



Det här verket har digitaliserats vid Göteborgs universitetsbibliotek och är fritt att använda. Alla tryckta texter är OCR-tolkade till maskinläsbar text. Det betyder att du kan söka och kopiera texten från dokumentet. Vissa äldre dokument med dåligt tryck kan vara svåra att OCR-tolka korrekt vilket medför att den OCR-tolkade texten kan innehålla fel och därför bör man visuellt jämföra med verkets bilder för att avgöra vad som är riktigt.

This work has been digitized at Gothenburg University Library and is free to use. All printed texts have been OCR-processed and converted to machine readable text. This means that you can search and copy text from the document. Some early printed books are hard to OCR-process correctly and the text may contain errors, so one should always visually compare it with the images to determine what is correct.



Rapport

R57:1979

**Geometrisk imper-
fektioner vid stålstommar
— byggnadsstatiska
och säkerhetsmässiga
konsekvenser**

Livkrumhet

Göran Carlsson

Byggforskningen

TEKNIKA HOGSKOLAN I LUND
SEKTIONEN FOR VAG- OCH YATTEN
BIBLIOTEKET

R 57:1979

GEOMETRISKA IMPERFEKTIONER VID STÅLSTOMMAR -
BYGGNADSSTATISKA OCH SÄKERHETSMÄSSIGA KONSEKVENSER

Livkrumhet

Göran Carlsson

Denna rapport hänför sig till forskningsanslag 740366-4
från Statens råd för byggnadsforskning till Göran Carlsson
Konsulterande Ingenjörbyrå AB, Sundsvall

I Byggforskningsrådets rapportserie redovisar forskaren sitt anslagsprojekt. Publiceringen innebär inte att rådet tagit ställning till åsikter, slutsatser och resultat.

R57:1979

ISBN 91-540-3038-2

Statens råd för byggnadsforskning, Stockholm

INNEHÅLL

FÖRORD	5
SAMMANFATTNING	7
1 INLEDNING	11
1.1 Undersökningens förutsättningar, ändamål och utförande	11
1.2 Livbuckling och livkrumhet	12
1.21 Livbuckling	12
1.22 Livkrumhet	13
1.3 Lokala bucklor och enkelriktade eller cylindriska bucklor	15
1.31 Lokala bucklor	15
1.32 Enkelriktade eller cylindriska bucklor	16
2 OBSERVERADE IMPERFEKTIONER OCH REKOMMENDERADE TOLERANSGRÄNSER M M	17
2.1 Observerade imperfektioner	17
2.2 Rekommenderade toleransgränser	25
2.3 Livkrumhetens beroende av plättjockleken	30
3 FUNKTIONSSTUDIUM	35
3.1 Reduktion av observerade utböjningar	35
3.2 Inverkan av tvärkraft på livplåt med initiella lokala bucklor	37
3.21 System av korsande stänger	39
3.22 Sammanfattning	81
3.3 Inverkan av moment på livplåt med initiella lokala bucklor	82
3.31 Modell för teoretisk beräkning: cirkulär buckla med $r = h/2$	83
3.32 Jämförelse med resultaten från utförda försök	99
3.33 Jämförelse med normens bestämmelser	103
3.34 Sammanfattning	105
3.4 Enkelriktade eller cylindriska bucklor	106
3.41 Vertikal knäckning av tryckt fläns	106
3.42 Elastisk intryckning	109
3.43 Sammanfattning	125
LITTERATUR	127
APPENDIX 1	129

FÖRORD

Denna undersökning av livkrumheten hos slanka I-balkar har tillkommit på initiativ av professor Rolf Baehre vid Avdelningen för Stålbyggnad, Kungl. Tekniska Högskolan, Stockholm, och arbetet har utförts i samråd med honom. Undersökningen har som grund haft resultaten från utförda mätningar av imperfektioner i stålbyggnader. Avsikten med undersökningen har varit att på teoretisk väg söka utröna, om uppmätt livkrumhet hos balkar i befintliga byggnader har en så stor negativ inverkan på livplåtens funktion, att det är motiverat att ändra på gällande regler för livplåtens dimensionering.

Undersökningen har delvis finansierats med anslag från Statens Råd för Byggnadsforskning.

Docent Torsten Höglund vid Institutionen för Byggnadsstatik, KTH, Stockholm, har under arbetets gång lämnat synpunkter på avsnitt 3.2 och delar av avsnitt 3.4.

Civilingenjör Anders Eriksson, Avdelningen för Stålbyggnad, KTH, Stockholm har utfört beräkningar för numerisk lösning av differentialekvationer.

Fru Anna Persson har utfört utskriften av manuskriptet.

Ingenjör Krister Lindberg har renritat figurerna.

Fru Gunvor Öjemo har redigerat rapporten.

Till alla, som sålunda välvilligt medverkat till att denna redogörelse kommit till stånd, ber jag att få framföra ett varmt tack.

Sundsvall i september 1978.

Göran Carlsson

SAMMANFATTNING

I denna rapport redovisas resultaten av teoretiska studier om den inverkan som initiella bucklor i livet på svetsade I-balkar kan ha på balkarnas hållfasthet och stabilitet. Till grund för studierna har legat resultaten från fältmätningar, som tidigare redovisats i rapporter från Byggforskningen.

Studierna visar, att de initiella bucklornas betydelse beror av deras form. I rapporten skiljes därför mellan lokala bucklor och enkelriktade eller cylindriska bucklor.

Enligt resultaten från mätningarna är 1,4 % av livets höjd ett lämpligt mått på maximal initiell livkrumhet hos balkar i befintliga byggnader. Med denna förutsättning har i rapporten studerats balkar med lokala bucklor påverkade av dels tvärkraft, dels moment och balkar med cylindriska bucklor påverkade av jämnt fördelad last och av tryckkrafter i livet till följd av balkens krökning.

Lokala bucklor. Inverkan av tvärkraft

I den utredning, som ligger till grund för de svenska bestämmelserna för dimensionering av slank I-balk med hänsyn till tvärkraft, har balklivets approximerats med ett system av stänger, som korsar varandra under rät vinkel. I denna rapport har samma approximation gjorts, men dessutom har stängerna förutsatts ha en initiell utböjning.

Den kraft har beräknats, som vid belastning med skärkraft uppkommer mellan två korsande stänger. När på så sätt alla krafter, som verkar på stängerna, blivit kända har de spänningar beräknats, som uppkommer i stängernas skärningspunkt på grund av moment och normalkraft. Slutligen har jämförelsespänningarna beräknats i livplätens konkava och konvexa yta i stängernas skärningspunkt. Jämförelsespänningarnas variation med livets slankhetsförhållande h/d och stängernas lutningsvinkel \emptyset har studerats.

Följande resultat har erhållits: Jämförelsespänningarna ökar med minskande värden på h/d . Momentets inverkan minskar med värdet på \emptyset . Att sätta en övre gräns för förhållandet h/d med hänsyn till initiella lokala bucklor är ej motiverat. Motiv finns för krav på en undre gräns. Den tillåtna spänningen överskrides emellertid relativt litet vid låga värden på h/d . Slutsatsen blir därför att initiella lokala bucklor med angiven maximal amplitud inte har så stort negativt inflytande på livplätens funktion att det motiverar en ändring av gällande regler för livplätens dimensionering.

Lokala bucklor. Inverkan av moment

När en slank I-balk belastas med moment, kan plåten buckla ut i livets tryckzon. I gällande bestämmelser ges regler för reduktion av I-balkens motståndsmoment med hänsyn härtill.

Fältmätningarna visar, att initiella livbucklor ofta har en utsträckning i vertikal led, som är lika med balklivets hela höjd. I denna rapport har därför jämförelse gjorts mellan den reduktion av motståndsmomentet, som bestämmelserna anger, och den reduktion som bedömts erforderlig, när en balk har en initieell lokal buckla med en diameter lika med balklivets höjd.

Vid jämförelsen har bucklan antagits cirkulär med en maximal amplitud, som är 1,4 % av livhöjden. Endast den del av bucklan, som ligger i livets tryckzon, har studerats. I ett snitt vinkelrätt mot balken, som ej påverkas av bucklan, har fördelningen av normalspänningarna förutsatts rätlinig. I ett parallellt snitt genom bucklans centrum antages normalspänningarna fördelade enligt en kurva. Kurvans ekvation har bestämts och därigenom tryckpåkänningen i underkant överfläns mitt för bucklan. Härefter har det effektiva motståndsmomentet, W_{eff} , beräknats.

Resultatet av beräkningarna har jämförts med värden enligt bestämmelserna. Jämförelsen visar, att det är sannolikt, att bestämmelsernas formel för effektiva tvärsnittet är tillfredsställande även när balken har en lokal buckla med den angivna amplituden. De utförda beräkningarna är emellertid approximativa och ett bestämt omdöme för detta belastningsfall kan ges först efter en mer detaljerad utredning.

Cylindriska bucklor. Vertikal knäckning av tryckt fläns

När en I-balk belastas med moment uppkommer av balkens krökning vertikala tryckspänningar i livet och risk för knäckning.

Gällande bestämmelser ställer därför kravet $\frac{h}{d} \leq 0,4 \cdot \frac{E}{\sigma_{su}}$. Vid

liv med initiell cylindrisk krumhet blir livplåten utsatt för normalkraft och moment. Risken för att sträckgränsspänningen skall uppnås i livplåten blir bestämmande för tillåtet h/d .

Beräkningarna visar, att formeln bör ersättas av $\frac{h}{d} \leq 0,35 \cdot \frac{E}{\sigma_{su}}$,

d.v.s. kraven bör skärpas. Detta gäller förutsatt att man inte kan göra de förenklade förutsättningar, som gäller både för bestämmelserna och beräkningarna i denna undersökning, mindre rigorösa.

Cylindriska bucklor. Elastisk intryckning

När en I-balk med plant liv belastas på överflänsen med punktlast eller jämnt fördelad last, kan buckling av livet inträffa. Fenomenet kallas elastisk intryckning.

I denna redogörelse beräknas inverkan av en initiell cylindrisk buckla på de vertikala tryckspänningarna i livet, när överflänsen belastas med jämnt fördelad last. Dessutom tages hänsyn till samtidig inverkan av balkens krökning. Beräkningarna har utförts för livplåtstjockleken 8 mm.

Följande resultat har erhållits: När överflänsen är fri att vrida sig, måste h-värden enligt bestämmelserna reduceras avsevärt, för att inte balkens stabilitet skall äventyras. Om hänsyn tages till samtidig inverkan av balkens krökning, blir för $q = 15 - 50 \text{ N/mm}$ reduktionen $40 - 30 \%$.

När överflänsen är vridningsförhindrad uppfylles bestämmelsernas krav, när $h/d > 312$, om den initiella livkrumheten är $0,014h$, och när $h/d > 218$, om den är $0,010h$. Om hänsyn även tages till balkens krökning, uppfylles ej normens krav för q -värden, som kan bli aktuella. Normens krav måste därför skärpas.

Slutsatser

Lokala bucklor:

Vid tvärkraft har lokala bucklor med amplituden $0,014h$ ej ett sådant inflytande att en ändring är motiverad av gällande bestämmelser för livets dimensionering.

Vid moment har lokala bucklor sannolikt ej en sådan negativ inverkan att bestämmelsernas krav ej uppfylles. Ytterligare utredning av problemet är nödvändig.

Cylindriska bucklor:

Vid inverkan av balkens krökning medför cylindriska bucklor, att gällande krav enligt normen måste skärpas.

Vid elastisk intryckning medför cylindriska bucklor både vid vridningsfri och vridningsförhindrad fläns att livet vid beräkning enligt normen blir underdimensionerat vid värden på q , som kan bli aktuella. Detta gäller både vid initiell livkrumhet $0,014h$ och $0,010h$ och för de flesta värden på h/d . En skärpning av normens begränsning av initiell krumhet är nödvändig. Alternativt skulle i normen kunna krävas, att balkar med liv med initiella cylindriska bucklor ej får användas.

1. INLEDNING

1.1 Undersökningens förutsättningar, ändamål och utförande

I avsikt att undersöka förekomsten och storleken av geometriska imperfektioner i färdigmonterade stålstommar utförde Rolf Baehre under 1967 och 1968 med anslag från BFR fältmätningar på stommen till ett varuhus. Resultaten av undersökningarna redovisades i Byggforskningens rapport 54/68. Undersökningen betraktas som ett väsentligt bidrag till en kvalificerad bedömning av säkerhetsfrågan.

För att utröna om de gjorda observationerna och de formulerade slutsatserna beträffande kvalitetskrav på färdigmonterade stålstommar var relevanta även för andra typer av stålstommar, nämligen hallbyggnader, utförde Rolf Baehre och Göran Carlsson under 1970 - 1972 fältmätningar på stålstommar vid tre industrier i Västernorrlands län. Arbetet utfördes med anslag från BFR och redovisades i Byggforskningens rapport R39:1972.

I rapport R39:1972 behandlades följande imperfektioner hos konstruktionselement i stålstommar:

- sekundärbalkars sidoutböjning (krokighet)
- pelares avvikelser från lodplanet
- pelares krokighet (utböjning)
- livkrumhet
- snedställning av liv
- flänsars sidoförskjutning
- balkflänsars rätlinighet
- traversbalkars rätlinighet
- fackverksstängers rätlinighet.

I denna rapport ägnas en av dessa imperfektioner, livkrumheten hos slanka I-balkar, ett närmare studium. Resultaten från de båda mätningarna enligt rapport 54/68 och rapport R39:1972 har utgjort underlag för den undersökning av livkrumhetens betydelse från byggnadsstatiska och säkerhetsmässiga synpunkter, som redovisas.

Avsikten med undersökningen har varit att försöka utreda på vilket sätt och i vilken utsträckning den observerade livkrumheten påverkar slanka I-balkars byggnadsstatiska funktion och att bedöma om dessa påverkningar är så stora att de motiverar ändringar i tillåtna påkänningar, säkerhetstal och andra begränsande storheter, som finns i gällande konstruktionsbestämmelser.

Vid rapportens utarbetande har det visat sig lämpligt att först studera de bestämmelser för stålbalkars dimensionering, som anges i Stålbyggnadsnorm 70, StBK-N1, [23], och tillhörande kommentarer i StBK-K2, [24], samt i viss utsträckning den litteratur, som StBK-K2 hänvisar till. Därefter har försök

gjorts att teoretiskt bedöma livkrumhetens inverkan på de formler och andra dimensioneringsregler, som Stålbyggnadsnorm 70 anger.

Att utföra laboratorieförsök för att praktiskt verifiera de uppnådda teoretiska resultaten har inte ingått i den förelagda uppgiften.

1.2 Livbuckling och livkrumhet

Vid konstruktion av en svetsad stål balk bör man för att få god ekonomi förlägga en så stor del som möjligt av det erforderliga materialet till flänsarna. Man maximerar härigenom balkens förmåga att upptaga moment. Livets uppgift blir att utgöra den erforderliga hävarmen för krafterna i flänsarna. En följd av detta har blivit att man - av ekonomiska skäl - strävar efter att göra livet så slankt som möjligt. Detta har i sin tur medfört att frågan om livets buckling blivit ett viktigt problem vid konstruktion av svetsade stål balkar.

1.2.1 Livbuckling

En plan, rektangulär platta, som är fyrsidigt upplagd och utsättes för belastning i sitt eget plan, bucklar vid en viss last plötsligt ut. Fenomenet är besläktat med knäckning, som uppträder vid axiell belastning av en rak stång. I figur 1:1, som är hämtad ur StBK-K2, [24], visas sambandet mellan utböjning δ och last N för dels en tryckt stång, dels en tryckt, fyrsidigt upplagd platta.

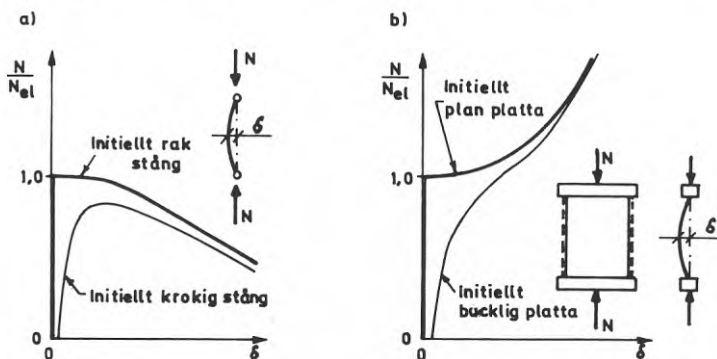


FIG. 1.1. Principiellt samband mellan maximal utböjning δ och last N a) vid tryckt stång och b) vid fyrsidigt upplagd platta utan och med initialdeformationer. [24]

Vid knäckning av en rak stång är stångens bärförmåga uttömd, när lasten når knäcklasten. Vid buckling kan den fyrsidigt upplagda plattan upptaga ytterligare last, efter det att bucklingslasten uppnåtts, utan att brott uppstår.

1.22 Livkrumhet

Med livkrumhet eller livbucklighet menar man förekomsten av initiella bucklor i livet på en färdigtillverkad I-balk, som ännu ej monterats på sin plats i den planerade byggnaden. De initiella bucklorna kan finnas redan hos den plåt av vilken balklivet kommer att tillverkas, men huvudsakligen uppkommer de initiella bucklorna, när balklivet svetsas till flänsarna. Figur 1:2 visar en uppmätning av initiella livbucklor, som gjorts av Frey [27].

På kontinenten och i USA förses I-balkar med slankt liv oftast med vertikala eller horisontella livavstyvningar, som minskar risken för livets utbuckling och betydelsen av initiell livkrumhet. I Sverige är den typ av slanka I-balkar, som visas i figur 1:2, vanlig. Den har livavstyvningar vid upplagen, men inga livavstyvningar i fält. Den s.k. HSI-balken hör till denna typ. Det är endast denna typ av balkar, som studeras i denna undersökning. Alla studerade balkar är takbalkar.

Som ett mått på den initiella livkrumheten hos svetsade stål-balkar har här valts livets utböjning i livets mitt, mätt från sammanbindningslinjen mellan livets infästningspunkter i flänsarna i ett snitt vinkelrätt mot balkens längdriktning (se figur 2:1).

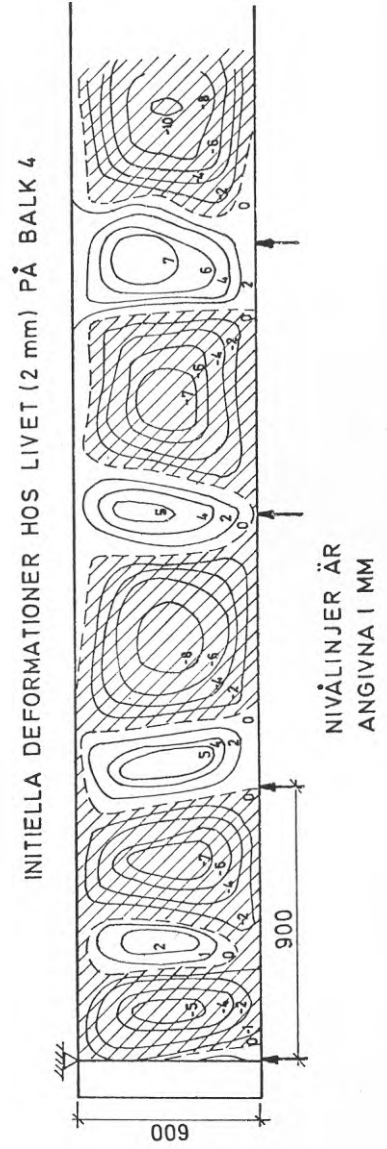
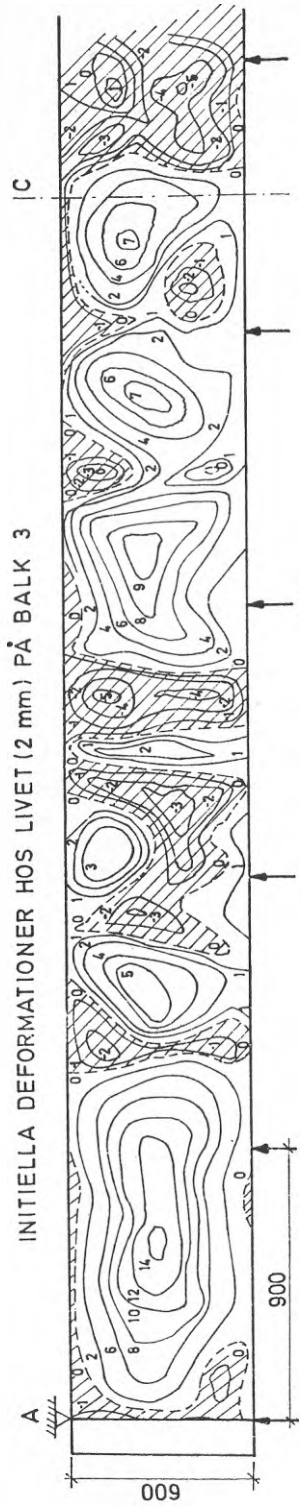


FIG. 1:2. Uppmätta initiala livbucklor enligt Frey [27].

1.3 Lokala bucklor och enkelriktade eller cylindriska bucklor

Undersökningen har visat att livkrumhetens inverkan på en I-balks funktion beror av de initiella bucklornas form. Därför görs i denna utredning en distinktion mellan lokala bucklor och enkelriktade eller cylindriska bucklor.

Med enkelriktade eller cylindriska bucklor menas krumhet hos livplåten, som är riktad vinkelrätt mot livplåtens plan åt ett håll på en så lång sträcka av balken, att det spänningstillstånd i livplåten, som uppkommer vid t.ex. belastning med jämnt fördelad last på överflänsen, kan betraktas som enaxligt. Med lokala bucklor menas bucklor, som ej är att anse som enkelriktade. Bucklorna på balkarna i fig. 1:2 är exempel på lokala bucklor.

Den givna definitionen är tillräcklig för den fortsatta utredningen. Om man vill ge regler för tillåten krumhet, som skall gälla i praktiken, måste de olika typerna av bucklor definieras närmare.

1.31 Lokala bucklor

1.311 Inverkan av tvärkraft

Formler för tillåten skjuvspänning vid vanligt lastfall för balk belastad enbart med tvärkraft finns angivna i StBK-K2, [24], avsnitt 6:421. Formulerna grundar sig på studiet av en modell, i vilken livplåten har tänkts ersatt med stänger, som korsar varandra. Risken för att jämförelsespänningen i plåten skall uppgå till plåtmaterialets sträckgränsspänning har bestämt gränsen för tillåtna skjuvspänningar.

I denna utredning har försök gjorts att beräkna den inverkan, som initieell livkrumhet har på spänningarna i livplåten. Därvid har samma modell använts, d.v.s. korsande stänger, som förutsetts vara ej inspända i flänsarna.

1.312 Inverkan av moment

När en I-balk med slankt liv belastas med moment kan plåten buckla ut i livets tryckzon. I StBK-K2, avsnitt 6:223, ges regler för reduktion av I-balkens motståndsmoment med hänsyn till denna eftergivlighet hos livet.

De mätresultat, som denna utredning grundar sig på, visar att initiella livbucklor oftast har en utsträckning i vertikal led, som är lika med balklivets hela höjd. Därför har här en jämförelse gjorts mellan den reduktion av balkens motståndsmoment, som normen anger, och den reduktion av motståndsmomentet, som bedömts erforderlig, när en balk har en initieell lokal buckla med en diameter, som är lika med balklivets höjd.

1.32 Enkelriktade eller cylindriska bucklor

1.321 Vertikal knäckning av tryckt fläns

När en I-balk belastas med moment ger de uppkommande tryck- resp. dragspänningarna i över- och underflänsen på grund av balkens krökning upphov till vertikala tryckspänningar i livet. Dessa tryckspänningar medför risk för livets knäckning. I avsnitt 6:23 i StBK-K2 anges begränsningar av livets slankhet på grund av denna risk. I denna redogörelse studeras belastningsfallet med samma förutsättningar som i StBK-K2 och dessutom med hänsyn tagen till att livet har en initieell krumhet i form av en enkelriktad buckla.

1.322 Elastisk intryckning

Om en slank I-balk med plant liv belastas på sin överfläns med punktlast eller jämnt fördelad last, kan vid en viss intensitet hos lasten buckling av livet inträffa. Man talar vid en sådan händelse om elastisk intryckning. Regler för balklivets dimensionering med hänsyn till risken för elastisk intryckning återfinns i avsnitt 33:4013 i StBK-N1 [23].

I denna redogörelse beräknas den inverkan, som en initieell enkelriktad buckla har på de uppkommande vertikala tryckspänningarna i livet, när balkens överfläns belastas med en jämnt fördelad last. När hänsyn togs till samtidig inverkan av balkens krökning fås ett farligare belastningsfall, som även studeras.

De uppkommande vertikala tryckspänningarna i livet blir beroende av om livet är inspänt i överflänsen eller ej. Därför behandlas i redogörelsen de angivna belastningsfallen dels med förutsättningen att överflänsen är fri att vrida sig, dels med förutsättningen att överflänsen är vridningsförhindrad.

De i avsnitt 1.3 angivna problemen behandlas i avsnitt 3 under rubriken Funktionsstudium. Dessförinnan redogöres i avsnitt 2 för de imperfektioner, som observerats enligt rapporterna 54/68 och R39:1972 och som ligger till grund för funktionsstudiet. Dessutom anges i avsnitt 2 toleransgränser, som föreslagits i de båda rapporterna.

2. OBSERVERADE IMPERFEKTIONER OCH REKOMMENDERADE TOLERANSGRÄNSER M.M.

2.1 Observerade imperfektioner

Mätning av livkrumhet hos svetsade stålbalkar (HSI-balkar och andra I-balkar med slankt liv) har utförts både i undersökning 54/68 och undersökning 39/72. I undersökning 54/68 redovisas 394 mätvärden och i undersökning 39/72 110 mätvärden. En väsentlig skillnad mellan dessa båda grupper av mätvärden är den att mätningarna i undersökning 54/68 utfördes intill livavstyvningar vid balkarnas upplag, medan i undersökning 39/72 mätpunkterna var jämnt fördelade på de mätta balkarnas hela längd.

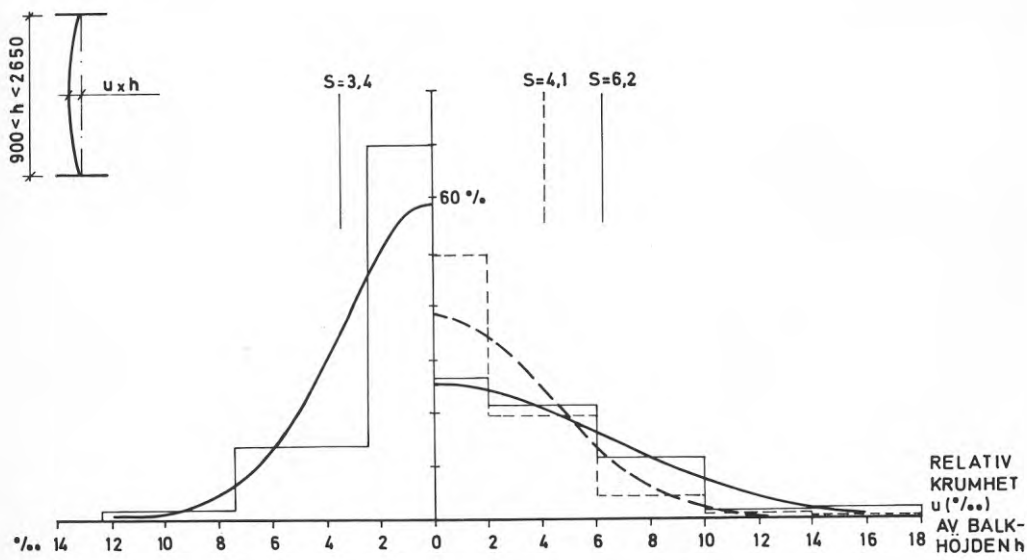
Figur 2:1 visar mätresultaten för livkrumheten i frekvensdiagram, som de redovisades i undersökning 39/72. I undersökning 54/68 beräknades standardavvikelsen till 3,4 ‰ och i undersökning 39/72 till 6,2 ‰. Orsakerna till den stora skillnaden i standardavvikelse angavs i undersökning 39/72 vara dels olikheten i storlek hos uppmätta balkar, dels den nämnda olika fördelningen av mätpunkterna längs balkarna.

Vid studiet av livkrumhetens inverkan på stålbalkars stabilitet - för vilket redogöres i det följande - har det visat sig att initiella bucklor, som på en längre sträcka av balken är riktade åt ett håll utåt från livplåtens teoretiska plan - enkelriktade eller cylindriska bucklor - har stor betydelse för balkens stabilitet. Av denna orsak och eftersom de observerade imperfektionerna i undersökning 39/72 är de största har det ansetts lämpligt att som underlag för den fortsatta utredningen välja resultaten från undersökning 39/72, som har mätvärden observerade med jämn fördelning i balkarnas hela längd, och inte resultaten från undersökning 54/68, som har mätvärden observerade endast intill livavstyvningar vid upplag. Av de 110 återstående mätvärdena har ytterligare 15 slopats, eftersom de legat så nära livavstyvningar vid balkupplag, att de bedömts vara påverkade av avstyvningarnas uppstyvande inverkan på livplåten. 95 mätvärden ligger därför till grund för den fortsatta bedömningen. De 95 mätvärdena har behandlats statistiskt. Resultatet framgår av figur 2:2. Den beräknade standardavvikelsen är 7,0 ‰.

I undersökningen 39/72 har de studerade balkarna varit takbalkar i två olika byggnader. I den ena byggnaden har balkarna en spännvidd av 50 m och livplåtens höjd är ca 1700 mm. I den andra byggnaden har balkarna en spännvidd av 18,75 m och livplåtens höjd är ca 900 mm. I den första byggnaden mättes livets krumhet i tre punkter i varje snitt, i livets mitt och i 1/4-delspunkterna.

I figur 2:3 - 2:7 visas schematiskt de uppmätta värdena i snitt, som är lagda vinkelrätt mot balkarnas längdriktning. Av dessa figurer framgår också livets lutning.

Man ser av figurerna, att den största utböjningen i de allra flesta fall legat i livhöjdens mitt. - I den andra byggnaden mättes livets krumhet endast i livhöjdens mitt.



HELDRAGEN KURVA:

RESULTAT AV MÄTNINGARNA
VID UNDERSÖKNING 54/68

ANTAL MÄTNINGAR: 394

$M = 0$

$S = 3,4 \text{ ‰}$

HELDRAGEN KURVA:

RESULTAT AV MÄTNINGARNA
VID UNDERSÖKNING 39/72

ANTAL MÄTNINGAR: 110

$M = 0$

$S = 6,2 \text{ ‰}$

STRECKAD KURVA:

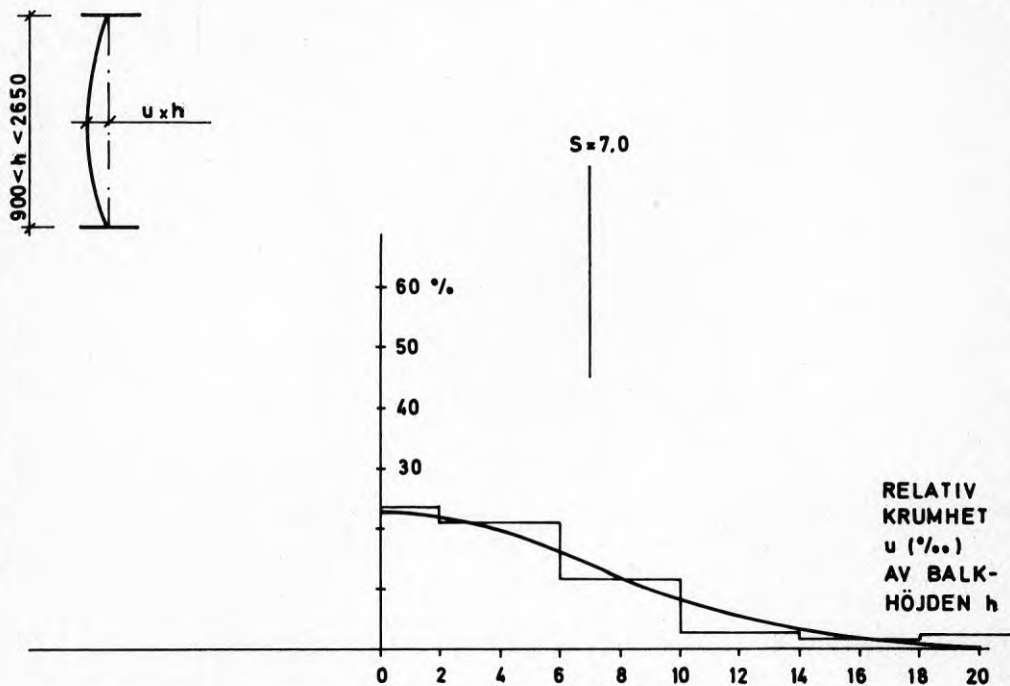
RESULTAT AV MÄTNINGARNA
VID BÅDA UNDERSÖKNINGARNA

ANTAL MÄTNINGAR: 504

$M = 0$

$S = 4,1 \text{ ‰}$

FIG. 2:1 LIVKRUMHET, $u \times h$



RESULTAT AV MÄTNINGARNA VID
UNDERSÖKNING 39/72.

REDUCERAT ANTAL MÄTVÄRDEN = 95

$M = 0$

$S = 7,0 \text{ ‰}$

FIG. 2:2 LIVKRUMHET $u \times h$

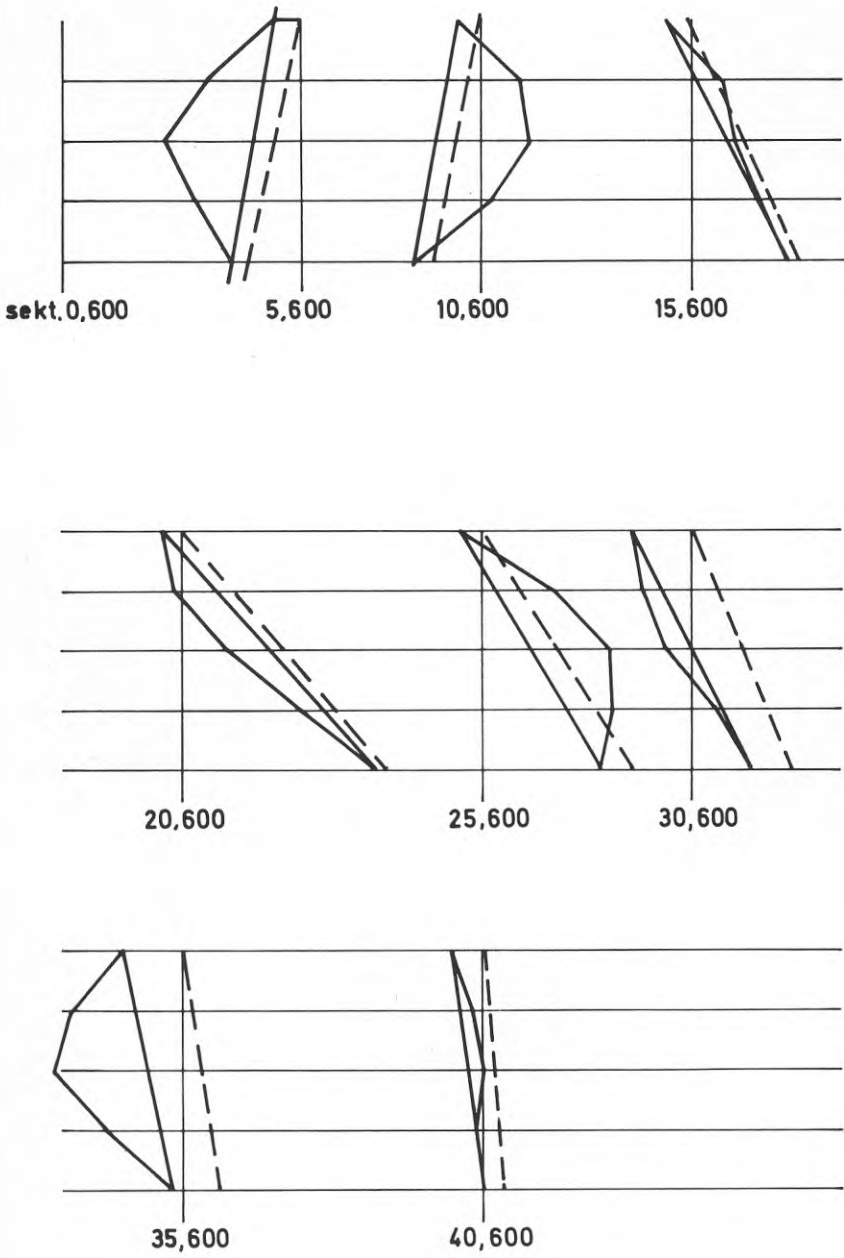


FIG. 2:3

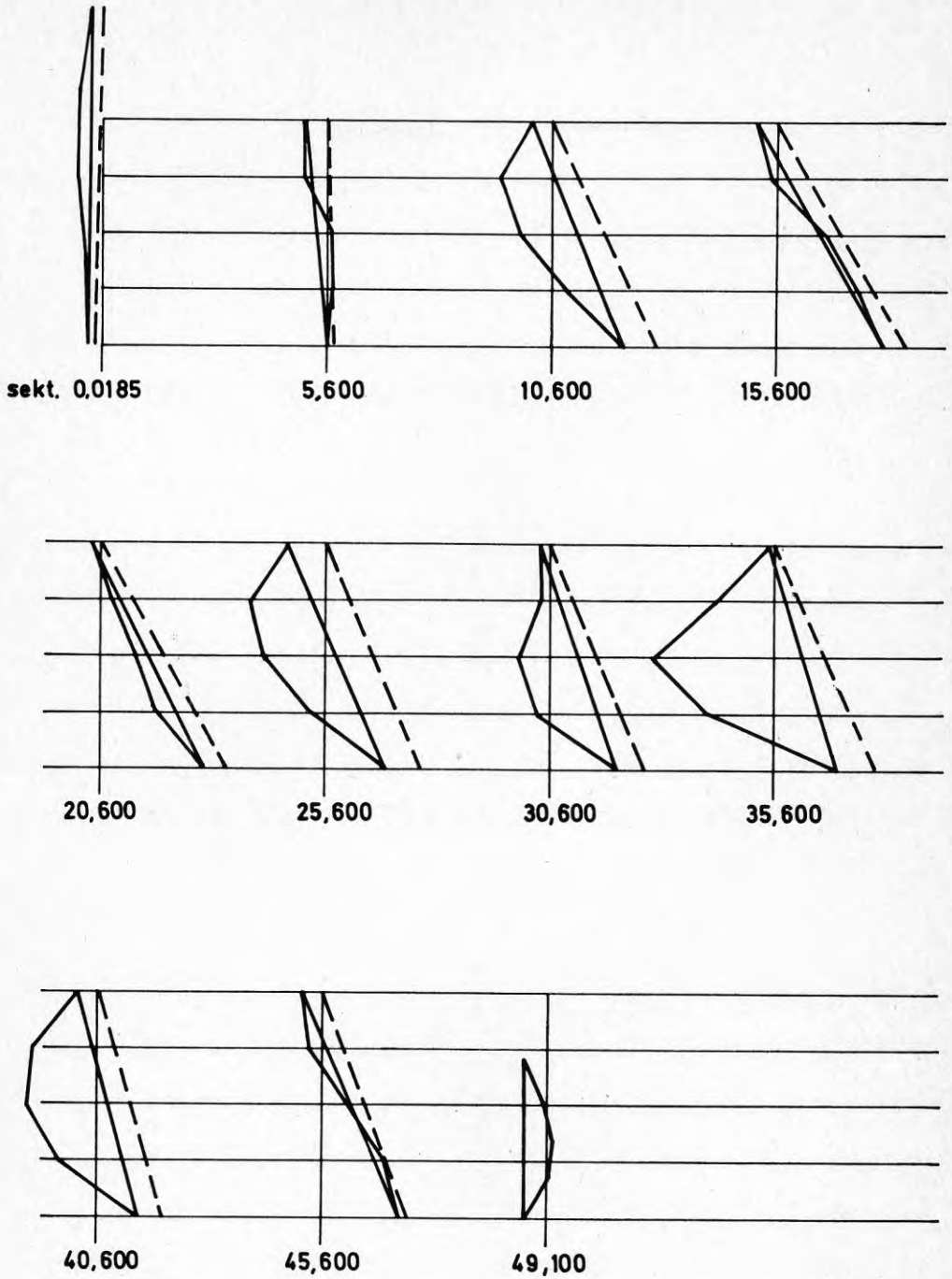


FIG. 2:4

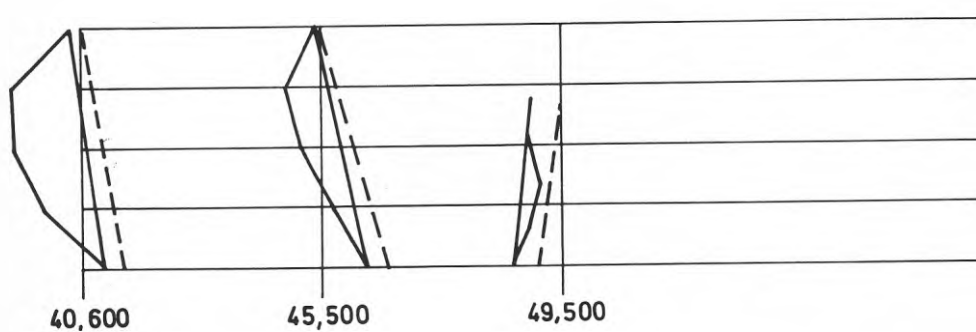
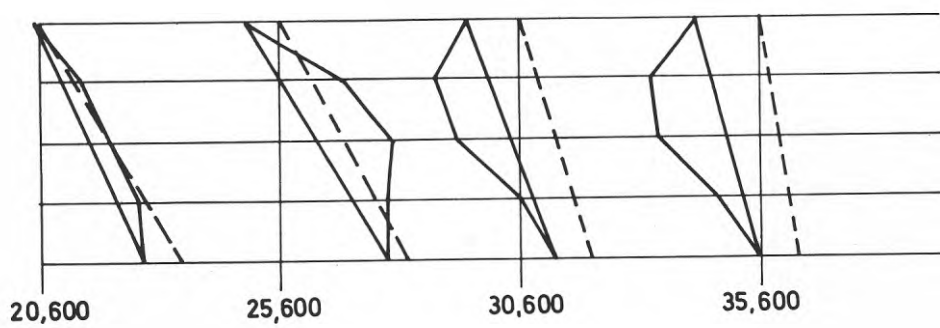
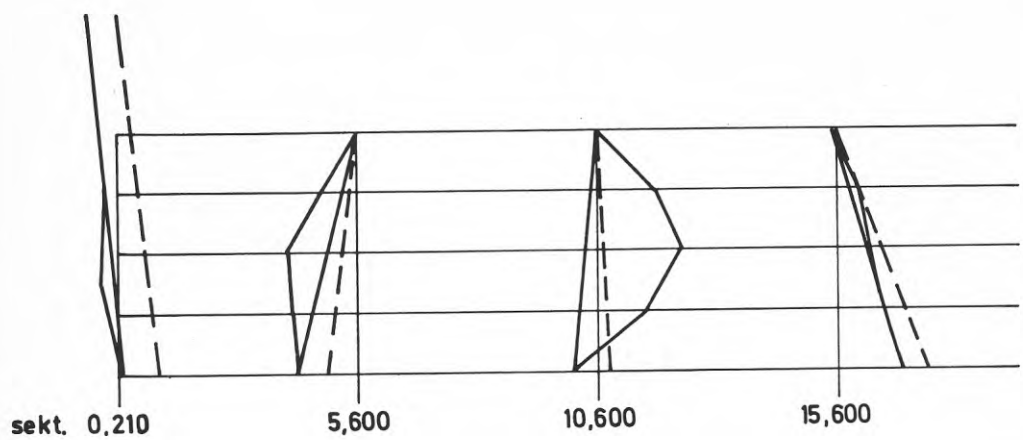


