GÖTEBORGS UNIVERSITET

Tankevanor elever visar upp vid lösandet av autentiska matematikuppgifter

Hanna Wadström

Självständigt arbete L6XA1A

Handledare: Rimma Nyman

Examinator: Florenda Gallos Cronberg

Rapportnummer: VT16-2930-L6XA1A-031

Sammanfattning

Denna uppsats syftar till att undersöka vilka tankevanor elever visar upp när de får lösa en autentisk matematikuppgift. Syftet leder till frågeställningen ”Vilka tankevanor visar eleverna upp när de löser autentiska matematikuppgifter?”

Den litterära grunden kommer ifrån vetenskapliga artiklar, rapporter och avhandlingar. Jag har även genomfört kvalitativa intervjuer som metod för att försöka ta reda på vad och hur elever tänker vid tidigare nämnd situation. Efter intervjuerna och efter att ha transkriberat dessa har jag analyserat dem utifrån de sex tankevanor Costa och Kallick (2000) tagit fram som egenskaper hos personer som agerar på ett framgångsrikt sätt när de stöter på utmaningar. Resultaten av analysen var att de fyra elever jag intervjuat uppvisade mellan två och fyra tankevanor vid lösandet av uppgifterna något jag senare reflekterar över kan bero på uppgifterna i sig, att de är svåra, men även att de kan bero på den undervisningsform och typ eleverna fått som gått i samma klass under ett antal år och därmed fått samma undervisning. Något jag kommit till insikt om är att det är viktigt att medvetengöra tankevanor för eleverna, att få dem att fundera kring sitt eget tänkande och att hjälpa dem att ta sig vidare i sitt problemlösande och utveckla sina matematiska kunskaper.

- Nyckelord: autentiska matematikuppgifter, problemlösning, tankevanor, matematik

Innehållsförteckning

1. Introduktion

1.1 Inledning

I Skolverkets ”Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011” (Skolverket, 2011, LGR11) står det i ”Övergripande mål och riktlinjer” att ”skolan ska ansvara för att varje elev efter genomgången grundskola kan använda sig av matematiskt tänkande för vidare studier och i vardagslivet” och ”kan lösa problem och omsätta idéer i handling på ett kreativt sätt (Lgr11, 2011). Vidare i syftet för kursplanen för matematik står att undervisningen ”ska syfta till att eleverna utvecklar kunskaper om matematik och matematikens användning i vardagen och inom olika ämnesområden” och ”bidra till att eleverna utvecklar kunskaper för att kunna formulera och lösa problem samt reflektera över och värdera valda strategier, metoder, modeller och resultat” (Lgr11, 2011). Den svenska matematikundervisningen domineras av matematikböckers användning där procedurer och algoritmer övas in som en prioritet (Bergqvist et al., 2010). Lingefjärd (Skolverket, 2015a) påpekar vikten av att träna på det matematiska tänkandet då det används hela tiden. Han belyser även vikten av att ” lära sig använda verktyg som utvecklar förståelsen och tänkandet i nya banor”.

Vidare menar Stenlund Fridell (Skolverket, 2015b) att autentiska problem inom matematikundervisningen ökar motivationen och uthålligheten vid problemlösning hos eleverna. ”När man stöter på autentiska problem i vardagen så har man inte alla uppgifter från början” uttrycker Stenlund Fridell vidare.

Problemlösning, matematiskt tänkande och olika metoder och strategier är väsentliga delar vid utveckling av det matematiska tänkandet. Med denna inledning vill jag fördjupa mina kunskaper om hur elever tänker när de stöter på autentiska matematiska problem.

1.2 Syfte

Syftet med studien är att undersöka vilka tankevanor elever visar upp när de får lösa en autentisk matematikuppgift.

1.3 Problemformulering

Vilka tankevanor visar eleverna upp när de löser autentiska matematikuppgifter?

1.4 Disposition

I kapitel 2 kan du läsa om teoretisk anknytning kan du läsa om vilken litteratur och vilka källor jag använt mig av under denna studie. Centrala begrepp för studien tas upp och även vilka definitioner jag använt mig av.

Under ”design, metoder och tillvägagångssätt” har jag förklarat vilken metod jag valt att använda för att samla material och vilken analysmetod som använts till detta. I detta avsnitt presenterar jag även validitet, reliabilitet och generaliserbarhet för studien.

Under rubriken ”resultat redovisning och analys” har jag skrivit ut delar från intervjuernas transskript och analyserat dessa utifrån tidigare nämnda tankevanor.

Slutligen kommer sammanfattningen av resultat och analys och även slutdiskussionen. Här har jag så som rubrikerna lyder sammanfattat och diskuterat det resultat jag fått fram och vad jag upptäckt under tiden.

2. Teoretisk anknytning

2.1 Litteratur och källor

Litteraturen till denna studie kommer främst ifrån vetenskapliga artiklar, rapporter och avhandlingar, svenska och internationella. Jag har försökt använda mig av källor publicerade senare än år 2000. Sökmotorerna Google scholar, Pedagogik; ERIC (Education Resources Information Center), MathEduc, Göteborgs universitetsbiblioteks databas Supersök och Pedagogens bibliotek har använts. Jag har även valt att söka och fokusera på forskning som behandlat ”autentiska matematikuppgifter” därmed har vissa begrepp såsom ”word problem”, ”real-life tasks”, ”semi-real tasks”, ”investigative tasks” och likande valts bort. Då det har funnits svårigheter att hitta litteratur som endast vänder sig mot mellanstadiet, årskurserna 4-6, har jag valt att använda material som omfattar hela grundskolan.

2.2 Centrala begrepp

Redogörelse för de begrepp som är centrala i denna studie.

2.2.1 Autentisk matematikuppgift

Det inom matematiken vanliga begreppet ”uppgift” kan innefatta olika betydelser. En uppgift kan vara konstruerad på fler olika sätt beroende på vilket mål den är syftad till att uppnå. Med uppgift menas alla olika uppgiftstyper en elev kan mötas av i matematikämnet, skriftlig, muntlig och läsuppgift.

Begreppet autentisk matematikuppgift har definierats på olika sätt. Torulf poängterar att det saknas fullständiga beskrivningar och att den stora mängd definitioner som finns kan skapa förvirring (Palm & Torulf 2002).

Benämningen autentisk uppgift kan tolkas som att det även finns uppgifter som inte är autentiska, eller med andra ord oäkta eller overkliga. Autentiska uppgifter används ofta i matematiska sammanhang för att visa hur kunskaper som eleven lärt sig i klassrummet kan användas i en matematisk situation utanför skolan, men där syftet inte är att lära sig ytterligare matematik. Matematisk förståelse mäts här genom hur kapabel eleven är att använda sin skol-matematik i vardagliga situationer utanför skolan (Shimizu, Kaur, Huang & Clarke, 2010).

Jag har valt att använda mig av en definition framtagen av Baker och O’Neil (1994). De beskriver att uppgiften skall vara konstruerad så att eleverna anser att den är värdefull på lång eller kort sikt och att den även är kopplad till något eleverna tycker är viktigt.

2.2.2 Tankevanor (Habits of Mind)

Begreppet ”habits of mind kan översättas på ett generellt sätt till ”tanevanor” viket är menat att visa på drag hos individer som agerar på ett framgångsrikt sätt när de stöter på utmaningar. Individerna använder inte endast kunskap de känner till utan känner av läget och reflekterar över vilka alternativ som finns och hur de skall göra härnäst. Dessa individer analyserar även hur det de gjort gick och funderar och tar lärdom till utmaningar som kan komma framöver. Detta beteende hos framgångsrika individer är beskrivet av Costa och Kallick med hjälp av 16 tankevanor (Costa & Kallick, 2002) sammanfattat i Roxendal och Wadströms examensarbete (2015).

När det gäller tankevanor kopplade till matematik har man hittills identifierat 16 tankevanor; *Persisting*, *Managing Impulsivity*, Listening with Understanding and Empathy, *Thinking Flexibly*, *Thinking About Thinking* (Metacognition), *Striving for Accuracy*, Questioning and Posing Problems, Applying Past Knowledge to New Situations, *Thinking and Communicating with Clarity and Precision*, Gathering Data Through All Senses, Creating, Imagining, Innovating, Responding with Wonderment and Awe, Taking Responsible Risks, Finding Humor, Thinking Interdependently, Remaining Open to Continuous Learning (Costa & Kallick, 2000).

Forskare arbetar utifrån dessa 16 tankevanor för att kunna göra en beskrivning av vad som behövs för att nå framgång inom matematiken. Jag har i denna uppsats valt att utgå ifrån Costa och Kallicks eget urval och vidareutveckling av just matematiska tankevanor (Lim & Selden, 2009).

1. *Ihärdighet* (Persisting), att förbli fokuserad tills dess att uppgiften är avslutad

2. *Hantera impulsivitet (*Managing impulsivity), att tänka först och handla sedan

3. *Tänka flexibelt (*Thinking flexibly), att hitta vägar för att ändra perspektiv, finna alternativ och överväga möjligheter,

4.*Metakognition* (Thinking about thinking, metacognition), att vara medveten om sitt eget tänkande,

5. *Sträva efter förbättringar (*Striving for accuracy), att kontrollera det man gör

6. *Tänka och kommunicera med tydlighet och precision* (Thinking and communicating with clarity and precision)*,* att sträva efter att vara noggrann muntligt såväl som skriftligt (Gunneboskolan, 2010).

