Rapport R174:1980

Lönar sig en kompletterande grundundersökning? Beslutsteori tillämpad på ett spontningsobjekt

Lars Olsson
Håkan Stille

Byggforskningsrådet

R174:1980

LÖNAR SIG EN KOMPLETTERANDE GRUNDUNDERSÖKNING?

Beslutsteori tillämpad på ett spontningsobjekt

Lars Olsson
Håkan Stille

Denna rapport hänför sig till forskningsanslag 760942-4 från Statens råd för byggnadsforskning till Institutionen för jord- och bergmekanik, Tekniska högskolan, Stockholm

I Byggforskningsrådets rapportserie redovisar forskaren sitt anslagsprojekt. Publiceringen innebär inte att rådet tagit ställning till åsikter, slutsatser och resultat.

R174:1980

ISBN 91-540-3422-1
Statens råd för byggnadsforskning, Stockholm

LiberTryck Stockholm 1980 059022

INNEHÅLL

FÖRORD

Denna rapport är en delrapport från andra delen av ett BFR-projekt som behandlar hur statistiska och probabilistiska metoder kan tillämpas inom geotekniken.

En ofta uppträdande fråga inom geotekniken är: »Hur mycket skall jag undersöka?»

I denna rapport vill vi visa, hur frågan om »rätt» grundundersökning inte skall betraktas fristående utan hela tiden skall ses mot den verkliga problemställningen: att erhålla en tekniskt-ekonomiskt optimerad lösning. Detta kan åstadkommas med beslutsteori.

Det måste här betonas, att fastän vi sökt göra problemställningen realistisk så har vi renodlat och förenklat ett delproblem, eftersom beräkningarna annars blivit opedagogiska. Principerna för lösandet av mera komplexa problem är dock desamma som använts här.

Stockholm i juni 1980

Lars Olsson
Håkan Stille

DEL 1. INLEDNING

Beslut vid spontning

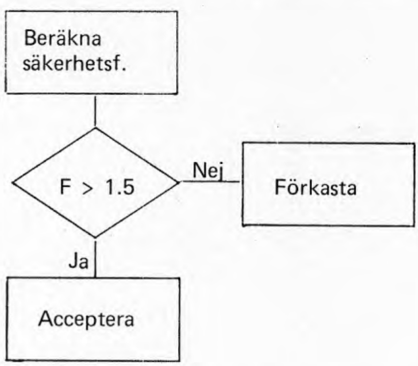
Vid allt mänskligt handlande krävs att man fattar ett beslut. Detta kan givetvis vara att inte göra något alls, vilket i sig är en handling. Ingenjörskonsten är till skillnad från de »rena vetenskaperna» till sin natur handlingsinriktad och kräver därför alltid beslut.

Beslut kan fattas på många grunder, subjektiva eller objektiva, logiska eller irrationella men för varje beslut tillämpas något beslutskriterium.

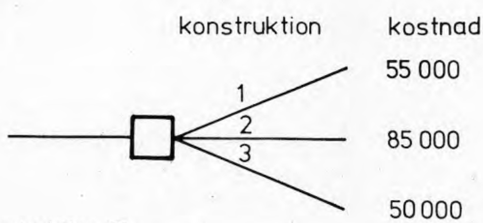
Ett sådant kan vara att söka minimera kostnaden för en konstruktion genom att välja ett lämpligt utförande.

Vid beslutsfattandet jämför man den tilltänkta handlingen och dess resultat med beslutskriteriet.

Den tänkta spontkonstruktionen skall fylla vissa normkrav, t ex säkerhetsfaktorn > 1.5. Detta är ett exempel på en beslutsprocess.



För spontkonstruktören gäller även att försöka minimera kostnaden för konstruktionen.



Välj konstruktion 3!

I exemplen var beslutsfattandet enkelt, det fanns ingen osäkerhet i om beslutskriteriet var uppfyllt eller ej.

I verkliga problem tillstöter en mycket svår komplikation: man måste fatta beslut under osäkerhet. Den största osäkerheten gäller rådande grundförhållanden och därmed spontkonstruktionens slutliga totalkostnad. Oftast fattas sådana beslut subjektivt och utan någon formell analys.

I denna rapport kommer att visas hur man genom att tillämpa beslutsteori på ett geotekniskt problem kan få svar på frågorna:

Vilken konstruktion skall jag välja?

Lönar sig ytterligare grundundersökning?

Idag saknas system som behandlar helheten. Erfarenhet och känslor får till stor del opreciserat styra omfattning av grundundersökningen utan kopplingen till spontningens speciella problematik.

Det behandlade problemet

Att dimensionera mest ekonomiska spont för schakt enligt Fig. 1.

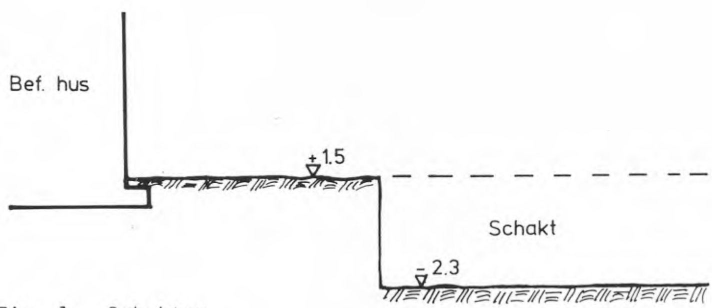


Fig. 1 Schakten

Det föreskrivs att sponten skall beräknas med den metod som anges i »Förankrade sponter» (Sahlström & Stille) och att där angivna krav på säkerhetsfaktorer skall vara uppfyllda. Någon grundundersökning speciellt för sponten har inte utförts men det finns tidsmässiga möjligheter att göra en kompletterande grundundersökning om så bedöms lämpligt. Däremot finns en undersökning för den planerade byggnadens grundläggning.

Beslutsprocessen

Normalt behandlas problem av denna typ »erfarenhetsmässigt» och beslut om en grundundersökning är ofta slentrianmässigt, dvs man gör en »normal» undersökning. Beslutsprocessen liknar den i Fig. 2.

Genom att formalisera processen och utnyttja den hjälpmedel som står till buds i beslutsanalys och beslutsteori kan man förbättra situationen till den i Fig. 3, där »intuitionen» byts mot ett logiskt handlande.

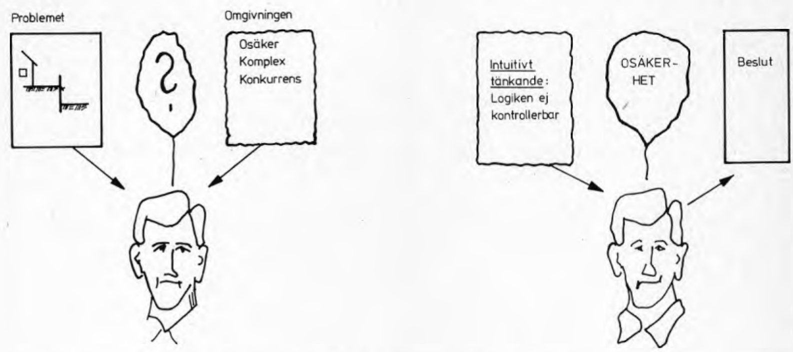


Fig. 2 Beslut fattas vanligen idag med ett intuitivt tänkande (deskriptiv beslutsprocess)

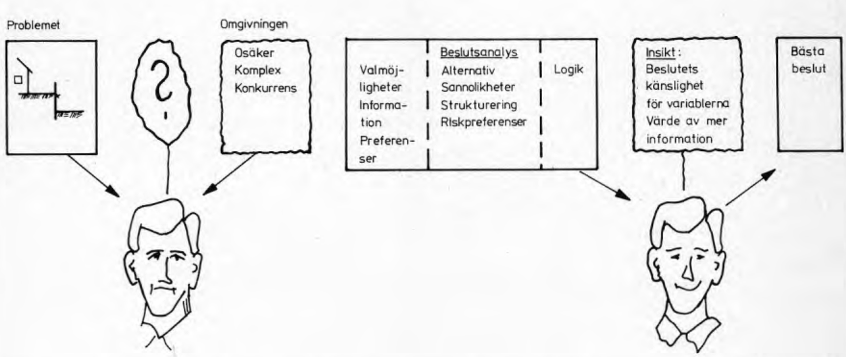


Fig. 3 Bättre beslut kan fattas genom användande av besluts-analys (normativ beslutsprocess)

Den väsentliga skillnaden är att man genom att använda en normativ* besluts-process undviker osäkerhetskänslan och samtidigt når insikt i vad som har stor inverkan på beslutet (sensitivitet) och värdet av att skaffa mer information, dvs i vårt fall värdet av en grundundersökning.

Beslutsanalys

Beslutsanalys (eng. decision analysis) är en logisk procedur för att fatta beslut där beslutsunderlaget innehåller osäkra moment. Howard (1966) ger följande definition:

> Decision analysis is a logical procedure for the balancing of the factors that influence a decision. The procedure incorporates uncertainties, values, and preferences in a basic structure that models the situation.

Beslutsgången beskrivs ofta som bestående av tre faser som leder fram till beslut (och handling). Se Fig. 4.

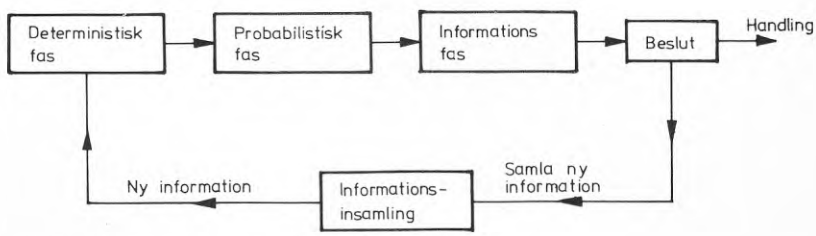


Fig. 4 Beslutsgången vid beslutsanalys

Beslutet kan vara att samla mer information, varefter processen genomlöps igen, dvs den är iterativ.

Deterministisk fas

I denna fas:

- Avgränsas problemet
- Identifieras handlingslaternativ
- Beräknas de olika alternativens utfall
- Väljs variabler (decision och state)
- Relateras variablerna
- Skapas metod att jämföra värdet av olika utfall
- Mäts utfallets sensitivitet för variabelvariationen

---

* normativ betyder att så här bör beslutsprocessen ske för att vara logisk etc. Det betyder inte att den är föreskriven.

Probabilistisk fas

I den probabilistiska fasen

- Uttrycks variabelvariationer som sannolikheter
- Görs en probabilistisk modell
- Beräknas värdet av probabilistiska utfall
- Görs en probabilistisk känslighetsanalys

Informationsfas

I denna beräknas värdet av

- Perfekt information
- Imperfekt information, dvs realistiska undersökningar

Beslutsteori

För att kunna genomföra beräkningarna i beslutsanalysen krävs en teknik som kallas beslutsteori.

I det följande avses med »beslutsteori» s k »bayesiansk beslutsteori» som har följande väsentliga grunddrag

- Subjektiv sannolikhetsuppfattning
- Utnyttjande av tillkommande information genom Bayes' teorem.

