



GÖTEBORGS  
UNIVERSITET

# Kombinera Naturkunskap och Matematik?

Vilka fördelar finns och vad bör tänkas in om ämnena uppfattas som svåra?



Eva-Marie Persson  
Ämneslärarprogrammet Nk/Ma

Examensarbete: 15 hp  
Kurs: LGNK1G  
Nivå: Grundnivå  
Termin/år: HT/2016  
Handledare: Johan Wästlund  
Examinator: Örjan Hansson  
Kod: HT16-3140-003-LGNK1G

---

Nyckelord: Verklighetsanknytning. Ämnesöverskridande. Matematik och Naturkunskap. Matematiska mönster i naturen. Matematik och rädsla. Lärande ur neurologiskt perspektiv. Matematik i naturen.

## **ABSTRACT**

This paper seeks to examine what the fundamental didactic and neurological aspects which are important to be aware of when students experience a subject that is difficult to learn. The main subjects are mathematics and natural sciences (naturkunskap). Naturkunskap is an interdisciplinary subject of the sciences which only scratches the surface of its components. This paper also aims to analyze whether a combined teaching of the two subjects can enhance the learning. Given that students don't always see the relevance of these two subjects at the programs where they are held, and students don't always see the use for them, it's interesting to study these two questions together. Peer reviewed research is mainly used as references but also some literature that is relevant in the matter. At the end of the paper a number of lesson plans are included where the results of the paper have been taken into account and included as much as possible. It turns out that neuroscience has many doors to open when it comes to understand cognitive thinking. Research in neuroscience can in particular answer the question 'why is it crucial to eliminate emotions of fear to be able to learn?'. The combination of two subjects that helps students relate to their everyday life or the nature around them will, according to the results, enhance the learning and strengthen the link to reality. The students will easier see the importance of the subjects in their lives and for the society instead of as isolated knowledge you only learn in school.

**TACK**

Jag skulle vilja tacka Johan Wästlund för sin flexibilitet, rationella tänkande och handledning i examensarbetet. Vidare vill jag tacka Örjan Hansson som leder mig vidare och försöker underlätta min utbildning trots en klurig ämneskombination, en krokig väg och många egna önskningar från min sida.

*Eva-Marie Persson, Göteborg den 18/10 2016*

# INNEHÅLLSFÖRTECKNING

<b>1 INLEDNING</b> .....	<b>4</b>
<b>2 SYFTE</b> .....	<b>6</b>
<b>2.1 FRÅGESTÄLLNINGAR</b> .....	<b>6</b>
<b>3 METOD</b> .....	<b>6</b>
<b>4 TEORETISK BAKGRUND</b> .....	<b>7</b>
<b>4.1 SKOLVERKET</b> .....	<b>7</b>
<b>4.2 DIDAKTISKA ASPEKTER</b> .....	<b>8</b>
4.2.1 VYGOTSKY OCH PIAGET .....	8
4.2.2 KOGNITIVA KRAV.....	9
<b>5 RESULTAT</b> .....	<b>9</b>
<b>5.1 LÄRARENS ROLL</b> .....	<b>9</b>
5.1.1 RÄTTFÄRDIGA ÄMNET .....	9
5.1.2 FÖRKLARA VARFÖR.....	11
5.1.3 LÄRANDE OCH NEUROLOGI .....	12
5.1.4 LÄRANDE OCH RÄDSLÅ.....	12
5.1.5 HUMOR I UNDERVISNINGEN .....	14
<b>5.2 VARFÖR KOMBINERA NATURKUNSKAP OCH MATEMATIK</b> .....	<b>14</b>
5.2.1 VERKLIGHETSANKNYTNING .....	16
5.2.2 MATEMATIK OCH EVOLUTION .....	17
<b>6 DISKUSSION</b> .....	<b>19</b>
<b>6.1 SLUTSATSER</b> .....	<b>21</b>
<b>7 EFTERORD</b> .....	<b>23</b>
<b>7.1 METODDISKUSSION</b> .....	<b>23</b>
<b>7.2 FÖRSLAG PÅ FORTSATT FORSKNING</b> .....	<b>24</b>
<b>8 REFERENSLISTA</b> .....	<b>25</b>

## 1 INLEDNING

Idag ställs höga krav på många lärare kring varierad undervisning och anpassning för elevers olika sätt att lära. OECD (2015) rapporterar att den svenska skolan är i kris och att inget annat land som deltagit i PISA-undersökningar har sett ett brantare fall. Om de växande klassrummen och de ekonomiska aspekterna tas i åtanke samt att skollagen säger att alla elever ska få möjlighet att utvecklas efter sina egna förutsättningar så är det inte en lätt uppgift den nyblivna läraren står inför (SFS (2014:458) 3 §). Till detta tillkommer att många nyexaminerade lärare ännu inte har en rik, egen beprövad uppgiftsbank att tillgå samt att många upplever att bedömning är mer komplicerat och tidskrävande än förväntat. Tid kommer alltså förmodligen att vara en bristvara

för den engagerade nyexaminerade läraren. Förhoppningen med detta examensarbete är att kunna kombinera resultat av forskning kring didaktik samt fysiologiska och neurologiska aspekter med att skapa ett par användbara lektionsplaneringar med forskningsbakgrund.

Att kunna använda sig av effektiva bekräftade undervisningsmoment och metoder som är baserade på vetenskaplig grund samt kopplade till läroplan och kursplan ger läraren möjlighet att argumentera för undervisningupplägget. Eleverna erbjuds också en miljö där deras lärande främjas.

Att samtliga VFU-perioder samt båda examensarbeten på lärarutbildningen tillägnas lärarstudenternas första ämne är något som man kan diskutera konsekvenserna av. En av riskerna är att den nyexaminerade läraren känner en viss osäkerhet kring undervisningen i sitt andra ämne. En förhoppning är att i detta fall kunna komponera examensarbetet på ett sådant sätt att även det aktuella andra ämnet, matematik, inkluderas för att få ut största möjliga användning av lärarutbildningen. Första ämnet är i detta fall naturkunskap.

Naturkunskap undervisas främst på linjer för samhällsinriktade eller yrkesinriktade program. Många av eleverna på dessa program ställer sig frågande till hur ämnet är relevant för deras utbildning. Vissa elever har aktivt försökt att välja bort naturvetenskapliga ämnen i sitt val av linje på gymnasiet eftersom det inte har intresserat dem. Det är även många som ställer sig frågande till varför de ska kunna en del av den matematik som ingår i de kurser som undervisas på dessa program. Lars Mouwitz skriver i sin rapportserie från högskoleverket *Matematik- Ett ämne för bildning?* att matematik är något som ofta förknippas med ett inpluggande av vad någon annan redan formulerat eller tänkt ut. För många elever förblir matematiken en "osammanhängande räcka med meningslösa påståenden" (Mouwitz, 2004).

För de aktuella eleverna kan både matematik och naturkunskap många gånger verka som ämnen som tagits ur kontext jämfört med de andra mer programinriktade kurser som dessa elever läser. Förhoppningen med examensarbetet är att hitta legitima och intressanta kopplingar för att kunna skapa lektionsplaneringar som ger eleverna en större verklighetsanknytning och skäl till varför eleverna skall läsa kurserna. Som vi ska upptäcka i texten så efterlyser många elever en större verklighetsanknytning och det har visat sig vara mycket effektivt för lärande att de kan se en koppling till deras liv.

För den undervisande läraren kan det ibland vara problematiskt att knyta vissa delar av kurserna till elevernas liv, särskilt gällande matematiken då den kan verka så främmande och abstrakt. I läroplanen för matematik i gymnasiet går att läsa: "*Matematik är även ett verktyg inom vetenskap och för olika yrken. Ytterst handlar matematiken om att upptäcka mönster och formulera generella samband.*" (Skolverket, 2011a). Att nämna detta så som det står som motivering till eleverna kan av många upplevas som för allmänt och för stort för att känna att man fått någon direkt förklaring.

Av erfarenhet från den egna skoltiden, samt efter att ha sett många olika lärares matematikplaneringar vid vikariat i olika skolor, har jag upplevt att matematiken sällan sätts in i ett större sammanhang. Detta till trots att verklighetsanknytning påpekas i kursplanen. Det är då inte konstigt att eleverna inte förstår nyttan av att lära sig vissa delar. Inte nog med att många elever upplever att det kan vara svårt att se verklighetsanknytningen till viss matematik så är det även många elever som upplever ämnet som svårt. Lars Mouwitz (2004) understryker detta då han skriver att det är få som är neutrala i sin inställning till matematik, vissa älskar det, vissa ser åtminstone nyttan med det men många har ångest och blockeringar inför ämnet.

Genom att koppla matematiken till något så konkret som naturen vi har runt om oss, och är en del av, så är förhoppningen att kunna påvisa hur tätt sammanlänkad matematiken är till de

fantastiska fenomen vi kan iaktta i naturen, till och med inuti den egna människokroppen. På så vis upplever förhoppningsvis eleven ännu ett djupare syfte med att förstå matematiken och ser fler användningsområden för den.

När det kommer till ämnet naturkunskap så är det ett ämne av tvärvetenskaplig karaktär med en grund i biologi, fysik, geovetenskap och kemi. Stor vikt läggs på naturvetenskapligt arbetssätt i kurserna som ges på gymnasiet vilket är allmänt känt för att många gånger inkludera en stor dos matematik. Redan här har vi en koppling mellan de båda ämnena men detta arbete strävar också efter att inkludera och finna intressanta sätt att för eleverna att upptäcka matematiska mönster i naturen. Kopplingar till kursplanen går att läsa under rubrik 4.1.

## 2 SYFTE

Examensarbetet syftar till att undersöka aktuell forskning kring områden där naturkunskap och matematik i gymnasiet skulle kunna kombineras för att öka verklighetsanknytning till båda ämnena. Eftersom särskilt matematik ofta upplevs som svårt för många elever så läggs även stor vikt på att inkludera didaktiska forskningsresultat kring hur något som upplevs som svårt kan läras ut på ett effektivt sätt. Som bilaga finns även några lektionsplaneringar kring sambandet mellan matematiken och naturen som är kopplade till forskning och som direkt går att användas i den nya yrkesrollen.

### 2.1 FRÅGESTÄLLNINGAR

De huvudsakliga frågeställningarna är följande:

*Matematik och ibland också naturkunskap uppfattas av många elever som svårt. Vilka didaktiska aspekter bör läraren tänka på för att underlätta för eleverna att lära sig något de uppfattar som svårt?*

*Skulle en integrerad matematik och naturkunskapsundervisning underlätta förståelsen av de båda fälten för eleverna?*

## 3 METOD

Detta examensarbete är en litteraturstudie. Metoden som använts för insamlande av material är att främst leta i Göteborgs universitetsbiblioteks databaser för att finna aktuell forskning. Målet är att i största möjliga utsträckning referera till vetenskapliga artiklar som inte bygger på varandra. Även några relevanta böcker och kurslitteratur har inkluderats i referenslistan. Några av artiklarna hittades på en sida skapad för *2:a internationella konferensen kring att lära ut matematik* (2002). Dessa artiklar anses som trovärdiga och användbara då det per mail bekräftats att artiklarna som finns utlagda är peer reviewed.