Fokus vid utveckling av tankevanor ligger vid hur eleven handlar om den inte kan svara på en uppgift och hur eleverna kan komma att skapa sin kunskap genom bättre förutsättningar istället för att reproducera den. Levasseur och Cuoco belyser vikten av att inte se tankevanor som fler förmågor likt de som presenteras i kursplanen för bland annat matematik utan att tankevanorna skall ses som något eleven kan utveckla under tidens gång när den gör matematik och att den utvecklas med elevens person (Levasseue & Cuoco, 2003).

2.2.3 De sex tankevanorna

2.2.3.1 Ihärdighet

Individer som är ihärdiga kan behålla fokus på den uppgift de utför till dess den är klar och ger inte upp med en gång. Individen kan analysera problemet, utveckla en plan för hur den skall göra härnäst och även utveckla en struktur och strategi för att ge sig på problemet. Kan inte den första strategin användas för att lösa problemet har eleven flera alternativ att nyttja och eleven kan använda ett flertal förmågor samtidigt. Genom att arbeta systematiskt steg för steg kan den även analysera hur den skall börja, vad den bör göra härnäst och vilka steg som kommer komma längre fram. Dessa individer är ofta bekväma med svårtolkade matematikuppgifter då de kan utföra problemlösningsprocessen under en längre tid (Costa & Kallick, 2000). Koncentrationsförmågan kan bero både på individen men även på omgivningen omkring den, med andra ord är den personlig eller kontextuell. Ericsson (2006) skriver att vanligt är att tänka att det är något personligt. Uppmärksamhetsförmågan är en väsentlig del av skolan.

O ihärdiga individer kan ha svårt att behålla fokus under en längre tid och ha uppmärksamhetssvårigheter då de lättare blir distraherade. Dessa saknar förmågan att själv analysera problem och utveckla en plan, struktur eller strategi för att ta sig an problemet. Fungerar inte deras första strategi ger de lätt upp då de inte har en lika bred repertoar av problemlösningsstrategier (Costa & Kallick, 2000).

2.2.3.2 Hantera impulsivitet

Individer som reflekterar överväger ett flertal alternativ och eventuella konsekvenser av möjliga vägar. Detta minskar behovet av att försöka och misslyckas genom samlande av information, att de förstår de olika möjligheter som finns, att de lyssnar på alternativa sätt att se på saker och att de tar sig tiden att reflektera innan de svarar. Vissa individer utgår ifrån den första tanke som dyker upp och utgår ifrån den i sitt arbete utan att veta eller ha förståelse för i vilken riktning de arbetar. En plan eller strategi saknas hos dessa individer för att lösa en uppgift och de fokuserar på snabba lösningar istället för att fundera på vilka alternativ och vägar som är bäst för att nå lösningen (Costa & Kallick, 2000).

Om individen känner igen när den fastnat i en uppgift kan till exempel känslan av panik erkännas och försöka kopplas ihop med tankar som istället säger att ”detta kan jag ta mig vidare ifrån”. För att skapa matematisk utveckling behövs tid och utrymme, motsatsen till det som finns i många klassrum idag i fråga/svar formatet. Istället för att tro att repetition och snabbhet av matematikuppgifter utvecklar det matematiska tänkandet bör en insikt om att kvalitén på elevlösningarna, eftertänksamhet och reflektioner beror på hur mycket tid som lagt på att ersätta detta tankesätt (Mason, Burton & Stacey, 2010).

2.2.3.3 Tänka flexibelt

Flexibla individer attackerar uppgifter från olika synvinklar även om en av dessa synvinklar inte är i linje med deras första tanke. Denna flexibilitet visar sig när individen hanterar mycket information samtidigt och när de kan ta hänsyn till ett flertal kontexter och ser helheten. Förmågan att byta perspektiv behövs när en uppgift har ofullständig information eller för att se mönster och förbi det som saknas. Genom att använda olika kunskaper för att lösa problem som är mer ovana utvecklas förmågan flexibilitet. Detta är ett grundläggande drag för problemlösningsprocessen (Costa & Kallick, 2000).

Känner individen säkerhet i ett flertal olika procedurer kan denne välja bland dessa och prestera på ett bra sätt. Utan proceduriellt flyt kan problem uppstå när individen skall skapa en djupare matematisk förståelse. Flexibilitet och proceduriellt flyt kan ibland ses som olika delar av matematiken men bör ses som delar av förutsättningarna för att hjälpa dig skapa en djupare förståelse. Har du en stabil grund av begrepp och färdigheter du lärt dig blir det lättare att lära dig det nya och hur allt kan kopplas samman (Kilpatrick, Swafford & Swindell, 2001).

2.2.3.4 Metakognition

Metakognitiva individer vet vad de vet och vet vad de inte vet, de vet även vilka steg de tar när de löser problem och kan reflektera över effektiviteten hos deras egna tankar. För att kunna skapa en plan för ett agerande behövs metakognition vilket även bidrar till att hålla ordning på de olika stegen som sker under utförandet. Den underlättar tillfälliga och jämförande bedömningar, skapar en beredskap för hanterandet av flera olika handlingar och beslut synliggörs (Costa & Kallick, 2000).

Den metakognitiva förmågan är inte något alla vuxna utvecklat (Whimbey & Whimbey, 1975). Detta kan bero på att de inte tagit sig tiden att fundera över vad, varför och hur de gör något. Det finns även ett flertal elever som inte tar sig tiden att reflektera över varför de gör som de gör. Då de inte ifrågasätter sina inlärningsstrategier eller granskar hur effektivt något de gör är resulterar det i att de inte har någon aning om vad eller hur de ska göra om de stöter på ett problem och de kan inte heller förklara och förtydliga varför de tagit ett visst beslut (Sternberg & Wagner, 1982).

2.2.3.5 Sträva efter förbättringar

Individer som är strävar efter förbättring ser över sina metoder och kontrollerar informationen de ska använda för att säkra att slutresultatet blir så bra som möjligt. Genom detta innebär det gradvisa förbättringar av arbetet och det skapar även förutsättningar för att komma så långt som möjligt på lösningen vilket även bidrar till energin som behövs för att orka fullfölja arbetet med uppgiften.

Individer som inte strävar efter förbättring nöjer sig med minsta möjliga arbete och fokuserar på att bli klar med uppgiften istället för att få mesta möjliga utveckling (Costa & Kallick, 2000).

Skolorna förstärker detta beteende istället för att uppmuntra noggrannhet och att ta uppgiften på största allvar. Noggranna individer granskar vilken information som kan utläsas mellan raderna och funderar därefter vilka möjligheter som finns (Silver, 2013).

2.2.3.6 Tänka och kommunicera med tydlighet och precision

Kommunikativa individer kan beskriva komplicerade situationer med hjälp av olika begrepp. Då de vill kommunicera på ett tydligt sätt både i skriftligt och muntligt tar se sig tid att formulera meningar och att definiera begrepp för att vara säker på att mottagaren förstår. Kompetensen är viktig för förmågan att formulera, beskriva och lösa matematiska problem (Costa & Kallick, 2000). En stor del av matematiken är just att skapa, testa och att arbeta med olika definitioner (Goldenberg & Shteingold, 2002).

Språk och tänkande är sammanlänkat. Brunström förklarar att ut ett sociokulturellt lärandeperspektiv gynnas elever av att själva konstruera frågor och formulera svar då de får öva på sin kreativitet, sitt utforskande och utmanande vilket gynnar kommunikation och lärande (Brunström, 2015).

I skolan får elever oftast tydliga, väl specificerade problem att lösa men när de är utanför skolan uppstår ibland situationer där det kan vara svårt att formulera kärnan i problemet, vad problemet handlar om. När problemet väl formulerats kan det lösas matematiskt. Skall resultatet redovisas behöver svaret förtydligas så att det lyfter fram det viktigaste i problemet och lösningen och som exkluderar det som inte är viktigt (Kilpatrick, Swafford & Swindell, 2001).

3. Design, metoder och tillvägagångssätt

3.1 Val av metod

Syftet med uppsatsen är att beskriva och förstå hur en elev i årskurs 6 tänker när den stöter på en viss typ av matematiska uppgifter och då passar en kvalitativ forskningsansats. Jag använder mig av forskningsintervjun vilken kan beskrivas som ett sätt att finna kategorier eller beskrivningar av en händelse i världen omkring medan andra metoder kan riktar in sig på redan färdiga kategorier, att mäta mängd, storlek eller beskriva kvantitet, exempelvis en kvantitativ metod (Larsson, 2010). Kvale och Brinkmann (2009) menar att den kvalitativa forskningsintervjun ämnar till att se och få förståelse för världen ur undersökningspersonens perspektiv, innan alla vetenskapliga förklaringar kom in i bilden.