FIG. 2:5

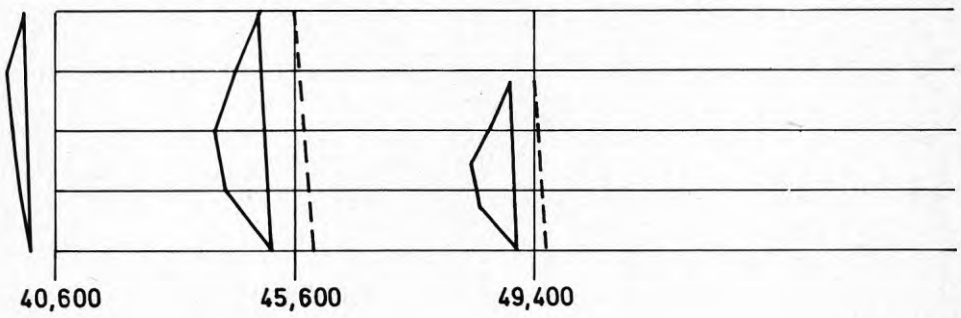
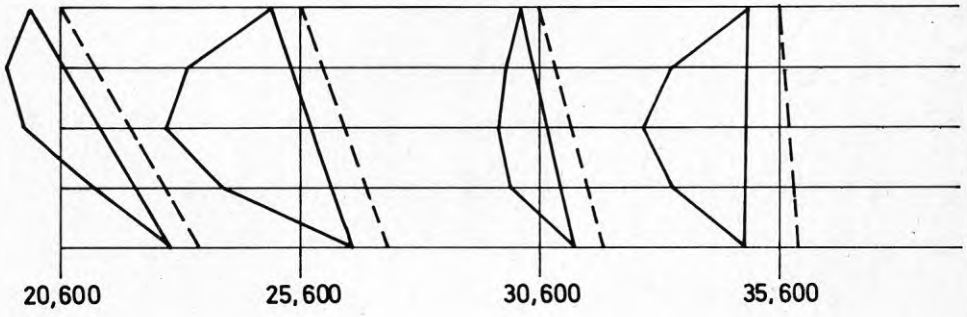
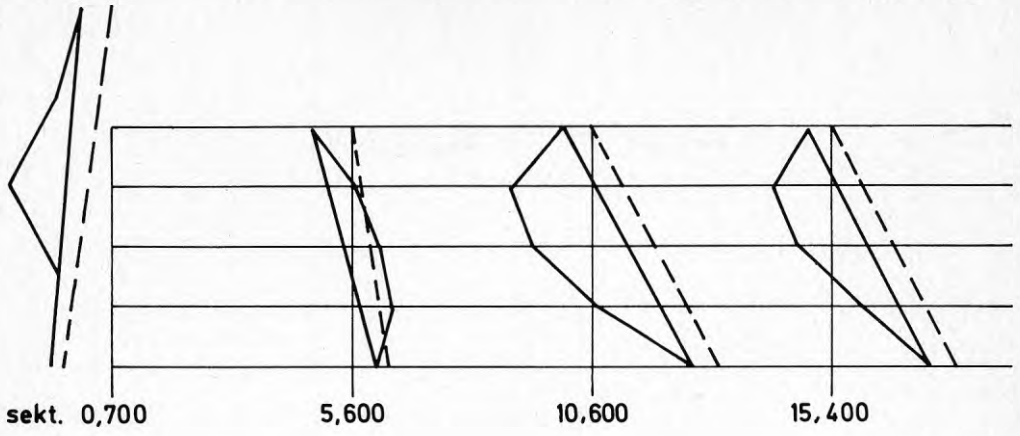


FIG. 2:6

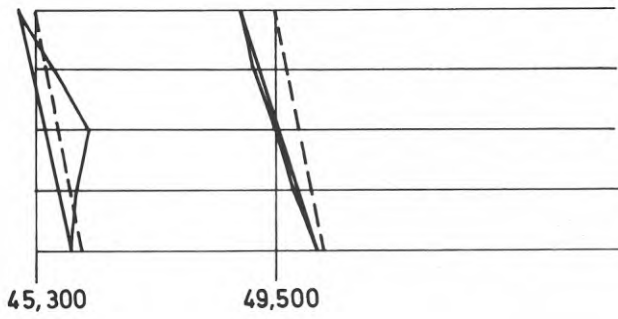
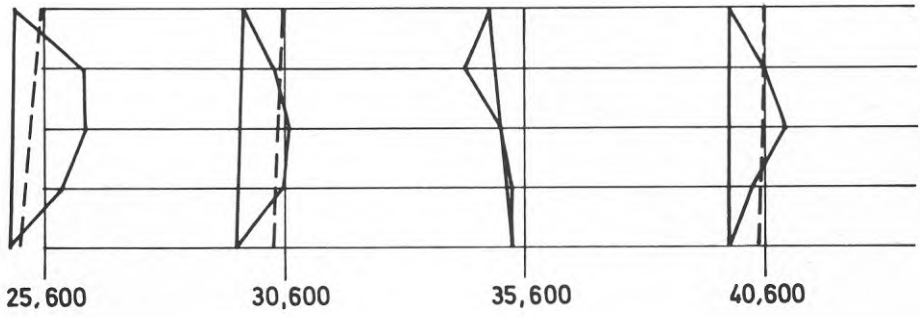
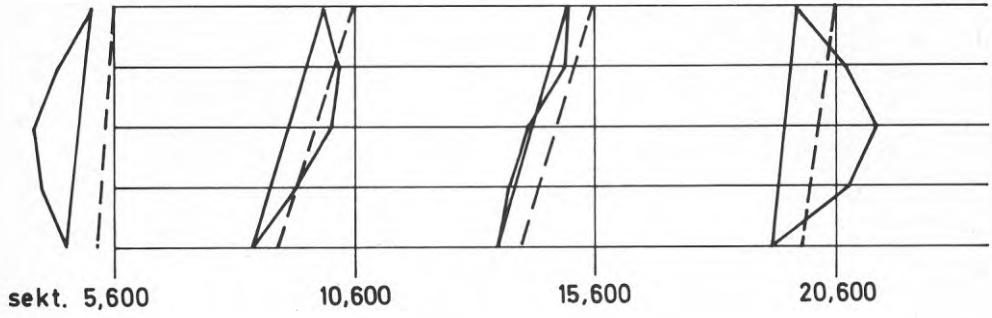


FIG. 2:7

I rapporten 39/72 förmodades, att livkrumheten kan ha påverkats under balkarnas montering och då främst i samband med låsningen av överflänsen. Om denna förmodan är riktig, borde ett samband kunna spåras mellan livkrumheten och livets lutning. Livets lutning kan approximativt jämföras med flänsförskjutningen i sidled. I figur 2:8 visas i ett koordinatsystem relationen mellan relativa livkrumheten, v/h , och relativa flänsförskjutningen, a/h , för de fem balkarna med 50 m spännvidd.

Som man ser av figuren, finns det inget samband mellan de två storheterna. Härav kan man dra slutsatsen, att livkrumheten väsentligen har uppkommit vid balkarnas tillverkning. Möjligen kan livkrumheten ha accentuerats på grund av inverkan av takkonstruktionens egenvikt (se avsnitt 3.1).

Det har visat sig under utredningens gång, att inte endast livbucklornas läge längs balken har betydelse för balkens stabilitet utan, som nämnts, framförallt bucklornas riktning utifrån balkens centrumlinje i horisontalplanet. I figur 2:9 - 2:11 visas i plan dels 5 balkar med spännvidden 50 m, dels 9 balkar med spännvidden 18,75 m och livbucklornas storlek och riktning relativt balkarnas centrumlinje. Man ser att vid vissa balkar, t.ex. balk UU8, livbucklorna är enkelsidiga, d.v.s. riktade åt samma håll på en lång sträcka av balken.

2.2 Rekommenderade toleransgränser

På grundval av de erhållna resultaten föreslogs i undersökning 54/68 att maximalt tillåten livkrumhet skulle vara $h/150$. Med hänsyn till de nya och annorlunda mätresultaten angavs i undersökning 39/72 att $h/100$ skulle kunna vara ett lämpligt värde för maximalt tillåten livkrumhet, men det framhölls, att det vore väsentligt att bedöma livkrumhetens inverkan på den svetsade balkens lastupptagande förmåga och säkerhet mot instabilitet, innan man föreslår ett maximalt värde på livkrumheten.

I HSI-normen av år 1966 anges, att maximalt tillåtet värde på livbucklor skall vara $h/100$. Enligt uppgift grundar sig detta värde på observationer, som gjorts i verkstaden vid balkarnas tillverkning.

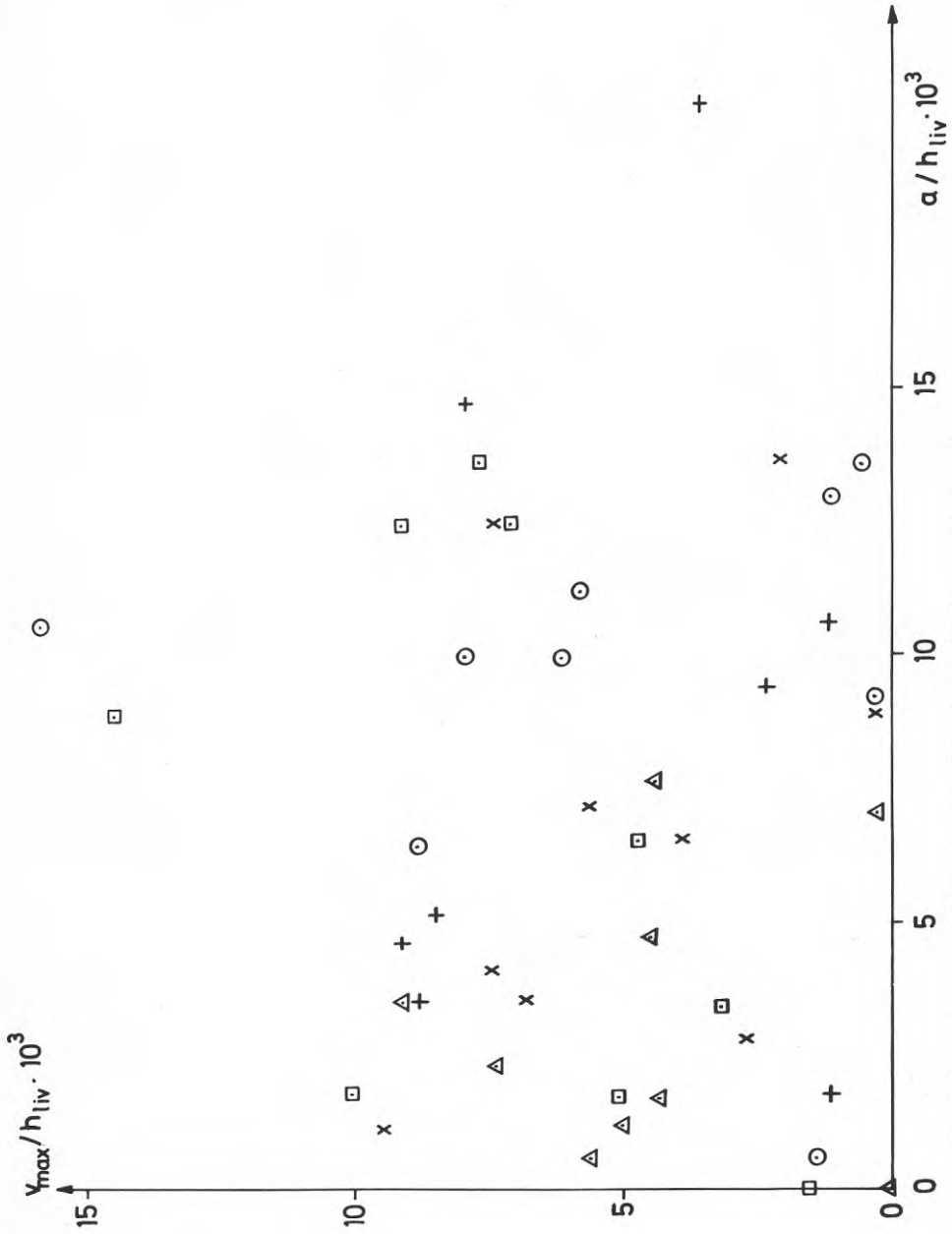


FIG. 2:8 Relationen mellan relativa flänsförskjutningen a/h_{liv} och relativa livkrumheten v_{\max}/h_{liv}

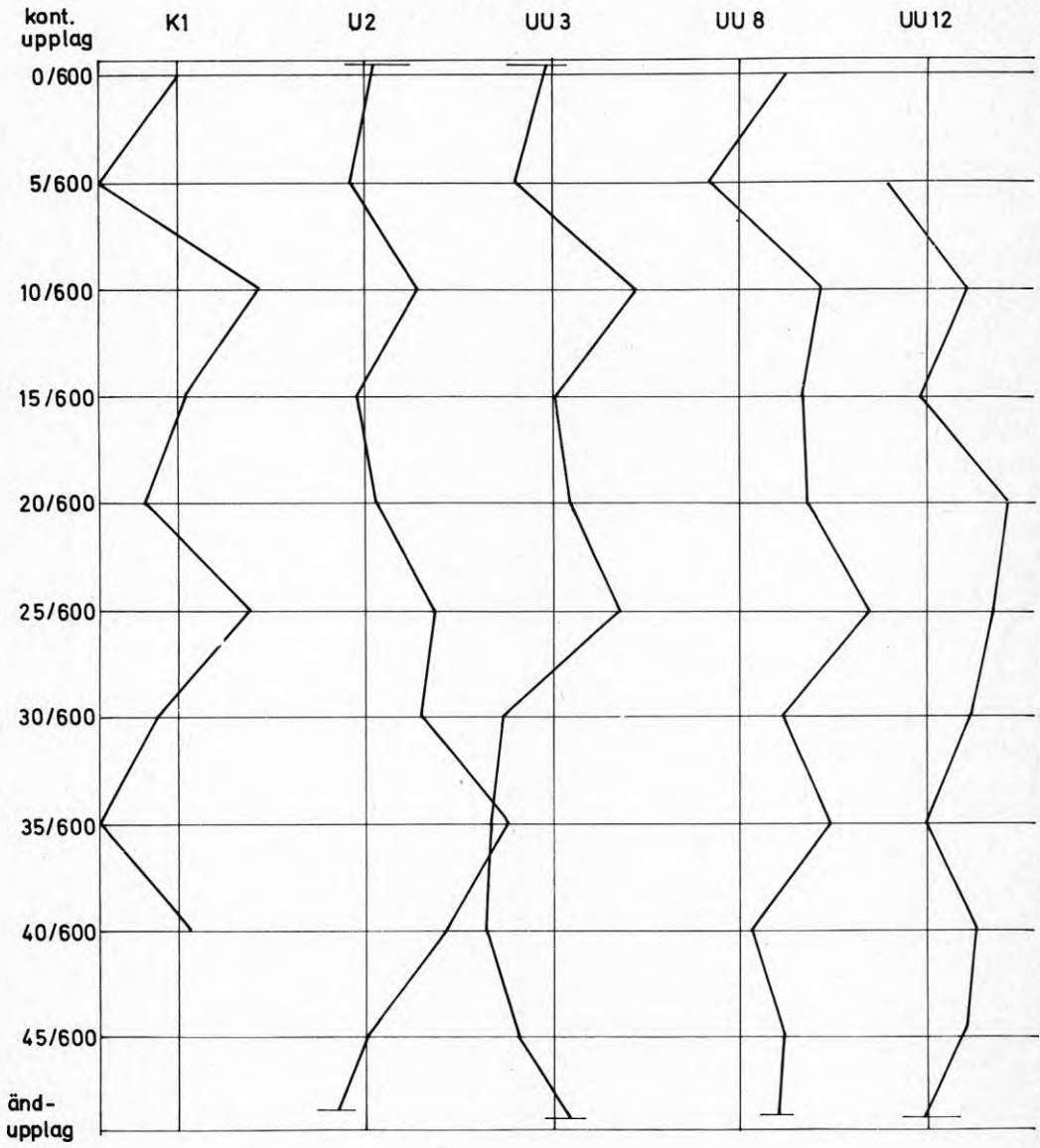


FIG. 2:9

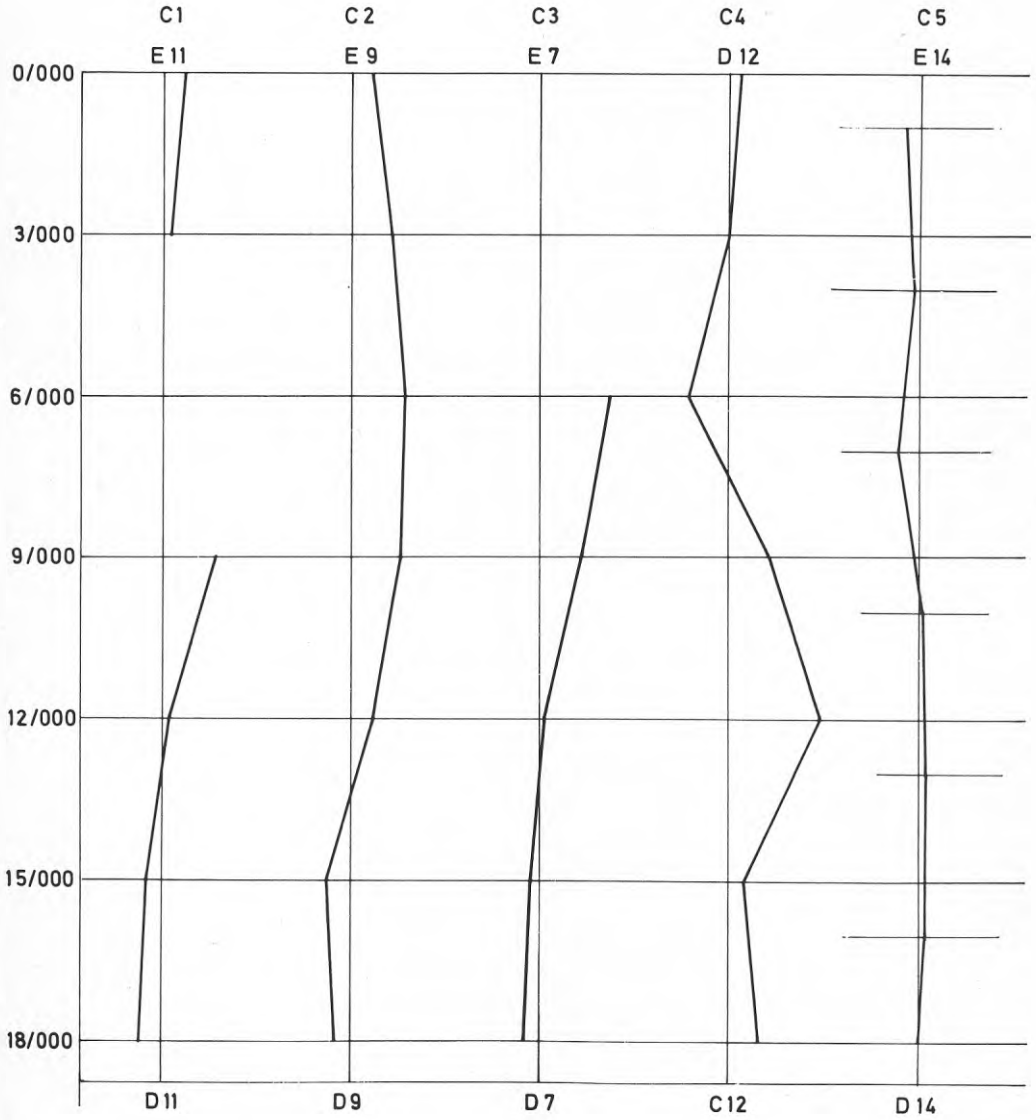


FIG. 2:10.

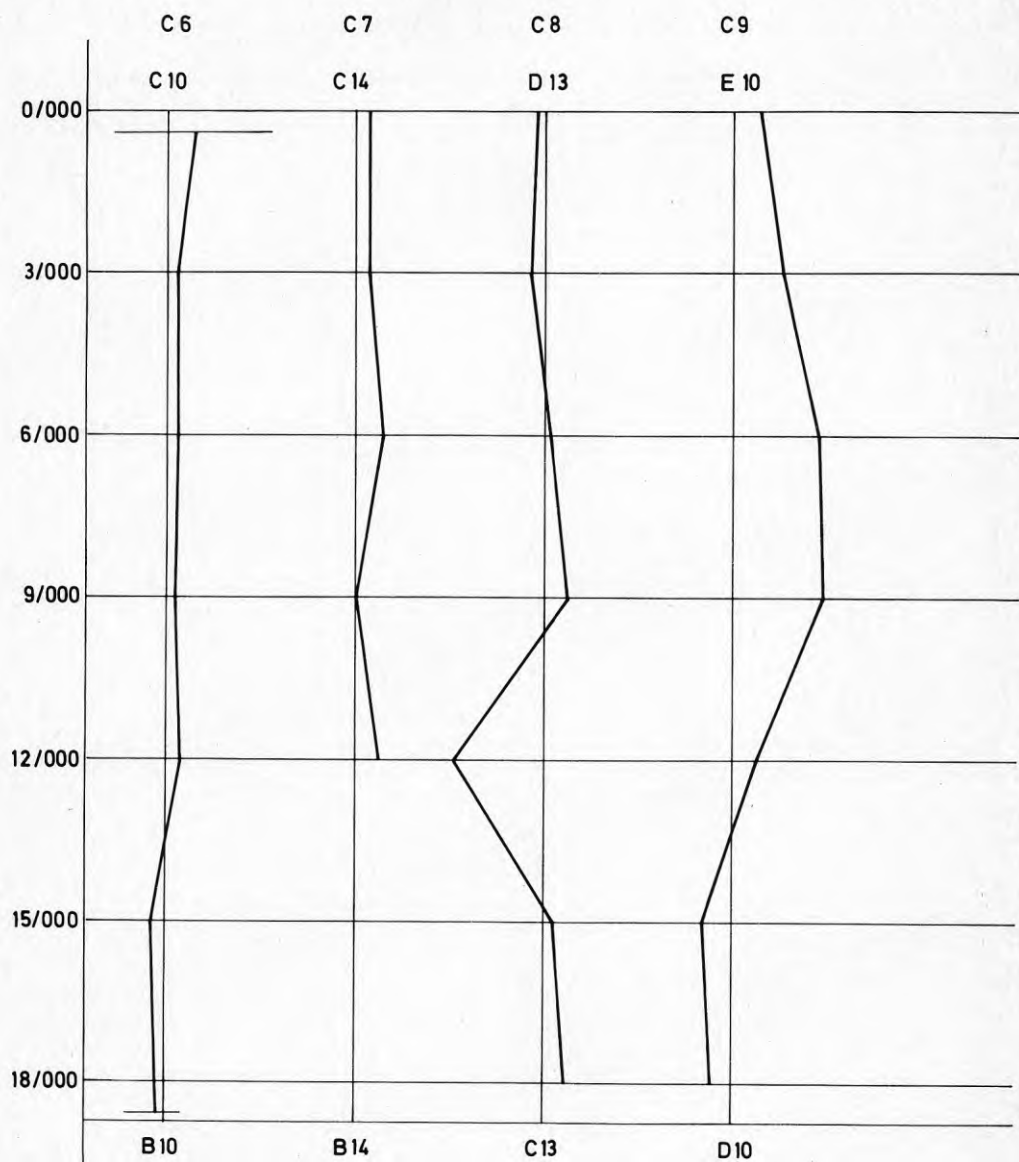


FIG. 2:11.

2.3 Livkrumhetens beroende av plåttjockleken

I de ovan utförda beräkningarna av livkrumhetens storlek har hänsyn ej tagits till att plåttjockleken hos livet varierat. Orsaken till detta är att antalet mätvärden för varje särskild plåttjocklek vid undersökningen R39:1972 [2] ej var tillräckligt stort för en statistisk behandling av mätvärdena. I nedanstående tabell, 2:1, visas mätvärdenas fördelning på olika plåttjockkar.

Plåttjocklek mm	Antal mätvärden		Σ mätv.
	Balkar m. h = 1700 mm	Balkar m. h = 900 mm	
10	5		5
8	24		24
6	15	18	33
5		17	17
4		16	16

Tabell 2:1

I figur 2:12 visas relationen mellan livplåtstjocklek och relativ krumhet för balkar med livplåtshöjden $h = 1700$ mm. I figur 2:13 visas motsvarande relation för balkar med livplåtshöjden $h = 900$ mm. I figur 2:14 visas en sammanställning av de medelvärden, som fås för den angivna relationen ur figur 2:12 och figur 2:13.

Av figur 2:14 ser man, att vid en given balkhöjd den relativa krumheten ökar vid minskande livplåtstjocklek. Detta innebär att den beräknade livkrumheten $0,014h$ egentligen är ett medelvärde av olika livkrumheter, som skulle gälla var och en för en viss plåttjocklek. För att kunna beräkna dessa olika livkrumheter, skulle man behöva utföra ytterligare mätningar, så att man för varje plåttjocklek får ett antal mätvärden, som är tillräckligt för en statistisk bearbetning.

Av figur 2:14 inser man också att vid en given plåttjocklek den relativa krumheten varierar med balkhöjden. Att, som det är gjort i denna redogörelse, ange den tillåtna livkrumheten som en konstant gånger livhöjden ($k \times h$) är alltså inte helt tillfredsställande. Den faktor med vilken h skall multipliceras för att man skall få tillåten livkrumhet bör i stället vara en funktion av livhöjden h . Att fastställa denna funktion är inte möjligt med det begränsade mätunderlag, som utgör grund för denna redogörelse.

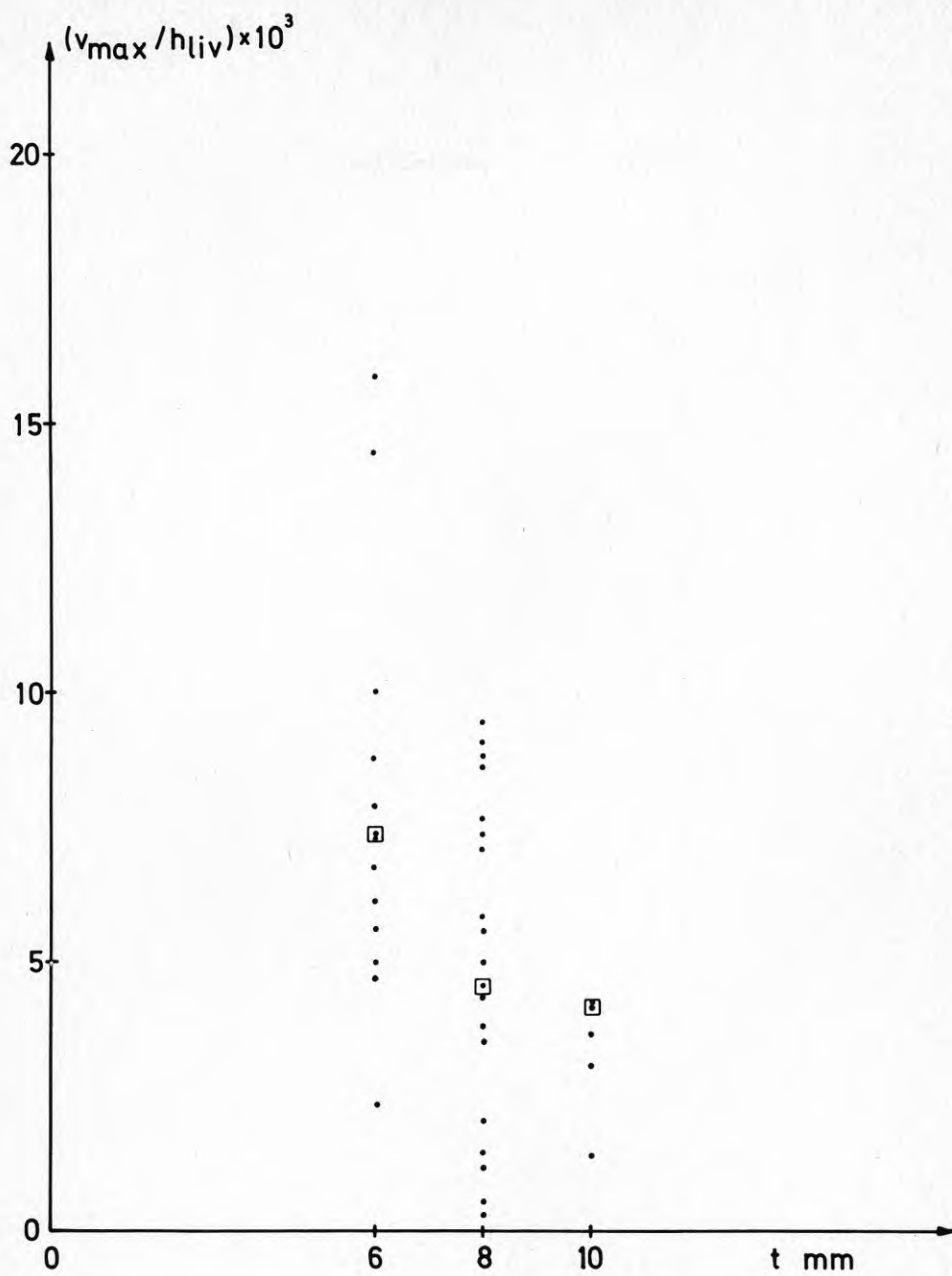


FIG. 2:12. Relationen mellan livplåtstjocklek och relativ krumhet för balkar med $h = 1700$ mm

□ = medelvärde

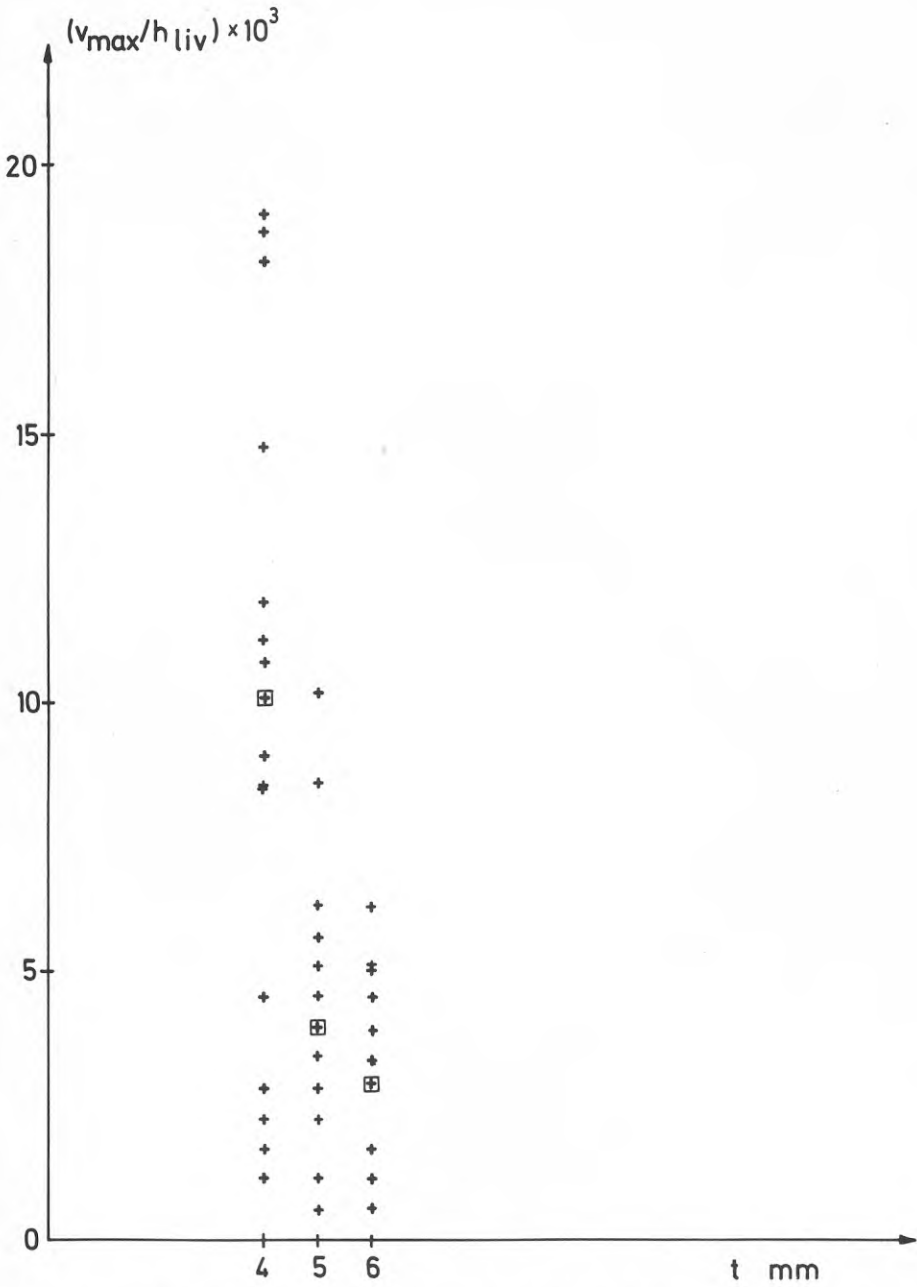


FIG. 2:13. Relationen mellan livplåtstjocklek och relativ krumhet för balkar med $h = 900$ mm.

⊠ = medelvärde

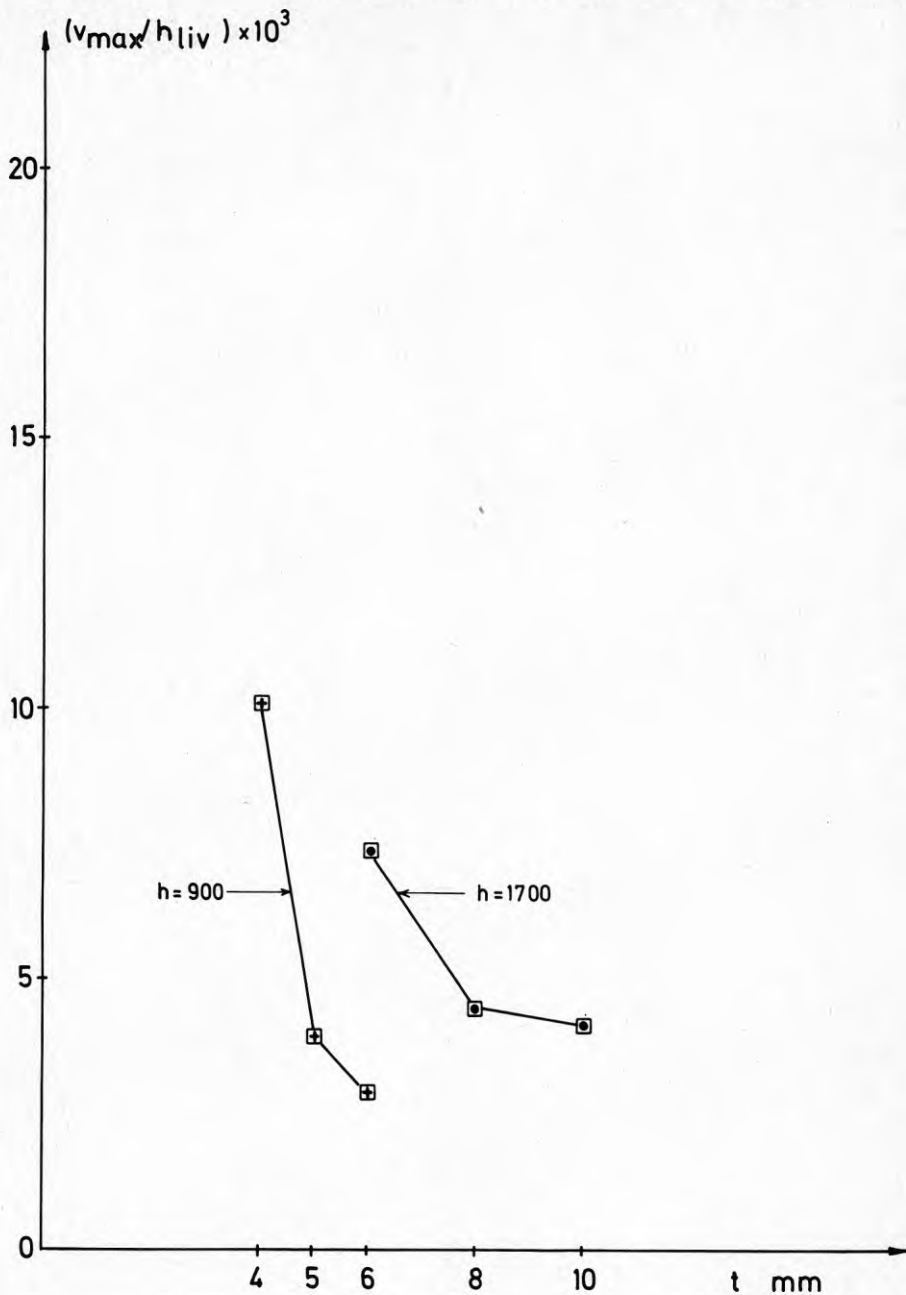


FIG. 2:14. Relationen mellan livplåtstjocklek och relativ krumhet. Medelvärden för balkar med $h = 900$ och $h = 1700$ mm.

3. FUNKTIONSSUDIUM

Figur 2:2 visar, att standardavvikelsen för den relativa livkrumheten enligt de utförda mätningarna är 0,7 %. Enligt vedertagen praxis skulle dubbla standardavvikelsen, d.v.s. 1,4 % (vilket ger tillåten livkrumhet $0,014 h \approx h/70$), kunna vara en acceptabel gräns med hänsyn till praktiska tillverkningsförhållanden och för undvikande av onormal kassation. En förutsättning är emellertid, att avvikelsen inte har en sådan inverkan på påkänningar och stabilitet, att uppställda krav i gällande normer ej uppfylles. I de närmast följande avsnitten redogöres för arten och storleken av denna inverkan. Först kontrolleras emellertid i avsnitt 3.1 i vilken mån de observerade utböjningarna och därmed den dubbla standardavvikelsen skall reduceras med hänsyn till takkonstruktionens egentyngd.

3.1 Reduktion av observerade utböjningar med hänsyn till inverkan på utböjningarna av takkonstruktionens egentyngd

Normer för tillåten livkrumhet hos svetsade stålbalkar bör gälla för färdigtillverkade balkar före balkarnas montering, d.v.s. innan balkarnas egentyngd och egentyngden hos takkonstruktionen i övrigt gett upphov till påkänningar och deformationer i balkarna.

De utförda mätningarna har gjorts på takbalkar i färdiga byggnader. Vid mätningstillfällena har snölast eller annan belastning utöver egentyngden inte förekommit. De uppmätta värdena på livkrumheten inkluderar således inverkan på livkrumheten av takkonstruktionens egentyngd. För att en rättvisande jämförelse skall kunna göras mellan gällande normer för livkrumhetens storlek och verkliga värden på livkrumheten hos färdigtillverkade stålbalkar kan den beräknade dubbla standardavvikelsen, 1,4 %, ligga till grund för jämförelsen först när den reducerats med hänsyn till egentyngdens inverkan på mätresultaten. Här utföres en approximativ beräkning av denna reduktion.

Beräkningen grundar sig på den tidigare nämnda iakttagelsen att enkelsidiga livbucklor har stor betydelse för en balks stabilitet. Livet betraktas därför som en stång enligt figur 3:1 med en utböjning i mitten, som är $0,014h$.

