i dominerande omfattning avsett strålning mot horisontell yta.

Lunelund (1936) och Kimura & Stephenson (1969) har redovisat resultat från sådana undersökningar. Efter en smärre bearbetning av Girdo (1975) representeras resultaten av en kurvskara vars placering anges av det skrafferade området och dess gränser i FIG. 9.2. I mitten av området har inritats en kurva som i det följande betraktas som genomsnittlig CCF-funktion för horisontell yta.

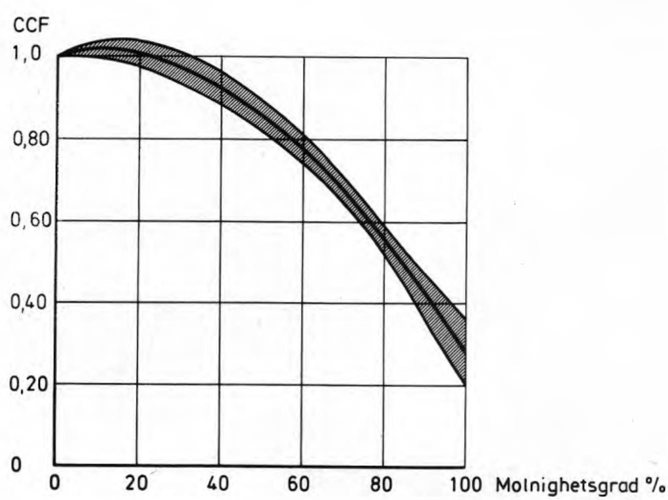


FIG. 9.2. CCF-faktorer för horisontell yta baserade på resultat av Kimura & Stephenson (1969) efter bearbetning av Girdo (1975). Den mittersta kurvan betraktas som genomsnittlig CCF-funktion.

Sandberg (1973) har sammanställt data som medger en approximativ omräkning av CCF för horisontell yta till motsvarande funktioner för vertikala ytor. Med utgångspunkt från genomsnittskurvan i FIG. 9.2 har en sådan omräkning gjorts för södervägg den 21 mars vid tidpunkterna 07, 09 och 12. Resultatet redovisas i FIG. 9.3. Girdo (1975) har

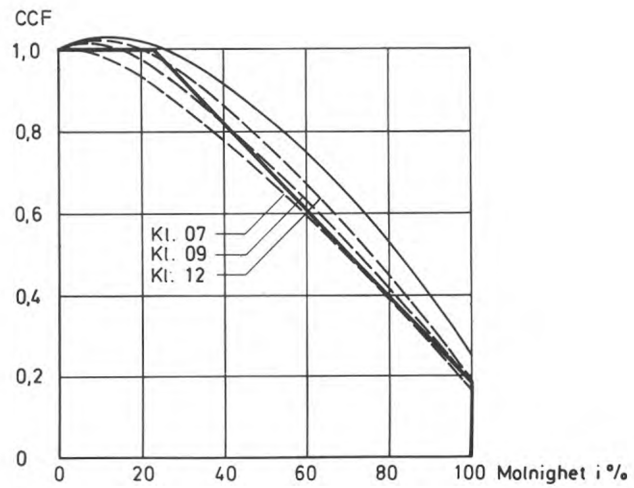


FIG. 9.3. Cloud cover factor, CCF, mot horisontell och mot vertikal yta, mars, söder 60°N

———— *horisontell yta*

--------- *vertikal yta.*

undersökt felfortplantningen vid omräkning till vertikal yta och dels funnit att ett fel i CCF-funktionen för horisontell yta vanligen inte förstoras genom omräkningen och dels att omräknade funktioner för vertikala ytor med olika orientering och vid olika tidpunkter under året och dygnet bildar en relativt tät kurvskara i eller i närheten av det område som markeras av de streckade kurvorna i figuren. Det ligger nära till hands att konstruera en förenklad genomsnittskurva för CCF-funktionen för vertikala ytor. Kurvornas form anger en relativt ringa variation av strålningsintensiteten vid liten molnighet. I figuren illustreras ett förslag till förenklad CCF-funktion i form av den kraftigt markerade linjen. CCF antas ha värdet 1,0 under klara dagar dvs. då molnigheten är mindre än 23 %. Vid högre molnighet sjunker värdet linjärt ned till CCF = 0,20 vid 100 % molnighet. En liten underskattning av instrålningen vid halvmulen/halvklar himmel betyder inte så mycket eftersom den relativa frekvensen av sådana tillfällen är ganska liten (jfr FIG. 9.1).

Eftersom strålningsandelen i den ekvivalenta utetemperaturen är direkt proportionell mot strålningsintensiteten anger CCF-funktionen ett direkt förhållande mellan den ekvivalenta utetemperaturens strålningsandel vid molntäckt resp. klar himmel.

9.22 Molnighetens inverkan på lufttemperaturens dygnsvariation

Veterligen har någon bearbetning av meteorologiska data inte gjorts för att undersöka hur lufttemperaturens dygnsvariation beror av molnigheten. Det står klart att lufttemperaturens dygnsvariation är mindre vid mulen än vid molnfri himmel, men det närmare beroendet av molnigheten är okänt. För enkelhets skull antas att molnigheten inverkar på samma sätt på lufttemperaturens dygnsvariation som på strålningens variation dvs. CCF-funktionen gäller även i detta fall.

När det gäller att kartlägga de dygnsperiodiska "utmattningsrörelserna" är det främst rörelserna hos de fasader som någon gång under dagen är utsatta för direkt strålning som är intressanta dvs. fasader med ostlig till sydlig till västlig orientering. För dessa är, vid någorlunda klart väder, lufttemperaturens andel i den ekvivalenta utetemperaturens dygnsvariation liten i förhållande till strålningsandelens. Ett någorlunda begränsat fel i det antagna sambandet mellan molnigheten och lufttemperaturens dygnsvariation ger därför endast upphov till ett litet relativt fel i den ekvivalenta utetemperaturens beroende av molnigheten.

Detta antagande innebär att CCF-funktionens betydelse utvidgats så att den utgör ett direkt mått på förhållandet mellan den ekvivalenta utetemperaturens variation vid molntäckt och vid klar himmel.

De streckade kurvorna i FIG. 9.3 illustrerar att CCF-funktionerna vid olika tidpunkter under dygnet avviker ganska litet från varandra. Införandet av en enda förenklad kurva - den kraftigt markerade kurvan - innebär att dessa avvikelser försummas och att variationen av ekvivalent utetemperatur vid molntäckt himmel antas vara affin med variationen vid klar himmel. Detta innebär även att dygnsperiodiska rörelser vid molnig och klar himmel antas vara affina.

9.3 BESTÄMNING AV UTMATTNINGSRÖRELSER

CCF-funktionens betydelse har nu utvidgats till att vara ett direkt mått på förhållandet mellan rörelsernas dygnsamplitud vid molntäckt resp. klar himmel. Det blir därmed möjligt att bedöma frekvensen av rörelser med varierande dygnsamplitud. Förfaringssättet illustreras i FIG. 9.4 och kommentarerna till denna. Den övre delen av diagrammet återger den förenklade kurvan i FIG. 9.3, som nu anger förhållandet mellan rörelseamplitud vid molnig och klar himmel som betecknas U. Den undre delen i figuren anger frekvensdiagram för mars och juni i Stockholm. Diagrammen har beräknats ur TAB. 9.2 på det sätt som beskrivits tidigare.

Som exempel antas hypotetiskt, och med anknytning till tidigare beräkningsexempel i avsnitt 8.2, att man vid beräkning av utmattningspåfrestningar vill bestämma antalet dygn då elementets dygnsvarierande längdökning är mer än två tredjedelar av det högsta värdet under året.

> Av FIG. 8.4 framgår att den största dygnsvarierande längdökningen under året uppträder i mars. Värdet uppgår till u^{max} = +0,58 mm. I juni är den största längdökningen något mindre eller u^{max} = +0,44 mm. (Dessa värden avser rörelser vid molnfri himmel.)

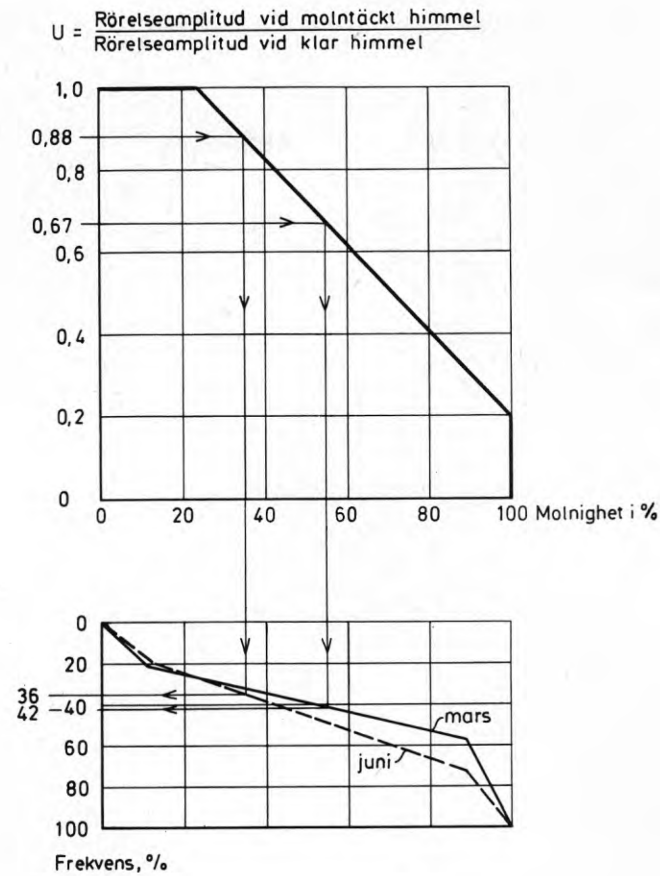


FIG. 9.4. Diagram för bestämning av dygnsperiodiska utmattningsrörelser. Frekvensdiagrammet i figurens undre del avser Stockholm.

Ur FIG. 9.4 får man för mars månad och U = 0,67 en frekvens av 42 % vilket innebär att det under genomsnittligt 13 dygn uppträder längdökning som är större än 67 % av maximivärdet dvs. större än 0,67 · 0,58 = 0,39 mm. För juni gäller att detta värde är ca 88 % av maximivärdet +0,44 mm. Av figuren fås för juni frekvensen 36 % dvs. 11 dagar med längdändring av 0,39 mm eller mer.

Antalet dygn med rörelser större än den (hypotetiskt) angivna kan sålunda bestämmas för varje månad, summeras under året och multipliceras med ett antal år som motsvarar byggnadens eller ytterväggens livslängd.

Man kan invända att det beskrivna förfaringssättet kan vara litet väl detaljerat i förhållande till noggrannheten hos beräkningsunderlaget. Med hänsyn till osäkerheter främst hos den föreslagna U-funktionen kan det t.ex. kanske vara tillräckligt att studera frekvenser av rörelser i tremånadersperioder i stället för månadsvis och därvid låta värden för månaderna mars, juni, september och december representera varsin tremånadersperiod.

Den på senare tid initierade forskningen rörande solenergi kan komma att framlägga resultat beträffande beräkningsunderlaget - frekvensfunktioner för molnighet, CCF-funktioner m.m. - som kan bidra till säkrare bestämning av utmattningsrörelser. Tills vidare kan det redovisade förfaringssättet enligt min mening betraktas som en rimlig uppskattning.

9.4 EXTREMA DYGNSVARIERANDE BÖJDEFORMATIONER

I den tidigare redogörelsen har förutsatts att molnigheten är konstant under dagen vilket ger upphov till rörelser som är nära affina med rörelser vid molnfri himmel. När det gäller böjdeformationen som påverkas av hur snabbt en fasadskiva värms upp eller kyls ned kan en snabb variation av molnigheten ge upphov till större rörelse än vid molnfri himmel. Om t.ex. himlen under förmiddagen är mulen och plötsligt klarnar upp så fås en snabbare uppvärmning och större böjdeformation än vid konstant klar himmel.

En databeräkning av böjning hos ett 8 cm tjockt fasadelement av betong som under morgon och förmiddag exponeras för mulen himmel som plötsligt klarnar gav som resultat en maximal utböjning som är omkring 20 % större än motsvarande värde vid klar himmel. Vid dimensionering av infästningsbeslag m.m. finns det alltså anledning att räkna med att böjdeformationen vid enstaka tillfällen kan uppgå till värden som är högre än de som beräknats för klar himmel.

Denna ökning är av samma storleksordning som den ökning av tillåtna spänningar med 20 % som vanligen tillämpas vid dimensionering för exeptionell belastning. Om de extrema böjdeformationerna förekommer tillräckligt sällan för att betraktas som exceptionella kommer de sålunda inte att vara dimensionerande. (Härvid förutsätts direkt proportionalitet mellan fasadskivans böjdeformation och de spänningar som är aktuella vid dimensioneringen.)

Ungefär samma effekt fås om en fasad under en viss tid är skuggad och plötsligt blir solbelyst eller vice versa. I sådana fall är effekten vanligt återkommande och bör beaktas vid dimensionering gentemot utmattningspåfrestningar. Förslagsvis antas i sådana fall att böjdeformationens amplitud(er) ökas med 20-25 %. Även när det gäller extrema böjdeformationer kan man anta att den intensifierade forskningen rörande solenergi kommer att bidra med förbättrat beräkningsunderlag.

I APPROXIMATIVT UTTRYCK FÖR SOLSTRÅLNINGENS VARIATION VID VÄGGAR MOT SÖDER

Solstrålningsintensiteten I ersättes med ett approximativt uttryck I' bestående av en konstant term samt två harmoniskt varierande termer med periodlängderna 24 timmar resp. 12 timmar.

$$I \approx I' = I^{med} + I_{24} \cdot \cos\{\tfrac{2\pi}{24}(t - t_I max)\} + I_{12} \cdot \cos\{\tfrac{2\pi}{12}(t - t_I max)\} \quad (I.1)$$

I^{med}, I_{24} och I_{12} är koefficienter - amplituder - vilkas värden skall bestämmas

t = tidpunkt under dygnet mätt i timmar

I^{max} = maximal solinstrålningsintensitet

$t_I max$ = tidpunkt, då maximal solinstrålning uppträder (I^{max} och $t_I max$ fås ur solstrålningstabeller).

Metoden kan enklast beskrivas för vägg mot söder, då strålningen under förmiddag och eftermiddag är symmetrisk i förhållande till tidpunkten för strålningens maximala värde. För södervägg har solinstrålningen sitt största värde ungefär kl. 12, dvs. $t_I max = 12$. Sambandet ovan kan då uttryckas

$$I' = I^{med} + I_{24} \cdot \cos(\tfrac{\pi}{12}\, t - \pi) + I_{12} \cdot \cos \tfrac{\pi}{6} \cdot t \quad (I.2)$$

Eller om vinklarna uttrycks i grader

$$I' = I^{med} + I_{24} \cdot \cos(15t - 180) + I_{12} \cdot \cos 30t \quad (I.3)$$

Kriterium 1

Referenstillståndet vid bestämning av dygnsperiodiska temperaturvariationer motsvarar det stationära temperaturtillstånd som råder vid en utomhustemperatur, som är lika med den ekvivalenta utomhustemperaturens dygnsmedelvärde. Eftersom strålningsandelen i den ekvivalenta utomhustemperaturen är proportionell mot strålningsintensiteten I skall dygnsmedelvärden för I' och I vara detsamma.

