



GÖTEBORGS
UNIVERSITET

Talbråk eller bråkiga tal?

En studie i undervisning om tal i bråkform

Namn: Karin Andersson
Program: Ämneslärarprogrammet år 7-9,
matematik, biologi och kemi



Uppsats/Examensarbete: 15 hp
Kurs: L9MA1A
Nivå: Avancerad nivå
Termin/år: HT/2015
Handledare: Johanna Pejlaré
Examinator: Laura Fainsilber
Kod: xx (Delas ut av kursansvarig institution)

Nyckelord: tal i bråkform, decimalform, intervju, fenomenografi, kvalitativ metod, Matematiklyftet, fortbildning, undervisning.

Abstract

Matematik är något som finns i allt omkring oss, men många upplever ämnet som svårt och komplicerat. Undersökningar visar att svenska elever inte ser någon anledning till att ta del av innehållet även om det är en viktig inkörsport till framtida studier. Tal i bråkform är ett matematikinnehåll som återfinns på flera ställen i läroplanen för matematik, men innehållet är inte specifikt och ganska svårtolkat och lämnar mycket hos läsaren för tolkning. Under mina VFU-perioder har jag själv märkt att elever har problem med tal i bråkform och har även sett hur lärare undervisar i detta. Under VFU:n har jag även märkt att matematiklärare arbetar med Matematiklyftet för att utveckla undervisningen lokalt på skolan. Tidigare forskning visar att det finns saker att tänka på när man planerar undervisning kring tal i bråkform för att öka eleverns förståelse så mycket som möjligt, bland annat presenteras 10 råd som kan göra undervisningen mer förståelig för eleverna. Det är också intressant att titta på hur länder som Kina och USA undervisar kring tal i bråkform jämfört med svenska lärare.

Syftet med studien är därför att undersöka hur lärare undervisar kring tal i bråkform samt att titta på hur Matematiklyftet samt erfarenhet påverkar undervisningen.

Den metod som valts till studien är kvalitativ genom intervjuer. Fenomenografi är vald som teoretisk ram, som är en metod som främst används inom pedagogik. Metoden går ut på att undersöka och beskriva olika uppfattningar om ett fenomen. I studien intervjuas tre pedagoger på en och samma skola för att jag var intresserad av hur lärare som deltagit i Matematiklyftet undervisar kring tal i bråkform.

Resultatet visar att lärarna i studien använder olika metoder för att undervisa elever kring tal i bråkform men det finns även många likheter. Dessutom finns det likheter mellan den undervisning pedagogerna i studien bedriver och den som bedrivs i både USA och Kina. Under intervjuerna visade det sig att alla lärare i studien hade en positiv syn på Matematiklyftet. Även om det tagit mycket tid har det bidragit till goda diskussioner och modulerna har även gett undervisningstips som används i undervisningen.

Innehållsförteckning

Inledning	1
Syfte och frågeställningar	1
Avgränsningar	2
Disposition	2
Bakgrund.....	2
10 råd för undervisning av bråk	3
Matematiklyftet	5
Undervisning om tal i bråkform I USA och Kina	10
Teoretisk ram.....	11
Fenomenografi	11
Hur bedrivs en fenomenografisk studie?	11
Analys av insamlad data	12
Metod.....	12
Intervju	12
Etiska principer	14
Urval 15	
Genomförande.....	15
Analys	16
Resultat.....	16
På vilket sätt ser undervisningen kring tal i bråkform ut?	16
Använder lärare olika metoder för att lära ut de olika räknesätten av tal i bråkform?.....	17
Har erfarenhet någon påverkan på undervisningen av tal i bråkform, på vilket sätt?.....	19
Har fortbildning någon påverkan på undervisningen av tal i bråkform, på vilket sätt?.....	20
Diskussion	21
Resultatdiskussion.....	21
Hur ser undervisningen kring tal i bråkform ut?	21
Hur påverkar Matematiklyftet och annan fortbildning undervisningen?	23
Hur ser undervisningen kring tal i bråkform ut i andra länder och finns det några likheter med den svenska undervisningen?	24
Metoddiskussion	25
Didaktiska konsekvenser.....	26
Vidare forskning.....	27

Tack	27
Referenslista.....	28
Bilagor	30
Bilaga 1	30
Bilaga 2	31
Bilaga 3	32

Inledning

Jag heter Karin Andersson och studerar sista terminen på Ämneslärarprogrammet åk 7-9 i ämnena matematik, biologi och kemi där matematik är mitt huvudämne. För nästan ett år sedan skrev jag mitt första examensarbete på 15 högskolepoäng och fick då upp ett intresse för rationella tal vilket arbetet handlade om. Intresset för rationella tal har följt mig sedan dess och även under den senaste kärnkursen inom metod och lärarprofession valde jag att rikta in mig på rationella tal och hur elever förstod dessa och även detta arbete kommer att handla om det då ämnet inte är helt uttömt.

Under min sista VFU upplevde jag själv att eleverna tyckte att tal i bråkform var komplext och komplicerat. Jag fick själv hålla i vissa delar av undervisningen kring tal i bråkform och då märkte jag att eleverna har bristande förståelse kring vad tal i bråkform är. Flera av eleverna behärskade procedurer med talen, men kunde ändå inte helt beskriva vad ett tal i bråkform var. Även om jag ansåg att undervisningen som bedrevs på skolan var god, fanns det delar som jag tagit del av under mitt tidigare examensarbete som skulle kunna vara till användning för de lärare av vilka jag tog del av undervisning. Eftersom Matematiklyftet har bedrivits på skolan bland matematiklärarna anser jag även att det är intressant att titta på hur modulerna är uppbyggda och om det finns något som liknar de råd och metoder som jag beskrev i mitt första examensarbete.

Tanken med detta arbete är att testa de råd och metoder i förra examensarbetet som skulle leda till bättre förståelse hos elever kring rationella tal. Man säga att det förra examensarbetet var skrivet ur teoretiskt perspektiv och i detta examensarbete ska jag driva en studie där den teorin testas praktiskt. Då det tidigare examensarbete jag gjort handlade om att hitta metoder och råd i litteratur som lärare kan använda sig av i sin undervisning. Därför är tanken med detta arbete att se hur undervisningen i svenska skolan ser ut i praktiken och om lärare använder sig av dessa råd och metoder för att underlätta inläringen hos eleverna. Jag kommer även att undersöka vilka erfarenheter lärarna har och i vilken utsträckning denna har bidragit till en bättre utformad undervisning. På den skolan där jag genomför undersökningen har lärarna deltagit i Matematiklyftet och detta anser jag är intressant att titta på och se om det har bidragit till om lärarna har ändrat sin undervisning något. Därför har jag även valt att undersöka hur lärare bedriver sin undervisning som exempelvis hur de introducerar de olika räknesätten med tal i bråkform. Därför har jag även valt att undersöka hur lärare bedriver sin undervisning som exempelvis hur de introducerar de olika räknesätten med tal i bråkform.

För att komplettera examensarbetet med ytterligare synsätt på matematikundervisning kommer jag även att titta på hur undervisning kring tal i bråkform ser ut i andra delar av världen. Framför allt i USA och Kina, och även se vilka kunskaper kring matematik och tal i bråkform lärare i dessa länder har, vilket kan kopplas till de lärare som är med i studien som genomförs i detta arbete.

Syfte och frågeställningar

Syftet med detta examensarbete är att undersöka hur matematiklärare lär ut tal i bråkform till elever.

Syftet kan därmed sammanfattas i sex frågeställningar:

1. På vilket sätt ser undervisningen kring tal i bråkform ut?
2. Använder lärare olika metoder för att lära ut de olika räknesätten av tal i bråkform?

3. Har erfarenhet någon påverkan på undervisningen av tal i bråkform, på vilket sätt?
4. Har fortbildning någon påverkan på undervisningen av tal i bråkform, på vilket sätt?
5. Hur är modulen i Matematiklyftet som behandlar tal i bråkform uppbyggd?
6. Hur ser undervisningen kring tal i bråkform ut i andra länder och finns det några likheter med den svenska undervisningen?

Avgränsningar

Vissa avgränsningar har gjorts för att arbetets omfång inte ska bli allt för stort. Eftersom det förra examensarbetet var avgränsat till endast rationella tal kommer även detta examensarbete endast att handla om rationella tal och framför allt tal i bråkform för att få så bra användning av de två arbetena i lärarprofessionen.

Då jag har valt att titta på modulerna till Matematiklyftet men arbetet är inriktat på tal i bråkform kommer jag främst att titta på modulerna för detta, men även generellt för att få en övergripande förståelse kring vad Matematiklyftet är för fortbildning. För att få teoretisk bakgrund till hur lärare förstår matematik har jag utgått från boken ”*Knowing and Teaching Elementary Mathematics: Teachers’ Understanding of Fundamental Mathematics in China and the United States*”, men endast fokuserat på lärares förmåga att lära ut tal i bråkform och förståelsen för dessa hos lärarna (Ma, 2010).

De lärare som medverkar i studien härstammar alla från samma skola vilket är en avgränsning som medför att urvalet blir centrerat till ett visst område vilket kan påverka resultatet. Dock är avgränsningen gjord eftersom de lärare som medför i studien alla har tagit del av Matematiklyftet. Dessutom underlättas administrationsarbetet då alla lärare är på samma plats. Antalet lärare som medverkar i studien är få, vilket är ett medvetet val då jag ville kunna lägga större vikt vid varje intervju och få ut så mycket som möjligt ur dessa. Detta har medfört längre med färre intervjuer, men förhoppningsvis mer djupgående information från varje lärare.

Den insamlade datan i studien är enbart kvalitativ i form av intervjuer, detta för att kunna lägga så mycket vikt som möjligt vid varje intervjuobjekt och få ut viktig information. Dessutom underlättas analysen av datan då den enbart är av en sort. Denna metod är också vald eftersom jag anser att lärares erfarenheter och tankar kring undervisning bäst lyfts fram genom intervjuer.

Disposition

Till att börja med presenterar jag bakgrunden till detta examensarbete genom att gå igenom litteratur från det tidigare examensarbetet. Dessutom kommer litteratur kring hur undervisning om tal i bråkform ser ut i andra länder, samt vilken teoriförståelse lärare har om tal i bråkform i dessa länder. Arbetet består också av en teoretisk del där litteratur som berör området presenteras. Detta övergår sedan i en del om den metod som används i studien och hur studien är genomförd. Resultatet presenteras sedan med vissa citat från lärarna i studien, och arbeten avslutas med en diskussion om resultatet och metoden.

Bakgrund

Tal i bråkform återfinns i nästan alla stadier av grundskolan och gymnasiet. Då detta är ett examensarbete på Ämneslärarprogrammet år 7-9 kommer fokus att ligga på just år del 7-9 av läroplanen. Under det centrala innehållet i matematik finns det ingen kategori som heter

”Rationella tal” eller ”tal i bråkform”, däremot finns det innehåll under andra kategorier. Under kategorin ”taluppfattning och tals användning” står det att elever ska få ta del av ”centrala metoder för beräkningar med tal i bråk- och decimalform vid överslagsräkning, huvudräkning samt vid beräkningar med skriftliga metoder och digital teknik. Metodernas användning i olika situationer” (Skolverket, 2011, 66). Under kategorin ”samband och förändring” nämns det att elever ska få ta del av ”procent för att uttrycka förändring och förändringsfaktor samt beräkningar med procent i vardagliga situationer och i situationer inom olika ämnesområden” (Skolverket, 2011, 66).

Läroplanen i matematik och dess innehåll, och framför allt det centrala innehållet, kring rationella tal och tal i bråkform är ganska vagt och enligt Kilborn lämnar detta en del till individuellt tolkande (2014). Detta gör att det är viktigt att man som lärare väl planerar sina lektioner och är medveten om vad elever får ta till sig i tidigare årskurser samt vad som kommer i nästkommande stadier av skolan. Kilborn beskriver i texten *Om tal i bråk- och decimalform – en röd tråd* att bråkräkningen i skolan idag har tonats ner vilket har lett till minskade kunskaper inom detta (2014). Då räkning med rationella tal och framför allt bråk är en inkörsport till algebran påverkar den bristande kunskapen inte bara resultaten inom räkning med rationella tal utan även andra matematikområden och även längre fram i elevernas matematikstudier. Kilborn tar även upp att det finns en del moment inom bråkräkning som går att koppla till vardagen men att många elever lägger sitt vardagstänkande åt sidan när de arbetar med rationella tal. Han beskriver också att det finns didaktiska teorier som tar upp att räkning med rationella tal med en vardagsanknytning kan leda till bättre kunskaper och att eleverna lättare kan lösa vardagsproblem vilket i förlängningen kan leda till förståelse (Kilborn, 2014).