Då uppsatsen ämnar till att få en fördjupad förståelse kring vilka tankevanor elever använder sig av när de stöter på autentiska matematikuppgifter var en kvalitativ studie passande jämförelsevis med en kvantitativ studie där fokus ligger mer kring att samla in statistik och att analysera siffror. Larsson menar även på att metoden bör väljas så den blir till ett verktyg för att införskaffa kunskap om problemet man valt (Larsson, 2010).

3.1.1 Vetenskapsfilosofisk position

Enligt Kvale och Brinkmann (2009) visar man genom fenomenologin inom kvalitativa studier på intresse att begripa sociala händelser utifrån medverkandenas egen synvinkel och att beskriva världen så som den upplevs av dem utifrån förutsättningen att verkligheten är så som människan uppfattar att den är. Man ska se bort ifrån sina förutfattade meningar kring den speciella händelsen (Larsson, 2010).

3.1.2 Tänk högt och ostrukturerad intervju som metod

Med att ”tänka högt” menas att eleven uttrycker verbalt vad de tänker och vad de gör under en problemlösningssituation. Elever som uttrycker sig verbalt verkar få bättre förståelse för sitt eget tänkande vilket kan leda till att dessa elever förbereds på att ställa passande frågor för att öka sin förståelse för problemlösningsproceduren. Eleverna blir även i vissa fall bättre på att lösa problemen själva (Henjes, 2007). Denna metod valde jag för att få bättre förståelse för elevers tankar och för att sedan göra det enklare för mig att analysera dessa.

Syftet med den kvalitativa intervjun är att förstå fenomen ur den intervjuades perspektiv. Den kvalitativa forskningsintervjun kan likna ett vardagligt samtal men har ett syfte och en speciell teknik i att den är halvstrukturerad, den är inte ett vanligt vardagligt samtal men inte heller är den som ett slutet frågeformulär. Intervjun utförs enligt en intervjuguide som kan innehålla förslag på frågor och som fokuserar på ett eller flera specifika, liknande områden. Likt Kvale och Brinkmanns (2009) mening skrivs intervjuerna ut i ett transskript vilket utgör materialet för analys och tolkning. För att undersöka hur eleverna själva beskriver sina tankar kring uppgiften har jag använt mig av halvstrukturerade intervjuer med grund i en intervjuguide och med en grundmening som genomsyrade intervjuerna (Larsson 2010). Dessa halvstrukturerade intervjuer skall inte misstas för ostrukturerade intervjuer i vilka frågorna är öppna och delvis improviserade medan i den halvstrukturerade intervjun är frågorna bestämda men följdfrågor och förtydliganden kan förekomma (Psykologiguiden, 2016). Jag har i denna undersökning valt att använda mig av intervjuer som instrument. Målet är att försöka förstå tankevärlden hos de jag intervjuar vilket även den kvalitativa forskningsintervjun försöker göra (Kvale & Brinkmann, 2009). Många av metodbesluten kan behöva tas på plats och är det viktigt att intervjuaren bland annat har en stor kunnighet kring intervjuområdet och att denne är bekant med metod alternativ och eventuella problem som kan stötas på (Kvale & Brinkmann, 2009).

3.2 Instrument

Jag har i denna uppsats använt mig av metodinstrumenten autentiska matematikuppgifter, tänkhögt fråga och ljudinspelningar.

3.2.1 Autentiska matematikuppgifter
Jag använde mig av de två autentiska matematikuppgifterna ”kubkonstruktion” (Mattebloggen, 2015) och ”tornet” (Hendrén, Hagland & Taflin, 2005). Jag valde dessa uppgifter då de enligt den definition av autentiska matematikuppgifter jag valt att använda mig av stämmer väl in. Båda är uppgifter som är konstruerade på ett sätt så att eleven kan anse att den är värdefull på lång eller kort sikt och den är även kopplad till något eleven kan tycka är viktigt (Baker och O’Neil,1994). Målet var att se hur eleverna hanterade och tänkte kring ett problem de inte är vana vid. Eleverna hade vad jag vet efter att ha pratat med deras lärare stött på problemlösningsuppgifter innan, men inte någon som liknat de två uppgifter jag valt.

Uppgiften ”kubkonstruktion” gick ut på att försöka lista ut vilket det minsta antalet kuber konstruktionen kan bestå av baserat på två vyer av konstruktionen, en framifrån och en ifrån höger (se bilaga 2).

”Tornet” problem (Figur 1 nedan) valde jag som uppgift då även denna var baserad på kuber och jag kunde se eleverna förstå värdet i på lång och kort sikt.

a) Hur många kuber behövs det för att bygga tornet på bilden?

b) Hur många kuber behövs det för att bygga ett liknande torn som är 12 kuber högt?

Figur 1. Tornet problem (Hendrén, Hagland & Taflin, 2005, s. 85).

3.2.2 Intervjuguiden eller tänkhögt fråga
Intervjuguiden (bilaga 1) skapades utifrån den frågeställning som satts. Kvale och Brinkmann (2009) skriver att den halvstrukturerade intervjun grundas frågorna kring intervjuguiden vilken har fokus kring vissa utvalda teman och där förslag på frågor kan stå. Här har jag skrivit ämnet som kommer intervjuas om och beskriver i stora drag vad som kommer behandlas. Då jag ville att intervjuerna skulle reflektera det eleverna faktiskt tänkte och hur de bearbetade uppgiften steg för steg fick eleverna prata relativt fritt. Det fanns tillfällen då de

fick följdfrågor, fick förtydliga vad de sagt eller vad de menade och vid några tillfällen gick jag in och bad eleverna läsa uppgiften en gång till eller läste uppgiften högt för dem då jag märkte att uppgiften var tydligt feltolkad. Intervjuguiden användes som ett stöd då jag gav instruktioner och för att alla skulle få samma inledningsfråga.

3.2.3 Ljudinspelningen

Då Kvale och Brinkmann (2009) skrivit att intervjusamtalet lämpar sig mer för analys om det blivit utskrivet till transskript valde jag att göra detta. Jag använde inspelningsverktyget på min mobiltelefon efter att tidigare ha kontrollerat dess kvalité och möjligheten att spela in under längre stunder. Ljudkvalitén anser jag vara bra och man hör i de flesta fall tydligt vad den intervjuade sa. Jag placerade även mikrofonen på mobilen så nära eleven som möjligt för bästa upptagningsförmåga.

3.3 Urval och genomförande

Klassen ur vilken jag hämtade mina intervjuelever var bekant med mig och jag med dem. Jag hade varit där under två VFU-perioder (verksamhetsförlagd utbildning) en period på ca tre veckor när de gick i årskurs 4 och en period på fem veckor i årskurs 6 som avslutades några veckor innan undersökningen. Jag hade även sex månader innan varit i klassen och gjort en matematikövning i problemlösning med dem som en del av min andra matematikkurs. För att inte påverka resultatet av min undersökning valde jag att inte avslöja för mycket kring vad jag skulle undersöka för varken eleverna, vårdnadshavarna eller klassläraren. De visste att jag skulle intervjua några slumpmässigt utvalda inför mitt examensarbete och att det skulle handla om hur man löser en viss typ av matematik.
Det slumpmässiga urvalet gjordes genom att klassen fick lösa en autentisk matematikuppgift. Efter att ha gått igenom uppgiftens svar i slutet bad jag varje elev fylla i en lapp där de själva fick värdera om de tyckt att uppgiften var lätt, mellan eller svår. Detta gjordes då jag ville ha elever som ansåg sin egen kunskap vara på olika sätt från varandra för att se hur de olika eleverna tänker. Efter att ha samlat in lapparna med namn på sorterade jag lapparna i tre högar och drog slumpmässigt ut en lapp från varje hög och en till ur de resterande lapparna. Efter detta påbörjades intervjuerna. De elever som slumpmässigt valdes ut till intervjuer har alla gått i samma klass sedan årskurs fyra och har innan dess gått i samma- eller parallellklass sedan skolstart.

Kvale och Brinkmann (2009) skriver att ”intervjua så många personer som behövs för att ta reda på vad du behöver veta”. På grund av tidsbrist valde jag att intervjua fyra personer. Jag hade nu i efterhand gärna sett att jag intervjuat en eller två personer till då jag gärna sett hur en elev som lyckats lösa båda uppgifterna helt och hållet tänker.

Totalt gjordes fyra enskilda intervjuer. Intervjuerna spelades in med inspelningsverktyget på min mobiltelefon och intervjuerna blev mellan åtta och sexton minuter långa. Vi hittade ett ledigt grupprum på skolan där eleverna fick lösa ytterligare två autentiska matematikproblem. Inledningsvis informerades eleverna om att jag endast kommer titta på hur de tänker när de löser en uppgift och att det inte kommer bedömas eller lämnas vidare till någon annan. Jag berättade även att jag inte bryr mig om ifall svaret är rätt eller fel, att jag bara vill att de tänker högt så jag får veta vad de tänker när de gör saker. Eleverna informerades även om att ingen annan kommer lyssna på inspelningarna eller veta vem det är jag intervjuat. Med andra ord att eleverna kommer vara konfidentiella likt det Kvale och Brinkmann (2009) skriver att data som kan identifiera deltagaren i intervjun inte kommer avslöjas.