I stycket *Humor i undervisningen* har mycket inspiration hämtats från Jonas Agebjörns examensarbete inom lärarprogrammet på Umeå Universitet, *Med humor i verktygslådan*. Dock har källorna undersökts och refererats till i sin originalform.

För att få en större inblick i hur ett examensarbete skrivs har flera olika examensarbeten behandlats för att försäkra om korrektheten av upplägget. För att lära hur databaserna för vetenskapliga artiklar på Göteborgs universitetsbibliotek fungerar har hjälp mottagits av bibliotekspersonalen vilka var mycket hjälpsamma. För tolkning av vetenskapliga artiklar och deras resultat har mycket av informationen från kursen LGK50G, Lärarprofessionen och vetenskapligt förhållningssätt för lärare, på ämneslärarutbildningen på Göteborgs universitet varit värdefull.

Sist i arbetet finns några lektionsplaneringar kring olika kopplingar kring matematik och naturkunskap. Dessa är medvetet annorlunda upplagda än en vetenskaplig text då tanken är att de direkt skall kunna användas i matematikundervisningen. Dock finns vetenskaplig forskning och bakgrund inkluderad till en del av uppgifterna men är skrivet mer för läraren än för eleven. En enklare förklaring riktad till eleven inkluderas.

## 4 TEORETISK BAKGRUND

### 4.1 SKOLVERKET

Enligt skollagen (SFS 2010:800) författar Skolverket kursplanen som anger vad kurserna i den svenska skolan skall innehålla. Däri kan man läsa målet för kursen, vilket centralt innehåll som skall behandlas samt vad som skall bedömas i kursen. Det är alltså endast kunskapskraven som anger vad som skall bedömas men de skall läsas i korrelation med målen för kursen (Skolverket, 2014). Ur större perspektiv finns skolans och huvudmannens ansvar för verksamheten beskrivet i skollagen. Skollagen beslutas av riksdagen.

I ämnet naturkunskap för gymnasiet ingår att eleven skall kunna förstå vetenskapliga förhållningssätt. Väldigt mycket av den kunskap vetenskapen har kommit fram till har skett med hjälp av matematik och matematiska beräkningar. I syftet i kursplanen för naturkunskap för gymnasiet går att läsa att undervisningen i ämnet skall *”leda till att eleverna utvecklar förståelse av hur naturvetenskapliga kunskaper kan användas i såväl yrkesliv som vardagsnära situationer”* (Skolverket, 2011). Fortsatt står att läsa att undervisningen även skall ge eleverna förutsättningar att utveckla *”Kunskaper om hur naturvetenskap organiseras samt hur den kan granskas kritiskt och användas för kritisk granskning.”* samt *”Kunskaper om de naturvetenskapliga teoriernas betydelse för samhällets framväxt och för människans världsbild.”* (Skolverket 2011b). Att lyfta fram matematikens koppling till naturen är viktigt för att kunna förstå hur den världsbild som finns i dag har vuxit fram. Samt för att visa på att det många gånger är med hjälp av matematiken eller genom den som många fenomen inom naturen förklaras. Det kan till och med se ut som att naturen ibland använder sig av matematik. Det finns även andra delar av naturkunskapskurserna som i allra högsta grad går och nog bör inkludera matematik, till exempel räkna på verkliga problem inom hållbar utveckling beträffande bland annat bioackumulering, växthusgaser och köttkonsumtion samt analysera resultat där olika källor skiljer sig åt.

I kursplanen för matematik i gymnasieskolan står att läsa: *”I undervisningen ska eleverna ges möjlighet att utmana, fördjupa och bredda sin kreativitet och sitt matematikkunnande. Vidare ska den bidra till att eleverna utvecklar förmåga att sätta in matematiken i olika sammanhang och se dess betydelse för individ och samhälle. Undervisningen ska innehålla varierade arbetsformer och arbetssätt, där undersökande aktiviteter utgör en del. När så är lämpligt ska undervisningen ske i relevant praxisnära miljö.”* Samt *”Undervisningen ska stärka elevernas tilltro till sin förmåga att använda matematik i olika sammanhang samt ge utrymme åt*

*problemlösning som både mål och medel.*” (Skolverket 2011a).

I det centrala innehållet för läroplanen i matematik går även att läsa: *”eleven skall ges förutsättningar att utveckla förmåga att relatera matematiken till dess betydelse och användning inom andra ämnen, i ett yrkesmässigt, samhälleligt och historiskt sammanhang.*” (Skolverket 2011a).

Det framgår alltså tydligt att både naturkunskap och matematik skall ha en tydlig koppling till vardagsnära situationer.

## 4.2 DIDAKTISKA ASPEKTER

Skollagen säger:

*3 § Alla barn och elever ska ges den ledning och stimulans som de behöver i sitt lärande och sin personliga utveckling för att de utifrån sina egna förutsättningar ska kunna utvecklas så långt som möjligt enligt utbildningens mål. Elever som till följd av funktionsnedsättning har svårt att uppfylla de olika kunskapskrav som finns ska ges stöd som syftar till att så långt som möjligt motverka funktionsnedsättningens konsekvenser. Elever som lätt når de kunskapskrav som minst ska uppnås ska ges ledning och stimulans för att kunna nå längre i sin kunskapsutveckling. Lag (2014:458).*

Det är alltså viktigt att läraren är medveten om många olika aspekter kring lärande för att kunna uppnå detta.

### 4.2.1 VYGOTSKY OCH PIAGET

Den kände ryska psykologen, pedagogen och filosofen Lev Vygotsky (1896-1934) introducerade bland annat termerna mediera och appropriera i samband med sina idéer att individen lär sig i stor grad med hjälp av sin omgivning. Genom att kombinera matematik och naturkunskap skulle man kunna säga att man använder sig av dessa termer i och med att man tar hjälp av medierande redskap för att lättare kunna appropriera kunskapen, göra kunskapen till sin egen. Till skillnad mot B.F Skinner (1904-1990), behaviorismens fader, så menade Vygotsky att människan inte reagerar på stimuli och direkt avger respons utan att vi däremellan använder oss av medierande redskap, alltså kulturella redskap som hjälper människan att reagera och förstå. Vi blir bekanta med kunskapen med hjälp av olika redskap för kommunikation och lär oss använda kunskapen i världen när vi gjort den till vår egen.

Att ta hjälp av personer och upplevelser i sin nära omgivning var en förutsättning för lärande menade Vygotsky när han presenterade sin ZPD, Zone of Proximal Development, den närmaste utvecklingszonen, skillnaden mellan vad en individ kan göra med eller utan hjälp. Med denna hävdade han att när människor väl behärskar en färdighet eller ett begrepp så är vi också mycket nära att behärska något nytt och på så sätt flyter kunskapsutvecklingen på. Det var dock i skolan som individen kunde möta mer vetenskapliga begrepp som också låter den förstå världen utanför den egna erfarenheten. Dock krävs stöd och hjälp för att förstå mer vetenskapliga och ämnesspecifika begrepp eftersom det är begrepp som vi sällan stöter på i vardagslivet. Vi kan då appropriera dem, ta in dem och göra dem till våra egna.

Den schweiziske pedagogen och filosofen Jean Piaget (1896-1980) menade å andra sidan



att det är först när vi hamnar i en kognitiv obalans, något som vi inte förstår eller kan förklara med hjälp av tidigare kunskap, som vi kan lära oss något nytt. Dock beror varje individs lärande på dennes tidigare bakgrundsbild av begrepp och ord så Piaget menar att ingen individ lär sig precis samma kunskap. Som lärare är det viktigt att här försöka förstå elevens förförståelse för att lärandet ska kunna utvecklas. Piaget koncentrerade sig alltså mer på individens lärande och Vygotsky på den omgivande miljön. (Säljö 2012, s.187-193)

#### **4.2.2 KOGNITIVA KRAV**

Scott, Jess och Hansen visar i sin bok *Matematik för lärare* (2010, s. 198-199) att det finns olika nivåer av kognitiva krav på uppgifter i klassrummet, höga respektive låga. I de låga kognitiva kraven ingår endast minnesaktiviteter och aktiviteter med procedurer utan djupare koppling eller förståelse. Höga krav däremot involverar aktiviteter med förbindelser och procedurer samt matematiskt tänkande. Matematiskt tänkande kräver att eleven själv kan kartlägga problemet och vilken process som skall användas. För att göra detta krävs att eleven utvecklar en djupare förståelse av matematiska begrepp och procedurer (Scott et al, 2010). För att kunna åstadkomma en djupare förståelse är det av yttersta vikt att eleven har grundförståelsen vilken den kan nå med lärarens hjälp av att förklara *varför* som Beckman nämner i sin artikel som sammanfattats under rubrik 5.1.2.

## **5 RESULTAT**

### **5.1 LÄRARENS ROLL**

Läraryrket är ett mycket brett och komplext yrke i många bemärkelser. Vad många anser vara en bra lärare är någon som både är kunnig i sitt ämne och håller sig uppdaterad om nya rön inom forskningen inom detta. En bra lärare bör även ha stor kunskap gällande didaktiska aspekter samt hålla sig uppdaterad om vad forskningen kommer fram till även inom didaktiken. Det är även önskvärt att ha kunskaper om psykologiska och neurologiska aspekter om elevers lärande samt framför allt kunna anpassa undervisningen efter den grupp elever eller individ man har framför sig. Många gånger är det även uppskattat om läraren har en bred social förmåga i form av att kunna uttrycka sig på ett sätt som uppfattas positivt samt vara uppmärksam över sina elevers välmående. Sammanlagt bör alltså en lärare ha en bred kunskap och social förmåga, både gällande sin undervisning och det som händer runtom undervisningen i klassrummet.

I nedanstående stycken presenteras några forskningsresultat kring fördelarna av att integrera matematik och naturkunskap. Arbetet presenterar även forskning kring bakomliggande faktorer för lärande som är viktiga för den blivande läraren att ha kunskap kring. Framför allt har resultat hittats som förklarar varför något kan upplevas som svårt att lära sig och hur man underlättar förståelsen, men många av resultaten är viktiga att vara medveten om i undervisning överlag. De flesta undersökningarna är utförda kring matematik men principerna kan även appliceras på naturkunskap eller andra ämnen som eleverna kan ha svårt att se den direkta kopplingen till i deras vardag eller framtida karriär.