10 råd för undervisning av bråk

Clark, Roche och Mitchell presenterar i sin ”10 sätt att göra bråk mer levande” tio råd som består av tio råd till lärare med tips som de kan använda i undervisningen för att göra den mer förståelig för eleverna (2010). Texten är baserad på forskning från Australien och är framtagen för att undervisningen ska underlätta elevernas förståelse för tal i bråkform, så att förståelsen kan bli mer mogen och utvecklad vilket underlättar fortsatta matematikstudier. Genom att ta del av dessa råd underlättas lärares arbete att skapa samband som elever kan förstå. De tio råden är följande:

Råd 1

Det första rådet beskriver att det är viktigt att lärare betonar innebörden av tal i bråkform istället för att bara manipulera dessa. Clark m.fl. påpekar att förståelsen för vad tal i bråkform är i många fall är viktigare än att bara kunna utföra procedurer med dessa. Författarna tror att problemet med att elever inte kan uppskatta tal i bråkforms storlek kan bero på att de inte förstår innebörden av talen (2010).

Råd 2

Det andra rådet går ut på att formulera en regel som kan förklara täljaren och nämnaren. Enligt författarna är den metod som många lärare använder sig av för att lära ut tal i bråkform väl fungerande för tal mellan 0 till 1. Den metod de istället föreslår är att utgå från bråket $\frac{a}{b}$ där b är storleken på den del man vill förklara och a är antalet av dessa delar. Användande av denna metod hoppas författarna ska leda till ett bättre språkbruk hos eleverna (Clark m.fl., 2010).

Råd 3

Det tredje rådet betonar vikten av att betona att tal i bråkform är tal. Enligt författarna ser många lärare detta som självklart och påpekar därmed inte förhållandet mellan tal i bråkform och tal, vilket leder till att den informationen missas av många elever som då går miste om den. Användning av tallinjen kan enligt texten öka elevernas förståelse för innebörden av tal i bråkform och användning av denna bör ökas i undervisningen (Clark m.fl., 2010).

Råd 4

Det fjärde rådet handlar om att man som lärare ska uppmärksamma oegentliga bråk och ekvivalenser. Oegentliga bråk är då täljaren och nämnaren är lika stora, exempelvis $\frac{2}{2}$. Genom att arbeta med olika övningar samt med tallinjen kan förståelsen för oegentliga bråk ökas. I övningen "Färglägg bråk" betonas ekvivalenser, vilket innebär att eleverna får arbeta med att förstå att lika stora tal i bråkform kan se olika ut, exempelvis att $1\frac{1}{3}$ är lika stort som $\frac{8}{6}$. Aktiviteten är uppbyggt som ett tärningsspel där eleverna slår två tärningar och bilda ett bråk med de två talen som de visar. Därefter ska eleven fylla i bråket på spelbrädet och försöka fylla spelplanen så fort som möjligt (Se bilaga 3) (Clark m.fl., 2010).

Råd 5

Råd fem handlar om att det är bra att använda olika representationsmodeller när tal i bråkform presenteras. Studier visar att elever har svårt att använda sig av olika representationsformer när de räknar med tal i bråkform och därför är det viktigt att man som lärare presenterar alternativ som kan underlätta förståelsen. Undersökningar visar att elever som har flera representationsformer att använda sig av i sin räkning presterar bättre på uppgifter på tal i bråkform än de elever som har färre representationsformer att använda sig av (Clark m.fl., 2010).

Råd 6

Clark m.fl. tar i råd sex upp att användning av referenssystem kan underlätta inläringen av tal i bråkform och detta kan göras genom att använda sig av två olika modeller. Den första modellen är *användning av referenssystem* vilket innebär att eleverna jämför tal i bråkform med talen 0, $\frac{1}{2}$ och 2 för att förstå storleken av de tal som undersöks. Den andra metoden som presenteras i texten är *beaktande av återstoden* som innebär att talen i bråkform undersöks genom att titta på hur mycket som saknas till 1. I texten presenteras en undersökning som visar att 60 % av uppgifterna som eleverna möter går att lösa med hjälp av överslagsräkning och uppskattning för att lösas. Detta resultat tyder på att förståelse för hur uppskattning av bråk går till är något som kan läggas mer fokus på i undervisningen (2010).

Råd 7

Råd sju handlar om att lyfta fram kopplingen mellan tal i bråkform och division mer. Författarna anser att eleverna genom att kunna koppla tal i bråkform till division automatiskt får fler lösningsmetoder. Genom undersökningar har Clark m.fl. kommit fram till att det finns fördelar med att låta elever möta divisionsproblem för att få förståelse för relationen mellan tal i bråkform och division. Då kan kopplingen uttryckas utan att det behöver påpekas av läraren (2010).

Råd 8

Råd åtta handlar om att sambandet mellan bråkform, decimalform och procentform bör lyftas fram så fort som möjligt i undervisningen, detta för att underlätta elevers förståelse. När elever stöter på problem använder de oftast decimalform eller procentform för att lösa dessa.

Därför föreslår författarna att de olika formerna av rationella tal introduceras tidigt så att eleverna ökar sin kompetens att kunna växla mellan de olika formerna. En aktivitet som presenteras i texten är en övning där eleverna får ett antal kort med rationella tal uttryckta på antingen i bråkform, decimalform eller procentform och uppgiften är att sortera dessa i storleksordning. Genom att öva sig i att storleksordna och översätta bråk till olika former övar eleverna även sin förmåga att växla mellan de olika formerna vilket i förlängningen leder till ökad förståelse för tal i bråkform (Clark m.fl., 2010).

Råd 9

Råd nio handlar om att använda sig av intervjuer där man frågar elever om uppgifter för att förstå elevers tankar och metoder när de löser uppgifter kring tal i bråkform. I flera fall ledde intervjuerna till att lärarna fick en större förståelse för elevers kunskaper kring tal i bråkform, men flera av lösningsmetoderna eleverna presenterade fördes även vidare till andra elever av läraren, så även läraren lärde sig något av intervjuerna (Clark m.fl., 2010).

Råd 10

Det tionde och sista rådet handlar om att man som lärare ska ta fram uppgifter som tränar elevers förmåga att räkna med tal i bråkform. Uppgifterna ska låta elever möta rationella tal och utveckla sin resonemangsförmåga och få tänka kring dessa (Clark m.fl., 2010).

Med hjälp av dessa tio forskningsbaserade råd menar Clark m.fl. att undervisningen kring tal i bråkform blir mer levande och på ett bättre sätt ska forma samband för eleven. Vilket leder till att deras förståelse för innehållet utvecklas och blir mer mogen som i förlängningen ger en större förståelse (2010).

Matematiklyftet

För att elever ska lära sig så mycket som möjligt i skolan är det viktigt att undervisningen är meningsfull och givande. För att undervisning ska vara detta krävs det att den utvärderas och utvecklas. Det finns flera olika sätt att bedriva utvecklingsarbete och fortbildning på, men ett av de större verktygen som Skolverket erbjuder är Matematiklyftet, som är en fortbildning i matematik för lärare. Matematiklyftet finns i skolans alla stadier, från förskolan hela vägen till vuxenutbildning.

Syftet med Matematiklyftet är enligt Skolverket att ”fortbildningen syftar till att öka elevers måluppfyllelse i matematik genom att stärka matematikundervisningen” (Skolverket, s. 1, 2013). Fortbildningen går ut på kollegialt lärande genom att lärare och utbildade handledare för diskussioner om hur undervisningen kan utvecklas. Även rektorerna som ansvarar för lärarna som deltar i Matematiklyftet får utbildning i hur fortbildningen går till och hur de kan bidra. Fortbildningen är utformat efter en modell som har starkt stöd i forskning kring skolutveckling inom matematik och bygger även på svenska elevers resultat i både nationella och internationella mätningar i matematik. Enligt Skolverket ska alla yrkesverksamma lärare i matematik få möjlighet och tid till att arbeta med Matematiklyftet (Skolverket, 2013).

Skolverket tillsammans med Nationellt centrum för matematikutbildning (NCM) har satt upp ett antal mål med fortbildningen.

”På de skolor som deltagit i Matematiklyftet kännetecknas undervisningskulturen av

- att kollegialt lärande används,

- att lärare utvecklar och befäster kunskap i matematikdidaktik i sin egen undervisning utifrån det kollegiala lärandet,
- att matematikundervisningen utvecklas utifrån lokala behov,
- att undervisningens utformning ger förutsättningar för alla elever att utvecklas mot de mål som anges i kurs- och ämnesplaner för matematik,
- att kunskaper om undervisning och elevers lärande utgår från forskning och beprövad erfarenhet,
- att rektor synliggör och följer upp matematikundervisningens kvalitet samt
- att rektor och lärare fortsätter utveckla matematikundervisningen utifrån lokala behov

På de skolor som deltagit i Matematiklyftet kännetecknas fortbildningskulturen av

- att en konstruktiv, tillitsfull och dynamisk lärandemiljö är ett strategiskt mål för skolans verksamhet,
- att kollegialt lärande används,
- att externt stöd bidrar till det kollegiala och individuella lärandet hos lärare utmanas, fördjupas och befästs,
- att rektor ger förutsättningar för, synliggör och följer upp lärares lärande samt
- att huvudman, rektor och lärare fortsätter att utveckla former och innehåll för fortbildning utifrån lokala behov” (Skolverket, 2012, s.2).

Gemensamt för alla moduler i Matematiklyftet är att de utgår från fyra didaktiska perspektiv, men andra perspektiv kan dyka upp i enskilda moduler. De perspektiv som är gemensamma för alla moduler är *klassrumsnormer*, *undervisa i matematik utifrån förmågorna*, *bedömning för lärande och undervisning i matematik* samt *rutiner och interaktion i klassrummet*. I denna studie är lärare från grundskolan medverkande och därför ligger huvudfokus på modulerna som används där. De moduler som ingår är utformade och uppdelade efter det matematiska innehållet i kursplanen men även efter årskurserna, och i denna rapport är det främst år 7-9 som ingår. Matematiklyftet är uppbyggt av 8 moduler där en modul arbetas med varje termin, och för varje modul bör 30 timmar avsättas samt tid till att genomföra aktiviteter i klassrummet. Varje modul är uppdelad i åtta delar, som i sin tur är uppdelad i fyra moment, A, B, C och D (Skolverket, 2013).

Den modul som kommer att beskrivas mer utförligt är ”Taluppfattning och tals användning”. Beskrivningen av modulen säger att den i huvudsak handlar om tal i bråkform, tal i decimalform och hur man arbetar med dessa. I syftet av modulen beskrivs att lärarna tillsammans ska utveckla undervisningen kring just tal i bråkform och decimalform. Meningen med modulen är att den ska inspirera till att lärare gemensamt ska utveckla klassrumsaktiviteter som kan bidra till utvecklat lärande hos elever samt att den process som startas under arbetet med Matematiklyftet ska bidra till fortsatt utveckling kring ämnesområdet. Modulen är uppdelad i åtta mindre områden där varje område ska symbolisera ett didaktiskt perspektiv (Skolverket, 2013).

Den första delen av de åtta är ”Att undervisa i matematik och att notera” som handlar om att förstå vad god undervisning kan innebära för utveckling av förståelse hos eleverna. Syftet med delen är att lärarna ska diskutera innebörden av att föra en undervisning som är givande för eleverna och att lärarna ska förstå det viktiga i att notera delar i undervisningen som kan vara intressant. Del 1 är uppdelad i fyra moment, A, B, C och D. Moment A är en individuell förberedelse för lärarna, där de ska läsa tre texter samt se en film. Den första texten är ”Kollegialt lärande, professionalism och medvetenhet” som handlar om hur gemensamt arbete

kan bidra till förbättrad undervisning samt introducerar begreppet ”att notera och uppmärksamma” som beskrivs som ett arbetsverktyg för att få syn på viktiga delar i skolarbetet. Den andra texten “Att undervisa i matematik” handlar om sambandet mellan hur elever lär sig och vad som undervisas vilken förhoppningsvis ska bidra till att undervisningen utvecklas så att elevers förståelse kan förbättras vilket är syftet med Matematiklyftet. Den sista texten i moment A är en text som förklarar själva modulen och varför den ser ut som den gör. Lärarna som deltar ska även se en film där en lärare håller i en lektion om division med tal i bråkform och decimalform där uppgiften är att göra noteringar om undervisningen. Moment B handlar om kollegialt arbete som är uppdelat i att först diskutera filmen i moment A, därefter förbereda en aktivitet inför moment C för att sedan gemensamt bestämma vilka noteringar om vad som ska uppmärksammas när lektionerna genomförs. Moment C innefattar genomförandet av den planerade lektionen samt att notera det som var överenskommet. Utefter de noteringar som gjordes under moment C ska ytterligare en diskussion föras, vilket är moment D, genom att utgå från noteringarna i moment C samt filmen i moment A. Moment D avslutas med ytterligare en film som är en intervju med läraren som genomförde lektionen kring tal i bråkform och decimalform samt diskutera hur den läraren hanterade lektionen jämfört med den egna lektionen och noteringarna där (Skolverket, 2013).