Koefficienten I^{med} utgör dygnsmedelvärde av uttrycket I' eftersom tidsintegralerna av de periodiska termerna under en 24 timmars period blir noll.

Dygnsmedelvärdet av strålningsvariation enligt solstrålningstabeller utgör en tjugofjärdedel av summerad instrålning under för- och eftermiddag sedan dessa multiplicerats med faktorn 1,15 för att uttrycka solinstrålning mot väggyta. Med beteckningen ΣI för denna summa fås

$$I^{med} = \frac{1}{24} \cdot \Sigma I \tag{I.4}$$

Kriterium 2

Solinstrålningens dygnsvariation enligt solstrålningstabeller illustreras grafiskt av heldragna kurvor; FIG. I.1a t.o.m. I.1m. Figurerna avser sydlig väggorientering och 60°N. Med hänsyn till strålningsvariationens symmetri i förhållande till tidpunkten kl. 12 redovisas endast förmiddagsvärden.

Under en stor del av dygnet förekommer ingen solinstrålning. Ett rimligt kriterium är att tidsintegralen av den approximativa strålningsfördelningen under denna tid är noll.

För södervägg ansättes att värdet av tidsintegralen under tiden $t = 0$ till $t = 6$ skall vara noll.

$$\int_0^6 I' \, dt = I^{med} \cdot 6 + I_{24} \cdot \int_0^6 \cos\left(\frac{\pi}{12} \cdot t - \pi\right) dt +$$

$$+ I_{12} \cdot \int_0^6 \cos \frac{\pi}{6} \cdot t \cdot dt = 0$$

Vi får

$$I_{24} = \frac{\pi}{2} \cdot I^{med} \tag{I.5}$$

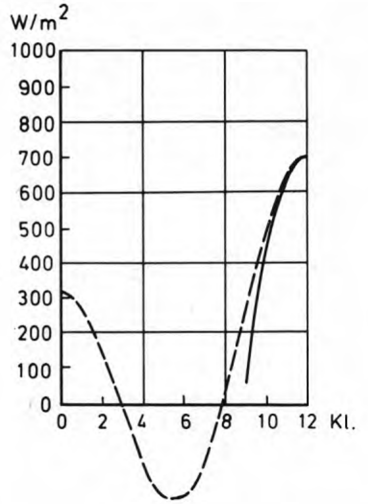


FIG. I.1a. Januari.

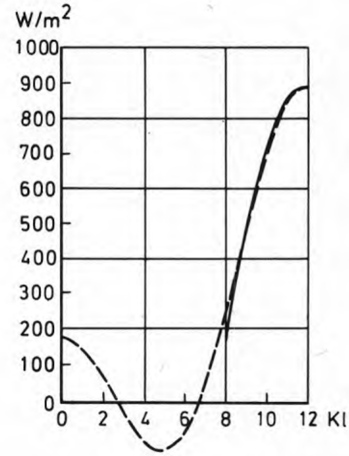


FIG. I.1b. Februari.

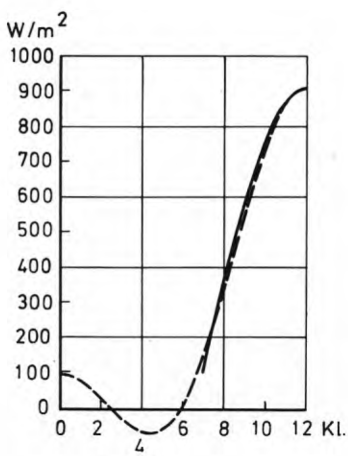


FIG. I.1c. Mars.

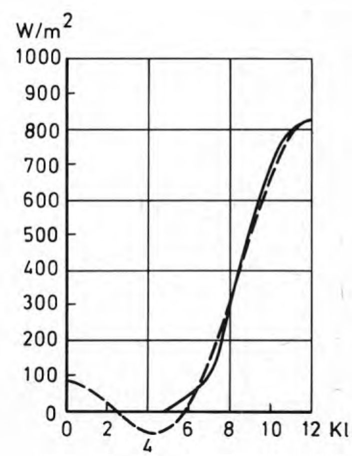


FIG. I.1d. April.

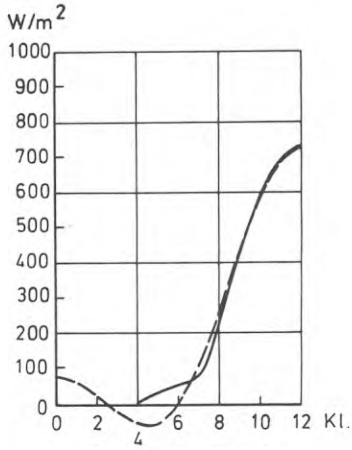


FIG. I.1e . Maj.

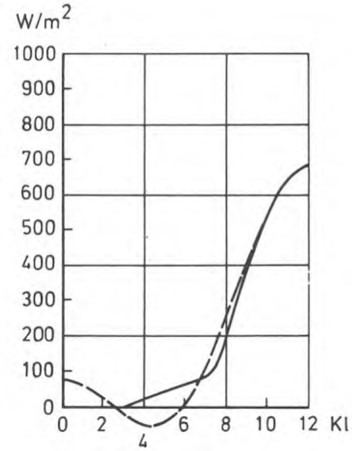


FIG. I.1f . Juni.

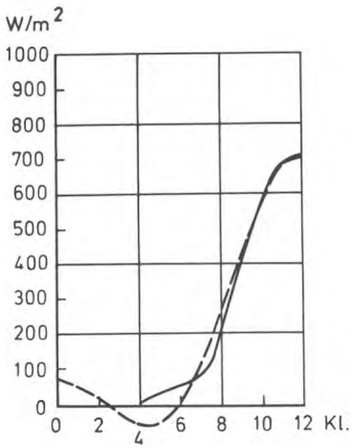


FIG. I.1g. Juli.

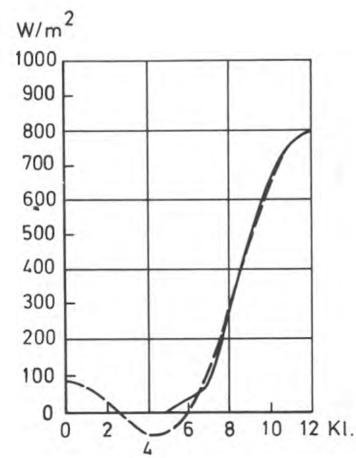


FIG. I.1h. Augusti.

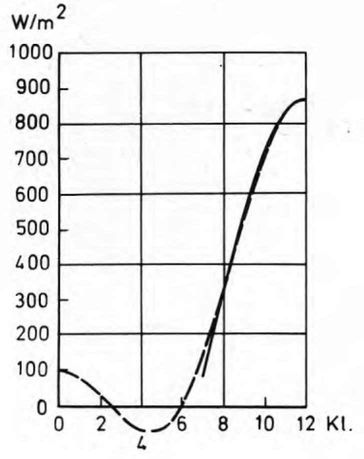


FIG. I.1i. September.

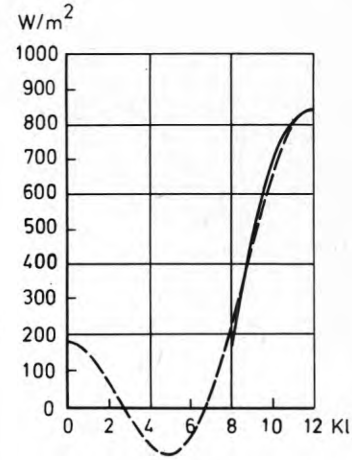


FIG. I.1k. Oktober.

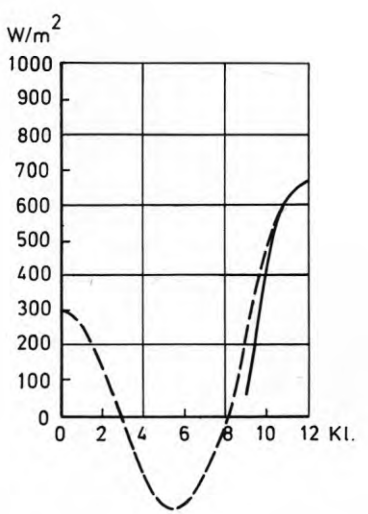


FIG. I.1l. November.

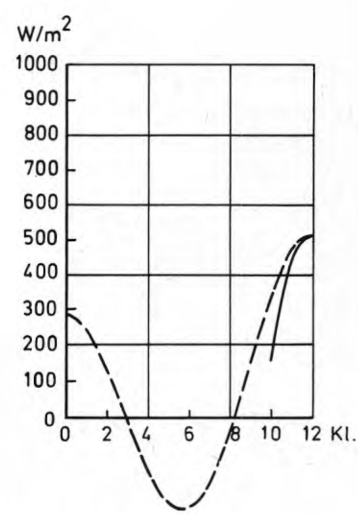


FIG. I.1m. December.

FIG. I.1. Solinstrålning mot södervägg på 60° nordlig bredd under årets månader.

——————— *Variation enl. solstrålningstabeller.*

- - - - - - - *" " approximativt uttryck.*

Kriterium 3

Det är betydelsefullt att det approximativa uttrycket för strålningsfördelningen har god anpassning till verklig strålningsfördelning under dagen då solinstrålningen har hög intensitet. En rimlig ansats är att det approximativa uttrycket skall ge samma värde för maximal solinstrålning som solstrålningstabellerna. Med beteckningen I^{max} för det högsta värdet enligt tabellerna - multiplicerat med faktorn 1,15 fås

$$I^{med} + I_{24} + I_{12} = I^{max}$$

och

$$I_{12} = I^{max} - I^{med}(1 + \frac{\pi}{2}) \qquad (I.6)$$

I FIG. I.1a t.o.m. I.1m redovisas med streckade kurvor på ovan angivna sätt beräknade värden för approximativ strålningsvariation. På grund av symmetrin kring tidpunkten kl. 12 redovisas endast förmiddagsvärden.

I.1 APPROXIMATIONENS NOGGRANNHET

Ändamålet med det approximativa uttrycket för solinstrålningens variation är att enkelt bestämma temperaturrörelser i fasadskivor varvid rörelsernas dygnsamplituder i första hand är intressanta. Detta medför att följande temperaturvärden får speciell betydelse:

1) lägsta dygnstemperaturen vid betongskivans insida T_i^{min}
2) högsta dygnstemperaturen vid betongskivans insida T_i^{max}
3) maximivärdet av temperaturskillnad mellan utsida och insida $(T_y-T_i)^{max}$
4) minimivärdet av temperaturskillnad mellan utsida och insida $(T_y-T_i)^{min}$

Anledningen till dessa temperaturers betydelse är att längdändringens dygnsamplitud i dominerande grad bestäms av temperaturskillnaden $T_i^{max}-T_i^{min}$ och böjdeformationens av temperaturskillnaden $(T_y - T_i)^{max} - (T_y - T_i)^{min}$.

Approximationens noggrannhet undersöks lämpligen genom beräkning och jämförelse av dessa temperaturvärden för vardera inverkan av approximativ strålningsvariation och variation enligt solstrålningstabeller. Detta har gjorts för följande tre månader.

April, då approximationen är god

Februari, då approximationen är mindre god

December, då approximationen är dålig.

Beräkningarna har gjorts med dator.

Av begränsningsskäl har det varit nödvändigt att avstå från att sätta beräknad felstorlek i relation till varierande väggutformning och materialkonstanter etc. I stället har valts att undersöka felet hos en vägg, bestående av 8 cm betong samt 10 cm högisolerande värmeisoleringsmaterial, dvs. ett väggutförande som är att anse som normalt för vägg med fasadelement av betong. Värden för i beräkningarna ingående materialdata motsvarar normala värden.

För enkelhetens skull valdes "skalan" för strålningsandelen T_s så att maximivärdet under dygnet utgjorde $T_s^{max} =$ $= 100^oC$, som är ett mycket för högt värde, vilket emellertid inte inverkar på den jämförande felberäkningen.

Resultatet illustreras av FIG. I.2, I.3 och I.4. I FIG. I.2a redovisas temperaturförlopp på fasadelementets ytteryta för april. Den heldragna kurvan representerar temperaturförlopp av strålningsvariation enligt solstrålningstabeller och den streckade temperaturförlopp av approximativ variation.

I FIG. I.2b anger motsvarande temperaturförlopp vid fasadskivans inneryta dvs. i gränsskiktet mot värmeisoleringen. För att ge en överblick över hur temperaturförloppen vid ytteryta och inneryta förhåller sig till varandra har temperaturförloppet (av solstrålningstabellernas strålningsvariation) vid inneryta återgivits som streckprickad kurva även i FIG. I.2a.

Överst i figuren redovisas avvikelsen som fel hos temperaturförlopp av approximativ strålningsvariation. Noggrannhe-

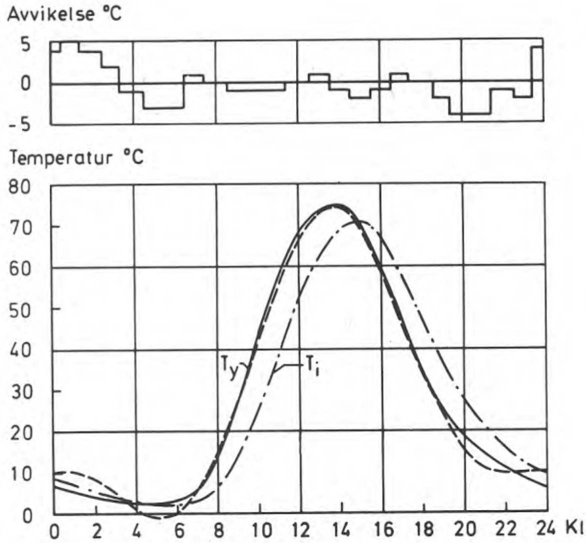


FIG. I.2a. Temperatur T_y vid ytteryta. (För jämförelse av temperaturförlopp vid ytter- och inner-yta har även den inre yttemperaturen angivits med streckprickad linje.)

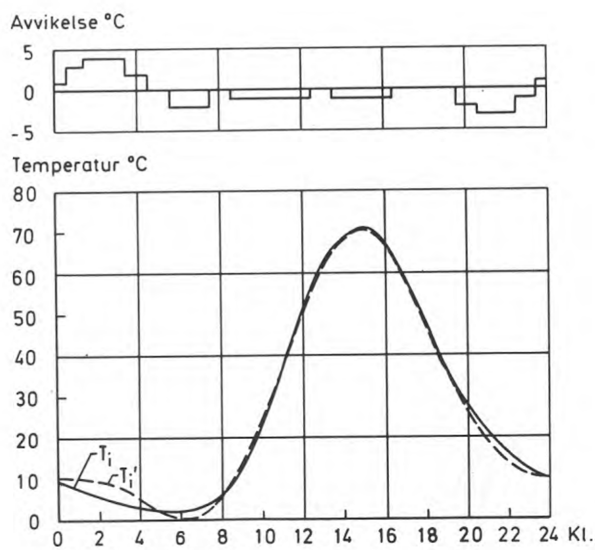


FIG. I.2b. Temperatur T_i vid inneryta.