Subjektiv sannolikhet

Den klassiska, frekventistiska definitionen av sannolikhet

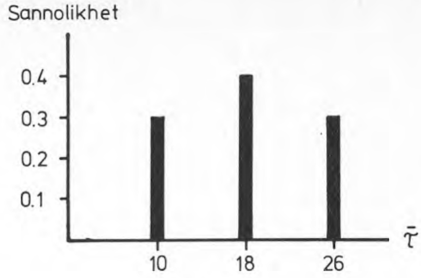
$$P(E) = \frac{\text{antalet elementarhändelser som utgör } P(E)}{\text{totala antalet elementarhändelser i utfallsrummet } \Omega}$$

är till föga nytta när det gäller beslutsteoretiska användningar. Frekventisterna anser att en sannolikhet är en »fysisk» egenskap hos ett objekt, t ex »Medelvärdet på skjuvhållfastheten för denna slänt är $\bar{\tau}$ och det enda vi behöver göra för att bestämma $\bar{\tau}$ är att testa ett mycket stort antal prover från denna slänt.» (Egentligen skall naturligtvis hela utfallsrummet Ω = hela jordvolymen testas.)

Det stora antalet prover som krävs och det förhållandet att endast dessa prover får användas vid beräkningen av $\bar{\tau}$ gör att man istället använder den *subjektiva sannolikhetsuppfattningen.*

Enligt denna är sannolikhet ett sätt att uttrycka den personliga uppskattningen av hur trolig en viss händelse är när hänsyn tas till <u>all</u> tillgänglig relevant information, »an encoding of knowledge».

Denna sannolikhet är ingen materialegenskap utan något som åsätts: »När hänsyn tas till erfarenhet från liknande slänter och de prov som testats åsätter jag följande sannolikheter på medelskjuvhållfastheten hos jorden:



Man kan naturligtvis med fog hävda, att det finns ett sant värde på $\bar{\tau}$, men att vi av praktiska skäl inte kan bestämma det.

Observera, att de »sannolikheter» vi använder i dagligt tal är subjektivistiska, samt att beslutsfattande oftast baserar sig på denna typ av filosofi.

Om sannolikhet verkligen är en »fysisk» egenskap hos ett föremål, hur kan då Three Mile Island-olyckan påverka våra svenska kärnkraftverk? (För subjektivisten gör den det, vi har fått en ny information.)

Bayes' teorem

Väsentligt för den subjektivistiska sannolikhetsuppfattningen är att all relevant information skall inkluderas i åsättandet av sannolikheter.

Hur skall då ny information, t ex i form av provdata inkluderas med den tidigare sannolikheten i en ny ?
Lösningen ges av Bayes' teorem (Bayes, 1763):

$$P(E_i \mid A) = \frac{P(A \mid E_i)\; P(E_i)}{\Sigma\, P(A \mid E_j)\; P(E_j)}$$

I ord:

(À posteriori–sannolikheten för E_i när informationen A blivit tillgänglig)
= (sannolikheten att få informationen A, givet att E_i är sant) x
(à priori–sannolikheten för E_i) x (en normaliseringsfaktor)

Härledning av Bayes' teorem med exempel på tillämpning finns bl a i Olsson & Stille, 1979, sid. 28 ff.

Beslutskriterier

Som tidigare framhållits, kräver ett rationellt beslut att det existerar entydiga beslutskriterier som återspeglar beslutsfattarens preferenser beträffande kostnader, tider, riskvillighet etc. Eftersom vi arbetar med sannolikheter används ofta förväntade kostnaden och kriteriet blir att minimera denna.

Bra beslut och dåliga utfall

Det är väsentligt att skilja mellan bra beslut och bra utfall. *Ett bra beslut garanterar på inget sätt ett bra utfall.*

Samtidigt kan inte ett dåligt utfall ses som ett bevis på att beslutet var dåligt.

Det ligger ju i sakens natur, att vissa utfall kommer att skilja sig från de förväntade, annars fanns det ju inget riskmoment. Man får aldrig bedöma ett besluts riktighet annat än relativt den information som fanns när beslutet fattades, dvs man får inte vara efterklok. Däremot får naturligtvis utfallet (och dess information) användas vid nya beslut.

Antag att någon frågar om råd i följande problem:
Han har erbjudits att köpa en lott i ett lotteri med hundra lotter i. En vinst à 100 kronor delas ut och lottpriset är 10 kronor. Skall han köpa en lott?

Efter en snabb beräkning[1] beslutar du dig för att råda honom att inte köpa någon lott.

Nästa dag kommer han tillbaka och visar glatt upp en hundralapp, samtidigt som han kritiserar ditt »felaktiga» beslut. Var det felaktigt? Eller var beslutet korrekt och utfallet osannolikt?

Givetvis vore beslutet felaktigt, om man vid valet att köpa lott eller inte verkligen säkert visste att lotten var en vinstlott. Men man har inte den kunskapen! Med den kunskap man har <u>när beslutet fattas</u> är det korrekta beslutet att inte köpa (och förändras inte heller av utfallet!)

[1] Förväntad vinst = $\frac{1}{100} \cdot$ 100 kr = 1 krona. Lottpris (säker kostnad) – 10 kr. Summa – 9 kr.

DEL 2. TILLÄMPNING AV BESLUTSANALYS PÅ SPONT

Nedan kommer nu dimensionering av sponten och frågan om ytterligare grundundersökning att göras enligt den beslutsanalytiska procedur som visades i Fig. 4.

À priori information

Den förhandsinformation som finns tillgänglig, förutom grundundersökningen för byggnaden, genom erfarenheter från arbeten i närheten, arkiv etc samlas in. Den är följande:

- Det befintliga huset är grundlagt på hel bottenplatta på leran
- Fyllningens mäktighet och geotekniska egenskaper är väl kända
- Djupet till fast botten är väl känt
- Man är helt säker på att jorden inte innehåller några skikt som kan vara vattenförande
- Man vet att jorden inom området består av lera. Dess densitet är väl känd (1.6 t/m^3) men inte dess skjuvhållfasthet.

För att förenkla exemplet ges något orealistiska data för förhandsinformationen om leran:

- Lerans skjuvhållfasthet kan tillhöra en av tre klasser (»states») men man vet inte vilken:

θ_1	6–14 kPa	Räkna med 10 kPa
θ_2	14–22 kPa	Räkna med 18 kPa
θ_3	22–30 kPa	Räkna med 26 kPa

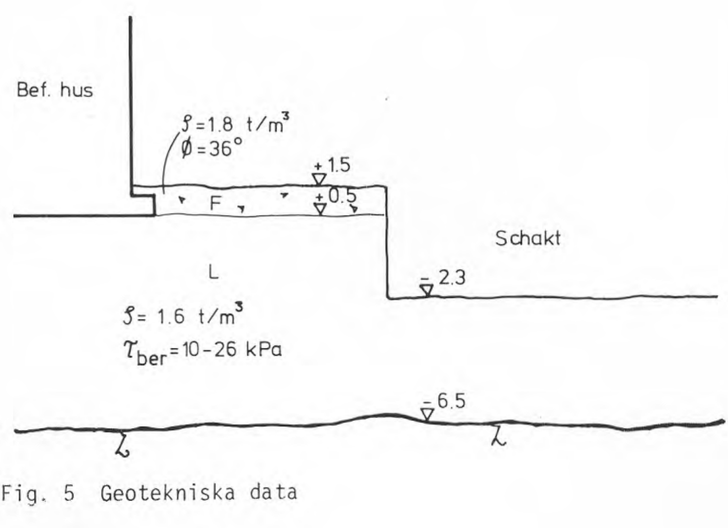


Fig. 5 Geotekniska data

Deterministisk fas

Avgränsning av problemet

Problemet är väl definierat: En spont skall konstrueras, som uppfyller de ställda kraven. (Mest ekonomisk och uppfyllande säkerhetskraven.)

Handlingsalternativ

De alternativ som finns är

S_0: Konstruera ingen spont

S_1: Konstruera sponten för $\tau = 10$ kPa

S_2: Konstruera sponten för $\tau = 18$ kPa

S_3: Konstruera sponten för $\tau = 26$ kPa

Alternativet S_0, dvs ingen handling alls, anses uteslutet och beaktas inte vidare.

Beräkning av konstruktionsalternativens kostnad

För att kunna beräkna de olika handlingsalternativens kostnader för sponten, måste först denna dimensioneras.

Dimensioneringsberäkningen finns redovisad i Bilaga 1.

Sammanfattning av beräkningsresultat

Alternativ	Cu (kPa)	Spont	Spontlängd (m)	Vertikalstöd	Dubb c/c (m)	Stag [2] c/c (m)	Hammarband
S_1	10	IIn	8		0.8	1.6	2 x U 220
S_2	18	I	5.8[1]	1)		3.6	2 x U 300
S_3	26	I	5.7			4.8	2 x U 320

1) Två spontplankor slås till fast botten vid varje stag

2) Samtliga stag av typ In situ 40 ($P_{till} = 250$ kN)

Val av variabler

I det allmänna fallet påverkas utfallet både av variabler, som beslutsfattaren inte råder över, s k »statevariabler» och sådana som han råder över »beslutsvariabler». I exemplet är jordens skjuvhållfasthet en state-variabel, medan t ex prissättning av sponten är en beslutsvariabel.

För att förenkla problemet hålls beslutsvariablerna fixa, så att de inte påverkar beslutet.

Den enda variabel vi alltså beaktar är jordens skjuvhållfasthet.

Relatering av variabler och kostnader

Kostnaden för själva sponten är inte den enda kostnaden för spontningsarbetet. Även för en »korrekt» beräknad spont fås vissa återställningskostnader pga småsättningar, och om lerans hållfasthet visar sig vara en annan än den antagna kan tilläggskostnaderna bli betydande.

För de olika kombinationerna av variabeln θ och valt spontutförande har säkerhetsfaktorn mot bottenupptryckning framräknats:

Valt spont-alternativ \ Variabel - utfall	θ_1	θ_2	θ_3
S_1	1.50	> 1.50	> 1.50
S_2	0.81	1.50	> 1.50
S_3	0.60	1.05	1.50

I de fall säkerhetsfaktorn visar sig vara för låg krävs större åtgärder. Omfattningen av dessa har bedömts vara de nedan angivna. Det har förutsatts, att schakten bedrivs försiktigt, så att man provschaktar längs en begränsad sträcka så att eventuella spontdeformationer etc ger begränsade skador. Kostnaden för denna »observationsmetod» ligger i konstruktionskostnaderna.

Valt spont-alternativ \ Variabel-utfall	θ_1	θ_2	θ_3
S_1	C_1 + Å	C_1 + Å/2	C_3
S_2	$C_2 + R_1$	C_2 + Å	C_2 + Å/2
S_3	$C_3 + R_2$	$C_3 + R_3$	C_3 + Å

C_{1-3} = konstruktionskostnad för resp spont

Å = återställningskostnader pga småsättningar i gata = 10 tkr

R_1 = reparationskostnader (etappvis schaktn. osv) + återställning = 80 tkr

R_2 = reparationskostnader (göra om spont) + återställning = 110 tkr

R_3 = reparationskostnader (tillföra vertikalstöd) + återställning = 45 tkr

Kostnaderna för en 35 m lång spont blir då de som anges i kostnadsmatrisen på följande sida.

Alternativ \ Variabelutfall	θ_1	θ_2	θ_3
S_1	169.5	164.5	159.5
S_2	147	77	72
S_3	228.5	103.5	68.5

Kostnadsmatris (tkr)

Denna matris ger relationen mellan kostnader och variabeln θ (jordens skjuvhållfasthet).