#### **5.1.1 RÄTTFÄRDIGA ÄMNET**

Att inleda en lektion eller kurs med en grundläggande förklaring till vad ämnet används till känns som en självklarhet. När det kommer till matematik skulle läraren kunna nämna bland annat att man kan se tydliga matematiska mönster i naturen samt lite intressant matematisk historia.

Många gånger skulle detta kunna göra stor skillnad för elevernas syn på ämnets relevans i deras liv. Det är dock dessa ”smådetaljer” som ofta glöms av och matematikundervisningen från boken fortskrider då kapitel efter kapitel avverkas många gånger utan att tänka på att rättfärdiga varför för eleverna. Lars Mouwitz (2004) nämner några viktiga aspekter i sin rapportserie *Matematik – ett ämne för bildning*, som kan vara relevanta att ta upp kring matematikens historia. Han menar att läraren skulle kunna nämna saker som att den matematiska vetenskapen har funnits i tusentals år, vilket betyder att samma klurigheter som de aktuella eleverna kommer att sitta och fundera på har miljontals ungdomar genom historien också funderat på. Unga människor har alltså suttit i, till exempel, klostertskolor på medeltiden och funderat på samma eller liknande problem och säkert gjort både samma upptäckter och misstag. Vissa har kanske tyckt att det har varit jättekul och intressant medan andra har undrat ”Vad skall jag någonsin med detta till?”. Detta ger eleverna en känsla av att inte vara ensamma med att eventuellt tycka att ämnet är svårt eller vid första anblick verka irrelevant för deras liv. Mouwitz menar att det även är viktigt att ge en realistisk bild av matematikens historia, att påpeka att även de stora tänkarna och matematikerna också kunde brista i sina förklaringar och i sin förståelse. Om man inte nämner detta så finns risken att den ordinäre eleven bara känner sig dummare då den gång på gång begår misstag och misslyckanden och frågetecknen bara hopas. Mouwitz tar upp exempel som när Euklides hävdade i *Elementa* ”En punkt är det som saknar delar” och ”En linje är en breddlös längd”. Vidare nämns även att många av de stora matematikerna länge hade problem att definiera och förstå negativa tal. Pascal säger i sina *Pensées*: ”Jag känner sådana som inte kan förstå att om man drar fyra från noll, så får man noll.” Mouwitz citerar även Bertrand Russel från hans *My Philosophical Development*: ”The splendid certainty which I had always hoped to find in mathematics was lost in a bewildering maze ... It is truly a complicated conceptual labyrinth.”

Efter en del matematisk historia med både stordåd och misstag skulle läraren kunna gå vidare med att nämna några viktiga områden där matematiken används idag som Mouwitz nämner. Att läraren förklarar att matematiken i mångas ögon är helt fantastisk och viktig. Det är genom matematik som vi förklarar världen vetenskapligt. Man kan med hjälp av matematiska formler räkna ut bland annat former i naturen, avstånd till stjärnor och navigera på havet. Man kan även räkna matematiskt på hur harmonisk musik uppkommer, hur ett instrument skall vara stämt för att det skall låta bra tillsammans med ett annat instrument. Vidare kan man räkna på universums storlek, programmera datorer, skapa animerad film, få ut en matematisk formel för ett hormon som utsöndras när man blir kär, beräkna försäkringsavgifter, skatter, elräkningar och skulder, samt utveckla bland annat magnetkamera, transportsystem, tågtabeller, mobiltelefoner och tv-apparater. Man kan finna matematik nästan överallt och det handlar ytterst om att upptäcka mönster och formulera samband. Mycket av den matematik som finns i det som nämns ovan är på den nivån att den inte behandlas i kurserna som ges på gymnasiet men det finns ändå ett stort värde i att nämna matematikens användbarhet. En osynlighet kan annars få negativa följder i och med att det som inte syns inte heller får relevans och matematiken skulle då förbli endast ett skolämne som saknar relevans för den vanlige medborgaren menar Mouwitz.

Mouwitz hävdar att en förenklad syn från samhället är att det bara är de fyra räknesätten som skulle behövas för den som inte arbetar med mer fördjupad matematik.\* En miniräknare klarar det mesta av dessa räknesätt. Mouwitz påpekar dock att det är viktigt att bära med sig matematiska kunskaper för att kunna fungera som medborgare i samhället. Att kunna analysera och fälla omdömen kring områden med matematisk natur, till exempel statistik och privatekonomi, räntor, amortering, abonnemang, medelvärde av en elevs betyg\*\* m.m. Utan detta förvandlas medborgaren till en konsument som enbart vegeterar sig genom tillvaron (Mouwitz, 2004).

\* Mouwitz nämner dock att det är förargligt att det är "ont om ingenjörer eller andra matematikanvändare i rutan. Inte konstigt att populära yrken för våra ungdomar är t.ex. kock, advokat eller artist, medan söktrycket på våra ingenjörsutbildningar ständigt sjunker. När matematiker och naturvetare någon gång dyker upp i underhållningsfilmer blir det som schablonartade "nördar": en förvirrad ägghuvad professor Kalkyl eller en vilt stirrande provrörsbelamrad halvgalning med håret på ända och planer på att förgöra världen." Vilket inte gör matematikern mer attraktiv. Han fortsätter: "Bakom tv-kameran får matematiken allt större betydelse. Men framför tv-kameran är matematiken en nolla. Detta beror inte på att matematiken är hatad eller förtryckt; det är mycket värre än så: ingen lägger märke till den. Skulle det kunna vara annorlunda? Skulle matematiken kunna framställas som en i högsta grad mänsklig, lustfylld, fascinerande, äventyrlig och konfliktfylld vetenskap? Skulle matematiker och matematikanvändare kunna framställas som högst normala människor, eller rentav hjältar, som arbetar i mänsklighetens tjänst?" (Mouwitz, 2004, s. 41)

\*\* Här är dock Mouwitz ironisk och skriver att: "De kvalitativa gymnasiebetygen Godkänd, Väl Godkänd och Mycket Väl Godkänd som är avsedda att i stora drag uttrycka kvalitét i kunskaper ersätts på ett magiskt sätt av talen 10, 15 och 20. Varför just dessa tal? Ingen vet. Dessa ska multipliceras med kursernas poäng, som vagt ska ange en tänkt genomsnittlig arbetsinsats och alla dessa produkter ska sedan summeras och divideras med utbildningens totala poängtal. Detta leder t.ex. till sådana absurditeter som att den elementära kursen Matematik A väger dubbelt så tungt som den avancerade kursen Matematik E. Och vad är det egentligen för slags medelvärde som kommer ut från detta mischmasch av betyg, kurser och beräkningar? Ingen vet, men det beräknas med två decimaler och avgör ibland våra ungdomars framtid." (Mouwitz, 2004, s.28)

### 5.1.2 FÖRKLARA VARFÖR

Beckmann menar i sin artikel *Making sense by "Explaining Why"* att det är viktigt att läraren själv verkligen kan förstå och resonera kring den matematik som den lär ut eftersom det idag läggs stor vikt på att eleverna just kan resonera kring matematik. Att kunna förstå och resonera kring matematik är nära sammanlänkat med att kunna *förklara* matematik. Beckmann menar alltså att det är mycket viktigare att på ett logiskt sätt kunna förklara *varför* något är som det är inom matematik istället för att bara visa det matematiska beviset för det. Beckmann påpekar dock att många lärare har olika uppfattning över vad *förklara varför* verkligen innebär och många går automatiskt över till att *förklara hur* istället. Alltså de koncentrerar sig på att lära eleverna proceduren istället för att förklara varför man använder den proceduren. Beckmann funderar även över om det många gånger är så att lärare inom matematik ger sina elever för lite struktur för att själva kunna lära sig i en förhoppning att eleven just ska lära sig själv. Tyvärr blir då resultatet att eleven lämnas förvirrad. Hon tipsar om att ofta återgå till själva definitionen av t.ex. multiplikation och se till att eleverna verkligen har förstått den för att förstå varför eller varför inte de ska använda multiplikation till ett visst problem. Hon menar även bland annat att förklaringen ska vara så tydlig att den övertygar en skeptiker. I ett exempel på grundskolenivå när läraren skall förklara varför  $2/3 = (57 \cdot 2)/(57 \cdot 3)$  menar Beckmann att det är viktigt att börja med definitionen av vad rationella tal innebär. Alltså utförligt förklara till exempel: *Enligt definitionen av rationella tal/bråk så innebär  $2/3$  av en paj att man har två delar av de tre delar som pajen delats in i (bild visas). Om man delar in varje av dessa tre delar i 57 smådelar var så får man totalt  $57 \cdot 3 = 171$  småbitar (bild visas). Vi hade dock bara två av de tre originalbitarna, vilket innebär  $2 \cdot 57 = 114$  småbitar (bild visas). Detta är dock lika mycket/lika stor del av pajen som  $2/3$  och därför är  $2/3 = (57 \cdot 2)/(57 \cdot 3)$ . Det är alltså en förklaring som förklarar på ett naturligt och övertygande sätt, inte bara för att etablera sanning (Beckmann 2002).*

Att verkligen gå in på djupet i sina förklaringar kring definitioner och begrepp har för många elever en fundamental betydelse för hur de kommer att kunna lösa framtida problem. Även om denna förklaring är tänkt för grundskolan skulle den mycket väl kunna användas på gymnasiet för att förklara för svagare elever som inte riktigt helt förstått förlängning av bråk. Av egen erfarenhet så har en ritad linje med muntlig ingående förklaring fått en elev att förstå negativa tal vilket gjorde att "det släppte" för henne inom matematiken. Enkla saker som väl förklarade grundläggande begrepp och en hjälp till djupare förståelse kan vara skillnaden mellan en elev som ser matematik som omöjligt och ger upp och en elev som ser det logiska i matematiken. Det är också viktigt att komma ihåg att olika elever förstår på olika sätt så om läraren har möjlighet att förklara samma sak på olika sätt så är detta ofta att föredra. Vygotskys

teorier understryker också vikten av att först ha förstått grunden till något för att lärandet ska kunna utvecklas och fortsätta. Vi har nya erövringar inom räckhåll när vi väl ackommoderat grunden av kunskapen inom området, gjort den till vår egen. Roger Säljö, seniorprofessor i pedagogisk psykologi, menar att det som lärare i dennes professionella kompetens är viktigt att vara uppmärksam på hur elevens utvecklingszon ser ut i relation till en viss färdighet eller ett visst begrepp för att på ett optimalt sätt kunna leda eleven vidare till mer självständig utveckling (Säljö, 2012, s.151). Det korrelerar väl med vad skollagen säger, att alla elever skall få förutsättning att utveckla lärande efter sin egen förmåga.