FIG. I.2. Variation av yttemperaturer hos ett fasadelement av betong för april, 60^{o}N och sydlig väggorientering

——————— av strålningsvariation enl. solstrålningstabeller

--------- av approximativ strålningsvariation.

Överst i figurerna anges avvikelserna.

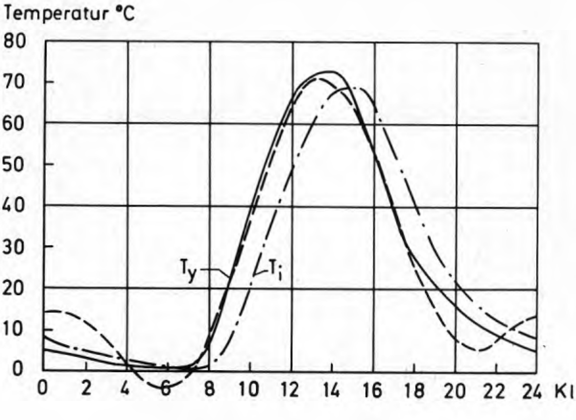


FIG. I.3a. *Temperatur vid ytteryta T_y. (För jämförelse av temperaturförlopp vid ytter- och inneryta har även den inre yttemperaturen angivits med streckprickad linje.)*

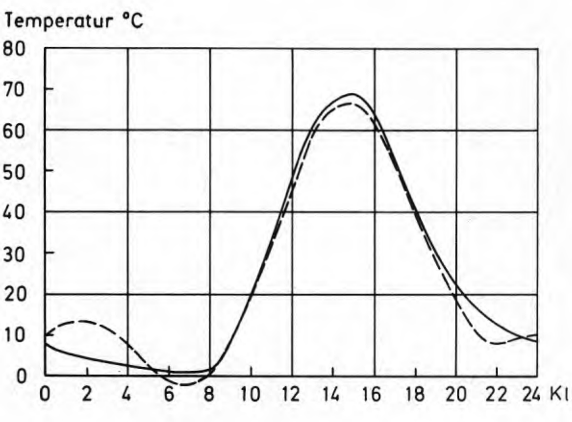


FIG. I.3b. *Temperatur vid inneryta T_i.*

FIG. I.3. *Variation av yttemperaturer hos ett fasadelement av betong för februari, 60°N och sydlig väggorientering*

———— *av strålningsvariation enl. solstrålningstabeller*

-------- *av approximativ strålningsvariation.*

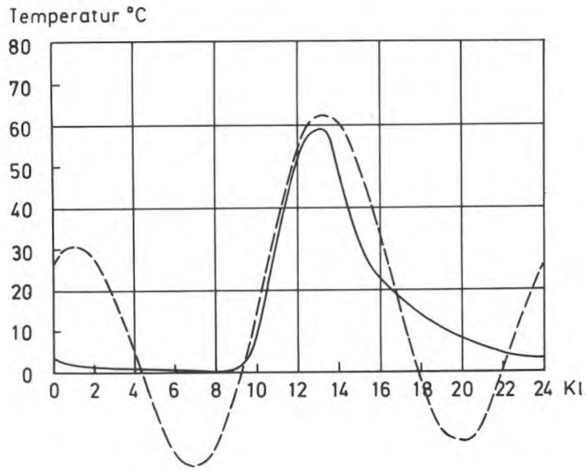


FIG. I.4a. Temperatur vid ytteryta T_y.

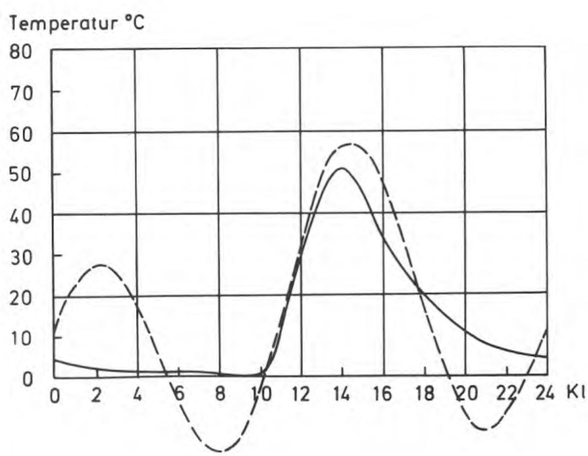


FIG. I.4b. Temperatur vid inneryta T_i.

FIG. I.4. Variation av yttemperaturer hos ett fasadelement av betong för december, 60^{o}N och sydlig väggorientering

——————— *av strålningsvariation enl. solstrålningstabeller*

- - - - - - - - - *av approximativ strålningsvariation.*

ten vid databeräkningen var $\pm 0,5^{o}C$.

I.11 April (samt mars t.o.m. augusti)

Som framgår av FIG. I.2 innebär approximationen ett fel hos temperaturerna T_y och T_i, som under dagen uppgår till 1 à $2^{o}C$. I förhållande till temperaturens amplitud, dvs. omkring $70^{o}C$, innebär detta relativa fel av cirka 1,5 à 3 %. Till detta skall adderas ett felbelopp av $1^{o}C$ eller cirka 1,5 % som motsvarar noggrannheten $\pm 0,5^{o}C$ i beräkningsresultaten. Avvikelsen under dagtid uppgår således till omkring 3 à 4 %.

Under natten är avvikelsen större, dock inte mer än omkring 6 % omkring kl. 06, då minimitemperaturen uppträder, varvid den approximativa strålningsvariationen ger en lägre temperatur än den enl. tabellerna.

Felet hos skillnaden $\underline{T_i^{max} - T_i^{min}}$ uppgick enl. beräkningarna till 1^{o} eller ett relativt fel av 1,5 % och felet hos skillnaden $\underline{(T_y - T_i)^{max} - (T_y - T_i)^{min}}$ till 1^{o} eller ca 3 % av amplituden hos denna temperaturskillnad. Till dessa värden tillkommer fel beroende på noggrannheten $\pm 0,5^{o}C$ vid beräkningen.

Approximationen kan - jfr FIG. I.1 - förväntas ge motsvarande anpassning under månaderna mars t.o.m. augusti.

I.12 Februari (samt september och oktober)

På samma sätt som för april har avvikelser beräknats - men inte angivits i FIG. I.3. Avvikelserna hos temperaturerna T_y och T_i är större än för april. Under dagtid uppgår den till 4 à 6 % av temperaturens dygnsamplitud. Största avvikelsen - omkring kl. 02 - uppgår till ca 15 %. Dock är felet hos temperaturen på fasadelementets inneryta omkring kl. 07, då denna temperatur har sitt lägsta värde, mindre eller ca 6 %. Även i detta fall ger den approximativa strålningsvariationen ett lägre minimivärde än solstrålningstabellernas variation.

Felet hos temperaturskillnaden $T_i^{max} - T_i^{min}$ uppgick enligt beräkningarna till noll och felet hos $(T_y - T_i)^{max} - (T_y - T_i)^{min}$ till 1°C eller 3 % av amplituden hos denna temperaturskillnad. Till dessa värden kommer fel av beräkningsresultatens noggrannhet 1°C.

Anpassningen kan förväntas vara liknande under månaderna september och oktober.

I.13 December (samt november och januari)

För månaderna november, december och januari medför approximationen ansenliga fel och anses inte ha tillfredsställande noggrannhet. Å andra sidan är strålningsintensiteten och under dagen instrålad energi mot väggen mindre under dessa månader än under övriga, vilket medför lägre uppvärmning och mindre temperaturrörelser. Vintermånaderna är därför mindre intressanta när det gäller beräkning av extrema och dimensionerande dygnsperiodiska temperaturrörelser.

Den approximativa metoden kan dock efter en enkel justering av resultaten utnyttjas för att bestämma storleken av de temperaturer som har betydelse vid beräkning av dygnsamplituder hos rörelser. Av heldragna kurvor i FIG. I.2, I.3 och I.4 framgår att yttemperaturerna T_y och T_i efter föregående dygns uppvärmning successivt sjunker för att närma sig ett värde mycket nära noll.

Om vi bortser från den approximativa variationens negativa värden och därav alstrade negativa värden hos T_i (och T_y) kan minimitemperaturen sättas $T_i^{min} \approx 0$.

Ur beräknade värden för december, jfr FIG. I.4, fås med denna justering temperaturskillnaden $T_i^{max} - T_i^{min} = 57^o$ av inverkan av approximativ strålningsvariation, vilket innebär ett fel av $+6^o$ eller 10 % av dygnsamplituden.

Vid bestämning av temperaturskillnad $(T_y - T_i)^{max} - (T_y - T_i)^{min}$ uppgick felet till +3°C eller 8 % av dygnsamplituden.

Det approximativa uttrycket för solinstrålningens variation mot södervägg medför således förhållandevis mycket små fel och kan anses ha god noggrannhet för beräkning av temperaturer i fasadskivor för månaderna februari till och med oktober.

Under årets övriga månader november, december och januari har det approximativa uttrycket mindre god noggrannhet. Med ovan redovisad justering av beräkningsresultaten kan det approximativa uttrycket emellertid användas även för dessa månader vid beräkning av temperaturer av betydelse för storleken av temperaturrörelsernas dygnsamplituder.

I.2 APPROXIMATIONENS GILTIGHET FÖR VÄGGAR MOT SYDVÄST

I FIG. I.5 återges solinstrålningen för april, molnfri himmel, 60°N samt orientering mot sydväst. Heldragen kurva representerar strålningsvariation enligt solstrålningstabeller. Ur dessa fås följande värden:

$$\Sigma I = 1{,}15\ (890 + 4015) = 5640\ \mathrm{Wh/m^2}$$

samt $$I^{max} = 1{,}15 \cdot 754 = 867\ \mathrm{W/m^2}$$

som med tidigare angivna uttryck för koefficienter ger

$$I^{med} = \frac{5640}{24} = 235\ \mathrm{W/m^2}$$

$$I_{24} = 1{,}57 \cdot 235 = 368\ \mathrm{W/m^2}$$

$$I_{12} = 867 - 2{,}57 \cdot 235 = 265\ \mathrm{W/m^2}$$

Av uppritad kurva för solinstrålning enligt tabeller framgår att maximivärdet I^{max} inträffar någon eller några timmar efter kl. 12, vilket är den tidpunkt som förutsatts motsvara maximum av solinstrålning vid härledning av approximativt uttryck (I.3), som avser vägg mot söder.

I och för sig kan ur (I.1) lätt härledas uttryck - analoga med (I.3) - för godtycklig tidpunkt t_I^{max}. För att emellertid inte onödigtvis belasta framställningen med formler kan strålningsvariationen enligt den approximativa metoden uppritas direkt med hjälp av uttrycket (I.3) på en tidsskala/konstruktionsskala så att tidpunkten kl. 12 sammanfaller med tidpunkten för I^{max} enl. tabeller. Förfarandet framgår av tidsaxlarnas förskjutning i FIG. I.5.

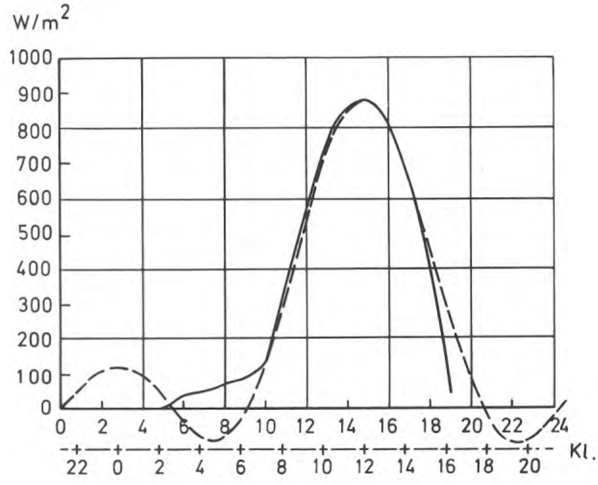


FIG. I.5. Solinstrålning. Vägg mot sydväst, 21 april, 60°N.
———— Variation enl. solstrålningstabeller.
--------- Approximativ variation.

Resultatet av beräkningen av den approximativa strålningsvariationen representeras av den streckade kurvan i FIG. I.5.

För att undersöka hur stort fel som förorsakas av approximationen har temperaturförlopp av solstrålningstabellens och approximativ variation hos solinstrålningen beräknats på samma sätt och för samma ytterväggsutförande som redovisats tidigare för vägg med sydlig orientering. Jämförelsen avser värden för 21 april. I FIG. I.6a och I.6b redovisas resultaten av denna jämförelse.

Felet hos beräknat värde för maximum av temperaturen vid elementets insida T_i^{max} uppgår till -2^o eller ca 3 % av dygnsamplituden.

Felet hos motsvarande minimivärde T_i^{min} är -4^o eller om-

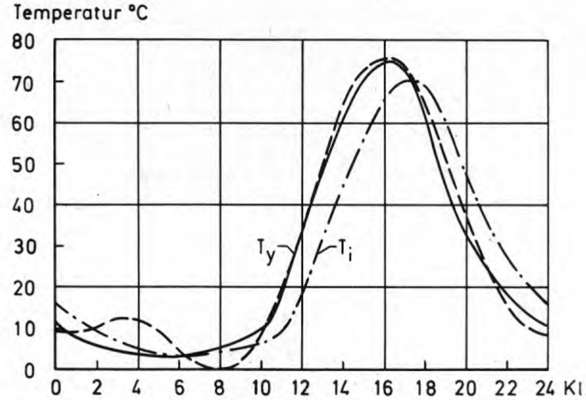


FIG. I.6a. *Temperatur T_y vid ytteryta. (För jämförelse av temperaturförlopp vid ytter- och inneryta har även den inre yttemperaturen angivits - med streckprickad linje.)*

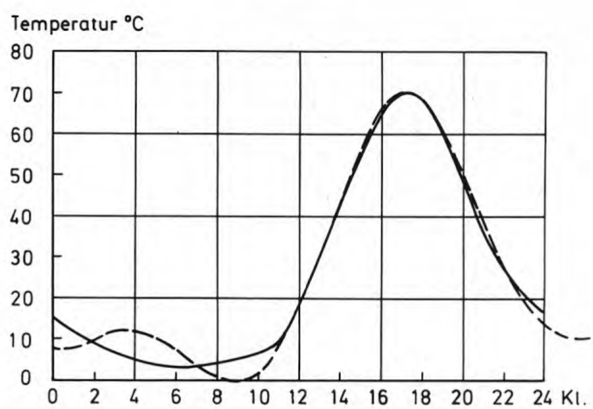


FIG. I.6b. *Temperatur T_i vid inneryta.*

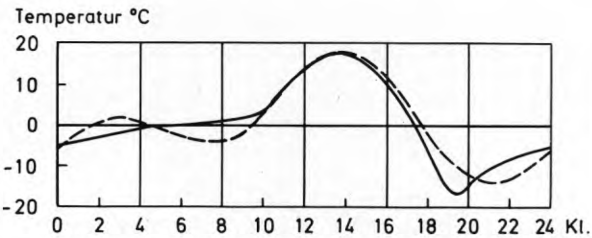


FIG. I.6c. *Temperaturskillnad T_y-T_i.*

FIG. I.6. *Variationer av yttemperaturer hos ett fasadelement av betong för april, 60°N och sydvästlig orientering*

———————— *av strålningsvariation enl. solstrålningstabeller*

- - - - - - - - - *av approximativ strålningsvariation.*

kring 6 % av amplituden.