Belastningen q , som är egentyngdsbelastningen, förutsättes vara jämnt fördelad. Normalkraften i stängen förutsättes variera rätlinjigt enligt figuren från q vid den övre flänsen till 0 vid den undre flänsen. (Detta antagande göres av Basler i [8] och ligger till grund för formlerna 33:4013a och 33:4013b i StBK-N1). Den sökta utböjningen, d.v.s. initialutböjningen innan egentyngdsbelastningen påföres, är e . d är livets tjocklek. q_k är knäcklasten.

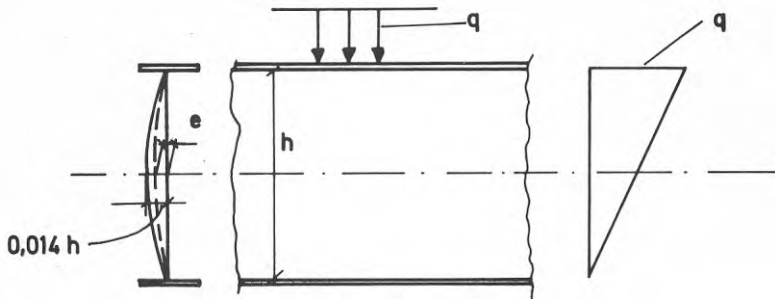


FIG. 3:1

För beräkning av e kan följande ekvationssystem uppställas.

$$0,014h - e = \frac{e \cdot \frac{q}{q_k}}{1 - \frac{q}{q_k}} \quad (1)$$

$$q_k = \frac{\pi^2 EI}{(\beta h)^2 (1 - \nu^2)} \quad (2)$$

$$\beta = \sqrt{\frac{1}{1,881}} \quad (3)$$

Ekvationerna (2) och (3) har erhållits ur Bygg 1A 157:352b.

Man får

$$e = 0,014h \left(1 - \frac{q}{q_k}\right)$$

$$q_k = \frac{1,881 \cdot \pi^2 \cdot E \cdot I \cdot d^3}{12 h^2 (1 - \nu^2)}$$

För uppmätta balkar med livhöjden ca 1700 mm har egentynngsbelastningen beräknats till 4,10 N/mm.

$$\therefore q_k = \frac{1,881 \cdot \pi^2 \cdot E \cdot 0,8^3}{12 \cdot 170^2 (1 - 0,3^2)} = 63,3 \text{ N/mm}$$

$$e = 0,014h \left(1 - \frac{4,10}{63,3}\right) = 0,013h$$

För uppmätta balkar med livhöjden ca 900 mm har egentynngsbelastningen beräknats till 5,44 N/mm.

$$\therefore q_k = \frac{1,881 \cdot \pi^2 \cdot E \cdot 1,4^3}{12 \cdot 86,6^2 \cdot 0,91} = 1306,3 \text{ N/mm}$$

$$e = 0,014h \left(1 - \frac{5,44}{1306,3}\right) = \underline{0,014h}$$

Inverkan på livkrumheten av egentynngsbelastningen bedömes med ledning av dessa beräkningar vara så liten, att någon reduktion av de observerade livkrumheterna ej skall göras. Till grund för den följande redogörelsen kommer därför att ligga den oreducerade dubbla standardavvikelsen 1,4 %.

3.2 Inverkan av tvärkraft på livplåt med initiella lokala bucklor

De regler, som enligt StBK-K2 skall gälla för dimensionering med hänsyn till tvärkraft av livplåten hos en balk med tunt liv, grundar sig huvudsakligen på en utredning av Höglund: "Livets verknings sätt och bärförmåga hos tunnväggig I-balk" [14].

Höglund betraktar livet hos en stålbalk som ett system av stänger, som korsar varandra under rät vinkel. I det enklaste fallet, som studeras, korsar varje stång endast en annan stång. Se figur 3:2. Med figurens beteckningar blir kraften i de dragna stängerna $T/(2 \sin \emptyset)$ och i de tryckta stängerna $T/(2 \cos \emptyset)$. Påkänningarna i de dragna stängerna blir $\tau/\tan \emptyset$ och i de tryckta stängerna $\tau \cdot \tan \emptyset$, där $\tau = T/h$ (d är plåttjockleken).

Höglund beräknar knäcklasten för ett system bestående av en dragen och en tryckt stång med förutsättningarna att utböjningen för de båda stängerna är lika i stängernas skärningspunkt (= stängernas mittpunkt) och att kraften mellan stängerna i skärningspunkten minskar utböjningen av den tryckta stängen och orsakar utböjningen av den dragna stängen. Därefter utvecklar Höglund sin teori för ett förtätat stängsystem (figur 3:3).

Hänsyn tages till tvärkraftens variation hos en fritt upplagd balk med jämnt fördelad last genom att stängernas riktning varieras längs balken (figur 3:4). Höglunds beräkningar visar, att spänningarna i de tryckta stängerna är jämförelsevis konstanta, när lutningsvinkeln \emptyset ändras och att de approximativt kan sättas lika med bucklingsspänningen, τ_{e1} . Med denna förutsättning och förutsättningen att brott uppstår, när maximal jämförelsespänning σ_j enligt deviationsarbetshypotesen uppnår sträckgränsspänningen, finner Höglund en relation mellan livets slankhet $\frac{h}{d}$ och tillåtet τ vid given sträckgränsspänning.

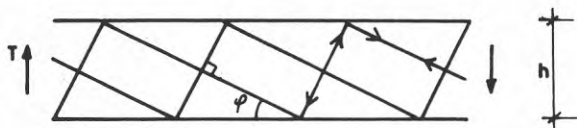


FIG. 3:2. Stångsystem A [14]

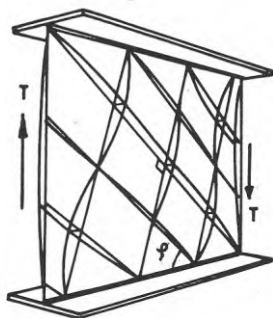


FIG. 3:3. Stångsystem B [14]

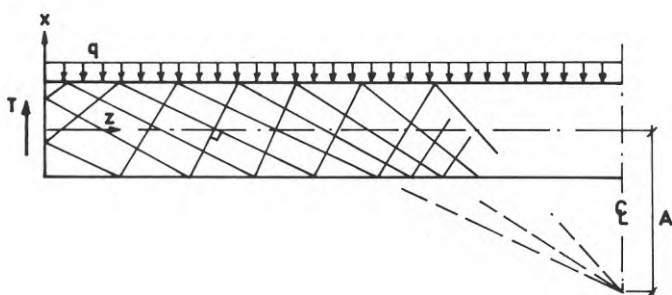


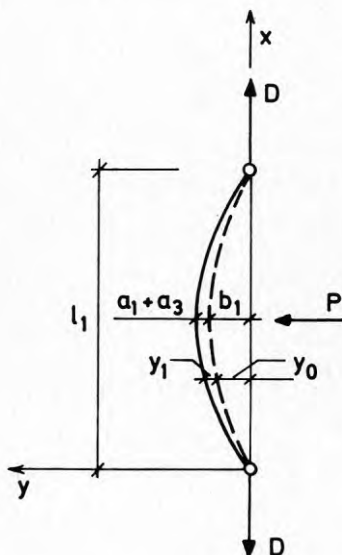
FIG. 3:4. Stångsystem vid fritt upplagd I-balk belastad med jämnt fördelad transversallast. [14]

Här göres ett försök att beräkna den inverkan som en initiell livkrumhet har på livets funktion vid tvärkraft om det betraktas som ett system av korsande stänger enligt Höglund. Beräkningen utföres med energimetod enligt Timoshenko, [25], för det fall, som visas i figur 3:2.

3.21 System av korsande stänger

3.211 Beräkning av kraften P mellan stängerna

Dragen stång



Beteckningar enligt figur 3:5.

P är tryckkraften från den tryckta stängens i stängernas skärningspunkt.

Antag, att den kända, initiella utböjningen är en sinusfunktion, som tecknas

$$y_0 = b_1 \sin \frac{\pi x}{l_1} \quad (3.1)$$

och att den utböjning, som orsakas av belastningen - dragkrafterna D och tryckkraften P - tecknas som summan av två sinusfunktioner

FIG. 3:5

$$y_1 = a_1 \cdot \sin \frac{\pi x}{l_1} - a_3 \sin \frac{3\pi x}{l_1} \quad (3.2);$$

a_1 och a_3 positiva.

Beräkning av koefficienterna a_1 och a_3

a_1 :

Stängens ges en oändligt liten tillskottsutböjning

$$da_1 \cdot \sin \frac{\pi x}{l_1} .$$

De yttre krafternas arbete blir:

$$\text{Kraften P: } P \cdot \sin \frac{\pi}{2} \cdot da_1 = P da_1$$

Kraften D:

Vägen i kraftens riktning är

$$\frac{\partial (\lambda_{11} - \lambda_{01})}{\partial a_1} da_1 \quad (3.3), \text{ där}$$

$$\begin{aligned} \lambda_{11} - \lambda_{01} &= \frac{1}{2} \int_0^{\ell_1} \left(\frac{d(y_1 + y_0)}{dx} \right)^2 dx - \\ &- \frac{1}{2} \int_0^{\ell_1} \left(\frac{dy_0}{dx} \right)^2 dx = \frac{\pi^2}{4\ell_1^3} (2a_1 b_1 + a_1^2 + 9a_3^2) \end{aligned} \quad (3.4)$$

Alltså är det arbete, som uträttas av kraften D,

$$-D \frac{\partial (\lambda_{11} - \lambda_{01})}{\partial a_1} da_1 = -D \cdot \frac{\pi^2}{2\ell_1^3} (a_1 + b_1) da_1 \quad (3.5)$$

Det inre arbetet är

$$U = \frac{EI \pi^4}{4\ell_1^3 (1 - \nu^2)} (1 \cdot a_1^2 + 3^4 \cdot a_3^2) \quad (3.6)$$

$$\therefore dU = \frac{EI \pi^4 \cdot a_1}{2\ell_1^3 (1 - \nu^2)} da_1 \quad (3.7)$$

Sättes yttre och inre arbetet lika, fås för bestämning av a_1

$$\frac{EI \pi^4 a_1 da_1}{2\ell_1^3 (1 - \nu^2)} = P da_1 - D \cdot \frac{\pi^2}{2\ell_1^3} (a_1 + b_1) da_1 \quad (3.8)$$

$$\therefore a_1 = \frac{2P \ell_1^3 - D \cdot \pi^2 b_1 \ell_1^2}{\frac{EI}{1 - \nu^2} \pi^4 + D \cdot \pi^2 \ell_1^2} \quad (3.9)$$

a_3 :

Stången ges en oändligt liten tillskottsutböjning

$$- da_3 \cdot \sin \frac{3\pi x}{l_1}$$

De yttre krafternas arbete blir:

$$\text{Kraften P: } - P \cdot \sin \frac{3\pi}{2} \cdot da_3 = P da_3$$

Kraften D:

Enligt ovan är

$$\lambda_{11} - \lambda_{01} = \frac{\pi^2}{4 l_1^2} (2a_1 b_1 + a_1^2 + 9a_3^2) \quad (3.4)$$

Vägen i kraftens riktning är:

$$\frac{\partial (\lambda_{11} - \lambda_{01})}{\partial a_3} da_3 = \frac{9}{2} \frac{\pi^2}{l_1^2} \cdot a_3 da_3 \quad (3.10)$$

Alltså är det arbete, som uträttas av kraften D

$$- D \cdot \frac{9}{2} \frac{\pi^2}{l_1^2} \cdot a_3 da_3 \quad (3.11)$$

Det inre arbetet är

$$U = \frac{EI \pi^4}{4 l_1^3 (1 - \nu^2)} (1 \cdot a_1^2 + 3^4 \cdot a_3^2) \quad (3.12)$$

$$dU = \frac{81}{2} \frac{EI \pi^4 \cdot a_3}{l_1^3 (1 - \nu^2)} \cdot da_3 \quad (3.13)$$

Sättes yttre och inre arbetet lika, fås för bestämning av a_3

$$\frac{81}{2} \cdot \frac{EI \pi^4 a_3}{l_1^3 (1 - \nu^2)} da_3 = P da_3 - D \cdot \frac{9}{2} \cdot \frac{\pi^2}{l_1^2} \cdot a_3 da_3, \quad (3.14)$$

varur beräknas

$$a_3 = \frac{2P l_1^3}{81 \cdot \frac{EI \pi^4}{1 - \nu^2} + D \cdot 9 \pi^2 l_1^2} \quad (3.15)$$

Om man inför beteckningen

$$\alpha = \frac{D \ell_1^2 (1 - \nu^2)}{\pi^2 EI} \quad (3.16)$$

kan man skriva

$$a_1 = \frac{2P \ell_1^3 (1 - \nu^2)}{EI \pi^4} \cdot \frac{1}{1 + \alpha} - \alpha \cdot \frac{b_1}{1 + \alpha} \quad (3.17)$$

$$a_3 = \frac{1}{8I} \cdot \frac{2P \ell_1^3 (1 - \nu^2)}{EI \pi^4} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\alpha}{9}} \quad (3.18)$$

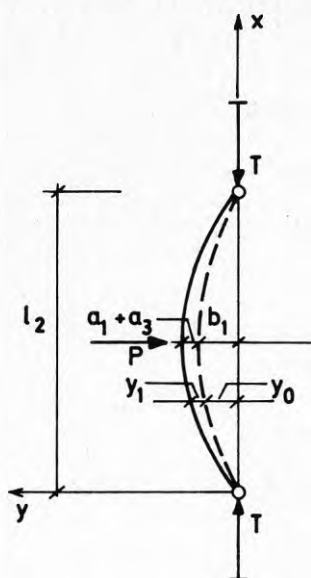
Alltså är den tillkommande utböjningen

$$y_1 = \frac{2P \ell_1^3 (1 - \nu^2)}{EI \pi^4} \cdot \frac{1}{1 + \alpha} \cdot \sin \frac{\pi x}{\ell_1} - \alpha \cdot \frac{b_1}{1 + \alpha} \sin \frac{\pi x}{\ell_1} - \frac{1}{8I} \cdot \frac{2P \ell_1^3 (1 - \nu^2)}{EI \pi^4} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\alpha}{9}} \cdot \sin \frac{3\pi x}{\ell_1} \quad (3.19)$$

Den resulterande utböjningen i stångmitt blir

$$y_{\text{mitt}} = y_0 + y_1 = \frac{2P \ell_1^3 (1 - \nu^2)}{EI \pi^4} \cdot \frac{1}{1 + \alpha} + \frac{b_1}{1 + \alpha} + \frac{1}{8I} \cdot \frac{2P \ell_1^3 (1 - \nu^2)}{EI \pi^4} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\alpha}{9}} \quad (3.20)$$

Tryckt stång



Beteckningar enligt figur 3.6.

P är tryckkraften från den dragna stängens i stängernas skärningspunkt, d.v.s. samma kraft som i figur 3.5.

Antag, att den kända initiella utböjningen är en sinusfunktion, som tecknas

$$y_0 = b_1 \cdot \sin \frac{\pi x}{\ell_2}, \quad (3.21)$$

och att den utböjning, som orsakas av belastningen - tryckkrafterna T och tryckkraften P - tecknas som summan av två sinusfunktioner

FIG. 3:6

$$y_1 = a_1 \sin \frac{\pi x}{\ell_2} + a_3 \cdot \sin \frac{3\pi x}{\ell_2} \quad (3.22); \quad a_1 \text{ och } a_3 \text{ positiva.}$$

Beräkning av koefficienterna a_1 och a_3

På analogt sätt som vid dragen stång beräknas a_1 och a_3 och man får, om man inför beteckningen

$$\beta = \frac{T \ell_2^2 (1 - \nu^2)}{\pi^2 EI} \quad (3.23)$$

$$a_1 = - \frac{2P \ell_2^3 (1 - \nu^2)}{EI \pi^4} \cdot \frac{1}{1 - \beta} + \beta \cdot \frac{b_1}{1 - \beta} \quad (3.24)$$

$$a_3 = \frac{1}{8T} \cdot \frac{2P \cdot \ell_2^3 (1 - \nu^2)}{EI \pi^4} \cdot \frac{1}{1 - \frac{\beta}{9}} \quad (3.25)$$

Alltså är den tillkommande utböjningen

$$y_1 = - \frac{2P \ell_2^3 (1 - \nu^2)}{EI \pi^4} \cdot \frac{1}{1 - \beta} \cdot \sin \frac{\pi x}{\ell_2} + \beta \frac{b_1}{1 - \beta} \cdot \sin \frac{\pi x}{\ell_2} + \frac{1}{8T} \cdot \frac{2P \ell_2^3 (1 - \nu^2)}{EI \pi^4} \cdot \frac{1}{1 - \frac{\beta}{9}} \cdot \sin \frac{3\pi x}{\ell_2} \quad (3.26)$$

Men detta uttryck är lika med y_{mitt} vid dragen stång enligt ekvation (3.20). Om de båda uttrycken sättes lika, kan P beräknas. P är således den kraft som vid belastning av systemet uppkommer mellan den dragna och den tryckta stängen.

Man får

$$P = \frac{\pi^4 EI}{2(1-\nu^2)} \cdot \frac{b_1 (\alpha + \beta)}{\ell_1^3 (1-\beta) + \ell_2^3 (1+\alpha) + \frac{1}{9} [\ell_1^3 (9-\beta) + \ell_2^3 (9+\alpha)] \frac{(1+\alpha)(1-\beta)}{(9+\alpha)(9-\beta)}} \quad (3.28)$$

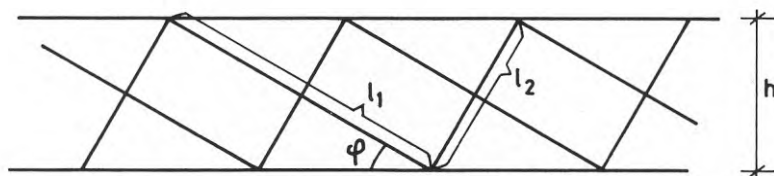


FIG. 3:7

I detta speciella fall gäller, såsom nämntes i inledningen till detta avsnitt:

$$D = \sigma_d \cdot d \cdot l \quad (3.29) \quad \sigma_d = \tau / \tan \varnothing \quad (3.30)$$

$$T = \sigma_t \cdot d \cdot l \quad (3.31) \quad \sigma_t = \tau \cdot \tan \varnothing \quad (3.32)$$

d är plåttjockleken.

Av figur 3:7 fås

$$\ell_1 = \frac{h}{\sin \varnothing} \quad (3.33) \quad \ell_2 = \frac{h}{\cos \varnothing} \quad (3.34)$$

Inför beteckningen

$$\sigma_e = \frac{\pi^2 E}{12 (1 - \nu^2)} \cdot \frac{d^2}{h^2} \quad (3.35)$$

α och β kan nu skrivas:

$$\alpha = \frac{\tau / \sigma_e \cdot \cos \varnothing}{\sin^3 \varnothing} \quad (3.36)$$

$$\beta = \frac{\tau / \sigma_e \cdot \sin \varnothing}{\cos^3 \varnothing} \quad (3.37)$$

Om dessa uttryck för α och β och uttrycken för ℓ_1 och ℓ_2 insättes i (3.28), blir formeln för P:

$$P = \frac{\pi^4 E}{24 (1 - \nu^2) \left(\frac{h}{d}\right)^3} \cdot \frac{b_1 \cdot \frac{\tau}{\sigma_e} (\cos^4 \vartheta + \sin^4 \vartheta)}{\cos^3 \vartheta + \sin^3 \vartheta + \frac{\tau}{\sigma_e} (\cos \vartheta - \sin \vartheta) + \frac{1}{\left[\cos^3 \vartheta + \sin^3 \vartheta + \frac{\tau/\sigma_e}{9} (\cos \vartheta - \sin \vartheta) \right]}} \cdot \frac{1}{\frac{(\sin^3 \vartheta + \tau/\sigma_e \cos \vartheta)(\cos^3 \vartheta - \tau/\sigma_e \sin \vartheta)}{(9 \cdot \sin^3 \vartheta + \frac{\tau}{\sigma_e} \cdot \sin \vartheta)(9 \cos^3 \vartheta - \frac{\tau}{\sigma_e} \sin \vartheta)}} \quad (3.28)$$

Detta är således det allmänna uttrycket för den kraft, P, som verkar mellan den dragna och den tryckta stängen vid ett stängsystem enligt figur 3:2, när de båda stängerna har en initiell utböjningskurva, som är sinusformad och den maximala initiella utböjningen är b_1 . P beror förutom av lutningsvinkeln ϑ av avskärningskraftens intensitet, τ , och balklivets slankhetsförhållande, h/d .

För att man lättare skall kunna visa grafiskt hur P varierar med τ införes följande numeriska värden:

$$\frac{h}{d} = 200$$

$$\nu = 0,3$$

$$E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$$

Med dessa värden har P beräknats som funktion av τ vid en given lutningsvinkel $\vartheta = 30^\circ$. Sambandet visas i figur 3:8. Man ser av figuren att för ett visst värde på τ/σ_e går värdet på P asymptotiskt mot oändligheten.

3.212 Beräkning av tillkommande utböjningar hos stängerna

När man vill bedöma den initiella krumhetens inverkan på livets funktion, är det av intresse att känna de tillkommande utböjningarnas storlek. För det enkla stängsystemet, som visas i figur 3:2, har därför de tillkommande utböjningarna i stångmitt beräknats som funktion av skjuvspänningen τ vid olika stånglutningar \varnothing . Resultatet av beräkningarna framgår av figur 3:9. Man ser, att för stånglutningar mindre än 45° den tillkommande utböjningen till en början är negativ, d.v.s. den initiella utböjningen minskar med ökande värden på τ . När τ ökas ytterligare, upphör minskningen och utböjningen ökar. Den ökar allt snabbare för en viss ökning av τ och går asymptotiskt mot oändligheten, d.v.s. stängsystemet kollapsar. I figur 3:9 har angivits de asymptotiska värdena på τ/σ_e för olika lutningsvinklar.

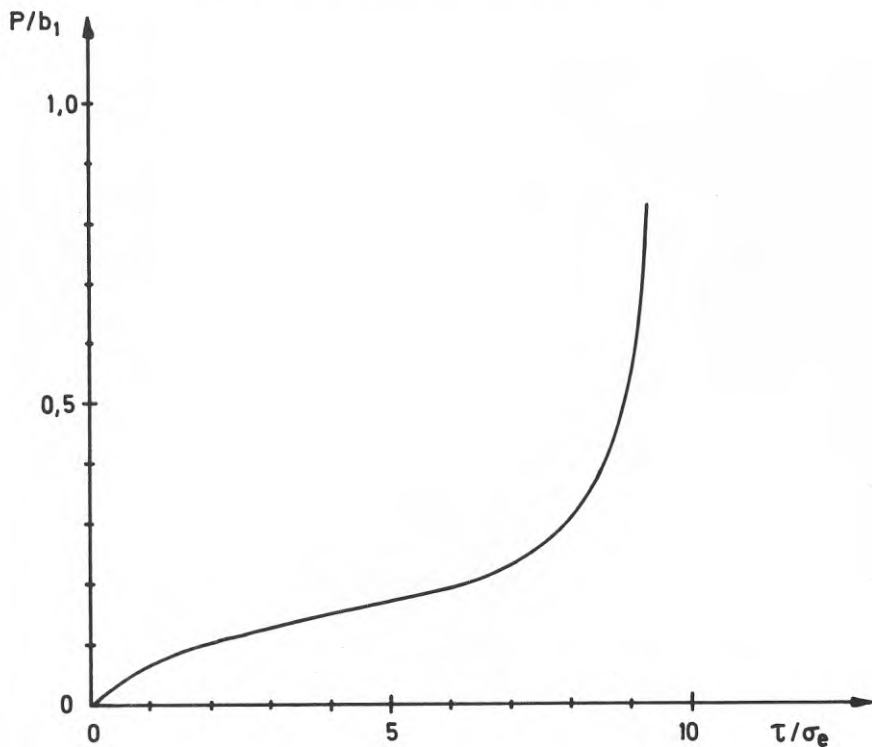


FIG. 3:8. Sambandet mellan skjuvspänningen τ och kraften P , som verkar mellan de korsande stängerna. b_1 är initiell utböjning. Stånglutningen $\varnothing = 30^\circ$. $h/d = 200$.

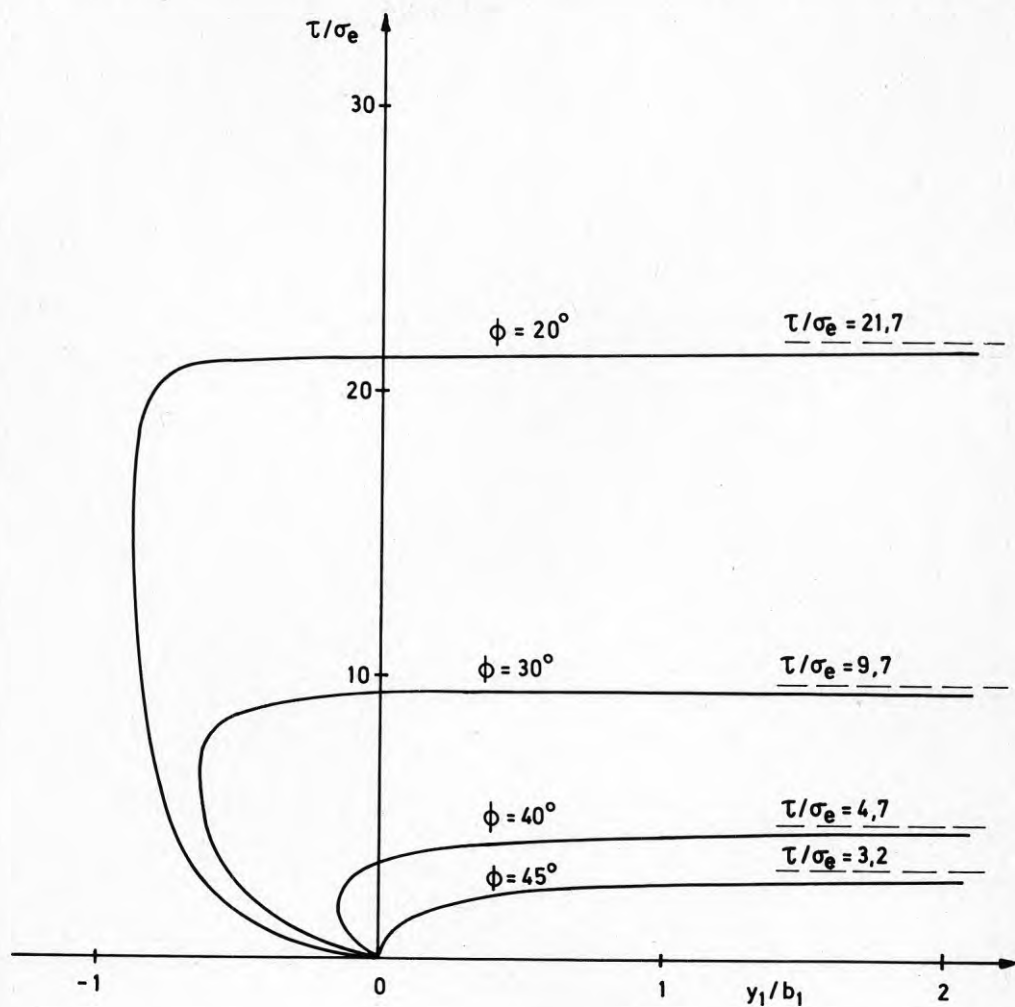


FIG. 3:9. Sambandet mellan skjuvspänningen τ och tillkommande utböjning y_1 i stångmitt vid stångsystem enligt figur 3:2. b_1 är initiell utböjning. Olika stånglutning ϕ .

Det är intressant att jämföra kurvorna enligt figur 3:9 med de resultat, som redovisas i [14] för ett stångsystem enligt figur 3:3 med veka flänsar och initieellt helt plan livplåt (stångsystem B1 enligt [14]). Dessa resultat framgår av figur 3:10. Man ser, att de värden på τ/σ_e för vilka stångsystemet kollapsar enligt figur 3:9 väl överensstämmer med motsvarande värden enligt figur 3:10. Överensstämmelsen måste anses vara oväntat god med hänsyn till att beräkningarna för initieellt bucklig livplåt har utförts för det enkla stångsystemet enligt figur 3:2, medan beräkningarna i [14] för initieellt plan livplåt gäller det mer komplicerade stångsystemet enligt figur 3:3.

När τ har ökats så mycket att utböjningen i stängernas mittpunkt har återgått till den initiella (se t.ex. kurvan för $\beta = 30^\circ$ i figur 3:9), är den återstående deformationskurvan för den initieellt buckliga plåten i det närmaste identisk med deformationskurvan för den initieellt plana plåten (se figur 3:10). Spänningstillståndet i den initieellt buckliga plåten är emellertid helt annorlunda än spänningstillståndet i den initieellt plana plåten. I den plana plåten råder omedelbart före buckling ett rent skjuvspänningstillstånd. I den initieellt buckliga plåten är påkänningarna på grund av moment avsevärda. Detta inses om man studerar utböjningskurvas form.

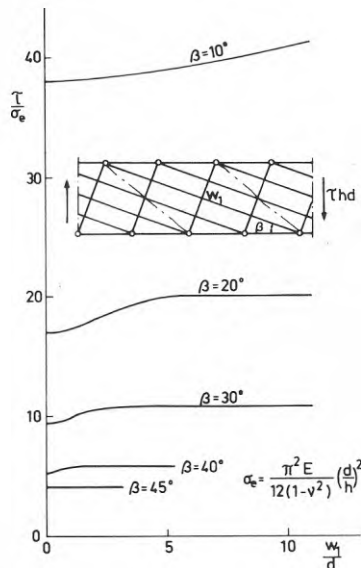


FIG. 3:10. Samband mellan skjuvspänning τ och utböjning w_1/d för stångsystem B1 i överkritiskt område. Olika stånglutningar. [14]

3.213 Utböjningskurvor för den dragna och den tryckta stängen

För en given lutningsvinkel, $\vartheta = 30^0$, har utböjningskurvorna för den dragna och den tryckta stängen beräknats för några värden på τ/σ_e . Kurvorna framgår av figur 3:11 och 3:12. De heldragna linjerna anger den slutliga utböjningen, d.v.s. summan av den initiella och den tillkommande utböjningen. De streckade linjerna anger den antagna initiella utböjningen. Man ser av figur 3:12, att vid höga värden på τ/σ_e den maximala utböjningen för den tryckta stängen är mycket större än i stängmitt.

(Här bortses från det förhållandet, att den tryckta stängen kan ha knäckts ut på halva sin längd, långt innan de angivna värdena på τ/σ_e har uppnåtts). På grund av utböjningarna blir påkänningarna i stängerna på grund av moment avsevärda.

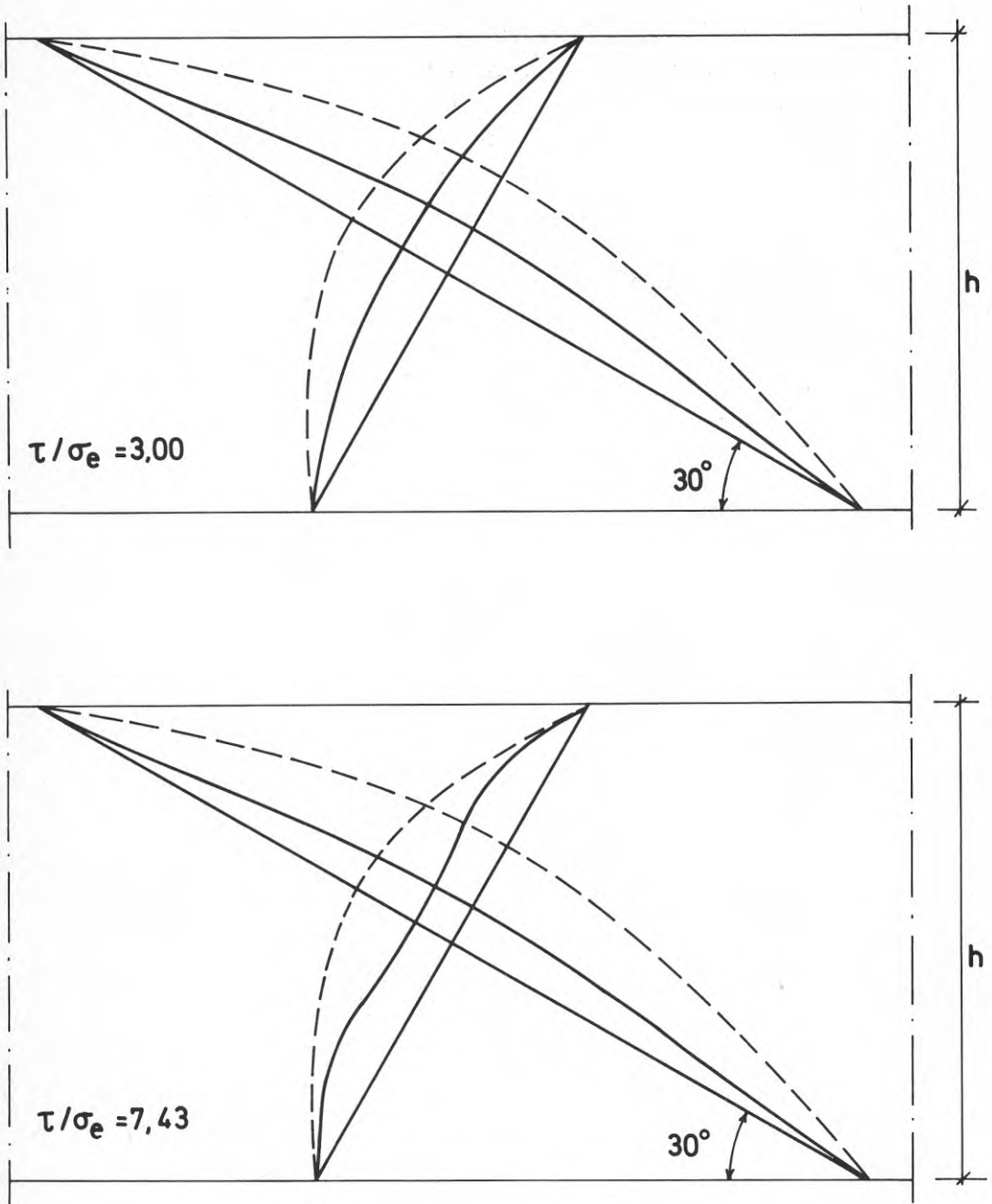


FIG. 3:11. Utböjningskurvor för den dragna och tryckta stängen vid olika värden på τ/σ_e . Streckad linje anger initiell utböjning.

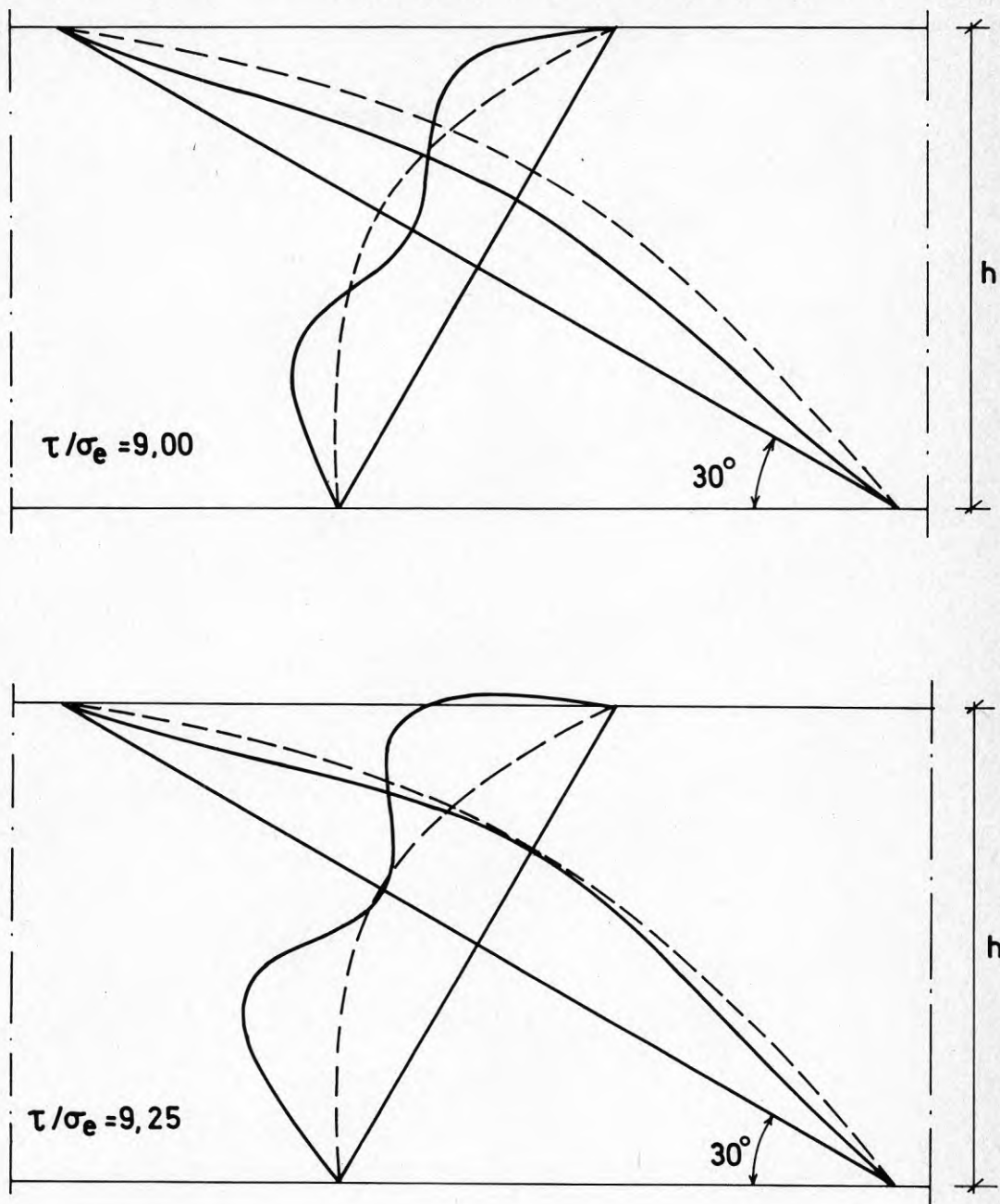


FIG. 3:12. Utböjningskurvor för den dragna och tryckta stängen vid olika värden på τ/σ_e . Streckade linjer anger initiell utböjning.

3.214 Påkänningar i stängerna på grund av moment och axialkraft

Dragen stång

Inverkan av moment

För momentet gäller

$$(y - f_x)'' = - \frac{M_x}{EI}$$

Men $y - f_x = y_1 =$ den tillkommande utböjningen.

Enligt ekv. (3.2) fås

$$y_1 = a_1 \sin \frac{\pi x}{l_1} - a_3 \sin \frac{3\pi x}{l_1}$$

$$\therefore y_1'' = - \frac{M_x}{EI} = - a_1 \frac{\pi^2}{l_1^2} \sin \frac{\pi x}{l_1} + a_3 \frac{9\pi^2}{l_1^2} \sin \frac{3\pi x}{l_1} \quad (3.39)$$

$$M_x = EI \left(a_1 \frac{\pi^2}{l_1^2} \sin \frac{\pi x}{l_1} - a_3 \frac{9\pi^2}{l_1^2} \sin \frac{3\pi x}{l_1} \right) \quad (3.40)$$

För stånglutningen $\vartheta = 30^\circ$ och $\frac{\tau}{\sigma_e} = 7,43$ har M_x beräknats.

Dess variation med x framgår av diagrammet i figur 3:13. I detta fall är momentet i en punkt, som är ungefär stångens fjärdedelspunkt, avsevärt större än momentet i stångens mitt. Momenten i mittpunkt och "fjärdedelspunkt" varierar för given stånglutning, ϑ , med τ/σ_e . För $\vartheta = 30^\circ$ har värden på momenten beräknats. Figur 3:14 visar momentets variation med τ/σ_e för mittpunkt och "fjärdedelspunkt".

För den dragna stångens mittpunkt kan påkänningen på grund av moment tecknas

$$\sigma_M = \frac{M \cdot 6}{l \cdot d^2} = - \frac{6}{d^2} \cdot EI \cdot k_1 b_1 \frac{\pi^2}{l_1^2} \quad (3.41),$$

där k_1 är en koefficient, som fås ur uttrycket (3.39) för y_1'' , b_1 är den maximala initiella utböjningen, $0,014h$, d är plåt-tjockleken och l_1 den dragna stångens längd.