”Problemlösning” är namnet på del 2 av modulen vilken är inriktad på problemlösning av uppgifter med tal i bråkform. Syftet med del 2 av modulen är att förstå nöjet i att intressera sig i problemlösning och hur det kan öka förståelsen hos eleverna. Moment A består av individuell förberedelse genom att läsa en text om problemlösning i matematik som handlar om vilken roll läraren har i att inspirera elever till fortsatt lärande. Därefter bör läraren lösa ett antal problemlösningssuppgifter för att få en egen inblick i hur det är att lösa uppgifterna samt reflektera över ett antal frågor under tiden som frågorna genomförs. I moment A ingår även en film om en undervisningssekvens där elever löser matematikproblem och uppgiften är att notera hur läraren agerar. Moment B i ”Problemlösning” är kollegialt arbete vilket även här innebär diskussion kring uppgifterna och filmen i moment A för att sedan förbereda en aktivitet genom att välja ut problem till eleverna och gemensamt fundera över ett antal frågor. Även här bestäms gemensamt vad som ska uppmärksammas under lektionen. Moment C är genomförandet av aktiviteten som planerades och moment D är en gemensam uppföljning av aktiviteten samt se en intervju med läraren som höll i lektionen om problemlösning (Skolverket, 2013).

Del 3 av modulen heter ”Elevers uppfattningar om tal i bråkform” och handlar om vanliga missuppfattningar kring dessa. Syftet med delen är att fördjupa kännedomen om vanliga missuppfattningar om tal i bråkform för att på så sätt vara mer förberedd på dessa i den egna undervisningen. Moment A är den individuella förberedelsen och innehåller tre texter som behandlar tal i bråkforms roll i skolan, vanliga missuppfattningar och svårigheter samt hur man formulerar uppgifter för att avslöja hur eleverna tänker. Momentet innehåller även förslag på diagnosuppgifter som ska tittas på som förberedelse. Moment B består här av att diskutera uppfattningar om elevers uppfattningar och missuppfattningar. Därefter ska lärarna tillsammans utforma en diagnos med hjälp av de kunskaper de fått av texterna och förslagen på diagnosuppgifter och även notera det som är anmärkningsvärt. I moment C genomförs den diagnos som utformades samt rättas och sammanställs för att sedan diskuteras och analyseras i moment D. Här diskuteras även utformningen av diagnosen samt sammanfattning av delen (Skolverket, 2013).

Den fjärde delen i modulen handlar om formativ bedömning för att knyta ihop det med matematikinnehållet för modulen, vilket är tal i bråkform. Syftet med denna del är att öka

förståelsen för formativ bedömning och hur det kan bidra till bättre förståelse för tal i bråkform hos eleverna. Den individuella förberedelsen i moment A består av 4 texter som beskriver vad formativ bedömning är, hur det kan bidra till elevernas utveckling och hur elevers reaktioner kan hanteras i undervisningen. Moment A innehåller även elevuppgifter om tal i decimalform som återkommer i moment B under det kollegiala arbetet. Moment B inleds med diskussion kring texterna för att sedan övergå i att planera en aktivitet med uppgifter från elevuppgifterna kring tal i bråkform från moment A. Lärarna ska även planera hur de ska följa upp elevernas arbete med en gemensam diskussion i klassrummet. Det är även viktigt att göra noteringar kring vad som ska observeras under aktiviteten för att kunna diskutera det senare. Moment C är genomförandet av aktiviteten samt uppmärksamma och notera det som bestämdes under moment B. En gemensam uppföljning av aktiviteten följer i moment D, vilket innebär diskussion kring hur aktiviteten gick till och hur eleverna reagerade på den (Skolverket, 2013).

Del nummer 5 går ut på att arbeta med begreppet didaktiskt kontrakt som innebär de dolda regler som finns i klassrummet. Syftet med delen är att synliggöra dessa regler och förväntningar som elever och lärare har. Del 5 har även matematikinnehåll i form av addition och subtraktion av tal i bråkform som ska medföra att kunskapen kring hur elever hanterar detta innehåll ska ökas. I moment A finns 5 texter som bör läsas som individuell förberedelse. Tre av texterna handlar om vad ett didaktiskt kontrakt är, hur det utvecklas och vad det innebär för klassrumsmiljön. En annan text handlar om hur arbetet med addition och subtraktion av tal i bråkform kan byggas upp för att öka förståelsen för detta hos eleverna. Den sista texten handlar om addition och subtraktion av tal i bråkform mer generellt. Moment A innehåller även förslag på elevuppgifter som kan ge inspiration till aktiviteten som ska planeras i moment B. Det kollegiala arbetet i moment B inleds med en diskussion kring hur det didaktiska kontraktet ser ut i det egna klassrummet, men även kring addition och subtraktion av tal i bråkform och detta gärna i relation till de upplevda didaktiska kontrakten. Efter diskussionen ska en aktivitet planeras, som utmanar de didaktiska kontrakt som kan finnas i ett klassrum. Aktiviteten ska handla om addition och subtraktion av tal i bråkform. Lärarna ska även försöka notera hur eleverna reagerar på aktiviteten och hur undervisningen tycks fungera. I moment C genomförs den planerade aktiviteten för att sedan gemensamt följas upp i moment D, där en diskussion förs kring de noteringar som gjordes under aktiviteten och därefter görs en sammanfattning av delen i helhet (Skolverket, 2013).

Den sjätte delen av modulen kring taluppfattning och tals användning är delen om representationer och uttrycksformer. Även i denna del är addition och subtraktion av tal i bråkform det matematiska innehållet men delen handlar om hur man växlar mellan olika representationsformer och uttrycksformer men även till viss del om metaforer. Syftet med del 6 av modulen är att arbeta med de två termerna tillsammans med addition och subtraktion av tal i bråkform för att öka förståelsen för hur de kan användas i undervisningen. Moment A inleds med tre texter som dels diskuterar begreppen men också hur man använder addition och subtraktion med tal i decimalform och även elevstrategier för att lösa uppgifter kring detta tas upp. I en av texterna beskrivs även ett vanligt laborativt material som kan användas i undervisningen. Modul A innehåller även två förslag på aktiviteter som kan användas inom området. I moment B och det kollegiala arbetet diskuteras texterna och aktiviteterna i det tidigare momentet. Under moment B ska även en aktivitet planeras om addition och subtraktion med tal i bråkform med hjälp av de aktiviteter som presenterades i moment A, samt planera vad som bör uppmärksammas och noteras under genomförandet. Syftet med aktiviteten är att eleverna ska kunna utveckla och fördjupa förståelsen för matematikinnehållet. Moment C är genomförandet av aktiviteten där även det kan vara bra att

uppmärksamma hur eleverna utvecklar sin förståelse för tal i bråkform eller om de över huvud taget gör det. Det avslutande moment D är en gemensam uppföljning av aktiviteten för att kunna utveckla den vidare samt se hur den fungerade. Delen avslutas även den med en sammanfattning där lärarna får anteckna de punkter de ansåg viktigast och ta de med sig i sitt fortsatta arbete (Skolverket, 2013).

I del sju är innehållet inriktat på resonemang och kommunikation och hur dessa begrepp kan bidra till att elever ökar sin förmåga att förstå multiplikation och division med tal i bråkform. Genom att eleverna får kommunicera och föra resonemang kan matematikinnehållet blir mer synligt för eleverna vilket i sin tur kan bidra till mer kunskap kring detta. Därför är syftet med delen utveckla kunskapen kring resonemang och kommunikation i undervisningen och hur det kan användas på ett planerat vis så att eleverna kan utvecklas i sitt tänkande kring matematikinnehållet. Moment A består av 4 stycken texter, förslag på elevuppgifter samt en film som tillsammans är den individuella förberedelsen för delen. Texterna behandlar begreppen resonemang och kommunikation i klassrummet samt vad multiplikation och division av rationella tal är och hur det uppfattas i klassrummet av eleverna. Filmen i moment A är en fortsatt intervju med en lärare som dök upp i den första delen i denna modul, fast där läraren berättar om hur resonemang och kommunikation används och även tankar om hur tavlan i klassrummet kan disponeras. Förslagen på elevuppgifter kan vara bra att läsa in sig på till moment B som i sin tur börjar med en diskussion om de texter och filmer som behandlades i moment A. Diskussionen följs upp av en planering av en aktivitet som har i syfte att dels synliggöra olika uppfattningar om multiplikation och division av rationella tal, men även att öka användningen av kommunikation och resonemang vid behandling av uppgifter av den sorten. De noteringar som ska göras under aktiviteten ska undersöka hur aktiviteten bidrar till kommunikation och resonemang. Moment C är utförandet av aktiviteten och där tillhörande noteringar som tas med till den gemensamma uppföljningen i moment D där allt som genomförts under delen diskuteras och sammanfattas. Även här får varje lärare avgöra vad tycker är användbart att ta med sig vidare i sitt fortsatta arbete eller till andra delar av Matematiklyftet (Skolverket, 2013).

Den sista och åttonde delen i modulen om taluppfattning och tals användning är sammanfattning och fortsättning. Det syfte som är formulerat för denna del är att den dels ska se tillbaka på vad som genomförts under modulen, men också vara framåtsyftande och se vad som kommer närmast. Alla de aktiviteter som lärarna har fått arbeta med ska på något sätt symbolisera de fem förmågor som finns beskrivna i kursplanen för matematik och ska förhoppningsvis ha bidragit till förslag på hur de kan omsättas i klassrummet. Den individuella förberedelsen i moment A inleds med en text som handlar om vilken betydelse förståelse för tal i bråkform har för förståelsen för algebra. Den andra texten i moment A handlar om de förmågor som beskrivs i kursplanen och varför de finns där. I moment A finns även ett antal förslag på elevaktiviteter som kan vara bra att ha tittat på innan moment B. Varje lärare ska även ha gjort en individuell sammanfattning kring arbetet med modulen som tas med till moment B. Här genomförs en gemensam diskussion och sammanfattning kring modulen utifrån den individuella förberedelsen. Lärarna ska därefter förbereda en aktivitet som ska handla om tal i bråkforms koppling till algebra och hur man kan använda elevers kunskaper kring tal i bråkform i undervisningen i algebra. Tillsammans ska de komma överens om vad som är viktigt att notera kring aktiviteten. Aktiviteten genomförs under moment C, och då görs även de överenskomna noteringarna. Moment D är det avslutande momentet i inte bara del 8 utan på hela modulen kring taluppfattning och tals användning och ser därför lite annorlunda ut beroende på om tanken är att arbetet med Matematiklyftet avslutas här eller om det fortsätter med ytterligare moduler. Om arbetet är tänkt att fortsätta

görs en gemensam uppföljning av aktiviteten som tidigare men även hela modulen ska diskuteras, exempelvis vilket i modulen som lärare kan tänka ta med sig till sitt klassrum och använda i undervisningen. Om gruppen av lärare planerar att avsluta arbetet med Matematiklyftet här görs den avslutande diskussion med rektor närvarande och det kan även vara bra att diskutera kring hur det kollegiala arbetet kan fortsätta (Skolverket, 2013).

De andra moduler som finns i Matematiklyftet för årskurs 7-9 är *Algebra, Geometri, Samband och förändring, Sannolikhet och statistik, Problemlösning, Matematikundervisning med IKT och Språk i matematik* (Skolverket, 2013).