Felet hos temperaturskillnaden $T_i^{max} - T_i^{min}$ uppgår till -2^o motsvarande 3 % av dygnsamplituden.

FIG. I.6c redovisar dygnsvariationen av temperaturskillnad mellan fasadskivans yttre och inre yta.

Värden för $(T_y - T_i)^{max}$ under middagstid ger ej upphov till nämnvärt fel. Under eftermiddagen ger den approximativa fördelningen ett fel hos $(T_y - T_i)^{min}$ som uppgår till -3^o eller ca 9 % av dygnsamplituden hos temperaturskillnaden $(T_y - T_i)$.

Felet hos temperaturskillnaden $(T_y - T_i)^{max} - (T_y - T_i)^{min}$ är således -3^o eller 9 % av dygnsamplituden.

I.3 APPROXIMATIONENS GILTIGHET FÖR VÄGGAR MOT VÄSTER

I FIG. I.7 återges solinstrålning för juni, 60^oN och västlig orientering för strålningsvariation enligt tabeller respektive approximativt förfarande. Den approximativa strålningsvariationens anpassning till solstrålningstabellernas är mycket lika, möjligen något sämre än den som gäller för vägg mot sydväst, FIG. I.5.

Någon beräkning av yttemperaturer på grund av approximativ resp. solstrålningstabellernas strålningsvariation - i likhet med de som redovisats för sydlig och sydvästlig väggorientering - har inte gjorts. Resultatet av en sådan beräkning kan vad beträffar approximationens anpassning förväntas bli mycket nära resultatet vid sydvästlig orientering även om anpassningen blir något sämre än denna.

Med hänsyn till ovan redovisade resultat kan det approximativa uttrycket för solstrålningens variation anses ha tillfredsställande noggrannhet för beräkning av temperaturer och temperaturrörelser även för väggar med västlig och sydvästlig orientering.

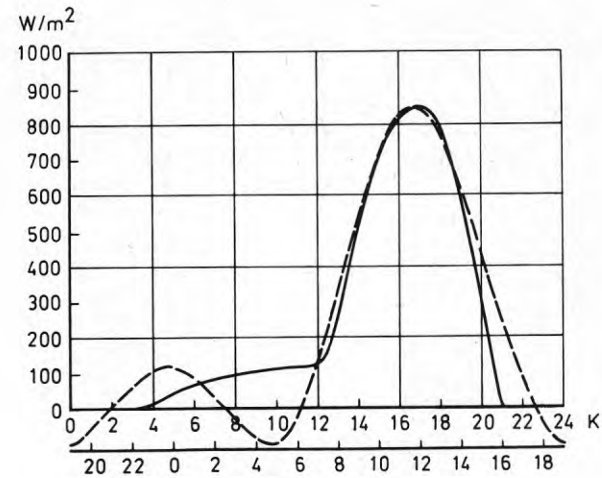


FIG. I.7. *Solinstrålning. Vägg mot väster, juni, 60°N.*

——— *Variation enl. solstrålningstabeller*

-------- *Approximativ variation.*

Appendix II

BETECKNINGAR

I detta appendix, och med begränsning till detta, tillkommer följande beteckningar till de som angivits i inledningen.

$K_a = K_a(s)$ = arbiträr komplex funktion av randvillkor

$K_b = K_b(s)$ = " " " " "

$K = \frac{\lambda_2}{\lambda_1 \cdot D}$, 1/m

q = värmeflödestäthet, W/m^2

s = komplex variabel
(Den utanför detta appendix använda beteckningen, s = avstånd från fasadskivans mittplan, förekommer inte alls i appendixet.)

$\tilde{T}(x) = \tilde{T}(x,s)$ = laplacetransformen av den reella temperaturfunktionen $T(x) = T(x,t)$

$\beta = \sqrt{s/a}$ där a = värmediffusiviteten hos fasadskivan

II ANALYTISKA UTTRYCK FÖR TEMPERATURTILLSTÅND I EN FASADSKIVA VID HARMONISKT VARIERANDE UTETEMPERATUR

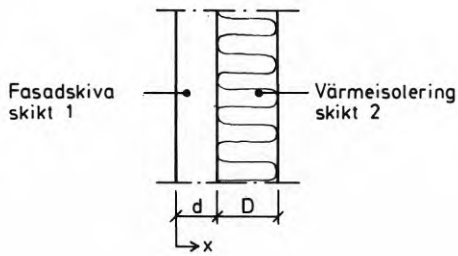


FIG. II.1. Fasadskiva med värmeisolering på insidan.

FIG. II.1 visar en fasadskiva, med materialbeteckningen 1 och tjockleken d, som på insidan är värmeisolerad med material 2, vars tjocklek är D.

Den yttre lufttemperaturen förutsätts variera harmoniskt i förhållande till medelvärdet 0°C. Lufttemperaturen inomhus antages vara konstant och 0°C.

Variationen hos den yttre lufttemperaturen kan uttryckas

$$T_\ell = T_\ell^{max} \cdot \sin \frac{2\pi}{t_o} \cdot t \qquad \text{(II.1)}$$

där T_ℓ^{max} anger maximivärdet och t_o periodlängden hos variationen.

Denna temperaturvariation ger i ett skikt, på ett godtyckligt valt och fixerat avstånd x från ytterytan, upphov till en likaledes harmonisk variation som har samma periodlängd t_o men som är dämpad och fasförskjuten i förhållande till den påverkande temperaturens variation.

Problemet består i att finna en temperaturfunktion som är en lösning till Fouriers värmeledningsekvation och som tillgodoser gällande randvillkor.

Fouriers värmeledningsekvation vid endimensionell värmeströmning uttrycks av sambandet

$$\frac{\partial}{\partial t} T(x,t) = a \cdot \frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} \qquad (II.2)$$

där $T(x,t)$ är den sökta temperaturfunktionen

a = konstant = värmediffusiviteten.

Det lämpligaste sättet att lösa problemet är att övergå från den reella tidsvariabeln t till en komplex variabel och att därefter analysera problemet i komplex form. Resultatet - den sökta temperaturfunktionen i komplex form - återtransformeras därefter till en funktion av den reella variabeln t.

II.1 TRANSFORMERING AV FUNKTIONER OCH BEHANDLING AV PROBLEMET I KOMPLEX FORM

Laplacetransformering av värmeledningsekvationen (2) ger

$$s \cdot \tilde{T}(x,s) = a \cdot \frac{\partial^2 \tilde{T}(x,s)}{\partial x^2} \qquad (II.3)$$

där $\tilde{T}(x,s)$ är laplacetransformen av temperaturfunktionen $T(x,t)$ och s den komplexa variabeln. (Denna betydelse av beteckningen s är begränsad till detta appendix. I alla övriga avsnitt anger s en dimensionsvariabel.)

II.12 Den allmänna lösningen till värmeledningsekvationen

Den allmänna lösningen till värmeledningsekvationen (3) är

$$\tilde{T}(x,s) = K_a(s) \cdot e^{-\sqrt{s/a} \cdot x} + K_b(s) \cdot e^{\sqrt{s/a} \cdot x} \qquad (II.4)$$

där $K_a(s)$ och $K_b(s)$ är arbiträra koefficientfunktioner av den komplexa variabeln s - som bestäms av gällande randvillkor.

För enkelhets skull införs följande beteckningar

$$K_a = K_a(s)$$

$$K_b = K_b(s)$$

$$\beta = \sqrt{s/a}$$

$$\tilde{T}(x) = \tilde{T}(x,s)$$

Uttrycket (II.4) kan då förenklat uttryckas

$$\tilde{T}(x) = K_a \cdot e^{-\beta x} + K_b \cdot e^{\beta x} \qquad \text{(II.5)}$$

II.121 Bestämning av arbiträra koefficienter

Temperaturfördelning i fasadskiva

Temperaturfördelningen i fasadskivan kan enligt (II.5) och med beteckningen $T_1(x)$ för temperaturen i fasadskivan uttryckas

$$\tilde{T}_1(x) = K_a \cdot e^{-\beta x} + K_b \cdot e^{\beta x} \qquad \text{(II.6)}$$

Temperaturfördelning i värmeisolering

Temperaturfördelningen i skikt 2 - värmeisoleringen - kan förenklat antas vara linjär mellan värdet för temperaturen i gränsskikt mellan fasadskiva och isolering och värdet för rumstemperaturen. Antagandet som innebär samma sak som att värmeisoleringen saknar värmekapacitet och innebär en försumbar approximation. Jfr Höglund (1973).

Temperaturen i värmeisoleringen kan då, med hänsyn till att rumstemperaturen förutsatts vara konstant och noll uttryckas på följande sätt.

För $d < x < d + D$ gäller

$$T_2(x) = T_1(d) \cdot (1 - \frac{x-d}{D}) \qquad \text{(II.7)}$$

$T_2(x)$ betecknar temperaturen i skikt 2 på avståndet x

$T_1(d)$ " " " " 1 " " d.

Hänsyn till inre övergångsmotstånd kan tas genom att införa en ekvivalent tjocklek D' som är sammansatt av isoleringens tjocklek D och ett tillskott som motsvarar det inre övergångsmotståndet. Denna ekvivalenta tjocklek skulle då bli

$$D' = D + m_i \cdot \lambda_2$$

Med "genomsnittliga" värden D' = 0,10 m, λ_2 = 0,04 och m_i = 0,11 fås följande storleksordning för korrektionen

$$D = 0{,}10+0{,}11 \cdot 0{,}04 = 0{,}10+0{,}004 = 0{,}104 \text{ m}$$

Tillskottet är sålunda mycket litet eller i ovanstående beräkning ca 4 % av isoleringstjockleken. Det är emellertid motiverat att bortse från denna korrektion eftersom detta bidrar till att minska eller utjämna inverkan av det mindre fel som antagandet om linjär temperaturfördelning i värmeisoleringen medför för den yttre skivans randvillkor i gränsskiktet mot isoleringen.

Värmetransport i gränsskikt fasadskiva/isolering

Värmetransport från skiva 1

$$q_1(d) = -\lambda_1 \cdot \left\{\frac{\partial\, T_1(x)}{\partial x}\right\}_{x=d}$$

Värmetransport till skiva 2

$$q_2(d) = -\lambda_2 \cdot \left\{\frac{\partial\, T_2(x)}{\partial x}\right\}_{x=d}$$

Laplacetransformation av randvillkoret $q_1(d) = q_2(d)$ ger

$$-\lambda_1 \cdot \left\{\frac{\partial\, \tilde{T}_1(x)}{\partial x}\right\}_{x=d} = -\lambda_2 \cdot \left\{\frac{\partial\, \tilde{T}_2(x)}{\partial x}\right\}_{x=d}$$

Det vänstra ledet i detta uttryck fås ur (II.6) och det högra ur (II.6) och (II.7). Vi får

$$-\lambda_1 \cdot \beta \cdot (-K_a \cdot e^{-\beta d} + K_b \cdot e^{\beta d}) = +\lambda_2 \cdot \frac{1}{D} \cdot \tilde{T}_1(d) =$$

$$= + \frac{\lambda_2}{D} \cdot (K_a \cdot e^{-\beta d} + K_b \cdot e^{\beta d})$$

Om vi inför beteckningen $k = \frac{\lambda_2}{\lambda_1 \cdot D}$ fås

$$K_b = K_a \cdot e^{-2\beta d} \cdot \frac{\beta - k}{\beta + k} \qquad (II.8)$$

Värmetransport vid ytteryta

Värmetillförsel till ytteryta

$$q_{tillf} = \alpha_y \cdot \{T_\ell - T_1(x)_{x=0}\} = \alpha_y \cdot \{T_\ell - T_1(0)\}$$

Värmetransport genom ytteryta

$$q_1(0) = q_1(x)_{x=0} = -\lambda_1 \cdot \{\frac{\partial T_1(x)}{\partial x}\}_{x=0}$$

Laplacetransformation av randvillkoret

$$q_{tillf} = q_1(0) \text{ ger}$$

$$\tilde{T}_\ell - (K_a + K_b) = \frac{\lambda_1}{\alpha_y} \cdot \beta(K_a - K_b) \qquad (II.9)$$

Ur (II.8) och (II.9) fås

$$K_a = \tilde{T}_\ell \cdot \frac{1}{1 + \frac{\lambda_1}{\alpha_y} \cdot \beta + e^{-2\beta d} \cdot \frac{\beta - k}{\beta + k}(1 - \frac{\lambda_1 \beta}{\alpha_y})}$$

$$K_b = \tilde{T}_\ell \cdot \frac{e^{-2\beta d} \cdot \frac{\beta - k}{\beta + k}}{1 + \frac{\lambda_1 \beta}{\alpha_y} + e^{-2\beta d} \cdot \frac{\beta - k}{\beta + k}(1 - \frac{\lambda_1 \beta}{\alpha_y})}$$

I och med att de arbiträra koefficienterna bestämts kan vi formulera den speciella lösningen dvs. lösningen som inbegriper de randvillkor som gäller i det aktuella fallet.

II.13 Den speciella lösningen till värmeledningsekvationen som produkten av lufttemperaturens variation och en överföringsfunktion

Insättning av uttrycken för koefficienterna K_a och K_b i (II.6) ger

$$\tilde{T}_1(x) = \tilde{T}_\ell \cdot \frac{e^{-\beta x} + e^{\beta x} \cdot e^{-2\beta d} \cdot \frac{\beta-k}{\beta+k}}{1 + \frac{\lambda_1 \beta}{\alpha_y} + e^{-2\beta d} \cdot \frac{\beta-k}{\beta+k}\left(1 - \frac{\lambda_1 \beta}{\alpha_y}\right)} \qquad (II.10)$$

Uttrycket anger i laplacetransformerad form inverkan av påverkande temperatur T_ℓ på temperaturen i godtyckliga skikt av den yttre fasadskivan.

Uttryckets principiella innebörd

Ur Knabe (1971) återges följande framställning av icke-stationära värmeförlopp med hjälp av överföringsled (tyska: Übertragungslieder).

Den allmänna grundprincipen för ett överföringsled är principen om orsak-verkan som i symbolisk form kan illustreras på följande sätt

$$\circ \xrightarrow{s_1(t)} \boxed{\text{lineärt system}} \xrightarrow{s_2(t)} \circ$$

$s_1(t)$ tidsvarierande orsak

$s_2(t)$ tidsvarierande verkan

Allmänt beskrivs det lineära systemet av differentialekvationer som genom randvillkor är kopplade till systemet. I laplacetransformerad form kan förhållandet skrivas

$$\circ \xrightarrow{S_1(s)} \boxed{G(s)} \xrightarrow{S_2(s)} \circ$$

varvid G(s) beskriver en överföringsfunktion (tyska: Systemübertragungsfaktor). För verkan $S_2(s)$ gäller

$$S_2(s) = S_1(s) \cdot G(s)$$

Med denna begreppsbildning kan uttrycket (II.10) skrivas

$$\tilde{T}_1(x) = \tilde{T}_\ell \cdot B \qquad (II.11)$$

där B = B(s) anger överföringsfunktionen uttryckt enligt (II.10).