För $h/d = 200$ och $\vartheta = 30^\circ$ får man

$$\sigma_M = - k_1 \cdot 19,9290 \text{ N/mm}^2 \quad (3.42)$$

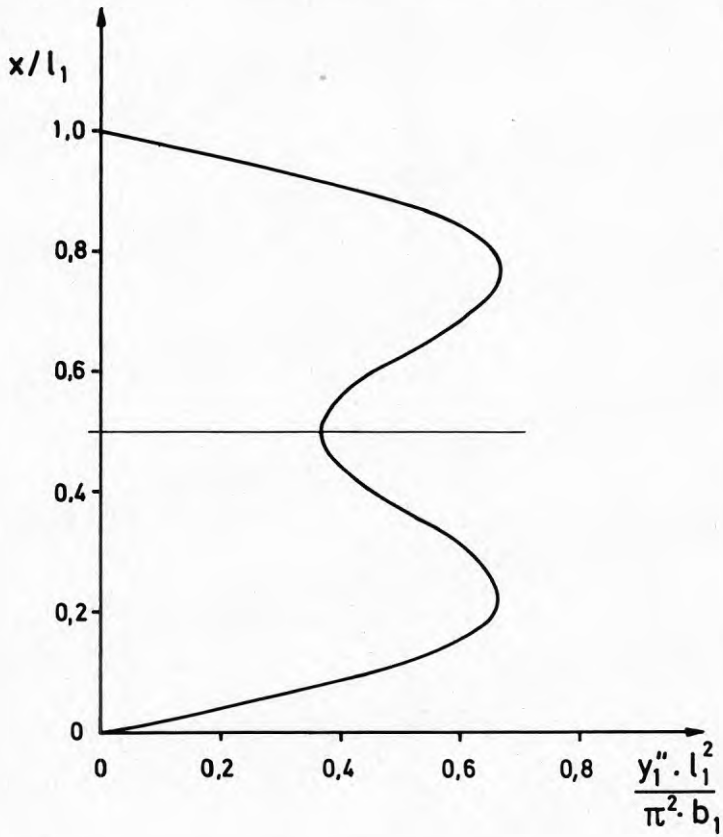


FIG. 3:13. Dragen stång. Momentdiagram vid $\vartheta = 30^\circ$
och $\tau/\sigma_e = 7,43$. $M_x = -EI \cdot y_1''$.

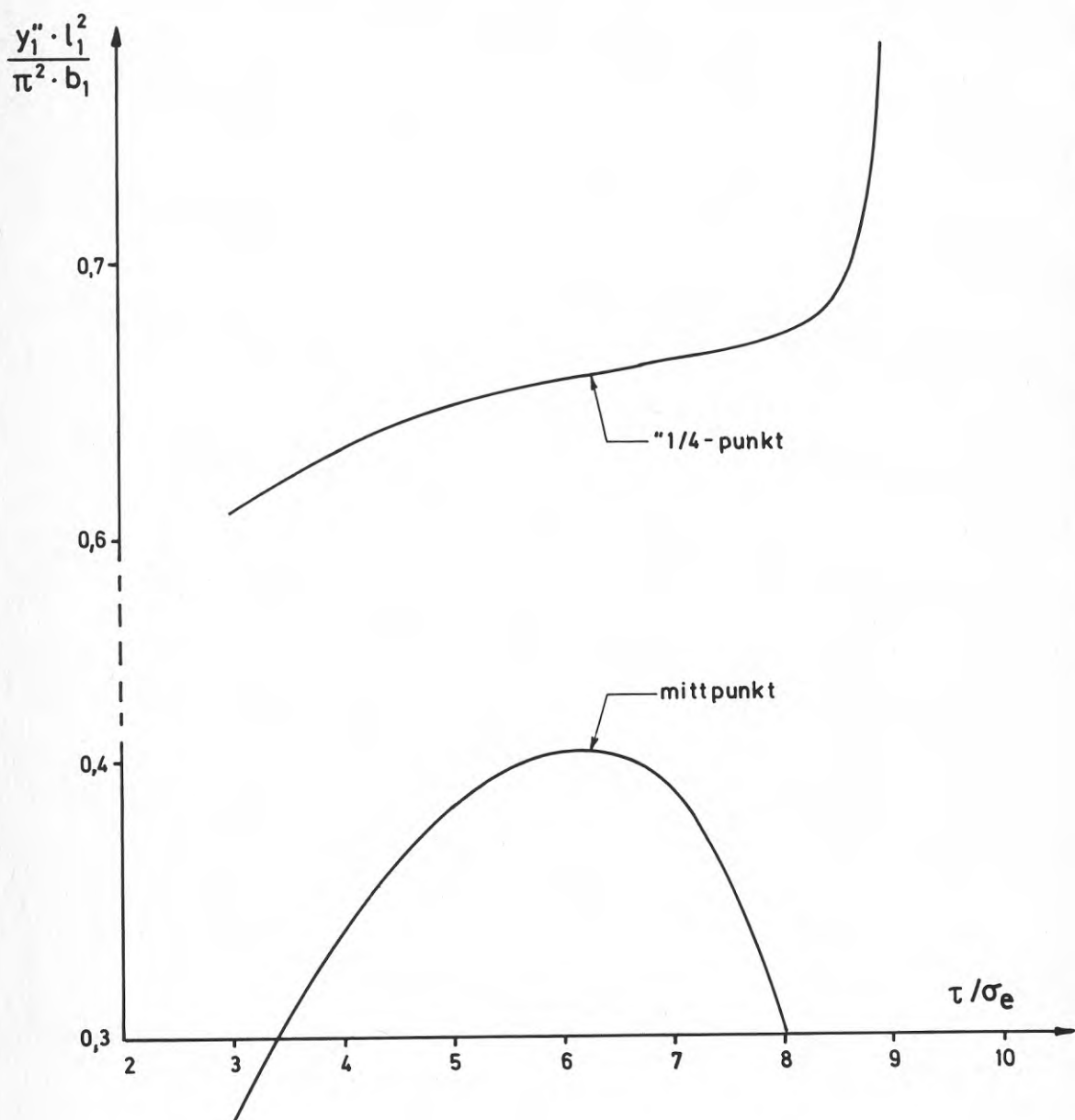


FIG. 3:14. Dragen stång. Moment i mitt- och "1/4-punkt".
 $\varnothing = 30^\circ$. $M = -EI \cdot y_1''$.

Inverkan av axiell dragkraft

$$\sigma_d = \frac{\tau}{\tan 30^\circ} \quad (3.43); \quad \tau = \frac{\tau}{\sigma_e} \cdot \sigma_e \quad (3.44)$$

$$\therefore \sigma_d = \frac{\tau/\sigma_e}{\tan 30^\circ} \cdot \frac{\pi^2 E}{12 (1-\nu^2)(h/d)^2} = \frac{\tau}{\sigma_e} \cdot 8,2186 \text{ N/mm}^2 \quad (3.45)$$

för $h/d = 200$.

För den dragna stängens mittpunkt har σ_M och σ_d beräknats för $\emptyset = 30^\circ$ och $h/d = 200$. Resultatet av beräkningarna framgår av tabell 3:1. I tabell 3:1 anges också de resulterande påkänningar-
na i stängens konkava och konvexa yta. Begreppen konkav och konvex hänför sig till den initieilt krökta, spänningslösa stängan. Detta gäller också i det följande.

I figur 3:15 visas grafiskt påkänningarna i den konkava och konvexa ytan i den dragna stängens mittpunkt.

τ/σ_e	σ_M N/mm ²	σ_d N/mm ²	$\Sigma\sigma$ i konkav yta N/mm ²	$\Sigma\sigma$ i konvex yta N/mm ²
4,0	- 6,75	+ 32,87	+ 39,62	+ 26,12
5,0	- 7,63	+ 41,09	+ 48,72	+ 33,46
6,0	- 8,02	+ 49,31	+ 57,33	+ 41,29
7,0	- 7,96	+ 57,53	+ 65,49	+ 49,57
7,43	- 7,27	+ 61,06	+ 68,33	+ 53,79
8,0	- 6,01	+ 65,75	+ 71,76	+ 59,74
8,5	- 3,52	+ 69,86	+ 73,38	+ 66,34
9,0	+ 3,21	+ 73,97	+ 70,76	+ 77,18
9,25	+ 12,92	+ 76,02	+ 63,10	+ 88,94

TABELL 3:1. Dragen stång, mittpunkt. σ som är funktion av $\frac{\tau}{\sigma_e}$.
 $\emptyset = 30^\circ$. $h/d = 200$. + dragning. - tryck.

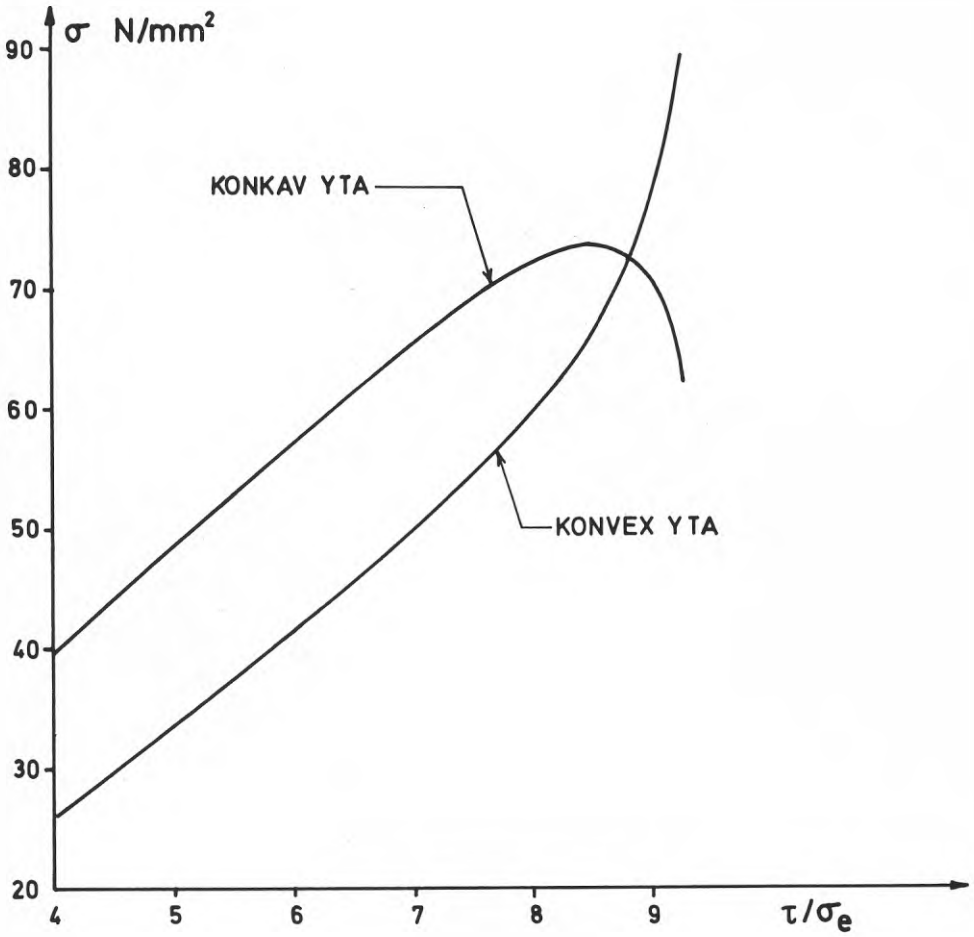


FIG. 3:15. Dragen stång, mittpunkt.
 Påkänning σ i konkav och konvex yta. $\vartheta = 30^\circ$.
 $h/d = 200$.

Tryckt stångInverkan av moment

Liksom vid dragen stång blir

$$y_1'' = - \frac{M_x}{EI}$$

Enligt ekv. (3.22) är

$$y_1 = a_1 \cdot \sin \frac{\pi x}{\ell_2} + a_3 \cdot \sin \frac{3\pi x}{\ell_2} \quad (3.46)$$

(a_1 och a_3 är i detta fall andra koefficienter än vid dragen stång).

Man får

$$y_1'' = - a_1 \cdot \frac{\pi^2}{\ell_2^2} \sin \frac{\pi x}{\ell_2} - a_3 \cdot \frac{9\pi^2}{\ell_2^2} \sin \frac{3\pi x}{\ell_2} \quad (3.47)$$

$$M_x = EI \left(a_1 \frac{\pi^2}{\ell_2^2} \sin \frac{\pi x}{\ell_2} + a_3 \cdot \frac{9\pi^2}{\ell_2^2} \sin \frac{3\pi x}{\ell_2} \right) \quad (3.48)$$

M_x har beräknats för stånglutningen $\emptyset 30^\circ$ och $\tau/\sigma_e = 7,43$. Dess variation med x framgår av diagrammet i fig. 3:16. I detta fall är momentets belopp störst i stångens mittpunkt. I "fjärdedels-punkten" har momentet motsatt tecken. Momentens variation med τ/σ_e för $\emptyset = 30^\circ$ har beräknats och framgår av figur 3:17.

För den tryckta stångens mittpunkt kan påkänningen på grund av moment tecknas

$$\sigma_M = \frac{M \cdot 6}{I \cdot d^2} = - \frac{6}{d^2} EI \cdot k_2 b_1 \frac{\pi^2}{\ell_2^2} \quad (3.49),$$

där k_2 är en koefficient, som fås ur uttrycket (3.44) för y_1'' , b_1 är den maximala initiella utböjningen, 0,014h, d är plåt-tjockleken och ℓ_2 den tryckta stångens längd.

För $h/d = 200$ och $\emptyset = 30^\circ$ får man

$$\sigma_M = - k_2 \cdot 59,7870 \text{ N/mm}^2 \quad (3.50)$$

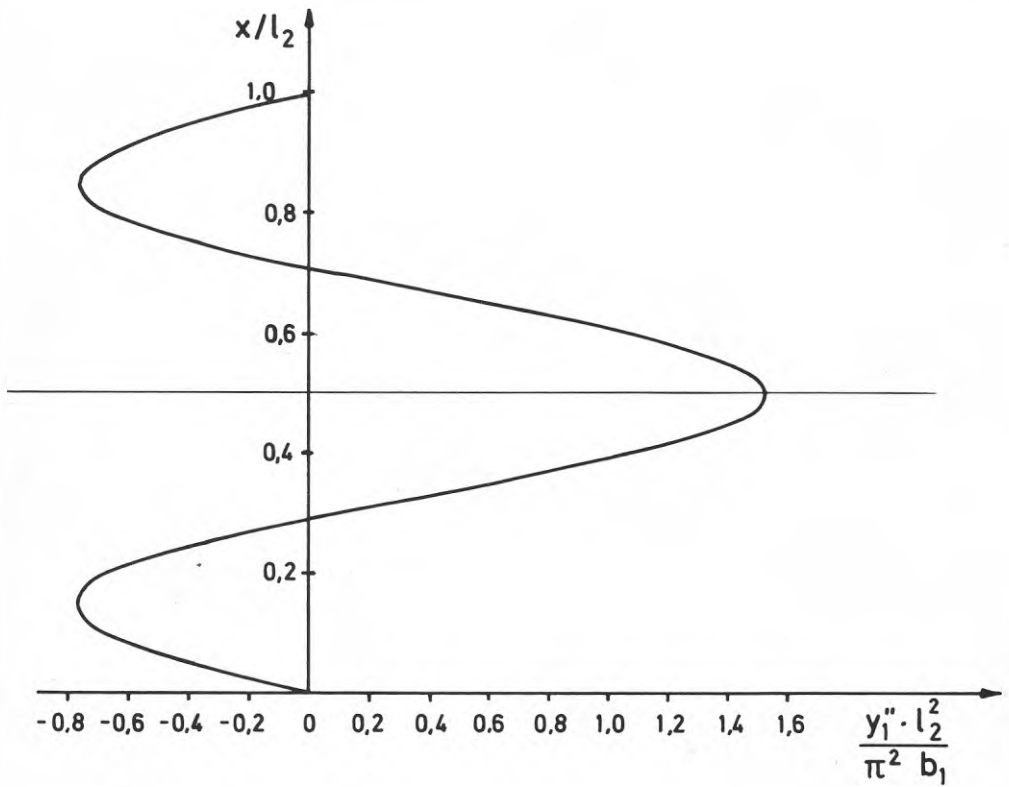


FIG. 3:16. Tryckt stång. Momentdiagram vid $\vartheta = 30^\circ$ och $\tau/\sigma_e = 7,43$. $M_x = -EI \cdot y_1''$.

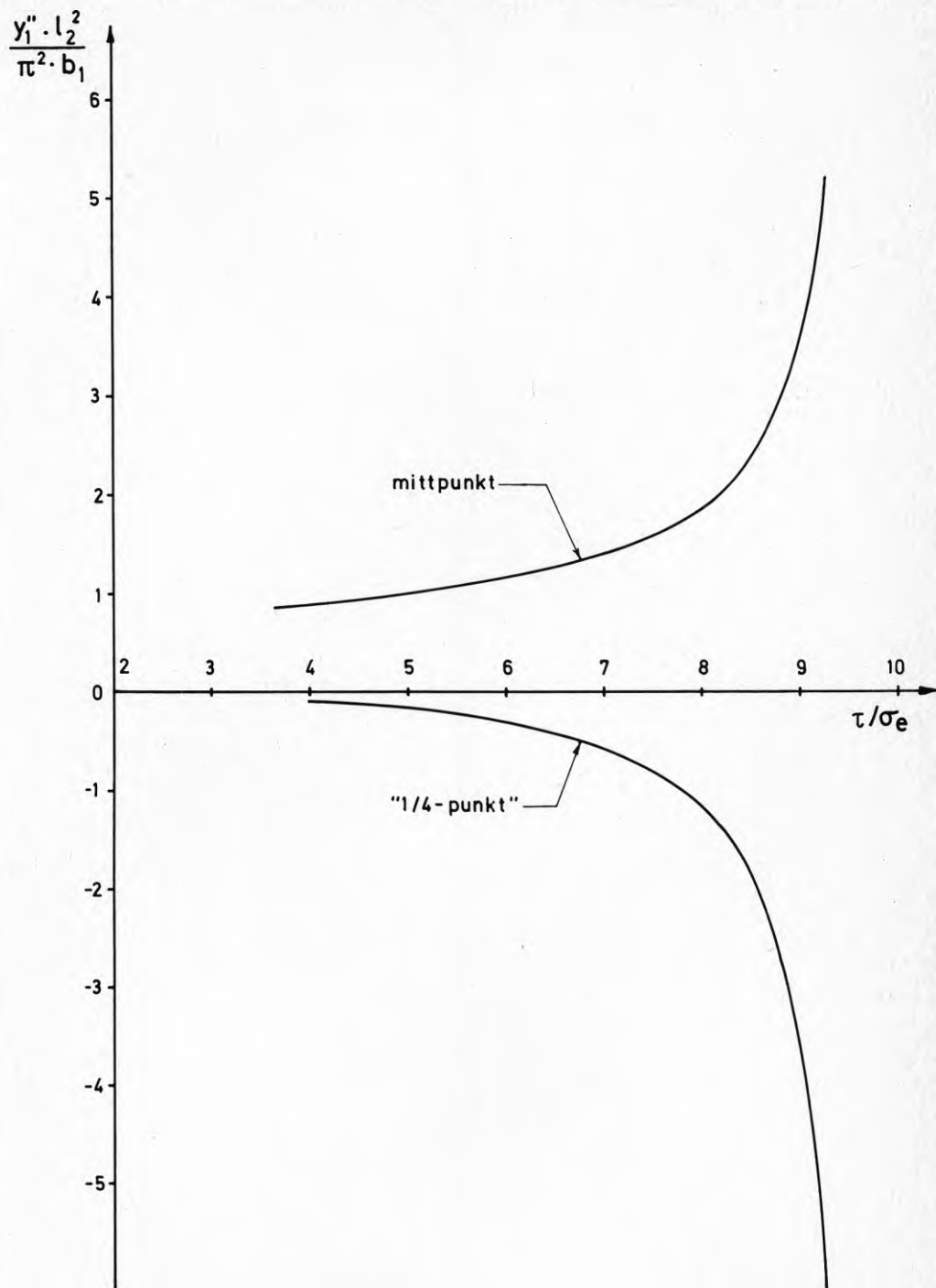


FIG. 3:17. Tryckt stång. Moment i mitt- och "1/4-punkt".
 $\varnothing = 30^\circ$. $M = -EI \cdot y_1''$.

Inverkan av axiell tryckkraft

$$\sigma_t = -\tau \cdot \tan 30^\circ \quad (3.51); \quad \tau = -\frac{\tau}{\sigma_e} \cdot \sigma_e \quad (3.52)$$

$$\therefore \sigma_t = -\frac{\tau}{\sigma_e} \cdot \tan 30^\circ \cdot \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)(h/d)^2} = -\frac{\tau}{\sigma_e} \cdot 2,7395 \text{ N/mm}^2 \quad (3.53)$$

För den tryckta stängens mittpunkt har σ_M och σ_t beräknats för $\emptyset = 30^\circ$ och $h/d = 200$ för olika värden på τ/σ_e . Se tabell 3:2. Av tabell 3:2 framgår även de resulterande påkänningarna i stängens konkava och konvexa yta.

I figur 3:18 visas grafiskt påkänningarna i den konkava och konvexa ytan i den dragna stängens mittpunkt.

τ/σ_e	σ_M N/mm ²	σ_t N/mm ²	$\Sigma\sigma$	
			i konkav vta N/mm ²	i konvex vta N/mm ²
4,0	- 52,30	- 10,96	+ 41,34	- 63,26
5,0	- 59,91	- 13,70	+ 46,21	- 73,61
6,0	- 68,97	- 16,44	+ 52,53	- 85,41
7,0	- 82,26	- 19,18	+ 63,08	- 101,44
7,43	- 90,97	- 20,35	+ 70,62	- 111,32
8,0	- 108,64	- 21,92	+ 86,72	- 130,56
8,5	- 137,51	- 23,29	+ 114,22	- 160,80
9,0	- 208,69	- 24,66	+ 184,03	- 233,35
9,25	- 308,03	- 25,34	+ 282,69	- 333,37

TABELL 3:2. Tryckt stång, mittpunkt. σ som funktion av $\frac{\tau}{\sigma_e}$.
 $\emptyset = 30^\circ$. $h/d = 200$. + dragning. - tryck.

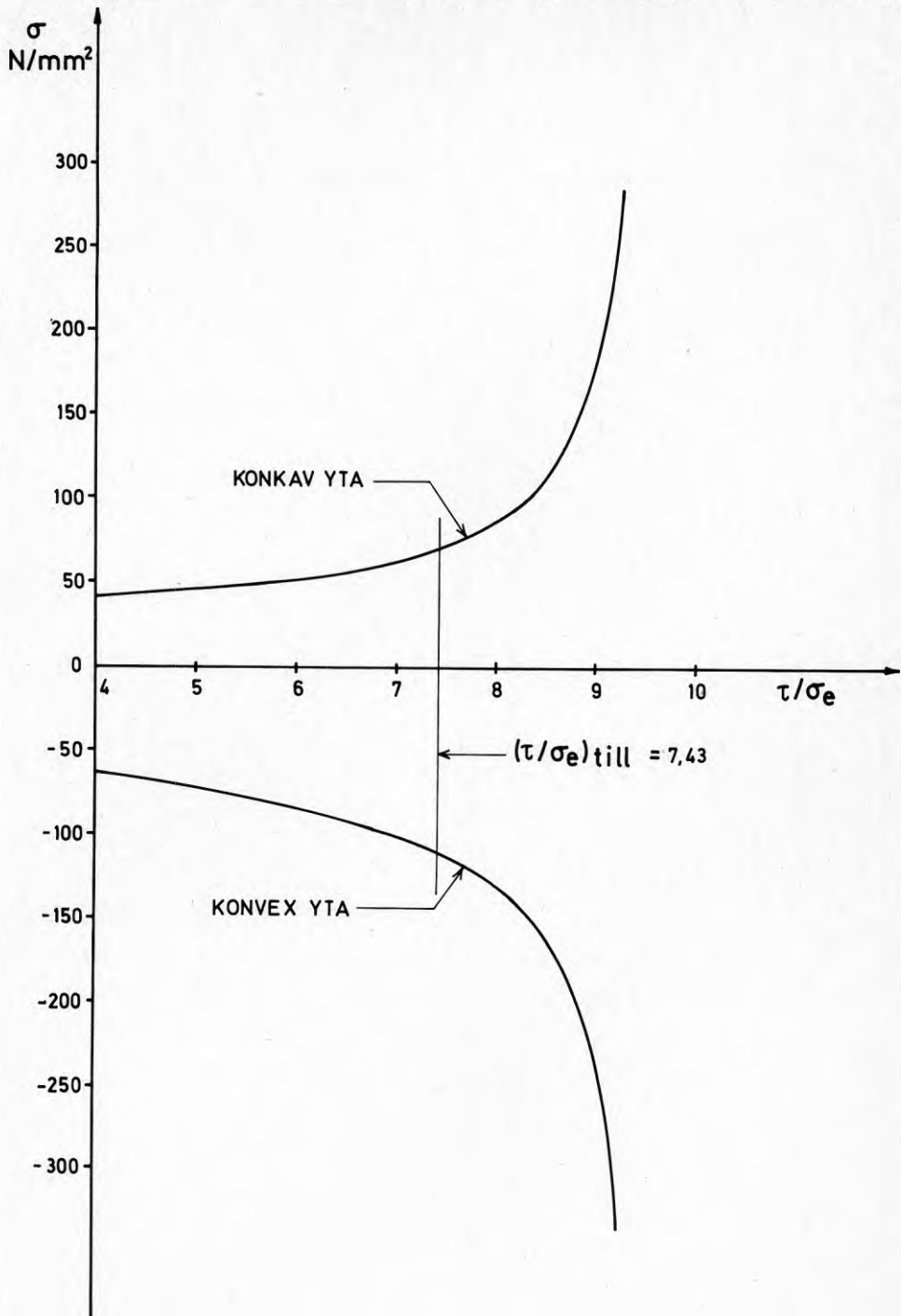


FIG. 3:18. Tryckt stång, mittpunkt. Påkänning σ i konkav och konvex yta. $\varphi = 30^\circ$. $h/d = 200$.

3.215 Jämförelsespänningar

Deviationsarbetshypotesen har här använts som grund för en formell bedömning av uppkommande resulterande spänningar.

Jämförelsespänningen, σ_j , har beräknats enligt deviationsarbetshypotesen

$$\sigma_j^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2 \quad (3.54)$$

för den konkava och den konvexa ytan i skärningspunkten mellan stängerna.

I formeln (3.54) är

$$\sigma_1 = \Sigma\sigma \text{ i den dragna stängen}$$

$$\sigma_2 = \Sigma\sigma \text{ i den tryckta stängen.}$$

Resultatet av beräkningarna visas i tabell 3:3.

I figur 3:19 visas grafiskt hur jämförelsespänningen i de båda ytorna varierar med τ/σ_e .

För $h/d = 200$ kan man enligt de regler i StBK-K2, som gäller för bestämning av tillåtet τ , beräkna $\left(\frac{\tau}{\sigma_e}\right)_{\text{till}}$.

Man får $\left(\frac{\tau}{\sigma_e}\right)_{\text{till}} = 7,43$.

Enligt tabell 3:3 blir för detta värde på τ/σ_e spänningarna i den konkava och den konvexa ytan 69,5 resp. 145,9 N/mm². Båda dessa spänningar är lägre än tillåten spänning för stål med sträckgränsen 260 N/mm². Detta innebär att lokala initialbucklor hos en livplåt med maximal amplitud lika med 0,014 x livplåtens höjd inte medför otillåtna spänningar i livplåten vid maximal påverkan enligt bestämmelserna, när $h/d = 200$ och vald lutningsvinkel i den studerade modellen är 30°. Slutsatsen gäller förutsatt att modellen, två korsande stänger, är ett relevant uttryck för livplåtens funktion.

τ/σ_e	$\sigma_j \text{ N/mm}^2$	
	konkav yta	konvex yta
4,0	40,51	79,60
5,0	47,51	94,87
6,0	55,11	111,92
7,0	64,32	133,33
7,43	69,50	145,85
8,0	80,29	168,57
8,5	100,25	202,30
9,0	160,06	275,63
9,25	250,36	368,99

TABELL 3:3. Jämförelsespänningen σ_j i stängernas skärningspunkt som funktion av τ/σ_e .
 $\emptyset = 30^\circ$. $h/d = 200$.

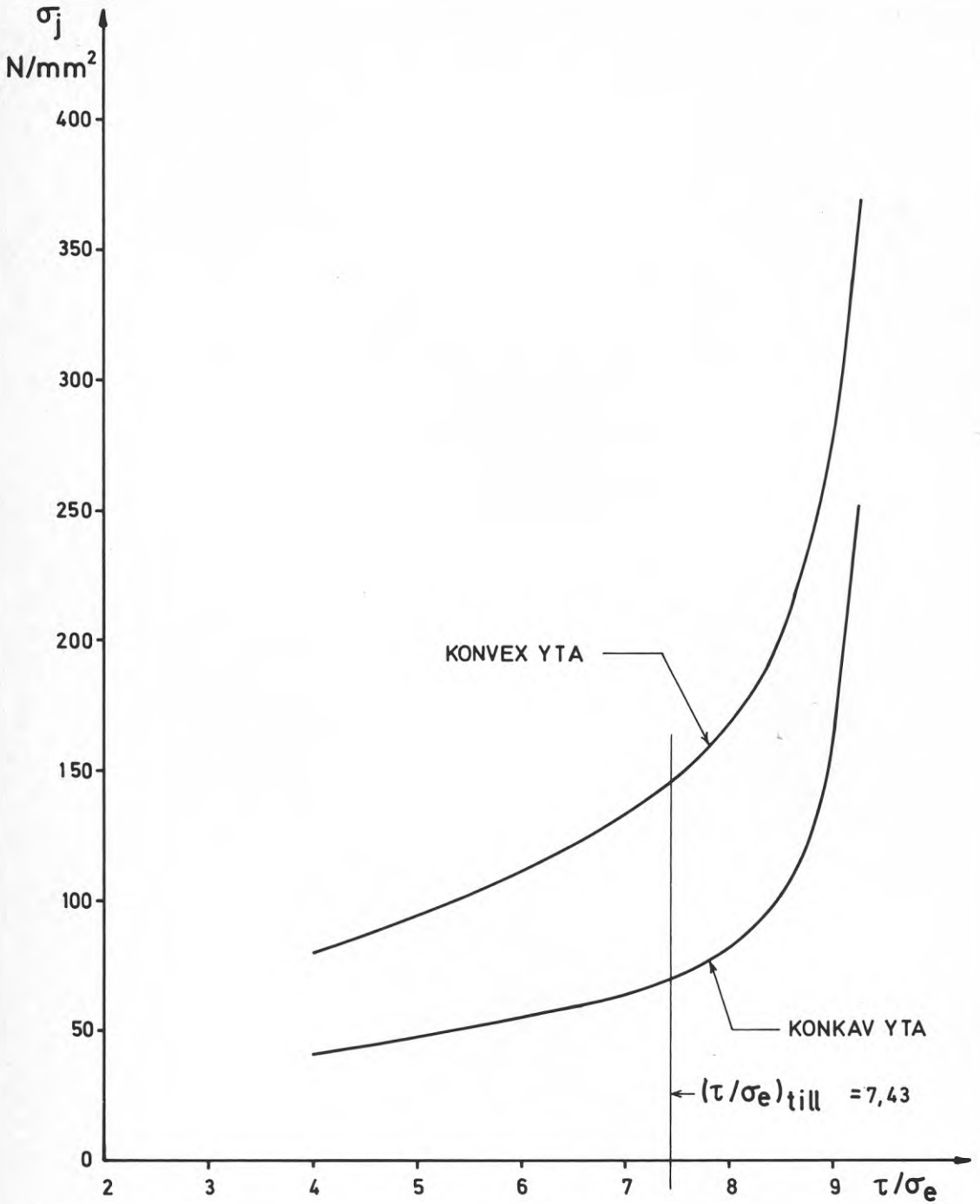


FIG 3:19. Jämförelsespänningen σ_j i stängernas skärningspunkt som funktion av τ/σ_e . $\theta = 30^\circ$. $h/d = 200$.

3.216 Jämförelsespänningarnas beroende av livets slankhetsförhållande h/d

Jämförelsespänningarna har beräknats vid stånglutningen 30° även för $h/d = 100$ och $h/d = 300$.

$$\underline{h/d = 100}$$

Dragen stång

$$\text{Man får } \sigma_M = -k_1 \cdot 39,8580 \text{ N/mm}^2 \quad (3.55)$$

$$\sigma_d = \frac{\tau}{\sigma_e} \cdot 32,8743 \text{ N/mm}^2 \quad (3.56)$$

I tabell 3:4 redovisas beräknade värden på σ_M och σ_d samt på resulterande σ i konkav och konvex yta för några värden på τ/σ_e . För $h/d = 100$ är $(\tau/\sigma_e)_{till} = 3,75$ enligt StBK-K2.

I figur 3:20 visas grafiskt variationen med τ/σ_e för de resulterande spänningarna i den konkava och konvexa ytan.

τ/σ_e	σ_M N/mm ²	σ_d N/mm ²	$\Sigma\sigma$ i konkav yta N/mm ²	$\Sigma\sigma$ i konvex yta N/mm ²
3	- 10,79	+ 98,62	+ 109,41	+ 87,83
3,75	- 12,91	+ 123,28	+ 136,19	+ 110,37
4	- 13,50	+ 131,50	+ 145,00	+ 118,00
5	- 15,26	+ 164,37	+ 179,63	+ 149,11
6	- 16,04	+ 197,25	+ 213,29	+ 181,21

TABELL 3:4. Dragen stång, mittpunkt. σ som funktion av τ/σ_e .
 $\emptyset = 30^\circ$. $h/d = 100$. + dragning. - tryck.

Tryckt stång

$$\sigma_M = -k_2 \cdot 108,8124 \text{ N/mm}^2 \quad (3.57)$$

$$\sigma_t = -\frac{\tau}{\sigma_e} \cdot 10,9581 \text{ N/mm}^2 \quad (3.58)$$

Tabell 3:5 visar beräknade värden på σ_M och σ_t samt på resulterande σ i konkav och konvex yta för några värden på τ/σ_e .

I figur 3:21 visas grafiskt hur de resulterande spänningarna i den konkava och den konvexa ytan varierar med τ/σ_e .

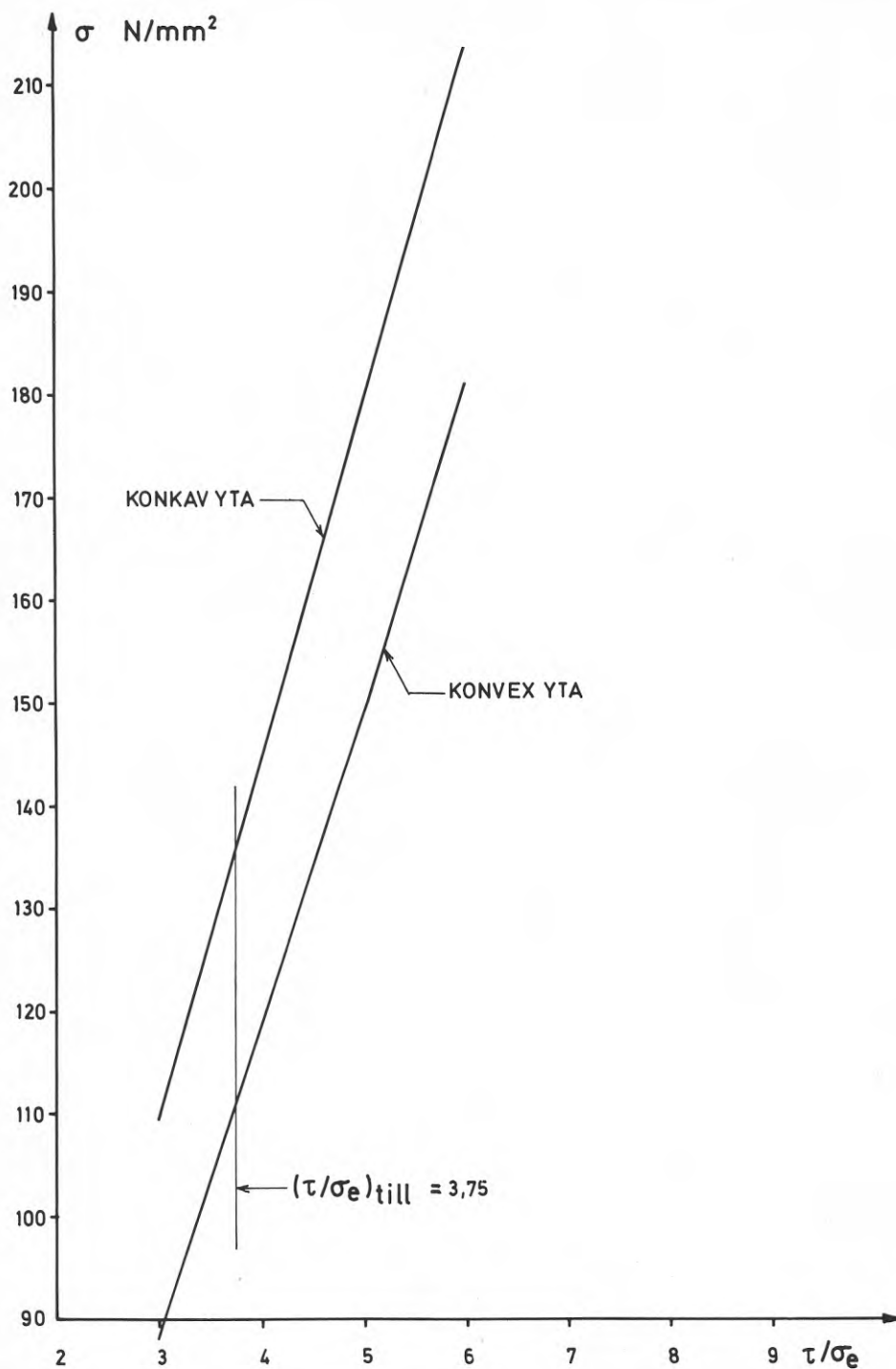


FIG. 3:20. Dragen stång, mittpunkt. Påkänning σ i konkav och konvex yta. $\varnothing = 30^\circ$. $h/d = 100$.

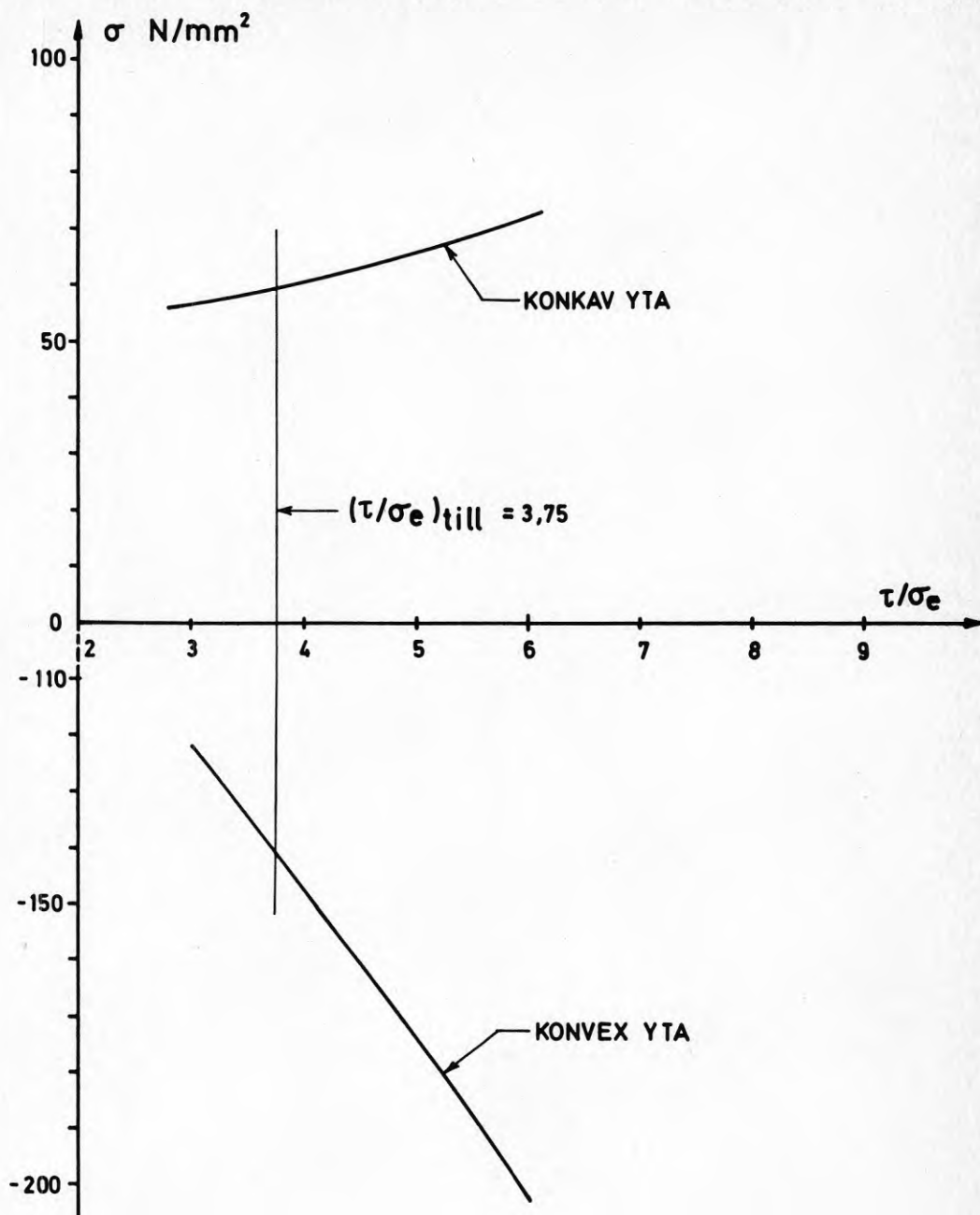


FIG. 3:21. Tryckt stång, mittpunkt.
Påkänning σ i konkav och konvex yta.
 $\varnothing = 30^\circ$. $h/d = 100$.

τ/σ_e	σ_M	σ_t	$\Sigma\sigma$ i konkav yta		$\Sigma\sigma$ i konvex yta	
	N/mm^2	N/mm^2	N/mm^2	N/mm^2	N/mm^2	N/mm^2
3	- 89,33	- 32,87	+ 56,46		- 122,20	
3,75	- 100,88	- 41,09	+ 59,79		- 141,97	
4	- 104,59	- 43,83	+ 60,76		- 148,42	
5	- 119,82	- 54,79	+ 65,03		- 174,61	
6	- 137,93	- 65,75	+ 72,18		- 203,68	

TABELL 3:5. Tryckt stång, mittpunkt. σ som funktion av τ/σ_e .
 $\emptyset = 30^\circ$. $h/d = 100$. + dragning. - tryck.