Undervisning om tal i bråkform I USA och Kina

Mas bok "*Knowing and Teaching Elementary Mathematics: Teachers' Understanding of Fundamental Mathematics in China and the United States*" handlar om skillnaderna i innehållet i undervisningen mellan USA och Kina. En viktig skillnad som är genomgående i hela boken är att kinesiska lärare fortsätter att lära genom hela sin karriär medan amerikanska lärare förlitar sig på sina kunskaper de tog med sig in i sitt arbete. Kinesiska lärare har även seminarier kring utveckling av undervisningen i matematik. Ma beskriver att kinesiska studenter presterar bättre än amerikanska studenter i internationella jämförelser. De kinesiska lärare har även större förståelse för grundläggande matematik än vad amerikanska lärare har i början av sin karriär. En annan stor skillnad är att amerikanska lärare undersöker var eleverna ligger och berättar för dem vad de förväntas kunna efter avslutad kurs och därmed förväntade sig lärarna att eleverna skulle lära sig sådant som var relaterat till det som de redan kunde. I Kina finns det alltid kopplingar mellan de olika delarna av matematiken och matematiken isoleras inte från andra ämnen i skolan. I texten beskrivs två begrepp: procedurrell och konceptuell förståelse. Mas undersökning visar att 86 % av de kinesiska lärarna har konceptuell förståelse medan endast 17 % av de amerikanska lärarna har den förståelsen. I motsats till procedurrell förståelse där 83 % av de amerikanska lärarna har det jämfört med 14 % av de kinesiska lärarna (Ma, 2010).

I boken presenteras kinesiska och amerikanska lärares förståelse för just rationella tal. Där undersökte Ma hur väl lärare kunde räkna ut divisionen $1\frac{3}{4} \div \frac{1}{2}$ samt ge förslag på vad divisionen kan stå för. Detta tal kunde alla de kinesiska lärarna lösa, men endast 43 % av amerikanska lärarna kunde lösa samma tal. När lärarna fick i uppgift att formulera en historia kring talet var det hela 90 % av de kinesiska lärarna som klarade det, och 12 stycken av de utfrågade kinesiska lärarna kunde hitta på flera historier till talet. Bland de amerikanska lärarna var det endast en lärare som kunde formulera en historia kring talet. 6 stycken av lärarna kunde inte komma på en historia alls medan 16 lärare gjorde en felaktig representation (Ma, 2010).

Ma lyfter fram att kinesiska lärare hade tre alternativa sätt att se på rationella tal. De lyfte dels fram att tal i bråkform gick bra att lösa med hjälp av decimaler, men även att uppgifter decimaltal gick att lösa med hjälp av tal i bråkform. Mer än en tredjedel av de kinesiska lärarna tyckte att det var en bra idé att lösa uppgifter med tal i bråkform med hjälp av decimaltal. Kinesiska lärare förespråkar även användning av den distributiva lagen vilket ska leda till mindre komplicerade procedurer. Det tredje sättet att se på lösningar av rationella tal är att inte behöva använda rationella tal (2010).

En annan skillnad mellan undervisningen i Kina och USA kring rationella tal är att de amerikanska lärarna används sig av konkreta exempel vid räkning av tal i bråkform,

exempelvis pizzor av pajer medan endast 3 av 72 av de kinesiska lärarna använde sig av det i sin undervisning. Däremot relaterade fler kinesiska lärare undervisningen till verkliga livet, såsom bönder och fabriker. De använde sig även av fler representationsformer i sin undervisning och ansåg att bevis hade en betydande roll i undervisningen. Vissa av de kinesiska lärarna ansåg att multiplikation av tal i bråkform var en förutsättning för att kunna förstå division av tal i bråkform medan amerikanska lärare inte reflekterade så mycket över sambandet mellan de två räknesätten och dess relation till tal i bråkform.

Teoretisk ram

Fenomenografi

Då detta examensarbete är utformat som en studie i skolmiljö har fenomenografi använts som metod. Fenomenografi uppkom tack vare variationen i hur olika människor uppfattar fenomen på skilda sätt, och genom denna metod kan denna variation beskrivas. Ference Marton och Shirley Booth tar i sin text *"Om lärande"* upp att fenomenografiska undersökningar beskriver hur fenomenen erfars. De påpekar att för att kunna svara på frågan vilka erfarenheter dessa är behövs tre punkter. Två av dessa punkter handlar om vad beskrivningarna inte är och en punkt om vad beskrivningarna är. Den första punkten är att erfarenheter man får ta del av inte är psykiska enheter, fenomenografin fokuserar inte på den mänskliga tanken utan vad som erfars och hur det erfars är det viktiga. Författarna vidareutvecklar detta genom att beskriva att erfara är ett förhållande mellan den som erfars och vad som erfars medan det psykologiska endast intresserar sig för den som erfars något. Den andra punkten är att det som erfars inte är fysiskt. För fenomenografin är det inte bara en beskrivning för de fenomen som beskrivs som ses som viktigast. Den sista och tredje punkten är att eftersom erfarenheter som tidigare beskrivits inte är psykologiska eller fysiska är det en intern relation mellan den som blir intervjuad och dess omvärld. Erfarenheter är alltså en relation mellan personer och fenomen. Författarna beskriver detta genom att hur olika personer erfars specifika fenomen och på vilka sätt ett fenomen erfars av personer. Fenomenografins fundamentala princip är "ett fenomen, vilket fenomen vi än stöter på, erfars på ett begränsat antal kvalitativt skilda sätt" (Booth, Marton, 2000, s. 160).

Booth och Marton redogör för att det behövs olika beskrivningskategorier för att förklara de beskrivningar personer ger till fenomen, då fenomenen ses ur varje persons perspektiv, vilka har skilda historier och bakgrund. Där de olika beskrivningskategorierna sammansätts kallas för utfallsrummet (Booth, Marton, 2000). Författarna beskriver detta som: "utfallsrummet är den sammansättning beskrivningskategorier som omfattar distinkta grupperingar av aspekter av ett fenomen samt relationerna där emellan" (Booth, Marton, 2000, s.163). I texten redogörs att det finns ett antal kriterier som de uppsatta beskrivningskategorierna bör ha. Det första kriteriet går ut på att enskilda kategorier bör ha en synlig relation till fenomenet som undersöks, så att de kategorier som används ger oss information om vilka sätt som ett fenomen kan erfars. Andra kriterier som beskrivningskategorierna bör uppfylla är att de ska ha en logisk relation till varandra, vilken ofta är hierarkisk, vilket innebär att komplexiteten ökar och synen på fenomenet blir mer eller mindre omfattande. Kriterie nummer tre innebär att de kategorier som används bör vara så få som möjligt, alltså att användas så sparsamt som möjligt utan att datainsamlingen blir lidande (Booth, Marton, 2000).

Hur bedrivs en fenomenografisk studie?

När en fenomenografisk studie bedrivs är det viktigt att ha i åtanke att det är forskaren som själv har anordnat situationen som studien bedrivs i och valt område som ska undersökas.

Detta i sin tur påverkan på utfallet av lärandet i forskarens fall men även på hur de undersökta människorna reflekterar i forskningssituationen.

Under studiens gång kommer forskaren att få ta del av olika sätt att erfara fenomenet som undersöks eftersom olika personer erfar det på olika sätt. Den insamlingsmetod som används i en fenomenologisk studie är intervju, där författarna lyfter fram aspekten ”meta-medvetande” vilket innebär att den intervjuade är medveten om sitt eget medvetande i något syfte (Booth, Marton, 2000). Författarna påpekar även att det är viktigt att intervjuaren är mån om de tankar och funderingar som den intervjuade delar med sig av och detta så utförligt som möjligt. Intervjun kan ses som att den bedrivs på två nivåer. Den första nivån handlar om att skapa en kontakt mellan två människor där båda känner att de kan samtala. På den andra nivån liknar intervjun enligt författarna ett terapeutiskt samtal eftersom intervjuaren försöker få fram otänkta tankar hos den som blir intervjuad. Den andra nivån är problematisk då den kan vara svår att närma sig eftersom den som blir intervjuad kan uttrycka ett visst motstånd (Booth, Marton, 2000).

Analys av insamlad data

Den bild och mål som forskaren eller intervjuaren har kring fenomenet som undersöks kommer att förändras och påverkas under studiens gång. När datan har samlats in blir forskarens eller intervjuarens bild kring fenomenet klarare och får en ny struktur. Genom analysen blir forskaren eller intervjuarens uppgift att urskilja de strukturer som är viktiga för att se en mening med undersökningen. Den som analyserar datan måste kunna avgränsa sig för att kunna hitta relevanta delar, men samtidigt vara så öppen som möjligt för att viktig information inte ska gå förlorad. Genom att se olika aspekter av den insamlade datan och sedan föra de tillsammans kan ett mönster föras fram som leder till en helhet.

Metod

Intervju

Examensarbetet är utformat som en kvalitativ intervjustudie. De som kommer att intervjuas i studien är endast lärare då det är hur undervisningen är uppbyggd som är avsett att beröra med examensarbetet. Intervjuerna kommer att bestå av frågor som kommer beröra frågeställningarna, där tidsomfånget är max 60 minuter per intervju. Dessa intervjuer spelas in för att sedan överföras till text. Därefter kommer svaren att analyseras och jämföras med litteraturen för att se om det finns några likheter mellan teori och praktik.

Under en intervju är det intervjuarens uppgift att på kort tid skapa en kontakt med den intervjuade så att det inte bara är en vanlig konversation. Intervjuaren måste skapa en atmosfär där subjektet känner sig tillräckligt trygg att dela med sig av erfarenheter och tankar. För att intervjun ska bli så bra som möjligt är det viktigt med förberedelse. I texten ”*Interviews: an introduction to Qualitative Research Interviewing*” presenterar Kvale tre huvudfrågor att använda sig av innan och under intervjun, vad, varför och hur (1996). För att vad ska uppfyllas krävs en förförståelse om det ämne som ska undersökas i intervjun. Varför-frågan innebär att man formulerar ett syfte för intervjun och hur-frågan innebär att man som intervjuaren är familjär med de olika intervjutekniker som finns (Kvale, 1996).

Det finns olika sorters upplägg när man genomför en intervju, de kan vara väl-strukturerade där intervjun följer formulerade frågor, till öppna intervjuer med ett specifikt tema men inga

formulerade frågor. Intervjuer skiljer sig även på planet där det gäller att avslöja syftet innan eller efter intervjun för den som intervjuas (Kvale, 1996).

Innan inspelningen av intervjun börjar kan det vara nyttigt att skapa en förförståelse. En intervju är ett forum där kunskap skapas genom interaktion mellan den som intervjuar och den som blir intervjuad.

- **Briefing:**
Intervjuaren delar med sig av förutsättningarna för intervjun, exempelvis vilka hjälpmedel som kommer användas, vad syftet med intervjun är och ifall det är några frågor som den som ska intervjuas har. De första minuterna av en intervju är viktiga, det är då som den som blir intervjuad gör sin bild av den som intervjuar och det påverkar hur mycket de delar med sig av under intervjun. Enligt Kvale är det viktigt att visa god kontakt med den som blir intervjuad och det kan göras på olika sätt. Bland annat genom att lyssna ihärdigt på vad "subjektet" har att säga och även visa intresse, förståelse och respect (Kvale, 1996).

- **Debriefing:**
I slutet av en intervju kan det vara lite spänd stämning då ämnet är uttömt och det inte finns så mycket kvar att säga, samt att den intervjuade kan ha delat med sig om personliga och emotionella saker. Då kan det vara bra att som intervjuare berätta om vad innehållet kommer användas till samt att göra en sammanfattning om vad den intervjuade delat med sig av för att knyta ihop intervjun. Som en avslutning på intervjun kan den som intervjuar ställa en fråga likt "Jag har ställt de frågor jag ville ha reda på? Har du något du vill fråga om innan vi avslutar intervjun?" för att låta den intervjuade få ställa frågor om det är något hen undrat över eller varit orolig för. Debriefingen kan fortsätta även efter det att inspelningen av den är avslutad, för att ge trygghet till den som blir intervjuad och för att kanske få ytterligare bakgrund till svaren på frågorna under intervjun. Det kan även vara nyttigt för intervjuaren att ta en stund efter intervjun och tänka över det som blivit sagt och vilken information man fått ta del av och lärt sig av (Kvale, 1996).

För att få ut så mycket som möjligt av en intervju är det nyttigt att ha en intervjuguide att följa under tiden den pågår och vara medveten om vilka frågor som ingår.

- **Thematically:**
Frågorna som ställs under intervjun ska vara relaterad till syftet med intervjun. Beroende på hur strukturerad intervjun är kan frågorna vara mer eller mindre spontana. Ju mindre strukturerade frågorna är desto större chans är det att få svar på frågorna som är spontana och oväntade.