Tolkning av överföringsfunktionen

Om den svängningsalstrande funktionen T_ℓ är en ren sinussvängning, som i vårt fall, och sålunda har formen

$$T_\ell(t) = T_\ell^{max} \cdot \sin\omega t, \text{ där } \omega = \frac{2\pi}{t_o}$$

så får man ur (II.11)

$$T_1(x,t) = T_\ell^{max} \cdot |B(i\omega)| \sin(\omega t + v) \qquad \text{(II.12)}$$

där $|B(i\omega)|$ är absolutbeloppet och v är argumentet för det komplexa talet $B(i\omega)$, dvs. $B = B(s)$ med insatt $s = i\omega$.

Med $\beta = \sqrt{s/a}$ och $s = i\omega$ fås $\beta = \sqrt{i} \cdot \sqrt{\omega/a}$

med $\sqrt{i} = \pm(1+i) \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$ fås

$$\beta = \pm(1+i) \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\omega/a} = \pm(1+i)\sqrt{\omega/2a}$$

Vid kontroll av tecken och randvillkor framgår att plustecknet skall gälla.

II.2 ÅTERTRANSFORMERING AV TEMPERATURFUNKTIONEN TILL REELL FORM

Återtransformeringen sker sålunda genom att i uttrycket för överföringsfunktionen insätta uttrycket

$$\beta = (1+i)\gamma \qquad \text{där } \gamma = \sqrt{\omega/2a}$$

För överblickens skull återges uttrycket för överföringsfunktionen som förses med klammerbeteckningar för faktorer och termer i funktionen F över - och funktionen G under bråkstrecket. För enkelhets skull införs i fortsättningen beteckningarna $\lambda = \lambda_1$ och $\alpha = \alpha_y$.

$$B = \frac{F}{G} = \frac{\overbrace{e^{-\beta x}}^{F_1} + \overbrace{\overbrace{e^{\beta x}}^{f_1} \cdot \overbrace{e^{-2\beta d}}^{f_2} \cdot \overbrace{\frac{\beta-k}{\beta+k}}^{f_3}}^{F_2}}{\underbrace{1 + \frac{\lambda\beta}{\alpha}}_{G_1} + \underbrace{\underbrace{e^{-2\beta d} \cdot \frac{\beta-k}{\beta+k}}_{g_2} \cdot \underbrace{(1 - \frac{\lambda\beta}{\alpha})}_{g_3}}_{G_2}} \qquad \text{(II.13)}$$

Utveckling av funktionen F

$\underline{F_1}$

$$F_1 = e^{-\beta x} = e^{-(1+i)\gamma x} = e^{-\gamma x}\cdot e^{-i\gamma x} = e^{-\gamma x}(\cos\gamma x - i\ \sin\gamma x)$$

$\underline{F_2}$

$$f_1 = e^{\beta x} = e^{(1+i)\gamma x} = e^{\gamma x}\cdot e^{i\gamma x}$$

$$f_2 = e^{-2\beta d} = e^{-(1+i)2\gamma d} = e^{-2\gamma d}\cdot e^{-i2\gamma d}$$

$$f_3 = \frac{\beta-k}{\beta+k} = \frac{(1+i)\gamma-k}{(1+i)\gamma+k}$$

Med hjälpparametern $\kappa = \frac{k}{\gamma} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1\cdot D\cdot\sqrt{\omega/2a}}$ fås

$$f_3 = \frac{1-(1/2)\kappa^2}{1+\kappa+(1/2)\kappa^2} + i\ \frac{\kappa}{1+\kappa+(1/2)\kappa^2}$$

Värdet hos hjälpparametern κ är med de i detta sammanhang aktuella förutsättningarna mycket litet.

Exempelvis fås för isoleringstjocklek 10 cm med värmeledningsförmåga λ_2 = 0,04 W/m$^2\cdot$K, för 24 timmars periodlängd och för betong med λ_1 = 1,5 W/m$^2\cdot$K och värmediffusivitet a = 0,0026 m^2/h

$$\kappa = \frac{0{,}04}{1{,}5\cdot 0{,}10\sqrt{\frac{2\pi}{24\cdot 2\cdot 0{,}0026}}} \approx 0{,}04$$

Med hänsyn till att $\kappa << 1$ kan uttrycket f_3 skrivas

$$f_3 = (1-\kappa)\cdot e^{i\kappa}$$

Termen F_2 fås genom multiplikation av ovanstående uttryck f_1, f_2 och f_3 till

$$F_2 = (1-\kappa)\cdot e^{-(2\gamma d-\gamma x)}\cdot e^{-i(2\gamma d-\gamma x-\kappa)}$$

som även kan skrivas

$$F_2 = (1-\kappa)\cdot e^{-(2\gamma d-\gamma x)}\cdot\{\cos(2\gamma d-\gamma x\cdot\kappa)-i\cdot\sin(2\gamma d-\gamma x\cdot\kappa)\}$$

Sammanställning av uttrycken över bråkstrecket i (II.13) genom summering av F_1 och F_2 med sammanförande av reella och imaginära termer ger

$$\left.\begin{aligned} F &= e^{-\gamma x}\cdot\cos\gamma x+(1-\kappa)\cdot e^{-(2\gamma d-\gamma x)}\cdot\cos(2\gamma d-\gamma x-\kappa) && \mathrm{Re}(F) \\ &- i\{e^{-\gamma x}\cdot\sin\gamma x+(1-\kappa)\cdot e^{-(2\gamma d-\gamma x)}\cdot\sin(2\gamma d-\gamma x-\kappa)\} && \mathrm{Im}(F) \end{aligned}\right\} \quad (\mathrm{II.14})$$

Utveckling av funktionen G

$\underline{G_1}$

$$G_1 = 1+\frac{\lambda\beta}{\alpha} = 1+\frac{\lambda\gamma}{\alpha}(1+i) = 1+\frac{\lambda\gamma}{\alpha}+i\,\frac{\lambda\gamma}{\alpha}$$

$\underline{G_2}$

$$g_2 = f_2\cdot f_3 = (1-\kappa)\cdot e^{-2\gamma d}\cdot e^{-i(2\gamma d-\kappa)}$$

$$g_3 = (1-\frac{\lambda\beta}{\alpha}) = 1-\frac{\lambda\gamma}{\alpha}-i\frac{\lambda\gamma}{\alpha}$$

Amplitud $r(g_3) = \sqrt{1-2\frac{\lambda\gamma}{\alpha}+2(\frac{\lambda\gamma}{\alpha})^2}$

Vinkel $v(g_3) = \mathrm{arctg}-\dfrac{\frac{\lambda\gamma}{\alpha}}{1-\frac{\lambda\gamma}{\alpha}}$

$$g_3 = \sqrt{1-2\frac{\lambda\gamma}{\alpha}+2(\frac{\lambda\gamma}{\alpha})^2}\cdot e^{iv(g_3)}$$

$$G_2 = (1-\kappa)\sqrt{1-2\frac{\lambda\gamma}{\alpha}+2(\frac{\lambda\gamma}{\alpha})^2}\cdot e^{-2\gamma d}\cdot e^{-i\{2\gamma d-\kappa-v(g_3)\}}$$

eller

$$G_2 = (1-\kappa)\cdot e^{-2\gamma d}\cdot\sqrt{1-2\frac{\lambda\gamma}{\alpha}+(2\frac{\lambda\gamma}{\alpha})^2}\cdot\left[\cos\{2\gamma d-\kappa-v(g_3)\}-i\{\sin(2\gamma d-\kappa-v(g_3))\}\right] =$$

$$= (1-\kappa)\cdot e^{-2\gamma d}\cdot\sqrt{1-2\frac{\lambda\gamma}{\alpha}+2(\frac{\lambda\gamma}{\alpha})^2}\cdot\Big[\{\cos(2\gamma d-\kappa)\cdot\cos v(g_3)+$$

$$+\sin(2\gamma d-\kappa)\cdot\sin v(g_3)\}-i\{\sin(2\gamma d-\kappa)\cdot\cos v(g_3)-\cos(2\gamma d-\kappa)\cdot\sin v(g_3)\}\Big]$$

Uttrycken för sin $v(g_3)$ och cos $v(g_3)$ fås ur tidigare uttryck för argumentet $v(g_3)$ till

$$\sin v(g_3) = -\frac{\frac{\lambda\gamma}{\alpha}}{\sqrt{1-2\frac{\lambda\gamma}{\alpha}+2(\frac{\lambda\gamma}{\alpha})^2}}$$

$$\cos v(g_3) = \frac{1-\frac{\lambda\gamma}{\alpha}}{\sqrt{1-2\frac{\lambda\gamma}{\alpha}+2(\frac{\lambda\gamma}{\alpha})^2}}$$

Insättning av dessa uttryck i föregående uttryck för G_2 ger

$$G_2 = (1-\kappa)\cdot e^{-2\gamma d}\cdot\Big[\{\cos(2\gamma d-\kappa)\cdot(1-\frac{\lambda\gamma}{\alpha})-\sin(2\gamma d-\kappa)\cdot\frac{\lambda\gamma}{\alpha}\} -$$

$$- i\{\sin(2\gamma d-\kappa)\cdot(1-\frac{\lambda\gamma}{\alpha})+\cos(2\gamma d-\kappa)\cdot\frac{\lambda\gamma}{\alpha}\}\Big]$$

Sammanställning av uttrycken under bråkstrecket genom summering av G_1 och G_2 med sammanförande av reella och imaginära termer ger

$$\left.\begin{array}{ll} G = 1+\frac{\lambda\gamma}{\alpha}+(1-\kappa)\cdot e^{-2\gamma d}\cdot\{\cos(2\gamma d-\kappa)\cdot(1-\frac{\lambda\gamma}{\alpha})-\sin(2\gamma d-\kappa)\cdot\frac{\lambda\gamma}{\alpha}\} & \mathrm{Re}(G) \\ \quad + i\Big[\frac{\lambda\gamma}{\alpha}-(1-\kappa)\cdot e^{-2\gamma d}\cdot\{\sin(2\gamma d-\kappa)\cdot(1-\frac{\lambda\gamma}{\alpha})+\cos(2\gamma d-\kappa)\cdot\frac{\lambda\gamma}{\alpha}\}\Big] & \mathrm{Im}(G) \end{array}\right\} \quad (II.15)$$

Överföringsfunktionen utgör kvoten mellan funktioner F och G som båda är vektorer i det komplexa talplanet, varför även kvoten bildar en sådan vektor. Uttrycken för dämpning och fasförskjutning för temperaturförlopp i väggskiva - i förhållande till lufttemperaturens förlopp utgöres av vektorns amplitud resp. vinkel.

Amplituden och vinkeln skall bestämmas för överföringsfunktionen

$$B = \frac{F}{G}$$

där F och G uttryckes av (II.14) och (II.15).

Bestämning av amplitud och vinkel

Amplituden

$$r(B) = \frac{r(F)}{r(G)} \qquad (II.16)$$

r(F) och r(G) anger beloppen av vektorerna F och G och fås enl.

$$r(F) = \sqrt{\{Re(F)\}^2+\{Im(F)\}^2} \qquad (II.17)$$

$$r(G) = \sqrt{\{Re(G)\}^2+\{Im(F)\}^2} \qquad (II.18)$$

Re(F)...Im(F) utgörs av de i (II.14) och II.15) angivna reella och imaginära delfunktionerna. Beräkning av uttrycken (II.17) och (II.18) - kvadrering av reella och imaginära delfunktioner samt summering av dessa - redovisas av utrymmesskäl inte här.

Resultatet av beräkningarna - amplituden r(B) enligt (II.16) blir

$$r(B) = \sqrt{\frac{e^{2(\gamma d-\gamma x)}+2(1-\kappa)\cdot\cos(2\gamma d-2\gamma x-\kappa)+(1-\kappa)^2\cdot e^{-2(\gamma d-\gamma x)}}{N}} \qquad (II.19)$$

där

$$N = e^{2\gamma d}\cdot\{1+2\frac{\lambda\gamma}{\alpha}+2(\frac{\lambda\gamma}{\alpha})^2\}+2(1-\kappa)\cdot\left[\{1-2(\frac{\lambda\gamma}{\alpha})^2\}\cdot\cos(2\gamma d-\kappa)-2\cdot\frac{\lambda\gamma}{\alpha}\cdot\sin(2\gamma d-\kappa)\right]+$$
$$+(1-\kappa)^2\cdot e^{-2\gamma d}\cdot\{1-2\frac{\lambda\gamma}{\alpha}+2\cdot(\frac{\lambda\gamma}{\alpha})^2\} \qquad (II.20)$$

Vinkeln

$$v(B) = \operatorname{arctg}\frac{Im(F)}{Re(F)} - \operatorname{arctg}\frac{Im(G)}{Re(G)} \qquad (II.21)$$

Med Im(F)...Re(G) enl. (II.14) och (II.15) fås

$$v(B) = \operatorname{arctg} - \frac{e^{-\gamma x}\cdot\sin\gamma x+(1-\kappa)\cdot e^{-(2\gamma d-\gamma x)}\cdot\sin(2\gamma d-\gamma x-\kappa)}{e^{-\gamma x}\cdot\cos\gamma x+(1-\kappa)\cdot e^{-(2\gamma d-\gamma x)}\cdot\cos(2\gamma d-\gamma x-\kappa)}$$
$$-\operatorname{arctg}\frac{\frac{\lambda\gamma}{\alpha}-(1-\kappa)\cdot e^{-2\gamma d}\cdot\{(1-\frac{\lambda\gamma}{\alpha})\cdot\sin(2\gamma d-\kappa)+\frac{\lambda\gamma}{\alpha}\cdot\cos(2\gamma d-\kappa)\}}{1+\frac{\lambda\gamma}{\alpha}+(1-\kappa)\cdot e^{-2\gamma d}\{(1-\frac{\lambda\gamma}{\alpha})\cdot\cos(2\gamma d-\kappa)-\frac{\lambda\gamma}{\alpha}\cdot\sin(2\gamma d-\kappa)\}} \qquad (II.22)$$

I och med detta är uttrycken för dämpning och fasförskjutning av temperaturförlopp i ytterskiva i förhållande till lufttemperaturens förlopp kända.

Med lufttemperatur enl. förutsättningarna (II.1) fås det mot (II.12) svarande uttrycket för temperaturfunktionen av den reella tidsvariabeln t enligt

$$T(x,t) = T_{\ell}^{max} \cdot r(B) \cdot \sin\{\frac{2\pi}{t_o} \cdot t + v(B)\} \qquad (II.23)$$

De negativa tecknen för vinklarna anger att fasvinkeln är negativ dvs. temperaturförloppet i fasadskivan "släpar efter" i förhållande till ytterluftens temperaturvariation.

För praktisk beräkning är det lämpligt att betrakta fasförskjutningen som det positiva värdet av vinkeln v(B) och i stället ange "eftersläpningen" med negativt tecken.