Intervjuerna inleddes med en uppmaning om att eleverna skulle ”tänka högt” och berätta för mig vad och hur de tänker kring varje del i uppgiften. Jag valde att låta eleverna lösa den tidigare uppgiften igen. Detta för att de skulle få möjlighet att öva sig på att tänka högt och för att den första nervositeten kring själva inspelningen och intervjun skulle lägga sig. Eleverna blev inte informerade om att det var den senare uppgiften som låg till grund för min analys då jag ansåg att det inte spelade någon större roll i deras deltagande. Anteckningarna som eleverna gjorde när de löste uppgifterna sparades för att kunna följa med i elevens tankegång när jag lyssnade på inspelningarna och gjorde transkripten.

3.4 Bearbetning av data

Intervjuerna skrevs ut i stort sett ordagrant där jag inkluderat skratt och längre pauser då jag anser att detta bidrar till förståelsen för elevernas tänkande. Sammanlagt skrevs fjorton sidor ut. Kvale och Brinkmann (2009) menar att intervjusamtalet genom att bli utskriven struktureras till en form som lämpar sig mer för närmre analys. Genom att strukturera en text blir denna början till en analys och ger en tydligare överblick. Ljudkvalitén på inspelningarna upplevdes av mig som goda i samtliga fall. Det fanns några få tillfällen då den intervjuade mumlade något ohörbart både för mig som satt mittemot och även för inspelningen. Detta tolkade jag mer som ett ”tänkande” mummel baserat på dess sammanhang. Information kring vem som intervjuades sades i början av inspelningen vilken jag valt att inte transkribera. Då de intervjuade alla är minderåriga lämnades information kring att en mindre undersökning och eventuella intervjuer skulle komma att ske till vårdnadshavarna där även samma information kring intervjuämnet som lämnats till eleverna gavs ut och en försäkran att ingen information kommer lämnas ut kring de intervjuade och att det inte kommer påverka deras vidare betyg, skolgång eller likande. Vidare bad jag vårdnadshavarna höra av sig till mig eller klassläraren ifall de inte ville att deras barn skulle delta i min undersökning (se bilaga 3). Ingen hörde av sig.

3.5 Val av analysmetod

3.5.1 Analys av ramverk

Jag använder mig utav redan befintliga kategorier av tankevanor som ursprungligen Costa och Kallick (2000) beskrivit och i analyserar i denna uppsats intervjusvaren utifrån Costa och Kallicks egna urval och vidareutveckling av matematiska tankevanor (Lim & Selden, 2009). Genom att titta på de sex matematiska tankevanor som identifierats gjorde jag en analys över vilka tankevanor jag kunde identifiera och vilka mina tankar kring detta är.

3.5.2 Analys av faser

När analysen av intervjuerna gjordes lästes alla fyra intervjuerna igenom noggrant.
Fas 1: Översiktlig läsning av intervjuerna

Fas 2: Transkribering av intervjuer, en i taget

Fas 3: Korrekturläsning av intervjuer samtidigt som intervjun spelades upp. Eventuella missar korrigerades.

Fas 4: Granskning av tankevanorna och vad de innebär

Fas 5: Identifiering av tankevanor i transskript och inspelade intervjuer gjordes och skrevs ner

Fas 6: Analysmatris över tankevanor som uppvisats, kommentarer kring intervjuerna och citat ur transskript sattes ihop.

Ett enkelt schema över vilka tankevanor jag identifierat i transkripten gjordes för att få en tydlig helhetsbild. Analysschemat bidrog till en samlad bild av de tankevanor eleverna uppvisade och även mina egna kommentarer kring analysen av transkriptet i helhet.

3.6 Etik och etiska överväganden

Följande riktlinjer är framtagna av Humanistiskt-samhällsvetenskapliga forskningsrådet (HFSR, 1990) och är till för att i första hand skydda undersökningspersonens integritet. Krav och rekommendationer som kortfattat skrivits ner av Stukát (2005).

Informationskravet. Personerna som intervjuades och var deltagare i studien blev informerade om studiens syfte och om att de är frivilliga och när som helst kan avbryta sin medverkan.

Samtyckeskravet. Då eleverna är under femton år informerade jag vårdnadshavarna innan studien satte igång och informerade om studiens syfte och metod och att detta inte skulle påverka eleverna eller deras betyg och liknande på något sätt under den resterande skolgången.

*Konfidentialitetskravet***.** Deltagarna och vårdnadshavarna informerades om att deltagande i studien var frivilligt och konfidentiell och att jag är den enda som skulle veta vilken av intervjuerna som tillhör vem. Även att materialet som samlats in under studien behandlas på ett säkert sätt.

Nyttjandekravet. Informationen som samlats in får endast användas i forskningsändamål och informationen får inte användas för kommersiellt bruk eller likande.

Kvale och Brinkmann (2009) har även beskrivit sju etiska frågor som kan vara bra att reflektera kring redan från början av undersökningen och som kan dyka upp under undersökningen. Dessa innefattar tematisering, planering, intervjusituation, utskrift, analys, verifiering och rapportering. Varje elev jag intervjuade hade gett sitt samtycke till intervjun och vårdnadshavare hade blivit informerade och inte lämnat några protester eller andra önskemål. Elevens identitet hålls hemlig och det är endast jag som intervjuare och eleven själv som vet vilken intervju som ”tillhör” vilken elev. För att skapa en stressfri miljö för att inte påverka elevens prestationer under intervjun vistades vi i ett grupprum på elevernas skola och eleverna var väl bekanta med mig då jag varit i klassen vid ett flertal längre och kortare tillfällen. Jag har försökt skriva ut texten i transkriberingarna så ordagrant som möjligt för att ge en så tydlig bild av intervjun som möjligt. Enligt mig är frågan vilken intervjuerna hölls kring inte av den sort vilket kan ge större konsekvenser hos eleverna i fråga (Kvale & Brinkmann, 2009).

3.7 Reliabilitet, validitet och generaliserbarhet

För att beskriva hur bra en undersökningsmetod fungerat kan man använda sig av begreppen reliabilitet och validitet. Vilka styrkor och svagheter har undersökningen som ska genomföras (Kvale & Brinkmann, 2009)? Då det är jag själv som mäter min forskning är det viktigt att jag reflekterar över min roll i processen, eventuella värderingar som kan göras och aspekter som kan ses förbi. Jag har försökt avskilja det jag upplevt själv ifrån det eleverna jag intervjuade upplevt (Larsson, 2005) Den kvalitativt inriktade studier har jag försökt bearbeta och beskriva så systematiskt och ärligt som möjligt och jag har även försökt skriva ut förutsättningarna inför undersökningen på ett tydligt sätt (Infovoice, 2011).

Reliabilitet

En översättning till reliabilitet är ”hur bra mitt mätinstrument är på att mäta – hur skarpt eller trubbigt det är” (Kvale & Brinkmann, 2009). Under studien har jag försökt ta hänsyn till miljö, tidpunkt och de mänskliga faktorer som kan påverka resultatet och därmed reliabiliteten (Kvale & Brinkmann, 2009). Då jag använt mig av en intervjuguide anser Larsson (2005) att reliabiliteten i den kvalitativa forskningen ökar. Skulle en liknande undersökning göras idag, något, Kvale och Brinkmann (2009) skriver är ett sätt att kontrollera reliabiliteten på undersökningen, anser jag att ett liknande resultat skulle framstå. Frågan var hur eleven tänker och jag tror inte deras tankesätt förändrats så mycket på den korta tid mellan undersökningen och att denna rapport skrivs. Med detta sagt är det självklart en möjlighet att eleverna påverkats av intervjusituationen med inspelning och att sitta själv i ett rum med mig som ställer

Validitet

Validitet avser hur bra ett mätinstrument mäter det man avser att mäta (Kvale & Brinkmann, 2009). För att inte minska validiteten hos en undersökning är det viktigt att ringa in undersökningsfrågorna så att viktiga faktorer som bör vara med i undersökningen inte missas på grund av fokus på för små detaljer vilket är något jag försökt göra. Jag har även försökt att inte göra undersökningen för stor för att täcka det område den är menad för. En ytterligare felkälla som kan läggas till är frågan hur ärlig är den du intervjuar mot dig? Informanterna kan medvetet eller omedvetet ge osanna svar på grund av olika anledningar (Kvale & Brinkmann, 2009). I denna undersökning har validiteten hela tiden varit en faktor. Eleverna ombads förklara vad de menade om något verkade oklart så jag kunde uppfatta deras tankegångar korrekt. Något som är svårt att validera är om eleverna gav en helt sann bild av hur de vanligtvis tänker, något som kan vara svårt vid alla situationer och särskilt en där de intervjuas och spelas in.