### 5.1.3 LÄRANDE OCH NEUROLOGI

Att vi som lärare borde vara medvetna kring neurologiska aspekter kring lärande är något som understryks av James E. Zull (2002) i sin bok *The art of changing the brain*. Zull är professor i biologi och sitter i ledningen på the University Center for Innovation in Teaching and Education i Case Western Reserve University. Zull beskriver vår hjärna lite förenklat med förklaringen att allt i hjärnan är elektriska signaler. Signalerna kommer in genom våra sinnen, bearbetas i olika delar av hjärnan, som ofta samarbetar, och sedan sänder ut signaler om vilken handling som skall utföras. På grund av hur hjärnan är uppbyggd och vilka delar som ansvarar för lärande menar Zull att djupt lärande borde komma ur att eleven först upplever något, integrerar det och sedan utför handling. Sker inte integreringen i hjärnan så sker inget djupare lärande. Han tar upp ett exempel kring en pojke som tittade mycket på naturprogram på tv. Pojken kunde upprepa det som hade visats men inte sätta in det i något större sammanhang och resonera kring varför. Han hade alltså inte riktigt tänkt på de fenomen han såg och formulerat egna frågor kring dem. Det är just detta som händer när elever memorerar, de har information men de producerar inte användbar kunskap. Därför är själva momentet att formulera egna frågor mycket viktigt i en lärandeprocess. Genom att formulera egna frågor inser vi också vad vi behöver få veta för att öka vårt lärande och lämnar det inte till andra att servera oss.

Zull lägger stor vikt vid länken mellan pannloben och nackloben i hjärnan. Enkelt förklarat menar Zull att det som händer i pannloben är att vi föreslår och testar idéer medan att motta information görs i nackloben. Dessa har dock liknande en bro mellan sig där det måste finnas en balans för att lärande skall kunna ske. Zull skriver att många lärare är rädda för att inte besitta nog med kunskap inom sitt område och överöser därför eleverna med fakta för att detta inte skall uppdagas. Vad som händer är att lärandet då får motsatt effekt eftersom det är för mycket för nackloben och inget för pannloben för eleverna. Det bästa är att kombinera konkreta upplevelser med reflektion och kunskapsinhämtande. Zull menar att det är vår plikt som lärare att hålla en jämn balans mellan aktiviteten i pannloben och nackloben för eleverna. Vi bör även uppmana och utmana eleverna att ta ansvar för sin egen kunskapsutveckling.

Sammanfattat, om en lärare har någon framgång i att lära en elev något så har läraren skapat en förändring i elevens hjärna (Zull, 2002).

### 5.1.4 LÄRANDE OCH RÄDSLOR

Rodd (2002) påpekar i sin artikel *Hot and abstract: Emotion and learning undergraduate mathematics*, vikten av elevernas känslor i relation till matematikinläring. Hon menar att frustration, oftare än glädje, är närvarande hos de elever hon intervjuat och observerat vid två engelska universitet. När studenterna inte förstår det som läraren presenterar uppstår ofta frustration, rädsla eller bitterhet hos eleverna. När eleverna å andra sidan faktiskt upplever glädje

höjs deras prestationer. Rodd menar att det inte finns så mycket forskning publicerad kring vikten av positiva känslor och inläring av matematik men att det finns desto mer forskning kring rädsla och ångest och kopplingen till sämre inläring av matematik i närvaro av dessa känslor. Ofta är detta kopplat till en underliggande tro att man måste memorera en massa konstiga matematiska formler för att klara proven. Rodd menar att det krävs energi och vilja att lära sig för att kunna tillgodogöra sig kunskap. Hon frågar sig var denna energi kommer ifrån. Rädsla ibland, skriver hon men också många gånger att det är associerat till någonting positivt. Men framför allt är *läraren* viktig för att eleverna ska finna motivation. Det är viktigt att läraren är inspirerande och själv visar en positiv och entusiastisk inställning till ämnet. Eleverna ser inte meningen med att lära sig om inte läraren själv är engagerad och inspirerande. Rodd menar att läraren är "the guardian", "väktaren", av kunskapen och att de unga eleverna ofta ser läraren som en förebild de hoppas kunna identifiera sig med. Ett av uttalandena från en elev i studien lyder "riktiga lärare förklarar saker så att man kan förstå och riktiga lärare hjälper dig" (s.6). Eleven talar om två typer av lärare; en som hjälper dig, talar till dig och ser till att klassen hänger med. Den andra typen tittar knappt på klassen, verkar bara vilja ha sin föreläsning utan interaktion med eleverna och försvinna därifrån så fort som möjligt (Rodd, 2002). Det skall tilläggas att studien är gjord på universitetsnivå i England vilket betyder att undervisningen kan skilja sig en hel del från gymnasiet i Sverige. Många föreläsare på universitet är många gånger inte utbildade pedagoger utan oftare experter på sitt område, men det är ändå tänkbart att vissa tydliga paralleller kan dras.

Ufuktepe och Özel (2002) håller i sin artikel *Avoiding mathematics trauma: Alternative teaching methods* med om att många elever har en rädsla inför matematik. Författarna menar att det många gånger är från omgivningen som eleverna plockat upp denna rädsla. Författarna menar att matematik för många symboliserar det okända och det otänkbara. De förklarar med hjälp av historia kring de gamla grekerna varför många idag ser det som generellt accepterat att matematik inte är för alla. Författarna menar att mångas uppfattning är att antingen är man duktig med siffror eller så är man duktig med ord, inte med båda. De tar även upp den generella uppfattningen att matematik är ett nödvändigt ont, aldrig kul. En annan förklaring till denna rädsla och uppfattning kring matematik är sättet som matematik lärs ut i klassrummet. De är av samma åsikt som Beckmann och menar att lärare kanske lägger för stor vikt vid att eleverna ska kunna procedurer istället för att koncentrera sig på själva förståelsen. Några rader ner i detta stycke behandlar Zull också det som Ufuktepe och Özel påpekar; att man inte kan göra sitt bästa när man är rädd. Ångest och trauma kring matematik utvecklas från osäkerhet och brist på självförtroende menar de. Detta gör att signalöverföring i hjärnan som har att göra med minne och förståelse blockeras av känslor vilket resulterar i att personen blir blockerad i sitt tänkande. När läraren fortsätter att fråga frågor leder detta till att eleven blir totalt blockerad. Ufuktepe och Özel menar att istället för att lära ut matematiska metoder och regler så är det viktigare att eleverna får lära sig sätt att analysera matematiska uppgifter och även testa och hitta lösningar relaterat till processen som sedan kan appliceras i vilken situation som helst. De hävdar att den kritiska åldern för att utveckla trauma kring matematik är runt 9-11 år (Ufuktepe, Özel, 2002). Om ett trauma skapas vid 9-11 år innebär det att det kan vara lite mer problematiskt att hjälpa dessa elever på gymnasienivå eftersom trauman och blockeringar vanligen sitter ganska djupt. Ufuktepes och Özels lösning till att inte skapa trauma från första början var att integrera teater i undervisningen i matematik för yngre åldrar för att göra matematiken mer lustfylld och mindre skrämmande. Detta utfördes på vissa skolor i Turkiet med stor framgång.

Behavioristiskt synsätt förklarar rädslan med att eleven inte blir bekräftad på rätt sätt vid sin respons och många blir rädda för att försöka igen. Eleven blir rädd för att på nytt göra fel och det hela blir en ond cirkel. Blir eleven däremot bekräftad på ett positivt sätt vid sin respons ger det en

signal om att eleven kan gå vidare och kan vägledas av läraren (Säljö, 2012).

Neurologiskt sett förklarar Zull att vi i stora drag har två fundamentala system som styr hjärnan, nöje och rädsla. Med rädsla menas här också känslor som är relaterade till rädsla, så som ilska och vrede. Dessa två system kring nöje och rädsla kan inte vara aktiva samtidigt. Eftersom det är när nöjesmekanismerna i vår hjärna som är aktiverade när lärande sker så blockerar alltså rädsla lärande. På grund av detta så finns det ingen yttre influens som kan tvinga en hjärna att lära sig något. Men det vi som lärare kan göra är att hjälpa eleven att känna att den har *kontroll över sin egen situation*, då är nöjescentrumet aktiverat. Zull menar att det antagligen är det bästa trick som bra lärare har. Rädslan och dess relaterade känslor styrs från amygdalan. Amygdalan är en del av det limbiska systemet i hjärnan och spelar stor roll vid uppkomsten av både positiva och negativa känslor. Zull menar att vi som lärare bör vara medvetna om att när vi försöker lära eleverna något så granskar de oss utifrån deras amygdala. Det är inget de väljer att göra utan det sker automatiskt eftersom situationen oftast uppfattas som att någon (läraren) försöker ta kontroll över situationen. Amygdalan blir dock hämmad att interagera när våra nöjescentrum i hjärnan slår på, eftersom de som sagt inte kunde vara aktiverade samtidigt. Exakt var nöjescentrerna sitter i hjärnan är inte klarlagt i detalj. Det som har visat sig aktivera nöjeskänslor är bland annat när vi ser glada ansikten, har roligt och när vi är djupt försjunkna i att lösa uppgifter. Detta är också bra ledtrådar till lärare över vad de kan göra för att öka elevernas lärande.

### 5.1.5 HUMOR I UNDERVISNINGEN

Något som många lärare kanske glömmer av att inkludera i undervisningen är humor, vilket förra avsnittet visade kan vara mycket viktigt för inläring. 1998 intervjuade Elisabeth Hesslefors Arktoft, forskare på institutionen för didaktik och pedagogisk profession vid Göteborgs Universitet, ett hundratal personer i åldrarna 17-87 kring deras skolgång. Det mest framträdande svaret kring vad en bra lärare är var att den är glad, humoristisk och inkluderar roliga moment i undervisningen (Hesslefors, 1998).

Det finns flera definitioner av vad humor är men här nöjer vi oss med en av nationalencyklopedins formuleringar: ”sinne för det roliga” (NE, 2016).

Det finns flera olika sätt att rikta sin humor och alla är inte positiva men flera undersökningar har visat att konstruktiv, positiv och rätt riktad humor skapar ett positivt lärandeklimat i klassrummet. I en metastudie av humor i lärandemiljöer från de senaste fyra decennierna av Banas, Dunbar, Rodriguez och Liu (2011) menar författarna att det har visats på flera olika positiva samband mellan humor och inläring, speciellt för elevernas faktaminne.

I en studie av Lei, Cohen och Russler (2010) skriver författarna att humor har både psykosociala, sociala och kognitiva fördelar. Humor är ett uppskattat verktyg hos lärare för att underlätta lärande då det, använt på ett konstruktivt sätt i moderation, kan göra läraren mer omtyckt, underlätta förståelse, öka uppmärksamheten, öka kreativitet och underlätta sociala relationer. Det är dock viktigt att vara medveten om att missriktad och missförstådd humor kan ha helt motsatt effekt på lärandeklimatet (Lei et al, 2010).