I redovisningen utanför detta appendix betecknas dämpning med r(x) och fasförskjutning med v(x) där

$r(x) = r(B)$ enligt (II.19)

och $v(x) = -v(B)$ " (II.22)

Vidare uttrycks av praktiska skäl lufttemperaturen som en cosinusfunktion i stället för en sinusfunktion. Anledningen är att den ekvivalenta utetemperaturen för sydlig väggorientering är symmetrisk i förhållande till tidpunkten kl. 12 på dagen och att detta är enklare att uttrycka med cosinusfunktioner. Med dessa justeringar fås temperaturfunktionen i fasadskivan enligt uttrycket

$$T(x,t) = T_{\ell}^{max} \cdot r(x) \cdot \cos\{\frac{2\pi}{t_o} \cdot t - v(x)\} \qquad (II.24)$$

III NOGGRANNHETEN HOS APPROXIMATIV TEMPERATURFÖRDELNING VID HARMONISKT VARIERANDE TEMPERATURPÅVERKAN

I kapitel 7 har angivits hur temperaturfördelningen i en fasadskivas tjockleksriktning approximativt kan uttryckas som en funktion av enbart de två yttemperaturerna T_y och T_i vid skivans yttre och inre begränsningsyta.

I detta appendix skall noggrannheten hos detta approximativa uttryck prövas.

III.1 ALLMÄN BESKRIVNING AV KONTROLLENS UTFÖRANDE

Huvuddragen i undersökningen är följande:

1) modifiering av temperaturfunktionen enl. (7.3) och (7.4) till integrerbar form genom serieutveckling

2) bestämning av uttryck för temperaturrörelser genom tillämpning av i kapitel 3 angivna samband på den modifierade temperaturfunktionen. Resultatet blir analytiska uttryck - i form av serieuttryck - för rörelser på grund av fysikaliskt riktig temperaturfördelning

3) bestämning av motsvarande uttryck för rörelser på grund av approximativ temperaturfördelning enligt kapitel 7. I dessa uttryck ingående värden för yttemperaturerna T_y och T_i fås ur den modifierade temperaturfunktionen enl. ovan

4) noggrannheten hos den approximativa temperaturfördelningen anses representeras av det relativa felet hos rörelser som bestämts enligt punkt 3 ovan i förhållande till storleken av rörelser bestämda enligt punkt 2.

III.11 Begränsningar

För att genomföra felanalysen är det lämpligt att begränsa giltigheten till vissa intervall för de variabler som påverkar temperaturfunktion och temperaturfördelning i skivans tjockleksriktning.

Minsta periodlängd t_o = 12 timmar

Denna begränsning är naturlig i sammanhanget eftersom den gör analysen giltig inom samma intervall som den påverkande ekvivalenta utetemperaturen, vilken tidigare visats kunna uttryckas som summan av en 24-timmars och en 12-timmars periodisk variation.

Största tjocklek hos fasadskiva d = 12,5 cm

Motivet för detta är att såväl fasadskivor av 1/2-stens tegelskal som fasadelement av betong inryms i intervallet $0 \leq d \leq 12{,}5$ cm.

Andra variabler - materialkonstanter - har inte kunnat anges i intervall. För sådana väljs i stället genomsnitts- eller normalvärden.

Kontrollen av noggrannheten sker för ogynnsammaste kombination av normalvärden för materialegenskaper, tjocklek d hos väggskiva och periodlängd t_o.

III.12 Förenklingar

III.121 Fasadskivan påtvingas en harmoniskt varierande yttemperatur vid fasadytan

De tidigare uppställda uttrycken för temperaturfunktionen är relaterade till variationen hos den yttre lufttemperaturen. För den nu aktuella kontrollen är det enklare och tillräckligt att temperaturfunktionen relateras till variationen hos den yttre yttemperaturen. Detta sker genom att betrakta temperaturtillstånd i skivan då den påtvingas en harmoniskt varierande yttemperatur T_y vid fasadytan.

III.122 Värmeisoleringen antas ha oändlig tjocklek

Isoleringstjocklekens inverkan avspeglas i uttrycken för temperaturfunktionen av storheten κ som definierats som

$$\kappa = \frac{\lambda_2}{\lambda_1 \cdot D \cdot \gamma}$$

där λ_1 och λ_2 = värmeledningsförmåga för fasadskiva respektive värmeisolering

D = isoleringens tjocklek

$$\gamma = \sqrt{\frac{\pi}{t_o \cdot a}}$$

För här aktuella fasadskivor och periodlängder och för värmeisolering med liten värmekapacitet och förhållandevis ansenlig tjocklek - 10 cm eller mer - blir värdet för κ mycket litet.

Om värdet sättes $\kappa \approx 0$ fås ett uttryck för temperaturfunktionen vid oändlig isoleringstjocklek. Skillnaden i temperaturtillstånd hos fasadskivor vid 10 cm resp. oändlig isoleringstjocklek är alltså liten.

> För fasadskivor av betong med 10 cm värmeisolering fås för periodlängden 24 timmar ett värde $\kappa \approx 0{,}04$. Värmeledningsförmågan har härvid förutsatts vara $\lambda_1 = 1{,}5$ och $\lambda_2 = 0{,}04$ W/m K. Beräkning av dämpning och fasförskjutning vid innerytan av en 12,5 cm tjock fasadskiva för $\kappa = 0$ resp. $\kappa = 0{,}04$ ger en relativ avvikelse av omkring 2 %. För mindre skivtjocklek och för skikt mellan ytter- och innerytor blir avvikelsen mindre. För ett 1/2-stens fasadtegelskal är värdet κ något högre eller omkring $\kappa = 0{,}06$. Motsvarande avvikelse hos dämpning och fasförskjutning vid skalets inneryta blir omkring 4 resp. 2 %. För ytterytan och för den kortare periodlängden 12 timmar blir avvikelserna mindre. Jfr kommentar till avsnitt 7.132.

Med hänsyn till att avvikelserna är små undersöks noggrannheten hos den approximativa temperaturfördelningen som om fasadskivor vore försedda med oändligt tjock värmeisolering.

III.2 MODIFIERING AV UTTRYCKET FÖR TEMPERATURFUNKTIONEN

III.21 Anpassning till de införda förenklingarna

Analysen utförs således för en skiva med invändig isolering och för värdet $\kappa = 0$. Temperaturvariationen i skivan anges som en funktion av temperaturvariationen vid dess yttersida, som antages variera periodiskt med en amplitud som sättes = 1 och med tidpunkten t = 0 för maximum av temperaturen.

$$T_y = 1 \cdot \cos\omega t \tag{III.1}$$

Temperaturen i skivan på avståndet x från ytterytan varierar enligt uttrycket

$$T(x) = \phi(x) \cdot \cos\{\omega t - e(x)\} \tag{III.2}$$

Härvid är $\phi(x)$ dämpningen och $e(x)$ fasförskjutningen i förhållande till temperaturvariationen på ytterytan.

De allmänna uttrycken för dämpning och fasförskjutning i förhållande till periodiskt varierande lufttemperatur utgörs av sambanden (7.3) och (7.4) i kapitel 7.

Tillämpning av dessa uttryck ger

$$\phi(x) = \frac{r(x)}{r(o)} = \sqrt{\frac{e^{-2\gamma x}+2\cdot e^{-2\gamma d}\cos(2\gamma d-2\gamma x)+e^{-4\gamma d}\cdot e^{2\gamma x}}{1+2\cdot e^{-2\gamma d}\cdot\cos 2\gamma d+e^{-4\gamma d}}} =$$

$$= \sqrt{\frac{e^{2\gamma d-2\gamma x}+e^{-(2\gamma d-2\gamma x)}+2\cos(2\gamma d-2\gamma x)}{e^{2\gamma d}+e^{-2\gamma d}+2\cos 2\gamma d}}$$

eller

$$\phi(x) = \sqrt{\frac{\cosh(2\gamma d-2\gamma x)+\cos(2\gamma d-2\gamma x)}{\cosh 2\gamma d+\cos 2\gamma d}} \tag{III.3}$$

$$e(x) = v(x)-v(o) = \operatorname{arctg}\frac{e^{-\gamma x}\cdot\sin\gamma x+e^{-(2\gamma d-\gamma x)}\cdot\sin(2\gamma d-\gamma x)}{e^{-\gamma x}\cdot\cos\gamma x+e^{-(2\gamma d-\gamma x)}\cdot\cos(2\gamma d-\gamma x)} -$$

$$- \operatorname{arctg}\frac{e^{-2\gamma d}\cdot\sin 2\gamma d}{1+e^{-2\gamma d}\cdot\cos 2\gamma d}$$

eller

$$e(x) = \underbrace{\operatorname{arctg} \overbrace{\frac{e^{2\gamma d-\gamma x}\cdot \sin\gamma x + e^{\gamma x}\cdot \sin(2\gamma d-\gamma x)}{e^{2\gamma d-\gamma x}\cdot \cos\gamma x + e^{\gamma x}\cdot \cos(2\gamma d-\gamma x)}}^{a = \frac{t_a}{n_a}}}_{\alpha} - \underbrace{\operatorname{arctg} \overbrace{\frac{\sin 2\gamma d}{e^{2\gamma d}+\cos 2\gamma d}}^{b = \frac{t_b}{n_b}}}_{\beta} \qquad \text{(III.4)}$$

Uttrycket (III.2) kan skrivas

$$T(x) = \phi(x)\cdot\{\cos\omega t\cdot\cos e(x)+\sin\omega t\cdot\sin e(x)\} \qquad \text{(III.5)}$$

Av förenklingsskäl införes tillfälligt följande beteckningar - jfr klammermarkeringar vid (III.4)

$$e(x) = \alpha-\beta, \qquad \operatorname{tg}\alpha = a = \frac{t_a}{n_a}, \qquad \operatorname{tg}\beta = b = \frac{t_b}{n_b}$$

där t och n betecknar täljare och nämnare.

Ur dessa uttryck fås

$$\sin\alpha = \frac{t_a}{\sqrt{t_a^2+n_a^2}} \quad \text{och} \quad \cos\alpha = \frac{n_a}{\sqrt{t_a^2+n_a^2}}$$

$$\sin\beta = \frac{t_b}{\sqrt{t_b^2+n_b^2}} \quad \text{och} \quad \cos\beta = \frac{n_b}{\sqrt{t_b^2+n_b^2}}$$

Uttrycken cos e(x) och sin e(x) i (III.5) kan då utvecklas till

$$\cos e(x) = \cos\alpha\cdot\cos\beta+\sin\alpha\cdot\sin\beta =$$

$$= \frac{n_a\cdot n_b}{\sqrt{t_a^2+n_a^2}\cdot\sqrt{t_b^2+n_b^2}} + \frac{t_a\cdot t_b}{\sqrt{t_a^2+n_a^2}\cdot\sqrt{t_b^2+n_b^2}}$$

$$\sin e(x) = \sin\alpha\cdot\cos\beta-\cos\alpha\cdot\sin\beta =$$

$$= \frac{t_a\cdot n_b}{\sqrt{t_a^2+n_a^2}\cdot\sqrt{t_b^2+n_b^2}} - \frac{t_b\cdot n_a}{\sqrt{t_a^2+n_a^2}\cdot\sqrt{t_b^2+n_b^2}}$$

Sambandet (III.5) kan nu skrivas

$$T(x) = \phi(x)\cdot \frac{1}{\sqrt{t_a{}^2+n_a{}^2}\cdot\sqrt{t_b{}^2+n_b{}^2}}\cdot \{\cos\omega t(n_a\cdot n_b+t_a\cdot t_b) +$$

$$+ \sin\omega t(t_a\cdot n_b-t_b\cdot n_a)\}$$

Genom utveckling av rotuttrycken med insatta funktioner t_a, n_a, t_b och n_b enligt (III.4) fås

$$\frac{1}{\sqrt{t_a{}^2+n_a{}^2}} - \frac{e^{-\gamma d}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{\cosh(2\gamma d\cdot 2\gamma x)+\cos(2\gamma d-2\gamma x)}}$$

och

$$\frac{1}{\sqrt{t_b{}^2+n_b{}^2}} = \frac{e^{-\gamma d}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{\cosh 2\gamma d+\cos 2\gamma d}}$$

Med $\phi(x)$ enligt (III.3) övergår uttrycket för T(x) till

$$T(x) = \frac{e^{-2\gamma d}}{2(\cosh\ 2\gamma d+\cos\ 2\gamma d)}\cdot\{\cos\omega t(n_a\cdot n_b+t_a\cdot t_b) +$$

$$+ \sin\omega t(t_a\cdot n_b-t_b\cdot n_a) \qquad \text{(III.6)}$$

Efter utveckling av uttrycken $(n_a\cdot n_b+t_a\cdot t_b)$ och $(t_a\cdot n_b-t_b\cdot n_a)$ kan temperaturen T(x) uttryckas

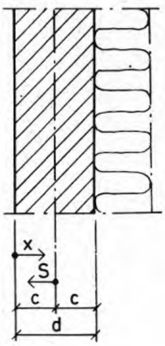
$$T(x) = \frac{1}{C}\cdot\Big[\cos\omega t\{\cosh(2\gamma d-\gamma x)\cdot\cos\gamma x+\cosh\gamma x\cdot\cos(2\gamma d-\gamma x)\} +$$

$$+ \sin\omega t\{\sinh(2\gamma d-\gamma x)\cdot\sin\gamma x+\sinh\gamma x\cdot\sin(2\gamma d-\gamma x)\}\Big] \ldots \qquad \text{(III.7)}$$

där $\quad C = \cosh\ 2\gamma d+\cos\ 2\gamma d$

III.22 Koordinattransformering och uppdelning i udda och jämna termer

För den fortsatta analysen är det lämpligt att övergå från x-koordinatsystem till s-koordinatsystem enl. kapitel 3 och FIG. III.1 och att uppdela uttrycket för temperaturen i udda och jämna termer.



$$x = \frac{d}{2} - S$$

$$\gamma x = \frac{\gamma d}{2} - \gamma S$$

$$2\gamma d - \gamma x = \frac{3\gamma d}{2} + \gamma S$$

FIG. III.1.

Efter koordinatbyte och utveckling av de trigonometriska och hyperboliska funktionerna av skillnaden mellan vinklar till summor av delvinklarnas produkter övergår T(x) enl. (III.7) till T(s) enl. nedanstående uttryck.

Av förenklingsskäl införes - med begränsning till detta avsnitt beteckningarna

$$\frac{\gamma d}{2} = \beta \quad \text{samt} \quad \gamma s = \delta$$

$$
\begin{array}{lll}
T(s)=\frac{1}{C}\cdot\Big[\cos\omega t\cdot\Big\{ & \cos\beta\cdot\cos\delta\cdot\cosh 3\beta\cdot\cosh\delta & j \\
 & +\cos\beta\cdot\cos\delta\cdot\sinh 3\beta\cdot\sinh\delta & u \\
 & +\sin\beta\cdot\sin\delta\cdot\cosh 3\beta\cdot\cosh\delta & u \\
 & +\sin\beta\cdot\sin\delta\cdot\sinh 3\beta\cdot\sinh\delta & j \\
 & +\cos 3\beta\cdot\cos\delta\cdot\cosh\beta\cdot\cosh\delta & j \\
 & -\cos 3\beta\cdot\cos\delta\cdot\sinh\beta\cdot\sinh\delta & u \\
 & -\sin 3\beta\cdot\sin\delta\cdot\cosh\beta\cdot\cosh\delta & u \\
 & +\sin 3\beta\cdot\sin\delta\cdot\sinh\beta\cdot\sinh\delta\Big\} & j \\
 & & \\
+\sin\omega t\cdot\Big\{ & \sin\beta\ \cos\delta\cdot\sinh 3\beta\cdot\cosh\delta & j \\
 & +\sin\beta\ \cos\delta\cdot\cosh 3\beta\cdot\sinh\delta & u \\
 & -\cos\beta\cdot\sin\delta\cdot\sinh 3\beta\cdot\cosh\delta & u \\
 & -\cos\beta\cdot\sin\delta\cdot\cosh 3\beta\cdot\sinh\delta & j \\
 & +\sin 3\beta\cdot\cos\delta\cdot\sinh\beta\cdot\cosh\delta & j \\
 & -\sin 3\beta\cdot\cos\delta\cdot\cosh\beta\cdot\sinh\delta & u \\
 & +\cos 3\beta\cdot\sin\delta\cdot\sinh\beta\cdot\cosh\delta & u \\
 & -\cos 3\beta\cdot\sin\delta\cdot\cosh\beta\cdot\sinh\delta\Big\}\Big] & j \quad \text{(III.8)}
\end{array}
$$

Tidigare har i kapitel 3 konstaterats att symmetriska eller jämna funktioner, med avseende på koordinaten s, ger upphov till längdändringar och att antisymmetriska eller udda funktioner förorsakar böjdeformation. Udda och jämna delfunktioner i (III.8) har markerats med u resp. j.