Generaliserbarhet

Gällande generaliserbarhet kan frågan ställas ”kan resultaten generaliseras eller gäller resultaten endast för den undersökta gruppen?” (Kvale & Brinkmann, 2009). Då jag i detta fall endast avser att undersöka personerna i denna studie kan detta påverka generaliserbarheten. Några faktorer som även kan påverka är att urvalet inte är representativt, att man som i mitt fall har en liten undersökningsgrupp och att det sker ett stort bortfall (Kvale & Brinkmann, 2009). Jag anser att det i denna studie är för få intervjuade för att resultatet ska kunna göra en generalisering av.

3.8 Begränsningar

De begränsningar denna studie har är baserade på tid och kvantitet. Hade mer tid funnits hade även fler intervjuer kunnat genomföras och en jämnade lite tydligare bild av hur elever tänker hade kunnat utstakas. Då eleverna i detta fall ombads att själva berätta hur och vad de tänkte är även detta en svaghet då det inte går att fastställa graden av sanning i svaren och hur kompletta deras svar är då det kan vara svårt att säga exakt allt man hinner tänka.

4. Resultatredovisning och analys

Vad som framkommit i denna studie är vilka tankevanor eleverna jag intervjuade visade. Genom citat ur transkripten och mina kommentarer kring varje elevs intervju försöker jag återge intervjun på ett korrekt sätt. Vad resultaten visar är att alla fyra elever använder sig av minst två tankevanor under intervjuns gång. Alla fyra elever hade svårigheter att förstå uppgiften.

Ihärdighet

Denna tankevana visar alla elever upp vid ett eller ett flertal tillfällen under intervjuerna.

”Intervjuaren Hanna (H) – ”ett liknande torn som är tolv kuber högt”. Så tornet ska fortfarande se likadant ut med en kub överst och så tre, allstå de går liksom ner hela vägen så det blir en pyramid

Elev 1 (E1) – mmh

H – men det ska vara tolv kuber högt istället för fyra, så hur gör du för att liksom…

E1 – asså ska det vara lika högt här som…

H – du ska förstora det

E1 – aha, aah förstora det då. ’tolv kuber högt’, mmh, då var, just det, det var ju sex här på sidorna, sju, fjorton, 21, 28.. (lång tankepaus)”

Elev 1 fortsätter lite senare

"E1 – så det är tolv kuber högt…

H – tolv kuber högt

E1 – T… nej, tolv kuber högt (skriver ner), tolv kuber högt, det var en, två, tre, fyra där, och det är sex där (tittar på originalbilden i uppgiften och räknar kuber i pyramiden igen), då måste det vara två mer på sidan, då måste det vara… nej det går inte… Jo, jo! Då måste det ju vara fjorton på sidan, för att det ska vara samma, samma…, på sidan

Eleven går ett flertal gånger tillbaka och läser uppgiften för att kontrollera att vad uppgiften handlar om och vad den frågar efter vilket jag tolkar som en vilja och ihärdighet i att lösa och förstå uppgiften. Även elev 2, 3 och 4 gör detta.

”Elev 2 (E2) – och då hade jag väll tagit, mm, ’hur många kuber behövs det… ’(läser tystare för sig själv). Eh, men det är ju en stapel i mitten också som är en kub högre än alla andra och då kan jag räkna på varje rad var det sex då tar jag sex gånger fyra och det är 24 (skriver) och så plus en sån här rad den är en, den som, den var en högre, det var en mer kub i än liksom, i de vanliga, de här (pekar på bilden)…

Intervjuaren Hanna (H) – mm

E2 – så då är det fyra i den och då 24 plus fyra det är 28 (skriver), och då är det 28. Eller oj, inte 24 också, 24 plus, 24 plus fyra är lika med 28 (skriver) och så den andra är (läser uppgift B) ’hur många kuber behövs det för att bygga ett liknande torn som är tolv kuber högt’. Mmm, då är det väll samma bara att man tar alla… för, det var ju fyra på den högsta, mmh,

’hur många kuber behövs det för att bygga ett liknande torn som är tolv kuber högt?. (Andas ut)”

”E2 - typ, nått gånger, eller nått gånger, kanske jag (ohörbart mummel). Eeh, fyra gånger, den i mitten är fyra då är fyra gånger tre är tolv, då är den tolv, den är en… tolv, då är de här, de här, som är här (visa på bilden), vad man ska kalla de, de är näst längst, de är el-, då är de elva och då är det elva gånger

H – hur kom du fram till elva?

E2 – för den här är tolv och den här är den en mindre än den så då är det…”

”Elev 3 (E3) – (skriver och räknar i huvudet) Nu fick jag det till 480, 480 minus fyra blir 400… eh, 76, plus tolv då, för det är det stolpen i mitten är. (fortsätter skriva) Jag tror det är 488

H – okej

E3 – eeh, ja.

H – känner du dig säker på det? Känns det som ett bra svar tycker du?

E3 – jag tror det. Jag kan ju lägga ihop de här, jag kan ju göra såhär också för att se om det, eller om jag fick rätt på 98 (skriver). På den första raden fick jag 68 då (skriver). Sen 40, 68 plus 40, ja jag fick 98, fast det är ju 108… (skriver) Så nu har jag gjort, vi gör det på den förra, eller asså på det förut.

H – mhm

E3 - Det blir 180 istället. Eh (skrattar lite)”

Eleven pausar, läser igenom uppgiften igen och tänker för sig själv. Eleven kommer fram till att den kunde räknat på ett lite annorlunda sätt från börjar, genom att inte ta bort den yttre raden med kuber utan kunde ha räknat med dem från början. Eleven räknar sina resultat igen och konstaterar att det den fick fram förut var fel men nu är det rätt.

Sista delen av intervjun avbryts av någon annan som vill ha rummet vi sitter i. Elev säger något om hur denne gjort ifall det var en läxa som den gjort hemma istället vilket jag ber hen upprepa

”E3 – ja om jag hade gjort matteläxan hemma och var osäker då skulle jag ju räkna varje kub för sig

H – mm

E3 – för att se ifall jag var, ifall jag inte visste ifall jag hade rätt eller fel

H – mm. Och hur kommer det sig att du inte gjorde det nu då?

E3 – för att jag kände inte att jag behövde det typ.”

Intervjun avslutas

Under intervjun med elev 4 konstaterar hen att det finns ett mönster i uppgiften som måste följas för att den skall se likadan ut även när den är högre. Efter att ha frågat eleven hur mönstret ser ut säger hen att ”det måste vara ett snäpp mindre än på den sista kuben innan”.

Eleven placerade ut de fem kuberna som ”man måste lägga till” ovanpå de tidigare sex kuberna på måfå. Jag beslöt mig för att stiga in för att hjälpa eleven och frågade hur figuren fortsätter efter det.

”E4 – och det ska ju vara tre såna till, då gör man ju likadant tre gånger till fast man kan… här var det ju elva kuber.

H – totalt menar du?

E4 – nej det var tolv totalt fast om man ska… det var liksom elva kuber, om man inte ska räkna med dem, asså

H – mm inte i mitten

E4 – här (pekar på bilden), då var det ju elva kuber av de som man bygger liksom det här, själva det här som går ut

H – mm

E4 – och det var tolv såna staplar. Och då måste man ju, om man då la på, här var det ju sex från början

H – mhm

E4 – då är det ju då fem till elva, så man skulle lägga på fem kuber från de fyra

H – mhm

E4 – fem, nej fyra, ah och då gör man ju samma sak fast tre gånger till så får man ju hela, alltså totalt

H - Mm vad blir det då?

E4 - Det blir ju, om man, eller… om man inte räknar med mittenstapeln då var det ju, nu är det ju tolv här. Men om man inte skulle göra det, eller det kanske inte, aja, det ska vara elva kuber så, och tolv kuber uppåt, och, då måste man ju ta elva gånger tre för att få hur många kuber det var.”

Även här visar eleven på en uthållighet, eller ihärdighet då denne går tillbaka till uppgiftstexten, diskuterar med sig själv fram och tillbaka och omformulerar sig för att hänga med i sina egna tankar.

Tänka flexibelt

Elev 3 är den elev som bestämmer sig för att kontrollräkna på ett annat sätt och som även konstaterar att den skulle kunna räknat på ett lite annorlunda sätt från början, ”varför gjorde jag inte det?” konstaterar eleven.

”H – Känns det som ett bra svar tycker du?

E3 – jag tror det. Jag kan ju lägga ihop de här, jag kan ju göra såhär också för att se om det, eller om jag fick rätt på 98 (skriver). På den första raden fick jag 68 då (skriver). Sen 40, 68 plus 40, ja jag fick 98, fast det är ju 108… (skriver) Så nu har jag gjort, vi gör det på den förra, eller asså på det förut.”

…

”E3 – (skriver) 108 plus elva är 119… men det fick jag ju förut också… men då… då skulle det ju inte vara 119 för då räknade jag fel. Nu ska det vara 119 (skrattar). Så. Det är 119, avrundar till 120 gånger fyra, 480, minus fyra är 476.