Jämförelsespänningar

Jämförelsespänningar för $h/d = 100$ har beräknats enligt deviationsarbetshypotesen och framgår av tabell 3:6. I figur 3:22 visas grafiskt relationen mellan τ/σ_e och jämförelsespänningarna i den konkava och den konvexa ytan.

τ/σ_e	σ_j N/mm^2	
	konkav yta	konvex yta
3	94,77	182,70
3,75	118,24	219,10
4	126,12	231,23
5	157,53	280,64
6	187,90	333,51

TABELL 3:6. Jämförelsespänningen σ_j i stängernas skärningspunkt som funktion av τ/σ_e .
 $\emptyset = 30^\circ$. $h/d = 100$.

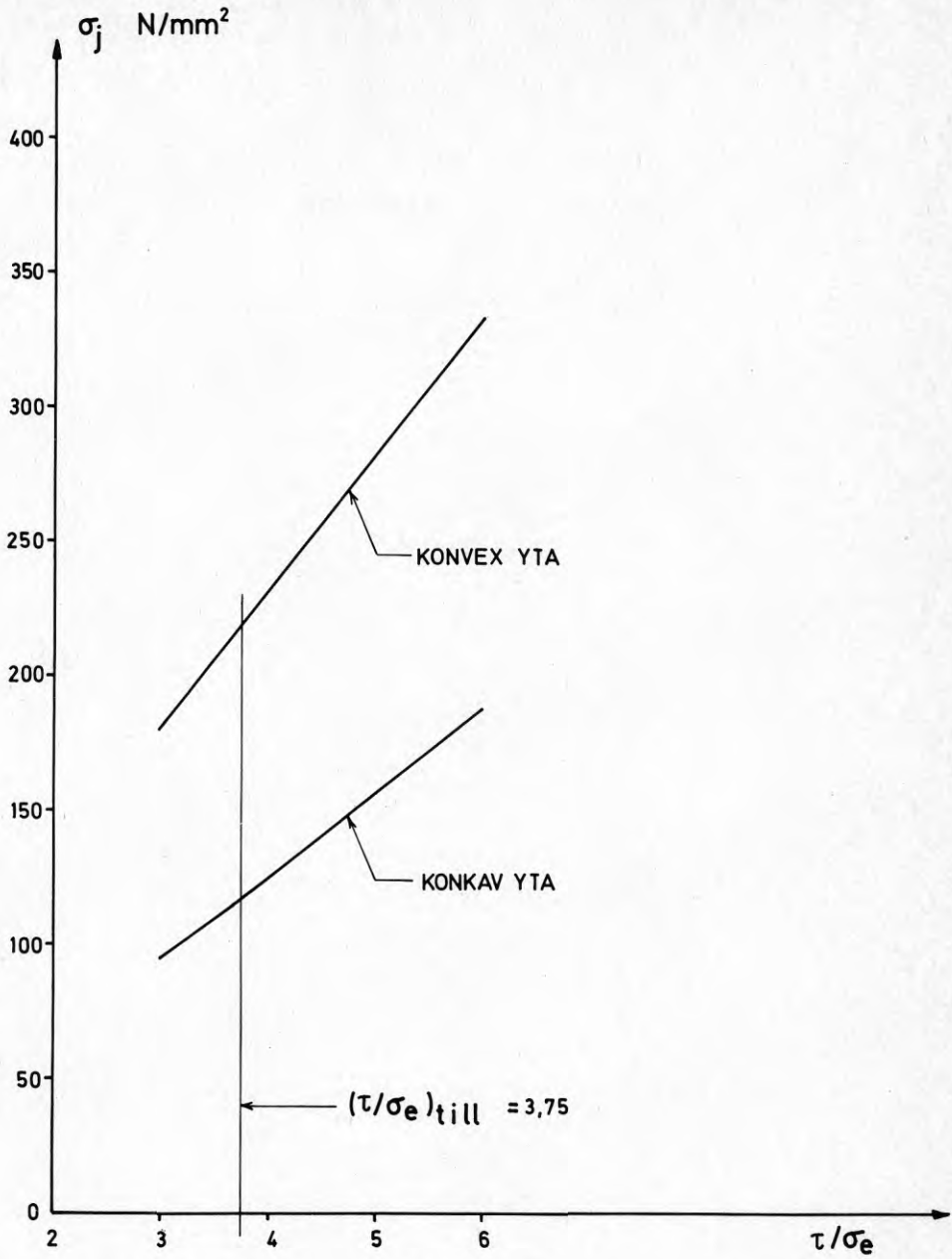


FIG. 3:22. Jämförelsespänningen σ_j i stängernas skärningspunkt som funktion av τ/σ_e .
 $\varnothing = 30^\circ$. $h/d = 100$.

$$\underline{h/d = 300}$$

Dragen stång

Beräkningar ger

$$\sigma_M = - k_1 \cdot 13,2860 \text{ N/mm}^2 \quad (3.59)$$

$$\sigma_d = \frac{\tau}{\sigma_e} \cdot 3,6527 \text{ N/mm}^2 \quad (3.60)$$

I tabell 3:7 visas beräknade värden på σ_M och σ_d samt på resulterande σ i konkav och konvex yta för några värden på τ/σ_e . För $h/d = 300$ är $(\tau/\sigma_e)_{\text{till}} = 8,01$ enligt StBK-K2.

I figur 3:23 visas grafiskt sambandet mellan τ/σ_e och de resulterande spänningarna i den konkava och den konvexa ytan.

τ/σ_e	σ_M N/mm ²	σ_d N/mm ²	$\Sigma\sigma$ i konkav yta N/mm ²	$\Sigma\sigma$ i konvex yta N/mm ²
3	- 3,59	+ 10,95	+ 14,54	+ 7,36
3,75	- 4,31	+ 13,68	+ 17,99	+ 9,37
4	- 4,49	+ 14,61	+ 19,10	+ 10,12
5	- 5,09	+ 18,26	+ 23,35	+ 13,17
6	- 5,35	+ 21,92	+ 27,27	+ 16,57
7	- 5,18	+ 25,57	+ 30,75	+ 20,39
7,43	- 4,85	+ 27,14	+ 31,99	+ 22,29
8	- 4,01	+ 29,22	+ 33,23	+ 25,21
8,5	- 2,34	+ 31,05	+ 33,39	+ 28,71
9	+ 2,14	+ 32,88	+ 30,74	+ 35,02
9,25	+ 8,62	+ 33,79	+ 25,17	+ 42,41

TABELL 3:7. Dragen stång, mittpunkt. σ som funktion av τ/σ_e .
 $\emptyset = 30^0$. $h/d = 300$. + dragning. - tryck.

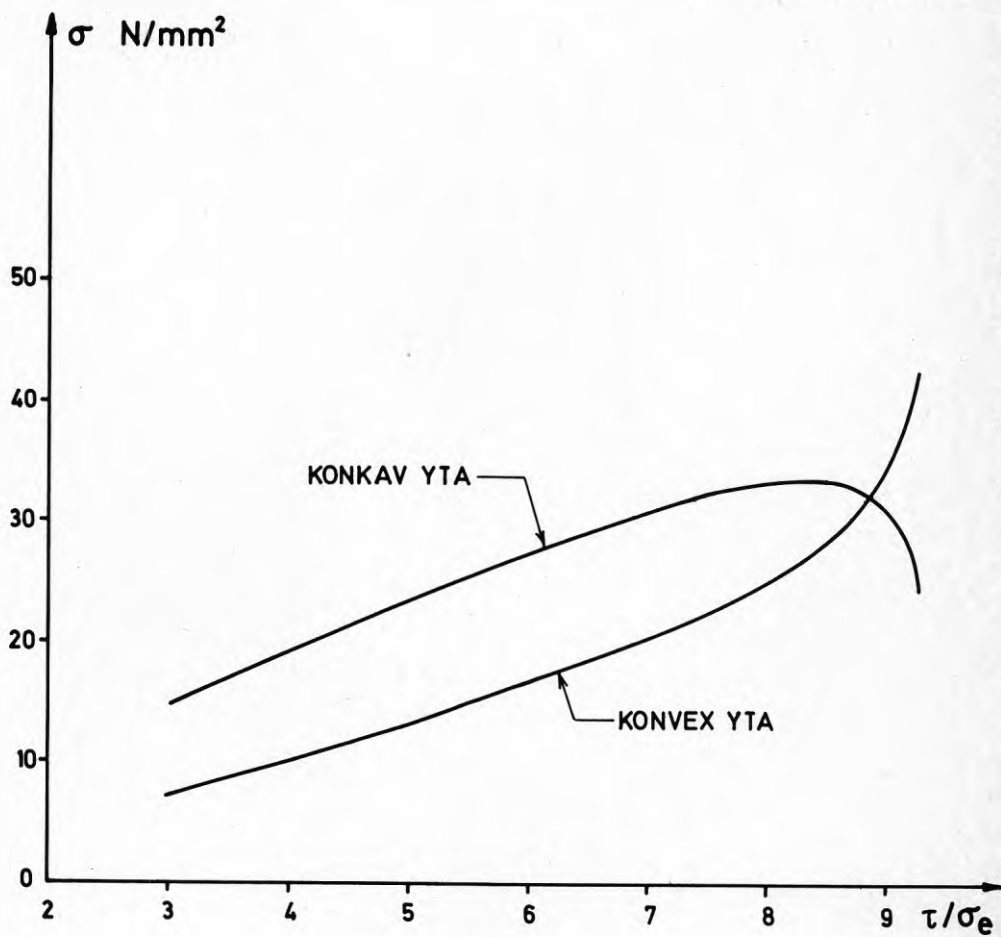


FIG. 3:23. Dragen stång, mittpunkt.
 Påkänning σ i konkav och konvex yta.
 $\phi = 30^\circ$. $h/d = 300$.

Tryckt stång

$$\sigma_M = - k_2 \cdot 39,858 \quad \text{N/mm}^2 \quad (3.61)$$

$$\sigma_t = - \frac{\tau}{\sigma_e} \cdot 1,2176 \quad \text{N/mm}^2 \quad (3.62)$$

Tabell 3:8 visar beräknade värden på σ_M och σ_t samt på resulterande σ i konkav och konvex yta för några värden på τ/σ_e .

Figur 3:24 visar grafiskt sambandet mellan τ/σ_e och de resulterande spänningarna i den konkava och den konvexa ytan.

τ/σ_e	σ_M N/mm ²	σ_t N/mm ²	$\Sigma\sigma$ i konkav yta N/mm ²	$\Sigma\sigma$ i konvex yta N/mm ²
3	- 29,78	- 3,65	+ 26,13	- 33,43
3,75	- 33,63	- 4,57	+ 29,06	- 38,20
4	- 34,87	- 4,87	+ 30,00	- 39,74
5	- 39,95	- 6,09	+ 33,86	- 46,04
6	- 45,98	- 7,31	+ 38,67	- 53,29
7	- 54,85	- 8,52	+ 46,33	- 63,37
7,43	- 60,65	- 9,04	+ 51,61	- 69,69
8	- 72,43	- 9,74	+ 62,69	- 82,17
8,5	- 91,67	- 10,35	+ 81,22	- 102,02
9	- 139,13	- 10,96	+ 128,17	- 150,09
9,25	- 205,35	- 11,26	+ 194,09	- 216,61

TABELL 3:8. Tryckt stång, mittpunkt. σ som funktion av τ/σ_e .
 $\emptyset = 30^\circ$. $h/d = 300$. + dragning. - tryck.

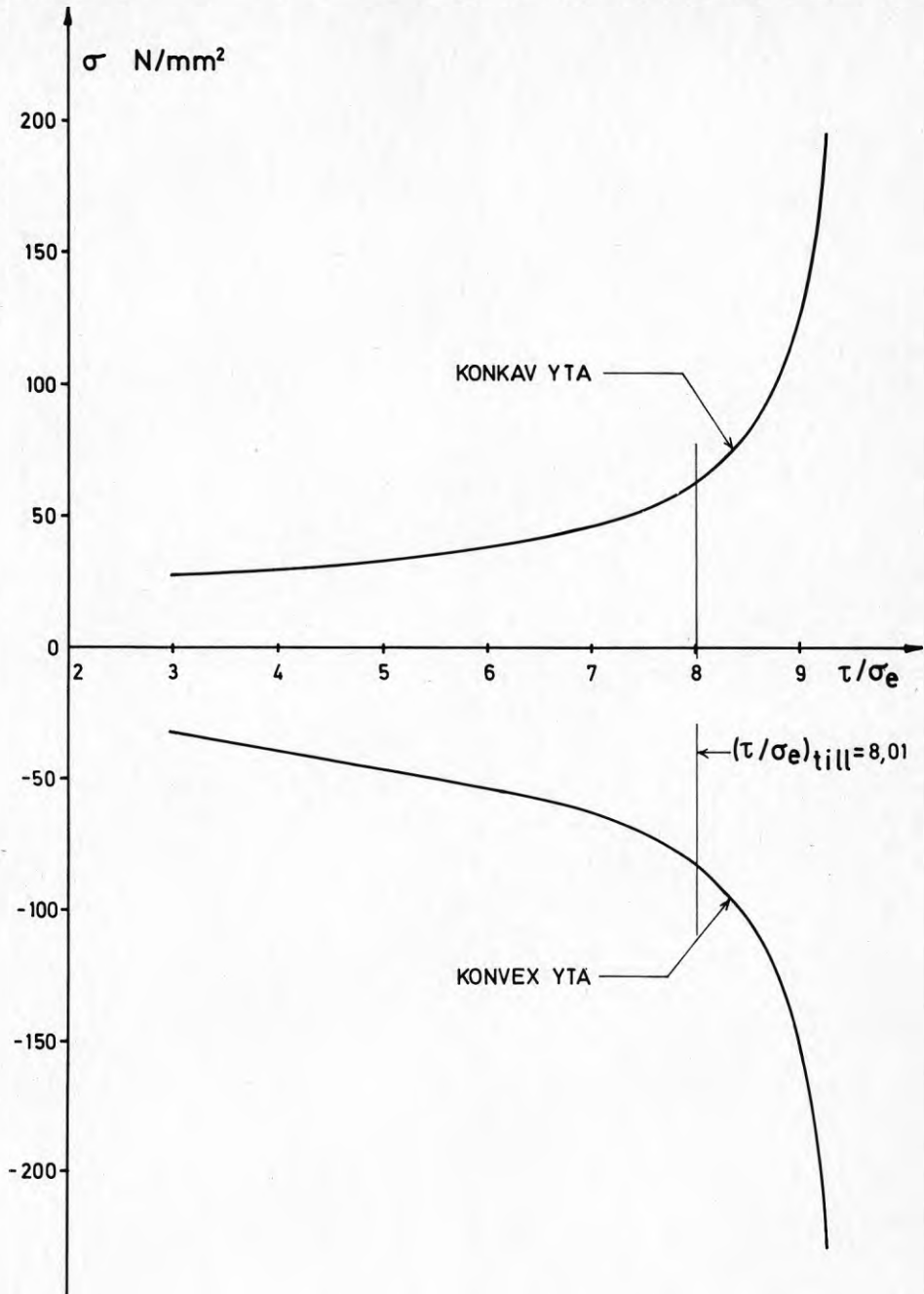


FIG. 3:24. Tryckt stång, mittpunkt.
Påkänning σ i konkav och konvex yta.
 $\varnothing = 30^\circ$. $h/d = 300$.

Jämförelsespänningar

För $h/d = 300$ har jämförelsespänningar beräknats enligt deviationsarbetshypotesen. De framgår av tabell 3:9.

I figur 3:25 visas grafiskt jämförelsespänningarna i den konkava och den konvexa ytan som funktion av τ/σ_e .

τ/σ_e	σ_j N/mm ²	
	konkav yta	konvex yta
3	22,68	37,65
3,75	25,40	43,65
4	26,30	45,65
5	30,02	53,85
6	34,42	63,23
7	40,83	75,65
7,43	45,12	83,11
8	54,32	97,25
8,5	70,71	119,00
9,0	115,90	170,32
9,25	182,81	240,63

TABELL 3:9. Jämförelsespänning σ_j i stängernas skärningspunkt som funktion av τ/σ_e .
 $\emptyset = 30^\circ$. $h/d = 300$.

Resultaten från beräkningarna av jämförelsespänningarna vid olika slankhetsförhållanden h/d hos livet vid maximalt tillåten skärningskraft har sammanställts i tabell 3:10. Värdena gäller för lutningsvinkeln $\emptyset = 30^\circ$. I figur 3:26 visas relationen mellan dessa jämförelsespänningar och slankhetsförhållandet h/d .

Av figur 3:26 ser man, att om man belastar en balk med slantk liv, som har initiella lokala bucklor, med maximalt tillåten skärkraft, så ökar de uppträdande jämförelsespänningarna i livplätens ytor med minskande slankhetsförhållande, h/d , hos livpläten. Detta gäller under förutsättning att den lokala bucklans maximala amplitud är en viss del av livhöjden, i detta fall 1,4 %.

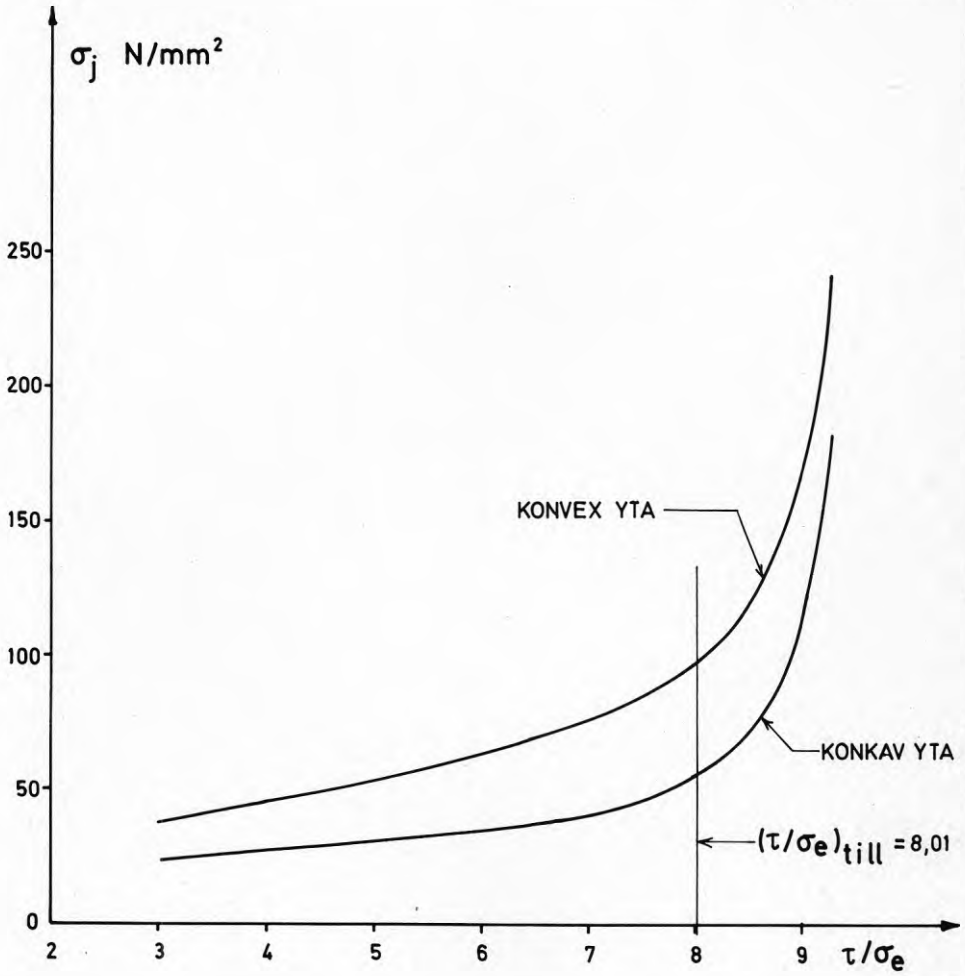


FIG. 3:25. Jämförelsespänningen σ_j i stängernas skärningspunkt som funktion av τ/σ_e .
 $\varnothing = 30^\circ$. $h/d = 300$.

h/d	τ/σ_e	σ_j N/mm ²	
		konkav yta	konvex yta
100	3,75	118,24	219,10
200	7,43	69,50	145,85
300	8,01	54,32	97,25

TABELL 3:10. Jämförelsespänningen σ_j i stängernas skärningspunkt vid $(\tau/\sigma_e)_{till}$ för olika h/d. $\emptyset = 30^\circ$.

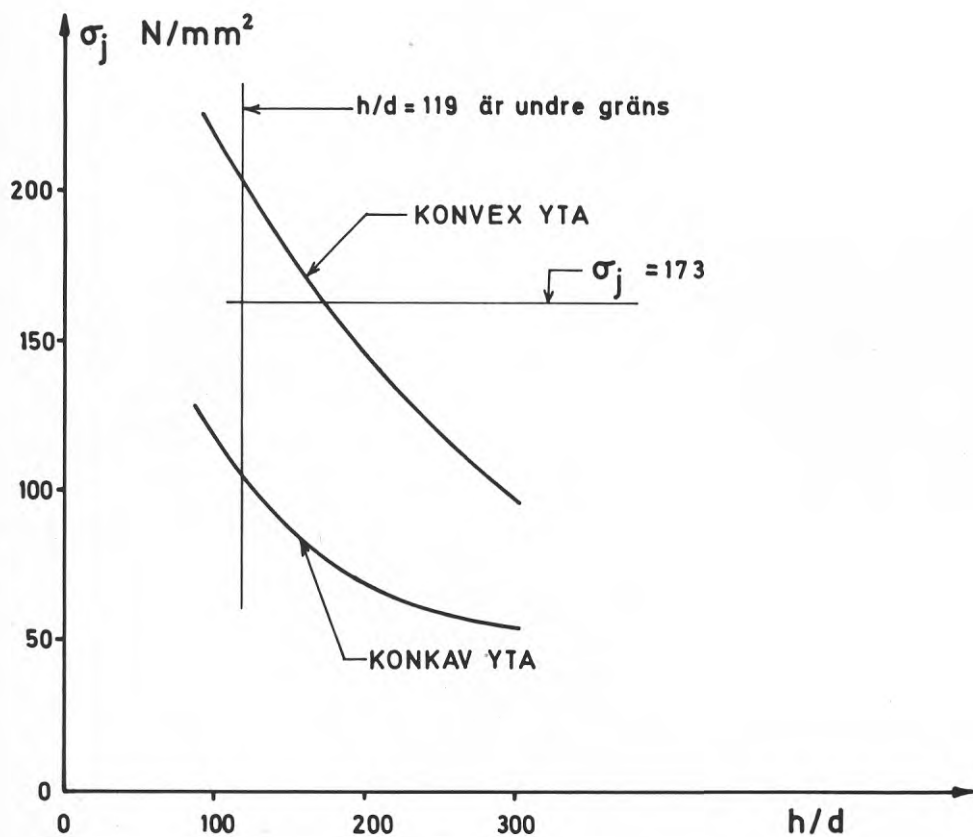


FIG. 3:26. Jämförelsespänningen σ_j i stängernas skärningspunkt vid $(\tau/\sigma_e)_{till}$. Dess variation med h/d. $\emptyset = 30^\circ$.

I det fall som har beräknats - när den dragna stängen i den antagna modellen har lutningsvinkeln 30° - blir de uppträdande jämförelsespänningarna i den konvexa ytan större än vad StBK-N1 tillåter för vanligt lastfall, när $h/d \leq$ ca 175.

Man skall här observera att det finns en undre gräns för h/d vid den givna lutningsvinkeln $\varnothing = 30^{\circ}$. Detta undre gränsvärde kan beräknas enligt Höglund [14], som anger följande formler:

$$\tau = \sigma_t \cdot \frac{1}{\tan \varnothing} \quad (2.24a)$$

$$\sigma_t = \tau_{cr} = 5,34 \sigma_e \quad (2.24e)$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{\tau_{su}}{\tau_{cr}}} \quad (2.24f)$$

$$\frac{\tau}{\tau_{su}} = \frac{4\sqrt{3}}{\alpha} \sqrt{1 - \frac{1}{4\alpha^4} - \frac{1}{2\alpha^2\sqrt{3}}} \quad (2.24g)$$

Ekvationernas nummerbeteckningar är enligt 14. I detta ekvationssystem är

$$\tau_{su} = \frac{\sigma_{su}}{\sqrt{3}}$$

$$\sigma_e = \frac{\pi^2 E}{12(1 - \nu^2)} \cdot \left(\frac{d}{h}\right)^2$$

En beräkning ger $h/d = 119$ för $\varnothing = 30^{\circ}$, vilket innebär att sträckgränsspänningen uppnås i livplåten vid detta slankhetstal för $\varnothing = 30^{\circ}$, när hänsyn ej är tagen till den initiella krumhetens inverkan.

Den teoretiska normkurvan begränsar således h/d till 119, när $\varnothing = 30^{\circ}$. (Den gällande normkurvan ligger lägre än den teoretiska med hänsyn till försöksresultat m.m.).

En följd av detta är att man, när man diskuterar resultatet av beräkningarna kan bortse från de delar av spänningskurvorna i figur 3:26, som ligger till vänster om gränslinjen $h/d = 119$.

3.217 Jämförelsespänningarna beroende av lutningsvinkeln \emptyset

För att finna den inverkan, som lutningsvinkeln \emptyset har på de uppkommande jämförelsespänningarna i balklivet, har dessa beräknats även för lutningsvinkeln 20° hos den dragna stängen. Beräkningarna har utförts för $h/d = 100, 200$ och 300 , d.v.s. för $\tau/\sigma_e = 3,75, 7,43$ och $8,01$ respektive.

Dragen stång

För den dragna stängen har värden enligt tabell 3:11 beräknats för påkänningar på grund av moment och normaldragkraft och resulterande påkänningar i konkav och konvex yta.

h/d	τ/σ_e	σ_M N/mm ²	σ_d N/mm ²	$\Sigma\sigma$ i konkav yta N/mm ²	$\Sigma\sigma$ i konvex yta N/mm ²
100	3,75	- 8,61	+ 195,55	+ 204,16	+ 186,94
200	7,43	- 6,12	+ 96,86	+ 102,98	+ 90,74
300	8,01	- 4,18	+ 46,41	+ 50,59	+ 42,23

TABELL 3:11. Dragen stång, mittpunkt. σ vid $(\tau/\sigma_e)_{till}$ för olika h/d.
 $\emptyset = 20^{\circ}$. + dragning. - tryck.

Tryckt stång

Tabell 3:12 visar för tryckt stång beräknade påkänningar på grund av moment och normaltryckkraft och resulterande påkänningar i konkav och konvex yta.

h/d	τ/σ_e	σ_M N/mm ²	σ_t N/mm ²	$\Sigma\sigma$ i konkav yta N/mm ²	$\Sigma\sigma$ i konvex yta N/mm ²
100	3,75	- 1,16	- 25,9	- 24,7	- 27,1
200	7,43	- 0,72	- 12,9	- 12,1	- 13,5
300	8,01	- 0,49	- 6,1	- 5,6	- 6,6

TABELL 3:12. Tryckt stång, mittpunkt. σ vid $(\tau/\sigma_e)_{till}$ för olika h/d.
 $\emptyset = 20^{\circ}$. + dragning. - tryck.

Jämförelsespänningar

För lutningsvinkeln $\varnothing = 20^\circ$ har jämförelsespänningar beräknats för den konkava och konvexa ytan i stängernas skärningspunkt på grundval av beräknade värden i tabell 3:11 och 3:12. Jämförelsespänningarna visas i tabell 3:13. I figur 3:27 visas grafiskt sambandet mellan jämförelsespänningarna och h/d .

h/d	τ/σ_e	σ_j N/mm ²	
		konkav yta	konvex yta
100	3,75	217,6	201,9
200	7,43	109,5	98,2
300	8,01	53,6	45,9

TABELL 3:13. Jämförelsespänningen σ_j i stängernas skärningspunkt vid $(\tau/\sigma_e)_{till}$ för olika h/d . $\varnothing = 20^\circ$.

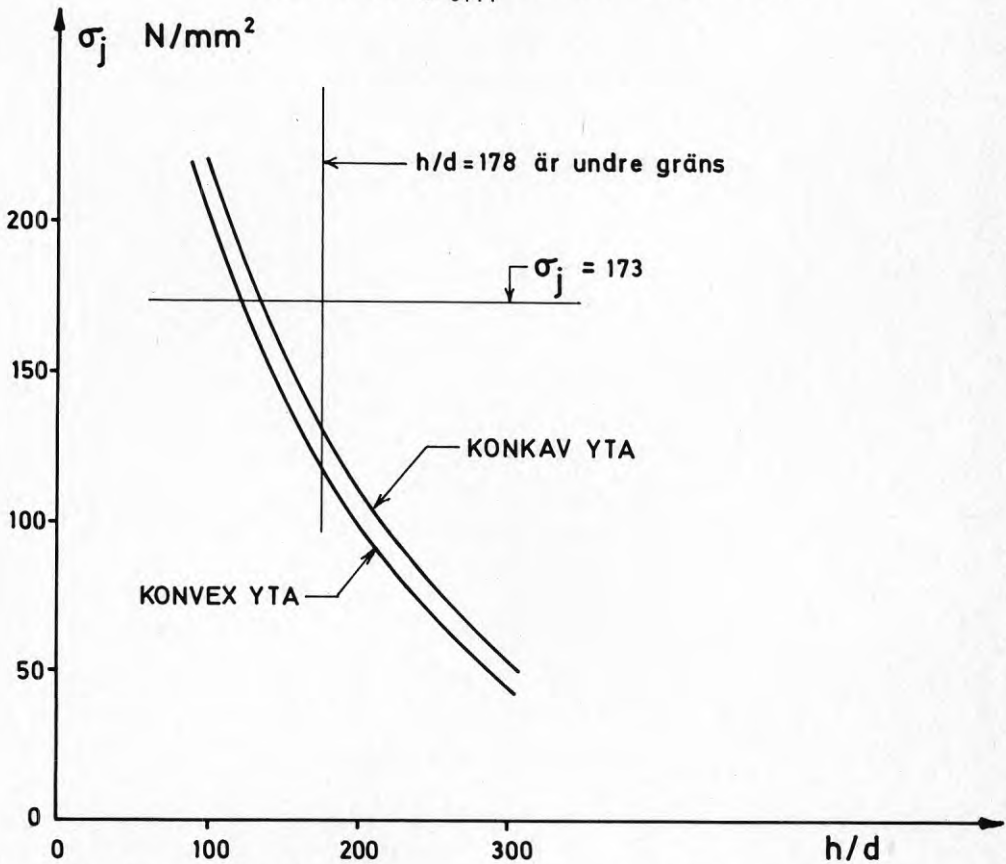


FIG. 3:27. Jämförelsespänningen σ_j i stängernas skärningspunkt vid $(\tau/\sigma_e)_{till}$. Dess variation med h/d . $\varnothing = 20^\circ$.

Man ser av figur 3:27 att samma tendens för jämförelsespänningarnas variation med h/d gäller för lutningsvinkeln $\varnothing = 20^{\circ}$ som vid $\varnothing = 30^{\circ}$ (se fig. 3:26), d.v.s. jämförelsespänningen ökar med minskande värden på h/d . I detta fall överskrides tillåtet σ enligt StBK-N1 för värden på h/d , som är ca 120 - 130.

Tillåtet σ överskrides i både den konkava och konvexa ytan. Man observerar att för vinkeln $\varnothing = 20^{\circ}$ påkänningarna i den konkava ytan är större än påkänningarna i den konvexa ytan. För vinkeln $\varnothing = 30^{\circ}$ är det tvärtom.

Den viktigaste skillnaden mellan de två fallen - $\varnothing = 20^{\circ}$ resp. $\varnothing = 30^{\circ}$ - är emellertid skillnaden mellan momentets inverkan på de resulterande påkänningarna. För $\varnothing = 20^{\circ}$ är vid dragen stång och $h/d = 100$ påkänningen av momentet endast ca 4 % av påkänningen av dragkraften (tabell 3:11) och vid tryckt stång och $h/d = 100$ påkänningen av momentet endast ca 4 % av påkänningen av tryckkraften (tabell 3:12). För $\varnothing = 30^{\circ}$ är motsvarande värden ca 10 % resp. ca 246 %. Inverkan av momentet, d.v.s. av den initiella buckligheten, på jämförelsespänningen minskar således mycket snabbt med minskande lutningsvinkel \varnothing . Orsaken till att man även vid $\varnothing = 20^{\circ}$ vid visst förhållande h/d uppnår en jämförelsespänning, som är större än tillåtet värde, är framför allt att dragpåkänningen σ_d är stor, till och med större än tillåten påkänning enligt gällande bestämmelser.

En undre gräns för h/d , beräknad enligt de formler ur [14], som angavs i föregående avsnitt, gäller emellertid även för detta fall. Man får för $\varnothing = 20^{\circ}$ $h/d = 178$. Gränslinjen är inlagd i figur 3:27. Man ser av figuren, att om livets slankhet för $\varnothing = 20^{\circ}$ uppfyller kraven enligt den teoretiska normkurvan, så överskrider jämförelsespänningen aldrig tillåten spänning vid belastning med maximalt tillåten skärkraft.

3.22 Sammanfattning

Som grund för den teoretiska undersökningen har legat en enkel modell - två korsande stänger - och man kan ifrågasätta om denna ger en tillfredsställande bild av funktionen hos en slank livplåt. I den utredning, [14], som utgör grund för normens bestämmelser, har ett förtätat stängsystem med dubbla antalet stänger (se fig. 3:3) ansetts ge en tillfredsställande bild av denna funktion. Överensstämmelsen i funktion hos ett system med två korsande stänger och ett system med det dubbla antalet stänger har emellertid visats vara mycket god, som framgår av avsnitt 3.212 i denna undersökning och de i detta avsnitt visade figurerna 3:9 och 3:10. Av denna orsak är det mycket sannolikt att en förnyad beräkning för ett förtätat stängsystem skulle ge ett resultat i nära överensstämmelse med det erhållna. Man kan därför dra följande slutsatser av de utförda beräkningarna för påverkan av enbart skärkraft.

Den initiella bucklan minskar vid belastning till en början. Denna minskning blir större ju mindre den dragna stångens lutningsvinkel \emptyset är. För en viss skärkraft når bucklans amplitud ett minimum och om skärkraften ökas ytterligare börjar bucklans amplitud att öka. Ökningen går allt snabbare för en viss ökning av skärkraften och amplituden blir slutligen oändligt stor, d.v.s. livplåten kollapsar.

För lutningsvinkeln $\emptyset = 30^{\circ}$ blir jämförelsespänningen i livplåtens konvexa yta större än tillåten spänning enligt stålnormen, när $h/d < 175$. För $\emptyset = 20^{\circ}$ överskrides ej jämförelsespänningen för de värden på h/d , som är större än den undre gräns, som normen anger.

Man ser av undersökningen att initiella bucklor av den aktuella storleken - $0,014 h$ - ej medför krav på en begränsning uppåt av tillåtet värde på h/d . En begränsning nedåt skulle vara motiverad. Men vid $\emptyset = 30^{\circ}$ överskrides σ_{till} endast i den konvexa ytan och den resulterande spänningen är långt från flytgränsen, 260 N/mm^2 .

Slutsatsen av den utförda undersökningen blir således att, vid inverkan av skärkraft på livplåtar, initiella lokala bucklor, som har en amplitud som är mindre eller lika med 1,4 % av livplåtens höjd ($0,014 \cdot h$), inte har ett så väsentligt negativt inflytande på livplåtens funktion att det motiverar en ändring av gällande regler för livplåtens dimensionering.

3.3 Inverkan av moment på livplåt med initiella lokala bucklor

När en I-balk med tunt liv belastas med moment, kan det inträffa, att den tryckta delen av livet inte i full utsträckning kan uppta tryckspänningarna på grund av livets utbuckling. Den del av tryckspänningarna, som livet ej kan upptaga, avlastas på tryckflänsen. Detta fenomen har studerats vid försök bland annat vid de undersökningar av slanka I-balkar, som under åren 1957-1960 gjordes av Basler och Thürlimann m.fl. vid Lehigh University i Bethlehem, Pa., U.S.A. och som redovisats i [3, 4, 5, 6, 7, 8 och 20]. Figur 3:28, som är hämtad ur StBK-K2, ger en uppfattning om den spänningsfördelning, som observerats vid försök.

Till denna spänningsomlagring måste hänsyn tas vid en stålbalcs beräkning. Man har därför infört begreppet effektivt tvärsnitt och förutsatt en viss spänningsfördelning. Se figur 3:28.

I StBK-K2, [24], avsnitt 6:223, anges följande formel för beräkning av böjmotståndet, W_{eff} , för det effektiva tvärsnittet, när W_x är böjmotståndet för det oreducerade tvärsnittet. Formeln har angivits av Höglund i [26].

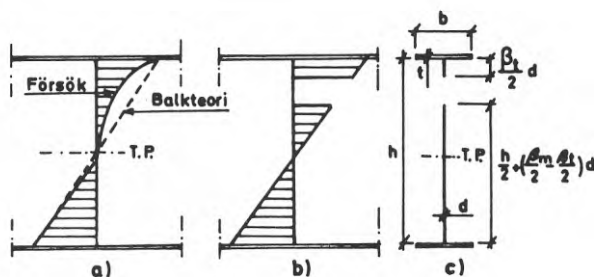


FIG. 3:28. a) Spänningsfördelning vid böjd balk med tunt liv [24]
 b) Spänningsfördelning för effektivt tvärsnitt
 c) Effektivt tvärsnitt

$$W_{\text{eff}} = W_x \left[1 - 0,15 \frac{h}{b} \frac{d}{t} \left(1 - \beta_m \frac{d}{h} \right) \right] \quad (3.63),$$

$$\text{när } \frac{h}{d} > \beta_m. \text{ För } \beta_m \text{ gäller: } \beta_m = 4,8 \sqrt{\frac{E}{\sigma_{su}}} \quad (3.64).$$

Denna formel gäller, när $\frac{h}{b} \frac{d}{t} < 3$.

Som grund för HSI-normens, [22], regel för effektivt tvärsnitt ligger en formel, som föreslagits av Basler & Thürlimann i [5], nämligen

$$W_{\text{eff}} = W_x \cdot \left[1 - 0,0005 \frac{h}{b} \frac{d}{t} \left(\frac{h}{d} - 5,7 \sqrt{\frac{E}{\sigma_{su}}} \right) \right] \quad (3.65),$$

när $\frac{h}{d} > 5,7 \sqrt{\frac{E}{\sigma_{su}}}$.

De angivna formlerna tar ej hänsyn till initiella lokala bucklor hos livplåten med den form som observerats vid gjorda mätningar. Se figur 2.3 - 2.7. Här göres ett försök att teoretiskt beräkna den inverkan, som en initieell lokal buckla med form enligt dessa figurer kan ha på det effektiva tvärsnittet.

3.31 Modell för teoretisk beräkning:
cirkulär buckla med $r = h/2$

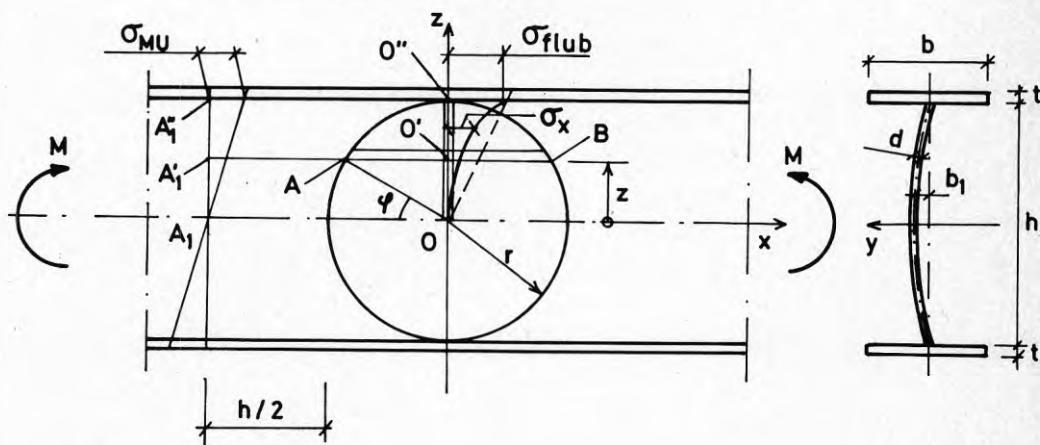


FIG. 3:29

För beteckningar hänvisas till figur 3:29.

För den teoretiska beräkningen göres följande antaganden beträffande bucklans form: Bucklan förutsättes vara cirkulär med radien $r = \frac{h}{2}$. Bucklans maximala amplitud är b_1 . Den är sinusformad i sin skärning med varje plan, som innehåller y-axeln enligt figur 3:29. Balkens liv förutsättes vara vertikalt, dess flänsar horisontella.

Den del av bucklan, som är belägen i balkens tryckzon, d.v.s. ovanför neutralaxeln i figur 3:29 betraktas. Bucklan tänkes uppskuren i horisontella strimlor av horisontella plan på avståndet l från varandra. Den tänkes dessutom och oberoende av

den tidigare uppskärningen uppskuren i vertikala strimlor av vertikala plan parallella med yz-planet och på avståndet l från varandra. När balken belastas med moment antages parallella strimlor fungera oberoende av varandra, d.v.s. krafter och moment, som uppträder i de gemensamma snittytorna, försummas i de följande beräkningarna. Horisontella strimlor antages vara fritt upplagda på bucklans periferi. Vertikala strimlor antages vara fritt upplagda på bucklans periferi respektive på den generatris i bucklan, som vid obelastad balk ligger i xy-planet. Denna generatris antages vid balkens belastning bibehålla sitt läge i rummen. Bucklans periferi och generatris antages ligga i livplätens mittyta, d.v.s. på avståndet $d/2$ från livplätens fria yta. d är livplätens tjocklek.