- **Dynamically:**
Frågorna ska ha en positiv inställning för att hålla konversationen igång samt att motivera den som blir intervjuad att öppna upp och dela med sig av sina tankar. Enligt Kvale ska frågorna vara enkla att förstå och korta för att undvika missförstånd.

Det dynamiska och tematiska innehållet i en intervju behöver inte överensstämma med varandra, vilket enligt Kvale kan medföra att man som intervjuare behöver ha två guider för att få ut så mycket som möjligt av intervjuerna (1996).

Kvale presenterar i sin text olika sorters intervjufrågor:

- Introduktionsfrågor:
Dessa frågor används för att öppna upp intervjuer. Frågorna kan bidra till mer spontanitet och fylliga beskrivningar av ämnet. ”Kan du förklara hur det gick till när...?” är ett exempel på en introduktionsfråga kan se ut.
- Uppföljningsfrågor:
För att tömma ut svar som ”subjekten” bidrar med kan man som intervjuare använda sig av uppföljningsfrågor för att få ut så mycket som möjligt av intervjun. Det kan även bidra till intervjun att följa upp med nickningar och korta svar för att visa att man som intervjuare lyssnar på svaren. Tricket är att bekräfta för den som blir intervjuad att man tar hen på allvar och visar att svaren är viktiga.
- Undersökande frågor:
Exempelvis ”Kan du berätta något mer om det?” Dessa frågor bidrar till en djupare förståelse och mer innehåll.
- Specifika frågor:
För att få mer precist innehåll i vissa frågor kan man följa upp med specifika frågor som exempelvis ”Hur reagerade du då?”.
- Direkta frågor:
I intervjuer kan man använda sig av frågor för att introducera ämnen och för att få svar kring dessa. Exempelvis ”Har du handlat på Konsum någon gång?”. Enligt Kvale används dessa frågor bäst i den senare delen av intervjuer så att de som blir intervjuade först kan ge sin bild av ämnet.
- Indirekta frågor:
Istället för att fråga den som blir intervjuad vad hen tycker om ämnet handlar frågan om vad andra tycker, exempelvis ”Vad tror du den gruppen tycker om detta?”.
- Strukturella frågor:
Dessa frågor används för att bryta av och byta ämne då ett tidigare är uttömt. Det Kvale föreslår som förslag är att inleda frågor med ”Nu vill jag introducera dig för nästa ämne som är...” och sedan leverera frågan.
- Tystnad:
Ibland kan det vara nyttigt att tillåta tystnad i en intervju istället för att bara leverera fråga på fråga. Detta för att låta svar få sjunka in för att ta intervjun vidare. Tystnad ger också utrymme för den intervjuade att fundera och leverera tillägg till sina svar.
- ”Tolkningsfrågor”:
Dessa frågor innehåller någon form av återkoppling till tidigare svar då intervjuaren gör en egen tolkning och omformulerar till en fråga som sedan ställs. Exempelvis ”Stämmer det att du tycker om godis?” (Kvale, 1996).

Etiska principer

Vid utförande av en studie är det viktigt att tänka på de etiska regler som finns uppsatta vilka är viktiga att förhålla sig till:

- Informationskravet:
De som medverkar i studien ska informeras om syftet och hur studien kommer att gå till och vad uppgifterna ska användas till.
- Samtyckeskravet:
De medverkande i studien ska själva avgöra på vilka villkor de ska delta och även kunna avbryta sin medverkan utan negativa påföljder.
- Konfidentialitetskravet:
Uppgifterna som samlas in under studiens gång ska hanteras varsamt och obehöriga ska omöjligt kunna hitta dessa uppgifter. Studien ska även vara anonymiserad och därför ska det inte gå att identifiera personer i studien.
- Nyttjandekravet:
De uppgifter som samlas in får endast användas i den avsedda undersökningen (Vetenskapsrådet, 2002).

Urval

I studien medverkar tre lärare som är behöriga i att undervisa i matematik på en kommunal grundskola strax utanför Göteborg. Pedagogerna blev kontaktade via mail med ett missivbrev som beskrev hur studien skulle gå till. Alla tre lärare har arbetet med att undervisa i ämnet i över 10 år. Anledningen till att just dessa lärare valdes ut var för att de var villiga att ställa upp på intervju samt att jag antog att jag skulle kunna få ut något om just tal i bråkform då jag visste att de undervisat kring det. Extra intressant blir det då dessa lärare har medverkat i Matematiklyftet och även arbetat med modulen om taluppfattning och därmed uppgifter kring tal i bråkform. Anledningen till att lärarna härstammar från samma skola underlättar arbetet med att boka intervjuer samt att jag kan försäkra mig om att alla lärare i studien har tagit del av liknande innehåll i Matematiklyftet. Könen på de medverkande lärarna kommer inte att avslöjas och därför används de könsneutrala namnen Alex, Robin och Kim.

Genomförande

Efter att ha författat det första examensarbetet kring rationella tal var det inte särskilt svårt att fundera ut att detta avancerade arbete skulle vara en uppföljning av det tidigare. Hela proceduren börjades idén att bolla med handledare och mig själv, samt diverse tillbakatittar på det tidigare arbetet. Tillslut kunde ett syfte och frågeställningar formuleras.

Även innan syftet var helt formulerat hade idéer på frågor börjat skapas, men först efter frågeställningarnas fastställande var det enklare att börja precisera vad studien verkligen skulle undersöka. När ett utkast på frågor var skapade, granskades det av handledaren och efter vissa ändringar var de färdiga till att användas i intervju. Därefter kontaktas rektor och vissa lärare på skolan, där intervjuerna förhoppningsvis skulle genomföras på, via mail innehållandes ett missivbrev. Tillslut var det tre pedagoger på skolan som kunde ställa upp på intervju och dessa bokades in.

Innan intervjuerna genomfördes även en pilotintervju för att undersöka hur lång tid varje intervju kunde tänkas ta och för att se om ljudupptagningen fungerade som den skulle, samt för att minska nervositeten vid de riktiga intervjutillfällena. Intervjuerna genomfördes mellan mig som intervjuare och en pedagog åt gången och tog mellan 15 minuter till 30 minuter beroende på vem som blev intervjuad. Innan intervjufrågorna informerades intervjusubjekten

om syftet med studien och även de etiska reglerna gicks igenom. Varje intervju spelades in, med information om när inspelningen startades och avslutades.

Analys

När alla intervjuer var genomförda transkriberades ljudupptagningarna till text. Lärarnas identiteter är anonyma och därför används könsneutrala namn som inte har någon koppling till läraren i fråga. Detta för att diverse likheter och olikheter skulle urskiljas samt att frågeställningarna och syftet kunde jämföras med intervjusvaren. Efter transkriberingen gicks de olika intervjuerna tittades intervjusvaren igenom för att se om det fanns något som stack ut, vilket antecknades. De intervjusvar som inte var relevanta i denna studie sågs förbi medan resterande svar placerades in i olika kategorier, utefter vilka/vilken frågeställning det besvarade. Detta för att underlätta analysen men också för att examensarbetet ska vara bra organiserat och lätt att hantera.

Resultat

För att besvara undersökningens syfte har jag analyserat intervjusvaren och kategoriserat dem utifrån frågeställningarna. Nedan presenterar jag det analyserade resultatet.

På vilket sätt ser undervisningen kring tal i bråkform ut?

För Kim är det viktigt att det som undervisas är kännbart för eleverna, att talen kan visualiseras med allt från enkla tårtbitar till legoklossar. Alla lärarna påpekar att det finns flera olika sätt att undervisa kring tal i bråkform, även om de själva föredrar ett visst sätt mer. Robin anser att bilder och språket är de viktigaste verktygen vid undervisning om tal i bråkform. Hen beskriver att det är viktigt att ge eleverna förståelse för matematikspråket och därför lägga mycket tid på att exempelvis beskriva vad en fjärdedel är då det inte är självklart att alla elever har den förkunskapen som krävs. Robin har även använt sig av att klippa ut delar där eleverna själva fick pussla ihop och sätta ihop dem med häftmassa.

Kim: Jag brukar alltid försöka vilja utgå från vad de kan själva. Alltså man kollar av lite granna vad de kan för att sätta det på någonting och sedan bygga vidare på det tror jag.

Alex börjar med enklare tal i bråkform och målar även en hel del samt ger exempel som eleverna kan relatera till, exempelvis att de går och handlar. Enligt läraren är det även en bra idé att ge historisk bakgrund till matematiken. Alex ser bråkräkningen som en logisk brygga till procenträkning, vilken hen anser är ett område som nästan helt ersatt tal i bråkform idag. Men för att kunna förstå procent måste eleverna förstå tal i bråkform.

Alex: Dels så behöver jag förankra förståelse, jag behöver göra det enkelt, jag behöver visa det bildmässigt med halv, fjärdedelar, femtedelar och sådär.

Kim påpekar flera gånger hur viktigt det är med en varierad undervisning för att få med så många av eleverna som möjligt. Hen tillägger även att undervisningen kan variera mycket beroende på vad för grupp som undervisas eftersom de har olika förkunskaper och erfarenheter. Undervisningen utgår i olika breda förkunskaper beroende på ålder. Ju äldre elever desto mer förutsätts att eleverna redan kan kring tal i bråkform. Även Robin lägger mycket tid på att undersöka var eleverna befinner sig för att sedan utgå därifrån och på det sättet knyta an det nya som undervisas till det som eleverna redan känner till.

Kim: *Det är olika från grupp till grupp. Jag känner av och kollar av vilka som behöver vad. Just nu sitter jag på en väldigt duktig grupp och då blir det ju på ett annat sätt. De har kunnat gå igenom det där och har det med sig medan om man går in på en annan kanske man måste repetera och försöka och se ytterligare sätt att kunna det.*

Kim: *Det handlar ju om att variera det för det är så många som fattar det på olika sätt.*

Även tallinjen används till viss del, främst för att symbolisera storlekar på tal i bråkform samt se hur man dessa blir mindre och större. Kim påpekar att det är främst i de lägre åldrarna som tallinjen används. Robin använder tallinjen i undervisningen, främst vid jämförelser av storlek på tal i bråkform. Däremot föredrar hen att använda bilder för att ge eleverna förståelse och framför allt bilder. Det Robin saknar i sin undervisning är mer digitaliserade verktyg.

Vardagsanknytning i matematikundervisningen är viktig för alla tre lärare. Bland annat används tårtbitar och pizzor i exempel, men även vardagsanknytning genom att använda exempel som eleverna kan känna igen sig i, som att de ska gå och handla kläder. Kim beskriver vardagsanknytning som viktig eftersom eleverna då får något att hänga upp teorin på då få elever i högstadietåldern är tillräckligt teoretiska för att ta till sig alla bitar utan att kunna relatera det till något de känner igen. Det är framför allt viktigt för de elever som tycker undervisningen är tråkig eller har svårare att ta den till sig.

Kim: *Men det är ju oftast lättare att visualisera för dem och kunna visa det mer med någonting som är kännbart.*

Robin försöker även att hitta de vanliga missuppfattningarna som finns kring tal i bråkform och lära ut kring dessa.

Robin: *Hur kan jag undervisa och ställa frågor så missuppfattningarna ställs på kant?*

Även Alex använder vanliga missuppfattningar i sin undervisning och låter eleverna diskutera hur tankegångarna varit och hur uppgiften kan lösas på ett annat sätt.

Använder lärare olika metoder för att lära ut de olika räknesätten av tal i bråkform?

Alla tre lärare introducerar addition med tal i bråkform först. Att rita och samtidigt prata om vad tal i bråkform är och vad som händer med dessa när de adderas med varandra anses viktigt hos alla tre lärare. Robin berättar att hen alltid startar enkelt för att få med så många elever som möjligt för att sedan gradvis öka svårigheten på uträkningarna. Hen anser även att om elever tycker att något är intressant är det viktigt att driva vidare på det och inte hålla sig inom ramarna för årskurser. Robin tycker också att det är viktigt att introducera räknesätten med bilder, men även språket. Detta för att förståelsen för vad tal i bråkform är väldigt viktigt för att eleverna ska kunna ta till sig innehållet samt få förståelsen. Kim anser att det är viktigt att visualisera för eleverna vad tal i bråkform är för att de

ska kunna ta till sig addition med tal i bråkform, och det kan man med fördel göra med hjälp av diverse hjälpmedel.

Enligt de tre lärarna skiljer sig inte subtraktion med tal i bråkform allt för mycket från additionen, det bygger på samma princip. Alex använder sig av att exempel där saker försvinner, som att man äter pizza eller prinsesstårta och det hela blir mindre ju fler bitar som äts. Robin diskuterar lite kring vad som händer när det inte finns några bitar kvar och låter eleverna fundera kring vad subtraktion med tal i bråkform innebär.