Att det är viktigt med positiv rätt riktad humor för inläring kan också förklaras neurologiskt av Zull (2002) i och med att amygdalan blir mindre aktiv, alltså att vår ”fight och flight” respons blir vilande och sätter sig inte i vägen för vårt lärande.

## 5.2 VARFÖR KOMBINERA NATURKUNSKAP OCH MATEMATIK

Deeds, Allen och Callen (2000) Menar i sin artikel *A new paradigm in integrated math and*

*science courses* att kombinerad naturvetenskaplig och matematisk bildning kommer att vara viktigt för framtidens medborgare men att dagens utbildning av naturvetenskap och matematik inte har varit tillräcklig för att utveckla en sådan bildning. Deras projekt utfördes på universitetsstudenter i Springfeild, USA. Dessa studenter hade inte någon djupare naturvetenskaplig inriktning i deras program vilket är varför informationen här kan användas till att jämföra med elever som har ämnet naturkunskap i gymnasiet. Författarnas upplevelse var att denna sorts elever ofta är ointresserade av ämnen som presenterar naturvetenskap som en upprädnings av fakta och inte ett mer levande och dynamiskt ämne. Författarna menar att lektioner i naturvetenskapliga ämnen ofta slutar i memorering av fakta som inte består under en längre tid, även hos de elever/studenter som får högre betyg. Alltså nås ingen djupare kunskap på detta sätt. Eleverna har svårt att relatera naturvetenskapen till världen runtomkring dem vilket försvårar deras utveckling kring att få en "holistisk" förståelse av naturen. Åtminstone i USA har lite gjorts för att utveckla eleverns nyfikenhet för naturen, som kanske redan dämpats av tidigare fantasilös undervisning inom naturvetenskap menar författarna. På liknande sätt har också pedagogiken som använts inom matematiken kritiserats. Genomgång och räkning i boken på ett sätt som inte vidare relaterar till verkligheten förstärker för många elever uppfattningen att matematiken är irrelevant för deras liv. Universitet gick så långt att de skapade en sammanlagd kurs med naturvetenskap och matematik där det ingick bland annat laborationer, mätningar, statistik och allmän matte. I kursen ingick även att skriva en inlämning kring kopplingen mellan matematiken och naturen samt kring matematisk ångest (Deeds et al. 2000).

Ännu en person som hävdar att matematik och naturvetenskapliga ämnen bör integreras är Hestenes (2007) i sin artikel "*Modeling Theory for Math and Science Education*". Störst empati lägger Hestenes dock på fysiken och matematiken. Hestenes menar att skilsmässan mellan matematik och fysik till två separata ämnen är det största misstaget i USAs matematikundervisning någonsin. Att den kognitiva processen för att förstå matematik och fysik är intimt sammankopplade och i grunden samma. Han går så långt att till och med påstå att fysiken är den kognitiva grunden för alla kvalitativa vetenskaper (Hestenes, 2007).

Fitchett (2002) avhandlar i sin artikel "*Using environmental science to bridge mathematics and the sciences*" vikten av samarbete mellan naturkunskap och matematik. Fitchett menar att ett samarbete medför att eleverna kan förstå det nära samband som matematiken har med de olika ämnena som naturvetenskap är en symbios av. Vad de hade koncentrerat sig på i Florida Atlantic University's Honors College var att integrera naturkunskapen i kurserna lägre statistik och matematisk analys för eleverna. Eleverna fick samla data från närliggande dammar, sjöar, grönområden och skogar i form av bland annat vattenkvalitet, biodiversitet och påverkan av en växande population på ett ekosystem, för att sedan ta in och jobba statistiskt med. Fitchett menar att det blir ett mer holistiskt lärande, matematiken och naturkunskapen tas ut till samhället på ett direkt sätt. Det är mycket viktigt för elevernas lärande att de får integrera olika ämnen istället för att sätta in kunskap i olika fack. Det är också av största vikt att de själva får vara delaktiga i vetenskap och matematik istället för åskådare eller passiva konsumenter av kunskap. Eleverna kan då uppleva naturvetenskapliga ämnen som mer sammanlänkade områden inom mänsklig kunskap istället för isolerade fält som är separerade av ogenomträngliga gränser. Eleverna får även med sig en förståelse av länken mellan vetenskapen och världen utanför klassrummet och för många kan det skapa en vilja av livslångt lärande. Fitchett skriver att det är väldokumenterat att det finns en stor önskvärdhet av ökat verklighetsförankrat lärande. Ett exempel på uppgift som eleverna fick göra var att studera sköldpaddor och deras bon på en lång strand. Eleverna fick samla in data kring vilka olika arter sköldpaddor som påträffades, boets plats, arter och antal myror funna i närheten av bona, även antal ägg och antalet levande

sköldpaddungar som kläcktes. Eleverna fick sedan analysera siffrorna och jämföra till exempel boets plats (avstånd från högvattenmärket eller vegetation) med antal myror som påträffades eller förhållandet mellan antal myror och antalet levande ungar som kläcktes. Eleverna använde olika matematiska tekniker som gått igenom i föregående kurs, bland annat multilinjär regression för att kunna bygga en modell för att kunna förutspå procentsatsen levande ungar som kläcks i ett specifikt bo. Elevernas utvärdering av arbetssättet visade att många hade fått en mycket större förståelse kring hur matematik och naturen hänger ihop i vårt samhälle (Fitchett, 2002).

Det kan vara svårt att studera sköldpaddor i sitt naturliga habitat i Sverige, eftersom vi inte har några, men liknande undersökningar kan göras med andra arter som finns i skolans närhet men att matematiken anpassas efter den kurs eleverna läser.

## 5.2.1 VERKLIGHETSANKNYTNING

Verklighetsanknytningen är alltså ett av de starkaste skälen till varför naturkunskap och matematik borde kombineras i vissa fall. Malmer (2002) påpekar i sin bok *Bra matematik för alla: nödvändig för elever med inlärnings svårigheter* att matematiken i många fall är alldeles för sifferstyrd och att mycket av undervisningen går ut på att ”flytta siffror”. Eleverna kommer att se skolmatematiken som något som är långt ifrån deras eget liv och saknar verklighetsanknytning. Malmer menar att det är viktigt att knyta an matematiken till sådant som eleverna kan förstå sig på och förhoppningsvis redan är intresserade av (Malmer, 2002). Närmat sig på rätt sätt skulle detta förhoppningsvis kunna vara naturkunskapen. Många studier tyder också på att utomhuspedagogik är att föredra i den mån det är möjligt vilket är lätt att försvara inom ämnet naturkunskap.

Bolander (1997) talar i sin artikel *Projektering ger bättre resultat* om forskning från England där resultaten från det nationella provet från elever som fått jobba mer i projekt jämfördes med elever som fått undergå traditionell undervisning. Den första elevgruppen hade i projekten jobbat med öppna frågor som var direkt kopplade till fenomen eller problem vi har omkring oss. Med traditionell undervisning menades genomgång, uppgifter ur boken och hård disciplin. Bolander menar att skälet till att de projektarbetande eleverna presterade bättre var att de överlag såg en större användning för matematiken och större koppling till verkligheten jämfört med elever som fått traditionell undervisning. Den senare elevgruppen hade svårt att anpassa de procedurer de lärt sig till problem som inte var av lärobokstyp (Bolander, 1997).

Zull (2002) förklarar behovet av verklighetsanknytning med att allt som hjärnan känner till kommer från dess omgivning, därför behöver vi metaforer. Utan referens till fysiska objekt så finns ingen mening. Evolutionärt sett så kan det förklaras med att om vi tror att det har nytta för vårt liv så kommer vi att lära oss det, det bara händer. Så Zull menar alltså att bland det viktigaste vi kan göra för en elev för att de ska lära sig något är att få dem att inse att det spelar roll i deras liv. Allra helst menar Zull att vi som lärare ska försöka hitta vad som redan intresserar eleverna och bygga undervisningen därifrån istället för att försöka ”tvinga på dem” ett intresse (Zull, 2002).

Skolverket (2016) tar i texten *Varför kontextrika problem?* upp att många elever efterlyser mer verklighetsanknytning. Skolverket menar att en lösning är att sätta in uppgifterna som ges i ett sammanhang, det vill säga konstruera kontextrika problem (Skolverket, 2016 a). Även om texten är skriven kring fysik så kan paralleller dras till matematiken. Skolverket går sedan vidare i texten *Konstruera kontextrika problem* (2016 b) med att ge tips om aspekter att tänka in när kontextrika problem skapas. En viktig del i kontextrika problem är hur frågan ställs. Många gånger kan en traditionell fråga från en lärobok omformuleras till att handla om eleven istället.



Att ”orkar du öppna kylskåpsdörren” används istället för att till exempel allmänt fråga om kraften som krävs för att öppna ett kylskåp, gör att eleven måste ta ställning till flera parametrar och göra en större avvägning över vad som skall räknas ut. På så sätt tränas både problemlösningsförmågan och verklighetsanknytningen ökar (Skolverket, 2016 b).

### 5.2.2 MATEMATIK OCH EVOLUTION

Leron (2002) skriver i sin artikel *Mathematical thinking & human nature: Consonance and conflict* om hur vissa delar av matematiskt tänkande antingen kan bli hjälpt eller stjälpt på grund av vissa aspekter av den mänskliga naturen. Han är dock noga med att påpeka att ordet matematik kan innebära olika saker för olika människor och ibland till och med olika saker för samma person beroende på kontext. Med den mänskliga naturen menar han den vetenskapligt mänskliga naturen enligt den evolutionära psykologiska aspekten, förkortat EP. EP är den del av psykologin som studerar evolutionära orsaker till medfödda beteenden och mentala förmågor hos människor och andra djur. Alltså att den mänskliga naturen är en samling av universella tillförlitligt utvecklade, kognitiva och beteendemässiga förmågor, så som att gå på två ben, känna igen ansikten och användning av språk. Det är alltså sådant som varje människa åstadkommer spontant och utan större ansträngning under normala förhållanden. Problematiken här, menar Leron, är att vi är anpassade på ett sätt evolutionärt men att denna evolutionära anpassning av våra kroppar och hjärna inte alltid hänger med i samhällets snabba utveckling och höga krav. Att vi faktiskt kan lära oss vissa moderna färdigheter, som matematik till exempel, beror enligt Leron på vår hjärnas förmåga att omvandla uråldriga kognitiva mekanismer för nya syften. Men vissa områden är lättare att lära sig än andra och inom få områden är det så tydligt som inom matematik. Hur lätt vi lär oss är beroende av *tillgängligheten* till dessa omvandlade kognitiva mekanismer. Det måste finnas en motivation och förmåga att kunna skapa den psykologiska och sociala omgivning som behövs för att inläring ska kunna ske. Leron citerar Ridley som kallar detta ”nature via nurture”. Leron menar att dessa insikter har kolossala implikationer för matematikundervisningen men att dessa ofta har bortsetts från.