H – mm

E3 – så nu blev det rätt istället för (stryker på pappret) så, tror jag i alla fall (skrattar)

H – så ditt svar är…

E3 – eehm, 488"

Genom detta anser jag att eleven är flexibel i sitt tänkande då denne försöker tänka på ett annat sätt ur en annan vinkel för att "kontrollräkna" sitt svar och se om det kan vara rätt. Eleven kom även med egna ändringar på hur den kund ha gjort om den skulle gjort på ett annat sätt från början vilket jag ser som en flexibilitet i tankarna.

Sträva efter förbättringar

Jag uppfattade att alla elever försökte kontrollera det de gjorde för att det skulle bli så bra som möjligt.

Elev 1 läste uppgift B och påbörjade lösandet av uppgiften. Efter en stund märker jag av ett missförstånd av uppgiften och frågar vad de menar med att figuren skall vara tolv kuber hög. Eleven utropar då "aha!" och fortsätter säga att den trodde det bara skulle vara tolva kuber i hela figuren.
"E1 – mmh, hur många behövs det för att bygga …(läser uppgiften igen). Och det här är en, två, tre, fyra kuber högt då, ah. Är det bara 28 plus tolv? Vänta…"

Jag instruerar om att figuren skall se likadan ut bara att den skall vara tolv kuber hög istället för fyra kuber hög. Eleven fortsätter med att fråga om det skall vara lika många kvar på sidorna fast den bara skall vara tolv kuber högre. Eleven säger därefter att den kan addera tolv kuber, läser uppgiften och tänker igen, upprepar meningen "tolv kuber hög" och fortsätter tänka.

…

E1 – tolv, eller va? (räknar tyst för sig själv) så hur många de, kuber det behövs på sidan asså.

H – mm

E1 – ah, då är det fjorton. Ja, jag gör bara såhär (skriver och ritar). Eeh, nej nej… (fortsätter skriva). 56… (skriver)

H – okej. Är det ditt svar?

E1 – mm"

Intervjun avslutas

Tankevana fem handlar om att kontrollera det man gör, något jag anser att eleven gjorde även om det inte blev ett korrekt svar på B-uppgiften i slutet.

"Elev 2 (E2) – … elva, den i mitten tolv, sen elva (skriver) och elva gånger fyra är 44 (skriver) och eh, sen är det, då måste de andra som var de näst, eller, tredje minsta, de är, då är de tio. Så då tar jag tio gånger fyra (skriver) och det är 40 och, ah, de, då är de andra som inte, då är som nio. Då är det nio gånger fyra och det är 36 (skriver) då är, plussar vi ihop all-, eller ah, 'hur många kuber behövs för att beh…' (läser en del av uppgiften igen), (gör additionsuppställning på pappret och räknar ut) ah då är det 44 plus 40 + 36 och det är ju, eeh 84… det bli 84, 84 plus 36, tolv, 120. Och, då blir det 120 kuber."

Elev 3 ritar upp figurens ena kant vilket skall representera hur lång trappan är på ena sidan.

"E3 – ah, här skulle det ju vara tio då

H – mhm

E3 – och sen nio, åtta sju, sex, ah och fortsätta neråt

H – mm. Är den tolv hög då?

E3 – eem nej, den här är en, två tre (räknar tyst), den här är elva och sen tolv här då (ritar en kub högst upp bredvid stapeln av tolv kuber för att markera att det finns en rad till bredvid)

…

E3 – Okej nej jag bara räknade fel förut så jag… ehm, här är ju (räknar) sju, åtta nio, så de bottnarna tillsammans är ju 20, och sen arton, sen sexton, sen fjorton, tjuvo, arton, sexton, fjorton. Eehm, vad var det sen, tolv, tio, aeh, åtta, sex, fyra, och så får jag väll lägga ihop, detta då och sen plussa på elva (skriver och räknar addition i uppställning) Eeh, så…"

...

"E3 – (skriver och räknar i huvudet) Nu fick jag det till 480, 480 minus fyra blir 400… eh, 76, plus tolv då, för det är det stolpen i mitten är. (fortsätter skriva) Jag tror det är 488

H – okej

E3 – eeh, ja.

H – känner du dig säker på det? Känns det som ett bra svar tycker du?

E3 – jag tror det. Jag kan ju lägga ihop de här, jag kan ju göra såhär också för att se om det, eller om jag fick rätt på 98 (skriver). På den första raden fick jag 68 då (skriver). Sen 40, 68 plus 40, ja jag fick 98, fast det är ju 108… (skriver) Så nu har jag gjort, vi gör det på den förra, eller asså på det förut.

H – mhm

E3 - Det blir 180 istället. Eh (skrattar lite)"

"E3 – (skriver) 108 plus elva är 119… men det fick jag ju förut också… men då… då skulle det ju inte vara 119 för då räknade jag fel. Nu ska det vara 119 (skrattar). Så. Det är 119, avrundar till 120 gånger fyra, 480, minus fyra är 476.

H – mm

E3 – så nu blev det rätt istället för (stryker på pappret) så, tror jag i alla fall (skrattar)

H – så ditt svar är…

E3 – eehm, 488

H – mm. Är du nöjd?

E3 – jag tror det (skrattar). Ja"

Sista delen av intervjun avbryts av någon annan som vill ha rummet vi sitter i. Elev säger något om hur denne gjort ifall det var en läxa som den gjort hemma istället vilket jag ber hen upprepa

”E3 – ja om jag hade gjort matteläxan hemma och var osäker då skulle jag ju räkna varje kub för sig

H – mm

E3 – för att se ifall jag var, ifall jag inte visste ifall jag hade rätt eller fel

H – mm. Och hur kommer det sig att du inte gjorde det nu då?

E3 – för att jag kände inte att jag behövde det typ.”

Intervjun avslutas

Elev 4 läser uppgift B och bestämmer sig för att rita figurerna på pappret. Samtidigt räknar eleven figurerna högt och konstaterar att det finns en rad där man endast ser den översta kuben men att resterande kuber även skall räknas med.

”E4 - Det blir ju, om man, eller… om man inte räknar med mittenstapeln då var det ju, nu är det ju tolv här. Men om man inte skulle göra det, eller det kanske inte, aja, det ska vara elva kuber så, och tolv kuber uppåt, och, då måste man ju ta elva gånger tre för att få hur många kuber det var.”

Tänka och kommunicera med tydlighet och precision

”Elev 3 (E3) – Får jag måla upp hela den här trappan eller…? Tar det för lång tid?

Intervjuaren Hanna (H) – klart du får. Du får göra precis som du vill.”

…

Eleven ritar upp figurens ena kant vilket skall representera hur lång trappan är på ena sidan.

”E3 – ah, här skulle det ju vara tio då

H – mhm

E3 – och sen nio, åtta sju, sex, ah och fortsätta neråt

H – mm. Är den tolv hög då?

E3 – eem nej, den här är en, två tre (räknar tyst), den här är elva och sen tolv här då (ritar en kub högst upp bredvid stapeln av tolv kuber för att markera att det finns en rad till bredvid)

eehm, men då får man väll bara… lägga ihop alla de här då… eeh (lång tystnad) De… de… (mumlar något ohörbart)”

Elev 3 påbörjar tankevanan då denne presenterar både verbalt, skriftligt och i bild. Presentationen av det skriftliga och bilden blir otydlig då denne skriver på många olika ställen på ett papper, utan kronologisk ordning och inte riktigt har ett ordförråd som alltid räcker till.

Även elev 4 väljer att rita upp figuren och diskutera dess form.

”Elev 4 (E4) – då måste man ju, om man ska bygga samma pyramid måste man fortfarande kolla på det mönstret och försöka, såhär, följa det”

Eleven ritar och räknar antalet kuber men kommer efter en kort stund på att det är något fel då elevens bild inte blir samma mönster som bilden på uppgiften.

Efter att ha frågat eleven hur mönstret ser ut säger hen att ”det måste vara ett snäpp mindre än på den sista kuben innan”. Eleven placerade ut de fem kuberna som ”man måste lägga till” ovanpå de tidigare sex kuberna på måfå. Jag beslöt mig för att stiga in för att hjälpa eleven och frågade hur figuren fortsätter efter det.

Denna elev var den enda som nämnde termen mönster och som uttryckligen sa att ”det måste ju bli samma mönster”.

Ingen av eleverna lyckades lösa båda uppgifterna helt och hållet jag kunde inte heller identifiera tankevanorna ”metakognition” och att ”hantera impulsivitet” i någon av elevernas transskript.

5. Diskussion

Då syftet med studien var att undersöka vilka tankevanor elever visar när de löser autentiska matematikuppgifter var detta i fokus under analysen. Costa och Kallick (Costa & Kallick, 2000) har beskrivit tankevanor framgångsrika problemlösare uppvisar och jag valde att utgå ifrån Costa och Kallicks eget urval av sex matematiska tankevanor (Lim & Selden, 2009). Genom detta har jag genomfört kvalitativa intervjuer för att likt det Kvale och Brinkmann (2009) menar att den kvalitativa forskningsintervjun är menad till försöka förstå hur eleverna tänker ur deras egna perspektiv och har efter det analyserat utifrån de sex tankevanorna. Efter att ha genomfört och analyserat intervjuerna konstaterades att maximalt tre av tankevanorna användes av eleverna och att ingen av de intervjuade eleverna kunde lösa båda uppgifterna helt och hållet. Det var alltså ingen av eleverna som visade på mer än tre av tankevanorna hos framgångsrika problemlösare, något som kanske inte är så underligt då det inte var någon av eleverna som lyckades lösa båda uppgifterna helt.