Robin: Att ha bilder framför sig. Jag har även klippt ut och satt upp med häftmassa och grejer. Men framför allt bilder. Sen så blir det ju övergången där, när det inte finns några delar hur gör jag då?

Kim betonar att betydelsen för vad de olika delarna i bråktalet är, samt vad som händer när dessa manipuleras, men att det är viktigt att eleverna har förståelse för vad talet består av.

Kim: Att man har och drar ifrån och ser vad det blir. Och kunna utgå ifrån dem delarna och förstå vad de olika delarna betyder och så också. Att man har betydelsen.

När det kommer till multiplikation betonar alla lärare att det är mer komplicerat än addition och subtraktion. Kim ser dock multiplikationen som en del av additionen, en förlängning. Så genom att kunna addition har eleverna en fördel när det kommer till multiplikation, men det blir betydligt svårare när det kommer till tal i bråkform med olika nämnare och då är det väldigt viktigt att eleverna har förståelsen med sig. För att öka den förståelsen använder hen sig av många exempel på flera olika sätt. Robin använder sig av en metod som bygger på samma som vanlig multiplikation över areabegreppet. Så genom att använda areabegreppet kan eleverna tänka på samma vis som vid vanlig multiplikation.

Robin: Jag tror de har med sig det när de börjar med multiplikation överhuvudtaget. De räknar prickar. Om man tänker att detta är 4 gånger 2 så ser man det som dels prickar och dels över area. Och så använda det här (läs i bråktal).

Alex beskriver att det finns två olika sorters multiplikation av tal i bråkform. Dels ett tal i bråkform som multipliceras med ett heltal och dels två tal i bråkform som multipliceras med varandra.

Alex: När det är ett heltal som gångras med ett bråk så är det ju enklare att förstå. Vad är det vi har här? Vi har två stycken tredjedelar och ska gångra det med tre. Tre gånger så mycket, det blir ju tre gånger så mycket. Händer det någonting med den då? (nämnaren) Nä det är ju sorten vi har, tredjedelar.

När två tal i bråktal ska multipliceras med varandra hade Alex inte något riktigt förslag på hur man gav elever förståelse för vad som händer och inte bara lär ut proceduren.

Alex: När man gångar två stycken bråktal är ju värre, det kan jag fortfarande tycka det är svårt att förankra det hos dem. Man kan ju lära ut regeln också, men så vill man ju ha förståelsen också, en del vill ju ha det. ...

... men den snygga logiska förklaringen har jag inte just nu.

Vid introducering av division med tal i bråkform säger alla tre lärare att man skulle kunna lära ut endast proceduren med inverterat värde men alla tre lärare tycker att det finns något intressant med att lära ut så att eleverna får förståelsen bakom. Robin har nästan slutat helt med att lära ut proceduren med att byta plats och invertera utan lär istället ut hur man får nämnaren till 1.

Robin: Om jag tar en halv delat på en fjärdedel så precis som att jag tänker mig att nämnaren ska bli ett så man gör så. Då faller det sig naturligt. Jag kan säga att man inverterar men jag använder inte det sen. För mina egna barn har jag märkt att de anammade detta som en förståelse istället för en formel och därför kör jag med den.

Kim tänker på liknande sätt och betonar att det handlar om förkortning och förlängning och att det är viktigare med den förståelsen istället för att lära ut invertering.

Kim: Ja, där är ju väldigt mycket just det att man ska invertera och sådana grejer. Men där är det ju viktigt att man visar med förlängning och förkortning. Att man kan det och att man ska göra just till 1 och att de inser varför man ska invertera det med ett visst tal och att det egentligen handlar om förlängning och förkortning och då har man ju gått igenom det innan så att man förstår.

Alex betonar att det här precis som med multiplikation med tal i bråkform finns två olika sorter. Dels division med ett heltal och dels division med ett tal i bråkform i nämnaren. Vid division med heltal anser Alex att det är viktigt med många exempel men att det alltid kommer vara elever som inte förstår oberoende av hur många exempel som visas.

Hen beskriver att den andra sortens division kallas för innehållsdivision och att det finns massor av aktiviteter beroende på vilket intresse eleverna har för det men även tiden har betydelse. Det exempel Alex berättar om är fem kilo godis som ska delas upp i halvkilospåsar.

Alex: Då kan man ju också se att det kan bli fem endelar delat på en halv och då kan man om man vill göra så att man förlänger med två endelar. Om man har lust kan man visa att de tar ut varandra och gör man det några gånger inser man att det inverterade värdet av dessa kommer bli 1.

Har erfarenhet någon påverkan på undervisningen av tal i bråkform, på vilket sätt?

Kim, Robin och Alex anser att erfarenhet är en bidragande faktor till att undervisningen har utvecklats, på ett positivt sätt. Framför allt så har det vuxit fram en trygghet hos lärarna som inte fanns när de var nyutexaminerade lärare. De lyfter fram att ju mer man lär ut desto lättare är det att se var eleverna ligger och det är även lättare att förstå att det som är enkelt att förstå själv kanske inte är lätt för någon annan.

Kim: Man tänker om och man diskuterar med andra och man hittar nya sätt. Från början handlar det mycket om vad man själv har lärt sig från början tills man då utvecklar. Det kommer även ibland elever med andra förslag när man har förklarat för andra som man känner var mycket bättre eller lättare för dem att förstå.

Alex tar upp ett exempel med multiplikationstabellen. I början av sin karriär förstod hen inte att alla inte kunde ta till sig den, men med erfarenheten kom även respekten för att alla elever inte förstod på samma sätt. Hen betonar också att det är viktigt att tro på det man undervisar om, eftersom det alltid kommer finnas elever som synar en annars, vilket leder till att varken läraren eller eleverna tror på det som undervisas vilket inte leder till någon utveckling. Alex talar även om att man lär sig av sina kollegor, genom att man får ta del av varandras erfarenheter och tankar, och anser därför att det är viktigt att dela med sig av uppgifter och inte hålla sig för sig själv.

Robin berättar att synen på den egna kunskapen och elevernas kunskaper har förändrats genom åren. Hen har förstått att elever tar till sig kunskap på olika sätt och heller inte på samma sätt som man själv gör. Därför är det viktigt att inte lägger upp undervisningen efter hur man själv vill bli undervisad utan se eleverna och vad de behöver. Denna förståelse har för Robin växt fram under åren som lärare.

Robin: Man tänker på sig själv och vad man förstått och man kanske inte har den kunskapen om att många tänker annorlunda, man jämför med sig själv. Men sen så förstår man att man kan tänka på många olika sätt som då sätter käppar i hjulen. Så det har nog ändrats mycket.

De tre pedagogerna påpekar att de i större utsträckning använder sig av varandra när de planerar undervisningen nu jämfört med förr. Genom att diskutera och ta del av varandras material tror de att de får en bättre anpassad undervisning efter elevers förutsättningar.

Har fortbildning någon påverkan på undervisningen av tal i bråkform, på vilket sätt?

De tre lärarna har tidigare berättat att erfarenhet har lett till att de arbetar mer tillsammans i kollegiet och diskuterar med varandra. Detta har inte bara varit tack vare fortbildningar som Matematiklyftet, men det har varit en bidragande faktor. Pedagogerna upplever att det inte varit så mycket fortbildning i matematik innan Matematiklyftet, men två av dem har varit med i en Learning study, dock inte just inom tal i bråkform. Alla tre lärare upplever att även om de inte arbetat så mycket med fortbildning har de alltid diskuterat tillsammans på skolan. Kim berättar att hen inte varit på några föreläsningar eller liknande kring undervisning i matematik, medan Robin antyder att hen varit i kontakt med NCM och även haft samarbete med mellanstadieskolan i kommunen för att försöka utveckla undervisningen, men inte gått någon speciell utbildning. Alex berättar att de fortbildningar hen har medverkat i har påverkat undervisningen, men kan inte precisera vad det har gjort mer än att det startat tankeverksamheten.

Alex: Det är svårt att se när man är inne i något hur det påverkar. ... Det känns som att Mattelyftet har påverkat mig mera. ... Nä men det har påverkat, man spetsar till det lite. Det är svårt att sätta fingret på exakt vad det är. Man

tittar kanske på fler metoder, just att man kan illustrera och vända på det. Fler redskap att använda.

Kim anser att den fortbildning hen tagit del av mest, Matematiklyftet har varit givande även om det tar mycket tid. Det har framför allt varit ett tillfälle att dela med sig av erfarenheter och idéer.

Kim: Ja men det har det absolut. Framför allt de diskussioner vi har fått tillsammans. Det är nästan den bästa fortbildningen att man kan delge varandra och se vad som funkar och inte funkar. Och att man får testa och där är ju också olika grupper. En sak som funkar där funkar ju inte på en annan och så. Där är en stor skillnad. Men jag tycker vi har fått mycket utav det.

Kim: ... förutom att det tar mycket tid men det är faktiskt värt det hela tiden. Det har gett oss mycket att vi har jobbat tillsammans och att man har fått se olika sätt och alla lyfter ju fram och fastnar för olika saker som gör det så sätt. Det har tagit mycket tid men har varit väldigt bra.

Diskussion

Diskussionen är uppdelad i resultatdiskussion, didaktiska konsekvenser och metoddiskussion. Resultatdiskussionen är den del som binder ihop det analyserade materialet från intervjuerna med den tidigare forskningen och den bakgrund som ligger till grund för arbetet. I stycket med didaktiska konsekvenser beskrivs de tankar och idéer arbetet har studien och examensarbetet har gett mig samt vad det har för betydelse för min framtida yrkesroll. I metoddiskussionen diskuteras den kvalitativa metod som används och vad det har inneburit för arbetet.

Resultatdiskussion

Hur ser undervisningen kring tal i bråkform ut?

Under studiens gång har tre lärare från samma skola intervjuats kring deras undervisning kring tal i bråkform samt hur fortbildning och framför allt Matematiklyftet har påverkat undervisningen. Genom att jämföra de analyserade intervju svaren från lärarna med det tidigare examensarbetet och bakgrundstexterna ska jag ge svar på frågeställningarna.

Lärarna intervjuades kring deras undervisning i tal i bråkform för att jag ville se hur undervisningen i skolan ser ut i praktiken efter att ha läst hur den bör se ut för att ge elever förståelse. Tal i bråkform och rationella tal har en betydande roll i Läroplanen för grundskolan (2011) och bör således ha en ganska stor roll i undervisningen också. De tre lärarna har alla erfarenhet av att undervisa om tal i bråkform, och förstår vikten av att göra det så att eleverna förstår. De betonar alla att förståelse är viktig. Alex beskriver att hen från början hade svårt att se vikten i att undervisa kring tal i bråkform, men ju mer erfarenhet hen fick, desto mer ökade förståelsen för hur viktigt det är att elever tar till sig undervisningen kring tal i bråkform. Kilborn beskriver det centrala innehållet i läroplanen som vagt och lämnar mycket till läraren för tolkning, vilket då betyder att olika lärare lär ut innehållet på olika sätt vilket medför att elever får med sig olika kunskap inom rationella tal till fortsatta studier (2014). De intervjuade lärarna upplevs dock undervisa tämligen lika kring tal i bråkform vilket då innebär att eleverna får liknande kunskaper inom området, som kan ses som rättvist.

Den text som låg som huvudsaklig grund till mitt förra examensarbete var ”10 sätt att göra bråk mer levande” som innehöll tio råd till lärare som kan medföra att innehållet i undervisningen om tal i bråkform och rationella tal togs till av fler elever och på ett bättre sätt (Clark m.fl., 2010). Det första rådet betonar innebörden av att inte bara manipulera tal i bråkform, utan istället lägga vikt på att öka förståelsen kring talen. Intervjuerna visar att de tre lärarna tycker att det är viktigare att eleverna förstår vad tal i bråkform är, istället för att manipulera talen. Robin berättar att hen gärna använder bilder i undervisningen för att öka förståelsen hos eleverna.

Robin: Att ha bilder framför sig. Jag har även klippt ut och satt upp med häftmassa och grejer. Men framför allt bilder.

Detta visar sig framför allt när lärarna berättar om hur de undervisar om multiplikation och division av tal i bråkform. Både Kim och Robin anser att det är viktigare att betona att nämnare görs till 1 än att kalla det för att invertera. Lärarna anser även att det är viktigt att elever förstår storleken på talen i bråkform innan de arbetar med dem, vilket bland annat görs genom att använda bilder.