Hur kan då matematiskt tänkande bli antingen hjälpt eller stjälpt av vissa specifika aspekter av den mänskliga naturen? För att klargöra denna fråga så behövs en definition av vad matematik är. Leron fann att det kan skilja från vilken sorts matematik man tittar på. Vissa delar av matematiken är lätt för de flesta att lära sig medan vissa delar upplevs som mycket svårare. Till exempel upplevs matematiska bevis och matematiskt språk som svårare. Han delar därför in matematiken i tre delar.

Den första delen är det som många upplever som lätt matematik kallar Leron *grundläggande aritmetik*. Enkla additioner och subtraktioner, uppskattning och jämförelse. Undersökningar på hjärnan har visat att vi har ett ”siffersinne” som Leron uttrycker det. Bevisen för detta siffersinne är att det finns hos spädbarn, har en specifik plats i hjärnan och kan påverkas av specifika hjärnskador. Detta talsinne tros ha uppkommit hos våra jägar-samlar förfäder när de behövde hålla reda på till exempel mängder mat, djur och fiender. Denna del i hjärnan har också visat sig finnas hos många djur, till exempel schimpanser, råttor och duvor.

Den andra delen av matematiken som Leron kallar *informell matematik* inkluderar problemlösning och tankeexperiment. Här har det visats sig att människans logiska tänkande spelar stor roll. Det är samma sorts logiska tänkande som vi använder i andra vardagliga situationer och styrs av samma mekanismer som styr vår vardagliga kognition så som bildspråk, naturligt språk, tankeexperiment, socialt tänkande och metaforer. Dessa färdigheter ses evolutionärt komma från äldre och mer generella kognitiva mekanismer som hjärnan omvandlat

till matematiskt tänkande.

Den tredje och sista delen av matematik som Leron tar upp är vad han kallar *formell matematik*, den matematik som av många anses vara mer komplicerad och svårt att relatera till. Här frågar sig Leron om detta slags tänkande är en förlängning av logiskt tänkande eller om det är en annan sorts tänkande helt och hållet. Många studier och det faktum att många elever som annars inte har problem i andra ämnen upplever just formell matematik som mycket svårt, tyder på att det kanske inte är en förlängning av logiskt tänkande utan en annan sorts tänkande helt och hållet menar Leron. Leron föreslår att det antingen beror på att vår hjärna har svårt att omvandla de evolutionärt utvecklade mekanismer vi redan har eller att det ofta går rakt emot vad som för alla människor ”kommer naturligt”.

Ett exempel som Leron tar upp som många människor har svårt för är just att memorera multiplikationstabellen. Han förklarar detta med att det inte beror på en svaghet i deras mentala kognitiva system utan i dess styrka. Evolutionärt sett så var det fördelaktigt för oss att vårt minne var associativt, men när det kommer till siffror i multiplikationstabellen så kan de inte separeras ut och förblir hopplöst ihoptrasslade med varandra. Kognitiva mekanismer som har varit fördelaktigt för oss ur ett evolutionärt perspektiv, och som fortfarande är det på vissa områden, tjäna oss alltså inte lika bra på andra områden i det moderna samhället. Ett annat område där mänsklig natur ställer till det i matematiskt tänkande är vid matematisk logik. Leron tar upp ett exempel av en studie av Cosmides and Tooby (1992, 1997) där en försöksgrupp fick jobba med exemplet ”om P så Q”. I första omgången så togs sociala exempel upp, till exempel ”om jag ger dig min klocka så betalar du 200 kr”. Det gick mycket bra för de flesta i gruppen och författarna förklarade resultatet med att vi är evolutionärt anpassade att hitta ”fuskare”. Den som inte betalar anses som fuskare och de är inte bra att ha i en fungerande grupp. När frågan däremot blev mer matematiskt och det omvända efterfrågades ”om Q så P”, fortfarande i sociala sammanhang, så var det långt färre av de deltagande i gruppen som lyckades svara korrekt. Lerons slutsats är att återigen så är det inte på grund av en svaghet i deras mentala kognitiva system utan i dess styrka. När kognitiv konflikt uppstår så vinner den logiska sociala aspekten över den matematiskt logiska.

Den sista förklaringen av varför det kan vara svårt att förstå viss matematik som Leron tar upp handlar om beräkningen av funktioner. Många elever och studenter har svårt att förstå att beräkningen av en funktion inte *ändrar* någonting utan bara ger ett utvärde när man stoppar in ett invärde. Leron förklarar detta med att alla operationer vi gör i vardagslivet, ända från att vi är riktigt små, gör vi för att ändra något. Vi klämmer på något för att ändra dess form, färglägger för att ändra färg och flyttar för att ändra plats.

Vår kognitiva förståelse är alltså inte anpassad för matematiskt tänkande i alla dess former och därför kan den mänskliga naturen och vår hjärnas evolution förklara varför många upplever viss matematik så svårt (Leron, 2002).

I Vetenskapens värld, avsnitt 10, 2016 som handlar om matematiken ibland oss menar de att vi med hjälp av MRI exakt kan peka ut platsen i hjärnan var det matematiska tänkandet finns. Det har visat sig vara några olika områden i hjässloben. Barn som visat hög matematisk förmåga har haft 5-6 gånger högre aktivitet i dessa områden jämfört med andra barn. Men är det medfött eller inlärt undrar forskarna. Medfött tror forskare på Duke University Lemurcenter i North Carolina som undersökt lemurapor. Primater är släkt med människor genom en gemensam förfader som levde för ungefär 65 miljoner år sedan. Forskarna menar att dessa primater delar många egenskaper med dessa tidiga förfäder och ger därmed ett fönster till kopplingen till oss människor.

Det visar sig att lemurena kan lära sig att välja rätt svar när det kommer till mängd och

antal. Det har lett forskarna till att tro att aporna har en primitiv känsla för antal och mängd, vilket försök visat att även hästar, resusapor, råttor, duvor, fiskar, tvättbjörnar, insekter och elefanter har. Även spädbarn som är bara 6 månader gamla visar samma förmåga (Vetenskapens värld, 2016).

## 6 DISKUSSION

Många gånger upplevs matematik och ibland även naturkunskap som svåra ämnen på de linjer som är yrkes- eller samhällsinriktade. I vart fall i långt högre grad än hos de elever som valt tekniskt eller naturvetenskapligt inriktade linjer på gymnasiet. Då ämnet naturkunskap ges på de två förstnämnda inriktningarna kan det vara till stor hjälp om läraren har undersökt didaktiska aspekter kring hur det som upplevs som svårt kan läras in. Att ha en verklighetsanknytning i undervisningen har visat sig vara en av de stora nycklarna i denna fråga och här går det inte heller att nog betona lärarens roll.

Det framgår tydligt av kursplanen för både matematik och naturkunskap att det skall finnas en stark verklighetsanknytning i undervisningen av båda dessa ämnen. Trots detta saknas denna många gånger, särskilt inom matematikundervisningen. Mouwitz har många bra exempel att ta upp då det gäller både matematikens historia och användning i samhället men som ofta glöms av i klassrummet. Bland annat nämner han där kopplingen till naturen och att det är genom matematiken många fenomen i vår verklighet förklaras. Framför allt pekar övervägande delen av den behandlade forskningen på vikten och relevansen att kunna göra verklighetsanknytningar till det som skall läras in.

Att det är viktigt att just kunna koppla saker vi vill lära oss till något i vår omgivning och att vi kan se att personer i vår omgivning kan hjälpa oss till fördjupad kunskap är grunden till lärande menar Vygotsky. Piaget påpekar att det som lärare är viktigt att försöka förstå elevens förförståelse kring ett begrepp eller område för att lärandet ska kunna utvecklas. Oberoende av vilken teori för kunskapsutveckling man är anhängare av, eller om man känner att det går att kombinera dem alla, så är det viktigt att försöka göra sig en bild av elevers eventuella förutfattade förståelser. Därefter försöka förklara samma sak på många olika sätt eftersom det ofta är många olika individer i klassrummet och dessa kan ha olika tankesätt kring samma sak. Det är även av största vikt att inkludera både mentalt utmanande men samtidigt vardagsnära exempel i undervisningen för att nå så många elever som möjligt. Bolander styrker detta då det i hennes studie visade sig att eleverna som såg verklighetsanknytning till undervisningen presterade bättre än de som inte gjorde det. Här kan man dock diskutera vad som är orsak och vad som är verkan.

Att tvärtom inte kunna koppla något som det är meningen att man ska lära sig, till sin egen verklighet, är neurologiskt svårt. Enligt Leron har det med vår mänskliga natur att göra, då i det evolutionärt psykologiska perspektivet, se stycke 5.2.2. Vår hjärna har evolutionärt sett inte hunnit med i den snabba utveckling som samhället har gjort. Detta visar sig många gånger på matematiskt tänkande och särskilt i sådana situationer som inte är logiska. Leron menar att det i mer abstrakt matematik kan krävas ett helt annat sätt att tänka än det vi använder oss av vid ”enklare” matematik, det är ett sätt som inte är helt naturligt för oss att tänka på. Vår kognitiva förståelse är alltså inte anpassad för matematiskt tänkande i alla dess former och därför kan den mänskliga naturen förklara varför många upplever viss matematik så svårt. Tyvärr tar inte Leron upp några konkreta exempel på hur detta andra sätt att tänka på skulle kunna se ut men att nämna Lerons resonemang är ett gyllene tillfälle att kombinera naturkunskapen med matematiken i

samband med genomgång av evolutionen i kursen Naturkunskap 1b eller 1a2. Även vetenskapligt arbetssätt inkluderas då en forskningsrapport nämns och förklaras om så inte gjorts tidigare. En lektionsplanering kring Lerons artikel finns bifogad i uppgiftsbilagan, uppgift 9.5.

Även om eleven skall ta ansvar för sitt eget lärande, då särskilt i de högre årskurserna, så är det tydligt att lärarens attityd och förklaringar har en betydande roll. Rodd menar att det är viktigt att läraren är inspirerande och själv visar en positiv och entusiastisk inställning till ämnet. Eleverna ser inte meningen med att lära sig om inte läraren själv är engagerad och inspirerande.