Metod att jämföra värdet av olika kostnadsutfall

Ofta är den direkta kostnaden för de olika utfallen inte det beslutskriterium, som beslutsfattaren vill använda. Han kanske är obenägen att acceptera stora kostnader och därför tillmäter dem en större vikt vid sitt beslutsfattande.

Inom beslutsteorin arbetar man i sådana fall ofta med begreppet »nytta» (eng. utility) och kan då ha ett icke-linjärt förhållande mellan kostnad och nytta. Beslutskriteriet blir givetvis att maximera förväntad nytta. (Se t ex Benjamin & Cornell [1970], Raiffa [1968].)

I vårt fall antar vi att beslutsfattaren inte upplever kostnaderna för sponten som ett riskmoment eftersom de är en liten del av byggets totalkostnader. Han är därför endast intresserad av att få en så billig spont som möjligt och hans kostnads—nytto-kurva är därför linjär. Detta gör att vi kan använda minimerad förväntad spontkostnad som beslutskriterium.

Utfallets sensitivitet för variabelvariationer

Denna ges i exemplet av kostnaderna för de olika variablerna. Om skjuvhållfastheten antogs variera kontinuerligt, skulle man däremot finna vissa områden, där kostnaden ändrades språngvis, t ex när dubbning ej behövs osv. I dessa områden blir alltså utfallet mera känsligt för variabelvariationen.

Probabilistisk fas

Om problemet vore helt deterministiskt, dvs utan osäkerhet, är beslutsfattandet trivialt.

Om man i exemplet vet att lerans skjuvhållfasthet är 18 kPa, handlar man givetvis enligt alternativ S_2, dvs konstruerar sponten för 18 kPa. Någon ytterligare grundundersökning är naturligtvis inte aktuell.

Eftersom vi i exemplet angivit att osäkerhet finns beträffande skjuvhållfastheten, genomgår vi även den probabilistiska fasen.

Variabelvariationer uttrycks som sannolikheter

Den variabel, som är aktuell är lerans skjuvhållfasthet. Några provresultat finns inte, men den erfarenhetskunskap som finns kan formaliseras och uttryckas som à priori-sannolikheter. (Beträffande metoder, se t ex Olsson & Stille, 1979.)

Vi antar att när detta gjorts vi får följande resultat:

θ_1 = 10 kPa $P'(\theta_1) = 0.3$

θ_2 = 18 kPa $P'(\theta_2) = 0.4$

θ_3 = 26 kPa $P'(\theta_3) = \underline{0.3}$

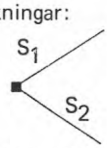
1.0

P' (θ_1) betyder à priori-sannolikheten för θ_1, dvs att skjuvhållfastheten är 10, osv.

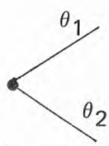
Probabilistisk modell

För att kunna representera alla de olika alternativ, som kan förekomma i en probabilistisk modell väljer man ofta att rita upp ett så kallat »beslutsträd». Namnet kommer sig av de »förgreningar» som uppstår vid varje punkt, där olika alternativ finns.

Beteckningar:



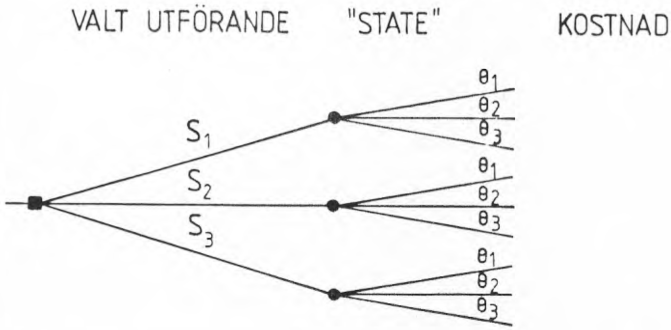
Beslutsnod.
Beslutsfattaren väljer åtgärd



Slumpnod.
Utfallet står utanför beslutsfattarens påverkan

Kostnad som krävs för att få gå vidare

Vår modell får med dessa beteckningar följande utseende:

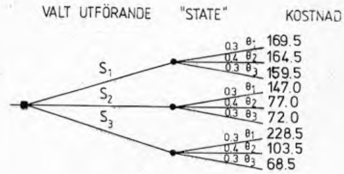


Den börjar med en beslutsnod, där man kan välja ettdera av de tre utförandena. Vilket utförande man än väljer, kommer man till en slumpnod, eftersom verkligheten kan visa sig vara ettdera av de tre »states» θ_1 , θ_2 eller θ_3. För varje valt utförande finns det alltså ett möjligt fall där skjuvhållfasthetens beräkningsvärde överensstämmer med den verkliga och två möjliga fall där den avviker. För de olika utfallen för varje tänkbart beslut har tidigare kostnaden för respektive utfall beräknats och blev:

Alternativ \ Utfall	θ_1	θ_2	θ_3
S_1	169.5	164.5	159.5
S_2	147	77	72
S_3	228.5	103.5	68.5

Kostnadsmatris (tkr)

Om dessa kostnader och de tidigare angivna à priori-sannolikheterna införs i modellen får den följande utseende:



Beräkning av värdet av probabilistiska utfall

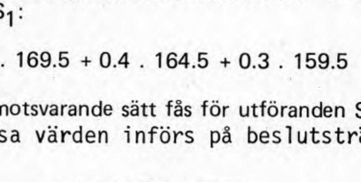
När man skall fatta beslut under osäkerhet görs det ofta med förväntad kostnad som beslutskriterium.[1] Denna beräknas för varje tänkbart utförande som

$$\sum_{i=1}^{3} (\text{kostnad för utfall } \theta_i) \times P'(\theta_i)$$

dvs man kan se den som ett vägt medelvärde av tänkbara kostnader där vägningen görs med à priori-sannolikheten för de olika utfallen. Så fås t ex för valt utförande S_1:

$$0.3 \cdot 169.5 + 0.4 \cdot 164.5 + 0.3 \cdot 159.5 = 164.5$$

På motsvarande sätt fås för utföranden S_2 och S_3 96.5respektive 130.5 tkr. Dessa värden införs på beslutsträdet:



[1] Detta är möjligt genom att vårt kostnads-nyttokunnande är linjärt.

Det framgår alltså, att bästa beslut är att konstruera sponten enligt alternativ S_2, dvs för en skjuvhållfasthet av 18 kPa.

Detta ger den lägsta förväntade kostnaden, 96.5 tkr. Det verkliga utfallet har ett möjligt spann av 72–147 tkr.

Detta beslut baserar sig enbart på à priori-sannolikheterna för den variabla skjuvhållfastheten.

Eftersom dessa sannolikheter är osäkra är det lämpligt att göra en sensitivitetsanalys för att undersöka om en liten ändring i dessa medför att beslutet ändras.

Probabilistisk känslighetsanalys (ingen undersökning)

Denna utförs enklast genom att man varierar à priori-sannolikheterna och beräknar lägsta förväntade kostnad (och bästa beslut) för varje kombination.

Eftersom det alltid gäller $\Sigma\, \theta_i = 1$ kommer vid det fall att man bara har tre »states» θ_{1-3} varje kombination av à priori-sannolikheten att motsvaras av en punkt på ett trekoordinatpapper.

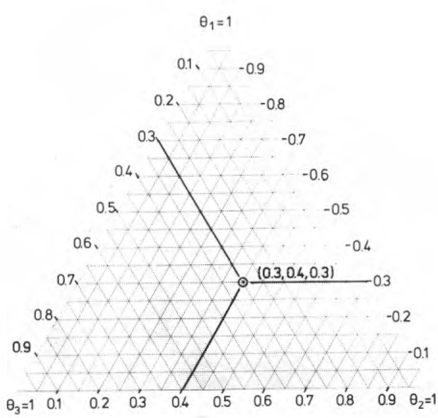


Fig. 6 A priorisannolikheten redovisad på trekoordinatpapper

Om man vid varje sådan punkt avsätter den lägsta förväntade kostnaden, som gäller för sannolikheterna i fråga, kan man därigenom åskådliggöra sensitivitetsanalysens resultat, eventuellt i form av nivåkurvor.

På Fig. 7 redovisas på detta sätt den sensitivitetsanalys, som gäller för exemplet.

Vid de markerade punkterna har avsatts förväntad kostnad och samtidigt har bästa beslut angivits genom rastrering.

Det framgår av Fig. 7 att beslutet är okänsligt för ändringar av à priori-sannolikheterna i närheten av de åsatta.

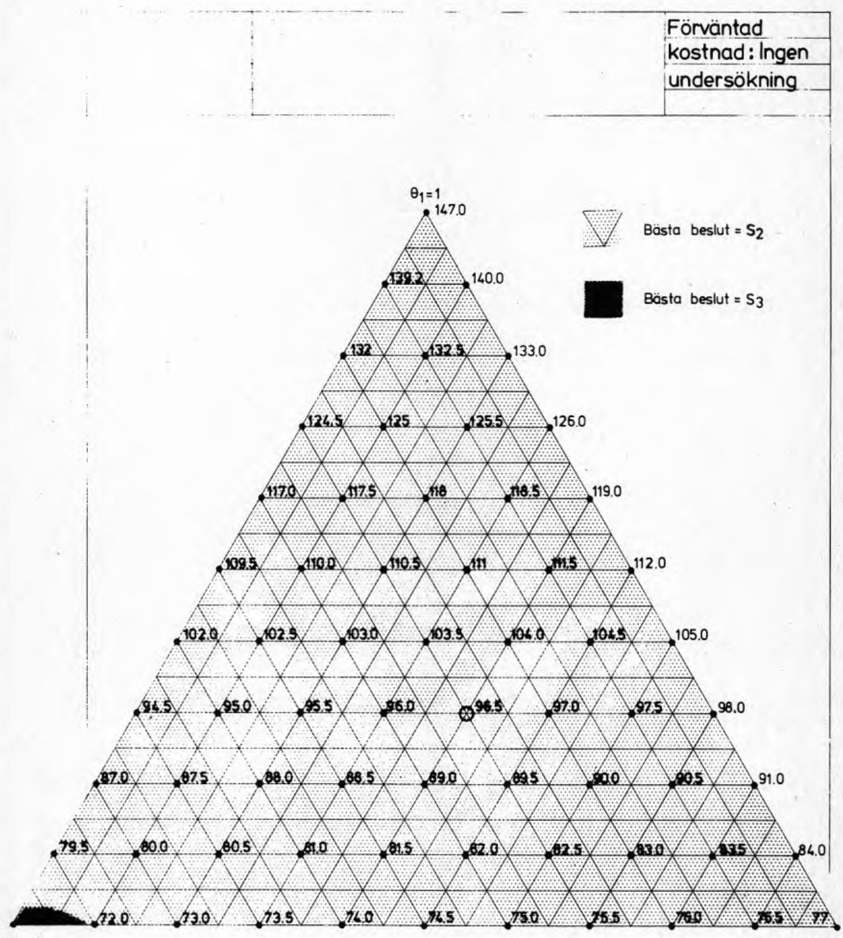


Fig. 7 Förväntade kostnadens beroende av à priori-sannolikheterna

Informationsfas

I informationsfasen beräknar man värdet av ytterligare information, dvs man beräknar hur mycket den förväntade kostnaden ändras om ytterligare kunskap fås om variablerna, dvs i vårt fall θ_{1-3}. När man väl har fått den nya informationen, dvs resultatet av grundundersökningen, beräknas förväntade kostnaden på samma sätt som tidigare, med den skillnaden att à priori-sannolikheterna ersätts av à posteriori-sannolikheterna. Dessa erhålls genom att à priori-sannolikheterna uppdateras med utfallet av grundundersökningen (Bayes' teorem).