När jag nu tittar tillbaka på detta arbete inser jag svårigheterna med att kategorisera andra människors tankar under en så pass kort tid och utan rätt resurser.

Att göra en kort intervju med endast fyra elever räcker inte för att varken få en rättvis bild av de intervjuade elevernas sätt att tänka på trots mitt mål i likhet med likt Kvale och Brinkmanns (2009) råd att intervjua så många personer jag behöver för att få reda på det jag vill veta. Jag har även ställt mig frågan Kvale och Brinkmann (2009) föreslår om resultaten endast gäller för gruppen jag undersökt eller om de kan generaliseras. Svaret på detta är att det inte räcker för att kunna göra en generaliserad bild av elevers tankevanor i allmänhet. Hade jag hunnit intervjua fler elever, till exempel tio stycken, hade resultatet kanske visat på något annat och fler tankevanor hade kanske kunnat urskiljas.

Det denna studie kan bidra med är insikten i hur få tankevanor som faktiskt används och att detta är en sak som behöver adresseras. Jag har insett att elever behöver träna på användandet av de sex tankevanorna på ett medvetet sätt för att veta vilka olika steg det finns att använda sig av för att bli framgångsrika inom matematikens värld. Synliggörs detta för en elev, att den till exempel när den stöter på ett problem och får panikkänslor för att den inte kan lösa uppgiften känner igen detta som en del av en tankevana och kan öva sig på att tänka att tänka att det går att lösas och att successivt ta sig framåt därifrån.

Jag anser även att vissa tankevanor ör svåra att skilja ifrån varandra då till exempel att tänka flexibelt och att sträva efter förbättringar ibland går in i varandra då den ena kan vara en förutsättning för den andra.

En svårighet med studien har även varit att säkerställa att eleverna verkligen sa allt de tänkte, att de var ärliga i sina tankar och att de medvetet eller omedvetet inte frånhöll information som kunnat vara väsentlig för undersökningen.

Min uppfattning är att de visade en klar bild av sina tankar då de gav ett jämnt flöde av uttalade tankar när de kände sig kunna förklara eller lösa uppgiften och en tystnad när de fastnade och inte verkade förstå. Likt Kvale och Brinkmann (2009) tror jag att felfaktorer såsom miljö, tidpunkt, noggrannhet och andra mänskliga faktorer påverkat resultatet av denna undersökning. Ännu en viktig faktor i undersökningen är även att frågorna jag ställde var tillräckliga för att inte missa viktiga detaljer på grund av en felformulering eller missförstånd. Jag försökte ställa så få frågor som möjligt likt det Kvale och Brinkmann (2009) rekommenderar för att inte påverka elevernas tankar kring uppgifterna och för att inte gör eleverna osäkra kring sina svar och arbetsmetoder, ifall de var fel eller rätt. Genom att ställa grundfrågan ”hur tänker du?” och genom att uppmana eleverna att berätta hur de gör och varför de gör så försökte jag skapa en så pass jämn och oledande grund som möjligt.

Min första tanke när jag valde autentisk matematikuppgift var att den kanske var för enkel och om jag kanske borde byta ut den mot en annan. Under intervjuerna såg jag att uppgiften inte var lika enkel som jag trott och att det även fanns svårigheter med att förstå själva uppgiften. Eleverna tolkade uppgift B på olika sätt och de hade olika sätt för att försöka lösa den. Vid vissa tillfällen kände jag att jag behövde få in och stötta för att få vidare eleven i sitt tänk och valde att förklara uppgiften lite tydligare men jag kunde inte förklara uppgiften allt för tydligt då jag inte ville påverka hur eleven tänkte allt för mycket.

Något jag fann intressant var att alla elever noterade torndelen i mitten där endast den övre kuben syns och räknade med de ”osynliga” kuberna men att ändå ingen lyckades lösa B-uppgiften helt och hållet. Alla fyra räknade tornets ”vingar”, eller sidotrappor som en klumpsumma som bestod av sex kuber. Ingen räknade att den näst översta trappan är tre kuber hög, den näst lägsta är två kuber hög och den lägsta är en kub hög, så den minskar (eller ökar) alltid med en kub. Eleverna har gått i samma klass under flera år och har därigenom till större del fått samma matematikundervisning. Kan detta vara en bidragande faktor till att de valde att räkna ”vingen” som en klump och att ingen av eleverna lyckades lösa uppgiften eller är det helt enkelt så att uppgiften var för svår för just denna åldersgrupp? Jag hade gärna sett att jag hunnit intervjua några fler elever från samma klass för att se om någon av dessa lyckats lösa båda uppgifterna, visa på fler tankevanor och få se hur denne tänkte och vilka metoder den använde sig av. På grund av tidsbrist var detta dessvärre inte en möjlighet.

Kanske var det på grund av uppgiften som eleverna inte kunde lösa båda uppgifterna. Kanske var mitt var av uppgift för svår, eleverna kan vara obekanta med den sortens uppgift sedan innan och kan ha blivit nervösa av den obekanta situationen.

I likhet med Costa och Kallick (2000) har konstaterats att eleverna visade upp tankevanor hos framgångsrika problemlösare. Till skillnad ifrån Costa och Kallick (2000) såg jag att inte alla tankevanor visas hos en och samma elev, kanske beroende på att uppgifterna inte lyckades lösas helt och hållet av någon av eleverna. Men tankevanorna hos framgångsrika problemlösare finns där.

De matematiska tankevanor som förekom i undersökningen var **ihärdighet** (elev 1, 2, 3 och 4), **att tänka flexibelt** (elev 3), **att sträva efter förbättringar** (elev 1, 2, 3 och 4) och **att tänka och kommunicera med tydlighet och precision** (elev 3 och 4).

6. Avslutning

6.1 Slutsats

Studiens övergripande syfte var att se vilka tankevanor elever använde sig av när de löste ett autentiskt matematiskt problem. Detta undersökte jag genom att intervjua elever när de löste ett matematiskt problem där jag bad dem ”tänka högt” och ställde ett fåtal frågor kring hur och vad de tänkte och genom att sedan analysera transkripten ifrån intervjuerna utifrån sex matematiska tankevanor Costa och Kallick beskrivit (Lim & Selden, 2009).

I resultatet av analysen framkommer att av de fyra elever som intervjuades använde sig alla av minst två av Costa och Kallicks (2000) tankevanor. Ingen av eleverna lyckades lösa båda uppgifterna fullständigt. Eleverna uttryckte vid ett flertal tillfällen sig ha problem med att förstå vad uppgiften innebar och hur de skulle ta reda på svaret då de läste uppgiften flera gånger, gjorde långa tankepauser och ställde frågor till mig kring vad som efterfrågades och hur de skulle göra ett flertal gånger.

Eleverna har haft samma matematikundervisning sedan minst två år tillbaka då de gått i samma klass sedan årskurs fyra och därmed samma förutsättningar undervisningsmässigt förutsatt att eleverna varit närvarande större delen av undervisningstiden.

Baserat på studien fann jag att eleverna visade på tankevanorna ”ihärdighet”, ”att tänka flexibelt”, ”att sträva efter förbättringar” och ”att tänka och kommunicera med tydlighet och precision”.

6.2. Förslag på vidare forskning

Jag anser att vidare forskning behövs kring hur lärare kan arbeta för att uppmuntra utvecklandet av de sex tankevanorna som en framgångsrik problemlösare använder sig av. Även om elever som gått i samma klass och fått samma matematikundervisning sedan minst årskurs 4 visar på samma tankevanor. Om inte, hur kommer det sig att eleverna tänker så annorlunda trots samma undervisning?
Att undersöka om det är samma tankevana/tankevanor som visas upp vid varje tillfälle hos eleven eller om det är olika tankevanor beroende på uppgiftstyp.

Vidare skulle det även vara intressant att forska kring huruvida autentiska matematikuppgifter används i dagens klassrum och om elever lär sig strategier för att kunna lösa dessa på ett bra sätt.

7. Referenser

Barker, E.L. & O'Neil Jr, H.F.(1994). *Performance assessment and equity: A view from the USA*. Assessment in Education: Principles, Policy & Practice, 1(1), 11-26.

Brunström, Mats. (2015) *Matematiska resonemang i en lärandemiljö med dynamiska matematikprogram.* Karlstad: Universitetstryckeriet.

Costa, A. L., & Kallick, B. (2000). *Discovering and exploring habits of mind*. Article adapted from Costa, A and Kallick, B (2000) Habits of Mind: A Developmental Series. Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum Development

Ericsson, Ingegerd. 2006. *Koncentrationsförmåga ur ett relationellt perspektiv*. Artikel. Malmö: Malmö Högskola.