När balken belastas med momentet M antages fördelningen av den uppkommande horisontella tryckspänningen i snitt A_1 vara triangulär (se figur 3:29). Snitt A_1 antages ligga på avståndet h från bucklans centrum O . I snitt A_1 har således bucklan ingen inverkan på de horisontella spänningarnas fördelning. I underkant fläns i snitt A_1 är $\sigma = \sigma_{Mu}$ (σ av momentet M i underkant fläns). I snitt O genom bucklans centrum antages den horisontella tryckspänningen, σ_x , vara fördelad enligt en kurva. Se figur 3:29. I underkant fläns i snitt O är $\sigma_x = \sigma_{flub}$ (σ i flänsens underkant vid bucklan).

3.311 Fördelning av horisontell tryckspänning σ_x

Med stöd av ett försök av Frey redovisat i [27] (se figur 3:37) antages en fördelning för σ_x .

Följande ansats göres

$$\sigma_x = a \cdot z^u, \quad a \text{ och } u \text{ är konstanter.}$$

Randvillkoren ger a och man får

$$\sigma_x = \sigma_{flub} \cdot \left(\frac{z}{r}\right)^u \quad (3.66)$$

I denna ekvation skall nu u och σ_{flub} bestämmas. När σ_{flub} är känt, kan böjmotståndet för det effektiva tvärsnittet, W_{eff} , bestämmas enligt formeln

$$\frac{W_{eff}}{W_y} = \frac{\sigma_{Mu}}{\sigma_{flub}} \quad (3.67)$$

Man observerar, att de vid dimensioneringen av balken bestämmande spänningarna i flänsens överkant har samma förhållande som spänningarna i flänsens underkant.

u och σ_{f1ub} i ekv. (3.66) bestäms genom studium av de horisontella längdändringarna i livplåten.

3.312 Horisontella längdändringar i livplåten

Linjen $A_1'AO'$ i figur 3.29 antages ligga på avståndet z från neutralaxeln. I punkt A_1' är den horisontella tryckspänningen $\sigma_{A_1'} = \frac{z}{r} \cdot \sigma_{Mu}$. I punkt A antages den horisontella tryckspänningen vara densamma som i punkt O' d.v.s. σ_x . Längdändringen på sträckan $A_1'A$ blir därför

$$\Delta A_1'A = \frac{A_1'A}{E} \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{z}{r} \cdot \sigma_{Mu} + \sigma_x \right) \quad (3.68)$$

På grund av symmetri blir den horisontella tryckspänningen i punkt B också lika med σ_x . Den initieellt böjda strimlan $AO'B$ är således i ändarna påverkad av de horisontella tryckspänningarna σ_x , som ger strimlan en tillkommande utböjning, a_1 . På grund av denna utböjning förskjutes punkt A mot punkt O en sträcka som kallas $\Delta AO'_{a_1}$. Punkt A förskjutes mot punkt O' också på grund av stukningen på sträckan AO' . Denna är

$$\Delta AO' = \frac{AO' \cdot \sigma_x}{E} \quad (3.69)$$

På grund av plåtens kontinuitet måste summan av längdändringarna på sträckan $A_1'AO'$ vara lika med $\frac{z}{r} \cdot \Delta A_1''O''$, där $\Delta A_1''O''$ är längdändringen på sträckan $A_1''O''$. Denna är oberoende av den tillkommande utböjningen hos bucklan och kan skrivas

$$\Delta A_1''O'' = \frac{A_1''O''}{E} \cdot \frac{1}{2} (\sigma_{Mu} + \sigma_{f1ub}) \quad (3.70)$$

Man får således ekvationen

$$\begin{aligned} & \frac{A_1'A}{E} \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{z}{r} \cdot \sigma_{Mu} + \sigma_x \right) + \Delta AO'_{a_1} + \frac{AO' \cdot \sigma_x}{E} = \\ & = \frac{z}{r} \cdot \frac{A_1''O''}{E} \cdot \frac{1}{2} (\sigma_{Mu} + \sigma_{f1ub}) \end{aligned} \quad (3.71)$$

som kan skrivas

$$\begin{aligned} \frac{h}{2E} \left(1 - \frac{\cos \vartheta}{2}\right) (\sigma_{Mu} \sin \vartheta + \sigma_x) + \Delta A O'_{a_1} + \frac{h}{2E} \cos \vartheta \sigma_x = \\ = \frac{h}{2E} \sin \vartheta (\sigma_{Mu} + \sigma_{flub}) \end{aligned} \quad (3.72)$$

3.313 Längdändring på grund av tillkommande utböjning hos horisontell strimla

$\Delta A O'_{a_1}$ är förskjutningen av A mot O' på grund av den tillkommande utböjningen a_1 hos den horisontella strimlan $A O' B$. Antag att den initieilt utböjda strimlan $A O' B$ är sinusformad. Den maximala initiella utböjningen i O' är $b_z = b_1 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} \sin \vartheta\right)$ (se figur 3:30). (3.73)

Vid utböjningen av den initieilt utböjda horisontella strimlan $A O' B$ antages de vertikala strimlorna utöva mothåll och förhindra utböjningen. Det antages, att den mothållande kraft, som en vertikal strimla utövar på den horisontella strimlan $A O' B$ i deras skärningspunkt, är $k \cdot \sigma_x$, där k är en konstant. Strimlan $A O' B$ är alltså utsatt för en belastning enligt figur 3:30.

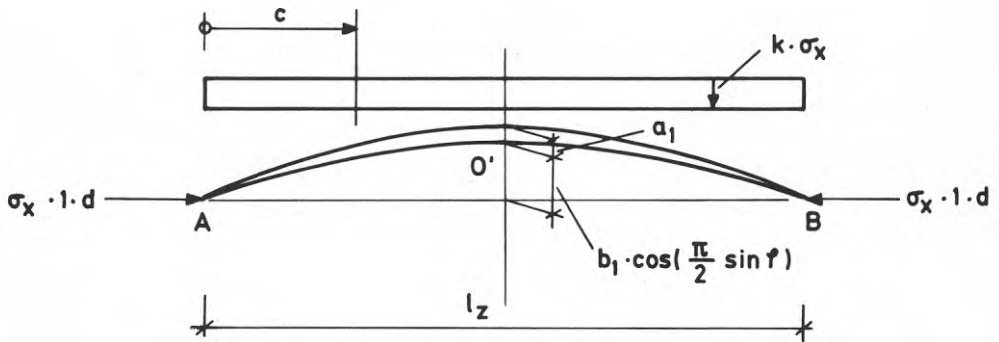


FIG. 3:30

Den tillkommande utböjningen för strimlan A0 B antages också vara sinusformad. Den maximala tillkommande amplituden blir a_1 i 0'. a_1 beräknas enligt Timoshenko [25].

Låt strimlan i 0' få en oändligt liten tillskottsutböjning da_1 . Tillskottsutböjningen i punkten c enligt figur 3:30 blir då $da_1 \sin \frac{\pi c}{\ell_z}$.

Alltså är det utförda arbetet för den lilla punktlasten i c, som är $k \sigma_x dc$,

$$\Delta \text{Arb.} = -k \sigma_x dc \cdot da_1 \cdot \sin \frac{\pi c}{\ell_z} \quad (3.74)$$

För lasten på hela balken blir det utförda arbetet

$$\begin{aligned} \text{Arb.} &= -k \sigma_x da_1 \int_0^{\ell_z} \sin \frac{\pi c}{\ell_z} dc = \\ &= -\frac{2k \sigma_x \ell_z}{\pi} \cdot da_1 \end{aligned} \quad (3.75)$$

För kraften i strimlans ändar är vägen i kraftens riktning

$$\lambda_1 - \lambda_0 = \frac{\pi^2}{4\ell_z} (2a_1 b_z + a_1^2) \quad (3.76)$$

Arbetet för lasten $\sigma_x \cdot d$ är

$$\sigma_x \cdot d \cdot \frac{\partial(\lambda_1 - \lambda_0)}{\partial a_1} da_1 = \sigma_x \cdot d \frac{\pi^2}{2\ell_z} (a_1 + b_z) da_1 \quad (3.77)$$

Ökningen i inre arbetet är

$$dU = \frac{EI \pi^4}{2 \ell_z^3 (1 - \nu^2)} \cdot a_1 \cdot da_1 \quad (3.78)$$

Man får således om summan av de yttre krafternas arbete sättes lika med ökningen i det inre arbetet

$$\frac{EI \pi^4}{2l_z^3 (1 - \nu^2)} a_1 \cdot da_1 = \sigma_x d \frac{\pi^2}{2l_z} (a_1 + b_z) da_1 -$$

$$- \frac{2 k \sigma_x l_z}{\pi} da_1$$

$$\therefore a_1 = \frac{-\frac{4 k \sigma_x l_z^4}{\pi} + \sigma_x \cdot d \cdot \pi^2 l_z^2 b_z}{\frac{EI \pi^4}{1 - \nu^2} - \sigma_x d \cdot \pi^2 \cdot l_z^2} \quad (3.79)$$

När a_1 har beräknats, kan $\Delta A O_{a_1}'$ beräknas.

$$\Delta A O_{a_1}' = \frac{\lambda_1 - \lambda_0}{2} = \frac{\pi^2}{8 l_z^2} (2a_1 b_z + a_1^2) \quad (3.80)$$

I uttrycket a_1 ingår den okända konstanten k . För att k skall kunna elimineras, fordras ytterligare ett uttryck för den tillkommande utböjningen hos livplåten i punkten O . Detta uttryck fås av utböjningen hos den vertikala mittstrimlan OO'' .

3.314 Utböjning av den vertikala mittstrimlan

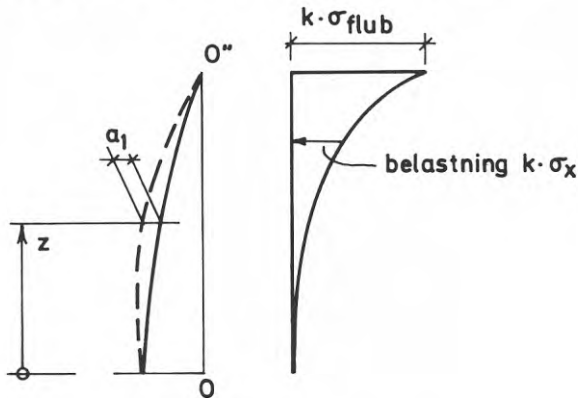


FIG. 3:31

Den vertikala strimlans belastning och tillkommande utböjning visas i figur 3:31.

Strimlan $00''$ är en fritt upplagd balk, vars ändpunkter fritt kan förskjuta sig mot varandra. För utböjningen gäller därför följande bekanta formler

$$y'' = - \frac{M_z (1 - \nu^2)}{EI} \quad \left. \vphantom{y''} \right\} \quad (3.81)$$

$$\frac{d^2 M_z}{dz^2} = - q_z \quad \left. \vphantom{\frac{d^2 M_z}{dz^2}} \right\} \quad (3.82)$$

Men i detta fall är $q_z = k \cdot \sigma_x$ och man får

$$y^{(IV)} = \frac{k \sigma_x (1 - \nu^2)}{EI} \quad (3.83)$$

Enligt ekv. (3.66) är

$$\sigma_x = \sigma_{flub} \left(\frac{z}{r}\right)^u$$

Alltså är

$$y^{(IV)} = \frac{k (1 - \nu^2)}{EI} \sigma_{flub} \cdot \left(\frac{z}{r}\right)^u \quad (3.84)$$

De vertikala strimlorna har förutsatts vara fritt upplagda i 0 och $0''$, ett antagande, som ger resultat på säkra sidan.

$\therefore y = y'' = 0$ för $z = 0$ och $y = y'' = 0$ för $z = r$.

Efter integration får man

$$y = \frac{k (1 - \nu^2)}{EI} \sigma_{flub} \cdot \frac{zr^3}{(u+1)(u+2)(u+3)(u+4)} \cdot \left[\left(\frac{z}{r}\right)^{u+3} + \frac{(u+3)(u+4)}{6} \left(1 - \left(\frac{z}{r}\right)^2\right) - 1 \right] \quad (3.85)$$

3.315 Bestämning av belastningskonstanten k .

Konstanten k bestäms därav att utböjningen i punkten $(x, z) = (0, z)$ för den horisontella strimlan AB enligt figur 3:29, vilken anges av ekv. (3.79), är lika med utböjningen i samma punkt för den vertikala mittstrimlan $00''$, vilken anges av ekv. (3.85).

Av ekv. (3.79) och ekv. (3.85) får man

$$k = \frac{\pi^2 \cdot \frac{b_1}{r} \cdot (\sin \vartheta)^u \cdot \cos \left(\frac{\pi}{2} \sin \vartheta \right)}{\frac{12 \sin \vartheta (r/d)^3 \cdot (1-\nu^2)}{E(u+1)(u+2)(u+3)(u+4)} \left[(\sin \vartheta)^{u+3} + \frac{(u+3)(u+4)}{6} \cos^2 \vartheta - 1 \right]} \cdot \frac{1}{\left(\frac{E \pi^4}{12 (1-\nu^2)} \cdot \frac{1}{4 (r/d)^2 \cos^2 \vartheta} - \sigma_{flub} \cdot (\sin \vartheta)^u \pi^2 \right) + \frac{16}{\pi} \cdot \frac{r}{d} \cdot (\sin \vartheta)^u \cdot \cos^2 \vartheta} \quad (3.86)$$

Man ser av ekv. (3.86) att k som förutsatts vara konstant längs $00''$ varierar med ϑ , d.v.s. med z/r . k varierar också med u . För ett givet värde på u har variationen hos k med ϑ beräknats. Resultatet framgår av figur 3:32. För att komma tillrätta med komplikationen att k varierar, fast det förutsatts vara konstant, kan man förutsätta en viss variation hos k med ϑ , beräkna en ny formel för y och sedan med hjälp av formeln för a_1 få ett nytt uttryck för variationen hos k med ϑ . Efter upprepade beräkningar kan man komma fram till ett uttryck för $k = f(\vartheta)$, vilket som resultat ger det antagna uttrycket. Här väljs ett enklare förfarande, nämligen det att för k väljes ett värde som uppskattas att vara ett medelvärde, när ϑ ligger mellan 0 och $\frac{\pi}{2}$. $\vartheta = \arcsin 0,5$, d.v.s. $\frac{z}{r} = 0,5$, bedömes vara ett lämpligt värde. Detta innebär att utböjningen för strimlan AB i figur 3:29 antages vara lika stor som utböjningen för strimlan $00''$ i strimlornas skärningspunkt, när $z = 0,5r$. Punkten $(0, \frac{r}{2})$ förutsättes således vara karakteristisk för den initiella bucklans tillkommande utböjning för den del av bucklan, som ligger i livets tryckzon.

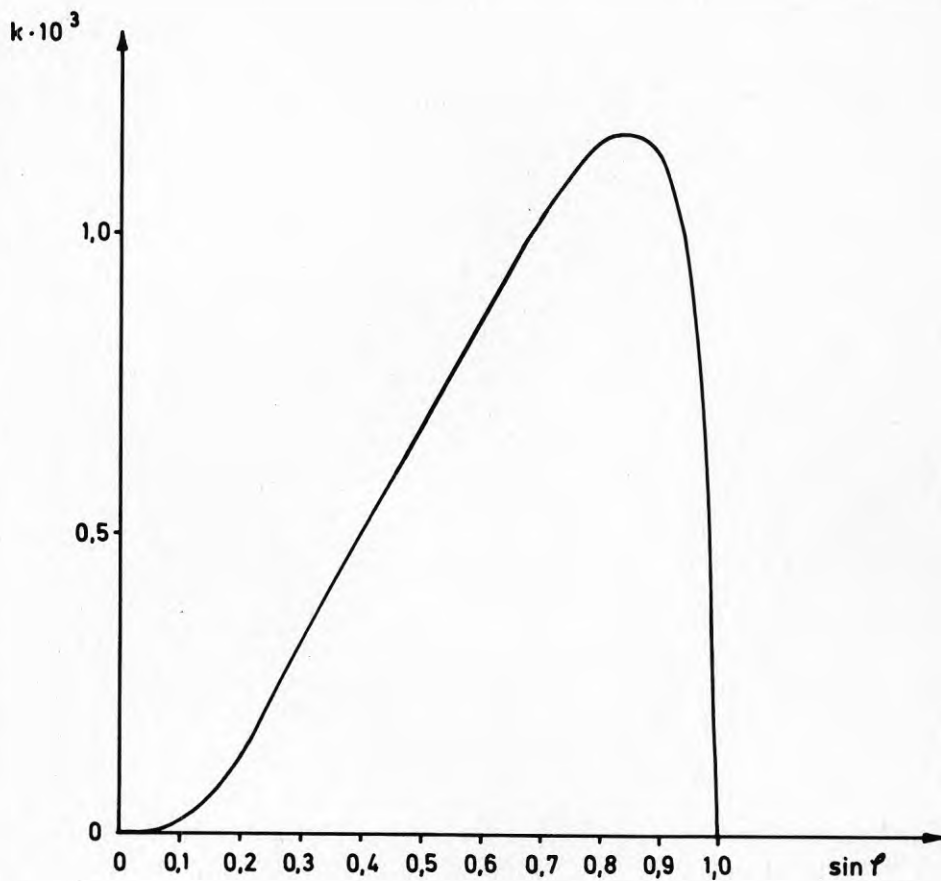


FIG. 3:32. k som funktion av φ , när $u = 4,08$ och $\sigma_{flub} = 211,54 \text{ N/mm}^2$. $h/d = 200$.

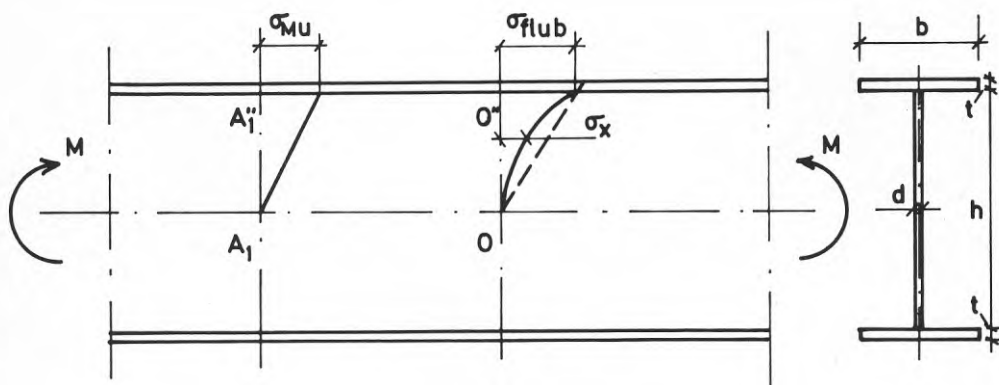
3.316 Relationen mellan σ_{Mu} och σ_{flub} 

FIG. 3:33

I formeln för k ingår σ_{flub} . σ_{flub} beror av σ_{Mu} , som är den horisontella tryckpåkänningen, som uppstår i flänsens underkant vid belastning med momentet M i en tvärsektion av balken, som ej är påverkad av den initiella bucklan.

En relation mellan σ_{Mu} och σ_{flub} kan fås därigenom att det belastande momentet M skall kunna upptagas både i sektion A_1A_1'' och i sektion OO'' . Se figur 3:33.

Man får följande ekvationer

$$0,5M = 0,5 \cdot \frac{h}{2} \cdot \sigma_{Mu} \cdot d \cdot \frac{2}{3} \frac{h}{2} + 0,5 \left(\sigma_{Mu} + \frac{t + \frac{h}{2}}{h/2} \cdot \sigma_{Mu} \right) \cdot b \cdot t \left(\frac{h}{2} + \frac{t}{2} \right) \quad (3.87)$$

$$0,5M = \int_0^{h/2} \sigma_x \cdot d \cdot zdz + 0,5 \left(\sigma_{flub} + \frac{t + \frac{h}{2}}{h/2} \sigma_{flub} \right) \cdot b \cdot t \cdot \left(\frac{h}{2} + \frac{t}{2} \right) \quad (3.88)$$

Härav fås

$$\sigma_{flub} = \sigma_{Mu} \cdot \frac{\frac{dh^2}{6} + \frac{b \cdot t \cdot (h+t)^2}{h}}{\frac{dh^2}{2(u+2)} + \frac{b \cdot t \cdot (h+t)^2}{h}} \quad (3.89)$$

Denna formel beror på förhållandet $hd/bt = A_{liv}/A_{fläns}$, på livets slankhet h/d och på förhållandet b/t .

3.317 Beräkning av u , σ_{flub} och W_{eff}

För beräkning av u , σ_{flub} och slutligen W_{eff} finns nu ekvationerna (3.67), (3.72), (3.79), (3.86) och (3.89).

$\sin \emptyset = 0,5$.

Följande ekvationssystem fås:

$$W_{eff} = W_y \cdot \frac{\sigma_{Mu}}{\sigma_{flub}} \quad (3.67)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \sigma_{Mu} = \sigma_{flub} \left[(0,5)^u \cdot \frac{4 + \sqrt{3}}{2} - 1 \right] + \frac{\pi^2 E}{4 \sqrt{3}} \left[\sqrt{2} \cdot \frac{a_1}{r} \cdot \frac{b_1}{r} + \left(\frac{a_1}{r} \right)^2 \right] \quad (3.72a)$$

$$\frac{a_1}{r} = \frac{-k \cdot 0,75 \cdot \frac{16}{\pi} \cdot \left(\frac{r}{d} \right) + \pi^2 \cdot \frac{b_1}{r} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{E \pi^4}{36 \cdot (1-\nu^2) (r/d)^2 \cdot \sigma_{flub} \cdot (0,5)^u} - \pi^2} \quad (3.79a)$$

$$k = \frac{\pi^2 \cdot \frac{b_1}{r} \cdot (0,5)^u \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{6 \cdot (r/d)^3 (1-\nu^2)}{E (u+1)(u+2)(u+3)(u+4)} \cdot \left[(0,5)^{u+3} + \frac{(u+3)(u+4)}{6} \cdot 0,75 - 1 \right]} \cdot \frac{1}{\left(\frac{E \cdot \pi^4}{12(1-\nu^2)} \cdot \frac{1}{4 \cdot (r/d)^2 \cdot 0,75} - \sigma_{flub} \cdot (0,5)^u \cdot \pi^2 \right) + \frac{1}{\frac{16}{\pi} \cdot \frac{r}{d} \cdot (0,5)^u \cdot 0,75}} \quad (3.86a)$$

$$\sigma_{flub} = \sigma_{Mu} \cdot \frac{\frac{dh^2}{6} + \frac{b \cdot t (h+t)^2}{h}}{\frac{dh^2}{2(u+2)} + \frac{b \cdot t (h+t)^2}{h}} \quad (3.89)$$

För att framställningen inte skall bli olämpligt komplicerad, måste man nu övergå till numeriska beräkningar.

De följande beräkningarna utföres för en livplåt med slankhetsförhållandet $h/d = 200$.

Enligt ekvation (3.89) beror förhållandet $\sigma_{flub}/\sigma_{Mu}$ på förhållandena hd/bt och b/t . För beräkningarna väljes den HSI-balk med $h/d = 200$ som har det största värdet på hd/bt . Detta kallas fall 1. Det är HSI 1600 - 8 - 300, som har $hd/bt = 3,56$. För HSI-balkar gäller att $b/t = 25$.

Man får $b = 0,187 h$
 $t = 0,0075 h$
 $d = 0,005 h$

Dessa värden insatta i ekv. (3.89) ger en enkel relation mellan σ_{flub} och σ_{Mu} .

σ_{Mu} har beräknats därigenom att det förutsatts, att i snitt A_1A_1 (se figur 3:33) sektionen är fullt utnyttjad och att spänningen i flänsens överkant är $173,3 \text{ N/mm}^2$, d.v.s. tillåten spänning enligt Stålbyggnadsnorm 70 för stål SIS 1412.

b_1 har förutsatts vara $0,014h$ i överensstämmelse med resultaten i avsnitt 2.

$E = 210.000 \text{ N/mm}^2$. $\nu = 0,3$.

Med de angivna förutsättningarna blir beräkningsgången följande.

u väljes godtyckligt. σ_{flub} beräknas enligt ekv. (3.89). Därefter beräknas k enligt ekv. (3.86a) och sedan a_1/r enligt ekv. (3.79a). Värdena på σ_{flub} och a_1/r insättes i ekv. (3.72a), som skall satisfieras. u varieras till dess att ekvation (3.72a) blir tillfredsställd.

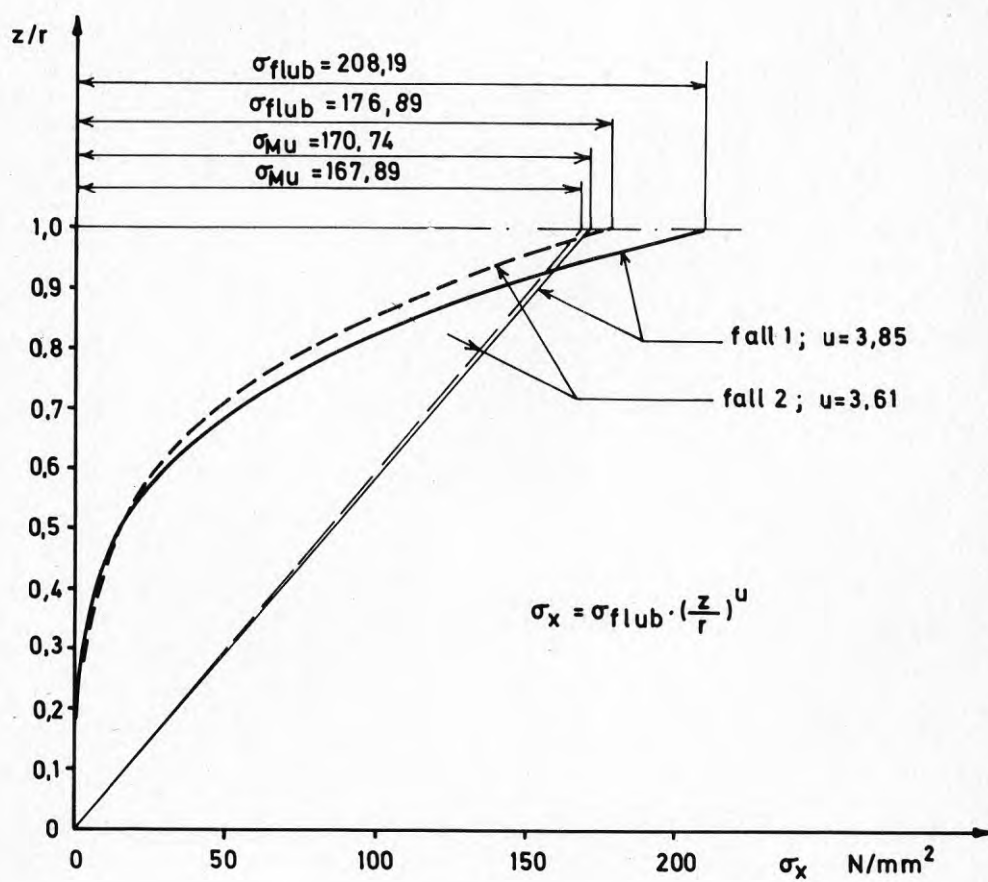


FIG. 3:34. σ_x som funktion av z/r vid
 fall 1: $hd/bt = 3,56$
 fall 2: $hd/bt = 0,76 \cdot h/d = 200$

Med de angivna förutsättningarna fås:

$$u = 3,85$$

$$\sigma_{flub} = 208,19 \text{ N/mm}^2$$

$$k = 0,7245 \cdot 10^{-3}$$

$$\frac{a_1}{r} = 0,01477$$

$$\frac{\sigma_{flub}}{\sigma_{Mu}} = \frac{208,19}{170,74} = 1,219$$

$$W_{eff} = W_y \cdot 0,820$$

Resultatet innebär att bucklans närvaro medför en ökning av kantspänningen i balkens överkant med ca 22 %, d.v.s. böjmotståndet, W_{eff} , för det effektiva tvärsnittet är ungefär 82 % av böjmotståndet för det reducerade tvärsnittet.

Variationen hos σ_x visas grafiskt i figur 3:34.

3.318 Inverkan av förhållandet hd/bt på förhållandet $\sigma_{flub}/\sigma_{Mu}$

Den inverkan som förhållandet hd/bt har på kantspänningens tillväxt har studerats genom att beräkningar också har utförts för den HSI-balk med $h/d = 200$, som har det minsta värdet på relationen hd/bt . Det är HSI 800 - 4 - 325, som har $hd/bt = 0,76$. Detta kallas fall 2.

För denna balk gäller

$$b = 0,406 \text{ h}$$

$$t = 0,0162 \text{ h}$$

$$d = 0,005 \text{ h}$$

Med dessa nya förutsättningar, men för övrigt samma förutsättningar som vid $hd/bt = 3,56$, får man följande resultat:

$$u = 3,61$$

$$\sigma_{flub} = 176,89 \text{ N/mm}^2$$

$$k = 0,7034 \cdot 10^{-3}$$

$$\frac{a_1}{r} = 0,01318$$

$$\frac{\sigma_{flub}}{\sigma_{Mu}} = \frac{176,89}{167,89} = 1,054$$

$$W_{eff} = W_y \cdot 0,949$$

För detta fall ökas kantspänningarna i balkens överkant med väl 5 %, d.v.s. böjmotståndet för det effektiva tvärsnittet blir ungefär 95 % av böjmotståndet för det oreducerade tvärsnittet.

Variationen hos σ_x visas grafiskt i figur 3:34.

3.319 Inverkan av livets slankhetsförhållande h/d på förhållandet $\sigma_{flub}/\sigma_{Mu}$

För de två fallen av förhållandet hd/bt har beräkningar också utförts med livets slankhetsförhållande $h/d = 300$.

Fall 1 $hd/bt = 3,56$

Beräkningarna ger följande resultat:

$$u = 5,89$$

$$\sigma_{flub} = 222,06 \text{ N/mm}^2$$

$$k = 0,4134 \cdot 10^{-3}$$

$$\frac{a_1}{r} = 0,01684$$

$$\frac{\sigma_{flub}}{\sigma_{Mu}} = \frac{222,06}{171,20} = 1,297$$

$$W_{eff} = W_y \cdot 0,771$$

För detta fall ökas således spänningarna i balkens överkant med nära 30 %, d.v.s. böjmotståndet för det effektiva tvärsnittet blir ca 77 % av böjmotståndet för det oreducerade tvärsnittet.

Variationen hos σ_x visas grafiskt i figur 3:35.

Fall 2 $hd/bt = 0,76$

Beräkningarna ger följande resultat:

$$u = 5,55$$

$$\sigma_{flub} = 180,80 \text{ N/mm}^2$$

$$k = 0,4106 \cdot 10^{-3}$$

$$\frac{a_1}{r} = 0,01486$$

$$\frac{\sigma_{flub}}{\sigma_{Mu}} = \frac{180,80}{168,83} = 1,071$$

$$W_{eff} = W_y \cdot 0,934$$

För detta fall blir ökningen av spänningarna i balkens överkant mycket mindre än i fall 1, endast cirka 7 %, vilket innebär att böjmotståndet för det effektiva tvärsnittet blir ca 93 % av böjmotståndet för det oreducerade tvärsnittet.

Variationen hos σ_x visas grafiskt i figur 3:35.

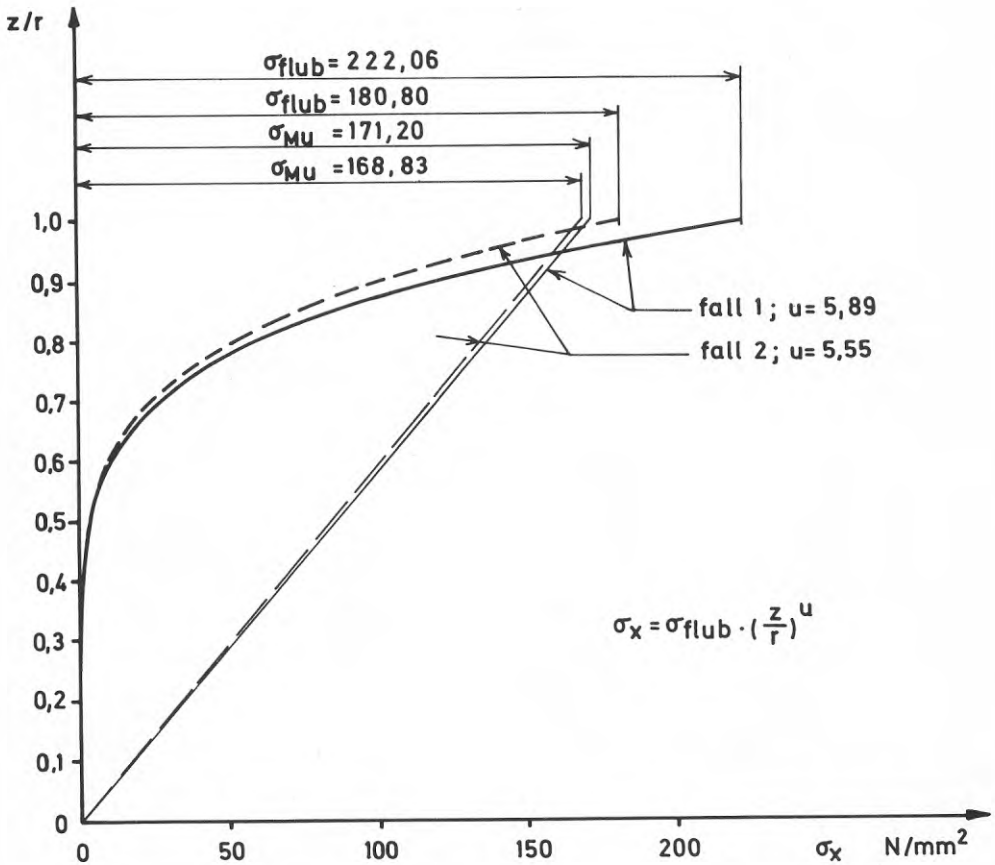


FIG: 3:35. σ_x som funktion av z/r vid
 fall 1: $hd/bt = 3,56$
 fall 2: $hd/bt = 0,76$. $h/d = 300$.

3.32 Jämförelse med resultaten från utförda försök

Frey har i [27] redovisat resultaten av uppmätningar av initiella bucklor i livet hos fyra balkar med tunt liv. Figur 3:36 visar de uppmätta bucklorna för balk 3 och 4. För en av balkarna, balk 3, har bucklorna uppmätts även i balkspännets mitt. För alla fyra provbalkarna har Frey utfört mätning av töjningar och stukningar i balkmitt. Resultatet av dessa mätningar för balk 3 framgår av figur 3:37.

Mittsnittet på balk 3 (snitt C i figur 3:36) var vid provningarna väsentligen utsatt för inverkan av moment. Det är därför möjligt att tillämpa den tidigare redovisade teorien på den buckla, som finns i snitt C på balk 3. Som figur 3:36 visar, är bucklan inte cirkulär och den når inte helt fram till den tryckta flänsen. Detta kan medföra, att man får en viss brist på överensstämmelse mellan teori och försök.

Enligt Freys redogörelse gäller för balk 3:

$$\frac{h}{b} \frac{d}{t} = \frac{600 \times 2}{150 \times 6} = 1,33$$

$$\frac{h}{d} = \frac{600}{2} = 300$$

$$\frac{b_1}{h} = \frac{7}{600} = 0,0117$$

$$M = \frac{85,5}{9} \cdot P \cdot 90$$

För $P = 1,257$ ton blir

$$M = 1.074.735 \text{ kpcm}$$

$$I = 19770 \text{ cm}^4$$

$$\sigma_{Mu} = \frac{30}{30,45} \cdot \sigma_{Mö} = 163,09 \text{ N/mm}^2$$

Med de angivna förutsättningarna får man efter beräkningar med de teoretiska formlerna

$$u = 5,20$$

$$\sigma_{flub} = 182,09 \text{ N/mm}^2$$

$$k = 0,4060 \cdot 10^{-3}$$

$$\frac{a_1}{r} = 0,01625$$

$$\frac{\sigma_{flub}}{\sigma_{Mu}} = \frac{182,09}{163,09} = 1,117$$

$$W_{eff} = W_y \cdot 0,896$$

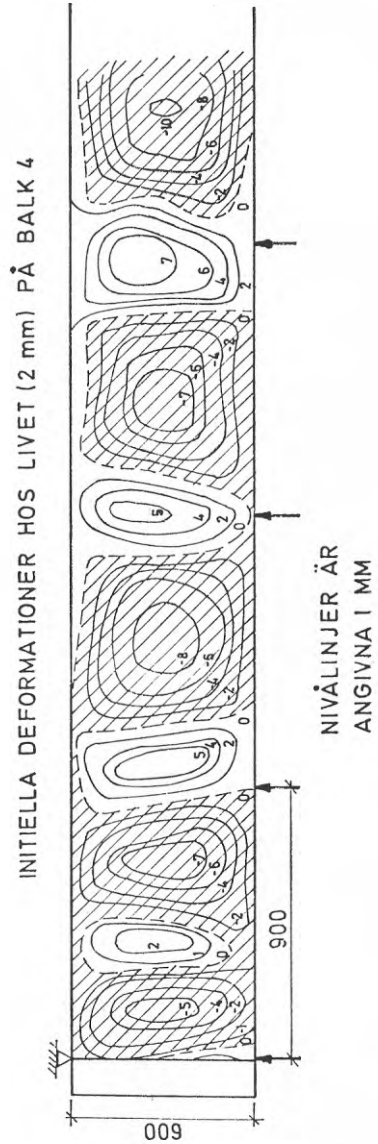
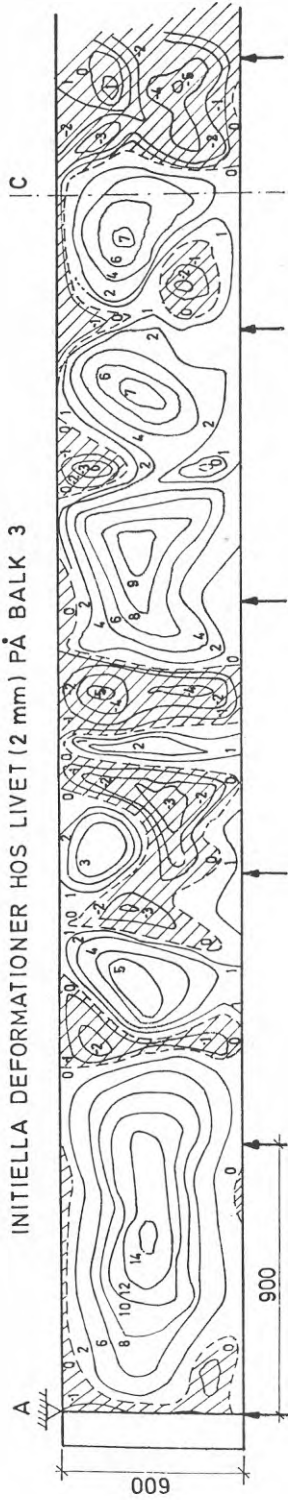


FIG. 3:36. Uppmätta initiala livbucklor enligt Frey [27].

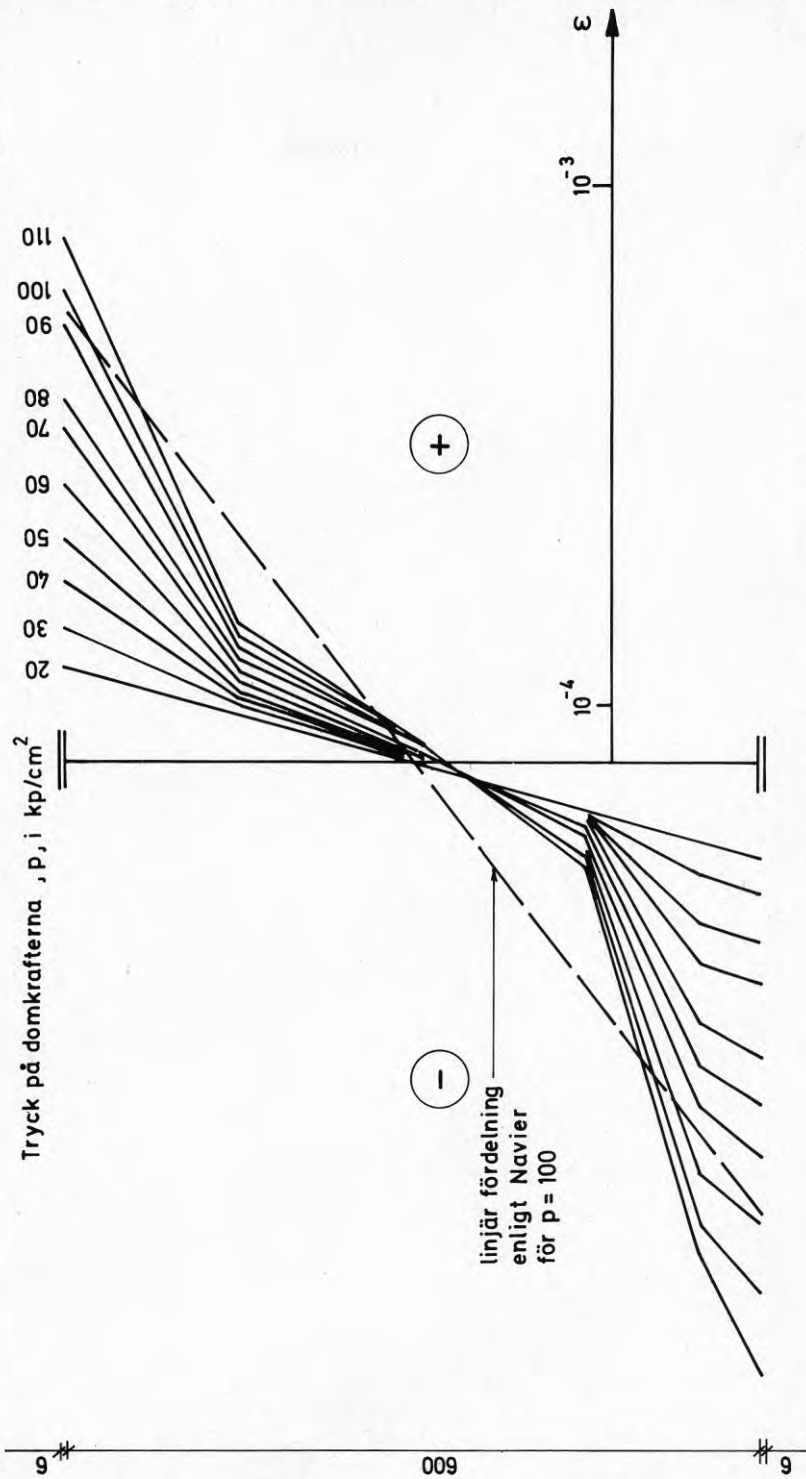


FIG. 3:37. Fördelning av töjningar och stukningar (ϵ_x) i mittsektionen på balk 3. [27]
(Den tryckta flänsen är längst ned i figuren).