Temperaturfunktionen T(s) enl. (III.8) kan efter utveckling av funktioner av vinkeln 3β till funktioner av β, samt summering av udda och jämna delfunktioner - vilket av utrymmesskäl inte återges - uttryckas som summan av två delfunktioner.

$$T(s) = T(s)_u + T(s)_j$$

För att uttrycka de båda delfunktionerna $T(s)_u$ och $T(s)_j$ införs följande hjälpparametrar

$$K_1 = \cos\beta\cdot\sinh\beta(\sin^2\beta+\sinh^2\beta+\tfrac{1}{2}) \qquad \text{(III.9a)}$$

$$K_3 = \sin\beta\cdot\cosh\beta(\sin^2\beta+\sinh^2\beta-\tfrac{1}{2}) \qquad \text{(III.9b)}$$

$$K_2 = \cos\beta\cdot\cosh\beta(\sin^2\beta-\cosh^2\beta+\tfrac{1}{2}) \qquad \text{(III.9c)}$$

$$K_4 = \sin\beta\cdot\sinh\beta(\sin^2\beta-\cosh^2\beta-\tfrac{1}{2}) \qquad \text{(III.9d)}$$

samt

$$F = \frac{4}{C} = \frac{4}{\cosh 4\beta+\cos 4\beta} \qquad \text{(III.9e)}$$

Uttrycken för $T(s)_u$ och $T(s)_j$ blir

$$T(s)_u = F\cdot\{(+K_1\cdot\cos\delta\cdot\sinh\delta+K_3\cdot\sin\delta\cdot\cosh\delta)\cos\omega t +$$

$$+ (+K_3\cdot\cos\delta\cdot\sinh\delta-K_1\cdot\sin\delta\cdot\cosh\delta)\sin\omega t\}\ldots \quad \text{(III.10)}$$

$$T(s)_j = F\cdot\{(-K_2\cdot\cos\delta\cdot\cosh\delta-K_4\cdot\sin\delta\cdot\sinh\delta)\cos\omega t +$$

$$+ (-K_4\cdot\cos\delta\cdot\cosh\delta+K_2\cdot\sin\delta\cdot\sinh\delta)\sin\omega t\}\ldots \quad \text{(III.11)}$$

Ovanstående samband uttrycker med försumbart fel temperaturförloppet i fasadskivan då temperaturvariationen vid skivans yttre yta varierar periodiskt med godtycklig period och då skivan har en största tjocklek av 10 cm.

Sambanden är med god approximation giltiga även för större skivtjocklek även om noggrannheten då avtar.

III.23 Serieutveckling av uttrycket för temperaturfunktionen

Sambanden (III.10) och (III.11) skall genom serieutveckling av trigonometriska och hyperboliska funktioner av variablerna β och δ omformas till polynom av dessa variabler.

Av utrymmesskäl redovisas inte samtliga serieutvecklingar och beräkningar. I stället väljes att redovisa en begränsad del av beräkningarna. Härvid väljes att redovisa utvecklingen av den första termen i samband (III.10) som tillfälligt kallad $T(s)_{u1}$ är

$$T(s)_{u1} = F\cdot\{K_1\cdot\cos\delta\cdot\sinh\delta+K_3\cdot\sin\delta\cdot\cosh\delta\}\cos\omega t\ldots \tag{III.10b}$$

Faktorerna $\cos\delta$ och $\sinh\delta$ kan skrivas som serier av typen

$$\cos\delta = 1 - \frac{\delta^2}{2!} + \frac{\delta^4}{4!} - \frac{\delta^6}{6!} + \frac{\delta^8}{8!} \ldots$$

$$\sinh\delta = \quad + \frac{\delta^3}{3!} + \frac{\delta^5}{5!} + \frac{\delta^7}{7!} \ldots$$

Produkten av dessa serier blir en serie S_1

$$S_1 = \cos\delta\cdot\sinh\delta = \delta - \frac{\delta^3}{3} - \frac{\delta^5}{30} + \frac{\delta^7}{630} \ldots$$

På motsvarande sätt fås produkten $\sin\delta\cdot\cosh\delta$ som en serie S_3

$$S_3 = \sin\delta\cdot\cosh\delta = \delta + \frac{\delta^3}{3} - \frac{\delta^5}{30} - \frac{\delta^7}{630} \ldots$$

Uttrycket (III.10b) kan nu skrivas

$$T(s)_{u1} = F\{K_1\cdot S_1+K_3\cdot S_3\}\ \cos\omega t \tag{III.10c}$$

Serieutveckling av uttrycken K_1 och K_3 enl. (III.9a) och (III.9b) ger

$$K_1 = \frac{\beta}{2} + \frac{11\beta^3}{6} - \frac{41\beta^5}{60} + \frac{29\beta^7}{1260} \ldots$$

och

$$K_3 = -\frac{\beta}{2} + \frac{11\beta^3}{6} + \frac{41\beta^5}{60} + \frac{29\beta^7}{1260}$$

Efter multiplikation av serier $K_1 \cdot S_1$ och $K_3 \cdot S_3$ samt summering av dessa omvandlas uttrycket (III.10c) till

$$T(s)_{u1} = F \cdot \left[\left\{ \frac{11\beta^3}{3} + \frac{29\beta^7}{630} + \ldots \right\} \cdot \delta - \left\{ \frac{\beta}{3} - \frac{41\beta^5}{90} + \frac{29\beta^7}{1890} + \ldots \right\} \cdot \delta^3 - \right.$$
$$\left. - \left\{ \frac{11\beta^3}{90} + \ldots \right\} \cdot \delta^5 + \left\{ \frac{\beta}{630} + \ldots \right\} \cdot \delta^7 \right] \cos\omega t \qquad \text{(III.10d)}$$

III.231 Bestämning av erforderligt antal termer i serieuttrycken

För bedömningen av antalet erforderliga termer i serieuttrycken beräknas värden för $\beta = \frac{\gamma d}{2}$ och $\delta = \gamma s$ med hänsyn till de begränsningar av skivtjocklek och periodlängder som tidigare angivits.

Största värdet för dessa storheter fås för den minsta periodlängden 12 timmar och den största skivjtockleken 12,5 cm.

Fasadskiva av betong med tjocklek 12,5 cm

Med λ_1 = 1,5 W/m·K, c_1 = 0,87 kJ/kg·K och ρ = 2 300 kg/m^3

$$\beta = \frac{\gamma d}{2} = \sqrt{\frac{\pi \cdot c_1 \ \rho_1}{\lambda_1 \cdot t_o}} \cdot \frac{d}{2} = 0{,}62$$

För storheten δ gäller

$$-0{,}62 \leq \delta \leq 0{,}62$$

Fasadskiva av tegel

Med $\lambda_1 = 0{,}75$ W/m·K, $\rho_1 = 1\,700$ kg/m^3 och $c_1 = 0{,}84$ kJ/kg·K och d = 12,5 cm fås

$$\beta = 0{,}74 \quad \text{och} \quad -0{,}74 \leq \delta \leq 0{,}74$$

Fasadskiva av lättbetong

Med $\lambda_1 = 0{,}15$ W/m·K, $\rho_1 = 500$ kg/m^3 och $c_1 = 1{,}0$ kJ/kg·K fås med tjockleken d = 7 cm

$$\beta = 0{,}54 \quad \text{och} \quad -0{,}54 \leq \delta \leq 0{,}54$$

Samtliga serieuttryck S_1, S_3, K_1 och K_3 konvergerar snabbt för aktuella värden för β och δ. Vidare gäller att storleken av en n:te term är större än summan av efterföljande termer vilket innebär att det fel som uppträder då termer av ordningen n och högre uteslutes är begränsat till storleken av den n:te termen. Största uppträdande fel - såväl till belopp som relativ storlek - fås för de högsta förekommande värdena för variablerna β och δ.

För att undersöka möjligheten att utesluta små termer anses en numerisk beräkning för normalt ogynnsammaste fall vara tillfyllest.

Med $\beta = \gamma c = 0{,}74$ för 12,5 cm fasadtegel kan (III.10d) uttryckas i följande numeriska värden

$$T(s)_{u1} = F\cdot\{(1{,}4857+0{,}0059+\ldots)\cdot\delta-(0{,}2467-0{,}1010+0{,}0019+\ldots)\cdot\delta^3 -$$
$$-(0{,}0495+\ldots)\cdot\delta^5+(0{,}0012+\ldots)\cdot\delta^7\}\cos\omega t$$

Med hänsyn till storleksordningen av dessa värden görs följande förenklingar.

I koefficienten för δ försummas termer från och med den andra termen vilket ger ett relativt fel <0,006/1,49 dvs. <0,4 %.

I koefficienten för δ^3 försummas termer från och med den tredje vilket medför ett relativt fel <0,0019/0,15 eller <1,2 %.

Insättning av $\delta = 0{,}74$ ger följande numeriska värden för de fyra leden i uttrycket

$$T(s)_{u1} = F\cdot(1{,}0994-0{,}0590-0{,}0109+0{,}0001)\cos\omega t$$

De tredje och fjärde termerna är bidrag från termer med faktorerna δ^5 resp. δ^7. Med hänsyn till storleksordningen av dessa termer utesluts termer med variabeln δ av femte och högre potens. Detta medför ett relativt fel $<0{,}011/1{,}03$ eller omkring 1 %.

Uttrycket (III.10d) kan efter försummande av små termer skrivas

$$T(s)_{u1} \approx F\cdot\{\frac{11\beta^3}{3}\cdot\delta-(\frac{\beta}{3}-\frac{41\beta^5}{90})\cdot\delta^3\}\cos\omega t \ldots$$

På motsvarande sätt kan det andra ledet i (III.10) utvecklas till

$$T(s)_{u2} \approx F\cdot\{-(\beta-\frac{41\beta^5}{30})\cdot\delta-\frac{11\beta^3}{9}\cdot\delta^3\}\sin\omega t$$

Efter utveckling även av den jämna funktionen (III.11) kan temperaturfunktionerna (III.10) och (III.11) uttryckas enligt följande. (Efter återgång till tidigare beteckningar $\beta = \frac{\gamma d}{2} = \gamma c$ samt $\delta = \gamma s$.)

Udda temperaturfunktion

$$T(s)_u \approx F\cdot\{(C_1\cdot\gamma s-C_3\cdot\gamma^3 s^3)\cos\omega t -$$

$$- (3C_3\cdot\gamma s+\frac{1}{3}C_1\cdot\gamma^3 s^3)\}\sin\omega t \ldots \qquad \text{(III.12)}$$

där $C_1 = \frac{11}{3}\cdot\gamma^3 c^3$

$$C_3 = \frac{1}{3}\cdot\gamma c-\frac{41}{90}\cdot\gamma^5 c^5$$

$$F = \frac{4}{\cosh 4\gamma c+\cos 4\gamma c}$$

Jämn temperaturfunktion

$$T(s)_j \approx F\cdot\{(C_2+C_4\cdot\gamma^2 s^2-C_6\cdot\gamma^4 s^4)\cos\omega t +$$

$$+ (C_4-C_2\gamma^2 s^2-\frac{1}{6}\cdot C_4\cdot\gamma^4 s^4)\}\sin\omega t \quad \ldots \text{(III.13)}$$

där $C_2 = \frac{1}{2} + \frac{7}{12}\cdot\gamma^4 c^4$

$$C_4 = \frac{3}{2}\gamma^2 c^2 + \frac{13}{20}\cdot\gamma^6 c^6$$

$$C_6 = \frac{1}{12} + \frac{7}{72}\cdot\gamma^4 c^4$$

Härmed är temperaturfunktionen uttryckt på ett sätt som är lämpat för att undersöka temperaturrörelserna dvs. i en form som är lämpad för integrering i variabeln s.

III.3 BESTÄMNING AV UTTRYCK FÖR BÖJDEFORMATION

Genom integrering av temperaturfunktionerna enligt de samband som angivits i kapitel 3 fås analytiska uttryck för deformationer.