Både Scott och Beckman belyser vikten av en djupare förståelse kring grunderna i vart område för att kunna utveckla en vidare kunskap och ett matematiskt eller naturvetenskapligt tänkande. Särskilt Beckman menar också att det är av yttersta vikt att eleven förstår *varför* det är som det är, eller *varför* en viss procedur används, för att kunna nå denna grundförståelse. Här är lärarens val av förklaring av stor betydelse. Ett hett tips som Beckman ger är att många gånger återgå till själva definitionen av proceduren, till exempel multiplikation, för att grunderna verkligen skall sätta sig som kunskap hos eleven. Det är viktigt att ge eleverna tillräcklig struktur innan man lämnar dem till sitt eget lärande menar hon, annars finns risken att eleverna blir förvirrade och inte riktigt vet vad de ska göra. Ett mycket bra exempel på detta finns i texten i avsnitt 5.1.2.

Många aspekter kring lärande kan förklaras med neurologi vilket Zull gör. Bland det viktigaste vi som lärare kan göra menar han är att hålla en jämn balans för eleverna mellan aktiviteten i deras pannlob och deras nacklob i hjärnan. Att testa idéer görs i pannloben medan att motta information görs i nackloben. En balans främjar lärande medan en obalans hämmar lärande.

Att många har en direkt rädsla eller blockeringar inför vissa ämnen, särskilt matematik, har visats genom flertalet undersökningar. Mycket forskning finns numer kring lärande och neurologi och har gett oss en djupare förståelse bakom dessa blockeringar. Flera verktyg har tagits upp i arbetet för att eliminera rädslan kring något man tycker är svårt, må det vara matematik eller naturkunskap eller något annat ämne. Enligt både Rodd och Zull samt Ufuktepe & Özel är känslor en stor nyckel för inläring. Det är otroligt viktigt att inte skapa rädsla hos eleverna kring något som skall läras in. Zull förklarar det med att amygdalan i hjärnan aktiveras och vår "fight or flight" mekanism slås på när vi upplever rädsla. Under dessa neurologiska och fysiologiska omständigheter är det nästan omöjligt att lära sig något eftersom de centrumen i hjärnan som styr inläring då blockeras. Det är inte rätt tid att lära sig något nytt då man står inför ett stort hot. Vi måste alltså få eleven att känna att den har kontrollen för att rädslan ska lägga sig och lärande kan ske. Ufuktepe och Özel förklarar samma sak men med andra ord, att rädsla gör att signalöverföring i hjärnan som har att göra med minne och förståelse blockeras av känslor vilket resulterar i att personen blir blockerad i sitt tänkande. När läraren fortsätter att ställa frågor leder detta till att eleven blir totalt blockerad.

Ufuktepe och Özel menar att istället för att lära ut matematiska metoder och regler så är det viktigare att eleverna får lära sig sätt att analysera kring matematik och även testa och hitta lösningar relaterat till processen som sedan kan appliceras i vilken situation som helst. För att undvika matematiskt trauma eller inläringstrauma över lag så är det viktigt att uppmuntra rätta svar eller tankegångar istället för att påpeka fel svar, samt att skapa en rogivande och tillåtande omgivning så att eleverna känner att det kan vara tillåtet att misslyckas. Området behöver vara associerat till någonting positivt och gärna att humor inkluderas. Ufuktepe & Özel menar att matematiskt trauma uppkommer just ur osäkerhet och brist på självförtroende. Självförtroende skapas när eleverna känner att de förstår det som behandlas. En grundläggande tanke Beckman tar upp kring hur eleverna ska kunna skaffa sig den förståelsen är att läraren förklarar *varför*. Att

verkligen gå in på djupet i sina förklaringar kring definitioner och begrepp har för många elever en fundamental betydelse över hur de kommer att kunna lösa framtida problem. Väl förklarade grundläggande begrepp och en hjälp till djupare förståelse kan vara skillnaden mellan en elev som ser matematik som omöjligt och ger upp och en elev som ser det logiska i matematiken. Ufuktepe & Özel är av samma åsikt som Beckmann och menar att lärare idag kanske lägger för stor vikt vid att eleverna ska kunna memorera formler istället för att koncentrera sig på själva förståelsen.

Humor i undervisningen har också visat sig vara viktigt för lärande. Många studier tyder på att rätt riktad, positiv och konstruktiv humor i moderation har både psykosociala, sociala och kognitiva fördelar. Bland annat förklarar Zull att det är viktigt med humor för att dämpa aktiviteten i Amygdalan och bana väg för lärande. Humor är ett uppskattat verktyg hos lärare för att underlätta lärande då det kan göra läraren mer omtyckt, underlätta förståelse, öka uppmärksamheten, öka kreativitet och underlätta sociala relationer. Det är dock viktigt att vara medveten om att missriktad och missförstådd humor kan ha helt motsatt effekt på lärandeklimatet. Att kunna skämta på rätt sätt i rätt situation till rätt person är ännu en utmaning läraren står inför.

Genom att koppla matematik och naturkunskap kan större verklighetsanknytning nås. Deeds et.al menar att kombinerad naturvetenskaplig och matematisk bildning kommer att vara viktigt för framtidens medborgare men att dagens utbildning av naturvetenskap och matematik inte har varit tillräcklig för att utveckla en sådan bildning.

Fitchett som jobbat med att integrera naturvetenskap och matematik i praktiska moment på ett college i USA menar att det blir ett mer holistiskt lärande när matematiken och naturkunskapen tas ut till samhället på ett direkt sätt. Det är mycket viktigt för elevernas lärande att de får integrera olika ämnen istället för att sätta in kunskap i olika fack och att de själva får vara delaktiga i vetenskap och matematik istället för åskådare eller passiva konsument av kunskap. Eleverna kan då uppleva naturvetenskapliga ämnen som mer sammanlänkade områden inom mänsklig kunskap istället för isolerade fält som är separerade av ogenomträngliga gränser. Eleverna får även med sig en förståelse av länken mellan vetenskapen och världen utanför klassrummet och för många kan det skapa en vilja av livslångt lärande.

Bolander påpekar att risken med att inte koppla matematiken till något i elevernas verklighet är att de får svårt att koppla sina kunskaper till något som inte är av lärobokstyp. Skolverket tar upp att kontextbaserade uppgifter kan vara en lösning för att skapa större verklighetsanknytning i undervisningen.

## 6.1 SLUTSATSER

Arbetet har gett stora insikter kring vikten av att hålla sig uppdaterad kring forskning inom både ämnet i sig samt de didaktiska aspekterna då dessa kan vara många nycklar till lärande. Att det finns så mycket forskning kring matematik kopplat till rädsla och hur viktigt det är att försöka undvika matematiskt trauma var en överraskning eftersom detta inte är något som uppmärksammas under mina skolår eller hittills inom lärarutbildningen. Att informera eleverna om att det finns neurologiska förklaringar till detta skulle eventuellt kunna hjälpa många elever att förstå sin egen blockering och på så sätt också eliminera den. Arbetet har också gett, för mig, tillfredställande svar på de två frågeställningar som arbetet bygger på.

*Matematik och ibland också naturkunskap uppfattas av många elever som svårt. Vilka didaktiska aspekter bör läraren tänka på för att underlätta för eleverna att lära sig något de uppfattar som svårt?*

Skulle en integrerad matematik och naturkunskapsundervisning underlätta förståelsen av de båda fälten för eleverna?

Viktiga aspekter att tänka på för att besvara den första frågan är alltså att bland annat att uppmuntra eleverna på ett så positivt sätt som möjligt. När någon känner att de kan och förstår så förstärks oftast viljan till att lära. Uppmana dem starkt till att formulera egna frågor eftersom det är ett mycket viktigt steg i kunskapsutvecklingen. På så sätt vet vi vad vi behöver få veta för att öka vårt lärande och lämnar det inte till andra att servera oss kunskap. Att förstå grunderna och *varför* det är som det är ger eleverna en grund för att kunna söka kunskap och utveckla förståelse mer självständigt. Här krävs att läraren har en insikt om sin egen förståelse om *varför*.

Det är även viktigt att kunna motivera *varför* eleverna ska lära sig vissa delar och kunna göra detta på goda grunder. Kan eleverna se en verklighetsanknytning och en koppling till deras liv eller naturen runtom dem så kan områdena de skall lära sig rättfärdigas och förhoppningsvis mottas positivt.

För att undvika trauman kring matematik eller naturvetenskap är det fundamentalt att undvika att eleverna skapar en rädsla inför ämnet. Det kan vara i form av ett öppet lärandeklimat där det är fullt acceptabelt att göra fel, inkludera humor i undervisningen och stärka elevernas självförtroende. I de fall där det redan finns blockeringar kan det hjälpa att göra eleverna uppmärksamma på neurologin bakom dessa blockeringar för att de ska kunna förstå sig själva bättre och på så sätt även inse att blockeringarna också kan elimineras. Läraren kan även tänka på att le mycket själv eftersom det ofta hämmar aktiviteten kring rädsla i åskådarens amygdala och på så sätt främjar lärande. Alternativt kan också bilder på leende människor sättas upp i klassrummet eller att man tittat på videor från youtube med djur som gör roliga saker, det får de flesta att le eller skratta. Man kan också be eleverna att "fejkle". Att "fejkle" (le utan att ha någon riktig anledning) brukar ofta kännas och se så roligt ut att det resulterar i riktiga leenden eller skratt. Att läraren ler mycket signalerar också att ämnet i sig är roligt.

Zull nämner också vikten av att formulera egna frågor för att öka förståelsen och kunskaperna för eleverna. Detta menar han har stöd i hur hjärnan fungerar kring inläring. Här kanske läraren kan inkludera att eleverna får förhöra varandra på ett stycke genom att de formulerar egna frågor som den ställer sin kompis.

Den andra frågan besvaras med ett definitivt ja. Att kombinera naturkunskap och matematik ger en större verklighetsanknytning. Det är väldokumenterat att det finns en stor önskvärdhet kring verklighetsbaserat lärande. De positiva effekterna har genom forskning visat sig vara att kunskapen sitter kvar längre (eller sitter kvar överhuvudtaget). Elever upplever båda ämnena som mer meningsfulla vilket kan skapa en vilja för livslångt lärande. Matematiken och naturvetenskapliga ämnen blir att ses som mer sammanlänkade områden inom mänsklig kunskap istället för isolerade fält som är separerade av ogenomträngliga gränser. Eleverna får även med sig en förståelse av länken mellan vetenskapen och världen utanför klassrummet. Viss utomhusbaserad undervisning kan vara att rekommendera i de fall det är möjligt. Dock är det bra att se till att de problem som ges är kontextrika vilket i sig har ett egenvärde med verklighetsanknytning och ofta också övning av problemlösning.