Råd tre handlar om hur viktigt det är att betona att ett tal i bråkform är ett tal och inte ett förhållande mellan två tal (Clark m.fl., 2010). När Robin beskriver hur multiplikation av tal i bråkform lärs ut förklarar hen att den fungerar på samma sätt som med tal som inte är i bråkform, vilket kanske inte direkt betonar att tal i bråkform är ett tal, men genom att förstå att multiplikation fungerar på samma sätt kanske elever även förstår att tal i bråkform är ett tal. Att lärarna gärna använder bilder och använder språket mycket bidrar förhoppningsvis till ökad förståelse för vad ett tal i bråkform är.

Clark m.fl. fjärde råd går ut på att uppmärksamma oegentliga bråk och ekvivalenser (Clark m.fl., 2010). Ingen av lärarna uttrycker att de ägnar tid av undervisningen till detta, men däremot liknar undervisningsaktiviteterna lärarna använder de som författarna föreslår. Exempelvis använder lärarna till viss del tallinjen och visar tal i bråkforms storlek med hjälp av bilder vilket kan liknas vid övningen ”Färglägg bråk”.

I råd fem förespråkas användning av många representationsformer i undervisning kring tal i bråkform för att öka förståelsen kring tal i bråkform hos eleverna (Clark m.fl., 2010). De intervjuade lärarna använder sig av olika representationsformer och uttrycker att de tycker det är viktigt att växla mellan formerna. De representationsformer som lärarna använder är språket, bilder som eleverna känner igen såsom pizzor och chokladkakor och även tallinjen används till viss del. Alex nämner även att tal i bråkform är en bra övergång till procent.

Clark m.fl. förespråkar att sambandet mellan tal i bråkform, decimalform och procentform bör uppmärksammas mer i undervisningen. Bara en av lärarna, Alex, talar om sambandet mellan tal i bråkform och procent, som hen anser är den formen av rationella tal som används mest i vardagliga sammanhang nu. Bara för att lärarna inte nämner att de använder sig av decimalform och procentform i undervisningen kring tal i bråkform behöver det inte betyda att de inte använder det, det kan också bero på att de inte reflekterar över formerna som andra representationsformer. I samma råd berättar Clark m.fl. att det kan vara givande att låta eleverna storleksordna rationella tal, för att lära sig översätta bråk till olika former. Även om lärarna i studien inte uttryckte att de använde olika former av rationella tal så mycket, tyckte de att det är viktigt att eleverna undervisas kring storlekar på tal i bråkform, exempelvis med tallinjen.

Det som Clark m.fl. förespråkar i sitt sista råd i artikeln, att lärare ska ta fram uppgifter som tränar elevers förmåga att räkna med tal i bråkform, anser jag att de intervjuade lärarna arbetar med. Lärarna ger inte specifika exempel på uppgifter men de uttrycker att det är viktigt att eleverna får arbeta med uppgifter kring detta. Alex ger förslag på uppgifter som handlar om när elever går och handlar medan Robin talar om att det är viktigt att försöka hitta vanliga missuppfattningar hos eleverna genom att låta de resonera kring uppgifter.

Jämför man de 10 råd som Clark m.fl. ger och vad lärarna i studien svarar är det flera av råden som uppfylls, men det finns också vissa som kan arbetas mer på. Författarna förslår bland annat att man som lärare ska uppmärksamma hur talet i bråkform är uppbyggt, och att man genom att förklara detta för eleverna kan det leda till ett bättre språkbruk. Lärarna i studien kan även arbeta mer med övningar kring oegentliga bråk så att eleverna kan få förståelse för tal i bråkforms storlek. Jämförelsen mellan artikeln och intervjuaren tyder även på att lärarna kan arbeta med ännu fler representationsformer samt koppla tal i bråkform mer till division och även mer till decimalform och procentform. Clark m.fl. förespråkar även att man som lärare kan använda sig av intervjuer i klassrummet för att se elevers tankegångar, vilket kan vara en idé för lärarna i studien för att öka elevernas förståelse ännu mer, samt låta de ta del av varandras lösningar. Det kan dock vara ett problem att det inte finns tillräckligt med tid till att intervju varje enskild elev.

Hur påverkar Matematiklyftet och annan fortbildning undervisningen?

Enligt målbeskrivningen för Matematiklyftet ska fortbildningen bland annat bidra till att lärare ska använda sig av kollegialt lärande för att utveckla kunskaper som de kan använda sig av i sin egen undervisning. Genom att ta del av Matematiklyftet ska lärarna med hjälp av forskning och undersökningar av undervisningen komma fram till förbättringar som kan anpassas efter lokala behov (Skolverket, 2012). Alla lärare upplever att Matematiklyftet är den fortbildning som påverkat deras undervisning mest, även om de inte hunnit utvärdera helt ännu. Det är framför allt diskussionerna med kollegor som har påverkat mest anser alla tre lärarna. Genom att ta del av varandras erfarenheter kan de utveckla undervisningen, både individuellt men även övergripande. Detta är ett av de mål som är uppsatta för Matematiklyftet, att lärare genom kollegialt lärande tillsammans ska utveckla den undervisning som bedrivs på skolan. Lärarna anser att de moduler som Matematiklyftet består av, och framför allt den modul där tal i bråkform ingår, har bidragit till att tankeverksamhet har startat vilket gjort att de själva utvärderat sin egen undervisning. Även detta var ett av målen med Matematiklyftet, att synliggöra och utveckla det lärande som läraren själv gör. De tre lärarna upplever att Matematiklyftet har varit värt mödan och tiden, även om det enligt Kim krävs mycket tid, för att de gemensamt kunnat lösa problem på skolan. Citatet från Kim belyser att hen anser att det är viktigt:

*Kim: ... förutom att det tar mycket tid men det är faktiskt värt det hela tiden.
Det har gett oss mycket att vi har jobbat tillsammans och att man har fått se olika sätt och alla lyfter ju fram och fastnar för olika saker som gör det så sätt.
Det har tagit mycket tid men har varit väldigt bra.*

Genom att förbättra undervisningen lokalt genom diskussioner och samarbete har ytterligare ett mål med Matematiklyftet uppfyllts.

Hur ser undervisningen kring tal i bråkform ut i andra länder och finns det några likheter med den svenska undervisningen?

De tre lärarna i intervjuerna tycker alla att det är viktigt att eleverna har förståelse för innehållet i undervisningen och inte bara lär sig procedurer. Nämnt tidigare är att Kim vill att eleverna förstår att multiplikation med tal i bråkform egentligen är en form av förlängning och inte en procedur eleverna ska ta till sig. Även Robin visar tecken på att det är viktigt att eleverna får förståelse för det som undervisas. Det exempel hen lyfter fram är division av tal i bråkform. Genom att försöka förmedla förståelsen för att invertera egentligen betyder att göra nämnaren till 1 anser hen att eleverna lättare tar till sig innehållet. Alex tycker också att det är viktigt att bygga upp en förståelse hos eleverna och inte bara lära ut metoder att lösa problem. Ma beskriver liknande om kinesiska lärare i sin text, där de lärarna tycker att det är viktigare att eleverna får förståelse för matematikinnehållet, vilket i detta fall var division med tal i bråkform, än att de bara lär sig procedurer (Ma, 2010).

Framför allt Kim och Robin anser att det är viktigt att kolla av var eleverna ligger innan man startar ett område. Robin beskriver även att det inte är självklart att alla elever känner till matematikspråket och lägger därför mycket tid på att finns eleverna där de är och utgår därifrån. Enligt Mas studie är detta en likhet med amerikanska lärare, vilka undersöker var eleverna ligger till innan startad kurs och berättar även för eleverna var de förväntas vara efter avslutet (Ma, 2010).

Något de tre lärarna har gemensamt är att de gärna använder figurer som eleverna känner igen, som pizzor och tårtbitar. Kim beskriver det som enklare för eleverna att visualisera om de känner igen det som används i exemplet. Även Robin tycker att det är viktigt att skaffa symboler för matematikspråket, och då är representationsformer med exempelvis chokladkakor och pizzor en bra idé. När Alex pratar om att använda pizzor och liknande i undervisningen påpekar hen att det kan vara bra för att förankra matematiken i vardagen, men att det inte får ta övertaget från undervisningen. Tittar man på Mas studie liknar Alex, Kim och Robins användning av konkreta exempel mer de amerikanska lärarnas arbetssätt, vilka gärna också använder sig av pizzor och pajar exempelvis. Även kinesiska lärare använder sig av exempel där elever kan känna igen sig, men då handlar det oftast om miljöer från verkliga livet som fabriker (Ma, 2010).

Resultatet av intervjuerna visar att lärarna i studien använder sig av metoder i sin undervisning som enligt forskning visar sig effektiv. Dock finns det delar i forskning kring ta i bråkform som lärarna inte använder sig av i sin undervisning och som kanske skulle kunna förbättra elevernas förståelse ytterligare, exempelvis är det flera av Clark m.fl. råd som lärarna inte använder sig av. De kunde bland annat beskriva sambandet mellan tal i bråkform, decimalform och procentform mer. Lärarna uttrycker alla att Matematiklyftet har varit effektivt för undervisningen då de kunde dela med sig av erfarenheter och diskutera uppgifter tillsammans. Även om fortbildning tar mycket tid anser lärarna att det är värt det. På skolan där studien är genomförd har de inte hunnit med så många moduler och de har heller inte hunnit utvärdera modulen om talförståelse helt. När lärarkollegiet hunnit göra det fullt ut kanske resultatet visar annorlunda, men som det ser ut nu är Matematiklyftet för lärarna och förhoppningsvis även för elevernas förståelse. De tre lärarna anser alla att det är viktigt att eleverna som undervisas verkligen förstår innehållet och inte bara procedurerna bakom kring tal i bråkform vilket kan jämföras med de kinesiska lärarna i Mas undersökning. Lärarna i min

undersökning visar dessutom likheter med de amerikanska lärarna i studien eftersom de använder konkreta exempel samt gärna utgår från vad eleverna redan behärskar.

Metoddiskussion

Den metod som använts i studien är kvalitativ, då jag ansåg att denna metod var den som lämpade sig bäst för ändamålet. Det jag ville undersöka var hur lärare på en specifik skola, där jag även gjort min VFU, undervisade kring tal i bråkform. Eftersom jag visste att jag ville intervjua lärare och få ut så mycket som möjligt från varje lärare om hans undervisning lämnade sig en kvalitativ metod bäst. Hade jag exempelvis utformat en enkät och skickat ut till skolor skulle jag antagligen inte få ut lika mycket matnyttigt från varje lärare och därför känns den valda metoden som lämplig för arbetet.

Nackdelen med att använda en kvalitativ metod på endast tre lärare på samma skola är att reliabiliteten i studien inte blir speciellt hög. Kvale och Brinkmann beskriver reliabilitet som forskningsresultatens konsistens och tillförlitlighet, och brukar ofta användas vid diskussion om forskningsresultaten hade kunnat reproduceras av andra forskare och andra intervjuobjekt (2009). Även här brister reliabiliteten lite då jag genomförde intervjuerna och tolkningen av dessa själv och inte hade någon att diskutera med förutom min handledare. Kvale och Brinkmann diskuterar även kring reliabilitet och ledande frågor (2009). Även om jag försökte använda mig av öppna frågor, liksom fenomenografi, blev några av frågorna lite ledande ställda till lärarna, vilket kan ha haft en inverkan på svaren som i sin tur kan ha påverkat utkomsten och därmed reliabiliteten i studien. Reliabiliteten påverkas även av hur många olika metoder som används i studien (Kvale & Brinkmann, 2009) och i denna undersökning används bara intervjuer vilket kan påverka utkomsten.

En väl genomförd studie har inte bara en hög reliabilitet utan även en hög validitet. Kvale och Brinkmann beskriver en studie med hög validitet som en studie som mäter det som den tros mäta (2009). Enligt honom är genomsyrar validiteten hela arbetet, från planering till rapportering. I början av en studie är det viktigt att forskningsfrågorna är väl underbyggda från bakgrundsteori, vilket jag anser att mina forskningsfrågor var då de härstammar från litteratur i ämnet samt tidigare examensarbete. Validiteten genomsyrar även intervjun och då är det viktigt att intervjufrågorna håller god kvalitet och har valts ut med eftertanke och att den information som erhålls är av nytta för studie (Kvale & Brinkmann, 2009). Även detta anser jag att jag har funderat kring. Genom att validera studien kontrolleras den genom att titta på den på olika vis och ifrågasätta resultaten. Eftersom att reliabiliteten på studien inte är den högsta då det är få medverkande och endast en metod som används kan det tänkas att även validiteten på studien påverkas.