Exempel (jfr Olsson & Stille, 1979, sid. 33)

Antag à priori-sannolikheterna

$P(\theta_1) = 0.3$

$P(\theta_2) = 0.4$

$P(\theta_3) = 0.3$

Antag att den grundundersökning, som valts ej är perfekt utan ett visst undersökningsresultat (t ex $\bar{\tau}$ = 18 kPa) ej utesluter att $\bar{\tau}_{verkl}$ avviker från det mätta värdet.

I sådana fall kan man ange metodens tillförlitlighet i matrisform:

Försöksresultat \ Verkligt tillstånd (»state»)	θ_1	θ_2	θ_3
A_1 (stöder θ_1)	0.6	0.2	0.1
A_2 (stöder θ_2)	0.3	0.6	0.4
A_3 (stöder θ_3)	0.1	0.2	0.5

Denna tillförlitlighetsmatris kan betraktas som en »sample-likelihood»-matris, eftersom den ger sannolikheten för ett visst provresultat betingat av ett visst »state».

Om grundundersökningen ger resultatet A_2 (som stöder hypotesen att θ_2 är korrekt) kan à priori-sannolikheterna uppdateras:

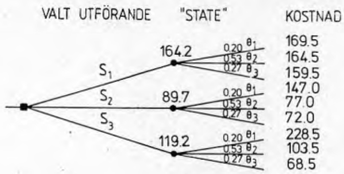
$$P''(\theta_i \mid A_2) = \frac{P(A_2 \mid \theta_i)\, P'(\theta_i)}{\sum_{i=1}^{3} P(A_2 \mid \theta_i)\, P'(\theta_i)}$$

$$P''(\theta_1 \mid A_2) = \frac{0.3 \cdot 0.3}{0.3 \cdot 0.3 + 0.6 \cdot 0.4 + 0.4 \cdot 0.3} = \frac{0.09}{0.45} = 0.2$$

$$P''(\theta_2 \mid A_2) = \frac{0.6 \cdot 0.4}{0.45} = 0.53$$

$$P''(\theta_3 \mid A_2) = \frac{0.4 \cdot 0.3}{0.45} = 0.27$$

Beslutsträdet för de uppdaterade sannolikheterna blir då:



Bästa beslut är fortfarande S_2 men den förväntade kostnaden är nu 89.7 tkr i st f 96.5 tkr. Skillnaden, 6,8 tkr, kan betraktas som värdet av den information, som erhölls genom provtagningen.
(Andra undersökningsresultat ger andra värden på skillnad i förväntad kostnad med resp. utan provtagning.)

En analys som den ovanstående kallas på engelska »posterior analysis» eftersom den utförs efter det att provresultatet är känt. Men den intressanta frågan gäller ju om man skall utföra undersökningen, dvs man skall fatta beslutet innan något resultat kan vara känt. En sådan analys kallas på engelska »pre-posterior analysis» eftersom den görs innan stadiet då en »posterior analysis» är möjlig.

Vi befinner oss alltså i beslutsnoden vid pilen i Fig. 8 och har som handlingsalternativ antingen att göra en grundundersökning eller att välja konstruktion enligt den à priori-information vi har. (Vilket enligt tidigare medför alternativ S_2 med den förväntade kostnaden 96.5 tkr.)

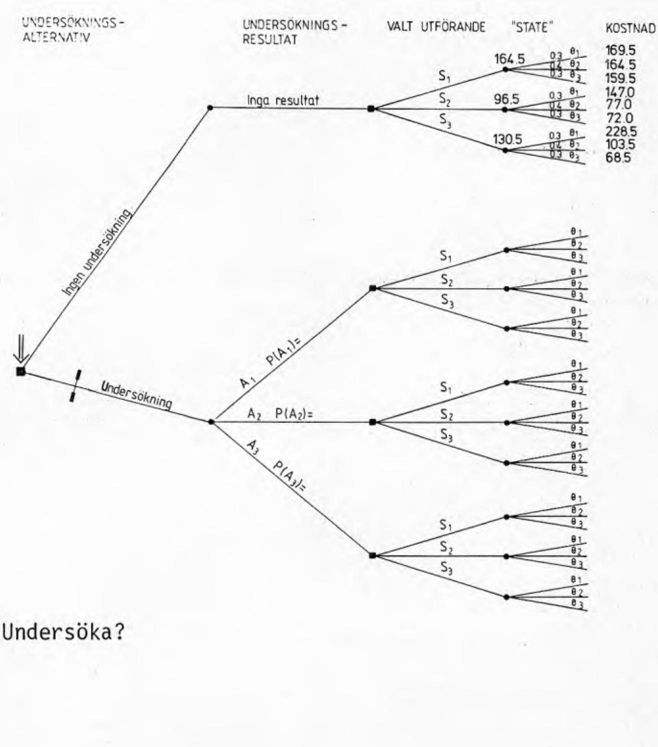


Fig. 8 Undersöka?

Om vi väljer att utföra en grundundersökning kommer vi med säkerhet att få betala en kostnad.

I enlighet med de beslutsprinciper vi fastlagt, bör vi välja grundundersökningsalternativet endast om denna säkra kostnad understiger det förväntade värdet av grundundersökningen.

Förväntat värde av information

Innan grundundersökningen utförts, finns det tre tänkbara resultat, A_1—A_3 (som stöder olika hypoteser om verkligt »state»). Om resultatet vore känt, kan man som ovan visades för varje sådant resultat räkna ut förväntad kostnad och värdet av informationen.

För att beräkna förväntat värde av information, dvs den ekonomiska nyttan av en presumtiv undersökning går man till väga på följande sätt:

a) För varje tänkbart försöksresultat beräknar man förväntade kostnader. Detta görs genom att man tar det vägda medelvärdet av de olika utfallen varvid vägningen naturligtvis görs med à posteriori-sannolikheterna.

b) Man väljer för varje tänkbart försöksresultat den lägsta förväntade kostnaden (den som svarar mot bästa handlingsalternativ S_{1-3}).

c) Man beräknar slutligen det förväntade värdet av informationen genom att bilda ett vägt medelvärde av dessa kostnader, se nedan. Vägningen sker här med sannolikheten att få just detta försöksresultat.
Denna sannolikhet är

$$P(A_j) = \sum_{k=1}^{n} P(A_j \mid \theta_k)\, P'(\theta_k) \qquad \text{(Benjamin \& Cornell, 1970)}$$

Exempel på beräkning

Givet:

À priori-sannolikheter

$P'(\theta_1) = 0.3$ $\quad$ $P'(\theta_2) = 0.4$ $\quad$ $P'(\theta_3) = 0.3$

En grundundersökning, som kostar 4 000:— och har en tillförlitlighetsmatris enligt nedan

Undersökn.-resultat \ »State»	θ_1	θ_2	θ_3
A_1	0.4	0.3	0.2
A_2	0.4	0.4	0.4
A_3	0.2	0.3	0.4

Detta kan t ex vara en viktsondering. Av matrisen framgår, att den har en dålig urskiljande förmåga.

Beräkningar

(Detaljerade beräkningar visas i appendix 2)

A posteriori-sannolikheter för olika undersökningsresultat:

$P''(\theta_1 \mid A_1) = 0.40$ $P''(\theta_2 \mid A_1) = 0.40$ $P''(\theta_3 \mid A_1) = 0.20$

$P''(\theta_1 \mid A_2) = 0.30$ $P''(\theta_2 \mid A_2) = 0.40$ $P''(\theta_3 \mid A_2) = 0.30$

$P''(\theta_1 \mid A_3) = 0.20$ $P''(\theta_2 \mid A_3) = 0.40$ $P''(\theta_3 \mid A_3) = 0.40$

Förväntade kostnader vid de olika undersökningsresultaten:

Undersökn. resultat \ Valt utförande	S_1	S_2	S_3
A_1	165.5	104.0	146.5
A_2	164.5	96.5	130.5
A_3	163.5	89.0	114.5

Minimikostnad för varje tänkbart resultat är inringat

Sannolikhet för undersökningsresultat:

$$P(A_1) = \sum_{k=1}^{3} P(A_1 \mid \theta_k)\, P'(\theta_k) = 0.4 \cdot 0.3 + 0.3 \cdot 0.4 + 0.2 \cdot 0.3 = 0.30$$

$P(A_2) = 0.4$

$P(A_3) = 0.3$

Förväntad kostnad med grundundersökning:

$0.3 \cdot 104.0 + 0.4 \cdot 96.5 + 0.3 \cdot 89.0 = 96.5$ tkr

Förväntad kostnad utan grundundersökning (enligt tidigare beräkning) 96.5 tkr.

Undersökningens värde: 0 kr

Den använda beräkningsmetoden brukar ibland på engelska kallas »averaging out and folding back» (medelvärdesbilda och vik tillbaka). (Raiffa, 1968)

Namnet kommer sig av beräkningsgången i

a) gå ut till beslutsträdets yttersta grenspets

b) gå sedan tillbaka mot »roten», varvid man använder

- en medelvärdesbildande metod vid varje slumpnod
- en valmetod som för varje beslutsnod väljer vägen med största räntevärde.

Beräkningen i exemplet visar alltså att den tänkbara undersökningen inte ger någon minskning i förväntad kostnad. Detta kan givetvis bero på metodens ineffektivitet, dvs dåliga förmåga att särskilja olika »states».

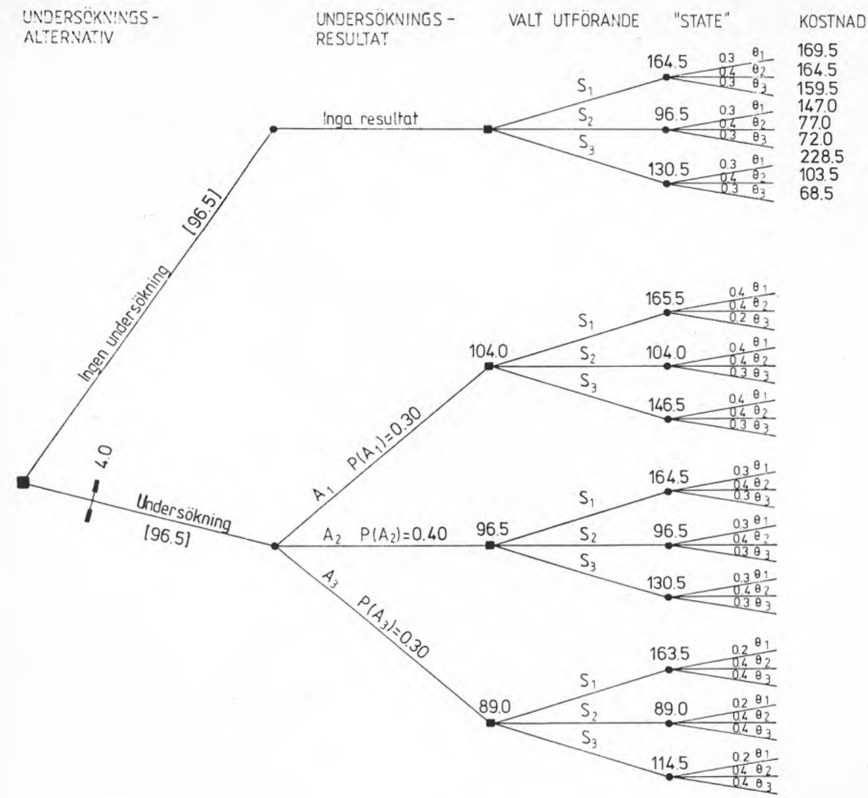


Fig. 9 Den geotekniska undersökningens förväntade värde

Ett sätt att översiktligt kontrollera om någon som helst grundundersökning lönar sig är att beräkna »förväntade värdet av perfekt information» (FVPI). Man beräknar då värdet av en undersökning med tillförlitlighetsmatrisen:

	θ_1	θ_2	θ_3
A_1	1	0	0
A_2	0	1	0
A_3	0	0	1

dvs en helt perfekt metod. Ur detta förväntade värde kan man sedan bedöma om man bör fortsätta analysen för en verklig, ej perfekt metod.
(Att vi ovan började med beräkningarna med en ej perfekt metod är av pedagogiska skäl. Den perfekta metoden är ju ett specialfall.)