III.31 Böjning av fysikaliskt riktig temperaturfördelning

Endast udda temperaturfunktion ger upphov till böjning som enligt (3.8) blir

$$w = -\frac{3\alpha}{4c^3}\cdot S_T(y+z^2)$$

där $S_T = \int_{-c}^{+c} T\cdot s\cdot ds$

Med T(s) enligt (III.12) fås

$$S_T = F\cdot\{(C_1\cdot\int_{-c}^{+c}\gamma s^2 ds - C_3\int_{-c}^{+c}\gamma^3 s^4 ds)\cos\omega t -$$

$$-(3C_3\cdot\int_{-c}^{+c}\gamma s^2 ds + \frac{1}{3}\cdot C_1\cdot\gamma^3 s^4 ds)\sin\omega t\}$$

$$S_T = F\cdot 2\cdot\{(C_1\cdot \frac{\gamma c^3}{3} - C_3\cdot \frac{\gamma^3 c^5}{5} \cos\omega t) -$$

$$- (C_3\cdot\gamma c^3 + C_1 \frac{\gamma^3 c^5}{15})\sin\omega t\}$$

Böjdeformationen blir

$$w = - \frac{\alpha\cdot F\cdot\gamma}{2} \cdot\{(C_1 - \frac{3\cdot C_3}{5}\cdot\gamma^2 c^2)\cos\omega t -$$

$$- (3C_3 + \frac{C_1}{5}\cdot\gamma^2 c^2)\sin\omega t\}\cdot(y^2+z^2) \qquad \text{(III.14)}$$

III.32 Böjning av approximativ temperaturfördelning

I kapitel 7 har med utgångspunkt från antaganden om approximativ temperaturfördelning härletts motsvarande approximativa uttryck för böjdeformation

$$w \approx -\alpha\cdot \frac{T_y - T_i}{4c}\cdot(y^2+z^2)$$

Med $T_y = T(s)_{s=c}$ och $T_i = T(s)_{s=-c}$ enl. (III.12) och hänsyn till att $T(s)_{s=c} = -T(s)_{s=-c}$ fås

$$w \approx -\alpha\cdot \frac{T(s)_{s=c}}{2c}\cdot(y^2+z^2)$$

Enligt (III.12) fås uttrycket för $T(s)_{s=c}$

$$T(s)_{s=c} = F\cdot\{(C_1\cdot\gamma c - C_3\cdot\gamma^3 c^3)\cos\omega t -$$

$$- (3C_3\gamma c + \frac{1}{3} C_1\cdot\gamma^3 c^3)\sin\omega t\}$$

varefter böjningen blir

$$w_{appr} = - \frac{\alpha\cdot F\cdot\gamma}{2}\cdot\{(C_1 - C_3\cdot\gamma^2 c^2)\cos\omega t -$$

$$- (3C_3 + \frac{1}{3}\cdot C_1\cdot\gamma^2 c^2)\sin\omega t\}\cdot(y^2+z^2) \qquad \text{(III.15)}$$

III.4 NOGGRANNHET MED AVSEENDE PÅ BÖJDEFORMATION

Felet vid bestämning av böjdeformation på grund av approximativ temperaturfördelning representeras av skillnaden mellan uttrycken (III.14) och (III.15). Med beteckningen Δw fås felet enligt uttrycket

$$\Delta w = -\frac{\alpha\cdot F\cdot\gamma}{2}\cdot\{-C_3\cdot\gamma^2c^2\cdot(1-\tfrac{3}{5})\cdot\cos\omega t -$$

$$- C_1(\tfrac{1}{3}-\tfrac{1}{5})\gamma^2c^2\cdot\sin\omega t\}\cdot(y^2+z^2)$$

Det relativa felet $\frac{\Delta w}{w}$,

$$\frac{\Delta w}{w} = -\frac{\gamma^2c^2(\frac{2}{5}C_3\cdot\cos\omega t+\frac{2}{15}C_1\cdot\sin\omega t)}{(C_1\ \frac{3}{5}C_3\cdot\gamma^2c^2)\cos\omega t-(3C_3+\frac{1}{5}C_1\cdot\gamma^2c^2)\sin\omega t}$$

(III.16)

I uttrycket för det relativa felet är uttrycken över bråkstrecket och under bråkstrecket harmoniska svängningar. Om dessa är fasförskjutna i förhållande till varandra kommer uttrycket för relativa felet $\frac{\Delta w}{w}$ att variera mellan $+\infty$ och $-\infty$. (Redan ett mycket litet värde Δw medför vid en tidpunkt då $w = 0$ att det relativa felet $\frac{\Delta w}{w}\rightarrow\pm\infty$.) Noggrannheten hos det approximativa uttrycket undersöks därför genom en jämförelse av amplituderna hos de båda uttrycken.

Jämförelsen sker med en numerisk beräkning av det ogynnsammaste fallet.

Med $\gamma c = 0{,}74$ som är det högsta värdet inom de begränsningar som gäller fås efter beräkning av konstanterna C_1 och C_3 enl. (III.12) följande numeriska uttryck för (III.16)

$$\frac{\Delta w}{w} = -\frac{0{,}0319\cos\omega t+0{,}1085\sin\omega t}{1{,}4378\cos\omega t-0{,}5998\sin\omega t}$$

Amplitud hos felet Δw

$\frac{\partial}{\partial t}(\Delta w) = 0$ för maximum och minimum av Δw ger

$$tg\omega t = \frac{0,1085}{0,0319} \approx 3,40 \text{ samt } \omega t = 1,28$$

(vilket med periodlängd t_o = 12 tim. ger t ≈ 2,46 tim.)

$$\Delta w^{max} = 0,0319 \cdot \cos 1,28 + 0,1085 \cdot \sin 1,28 \approx 0,112$$

Amplitud hos böjning w

$\frac{\partial}{\partial t}(w) = 0$ för w^{max} och w^{min} ger

$$tg\omega t = -\frac{0,5998}{1,4378} = -0,41 \text{ samt } \omega t \approx -0,39$$

(vilket med periodlängd t_o = 12 tim. ger t ≈ -0,75 tim.)

$$w^{max} = 1,4378 \cdot \cos(-0,39) - 0,5998 \cdot \sin(-0,39) \approx 1,102$$

$\because$ Förhållandet mellan amplituderna

$$\frac{\Delta w^{max}}{w^{max}} = \frac{0,11}{1,1} \approx 0,1$$

Den approximativa beräkningen av böjning med utgångspunkt från temperaturer på skivans utsida och insida och under antagande om linjär temperaturfördelning mellan dessa yttemperaturer innebär sålunda ett största fel som är ungefär 10 % av böjdeformationens amplitud.

FIG. III.2 visar tidsförloppen hos de nyss beräknade funktionerna Δw och w. Den övre kurvan anger böjdeformationen w och den undre felfunktionen Δw. Av figurerna framgår att felfunktionens maximi- och minimivärden uppträder vid, eller mycket nära de tidpunkter då böjdeformationen w är noll och omvänt.

Detta innebär att böjdeformationens maximi- och minimivärden kan bestämmas utan - eller med mycket obetydliga fel.

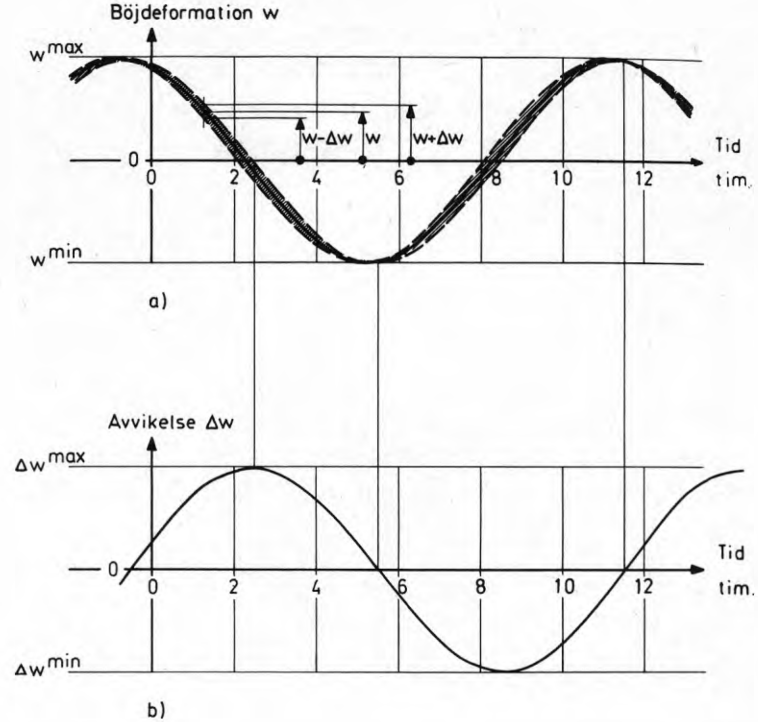


FIG. III.2.

För överblickens skull har felfunktionen - vars amplitud enligt det föregående kan uppgå till omkring 10 % av böjdeformationens - överlagrats skalenligt i den övre figuren i form av streckad kontur och skrafferad yta.

Med hänsyn till att den numeriska undersökningen avsåg ogynnsammaste fall - minsta periodlängd och största skivtjocklek - kan böjdeformationens variation anses med god noggrannhet beräknad med utgångspunkt från den approximativa temperaturfördelningen.

Det torde även stå klart att om beräkning av böjdeformation inskränks till att gälla maximi- och minimivärden som ju är de mest intressanta så kan - beroende på att felfunktionen vid dessa tidpunkter är noll eller mycket nära noll - noggrannheten troligen vara mycket god även för ogynnsammare fall än det undersökta.

Som sammanfattning av kontrollen kan konstateras att böjdeformationen med god noggrannhet kan bestämmas enligt den approximativa temperaturfördelningen dvs. enligt uttrycket

$$w = -\alpha \cdot \frac{T_y - T_i}{4c} \cdot (y^2 + z^2)$$

III.5 NOGGRANNHET MED AVSEENDE PÅ LÄNGDÄNDRING

På motsvarande sätt som redovisats under III.3 och III.4 har gjorts en kontroll av den approximativa temepraturfördelningens inverkan på längdändring. Kontrollen har omfattat jämförelse av längdändring i skivans mittplan dvs. för s = 0.

Ur (3.7a) fås denna längdändring som

$$u = \alpha \cdot y \cdot \frac{1}{2c} \cdot A_T$$

Motsvarande längdändring av approximativ temperaturfördelning fås enligt (7.9)

$$u_{appr} \approx \alpha \cdot y \cdot (T_i + \frac{T_y - T_i}{3})$$

Detaljerna i kontrollen redovisas inte - endast resultatet. Med värdet γc = 0,74 fås en felfunktion vars amplitud är ca 4 % av längdändringens. I motsats till vid böjdeformation gäller att felfunktion och längdändring har extremvärden samtidigt. Med hänsyn till felfunktionens ringa amplitud i förhållande till längdändringens anses längdändringens variation med tillfredsställande noggrannhet uttryckas av uttrycket (7.9).

Redovisningen i detta appendix avser inverkan av <u>en</u> harmoniskt varierande påverkande temperatursvängning. Detta innebär inverkan av en delfunktion till den - mot verkliga förhållanden - svarande ekvivalenta utetemperaturen. Denna består - som tidigare visats - av två sådana delfunktioner.

Noggrannheten hos den approximativa temperaturfördelningen under påverkan av "verkliga förhållanden" måste ske genom sammanvägning av inverkan från de två delfunktionerna. Detta finns redovisat i avsnitt 7.

LITTERATUR

Adamson, B, 1970, Val av klimatdata vid beräkning av högsta rumstemperatur. (Statens institut för byggnadsforskning.) Rapport R49:1970. Stockholm.

Andersson, K A, 1961, Arbetsmaterial och information vid personlig kontakt.

Bergquist, L, 1970, Rörelser i ytterväggar med 1/2-stens skalmur. Del 1. Undersökning av murkramlor.

Bergquist, L, 1975a, Rörelser i ytterväggar med 1/2-stens skalmur. Del 2. Temperatur och rörelse i skalmur av tegel. Ännu ej publicerad.

Bergquist, L, 1975b, Rörelser i ytterväggar med 1/2-stens skalmur. Del 3. Temperatur och rörelse i skalmur av kalksandsten. Ännu ej publicerad.

Binder, L, 1910, Über äussere Wärmeleitung und Erwärmung elektrischer Maschinen. Diss. Technische Hochschule. München.

Boley, B A & Weiner, J H, 1960, Theory of Thermal Stresses. Columbia University of Flight Structures. (John Wiley & Sons. Inc.)

Brosenius, H, 1971, Stomkomplettering och inredningsdetaljer vid husbyggnader. Kompendium i byggnadsteknik vid KTH, del IV.

Børresen, B A, 1972, Värmelagring i byggnadskonstruktioner. Tidskriften VVS, nr 6.

Gertis, K, 1973, Wärmespannungen in homogenen Aussenbauteilen unter instationären Temperatureinwirkung. Berichte aus der Bauforschung. Heft 87. (Wilhelm Ernst & Sohn.) Berlin.

Girdo, W, 1975, Icke publicerat arbetsmaterial. Institutionen för byggnadsteknik, KTH.

Granholm, H, 1971, Värmeflöde genom enkla och sammansatta väggar under inverkan av periodiskt variabel temperatur. Chalmers tekniska högskolas handlingar nr 333.

Gröber, H, Erk, S & Grigull, U, 1955, Die Grundgesetze der Wärmeübertragung. (Springer-Verlag.) Berlin/Göttingen/Heidelberg.

Handboken Bygg. 1972, Huvuddel 1 B. (AB Byggmästarens Förlag.) Stockholm.

Höglund, I, Mitalas, G P & Stephenson, D G, 1967, Surface Temperatures and Heat Fluxes for Flat Roofs. Building Science. Vol. 2, No 1.

Höglund, I & Stephenson, D G, 1968, Tabeller för beräkning av solinstrålning mot byggnader. (Statens institut för byggnadsforskning.) Rapport 49/68. Stockholm.

Höglund, I, 1973, Metod för beräkning av extrema yttemperaturer hos isolerade ytterkonstruktioner. (Statens institut för byggnadsforskning.) Rapport R6:1973. Stockholm.

Kimura, K & Stephenson, D G, 1969, Solar Radiation on Cloudy Days. ASHRAE Transactions nr 2106, 1969/II.

Knabe, G, 1971, Frequensverhalten ein- und mehrschichtiger Wände. Luft und Kältetechnik, 1971/1.

Lindqvist, H, 1975, Arbetsmaterial och information vid personlig kontakt.

Lunelund, H, 1936, Värmestrålning och ljusstrålning i Finland. Svenska tekniska vetenskapsakademien i Finland.

Mackey, C O & Wright, L T, 1943, Summer Comfort Factors as Influenced by the Thermal Properties of Building Materials. ASHVE Transactions, Vol. 49. New York.

Nepper-Christensen, P & Skovgaard, P, 1967, Svind av betonelementer. Nordisk Betong, 1967 nr 1.

Nevander, L E, 1961, Tekniska egenskaper hos isolerade hålmurar av tegel. KTH meddelande nr 23.

Nylund, P O, 1967, Movements in Joints. CIB Symposium on Weathertight Joints for Walls. Norwegian Building Research Institute. September 1967.

Nylund, P O, 1968, Rörelser hos fasadelement av betong. (Statens institut för byggnadsforskning.) Rapport 45/68. Stockholm.

Nyquist, G, 1975, Arbetsmaterial och information vid personlig kontakt.

Sandberg, P J, 1973, Byggnadsdelars fuktbalans i naturligt klimat. Institutionen för byggnadsteknik, LTH. Rapport 43, 1973. Lund.

Schmidt, E, 1942, Differenzenverfahren zur Lösung von Differentialgleichungen den nichtstationären Wärmeleitung. Diffusion und Impulsausbreitung. Forsch.-Ing. Band 13, Nr 5.

Statens Planverk, 1967, Publikation nr 1.

Statens Planverk, 1968, Publikation nr 3 (SBN-S 24:4122).

Stenindustrins forskningsinstitut, 1952, Konstruktionsanvisningar för ventilerade fasadbeklädnader av natursten. Meddelande nr 3. (Nya anvisningar 1968.)

Stockholms Stads Byggnadsnämnd, 1948, Årsberättelse. En undersökning av fasader klädda med tunna stenplattor. Stockholm.

Stupre Working Group, 1967, Joints between concrete wall cladding elements. CIB Symposium on Weathertight Joints for Walls. (Norwegian Building Research Institute.) September 1967.

Svensk Standard.

- SIS 01 60 11, Volym. Densitet. Volymitet.
- SIS 01 61 46, Mekanik.
- SIS 01 61 50, Värme.

Taesler, R, 1972, Klimatdata för Sverige 1972. (Statens institut för byggnadsforskning.) Stockholm.

Tegelindustrin, 1969, Information nr 37.

Timoshenko, S & Goodier, J N, 1951, Theory of elasticity. (Mac Graw Hill Book Co Inc.) New York.

Ödman, S, 1967, Beräkning áv fri krympning hos oarmerat betongelement.

R60:1975

Denna rapport hänför sig till forskningsanslag C 835:2 från Statens råd för byggnadsforskning till Institutionen för byggnadsteknik, KTH, Stockholm.

Distribution: Svensk Byggtjänst, Box 1403, 111 84 Stockholm
Grupp: konstruktion

Pris: 28 kronor + moms

Art.nr: 6600460

ISBN 91-540-2498-6