Den teoretiska ram som används till denna studie var fenomenografisk metod som beskriver hur ett fenomen kan erfaras på olika sätt beroende på vem som erfar (Booth, Marton, 2000). Det jag har gjort för att efterfölja den teoretiska ramen är att jag urskilde var varje pedagog uttryckte på varje fråga, för att sedan under analysen sammanföra de olika upplevelserna kring frågorna och jämföra de med varandra. Detta för att sammanställa hur upplevelserna förhåller sig till varandra för att få en övergripande bild av det undersökta fenomenet. Genom att lägga in svaren på intervjufrågorna under olika beskrivningskategorier kunde de jämföras med varande. Detta hade jag kunnat lägga ännu mer fokus på för att kanske få ytterligare kategorier som kunde urskilja fler likheter och skillnader kring fenomenet.

Om jag hade fått genomföra studien ytterligare en gång hade jag haft detta i åtanke. Anledningen till att jag valde enbart en skola var eftersom jag visste att Matematiklyftet hade genomförts där och just modulen om tal i bråkform. Då jag endast intervjuade lärare på en skola får jag bara en inblick i hur det ser ut just där och kan därmed inte generalisera resultaten fullt så mycket som jag skulle vilja. Dock hade jag kunnat ta reda på fler skolor som också arbetat med modulen för att få ytterligare svar. Även enkäter hade kunnat användas för att få ännu mer svar, och även fler metoder och därmed öka reliabiliteten studien. Jag har haft stor hjälp av min handledare i utformandet av frågeställningar och intervjufrågor, men jag hade kanske kunnat öka reliabiliteten ytterligare med hjälp av fler personers input. En pilotstudie hade också kunnat användas för att maximera utkomsten av den egentliga studien. Jag som intervjuare hade känt mig säkrare, några av intervjufrågorna kanske hade kunnat preciseras mer samt att jag hade varit bättre förberedd på lärarnas reaktioner och vilka frågor som krävde extra tid.

Didaktiska konsekvenser

Under mitt förra examensarbete blev jag väl medveten om att det finns problem med svenska elevers förståelse för tal i bråkform och andra rationella tal. Studien som genomförts till detta examensarbete har inte bara utvecklat mitt intresse för rationella tal, utan även gett mig idéer på vad jag själv skulle kunna göra i min egen yrkesverksamhet. Något jag kommer att tänka på när jag själv introducerar tal i bråkform är att det är viktigt att berätta för eleverna att ett tal i bråkform är ett tal och inte en division. Dessutom kommer jag vara noga med att belysa sambandet mellan tal i bråkform, decimalform och procentform så elever lär sig hantera översättningen mellan dessa, vilket enligt Mas text är vanligt bland kinesiska lärare (2010). Genom denna studie har jag fått upp ögonen för den undervisning som bedrivs i skolor idag men även förstått att det kan vara svårt som lärare att sätta ord på sin egen undervisning.

De lärare som medverkar i studien anser jag hade väl förberedda lektioner med bra innehåll, men genom att ha genomfört denna studie har jag förstått att det finns mycket lärare kan göra för att utveckla undervisningen, som att det finns forskning som kan vara värt att undersöka vilken kanske kan leda till en undervisning där eleverna kan ta åt sig ytterligare matematikinnehåll än vad de redan gör.

Genom hela min studietid har jag fått höra att samarbete lärare emellan samt diskussioner kring erfarenheter och uppgifter underlättar arbetet samt förbättrar undervisningen, men det har varit väldigt intressant att få höra det med egna öron. Lärarna i denna studie uttrycker alla att Matematiklyftet har varit givande för deras undervisning och de hade alla lärt sig något. Jag har förstått att det kan vara svårt att hitta tiden till att sitta ner och diskutera med andra, men lärarna upplever att det har varit mödan värt vilket ger mig idéer om att samarbeta med mina framtida kollegor för att minska arbetsbördan och gemensamt finna uppgifter samt utvärdera tillsammans. Dels för vårt eget lärande men även för att komma fram till goda lösningar på problem. Min studie visar även att modulen som handlar om tal i bråkform i Matematiklyftet har gett de medverkande lärarna idéer om hur problem kan lösas samt hur dessa kan läras ut till elever, vilket jag kommer att använda mig av i min egen undervisning kring tal i bråkform. Därför kommer jag själv att föreslå arbete med Matematiklyftet för att öka samarbetet kollegor emellan.

Det har också varit intressant att se hur lärarna i studien går att jämföra med både amerikanska och kinesiska lärare. Det ser jag som en möjlighet att lära av andra lärares förkunskaper men också som en möjlighet att ta till mig det som är drivande i andra länders

undervisning i matematik, som exempelvis att kinesiska lärare lär ut förståelse än procedurer. Eller att amerikanska lärare är lite sämre på att reflektera över vad en division av två tal i bråkform kan representera kanske kan innebära att man som lärare själv funderar mer över liknande problem. En lärare i min studie nämnde att det är svårt att lära ut något som man själv inte tror på, vilket kan liknas vid detta, om man som lärare inte själv vet vad det är man räknar ut är det svårt att förmedla den rätta förståelsen till eleverna.

Vidare forskning

Resultatet i undersökningen visar att det finns fördelar med att arbeta med Matematiklyftet och att det utvecklar förståelsen hos lärare att det finns andra sätt att arbeta med tal i bråkform. Det skulle vara intressant att följa upp om lärarnas undervisning efter Matematiklyftet påverkar elevers förståelse på ett bättre sätt än tidigare. Detta skulle kunna göras genom intervju av elever, genom enkäter eller både och. Det hade även varit intressant att se med egna ögon hur lärare arbetar i klassrummet och inte bara intervju dem om det. Då taluppfattning endast är en av åtta moduler i Matematiklyftet hade det även varit intressant med fortsatt forskning kring hur de andra modulerna används och påverkar undervisningen i matematik.

Tack

Jag vill tacka de lärare som deltagit i studien och bidragit med givande samtal som bidragit till att detta examensarbete kunde skrivas. Ett tack går även till Johanna Pejlar som var min handledare under arbetets gång, för att hon kritiskt granskat mitt arbete och gett mig goda förslag på förändringar. Dessutom vill jag tacka Jim för att han ställde upp som intervjuobjekt under pilotintervjun. Tack!

Referenslista

Clark, D.M., Roche, A., Mitchell, A. (2010) *10 sätt att göra bråk mer levande*. Göteborg: Göteborgs Universitet/NCM.

Kilborn, W. (2014) *Om tal i bråk och decimalform – en röd tråd*. Göteborg: Göteborgs Universitet/NCM.

Kvale, S. & Brinkmann, S. (2009). *Den kvalitativa forskningsintervjun*. (2. uppl.) Lund: Studentlitteratur.

Kvale, S. (1996), *Interviews: An Introduction to Qualitative Research Interviewing*. London, SAGE, Chapter 7: The Interview Situation, s. 124-135; Chapter 8: The Quality of the Interview, s. 144-159.

Ma, L. (2010). *Knowing and teaching elementary mathematics: teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. (Anniversary ed.) New York: Routledge.

Marton, F. & Booth, S. (2000). *Om lärande*. Lund: Studentlitteratur.

Skolverket, 2013, *Att undervisa i matematik och att notera*, Stockholm: Skolverket.

Tillgänglig:

<https://matematiklyftet.skolverket.se/matematik/content/conn/ContentServer/uuid/dDocName:Page800?rendition=web>

Skolverket, 2013, *Didaktiskt kontrakt*, Stockholm: Skolverket. Tillgänglig:

<https://matematiklyftet.skolverket.se/matematik/content/conn/ContentServer/uuid/dDocName:Page804?rendition=web>

Skolverket, 2013, *Elevers uppfattningar om tal i bråkform*, Stockholm: Skolverket.

Tillgänglig:

<https://matematiklyftet.skolverket.se/matematik/content/conn/ContentServer/uuid/dDocName:Page802?rendition=web>

Skolverket, 2013, *Formativ bedömning*, Stockholm: Skolverket. Tillgänglig:

<https://matematiklyftet.skolverket.se/matematik/content/conn/ContentServer/uuid/dDocName:Page803?rendition=web>

Skolverket. (2011) *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011*. Stockholm: Skolverket.

Skolverket, 2012, *Matematiklyftet Beslut*, Stockholm: Skolverket. Tillgänglig:

<https://matematiklyftet.skolverket.se/matematik/content/conn/ContentServer/uuid/dDocName:LI64RH5PRO021267?rendition=web>

Skolverket, 2013, *Matematiklyftet – kollegialt lärande för matematiklärare – grundskolan, gymnasieskolan, vuxenutbildningen*. Stockholm: Skolverket.

Skolverket, 2013, *Problemlösning*, Stockholm: Skolverket. Tillgänglig:
<https://matematiklyftet.skolverket.se/matematik/content/conn/ContentServer/uuid/dDocName:Page801?rendition=web>

Skolverket, 2013, *Representationer och uttrycksformer*, Stockholm: Skolverket. Tillgänglig:
<https://matematiklyftet.skolverket.se/matematik/content/conn/ContentServer/uuid/dDocName:Page805?rendition=web>

Skolverket, 2013, *Resonemang och kommunikation*, Stockholm: Skolverket. Tillgänglig:
<https://matematiklyftet.skolverket.se/matematik/content/conn/ContentServer/uuid/dDocName:Page806?rendition=web>

Skolverket, 2013, *Sammanfattning och fortsättning*, Stockholm: Skolverket. Tillgänglig:
<https://matematiklyftet.skolverket.se/matematik/content/conn/ContentServer/uuid/dDocName:Page807?rendition=web>

Vetenskapsrådet (2002). *Forskningsetiska principer inom forskning* [Elektronisk resurs]. Stockholm: Vetenskapsrådet.

Bilagor

Bilaga 1

Missivbrevet som skickades ut via mail till berörda lärare

Hej! Mitt namn är Karin Andersson och i våras gjorde jag min praktik hos er. Nu ska jag skriva mitt examensarbete på Ämneslärarutbildningen på Göteborgs Universitet och tänkte därför höra med dig om du vill ställa upp på en intervju kring din undervisning.

Mitt examensarbete är inriktat på tal i bråkform och eftersom ni arbetade med Matematiklyftet när jag var hos er tycker jag det är extra intressant att intervjua lärare på just Lexby skola, då vissa delar av Matematiklyftet innehåller just tal i bråkform.

Jag kommer ställa ett antal frågor kring din undervisning om tal i bråkform och intervjun kommer ta max 60 minuter, men all tid jag kan få är värdefull för mig. Du är anonym och den inspelade intervjun kommer endast att användas i denna studie och det är såklart frivilligt att ställa upp. Om du har frågor är du välkommen att kontakta mig

Om du har några tips på andra lärare jag kan kontakta för intervju får du gärna dela med dig om dessa.

Hoppas att du har tid att ställa upp, det hade hjälpt mig mycket!

Med vänlig hälsning

Karin Andersson

07*****

gusXXXXXXXX@student.gu.se

Bilaga 2

Här presenteras de intervjufrågor som användes i studien

“Uppvärmning”

- Hur länge har du undervisat på högstadiet?
- Hur länge har du undervisat i matematik?
- I vilka ämnen är du behörig att undervisa i?

Start av inspelning

- Hur introducerar du tal i bråkform för en klass?
- Hur introducerar du addition med tal i bråkform?
- Hur introducerar du subtraktion med tal i bråkform?
- Hur introducerar du multiplikation med tal i bråkform?
- Hur introducerar du division med tal i bråkform?

- Vilka representationsformer använder du dig av i din undervisning av tal i bråkform?
- Använder du dig av tallinjen i din undervisning av tal i bråkform?
 - På vilket sätt?

- Har ditt sätt att undervisa om tal i bråkform förändrats under din tid som lärare?
 - Vilka lärdomar har du dragit av din erfarenhet?
 - Läger du upp din undervisning annorlunda nu jämfört med förr?
 - Varför?

Fortbildning/Matematiklyftet

- Har olika fortbildningar påverkat din undervisning?
- I våras när jag var här arbetade ni med matematiklyftet, har modulerna med tal i bråkform förändrat ditt upplägg av undervisning? Hur?

Vardagsanknytning

- Vad tycker du om att koppla undervisning till vardagen?
- Är det viktigt? Och på vilket sätt?