Förväntat värde av perfekt information

(Detaljerade beräkningar i appendix 2)

À posteriori-sannolikheter

$P''(\theta_1 \mid A_1) = 1$

$P''(\theta_2 \mid A_2) = 1$ Alla övriga = 0

$P''(\theta_3 \mid A_3) = 1$

Förväntade kostnader:

Undersökn.-resultat \ Valt utförande	S_1	S_2	S_3
A_1	169.5	147.0	228.5
A_2	164.5	77	103.5
A_3	159.5	72	68.5

Sannolikhet för undersökningsresultat:

$P(A_1) = P'(\theta_1) = 0.3$

$P(A_2) = P'(\theta_2) = 0.4$

$P(A_3) = P'(\theta_3) = 0.3$

Förväntad kostnad utan undersökning = 96.5 tkr. Förväntad kostnad med perfekt information = 95.45 tkr. FVPI = 1.05 tkr.

Eftersom ingen undersökning, som kan komma ens i närheten av den perfekta metoden, kan göras för en kostnad understigande 1.05 tkr blir bästa beslut att

- inte utföra någon grundundersökning
- välja alternativ S_2 (dvs slå en spont konstruerad för $\tau = 19$ kPa).

I Fig.10 visas det fullständiga beslutsträdet. Vid beslutsnoderna har de vägar, som ej skall väljas blockerats (//). Dessutom har värdet av olika undersökningar angivits (inringade).

Fastän det ej är praktiskt motiverat har beräkningarna även genomförts för en mer omfattande grundundersökning (provtagning) med följande tillförlitlighetsmatris:

	θ_1	θ_2	θ_3
A_1	0.6	0.2	0.1
A_2	0.3	0.6	0.4
A_3	0.1	0.2	0.5

och en kostnad av 7 000:–. Resultatet redovisas i Fig. 11.

Som framgår av Fig. 11 ändras inte bästa beslut om man använder den förbättrade undersökningsmetoden.

Probabilistisk känslighetsanalys för olika undersökningar

Det förväntade värdet av undersökningen beror inte bara på metodens tillförlitlighet utan givetvis också på a priori-antagandena $P'(\theta_i)$.

På samma sätt som tidigare kan man redovisa beroendet i form av tre-koordinatdiagram. Sådana beräkningar har gjorts för de tre fallen perfekt metod, sondering och provtagning och resultaten redovisas i Fig. 12-14.

Som framgår av figurerna är beslutet okänsligt för variation av à priori-sannolikheterna runt de åsatta.

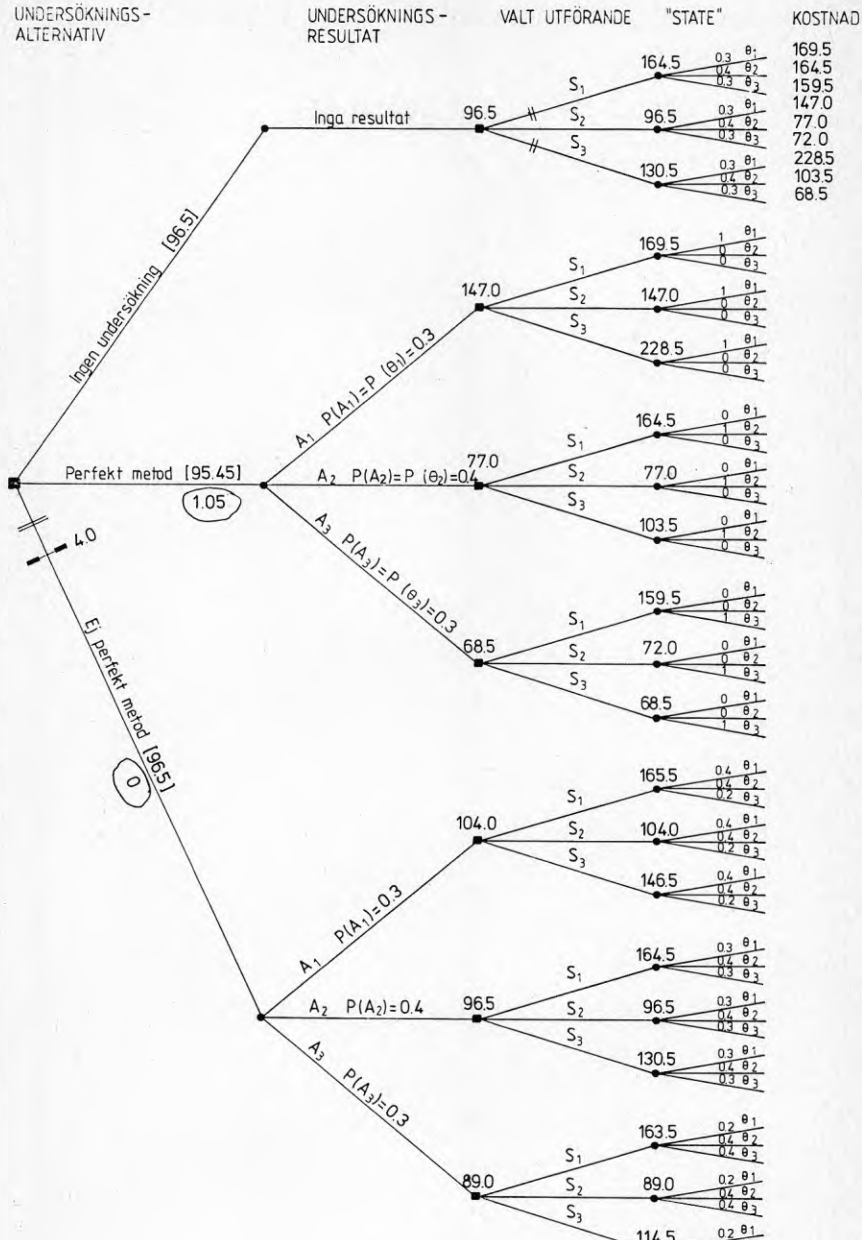


Fig. 10 Fullständigt beslutsträd (sondering)

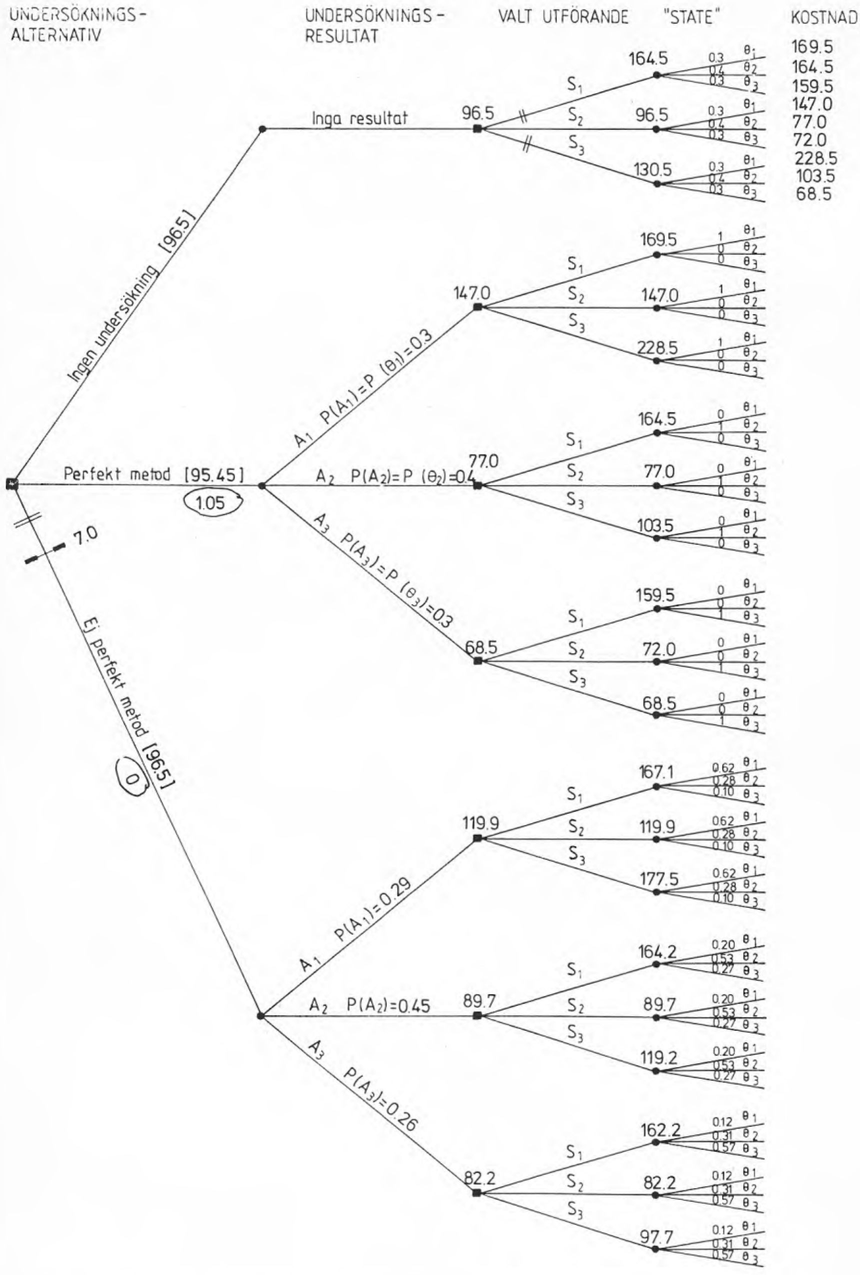
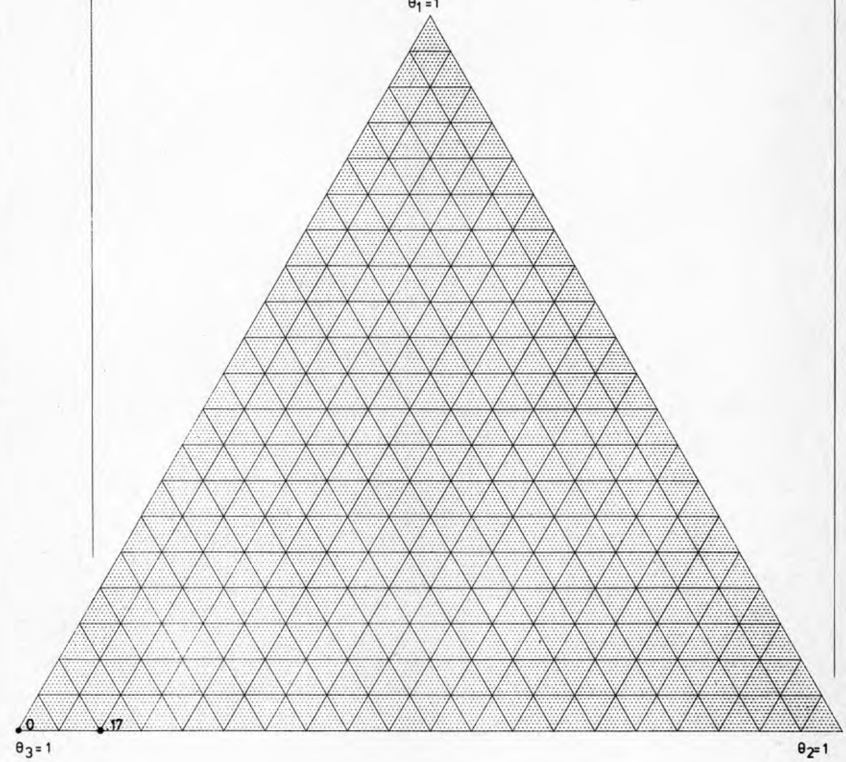