I figur 3:38 visas dels de stukningsmätningar, som utförts av Frey för den aktuella belastningen, dels de stukningar, som beräknats enligt formeln $\epsilon_x = \sigma_x/E$ för

$\sigma_x = 182,09 \cdot \left(\frac{z}{r}\right)^{5,20}$. Även fördelningen av stukningen enligt balkteori visas.

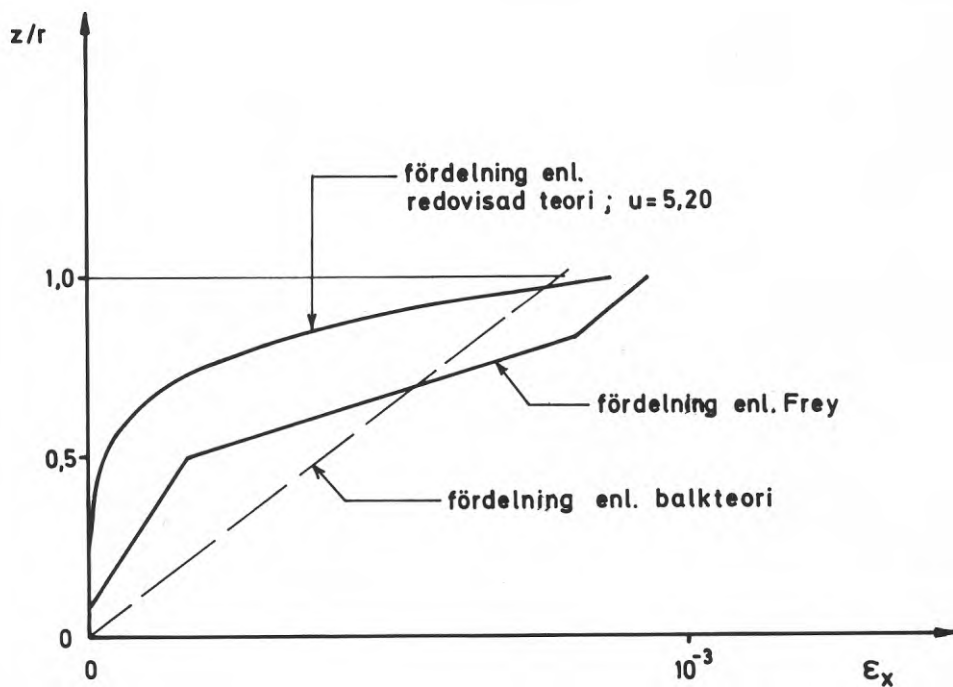


FIG. 3:38. Fördelningen av stukningen i balkmitt i balk 3 [27] enligt

- uppmätning enligt Frey
- redovisad teori
- balkteori

Av figur 3:38 framgår, att i verkligheten livets förmåga att upptaga horisontella tryckkrafter vid momentbelastning är större än vad den presenterade teorien anger. Förklaringen härtill är den att i teorien har förutsatts, att de enskilda parallella strimlorna ej samverkar med varandra i sina snittytor, en förutsättning som ej har motsvarighet i verkligheten. Det antagna systemet med korsande strimlor är således mycket eftergivligare vid tryckpåverkan än den homogena livplåten. Detta resultat var att vänta.

Mindre väntat är resultatet att σ_{flub} enligt försöken är större än σ_{flub} enligt teorien. Detta medför, att σ_x enligt försöken i hela balksektionen ovanför neutrallagret är större än σ_x enligt de teoretiska beräkningarna. Men σ_x enligt teorien i liv och fläns ger med avseende på neutrallagret ett moment, som är $\frac{M}{2}$. Det kan därför förefalla, som om de horisontella tryckspänningarna σ_x enligt försöken skulle lämna ett större bidrag till momentet än hälften, d.v.s. den inre jämvikten skulle vara rubbad. Emellertid sker vid momentbelastning av en balk med en initieell buckla på hela livplåtens höjd eller i livets tryckzon en kontinuerlig förskjutning av neutrallagret i riktning mot den tryckta flänsen, varigenom den inre jämvikten bibehålles. Denna förskjutning av neutrallagret framgår tydligt av figur 3:37. Till denna förskjutning har hänsyn ej tagits i den framlagda teorien. En följd härav blir att i de teoretiska beräkningarna σ_{flub} blir underskattat.

3.33 Jämförelse med normens bestämmelser

Som angavs i inledningen till detta avsnitt, skall enligt StBK-K2 böjmotståndet för det effektiva tvärsnittet beräknas enligt formeln

$$W_{eff} = W_x \left[1 - 0,15 \frac{h \cdot d}{b \cdot t} \left(1 - \beta_m \cdot \frac{d}{h} \right) \right], \text{ när } \frac{h}{d} > \beta_m. \text{ För } \beta_m \text{ gäller: } \beta_m = 4,8 \sqrt{\frac{E}{\sigma_{su}}}.$$

I denna formel är W_{eff} en linjär funktion av förhållandet hd/bt för ett givet värde på h/d . I figur 3:39 har funktionen uppritats för $h/d = 200$ och $h/d = 300$. E har satts = 210.000 N/mm^2 och $\sigma_{su} = 260 \text{ N/mm}^2$. I figuren har också inlagts de värden på W_{eff} , som teoretiskt beräknats för hd/bt lika med 0,76 och 3,56, när $h/d = 200$ resp. 300.

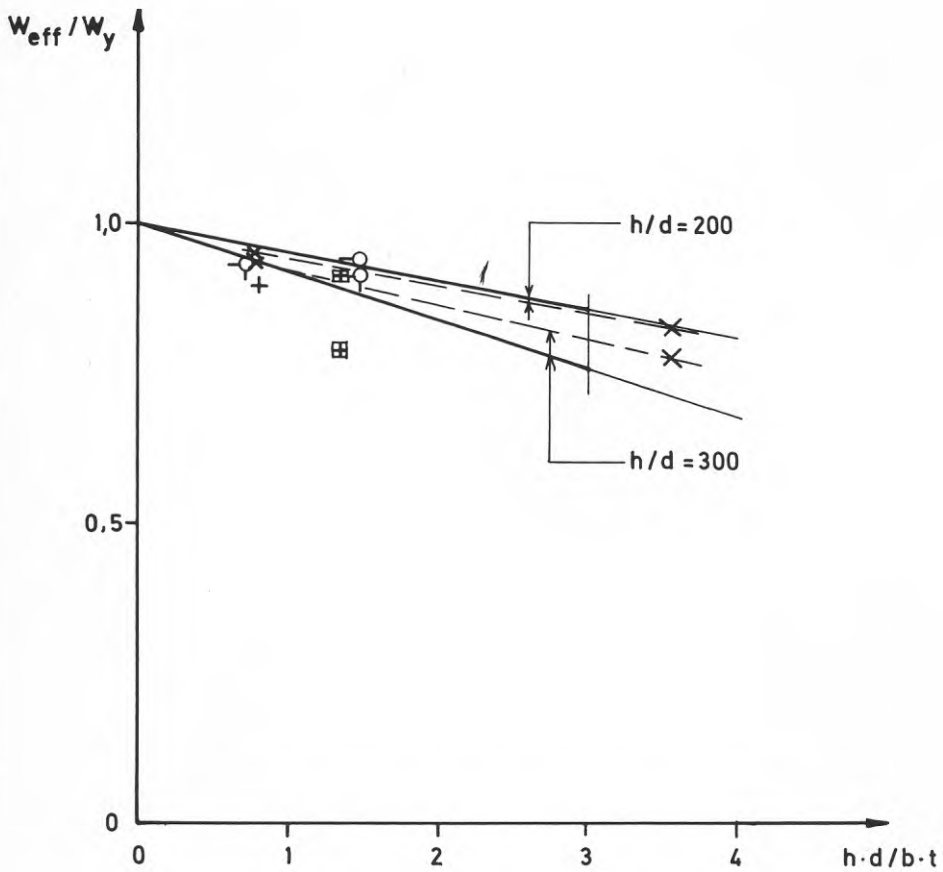


FIG. 3:39. W_{eff}/W_y som funktion av hd/bt .

- | | |
|---------|---|
| ————— | enligt normens bestämmelser |
| × — — × | enligt redovisad teori |
| + | enligt Freys försök, observerat värde. $h/d = 200$ |
| 田 | enligt Freys försök, observerat värde. $h/d = 300$ |
| ○ | enligt Basler m.fl., beräknat värde enl. redov. teori |
| ○ | enligt Basler m.fl., beräknat värde enl. ekv. (3.63) |

Samhörande värden har förenats med en streckad linje.

Som nämnts har Frey mätt stukningar i balkmitt för alla sina fyra provbalkar. Initiella bucklor i balkmitt har mätts endast för provbalk 3. För de övriga tre provbalkarna kan därför en kontrollberäkning enligt teorien ej utföras. I figur 3:39 har med kryss markerats W_{eff} , som beräknats för Freys provbalkar 2-4 med de av Frey gjorda töjningsmätningarna som grund.

För försök utförda av Basler m.fl. (balkar G2 och G4 i [4]) har beräkningar gjorts med den redovisade teorien. För balk G2 ($h/d = 185$) har erhållits $W_{eff}/W_y = 0,914$, för balk G4 ($h/d = 388$) har erhållits $W_{eff}/W_y = 0,934$. För dessa balkar har också W_{eff}/W_y beräknats enligt ekv (3.63). För balk G2 har erhållits $W_{eff}/W_y = 0,940$, för G4 har erhållits $W_{eff}/W_y = 0,933$. Se figur 3:39.

Med hänsyn till att den använda teorien ger resultat på säkra sidan kan man med stöd av figur 3:39 säga, att de resultat, som erhållits med de teoretiska beräkningarna, visar att normens bestämmelser är tillfredsställande. De resultat, som Frey fått i sina försök, antyder, att normens formel ger för stora värden på W_{eff} .

3.34 Sammanfattning

De teoretiska beräkningarna visar att det effektiva tvärsnittet minskar med ökande värden på förhållandet hd/bt , och att reduktionen av det formella tvärsnittet blir större ju större livets slankhetsförhållande h/d är. Eftersom teorin ej tar hänsyn till neutralaxelns förskjutning ger den för små värden på spänningarna i flänsens överkant mitt över bucklan. En jämförelse med resultaten från ett utfört försök antyder, att normens bestämmelser ger en alltför liten reduktion av det formella tvärsnittet. Antalet observationer är emellertid för litet, för att man skall kunna göra ett bestämt uttalande på denna punkt.

De teoretiska beräkningarna tyder på att normens bestämmelser är tillfredsställande. Men teorien är alltför enkel, för att man skall kunna göra en säker bedömning. Teorin bör utvecklas ytterligare. Man bör ta hänsyn till neutralaxelns förskjutning, d.v.s. till livplåtens deformationer även i livets dragzon. Man bör om möjligt ta hänsyn till de horisontella och vertikala strimlornas inspänning. Man bör också räkna med att de vertikala strimlornas upplagspunkter ej är fritt rörliga mot varandra. Dessutom bör man ta med i beräkningarna variationen hos koefficienten k med z . Ett ytterligare studium av detta problem rymms emellertid inte inom ramen för denna redogörelse.

3.4 Enkelriktade eller cylindriska bucklor

3.41 Vertikal knäckning av tryckt fläns

Problemet vertikal knäckning av tryckt fläns behandlas i kommentarerna till Stålbyggnadsnorm 70 i avsnitt 6:23. Knäckningen av flänsen i dess veka riktning är en följd av att det slanka livet ej kan uppta de vertikala tryckkrafter i livet som orsakas av balkens krökning. Se figur 3:40, som är hämtad ur StBK-K2.

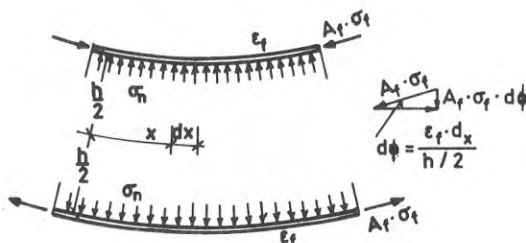


FIG. 3:40 [24]. Vertikala tryckspänningar i livet orsakade av balkens krökning. (Basler & Thürlimann, 1961).

I StBK-K2 anges att "detta brottfenomen ger en övre gräns för det förhållande mellan livhöjd och livtjocklek, som kan användas vid balkar med tunt liv". En beräkning utföres i StBK-K2, som grundar sig på en teori uppställd av Basler & Thürlimann, 1961, [5] och man får som resultat formeln

$$\frac{h}{d} \leq 0,4 \frac{E}{\sigma_{su}} \quad (3.90)$$

för förhållandet mellan livhöjd och livtjocklek. För $E = 210.000 \text{ N/mm}^2$ och $\sigma_{su} = 260 \text{ N/mm}^2$ ger denna formel

$$\frac{h}{d} \leq 323$$

vilket också anges i HSI-normen som gräns för förhållandet h/d .

När denna formel har uppställts har ingen hänsyn tagits till initialbucklor hos livet utan man har förutsatt att det är plant. De uppmätningar som gjorts för rapport 39/72 visar att livet i vissa balkar på långa sträckor har bucklor som är riktade åt ett håll. Se t.ex. balk UU8 i figur 2:9 och balk E 10 i figur 2:11. Sådana bucklor ökar risken för vertikal knäckning av tryckt fläns, eftersom livet har en initieff utböjning, som inte kompenseras av en nära liggande initieff

utböjning åt motsatt håll, som t.ex. hos de uppmätta balkarna i figur 3:36.

Följande beräkning av övre gränsen för förhållandet mellan livhöjd och livtjocklek tar hänsyn till en initiell utböjning. Den statistiska bearbetningen av uppmätta värden på livkrumheten enligt figur 2:2 ger dubbla standardavvikelsen 1,4 % och detta värde ligger till grund för de följande beräkningarna.

Här används samma beteckningar som i StBK-K2 6:23. Betrakta en balkdel enligt figur 3:40 med längden dx . Flänskraftens radiella komponent blir $R = A_f \sigma_f d\theta$. Om ϵ_f är medeltöjningen i flänsen blir $d\theta = 2\epsilon_f dx/h$. Livet uppfattas som vertikala stänger med bredden dx . Knäcklasten för en sådan stång är

$$P_k = \frac{\pi^2 E d^3 dx}{12 (1 - \nu^2) h^2} \quad (3.91)$$

Momentet i livets mitt på grund av flänskraftens radiella komponent blir

$$R \cdot e \cdot \frac{1}{1 - \frac{R}{P_k}} \quad (3.92), \text{ där } e \text{ är initialutböjningen.}$$

Villkoret att sträckgränsen, σ_{su} , skall uppnås i livets mitt medför att följande ekvationssystem kan uppställas för beräkning av övre gränsen för $\frac{h}{d}$.

$$\sigma_{su} = \frac{R}{d \cdot dx} + \frac{R \cdot e}{W} \cdot \frac{1}{1 - \frac{R}{P_k}} \quad (3.93)$$

$$W = \frac{dx \cdot d^2}{6} \quad (3.94)$$

$$e = 0,014 h \quad (3.95)$$

$$R = A_f \sigma_f \cdot 2 \epsilon_f \frac{dx}{h} \quad (3.96)$$

$$P_k = \frac{\pi^2 E d^3 dx}{12 (1 - \nu^2) h^2} \quad (3.97)$$

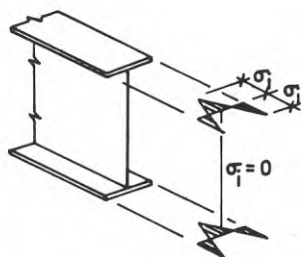


FIG. 3:41. Antagen initialspänningsfördelning i tryckta flänsen. [24]

Enligt StBK-K2 göres följande förenklade antaganden:

1. Maximala initiella dragspänningen i flänsen är lika med den maximala initiella tryckspänningen. Detta betyder att stukningen i flänsen måste vara lika med $(\sigma_{su} + \sigma_i)/E$, när hela flänstvärsnittet flyter. (Se figur 3:41).
2. Minimivärdet på förhållandet mellan livarea, $h \cdot d$, och flänsarea, A_f , för i praktiken använda balkar är 0,5.
3. $\sigma_i = \sigma_{su}/2$ för $\sigma_{su} \leq 260 \text{ N/mm}^2$.

Dessutom sättes $\nu = 0,3$ och $\sigma_f = \sigma_{su}$.

Beräkningar visar, att man med de värden på σ_{su} och E , som kan bli aktuella, kan försumma termen $R/(d \cdot dx)$ i ekv. (3.93) utan att införa något större fel. Detta göres för att förenkla beräkningarna.

Med dessa förutsättningar ger en lösning av ekvationssystemet följande formel för bestämning av $\frac{h}{d}$.

$$\left(\frac{d}{h}\right)^2 - 0,5045 \cdot \frac{\sigma_{su}}{E} \cdot \frac{d}{h} - 6,6386 \cdot \left(\frac{\sigma_{su}}{E}\right)^2 = 0 \quad (3.98)$$

Man får $\frac{h}{d} \leq 0,3520 \cdot \frac{E}{\sigma_{su}}$ eller avrundat

$$\frac{h}{d} \leq 0,35 \cdot \frac{E}{\sigma_{su}} \quad (3.99)$$

Detta uttryck skall jämföras med HSI-normens $\frac{h}{d} \leq 0,4 \frac{E}{\sigma_{su}}$.

För SIS 1412 med $\sigma_{su} = 260 \text{ N/mm}^2$ och $E = 210.000 \text{ N/mm}^2$ fås $\frac{h}{d} \leq 284$ att jämföra med HSI-normens $\frac{h}{d} \leq 323$.

Man inser av ovanstående beräkning att HSI-normens krav på förhållandet h/d bör skärpas med hänsyn till balklivets initiella krumhet. Eftersom det maximalt tillåtna värdet på h/d ökar med förhållandet $A_{liv}/A_{fläns}$, skulle man kunna införa bestämmelser om högsta tillåtna värden h/d , när $A_{liv}/A_{fläns}$ underskrider vissa givna värden.

Man skall observera, att det ovanstående gäller för balkar belastade med endast moment.

3.42 Elastisk intryckning

När en slank I-balk belastas på sin överfläns med punktlast eller jämnt fördelad last kan vid en viss lastintensitet buckling av balklivet inträffa. Detta fenomen kallas elastisk intryckning.

I detta avsnitt studeras inverkan av initiell krumhet hos livet på de regler för kontroll av elastisk intryckning, som anges i StBK-N1 33:4013.

Enligt StBK-K2 6:63 beräknas bucklingsspänningen med approximativa formler angivna av Basler i [8] nämligen

$$\sigma_{f_{el}} = k_f \cdot \sigma_e \quad \text{där} \quad (3.100)$$

$$k_f = 5,5 + \frac{4,0}{(a/h)^2} \quad \text{när flänsen är vridningsförhindrad} \quad (3.101)$$

$$k_f = 2,0 + \frac{4,0}{(a/h)^2} \quad \text{när flänsen inte är vridningsförhindrad} \quad (3.102)$$

$$\sigma_e = \frac{\pi^2 E}{12 (1 - \nu^2)} \cdot \left(\frac{d}{h}\right)^2 \quad (3.103)$$

Dessa formler återfinnes något omskrivna i StBK-N1 och är betecknade 33:4013 a och b. I N1 har räknats med säkerhetsfaktorn 2,2.

Den vertikala tryckspänningen i livet, σ_f , beräknas enligt formlerna 33:4013 c och d och skall vara mindre än bucklingsspänningarna enligt ekv. a och b, som är dividerade med den angivna säkerhetsfaktorn 2,2.

Enligt StBK-N1 gäller således

$$\sigma_f \leq \left(2,2 + \frac{1,6}{(a/h)^2}\right) \frac{E}{(h/d)^2} \quad (33:4013a)$$

om flänsen är vridningsförhindrad

$$\sigma_f \leq \left(0,8 + \frac{1,6}{(a/h)^2}\right) \frac{E}{(h/d)^2} \quad (33:4013b)$$

om flänsen inte är vridningsförhindrad.

$$\text{Om } a \geq h \quad \sigma_f = \frac{P}{dh} + \frac{q}{d} \quad (33:4013c)$$

$$\text{Om } a < h \quad \sigma_f = \frac{P}{da} + \frac{q}{d} \quad (33:4013d)$$

I det fall som behandlas i denna redogörelse - slanka I-balkar utan livavstyvningar i fält - blir a stort i förhållande till h och termen $\frac{1,6}{(a/h)^2}$ i formlerna a och b kan försummas.

I det följande göres ett försök att bedöma i vilken mån de angivna formlerna kan accepteras som uttryck för bucklings-spänningen, om hänsyn tas till att balklivet har enkelriktade initialbucklor, som maximalt är $0,014h$, där h är livhöjden.

Först behandlas det fall då lasten är jämnt fördelad och flänsen inte är vridningsförhindrad.

3.421 Ej vridningsförhindrad fläns. Inverkan av jämnt fördelad last

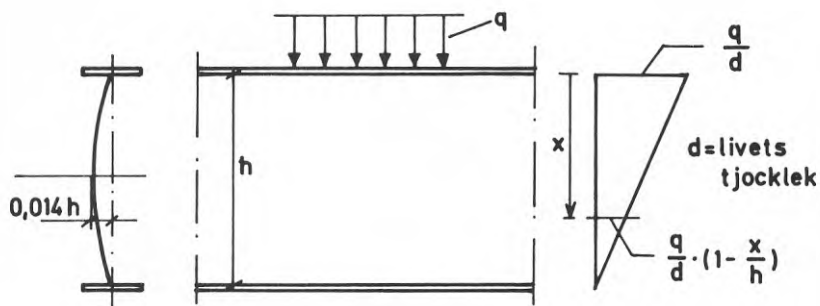


FIG. 3:42.

Figur 3:42 visar beräkningsförutsättningarna. Liksom hos Basler [8] antages att vertikala normalpåkänningen i livet varierar rätlinjigt från $\frac{q}{d}$ vid överflänsen till 0 vid underflänsen. En vertikal strimla av livet med bredden 1 beräknas för tryck och samtidig böjning. Vid given livtjocklek, d , och given belastning, q , bestäms tillåten livhöjd, h , av att sträckgränspåkänningen, σ_{su} , ej får uppnås i det mest ansträngda snittet. På grund av att normaltrycket varierar kommer läget för det mest ansträngda snittet ej att vara livets mitt.

Man kan teckna påkänningen i snitt x

$$\sigma_x = \frac{n \cdot q \left(1 - \frac{x}{h}\right)}{d} + \frac{n \cdot q \left(1 - \frac{x}{h}\right) \cdot 6}{d^2} \cdot \frac{0,014h \left(1 - 4\left(\frac{x}{h} - \frac{1}{2}\right)^2\right)}{1 - \frac{n \cdot q}{q_k}} \quad (3.104)$$

Härvid har förutsatts, att den initiella utböjningen är parabelformad och att tilläggsutböjningen också är parabelformad. Beräkningar visar att de fel, som man gör med dessa antaganden, är så små att man kan bortse från dem. Den initiella utböjningens maximala värde har förutsatts vara $0,014h$.

Om den första termen i uttrycket för σ_x försummas - denna approximation påverkar resultatet obetydligt - finner man efter derivation, att σ_x har maximum för $\frac{x}{h} = \frac{1}{3}$.

n i formeln är säkerhetsstalet. Det sättes = 2,2, för att man skall få möjlighet att göra en direkt jämförelse med den relation mellan h och d , som man kan beräkna med utgång från formlerna 33:4013 a - d i StBK-N1.

q_k i formeln är knäcklasten. Enligt Bygg 157:352b är

$$q_k = \frac{1,881 \cdot \pi^2 \cdot E \cdot 1 \cdot d^3}{12 h^2 (1 - 0,3^2)} \quad (3.105)$$

Här ersättes faktorn 1,881 med 2,0 för att en jämförelse med formel 33:4013b skall bli rättvisande. Termen 2,0 i Baslers formel (3.102) är faktorn 1,881 avrundad uppåt.

För SIS 1412 kan nu formeln skrivas

$$260 = \frac{2,2q \cdot 0,67}{d} + \frac{2,2 \cdot q \cdot 0,67 \cdot 6}{d^2} \cdot \frac{0,014h \cdot 0,889}{1 - \frac{q}{E} \cdot \frac{h^2}{d^3} \cdot 1,217} \quad (3.106)$$

Om d förutsättes vara 8 mm kan med formeln värden på h i mm beräknas för olika värden på q i N/mm. E sättes = 210.000 N/mm².

En beräkning ger resultat enligt tabell 3:14.

q N/mm	h mm
5	3921
10	2693
20	1826
30	1443
40	1215
50	1028

TABELL 3:14

Den relation mellan q och h som gäller enligt StBK-NI kan beräknas ur ekvationerna 33:4013b och c.

Man får

$$\frac{q}{d} \leq \frac{0,8 E}{(h/d)^2} \quad (3.107)$$

För $d = 8$ mm och $E = 210.000$ N/mm² blir

$$q \leq \frac{86.016.000}{h^2} \quad (3.108)$$

För q -värden enligt tabell 3:14 kan h -värden beräknas och man får följande resultat, tabell 3:15.

q N/mm	h mm
5	4148
10	2933
20	2074
30	1693
40	1466
50	1312

TABELL 3:15.

Sambanden mellan q och h för de två beräkningsmetoderna visas grafiskt i figur 3:43. Den streckade kurvan anger sambandet enligt denna utredning, d.v.s. om man tar hänsyn till initialkrumheten. Den heldragna kurvan anger sambandet enligt beräkningsformlerna i StBK-N1. De horisontella linjerna anger de begränsningar av h som bestäms av risken för vertikal knäckning av den tryckta flänsen på grund av balkens krökning. Se avsnitt 3.41.

Av kurvorna framgår att normens bestämmelser ger en dimensionering på osäkra sidan. För det aktuella intervallet för q , 5 - 50 N/mm, måste h -värdena som beräknats enligt normen reduceras med 5 - 21 %, för att inte risk skall föreligga, att den tryckta flänsen knäcker på grund av att de vertikala tryckspänningarna i livet når flytgränsen.

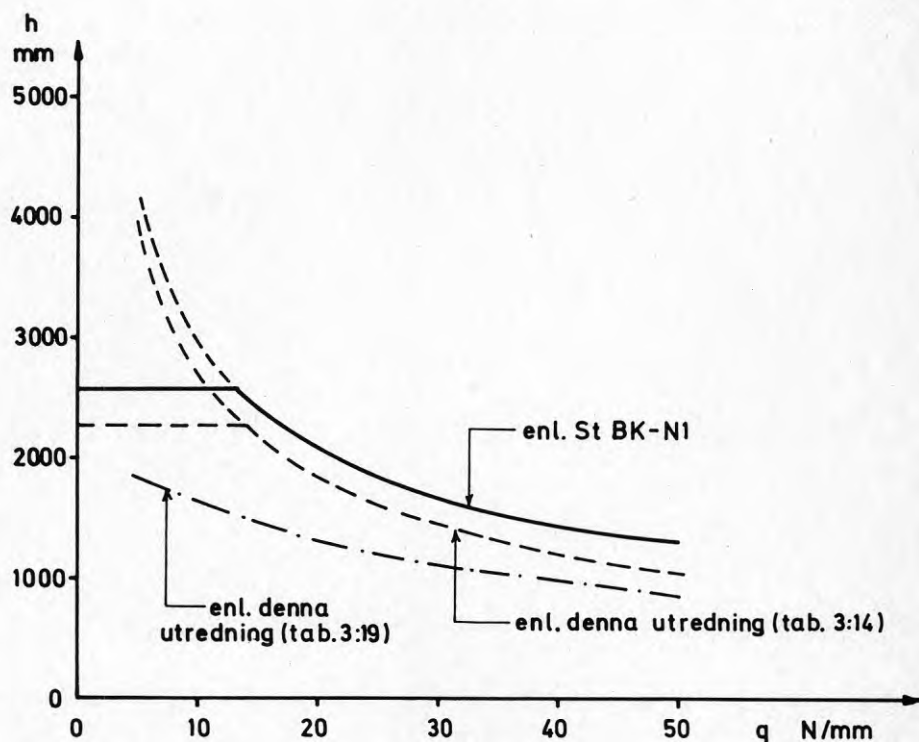


FIG. 3:43. Samband mellan jämnt fördelad last q och livhöjd h för $d = 8$ mm.

Denna reduktion av h-värden beräknade enligt normen är emellertid inte tillräcklig. Man inser lätt att inverkan på den vertikala tryckspänningen i livet blir större än vad som beräknats i detta avsnitt, om man kombinerar inverkan av

- 1.o balkens krökning
- 2.o den vertikala belastningen.

En sådan samtidig inverkan inträffar alltid vid balk med jämnt fördelad last. Vid balk med punktlast är sannolikheten för att maximalt moment skall inträffa mitt under punktlast mycket stor.

I nästa avsnitt behandlas den kombinerade inverkan för lastfallet jämnt fördelad last.

- 3.422 Ej vridningsförhindrad fläns. Inverkan av jämnt fördelad last och av balkens krökning

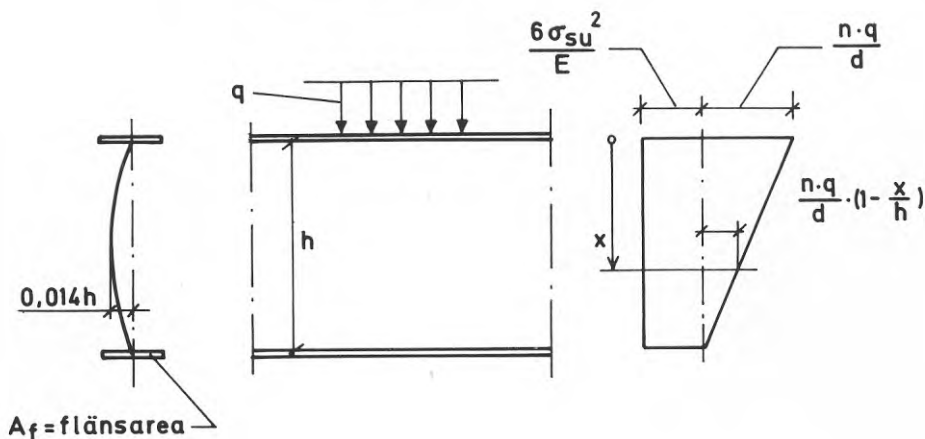


FIG. 3.44.

Betrakta en vertikal strimla av balklivet med bredden l . Beteckningar enligt figur 3:44.

Inverkan på grund av balkens krökning har beräknats tidigare. Se avsnitt 3.41. Med samma förutsättningar och beteckningar som i avsnitt 3.41 blir den vertikala tryckkraften i livet

$$R = A_f \cdot \sigma_{su} \cdot 2 \cdot \frac{1,5 \sigma_{su}}{E} \cdot \frac{dx}{h} = \frac{6 d \sigma_{su}^2 dx}{E} \quad (3.109)$$

blir den vertikala tryckpåkänningen i livet

$$\sigma_{krökn} = \frac{6 \sigma_{su}^2}{E} \quad (3.110)$$

Redan här införes $\sigma_{su} = 260 \text{ N/mm}^2$, som gäller för SIS 1412, och $E = 210.000 \text{ N/mm}$ för att de fortsatta beräkningarna ej onödigtvis skall kompliceras.

Man får således

$$\sigma_{krökn} = \frac{6 \cdot 260^2}{210.000} = 1,931 \text{ N/mm}^2 \quad (3.111)$$

Inverkan på grund av vertikal belastning tecknas på det sätt som anges i föregående avsnitt, ekv. (3.104).

Den kombinerade inverkan av balkens krökning och vertikal belastning kan nu skrivas

$$\sigma_x = 1,931 + \frac{n \cdot q \left(1 - \frac{x}{h}\right)}{1 \cdot d} + \frac{(1,931 + nq \left(1 - \frac{x}{h}\right)) \cdot 6}{1 \cdot d^2} \cdot \frac{0,014h \left(1 - 4 \left(\frac{x}{h} - \frac{1}{2}\right)^2\right)}{1 - \frac{1,931d + n \cdot q}{P_k}} \quad (3.112)$$

I detta uttryck för den vertikala tryckpåkänningen i snitt x är P_k knäcklasten vid ett påkänningsdiagram enligt figur 3:44.

Enligt Bygg 157:352b sid. 647 är

$$P_k = \frac{\pi^2 EI}{(\beta h)^2 (1 - \nu^2)} \quad (3.113)$$

$$\text{där } \beta = \sqrt{\frac{1 + 0,881 \cdot \frac{1,931}{1,931 + n \cdot q/d}}{1,881}} \quad (3.114)$$

β och således P_k blir beroende av värdet på q .

Beräkningarna utföres nu för $d = 8 \text{ mm}$.

$$\therefore P_k = \frac{\pi^2 E \cdot 1 \cdot 8^3 \cdot 1,881}{12 \left(1 + 0,881 \cdot \frac{1,931}{1,931 + \frac{2,2}{8} \cdot q}\right) \cdot h^2 \cdot 0,91} \quad (3.115)$$

Värden på P_k för olika värden på q visas i tabell 3:16.

q N/mm	P_k N
5	$1/h^2 \cdot 1,206874 \cdot 10^8$
10	1,340672
20	1,487396
30	1,566204
40	1,615390
50	1,649012

TABELL 3:16

$\frac{1,931 d + n \cdot q}{P_k}$ kan nu beräknas för olika värden på q

och för $d = 8$ mm och $n = 2,2$. Resultaten visas i tabell 3:17.

q N/mm	$\frac{1,931d + nq}{P_k}$
5	$2,1915 \cdot 10^{-7} \cdot h^2$
10	2,7932
20	3,9968
30	5,2004
40	6,4039
50	7,6075

TABELL 3:17

Av uttrycket för σ_x enligt ekv. (3.112) ser man, att snittet för den maximala tryckpåkänningen kommer att vara beroende på storleken på q . Det värde på x/h , som ger σ_{\max} , har beräknats för olika q och framgår av tabell 3:18.

q N/mm	x/h
5	0,4377
10	0,4068
20	0,3790
30	0,3663
40	0,3591
50	0,3545

TABELL 3:18

Sambandet mellan q och $\frac{x}{h}$ visas i figur 3:45.

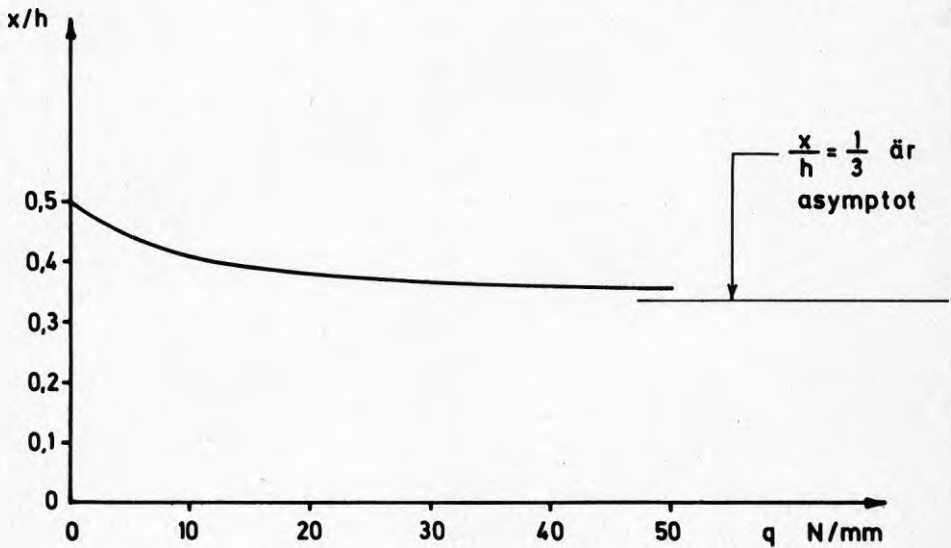


FIG. 3:45. Sambandet mellan q och läget för maximal tryckpåkänning, $\frac{x}{h}$.

Med hjälp av värden i tabell 3:17 och 3:18 kan nu vid givet q maximalt tillåtet h beräknas ur ekv. (3.112), när σ_x når flytgränsen 260 N/mm^2 . Resultaten framgår av tabell 3:19.

q N/mm	h mm
5	1903
10	1657
20	1343
30	1121
40	1009
50	873

TABELL 3:19

Sambandet mellan q och h visas grafiskt i figur 3.43 (punktstreckad kurva). Av kurvan framgår att avståndet till sambandskurvan enligt N1 nu ökat ytterligare jämfört med det belastningsfall som behandlades i avsnitt 3.421. I intervallet för $q = 15 - 50 \text{ N/mm}$ måste det tillåtna värdet på h enligt normen reduceras med ca 40 - 30 %, för att det inte skall föreligga risk för utknäckning av den tryckta flänsen till följd av att de vertikala tryckspänningarna i livet når flytgränsen.

De utförda beräkningarna gäller för det fall, att den belastade flänsen inte är vridningsförhindrad. I praktiken är en konstruktion där balkens överfläns är fri att vrida sig mycket ovanlig. Oftast är den belastade flänsen (överflänsen) hindrad mot vridning - inte helt men i stor utsträckning - av den sekundärkonstruktion, som belastar balken. I nästa avsnitt studeras det fall då överflänsen är vridningsförhindrad.

3.423. Vridningsförhindrad fläns. Inverkan av jämnt fördelad last

Det förutsättes att livet är fast inspänt i överflänsen. Den undre flänsen är fri att vrida sig.

Beteckningar enligt figur 3:46. Lastfall I.

q N/mm är vertikal belastning på överflänsen.

h mm är livplåtens höjd.

d mm är livplåtens tjocklek.

$f(x) = f \cdot \sin\left(\frac{\pi x}{h}\right)$ är antagen initialböjning, d.v.s. f är den maximala initiella utböjningen och uppträder för $x = \frac{h}{2}$.

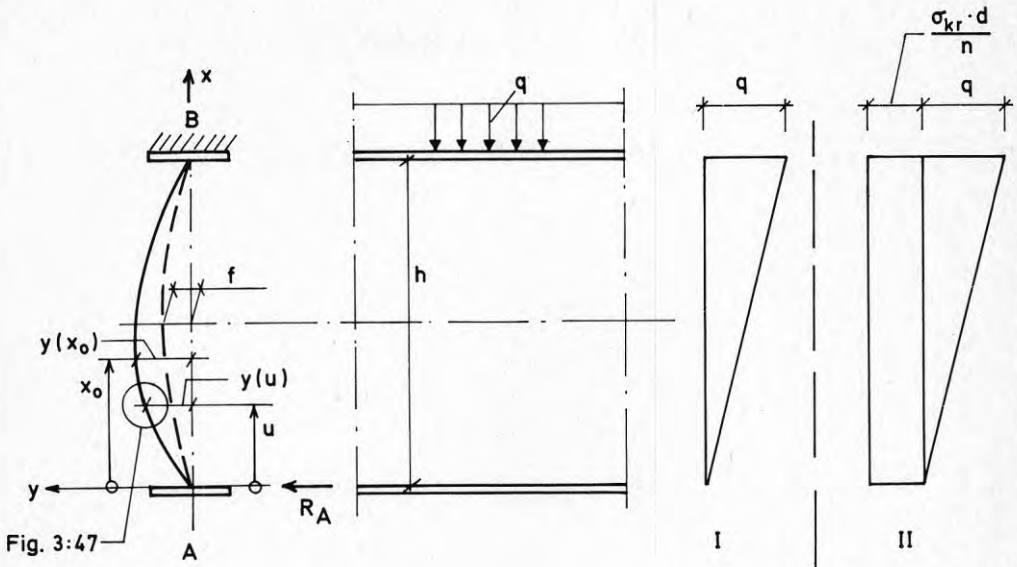


FIG. 3:46.

Ett element av livplåten med längden du i u -riktningen betraktas. Se figur 3:47.

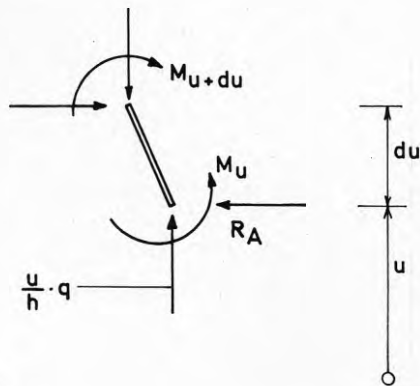


FIG. 3:47.