Goldenberg, Paul. E. and Shteingold, Nina. (2002). *Mathematical Habits of Mind for Young Children.* Education Development Center, Inc. and Nannette Feurzeig Lexington, MA

Gunneboskolan (2010). *Tankevanor.* hämtat 2015-05-07 från http://www.lund.se/Grundskolor/Grundskola-Gunnesbo/LaraLara---Portfolio/Larandemodeller/Tankevanor/

Hendrén, Hagland & Taflin (2005) *Rika matematiska problem: inspiration till variation*, Liber AB

Henjes, Lisa. M (2007) *The Use of Think-Aloud Strategies to Solve Word Problem. (Summative Projects for MA Degree)* Department of Teaching, Learning, and Teacher Education University of Nebraska-Lincoln. Tillgänglig: *file:///C:/Users/Hanna/OneDrive/Uppsats,%20vt-16/Nya%20examensarbetet/a,%20Klart/Redigeras/The%20Use%20of%20Think-Aloud%20Strategies%20to%20Solve%20Word%20Problems%20[93188].pdf*

Kilpatrick, J., Swafford, J. & Swindell, B. (2001). *Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics. Washington*, DC: National Academy Press

Kramarski, B., Mevarech, Z, R., Arami, M. (2002). *The effects of metacognitive instruction on solving mathematical authentic tasks.* Netherlands: Kluwer Academic Publishers

Kvale, S., Brinkmann, S. (2009). *Den kvalitativa forskningsintervjun.* Studentlitteratur AB, Lund

Levasseue, K., & Cuoco, A. (2003) Teaching mathematics through problem solving: Grades 6-12.*Continuing discussion of habits of mind.* Reston, VA: National Council of Theachers of Mathematics.

Lim, K. H., & Selden, A. (2009). *Mathematical habits of mind.* In S. L. Swars, Stinson, D. W., & Lemons-Smith, S. (Eds.), Proceedings of the Thirty- first Annual Meeting of the North Amerian Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education(pp. 1576-1583). Atlanta: Georgia State University.

Lim, K. H. A collection of lists of mathematical habits of mind. University of Texas at El Paso. Hämtat 2015-05-07 från http://www.math.utep.edu/Faculty/kienlim/HoM_Collection.pdf

Mason, J., Burton, L. &Stacey, K. (2010). *Thinking mathematically.* Harlow: Prentice Hall.

Palm, Torulf. (2002). The Realism of Mathematical School Tasks. Features and Consequences. *Performance and Authentic Assessment, Realistic and Real life Tasks: Aconceptual Analysis of Literature*. Umeå universitet: Print & Media.

Pugalee,D. K, Douville, P, Lock, C. R, Wallace, J (2005), *Authentic Tasks and Mathematical Problem Solvin*g- an article, Charlotte: University of North Carolina.

Roxendal, S & Wadström, H. (2015) *Att påverka tankevanor med autentiska matematikuppgifter.* (Examensarbete 1). Göteborg: Utbildningsvetenskapliga fackulteten, Göteborgs universitet.

Silver*,* Edvard. A ed. 2013. *Teaching and Learning Mathematical Problem Solving.* New Jersey: Lawrence Erbaum Associate.

Shimizu, Y., Kaur, B., Huang, R., & Clarke, D.J. (2010). *The Role of Mathematical Tasks in Different Cultures.* Mathematical Tasks in Classrooms Around the World. Rotterdam: Sense Publishers.

Skolverket (2011). *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011*. Stockholm: Skolverket.

Sternberg, R. and Wagner, R. (1982). *Understanding Intelligence: What's In It For Education?* Paper submitted to the National Commission on Excellence in Education.

Stukát, Staffan (2005). *Att skriva examensarbete inom utbildningsvetenskap*. Studentlitteratur, AB, Lund

Whimbey, A. and Whimbey L. S. (1975). *Intelligence Can Be Taught*. New York: Lawrence Erlbaum Associates.

Kompendium

HSFR (Humanistisk- samhällsvetenskaplig forskningsrådet) (1990). Forskningsetiska principer i humanistisk-samhällsvetenskaplig forskning.

Larsson, Staffan, 2010. *Kvalitativ analys – exemplet fenomenografi*. Studentlitteratur. Hämtat 2016-04-25 från http://www.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2%3A253401&dswid=2884

Använda sidor på Internet

Forskningsmetodik, (2011). Hämtad 2016-04-27 från http://www.infovoice.se/fou/

Mattebloggen, autentisk matematikuppgift 1. Hämtad 2016-04-10 från http://mattebloggen.com/2015/12/f16/

Skolutveckling, forskning, Skolverket (2015)a. *Utveckla matematiskt tänkade och förståelse med hjälp av it.* Hämtad 2016-05-04 från http://www.skolverket.se/skolutveckling/forskning/amnen-omraden/it-i-skolan/undervisning/matematisk-tankande-1.141286

Skolutveckling, resurser, Skolverket (2015)b. *Verklighetsanknuten undervisning gör matematiken begriplig.* Hämtad 2016-05-04 från http://www.skolverket.se/skolutveckling/resurser-for-larande/itiskolan/sa-arbetar-andra/matematik/verklighetsanknuten-undervisning-1.221463

Psykologiguiden, Natur och kultur, 2016. *Natur och kulturs Psykologilexikon.* Hämtad 2016-5-31 från http://www.psykologiguiden.se/www/pages/?Lookup=intervju

8. Bilagor

Bilaga 1

Intervjuguide

Mål: Vilka tankevanor visar eleverna upp när de löser autentiska matematikuppgifter?

Instruktioner:

Du kommer få några uppgifter som jag vill att du löser. Jag vill dessutom att du ”tänker högt” under tiden när du löser uppgiften för att jag vill höra hur du tänker.

Detta handlar inte om ifall det är rätt eller fel, detta handlar endast om att jag vill veta vad som pågår i huvudet.

Oavsett om du tänker ”hmm…”, ”nej jag kan inte, dumma skit uppgift!”, ”jamen det här var ju lätt!”, eller om du bara tänker vilka olika steg du kommer göra sen. Jag vill höra allt!

- Övningsuppgit
- ”Riktiga uppgiften”

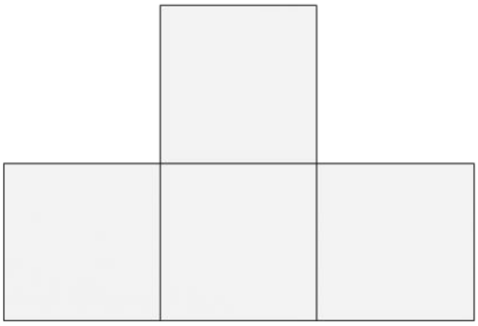
Grundfråga: Kan du berätta högt vad och hur du tänker?

Bilaga 2 – autentisk matematikuppgift 1

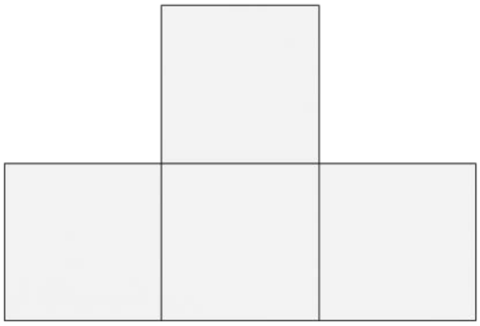
Kubkonstruktion (Mattebloggen, 2015)

En konstruktion som är byggd av likadana kuber ser ut på samma sätt både framifrån och högerifrån. Vilket är det minsta antal kuber som konstruktionen kan bestå av? (Konstruktionen följer fysikens lagar.)

Konstruktionen sedd framifrån



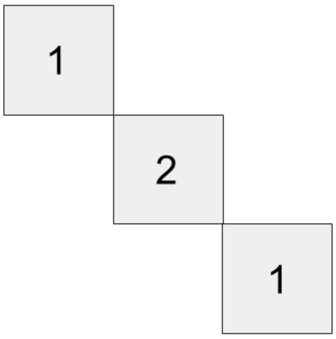
Konstruktionen sedd högerifrån



Lösningen:

Eftersom man ser fyra kvadrater måste konstruktionen bestå av minst fyra kuber.

Det är möjligt att uppnå om konstruktionen ser ut så här uppifrån. Siffran anger antalet kuber i "lagret".



Bilaga 3, brev till vårdnadshavare

Hej!

Jag heter Hanna och är lärarstudent på Göteborgs Universitet. Jag har varit hos Birgitta under min VFU, praktik, sedan sportlovet och kommer vara kvar till påsklovet.

Jag kommer efter påsklovet och under resten av påsklovet skriva mitt examensarbete och ville informera att jag kommer intervjua ett urval av eleverna i klassen. Intervjuerna påverkar inte ditt barns integritet, skolgång, betyg eller liknande på något sätt. Intervjuerna kommer hållas konfidentiella och endast jag vet vem som är vem.

För att inte påverka resultatet av intervjuerna vill jag inte avslöja för mycket om vad jag kommer titta efter men det handlar om hur eleven tänker kring en viss sorts uppgift.

Om ni har några frågor får ni gärna höra av er till mig eller Birgitta.

Med vänliga hälsningar

Hanna Wadström