Fig. 11 Fullständigt beslutsträd (provtagning)

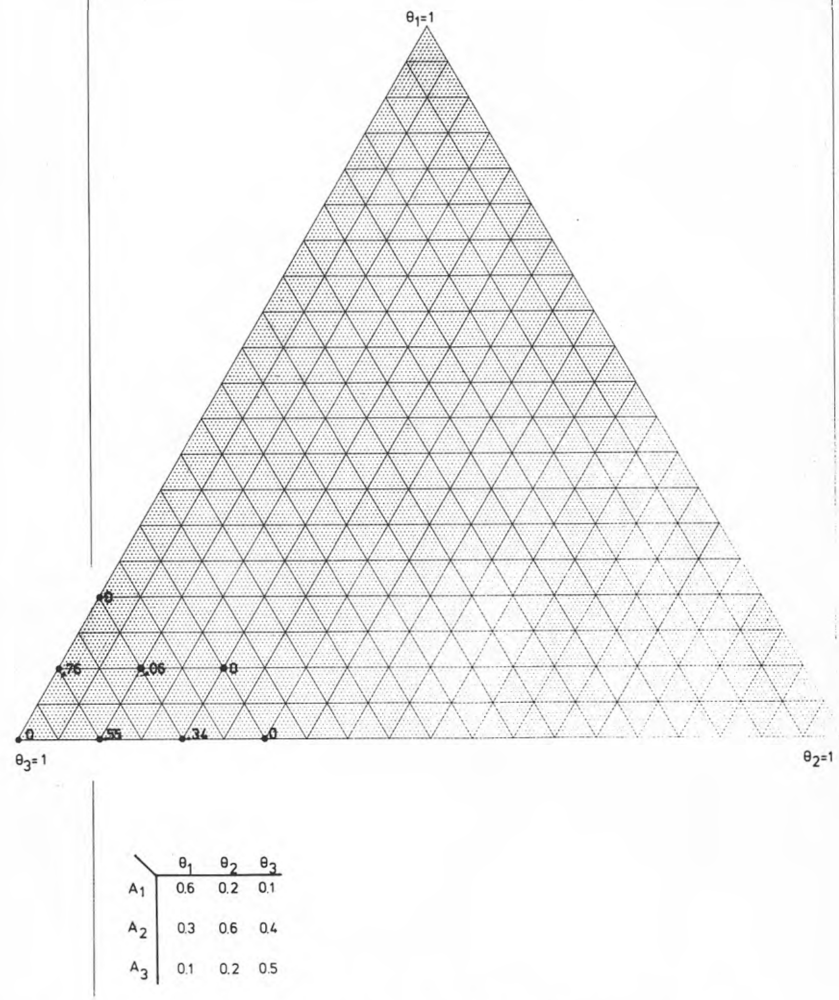
Sondering



	θ_1	θ_2	θ_3
A_1	0.4	0.3	0.2
A_2	0.4	0.4	0.4
A_3	0.2	0.3	0.4

Fig. 12 Sensitivitetsanalys. Undersökningens (sondering) förväntade värde vid olika à priori-sannolikheter

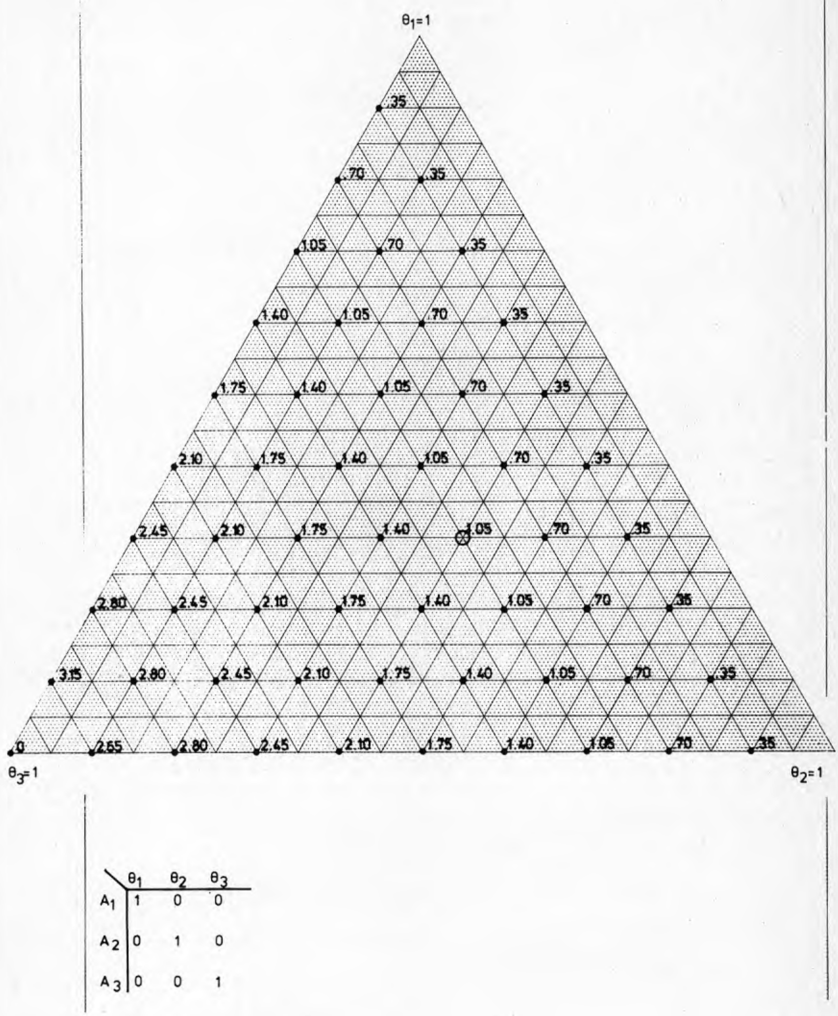
Provtagning



	θ_1	θ_2	θ_3
A_1	0.6	0.2	0.1
A_2	0.3	0.6	0.4
A_3	0.1	0.2	0.5

Fig. 13 Sensitivitetsanalys. Undersökningens (provtagning) förväntade värde vid olika à priori-sannolikheter

Perfekt metod



	θ_1	θ_2	θ_3
A_1	1	0	0
A_2	0	1	0
A_3	0	0	1

Fig. 14 Sensitivitetsanalys. Värdet av perfekt information vid olika à priori-sannolikheter.

DEL 3. SAMMANFATTNING OCH KOMMENTARER

En väsentlig fråga inom geotekniken är: »Hur ska jag välja grundundersökning?»

Normalt sker detta enligt tumregler och ofta slentrianmässigt. I rapporten har pekats på en annan väg, tillämpning av beslutsteori som ett medel att utgående från givna beslutskriterier välja bästa grundundersökning. Dessa har varit att minimera kostnader, eftersom säkerhetskravet beaktats i bivillkor om föreskrivna beräkningsmetodik och säkerhetsfaktorer.

Exemplet är förenklat så tillvida att endast skjuvhållfastheten anses okänd och att endast tre olika skjuvhållfastheter kan förekomma. Denna förenkling har gjorts för att göra beräkningarna åskådliga, det finns inga hinder för att ha fler variabler och/eller fler »states» för varje variabel. (Man kan givetvis också arbeta med kontinuerlig fördelning för variablerna.)

Antagna kostnader för sponten och för konsekvenserna vid olika utfall har givits realistiska värden.

Två detaljer i resultatet bör kommenteras eftersom de kan uppfattas som stridande mot erfarenheten

- Grundundersökning lönar sig ej.

  Detta beror delvis på att i exemplet endast skjuvhållfasthet skall bestämmas, och att denna inte har en mycket avgörande betydelse. I många praktiska fall spelar andra faktorer en stor roll, hinder för slagning t ex, vilket kan ge ett helt annat utfall.

- Sponten skall inte konstrueras för lös lera, ens om man vet att så är fallet.

  Detta beror på, att spontkostnaden är så hög om sponten konstrueras för den lösa leran (τ = 10 kPa) att extrakostnaden för etappvis schaktning etc kan bäras om sponten konstrueras för τ = 18 kPa. (Detta förhållande inverkar givetvis också på grundundersökningens lönsamhet.) Givetvis krävs att man provschaktar längs del av sponten och observerar dess beteende.

Utvecklingsbehov

Någon utveckling av teorier krävs inte, eftersom beslutsteori som sådan är väl utvecklad, speciellt för ekonomiska beslut.

För geoteknikens del krävs en utveckling, som mer är en anpassning av teorierna, på följande områden:

- Observationssystem

  Ett alternativ till grundundersökningar är att inkorporera observations- och kontrollsystem i de geotekniska konstruktionerna. Exempel på detta kan komma att visas i en följdrapport till denna.

- Subjektiva sannolikheter

  Inom all bayesiansk beslutsteori spelar de subjektiva à priori-fördelningarna stor roll. Metodik att på ett rationellt sätt åsätta dessa finns, från frågeformulär till interaktiva datorprogram (Schlaifer, 1971). En för geotekniska behov lämplig metodik avses framtas.

- Undersökningsmetodens tillförlitlighet

  Lika väsentlig som à priorifördelningen är tillförlitligheten hos grundundersökningen. Statistiskt sett är den en subjektiv likelihood, som i sig kan uppdateras. Problemställningen är snarlik problemet med beräkningsmetoders tillförlitlighet och kommer att behandlas inom BFR-projektet.

- Beräkningsteknologi

  Endast i så enkla fall, som i denna rapport kan manuell beräkning användas. (För beräkningarna har en programmerbar räknedosa TI–59 utnyttjats till full kapacitet.) Större problem kräver obetingat ett datorprogram, som bör vara interaktivt. Framtagandet av denna (kommersiella) mjukvara ligger ej inom projektet.

LITTERATUR

Benjamin, J.R. & Cornell, C.A, 1970. Probability, statistics and decision for civil engineers. (McGraw-Hill Book Company). New York.

Bayes, T, 1763. An essay towards solving a problem in the doctrine of change. Philosophical Transactions of the Royal Society. 53. pp 370-418.