Av figur 3:47 fås

$$M_{u+du} = M_u + \frac{u}{h} \cdot q \cdot dy(u) - R_A \cdot du \quad (3.116)$$

$$\therefore M_{u+du} - M_u = dM_u = \frac{u}{h} \cdot q \cdot y'(u) du - R_A du \quad (3.117)$$

Integration av detta uttryck ger ekv. (3.118). Ekv. (3.119) anger förutsatt initialutböjning och ekv. (3.120) ett vedertaget uttryck för $M(x)$.

$$\left\{ \begin{array}{l} M(x) = \int_0^x dMu = \frac{q}{h} \int_0^x u y'(u) du - \int_0^x R_A du \end{array} \right. \quad (3.118)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} f(x) = f \cdot \sin \frac{\pi x}{h} \end{array} \right. \quad (3.119)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (y - f(x))'' = -\frac{M(x)}{EI} \end{array} \right. \quad (3.120)$$

Följande randvillkor gäller:

$$x = 0 \quad \text{ger} \quad y = 0$$

$$x = h \quad \text{ger} \quad y = 0$$

$$x = h \quad \text{ger} \quad y' = f'(h) = -\frac{\pi f}{h}$$

Av ekvationssystemet fås

$$y'' + f \frac{\pi^2}{h^2} \cdot \sin \frac{\pi x}{h} = \frac{1}{EI} \left(-\frac{q}{h} \int_0^x u y'(u) du + R_A \cdot x \right) \quad (3.121)$$

Derivation ger

$$y''' + f \frac{\pi^3}{h^3} \cos \frac{\pi x}{h} = \frac{1}{EI} \left(-\frac{q}{h} x y' + R_A \right)$$

$$y''' + \frac{q}{h EI} x y' = \frac{R_A}{EI} - f \frac{\pi^3}{h^3} \cos \frac{\pi x}{h} \quad (3.122)$$

Ekvationen (3.122) är differentialekvationen för livplätens slutliga utböjningskurva vid det betraktade belastningsfallet.

Man önskar nu beräkna för ett visst värde på h det värde på q , som ger $\max |\sigma_x| = \frac{\sigma_{su}}{n}$. d sättes lika med 8 mm.

$$\sigma_x = \max \left(\frac{qx}{8h} + \frac{|M(x)| \cdot 6}{1 \cdot 8^2} \right) = \frac{\sigma_{su}}{n} \quad (3.123)$$

$$\sigma_{su} \text{ sättes} = 260 \text{ N/mm}^2.$$

Enligt StBK-K2 avsnitt 6:63 sättes $n = 2,2$.

Beräkningarna av h har utförts på dator dels för $f = 0,014h$, d.v.s. den maximala initiella utböjningen enligt de utförda mätningarna, dels för $f = 0,010h$.
Se Appendix 1.

Resultaten av beräkningarna visas i tabell 3:20. v i tabellen är den tillkommande utböjningen, d.v.s. $y - f(x)$.

h mm	f = 0,010h		f = 0,014h	
	max q N/mm	max v/h	max q N/mm	max v/h
1000	151,3	0,007	120,1	0,004
1500			75,6	
2000	63,5	0,011	52,5	0,010
2500			38,8	
3000	35,1	0,018	29,9	0,017
4000	22,3	0,027	19,4	0,025
5000	15,5	0,037	13,7	0,033
6000	11,3	0,047	10,2	0,042
7000	8,6	0,056	7,9	0,053

TABELL 3:20.

I samtliga fall har det bestämmande snittet varit inspännings-
snittet mellan livplåten och överflänsen.

I figur 3:48 visas grafiskt relationen mellan h och q för de
två värdena på f (streckade linjer). I figuren visas också
det samband mellan h och q som anges i StBK-N1, mom. 33:4013
(heldragen linje), för d lika med 8 mm.

Man ser av figur 3:48, att för $f = 0,014h$ kurvan ligger på
säkra sidan om normkurvan, när $h > \sim 2500$ mm, d.v.s.

$h/d > \sim \frac{2500}{8} = 312$. För $f = 0,010h$ ligger kurvan på säkra
sidan om normkurvan, när $h > \sim 1750$ mm, d.v.s. när

$h/d > \sim \frac{1750}{8} = 218$.

Liksom vid icke vridningsförhindrad livplåt blir påkänningarna
i livplåten större även när den är vridningsförhindrad, om
hänsyn tages också till balkens krökning.

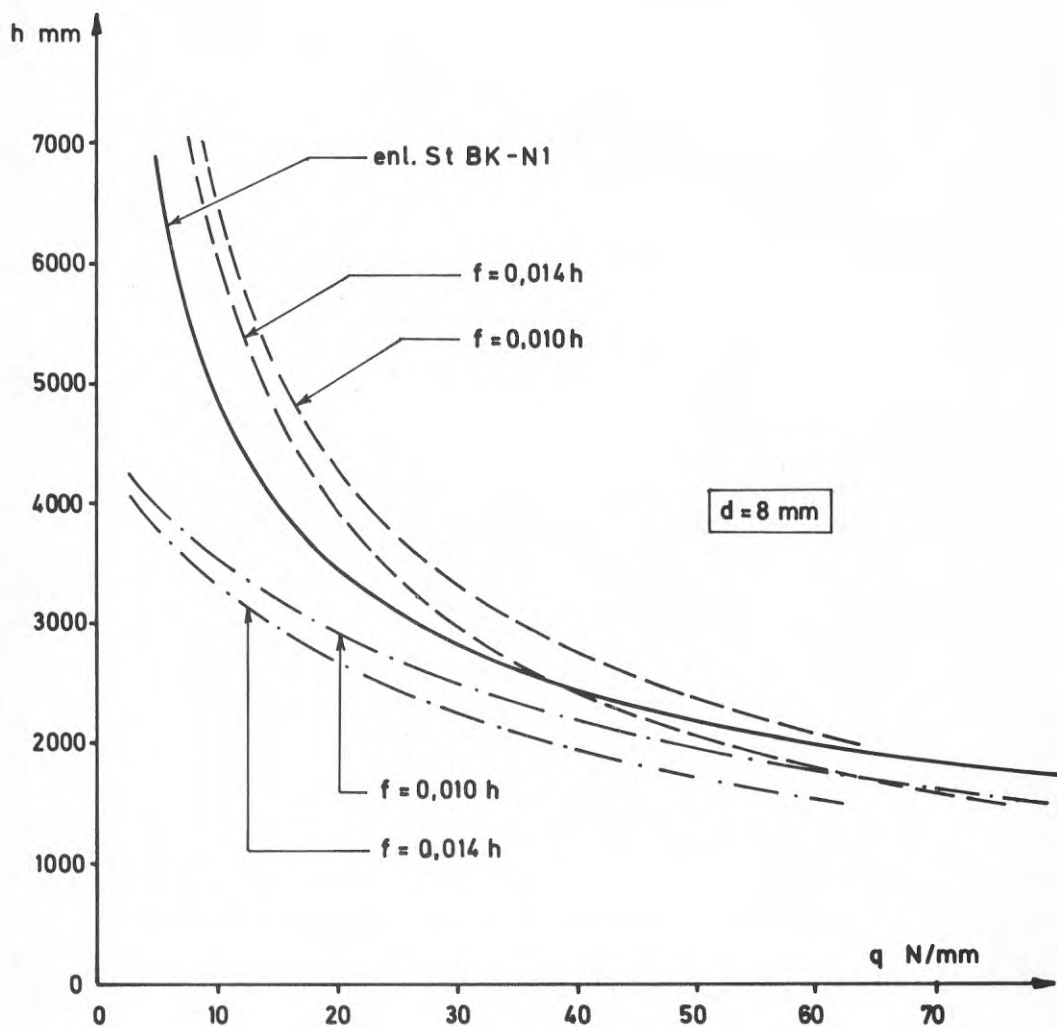


FIG. 3:48. Relation mellan h och q enligt:
 StBK-N1, mom. 33:4013, heldragen linje
 datorberäkning utan hänsyn till balkens krökning,
 streckade linjer
 datorberäkning med hänsyn till balkens krökning,
 punktstreckade linjer.

3.424 Vridningsförhindrad fläns. Inverkan av jämnt fördelad last och av balkens krökning

Det förutsättes att livet är fast inspänt i överflänsen. Den undre flänsen är fri att vrida sig.

För detta lastfall gäller figur 3:47 med det högra lastfallet, som är betecknat II.

Liksom vid icke vridningsförhindrad fläns blir σ på grund av krökningen

$$\sigma_{kr} = \frac{6 \cdot \sigma_{su}^2}{E} \quad (3.124)$$

För $\sigma_{su} = 260 \text{ N/mm}^2$ och $E = 210.000 \text{ N/mm}^2$ fås

$$\sigma_{kr} = 1,931 \text{ N/mm}^2$$

Säkerhetsfaktorn sättes liksom tidigare lika med 2,2 och plattjockleken förutsättes vara 8 mm.

Ett element av livplåten med längden du i u -riktningen betraktas. Se figur 3:49.

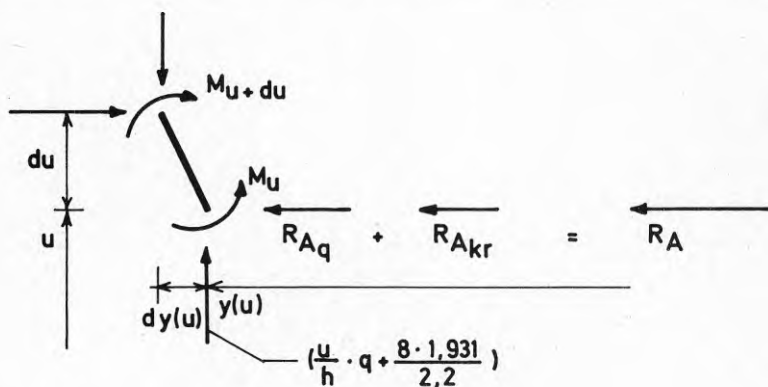


FIG. 3:49

Av figur 3:49 fås

$$M_{u+du} = M_u + \left(\frac{u}{h} \cdot q + 7,02\right) dy(u) - R_A \cdot du \quad (3.125)$$

$$\therefore M_{u+du} - M_u = dM_u = \left(\frac{u}{h} \cdot q + 7,02\right) y'(u) du - R_A \cdot du \quad (3.126)$$

Integration av detta uttryck ger ekv. (3.127). Ekvationerna (3.128) och (3.129) motsvarar ekvationerna (3.119) och (3.120) i avsnitt 3.423.

Således fås följande ekvationssystem.

$$\left\{ \begin{array}{l} M(x) = \int_0^x dM_u = \frac{a}{h} \int_0^x \left(u + \frac{7,02h}{q}\right) y'(u) du - \int_0^x R_A du \\ \end{array} \right. \quad (3.127)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} f(x) = f \sin \frac{\pi x}{h} \\ \end{array} \right. \quad (3.128)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (y - f(x))'' = -\frac{M(x)}{EI} \\ \end{array} \right. \quad (3.129)$$

Följande randvillkor gäller:

$$x = 0 \quad \text{ger} \quad y = 0$$

$$x = h \quad \text{ger} \quad y = 0$$

$$x = h \quad \text{ger} \quad y' = f'(h) = -\frac{\pi f}{h}$$

Av ekvationssystemet fås

$$y'' + f \cdot \frac{\pi^2}{h^2} \sin \frac{\pi x}{h} = \frac{1}{EI} \left(-\frac{q}{h}\right) \int_0^x \left(u + \frac{7,02h}{q}\right) y'(u) du + R_A \cdot x \quad (3.130)$$

Derivation ger

$$y''' + \frac{q}{hEI} \left(x + \frac{7,02h}{q}\right) y' = \frac{R_A}{EI} - f \frac{\pi^3}{h^3} \cos \frac{\pi x}{h} \quad (3.131)$$

Ekvationen (3.131) är differentialekvationen för livplåtens slutliga utböjningskurva vid det betraktade belastningsfallet, jämnt fördelad last och inverkan av balkens krökning.

För ett givet värde på h önskar man nu beräkna det värde på q , som ger $\max |\sigma_x| = \frac{\sigma_{su}}{n}$. d sättes = 8 mm.

$$\sigma_x = \max \left(\frac{1,931}{2,2} + \frac{q \cdot x}{8h} + \frac{|M(x)| \cdot 6}{1 \cdot 8^2} \right) = \frac{\sigma_{su}}{n} = \frac{260}{2,2}$$

Beräkningarna av h har utförts på dator dels för $f = 0,014h$, dels för $f = 0,010h$. Se Appendix 1.

Resultaten av beräkningarna framgår av tabell 3:21. v i tabellen är den tillkommande utböjningen, d.v.s. $y - f(x)$.

h mm	f = 0,010h		f = 0,014h	
	max q N/mm	max v/h	max q N/mm	max v/h
1000	137,8	0,0045	106,8	0,0046
1500	79,2	0,0078	61,8	0,0077
2000	48,6	0,0115	38,2	0,0113
2500	30,4	0,0157	23,9	0,0154
3000	18,8	0,0203	14,5	0,0200
3500	10,8	0,0256	8,0	0,0251
3750	7,8	0,0284	5,4	0,0281
4000	5,1	0,0315	3,2	
4250	2,9	0,0367		

TABELL 3:21

Figur 3:48 visar grafiskt sambandet mellan h och q för de två värdena på f (punktstreckade linjer). Man ser att båda kurvorna ligger på osäkra sidan om normkurvan, den helldragna kurvan. Detta innebär att de värden på livplåtens höjd, h , som normen tillåter för givet värde på q är för stora med hänsyn till risken för elastisk intryckning. Om den initiella livkrumheten får uppgå till 0,014h måste för intervallet $q = 10 - 50$ N/mm det tillåtna värdet på h enligt normen reduceras med ca 31-22 % för att inte risk för utknäckning av den tryckta flänsen skall föreligga, som en följd av att den vertikala tryckspänningen i livet har uppnått flytgränsen. Om den initiella krumheten begränsas till 0,010h måste för det nämnda intervallet det tillåtna värdet på h enligt normen reduceras med ca 27 - 10 %.

3.43 Sammanfattning

Studiet av enkelriktade eller cylindriska bucklor har gällt deras inverkan på dels vertikal knäckning av tryckt fläns, dels elastisk intryckning.

För vertikal knäckning av tryckt fläns visar beräkningarna, att den gällande normens krav på livets slankhetsförhållande h/d bör skärpas. Detta gäller, om man vid beräkningarna gör samma antaganden beträffande initialspänning och förhållande mellan livarea och flänsarea, som ligger till grund för normens formel. En annan förutsättning är, att den maximala initiella krumheten hos livplåten är 1,4 % av livhöjden. Om kravet på initieell krumhet skärpes i lämplig grad, kan normens bestämmelse om maximalt tillåtet förhållande h/d behållas.

Det maximalt tillåtna värdet på h/d ökar med förhållandet $A_{1iv}/A_{fläns}$. Man skulle därför kunna införa bestämmelser om högsta tillåtna slankhetsförhållande h/d , som vore beroende av förhållandet $A_{1iv}/A_{fläns}$ hos balken.

För elastisk intryckning ger de utförda beräkningarna resultat, som är beroende av om balkens överfläns är fri att vrida sig eller inte.

Vid icke vridningsförhindrad fläns, som belastas med jämnt fördelad last, visar beräkningarna, att normens formler ger en dimensionering på osäkra sidan. Underdimensioneringen visar sig, som väntat, bli ännu större, om samtidigt med inverkan av jämnt fördelad last hänsyn togs till inverkan av balkens krökning. För belastningsintensiteter q i intervallet 15-50 N/mm måste tillåtet värde på h enligt normen reduceras med ca 40-30 %, för att inte de vertikala tryckspänningarna i livet skall överstiga tillåtna värden. Det anförda gäller under förutsättning att säkerhetsstalet är satt till 2,2.

Den typ av I-balkar, som behandlats i denna redogörelse, är oftast takbalkar och det är vanligt att balkarnas överfläns är förhindrad att vrida sig av den belastande konstruktionen. En balk med icke vridningsförhindrad överfläns är en ovanlig konstruktion. Men den kan förekomma och därför måste normen revideras med hänsyn till de uppnådda resultaten. Detta gäller förutsatt att 1,4 % av balkhöjden accepteras som ett mått på maximalt tillåten livkrumhet vid enkelsidiga bucklor. Om kravet på maximal initiell krumhet göres strängare i lämplig utsträckning kan normens bestämmelser gälla.

Vid vridningsförhindrad fläns och belastning med jämnt fördelad last på överflänsen visar de utförda beräkningarna, att normens krav uppfylles, om $h/d > 312$ vid en maximal livkrumhet av 0,014h och om $h/d > 218$ vid en maximal livkrumhet av 0,010h. Om vid jämnt fördelad last hänsyn även togs till balkens krökning, visar den utförda undersökningen, att en beräkning enligt normen ger en underdimensionering för de flesta värden på q , som kan bli aktuella i praktiken. För att de vertikala tryckspänningarna i livet ej skall överskrida tillåtna värden vid $q = 10-50$ N/mm måste, när maximal initiell krumhet är 1,4 % av höjden, livhöjden h , beräknad enligt normens bestämmelser, reduceras med 31-22 %. Vid maximal initiell krumhet 1,0 % av h blir motsvarande siffra 27-10 %. Normens krav för de angivna belastningsfallen måste alltså skärpas, såvida man inte går motsatt väg och ställer mycket stränga krav på maximalt tillåten initiell krumhet vid enkelsidiga bucklor.

En åtgärd, som skulle eliminera den negativa effekt, som enkelsidiga eller cylindriska bucklor har på funktionen hos livet vid svetsade stålbalkar, vore att i normen ställdes kravet att denna typ av initiell livkrumhet inte får förekomma.

LITTERATUR

- [1] Baehre, R. "Stålstommars måttnoggrannhet".
Rapport 54/68 från Byggforskningen, Stockholm, 1968.
- [2] Baehre, R. & Carlsson, G. "Stålstommars måttnoggrannhet i hallbyggnader".
Rapport R39:1972 från Byggforskningen, Stockholm, 1972.
- [3] Basler, K. & Thürlimann, B. "Plate Girder Research".
AISC, National Engineering Conference Proceedings, 1959.
- [4] Basler, K., Yen B., Mueller, J.A. & Thürlimann, B.
"Web Buckling Tests on Welded Plate Girders".
Welding Research Council Bulletin, No. 64, New York,
September 1960.
- [5] Basler, K. & Thürlimann, B. "Strength of Plate Girders in Bending".
ASCE Journal, No. St 6, August 1961.
- [6] Basler, K. "Strength of Plate Girders in Shear".
ASCE Journal, No. St 7, October 1961.
- [7] Basler, K. "Strength of Plate Girders under Combined Bending and Shear".
ASCE Journal, No. St 7, October 1961.
- [8] Basler, K. "New Provisions for Plate Girder Design".
AISC, National Engineering Conference Proceedings, 1961.
- [9] Bergfeldt, A. & Hövik, J. "Thin-walled deep plate girders under static loads".
IABSE Eighth Congress, New York 1968.
- [10] Bergfeldt, A. & Hövik, J. "Shear failure and local web crippling in thin-walled plate girders". Int. skr S 70:11 b,
Inst. för Konstruktionsteknik, CTH, Göteborg.
- [11] Bergman, S.G.A. "Behaviour of Buckled Rectangular Plates under the Action of Shearing Forces".
Avhandling KTH, Stockholm, 1948.
- [12] Granholm, C.-A. "Lättbalkar".
Teknisk Tidskrift, H. 17, Stockholm, 1961.
- [13] Granholm, C.-A. "Lättbalkar. En redogörelse för provning av balkar med extremt tunt liv".
Stencilerad rapport nr 202, CTH bibliotek, Göteborg.
- [14] Höglund, T. "Livets verkningsätt och bärförmåga hos tunnväggig I-balk".
Meddelande nr 93 från Institutionen för Byggnadsstatik,
KTH, Stockholm, 1971.
- [15] Kollbrunner, C.F. & Meister, M. "Ausbeulen".
Springer-Verlag, Berlin, 1958.

- [16] Nylander, H. "Initially Deflected Thin Plate with Initial Deflection Affine to Additional Deflection". IABSE Publications, Vol. 11, Zürich, 1951.
- [17] Rockey, K.C. "Web Buckling and the Design of Webplates". The Structural Engineer, February, 1958.
- [18] Rockey, K.C. & Bagchi, D.K. "Buckling of Plate Girder Webs under Partial Edge Loadings". International Journal of Mechanical Sciences, Vol. 12, No. 1, 1970.
- [19] Škaloud, M. "Ultimate Load and Failure Mechanism of Thin Webs in Shear". IABSE Colloquium, London, March, 1971.
- [20] Thürlimann, B. "Strength of Plate Girders". AISC, National Engineering Conference Proceedings, 1958.
- [21] Wästlund, G. & Bergman, S.G.A. "Buckling of Webs in Deep Steel I-Girders". Stockholm, 1947.
- [22] HSI-balken, norm. "Provisoriska normer för svetsade stålbalkar, typ HSI". AB Gränges Hedlund, Stockholm, 1966.
- [23] StBK-N1 Stålbyggnadsnorm 70 med supplement. Statens Stålbyggnadskommitté, Stockholm, 1971.
- [24] StBK-K2. Knäckning, vippning, buckling. Kommentarer till Stålbyggnadsnorm 70. Statens Stålbyggnadskommitté, Stockholm, 1973.
- [25] Timoshenko, S. Strength of Materials, Part II, Third Edition, New York, 1956.
- [26] Höglund, T. "Dimensionering av livplåt hos tunnväggig I-balk påverkad av tvärkraft och böjande moment". Meddelande nr 94 från Institutionen för Byggnadsstatik, KTH, Stockholm, 1971.
- [27] Frey, F. "Dimensionnement des poutres à âme pleine sans raidisseurs". Centre de recherches scientifiques et techniques de l'industrie des fabrications métalliques, Bryssel, 1976.
- [28] Bygg del 1A, kap. 157.
- [29] AISC, 1969. "Specification for the Design, Fabrication and Erection of Structural Steel for Buildings". American Institute of Steel Construction, 1969.

APPENDIX 1

Numerisk lösning av differentialekvationerna (3.122) i avsnitt 3.423 och (3.131) i avsnitt 3.424.

Beräkningarna är utförda av civ.ing. Anders Eriksson, Avdelningen för Stålbyggnad, Kungl. Tekniska Högskolan, Stockholm.

FALL I

Givet: Differentialekv. (3.122) i avsnitt 3.423.

$$y''' + \frac{q}{hEI} \cdot xy' = \frac{R_A}{EI} - f \cdot \frac{\pi^3}{h^3} \cos \frac{\pi x}{h} \quad (0)$$

$$y(0) = y(h) = y''(0) = 0 \quad y'(h) = -\frac{\pi f}{h}$$

Söks:

En lösning till (0) som ger att

$$\max_x \left[\frac{q}{8} \cdot \frac{x}{h} + \text{ABS} \left(\frac{6}{8^2} \cdot EI (y'' - f''(x)) \right) \right] = 118,2 \text{ [N/mm}^2\text{]}$$

då $f(x) = f \sin \frac{\pi x}{h}$

Lösning:

En numerisk lösning söks. Börja med att derivera:

$$y^{IV} + \frac{q}{hEI} (xy')' = f \cdot \frac{\pi^4}{h^4} \sin \left(\frac{\pi x}{h} \right)$$

Om $v_0 = f(x)$; $v = y - v_0$

$$\Rightarrow v^{IV} + \frac{q}{hEI} (xv')' = -\frac{q}{hEI} (xv_0')' \quad (1)$$

En ansats till v har gjorts som ett polynom i $\left(\frac{x}{h}\right)$.

$$v = \sum_{i=0}^{\infty} A_i \left(\frac{x}{h}\right)^i \quad (2)$$

Ur detta fås att

$$v' = \frac{1}{h} \cdot \sum_{i=0}^{\infty} (i+1) A_{i+1} \left(\frac{x}{h}\right)^i \quad (2a)$$

$$v'' = \frac{1}{h^2} \cdot \sum_{i=0}^{\infty} (i+1)(i+2) A_{i+2} \left(\frac{x}{h}\right)^i \quad (2b)$$

$$v''' = \frac{1}{h^3} \cdot \sum_{i=0}^{\infty} (i+1)(i+2)(i+3) A_{i+3} \left(\frac{x}{h}\right)^i \quad (2c)$$

$$v^{IV} = \frac{1}{h^4} \cdot \sum_{i=0}^{\infty} (i+1)(i+2)(i+3)(i+4) A_{i+4} \left(\frac{x}{h}\right)^i \quad (2d)$$

Vidare blir

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} (xv') &= \frac{d}{dx} \left(\sum_{i=0}^{\infty} (i+1) A_{i+1} \cdot \left(\frac{x}{h}\right)^{i+1} \right) \\ &= \frac{1}{h} \sum_{i=0}^{\infty} (i+1)^2 A_{i+1} \left(\frac{x}{h}\right)^i \end{aligned} \quad (2e)$$

och vänsterledet i (1)

$$\begin{aligned} v_L &= \frac{q}{h^2 EI} \cdot \sum_0^{\infty} \left[\left(\frac{x}{h}\right)^i (i+1)^2 \left[\frac{(i+4)(i+3)(i+2)}{(i+1)} \cdot \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \cdot \frac{EI}{qh^2} A_{i+4} + A_{i+1} \right] \right] \end{aligned} \quad (3)$$

I högerledet av (1) är $v_0 = f \cdot \sin \left(\frac{\pi x}{h}\right)$

$$v_0' = \frac{\pi f}{h} \cos \left(\frac{\pi x}{h}\right)$$

Om detta Maclaurinutvecklas fås

$$v_0' = f \cdot \frac{\pi}{h} \cdot \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\pi x}{h}\right)^2 + \frac{1}{24} \cdot \left(\frac{\pi x}{h}\right)^4 - \dots \right]$$

och därur

$$xv_0' = f \cdot \sum_{0,2,4,\dots}^{\infty} \frac{1}{i!} \left(\frac{\pi x}{h}\right)^{i+1} \cdot (-1)^{i/2}$$

$$\frac{d}{dx} (xv_0') = \frac{f}{h} \sum_{0,2,4,\dots}^{\infty} \left(\frac{x}{h}\right)^i \cdot \frac{(i+1) \pi^{i+1}}{i!} \cdot (-1)^{i/2}$$

och högerledet

$$HL = \frac{q}{h^2 EI} \cdot f \cdot \sum_{0,2,4}^{\infty} \left[\left(\frac{x}{h} \right)^{i(i+1)^2} \left[\frac{\pi^{i+1}}{(i+1)!} \cdot (-1)^{(i/2)+1} \right] \right] \quad (4)$$

Om nu potenserna av $\left(\frac{x}{h} \right)$ identifieras mellan de två leden (3) och (4) fås:

$$A_{i+1} + \frac{(i+4)(i+3)(i+2)}{(i+1)} \frac{EI}{qh^2} \cdot A_{i+4} =$$

$$= f \cdot \begin{cases} \frac{\pi^{i+1}}{(i+1)!} (-1)^{i/2+1} & \text{i jämn} \\ 0 & \text{i udda} \end{cases} \quad (5)$$

De oändliga summorna bryts efter termen med $\left(\frac{x}{h} \right)^N$.

Om N väljs tillräckligt stort är felen i uttrycken försumbara eftersom (5) ger en avtagande följd A_i . Nu måste $N + 1$ koefficienter bestämmas - till detta finns $N - 3$ ekvationer av typ (5) (d.v.s. för $0 \leq i \leq N - 4$). Därutöver behövs fyra samband vilka fås ur randvillkoren. Utnyttja ansatsen för v , v' och v'' .

$$v(0) = A_0 = 0 \quad (6a)$$

$$v(h) = \sum_{i=0}^N A_i \cdot 1 = \sum_{i=0}^N A_i = 0 \quad (6b)$$

$$v'(h) = \frac{1}{h} \cdot \sum_{i=0}^{N-1} (i+1) A_{i+1} = \sum_{i=0}^N i A_i = 0 \quad (6c)$$

$$v''(0) = \frac{1}{h^2} \cdot 2 A_2 = 0 \quad A_2 = 0 \quad (6d)$$

Ex.: Om $N = 6$ $\frac{EI}{qh^2} = 0,04480$

Med dessa värden fås ett ekv.system.

$$\left. \begin{aligned} A_1 + 1,0752 A_4 &= -\pi f = -3,14159 f \quad (i=0) \\ A_2 + 1,3440 A_5 &= 0 \quad (i=1) \\ A_3 + 1,7920 A_6 &= +\frac{\pi^3}{6} \cdot f = 5,16771 f \quad (i=2) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$A_2 = 0 \quad (6d)$$

$$A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6 = 0 \quad (6b)$$

$$A_1 + 2A_2 + 3A_3 + 4A_4 + 5A_5 + 6A_6 = 0 \quad (6c)$$

Ur detta kan lösas:

$$A_2 = A_5 = 0$$

$$A_1 = 2,0956 f \quad A_3 = -0,2454 f$$

$$A_4 = -4,8709 f \quad A_6 = 3,0207 f$$

vilket i sin tur ger, insatt i ansatsen

$$v(x=0,5h) = 0,7599 f$$

$$v(x=0,9h) = 0,1167 f$$

Konstanternas värden, och därmed utböjningarna, är beroende av N

N	A_1/f	A_3/f	$v(x=0,5h)/f$	$v(x=0,9h)/f$
6	2,0956	-0,2454	0,7599	0,1167
12	1,9712	-0,8039	0,6505	0,0732
18	2,0380	-0,8678	0,6728	0,0762
24	2,0394	-0,8689	0,6733	0,0763
30	2,0394	-0,8689	0,6733	0,0763

$$\left(\frac{EI}{qh^2} = 0,04480\right)$$

Värdena beror också på q , eller snarare på $\frac{qh^2}{EI}$.

$$h = 2000 \text{ mm} \quad EI = 3,96 \cdot 10^6 \text{ Nmm} \quad N = 24$$

q	$\frac{qh^2}{EI}$	A_1	A_3	$v(x=0,5h)/f$	$v(x=0,9h)/f$
20	8,929	0,5579	-0,2051	0,1863	0,0226
40	17,857	1,4145	-0,5736	0,4690	0,0544
60	26,786	2,8873	-1,2931	0,9487	0,1047
80	35,714	5,9724	-2,9596	1,9402	0,2019
100	44,643	16,1821	-8,8996	5,1819	0,5018

Om Southwells plot tillämpas på dessa värden fås en helt rak linje svarande mot en knäcklast av

$$q = 117,5 = 52,46 \frac{EI}{h^2}$$

Utböjningarna av stråvan kan alltså på detta sätt bestämmas för kända q , h och f .

Ur det ansatta uttrycket för v'' fås också krökningen vilken i sin tur omräknas till kantböjningar och kantböjspänningar.

I datorprogrammet har utböjningsvärdet v och böjkantspänningen beräknats i punkterna

$$\left(\frac{x}{h}\right) = 0,0 \quad (0,05) \quad 1,0$$

Till dessa spänningar har lagts normaltryckspänningen

$$\left(\frac{x}{h} \cdot q\right)/8.$$

Den av punkterna där spänningen är maximal har sökts.

För att uppfylla villkoret att max.spänningen = 118,2 har iterationer i q gjorts med fixt h . Ett startvärde på q har valts och utböjningar och spänningar av denna belastning beräknats. Med den maximala spänningen från denna last har ett nytt q valts som

$$q_{k+1} = \left(\frac{118,2}{\sigma_{\max}}\right)^p \cdot q_k$$

där p valts till olika värden. Iterationsprocessen har avbrutits då $|\sigma_{\max} - 118,2| < 0,1$.

För små h-värden finns σ_{\max} vid $x = h$. Då h väljs större kommer dock σ_{\max} att vid vissa belastningar finnas vid $x \approx 0,5h$. För dessa senare fall kommer iterationerna att fastna i ett pendlande mellan två lägen - det ena där de största spänningarna fås i inspänningen, det andra där man får max i mitten av strävan. För att undvika detta har den rätta roten sökts med intervallhalveringsmetoden om konvergensten blivit dålig. På så sätt har alltid inspänningssnittet visat sig vara dimensionerande. För de två fallen $f/h = 0,010$ resp. $0,014$ har följande maximala q beräknats för några olika höjder.

h [mm]	0,010		0,014	
	MAX q [N/mm]	MAX v/h	MAX q [N/mm]	MAX v/h
1000	151,3	0,007	120,1	0,004
2000	63,5	0,011	52,5	0,010
3000	35,1	0,018	29,9	0,017
4000	22,3	0,027	19,4	0,025
5000	15,5	0,037	13,7	0,033
6000	11,3	0,047	10,2	0,042
7000	8,6	0,056	7,9	0,053

Fall II

Givet: Differentialekv. (3.131) i avsnitt 3.424. I fall II har i VL tillagts en term

$$\dots + \frac{7,02}{EI} y' + \dots$$

svarande mot en konstant tryckkraft i strävan. Med

$$v = y - v_0; \quad v_0 = f \cdot \sin\left(\frac{\pi x}{h}\right)$$

och en derivering fås

$$v^{IV} + \frac{q}{hEI} (xv')' + \frac{7,02}{EI} \cdot v'' = -\frac{q}{hEI} (xv_0')' - \frac{7,02}{EI} v_0'' \quad (7)$$

Med ansatsen enligt tidigare fås tillägget till VL

$$\begin{aligned} \frac{7,02}{EI} v'' &= \frac{7,02}{EI} \cdot \frac{1}{h^2} \sum_0^{\infty} (i+1)(i+2) A_{i+2} \left(\frac{x}{h}\right)^i \\ &= \frac{q}{h^2 EI} \cdot \frac{7,02}{q} \sum_0^{\infty} \left[\left(\frac{x}{h}\right)^i (i+1)^2 \left[\frac{i+2}{i+1} A_{i+2} \right] \right] \quad (8) \end{aligned}$$

Tillägg till HL

$$\begin{aligned} -\frac{7,02}{EI} v_0'' &= -\frac{7,02}{EI} \cdot -\frac{f\pi^2}{h^2} \sin \frac{\pi x}{h} = \\ &= \frac{q}{h^2 EI} \cdot \frac{7,02}{q} \frac{\pi^2}{q} \cdot f \cdot \sum_{1,3,5}^{\infty} \frac{1}{i!} \cdot \left(\frac{\pi x}{h}\right)^i \cdot (-1)^{\frac{i-1}{2}} \\ &= \frac{q}{h^2 EI} \cdot \frac{7,02}{q} \cdot f \cdot \sum_{1,3,5}^{\infty} \left[\left(\frac{x}{h}\right)^i \cdot (i+1)^2 \left[\frac{1}{(i+1)(i+1)!} \cdot \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \cdot \pi^{i+2} \cdot (-1)^{\frac{i-1}{2}} \right] \right] \quad (9) \end{aligned}$$

vilket alltså ger ekvationssystemet

$$\begin{aligned} A_{i+1} + \frac{7,02}{q} \cdot \frac{i+2}{i+1} \cdot A_{i+2} + \frac{EI}{qh^2} \cdot \frac{(i+4)(i+3)(i+2)}{i+1} A_{i+4} &= \\ = f \cdot \begin{cases} \frac{\pi^{i+1}}{(i+1)!} \cdot (-1)^{i/2+1} & (i \text{ jämn}) \\ \frac{7,02}{q} \cdot \frac{\pi^{i+2}}{(i+1) \cdot (i+1)!} \cdot (-1)^{\frac{i-1}{2}} & (i \text{ udda}) \end{cases} \quad (10) \end{aligned}$$

Randvillkoren är desamma som tidigare och ger samma villkor för koefficienterna A_i .

I detta fall kommer instabilitet att kunna inträffa. Betrakta fallet $q = 0$. Detta ger differentialekvationen

$$y^{IV} + \frac{7,02}{EI} y'' = f \cdot \frac{4}{h^4} \cdot \sin \left(\frac{\pi x}{h}\right) \quad (11)$$

Med $k^2 = \frac{7,02}{EI}$

fås en homogen ekvation

$$(D^2 + k^2) D^2 y = 0 \quad (D = \frac{d}{dx}) \quad (12)$$

vilket ger en homogen lösning

$$y = A \sin kx + B \cos kx + Cx + D \quad (13)$$

Vidare fås en partikulärlösning med ansatsen

$$y = F \sin \left(\frac{\pi x}{h} \right)$$

$$\Rightarrow y'' = -F \cdot \frac{\pi^2}{h^2} \sin \left(\frac{\pi x}{h} \right)$$

$$\Rightarrow y^{IV} = F \cdot \frac{\pi^4}{h^4} \sin \left(\frac{\pi x}{h} \right)$$

vilket, insatt i ekvationen, ger

$$F \cdot \frac{\pi^4}{h^4} \cdot \sin \left(\frac{\pi x}{h} \right) \left[1 - \frac{k^2 h^2}{\pi^2} \right] = f \cdot \frac{\pi^4}{h^4} \sin \frac{\pi x}{h}$$

$$\Rightarrow F = \frac{f}{1 - \frac{k^2 h^2}{\pi^2}} \quad (14)$$

och den allmänna lösningen

$$y = A \sin kx + B \cos kx + Cx + D + \frac{f}{1 - \frac{k^2 h^2}{\pi^2}} \cdot \sin \left(\frac{\pi x}{h} \right) \quad (15)$$

Randvillkoren ger att

$$B = D = 0$$

$$C = -A \cdot \frac{\sin kh}{h}$$

$$A = \frac{k^2 h^2}{kh \cos kh - \sin kh} \cdot \frac{f\pi}{\pi^2 - k^2 h^2}$$

Sök instabilitetspunkt.

Nämnaren i termerna i y går mot noll då

$$1) \quad kh \cos kh - \sin kh \rightarrow 0$$

$$2) \quad k^2 h^2 \rightarrow \pi^2$$

Ur detta fås

$$1) \Rightarrow kh = \tan kh \Rightarrow kh = 4,493 > \pi$$

$$h_{\max} = \frac{4,493}{\sqrt{7,02}} \cdot \sqrt{EI} = 5080 \text{ mm}$$

Det kan vidare visas att villkoret 2) $kh \rightarrow \pi$ inte ger ett obegränsat uttryck för y , då även täljaren $\rightarrow 0$. Alltså är villkoret för stabilitet vid $q = 0$

$$h < \frac{4,493}{k}$$

Detta utgör alltså en övre gräns för strävans höjd, om den ansatta axialkraften skall kunna bäras.

Fallet utan q -last kan också användas för att bestämma för vilken höjd h som enbart den konstanta tryckkraften ger en spänning motsvarande 118,2.

Ur uttrycket för y kan fås

$$y''(h) = -A k^2 \sin(kh)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow M(h) &= -EI (y(h)'' - v_0(h)'') = A k^2 EI \sin kh \\ &= 7,02 A \sin kh \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \sigma_{\text{kant}} &= \frac{7,02 \cdot 6}{8^2} \cdot A \sin kh \\ &= 0,6581 \sin(kh) \cdot \frac{k^2 h^2}{kh \cos kh - \sin kh} \cdot \\ &\quad \cdot \frac{f \pi}{\pi^2 - k^2 h^2} \end{aligned}$$

$$f = 0,014h \Rightarrow \sigma_{\text{kant}} \left[\text{N/mm}^2 \right] = 0,0290 \cdot h \cdot \frac{1}{\left(\frac{\pi}{kh} \right)^2 - 1} \cdot \frac{1}{\frac{kh}{\tan kh} - 1}$$

$$f = 0,010h \Rightarrow \sigma_{kant} = 0,0207 \cdot h \cdot \frac{1}{\left(\frac{\pi}{kh}\right)^2 - 1} \cdot \frac{1}{\tan kh - 1}$$

Denna kantspänning av enbart axialkraften uppgår till 118,2 för resp. $h \approx 4400$ och $h \approx 4600$ (0,014 resp. 0,010).

För höjder större än dessa kan alltså beräkningarna inte väntas ge rimliga värden. Ekvationssystemet (10) blir också nästan singulärt då h börjar närma sig dessa maximala värden, vilket beror på närheten till instabilitet. Precisionen i lösningen blir därför betydligt sämre för $h \geq 3000$ ä 3500.

Detta visar sig också i svårigheter att beräkna de maximala q -värdena om de beräknas på analogt sätt som i det första fallet, fast med de nya faktorerna i ekvationssystemet införda. Resultatet blir

Fall II	$f = 0,010h$		$f = 0,014h$	
h mm	q_{max} N/mm	v_{max}/f	q_{max} N/mm	v_{max}/f
1000	137,8	0,447	106,8	0,326
1500	79,2	0,778	61,8	0,552
2000	48,6	1,154	38,2	0,810
2500	30,4	1,570	23,9	1,100
3000	18,8	2,034	14,5	1,427
3500	10,84	2,555	7,97	1,795
3750	(7,77)	2,840	(5,39)	2,006
4000	(5,13)	3,148	(3,2)	
4250	(2,93)	3,665		

Vissa av dessa belastningsfall har kontrollerats med en lösning med finita differenser. Skillnaderna i utböjningar blir betydligt mindre än 1 %. Eftersom böjspänningarna fås som en härledd storhet ur utböjningarna är felet i dessa större, men kan bedömas vara maximalt av storleksordningen någon procent. Detta gäller dock inte säkert för de största h -värdena i fall II, där något lägre precision kan antas.

**Denna rapport hänför sig till forskningsanslag 740366-4
från Statens råd för byggnadsforskning till Göran Carlsson
Konsulterande Ingenjörbyrå AB, Sundsvall**

R56:1979

ISBN 91-540-3038-2

Statens råd för byggnadsforskning, Stockholm

Art.nr. 6600957

**Abonnemangsgrupp:
Ingår ej i abonnemang**

**Distribution:
Svensk Byggtjänst, Box 1403
111 84 Stockholm**

Cirka pris: 35 kr exkl moms