Einstein, H.H, Labreche, D.A, Markow, M.J. and Baecher, G.B, 1978. Decision analysis applied to rock tunnel exploration. In: W.R. Judd (Editor), Near Surface Underground Opening Design, Eng. Geol., 12(1):143-161.

Howard, R.A. Decision Analysis: Applied Decision Theory. In D.B. Hertz and J. Melese (Eds.). Proc. of the Fourth International Conference on Operational Research. New York: Wiley, 1966(1968), pp. 55-71.

Olsson, L. & Stille, H, 1979. Geoteknisk riskbedömning. Etapp 1: Statistiska metoder tillämpade på svensk geoteknik (Statens råd för byggnadsforskning) R 126:1979. Stockholm.

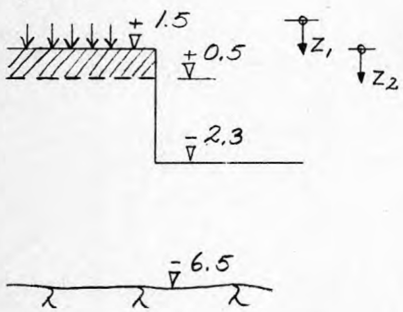
Raiffa, H. Decision analysis. Reading, Mass. Addison-Wesley, 1968.

Sahlström, P.O. & Stille, H, 1979. Förankrade sponter (Statens råd för byggnadsforskning) T 30:1979. Stockholm.

DIMENSIONERING AV SPONTEN
(JÄMFÖR SAHLSTRÖM & STILLE 1979)

FÖRUTSÄTTNINGAR:

$q = 5\,kPa$



FYLLNING $\rho = 1.8\ t/m^3$

$\phi = 36^\circ$

LERA $\rho = 1.6\ t/m^3$

$$\tau = \left.\begin{matrix} 10\,kPa \\ 18\,kPa \\ 26\,kPa \end{matrix}\right\}\ alt.$$

KONTROLL AV STABILITET:

$$F = \frac{N_{cb} \cdot C_u}{g\rho H + q}$$

$N_{cb} = 4.1$ (UTAN VERTIKALSTÖD)

$N_{cb} = 5.7$ (MED VERTIKALSTÖD)

$$F = \frac{N_{cb} \cdot C_u}{10 \cdot 1.6 \cdot 2.8 + 10 \cdot 1.8 \cdot 1 + 5} = \frac{N_{cb} \cdot C_u}{67.8}$$

ACCEPTANSVÄRDE FÖR $F = 1.5$

	$N_{cb} = 4.1$	$N_{cb} = 5.7$	
$C_u = 10$	$F = 0.60$	$F = 0.84$	SPONT TILL FULLT DJUP + DUBBNING
$C_u = 18$	$F = 1.09$	$F = 1.51$	VERTIKALSTÖD
$C_u = 26$	$F = 1.57$	$F = 2.19$	

BERÄKNING AV AKTIVT JORDTRYCK

I FYLLNINGEN:

$P_a = \tan^2(45 - \varphi/2)(g \rho z_1 + q)$

$P_a = \tan^2(27°)(18 \cdot z_1 + 5) = 0.26(18 \cdot z_1 + 5)$

$z_1 = 0 \qquad P_a = 1.3 \text{ kPa}$

$z_1 = 1.0 \qquad P_a = 6.0 \text{ kPa}$

I LERAN:

$P_a = g \rho z_2 + (g \cdot 1.8 \cdot 1 + q) - 2\,c_u$

$P_a = 16\,z_2 + 23 - 2\,c_u$

z_2 \ c_u	10	18	26
0	3	-13	-34
2.8	48	32	11
6.5	107	91	70

SPRICKVATTENTRYCK

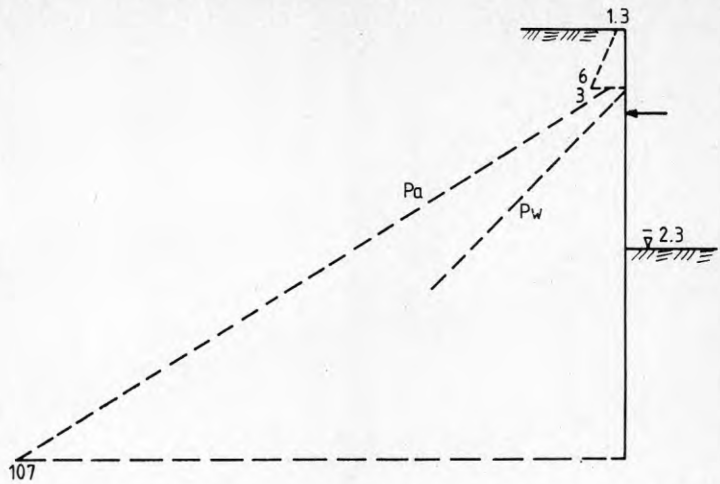
M ht RISK FÖR VATTENTRYCK I SPRICKOR I LERAN VÄLJS SOM DIMENSIONERANDE AKTIVT TRYCK DET STÖRRE AV P_a OCH P_w

$P_w = g \rho_w z_2 = 10\,z_2$

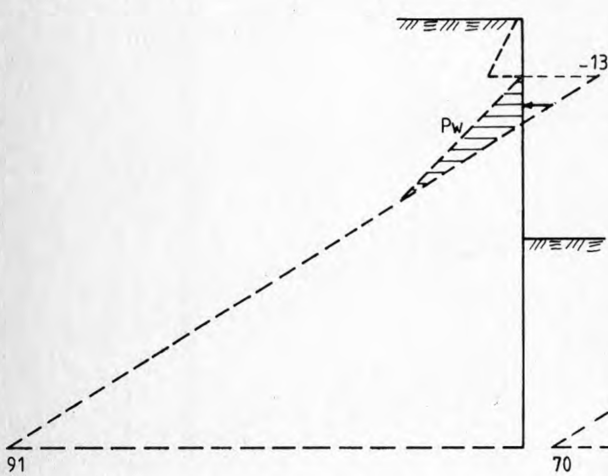
$z_2 = 0 \qquad P_w = 0$

$z_2 = 3.5 \qquad P_w = 35$

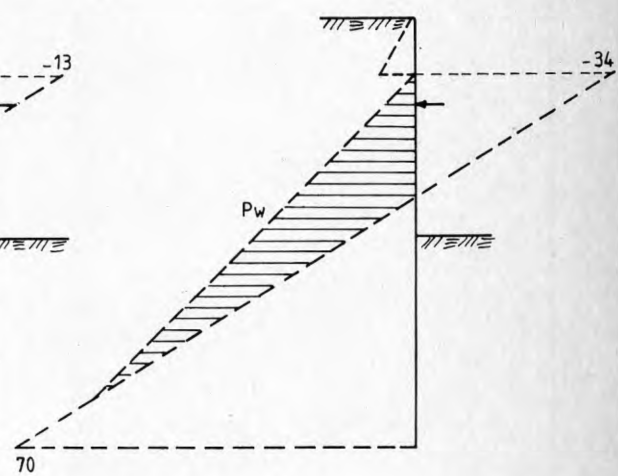
Cu = 10



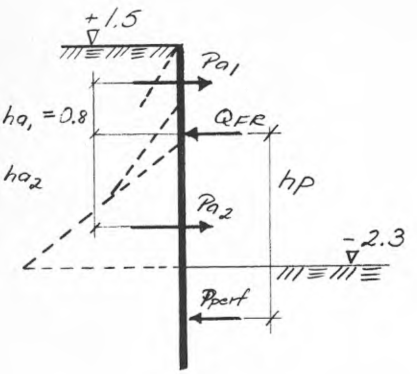
Cu = 18



Cu = 26



KONTROLL AV ROTATIONSSTABILITET



$$P_{perf} = \frac{\Sigma\ Pa\ \ ha}{hp \cdot NERSLAGNINGSDJUP}$$

$$Pa_1 = \frac{1+6}{2} \cdot 1.0 \cdot 0.8 = 2.8$$

Pa_2 (C_u = 10 kPa)

$$Pa_2 \cdot ha_2 = 3 \cdot 2.8 \cdot 0.9 + \frac{44.8 \cdot 2.8}{2} \cdot 1.37 = 93.5 \text{ kNm}$$

$$\Sigma\ Pa \cdot ha = 90.7$$

Pa_2 (C_u = 18 kPa)

$$Pa_2 \cdot ha_2 = \frac{3.2 \cdot 2.8}{2} \cdot 1.3 = 58.2 \text{ kNm}$$

$$\Sigma\ Pa \cdot ha = 55.4$$

Pa_2 (C_u = 26)

$$Pa_2\ ha_2 = \frac{28 \cdot 2.8}{2} \cdot 1.37 = 53.7 \text{ kNm}$$

$$\Sigma\ Pa\ ha = 50.9$$

P_{perf} FÖR OLIKA NERSLAGNINGSDJUP

NERSLAGNINGSDJUP: \ C_u:	10	18	26
1.0	32.4	19.8	18.2
1.5	19.8	12.1	11.1
2.0	13.7	8.4	7.7
2.5	10.2	6.2	5.7
3.0	8.0	4.9	4.5
3.5	6.4	3.9	3.6
4.0	5.3		

SÄKERHET MOT ROTATION

$$F_s = \frac{N_{cb}\ C_u}{g\,\rho_2\,z_2 + g\,\rho_1\,z_1 + q + P_{perf}}$$

ACCEPTANSVÄRDE $F_s \geq 1.30$

$$P_{perf} = \frac{N_{cb}\ C_u}{F_s} - (16 \cdot 2.8 + 18 \cdot 1 + 5)$$

$$P_{perf} = \frac{N_{cb}\ C_u}{F_s} - 67.8$$

SPONT UTAN VERTIKALSTÖD $N_{cb} = 4.1$

$P_{perf} = 3.15\ C_u - 67.8$

SPONT MED VERTIKALSTÖD $N_{cb} = 5.7$

$P_{perf} = 4.38\ C_u - 67.8$

STÖRSTA ACCEPTABLA ERFORDERLIGA NETTOTRYCK

	$C_u = 10$	$C_u = 18$	$C_u = 26$
UTAN STÖD	-36	-11	-14.2
MED STÖD	-24	11.1	46.2

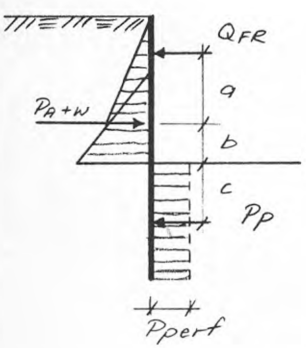
MINSTA ACCEPTABLA NEDSLAGNINGSDJUP

$C_u = 10$ NERSLAGNING AV HELA SPONTEN. DUBBNING

$C_u = 18$ VERTIKALSTÖD. UNDERSLAGNING 2 M

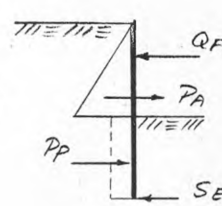
$C_u = 26$ EJ VERTIKALSTÖD UNDERSLAGNING $H/2 = 1.4$ M

HAMMARBANDSREAKTION



$$Q_{FR} = \frac{P_{A+W}\ (b+c)}{a+b+c}$$

$C_u = 10$ SPONTEN DUBBAD



$\Sigma\ P_a\ h_a = 93.5$ kNm

$P_p \cdot h_a = 24 \cdot 4.2\,(2.1 + 2.3) = 443.5$ kNm

$\Sigma\ 537$ kNm

$S_{erf} \cdot 6.5 = 537$

$S_{erf} = 82.6$ kN

$Q_{FR} = P_A + P_{P_{tillf}} - S_{erf} = 71.1 + 101.6 - 82.6 = 90.1$

$C_u = 18$ SPONTEN UNDERSLAGEN 2 M. VERTIKALSTÖD

$P_a\ h_a = 55.4$ kNm

$$P_{perf} = \frac{P_a\ h_a}{h_p} = \frac{55.4}{2.3 + 1.0} = 16.8$$

$Q_{FR} = P_a - P_{perf} = 38.6$ kN

$C_u = 26$ NEDSLAGNINGSDJUP 1.0 m

$P_a\, h_a = 50.9$

$$P_{perf} = \frac{P_a\, h_a}{h_p} = \frac{50.9}{2.3 + 0.5} = 18.2$$

$Q_{FR} = P_a - P_{perf} = 32.7$ kN/m

HAMMARBANDSREAKTIONER

C_u	EJ FÖRSPÄND Q_{FR}	FÖRSPÄND MED Q_{FR} Q_{tot}
10	90.1	108.0
18	38.6	46.3
26	32.7	39.2

$Q_{tot} = 0.8\, Q_{FR} + 0.4\, Q_{tot,pr}$

DIMENSIONERANDE MOMENT

M_{max} DÄR $T = 0$

$C_u = 10$

$T = 0 \quad \Rightarrow$

$Q_{FR} - \sum P_a - Z \cdot 24 = 0$ (Z = DJUP UNDER SCHAKTBOTTEN)

$$\frac{90.1 - 71.1}{24} = Z, \qquad Z = 0.8$$

$$M_{max} = 90.1\,(0.8 + 2.3) - 3.5 \cdot 4.6 - 3 \cdot 2.8\,(1.4 + 0.8) -$$

$$- \frac{44.8 \cdot 2.8}{2} \cdot 1.73 - \frac{24 \cdot 0.8^2}{2} = 128.6 \text{ kNm}$$

$\underline{Cu = 18}$

$T = 0 \Rightarrow Q_{FR} - P_a - \frac{(Z_2)^2 \cdot 10}{2} = 0$

$38.6 - \frac{1+6}{2} \cdot 1 + \frac{(Z_2)^2 \cdot 10}{2} = 0 \; ; \; (Z_2)^2 = \frac{35.1}{5} = 7.02$

$Z = 2.65$

$M_{max} = 38.6(2.65 - 0.5) - 3.5 \cdot 1.0 \cdot 2.95 - \frac{2.65^2}{2} \cdot 10 \cdot \frac{2.65}{3}$

$M_{max} = 83.0 - 10.3 - 31.0 = 41.6 \text{ kNm}$

$\underline{Cu = 26}$

$T = 0 \Rightarrow Q_{FR} - P_a - \frac{(Z_2)^2 \cdot 10}{2} = 0$

$(Z_2)^2 = \frac{32.7}{5} = 6.54 \; ; \qquad Z = 2.56$

$M_{max} = 32.7 > (2.56 - 0.5) - 3.5 \cdot 1.0 \cdot 2.85 - \frac{2.56^2}{2} \cdot 10 \; \frac{2.56}{3} =$

$= 29.4 \text{ kNm}$

DIMENSIONERING

FÖRANKRINGAR $(P_{till} = 250 \text{ kN})$

Cu	MAX REAKTION kN/m	MAX C-C	VALT C-C
10	153	1.63	1.6
18	65.5	3.82	3.8
26	55.4	4.51	4.4

SPONT

C_u	MAX kNm	W_{ERF}	SPONT
10	128.6	990	11n
18	41.6	320	1
26	29.4	221	1

HAMMARBAND

$\sigma_{till} = 1.5 \cdot 132 \text{ MPa} = 198 \text{ MPa}$

$M_{MAX} = \frac{q\, l^2}{16}$

C_u	q	l	M_{MAX}	W_{ERF}	HAMMARBAND
10	153	1.6	97.9	495	2xUNP 220
18	69.5	3.6	212	1070	2xUNP 300
26	55.4	4.4	268	1355	2xUNP 320

DUBB

MAX 120 kN/DUBB $\Rightarrow$ C-C DUBB $= \frac{120}{82.6} = 1.45$ M

VÄLJ 0.8 M (VARANNAN PLANKA)

BERÄKNING AV FÖRVÄNTAT VÄRDE AV INFORMATION:

GIVET:

Á PRIORI SANNOLIKHETER

$P'(\theta_1) = 0.3$

$P'(\theta_2) = 0.4$

$P'(\theta_3) = 0.3$

$\Sigma = 1.0$

TILLFÖRLITLIGHETSMATRIS

UNDERSÖKNINGS-RESULTAT \ 'STATE'	θ_1	θ_2	θ_3
A_1	0.4	0.3	0.2
A_2	0.4	0.4	0.4
A_3	0.2	0.3	0.4
	$\Sigma = 1.0$	$\Sigma = 1.0$	$\Sigma = 1.0$

TABELLEN VISAR $P(A_j / \theta_i)$

KOSTNADSMATRIS

ALTERNATIV \ UTFALL	θ_1	θ_2	θ_3
S_1	169.5	164.5	159.5
S_2	147	77	72
S_3	228.2	103.5	68.5

BERÄKNING AV À POSTERIORI SANNOLIKHETER:

$$P''(\theta_i / A_j) = \frac{P(A_j / \theta_i)\, P'(\theta_i)}{\sum_i P(A_j / \theta_i) P'(\theta_i)}$$

$$P''(\theta_1 / A_1) = \frac{0.4 \cdot 0.3}{0.4 \cdot 0.3 + 0.3 \cdot 0.4 + 0.2 \cdot 0.3} = \frac{0.12}{0.30} = 0.40$$

$$P''(\theta_2 / A_1) = \frac{0.3 \cdot 0.4}{0.4 \cdot 0.3 + 0.3 \cdot 0.4 + 0.2 \cdot 0.3} = \frac{0.12}{0.30} = 0.40$$

$$P''(\theta_3 / A_1) = \frac{0.2 \cdot 0.3}{0.4 \cdot 0.3 + 0.3 \cdot 0.4 + 0.2 \cdot 0.3} = \frac{0.06}{0.30} = 0.20$$

$$\Sigma = 1.00$$

$$P''(\theta_1 / A_2) = \frac{0.4 \cdot 0.3}{0.4 \cdot 0.3 + 0.4 \cdot 0.4 + 0.4 \cdot 0.3} = \frac{0.12}{0.40} = 0.30$$

$$P''(\theta_2 / A_2) = \frac{0.4 \cdot 0.4}{0.40} = 0.40$$

$$P''(\theta_3 / A_2) = \frac{0.4 \cdot 0.3}{0.40} = 0.30$$

$$\Sigma = 1.00$$

$$P''(\theta_1 / A_3) = \frac{0.2 \cdot 0.3}{0.2 \cdot 0.3 + 0.3 \cdot 0.4 + 0.4 \cdot 0.3} = \frac{0.06}{0.30} = 0.20$$

$$P''(\theta_2 / A_3) = \frac{0.3 \cdot 0.4}{0.30} = 0.40$$

$$P''(\theta_3 / A_3) = \frac{0.4 \cdot 0.3}{0.30} = 0.40$$

$$\Sigma = 1.00$$

BERÄKNING AV FÖRVÄNTADE KOSTNADER:

$$E(C/S_i, A_j) = \sum_k P''(\theta_k / A_j)\, C_{i,k}$$

"FÖRVÄNTADE KOSTNADEN GIVET BESLUT S_i OCH PROV-RESULTAT A_j = SUMMA AV (A POSTERIORISANNOLIKHETEN FÖR θ GIVET A_i MULTIPLICERAD MED KOSTNADEN GIVET BESLUT S_i OCH 'STATE' θ_k)"

$$E(C/S_1, A_1) = 0.40 \cdot 169.5 + 0.40 \cdot 164.5 + 0.20 \cdot 159.5 = 165.5$$
$$E(C/S_2, A_1) = 0.40 \cdot 147 + 0.40 \cdot 77 + 0.20 \cdot 72 = 104.0 \text{ MIN.}$$
$$E(C/S_3, A_1) = 0.40 \cdot 228.5 + 0.40 \cdot 103.5 + 0.20 \cdot 68.5 = 146.5$$

$$E(C/S_1, A_2) = 0.30 \cdot 169.5 + 0.40 \cdot 164.5 + 0.30 \cdot 159.5 = 164.5$$
$$E(C/S_2, A_2) = 0.30 \cdot 147 + 0.40 \cdot 77 + 0.30 \cdot 72 = 96.5 \text{ MIN.}$$
$$E(C/S_3, A_2) = 0.30 \cdot 228.5 + 0.40 \cdot 103.5 + 0.30 \cdot 68.5 = 130.5$$

$$E(C/S_1, A_3) = 0.20 \cdot 169.5 + 0.40 \cdot 164.5 + 0.40 \cdot 159.5 = 163.5$$
$$E(C/S_2, A_3) = 0.20 \cdot 147 + 0.40 \cdot 77 + 0.40 \cdot 72 = 89.0 \text{ MIN.}$$
$$E(C/S_3, A_3) = 0.20 \cdot 228.5 + 0.40 \cdot 103.5 + 0.40 \cdot 68.5 = 114.5$$

FÖRVÄNTAD KOSTNAD MED GRUNDUNDERSÖKNING

$$E(C/\text{UNDERSÖKNING}) = \sum_j P(A_j) \cdot \text{MIN } E(C/S_i, A_j)$$

"FÖRVÄNTAD KOSTNAD GIVET GRUNDUNDERSÖKNING = = SUMMA (SANNOLIKHETEN FÖR PROVRESULTAT A_j MULTIPLICERAD MED MINSTA FÖRVÄNTAD KOSTNAD GIVET PROVRESULTAT A_j)"

SANNOLIKHETEN FÖR PROVRESULTATET:

$$P(A_j) = \sum_k P(A_j / \theta_k)\, P'(\theta_k)$$

$$P(A_1) = 0.4 \cdot 0.3 + 0.3 \cdot 0.4 + 0.2 \cdot 0.3 = 0.30$$

$$P(A_2) = 0.4 \cdot 0.3 + 0.4 \cdot 0.4 + 0.4 \cdot 0.3 = 0.40$$

$$P(A_3) = 0.2 \cdot 0.3 + 0.3 \cdot 0.4 + 0.4 \cdot 0.3 = 0.30$$

$$\sum = 1.00$$

$$E(C/\text{UNDERSÖKN.}) = 0.30 \cdot 104.0 + 0.40 \cdot 96.5 + 0.30 \cdot 89.0 = 96.5$$

Denna rapport hänför sig till forskningsanslag 760942-4 från Statens råd för byggnadsforskning till Institutionen för jord- och bergmekanik, Tekniska högskolan, Stockholm.

Art.nr: 6700274

Abonnemangsgrupp:
Ingår ej i abonnemang

R174: 1980

Distribution:
Svensk Byggtjänst, Box 7853
103 99 Stockholm

ISBN 91-540-3422-1

Statens råd för byggnadsforskning, Stockholm

Cirkapris: 20 kr exkl moms