Angående artiklarna i sig så kan man diskutera om det verkligen finns belegg för allt som påstås. Kan det vara så att det finns flera falska dikotomier i många av artiklarna? Till exempel i avsnitt 5.1.4 i artikeln av Rodd. Där hävdar författaren att det finns en rädsla kopplad till att memorera formler eller att det skulle finnas ett motsatsförhållande mellan förståelse och att memorera formler. Är detta allmänt känt och vedertaget eller något som författarna tror eller

förutsätter? Skulle det kunna vara så att ha memorerat en formel kan underlätta i förståelsen av den? Skulle en konsekvens av att släppa kravet på att elever ska memorera formler bli att förståelsen inte kommer? Vi finner även ett tänkt motsatsförhållande i avsnitt 5.1.4 som man kan diskutera. I artikeln av Ufuktepe och Özel skulle det då vara att de sätter matematiska metoder och regler kontra sätt att analysera och testa. Behöver dessa vara motsatta eller kan de vara kompletterande?

I avsnitt 5.2.2 kan man även fundera över Lerons slutsats kring den tredje mer abstrakta formen av matematik som han nämner. Är det ett helt annat sätt att tänka eller är det bara kunskap som tar en del tid att behärska och därför känns så långt bort och främmande? Man kan även diskutera hur tungt det väger att artiklarna är peer-reviewed. Är denna process alltid en garanti att informationen är korrekt eller bra? Processen ska innebära att artiklarna blivit granskade av oberoende experter inom området. Tyvärr påpekade min handledare Johan Wästlund att man bör vara lite kritisk mot detta begrepp bland annat eftersom granskarna är anonyma. Han uppger att han själv varit granskaren av artiklar som han hävdar inte borde publicerats men som ändå kommit ut som peer-reviewed.

## 7 EFTERORD

### 7.1 METODDISKUSSION

Även om frågeställningarna vid första anblick kan verka som underlag för ett examensarbete vardera så är förhoppningen att de kunnat besvaras på ett tillfredställande sätt med arbetets innehåll. En vidare förhoppning är att en röd tråd kan följas och att arbetet påvisar relevansen och kopplingen av de behandlade artiklarna och litteraturen för att ge grund för kombinerad matematik och naturkunskapsundervisning. Även om båda frågeställningarna skulle kunna besvaras ännu mer djupgående så har jag fått med mig många viktiga aspekter som kommer att vara högst användbara i den framtida lärarrollen. Jag är alltså mycket nöjd med de resultat som framkommit ur frågeställningarna.

Materialet som används anser jag är professionellt och relevant för frågeställningarna. Litteraturen är skriven av erkända författare med expertis inom sina områden och artiklarna har alla varit peer reviewed. Informationen från skolverket har varit användbar och jag anser den vara högst relevant i frågan.

En svaghet i arbetet var att jag inte kunde hitta mer forskning kring just matematik och naturkunskap kombinerat men jag känner att det finns viktiga kopplingar att göra till de resultat som hittats. Även att mycket av den forskning som hittats gjorts utanför Sverige skulle kunna ses som en svaghet då skolsystem, kultur och andra aspekter kan påverka resultatet. Ibland har också engelskan varit på en väldigt hög nivå i forskningsrapporterna vilket gör att det finns risk för vissa översättningsmisstag och därmed också tolkning av texten.

Att ha konstruerat flera lektionsplaneringar med stöd i forskning är något som gör att jag känner en mycket större säkerhet inför uppdraget som lärare. Det ger en känsla av att ligga steget före och ger på det sättet ett större lugn och självförtroende kring framtida planeringar och lektioner.

Sammanfattningsvis har jag fått med mig väldigt många användbara aspekter att tänka på. Dock är jag medveten om att dessa resultat kan komma att motsägas i framtida studier (om de inte redan gjort det) samt att de också bara är en droppe i det forskningshav som finns att tillgå. Jag kan alltså identifiera ett behov av ytterligare kunskap inom det valda problemområdet.

## 7.2 FÖRSLAG PÅ FORTSATT FORSKNING

Att som lärare hålla sig uppdaterad inom forskningen är något som förhoppningsvis känns inspirerande för alla lärare. Det kan dock upplevas som svårt att hitta "rätt" forskningsresultat för sig då man behöver lägga ner avsevärt med tid på att sälla, och för att inte tala om att tolka, olika rapporter. Särskilt svårt blir detta då engelskan ligger på en mycket hög nivå. En sammanställning av ny didaktisk forskning översatt till svenska önskas av många och är förhoppningsvis på väg. Risken är som tidigare nämnts att resultat kan misstolkas eller förvanskas ju fler steg det är i processen.

I fältet överlag anser jag att den neurologiska forskningen kan ha många fler ledtrådar att ge oss gällande lärande.

Hur undervisningen i matematik och naturkunskap kan få en ännu större verklighetsanknytning kan också vara ett intressant fält att forska vidare på.

För egen del har detta examensarbete gett inspiration att eventuellt fortsätta med nästa examensarbete som en påbyggnad av detta med en frågeställning i form av något liknande:

*Vilka delar av naturen eller naturkunskap kopplad till matematik är de som ger störst förståelse och känsla av relevans för eleverna?*

Här finns alltså en chans att testa några av de olika lektionsplaneringarna och försöka utvärdera elevernas lärande i en egen forskning.



## 8 REFERENSLISTA

- Agebjörn J. (2012) *Med humor i verktyglådan*. Examensarbete inom lärarprogrammet. Umeå Universitet. Hämtat 2016-06-27 från <http://www.diva-portal.se/smash/get/diva2:632988/FULLTEXT01.pdf>
- Banas J.A., Dunbar N., Rodriguez D., Liu S-J (2011) A Review of Humor in Educational Settings: Four Decades of Research. *Communication Education* Vol. 60, No. 1 pp 115-144
- Behind the behave. CNN. Hämtat 2016-07-01 från <https://www.youtube.com/watch?v=F5rWmGe0HBI>
- Bolander J. (1997) Projektering ger bättre resultat. *Nämnamn Tema* 10. 2014. NMC.
- Beckmann S. (2002) Mathematics for elementary teachers. Making sense by "Explaining Why". Department of Mathematics, University of Georgia. Hämtat 2016-06-02 från <http://www.math.uoc.gr/~ictm2/Proceedings/pap174.pdf>
- Cosmides L., & Tooby J. (1992). Cognitive Adaptations for Social Exchange. In Barkow J., Cosmides L., & Tooby J. (Eds.). *The Adapted Mind: Evolutionary Psychology and the generation of Culture*. Oxford University Press, 163-228.
- Cosmides L., & Tooby J. (1997). *Evolutionary Psychology: A Primer*. Retrieved January 1, 2004, from <http://www.psych.ucsb.edu/research/cep/primer.html>.
- Deeds, D. G., Allen C. S., Callen B. W. (2000). A new paradigm in integrated math and science courses. *Journal of College Science Teaching* (30) 178–183. Hämtad 2016-06-02, från <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.501.8140&rep=rep1&type=pdf>
- Fitchett, S. (2002) Using environmental science to bridge mathematics and the sciences. Florida Atlantic University. Hämtat 2016-06-21 från <http://www.math.uoc.gr/~ictm2/Proceedings/pap151.pdf>
- Furness A. (1988) *Mönster i matematiken*. Ekelunds Förlag AB. Falköping.
- Greuel G-M. (u.å) Crystals and mathematics A Focus on Crystallography 37. Hämtat 2016-07-15 från <http://www.mathematik.uni-kl.de/~greuel/Paper/GeneralType/14Crystals-and-math.pdf>
- Hartman J. (2004) *Vetenskapligt tänkande- från kunskapsteori till metodteori*. Studentlitteratur. Lund
- Hesslefors E. Arktoft (Red) *Är det någon som minns en bra lärare? Projekt "Reflekterande lärare"* Trygghetsfonden för kommuner och Landsting nr. 12 s. 62, Stockholm (1998).

- Hestenes D., 2009. Modeling theory for math and science education. Springer (ISBN 978-1-4419-0560-4/hbk; 978-1-4419-0561-1/ebook). 13-41 (2010). Hämtat 2016-06-21, från [http://link.springer.com.ezproxy.ub.gu.se/chapter/10.1007%2F978-1-4419-0561-1\\_3](http://link.springer.com.ezproxy.ub.gu.se/chapter/10.1007%2F978-1-4419-0561-1_3)
- Isaacs E. Uhr J. (2011). Östberga Komvux: Matte för vuxna med särskilda behov. Bonnier Fakta
- Lei S.A., Cohen J.L., Russler K.M. (2010). Humor on learning in the college classroom: Evaluating benefits and drawbacks from instructors' perspectives. *Journal of Instructional Psychology* Vol. 37, No 4 pp 326-331. Hämtat 2016-07-01 från <http://eric.ed.gov/?id=EJ952139>
- Fernholm A. *Kristaller av ett gyllene snitt*. Kungliga vetenskapsakademien. Hämtat 2016-07-13 från [https://www.kva.se/globalassets/priser/nobel/2011/kemi/pop\\_ke\\_sv\\_11.pdf](https://www.kva.se/globalassets/priser/nobel/2011/kemi/pop_ke_sv_11.pdf)
- Leron (2004). *Mathematical thinking & human nature: Consonance and conflict*. Johnsen Høines, Marit (ed.) et al., Proceedings of the 28th international conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, PME 28, Bergen, Norway, July 14–18, 2004. Bergen: Bergen University College. Part III, 217-224. Hämtat 2016-07-01 från [http://www.emis.de/proceedings/PME28/RR/RR113\\_Leron.pdf](http://www.emis.de/proceedings/PME28/RR/RR113_Leron.pdf)
- Malmer, G. (2002). Bra matematik för alla: nödvändig för elever med inlärningssvårigheter. (2. uppl.) Lund: Studentlitteratur.
- ”Math in biology” (2012). Film. Hämtat 2016-07-01, från: <https://www.youtube.com/watch?v=ebcW2UJBPwg>
- Mouwitz, L. (2004). Matematik- ett ämne för bildning? Högskoleverkets rapportserie 2004:29 R. Stockholm: Högskoleverket. Hämtad 2016-06-27, från: <http://www.hsv.se>
- Nationalencyklopedin, humor. Hämtad 2016-06-30 från <http://www.ne.se/uppslagsverk/encyklopedi/l%C3%A5ng/humor>
- OECD (2015). Sweden should urgently reform its school system to improve quality. Hämtat 2016-06-27, från <http://www.oecd.org/sweden/sweden-should-urgently-reform-its-school-system-to-improve-quality-and-equity.htm>
- Rodd M. (2002) HOT AND ABSTRACT: Leeds Universitet. UK. Hämtat 2016-06-02 från <http://www.math.uoc.gr/~ictm2/Proceedings/pap203.pdf> hittad på [http://www.math.uoc.gr/~ictm2/Proceedings/ICTM2\\_Presentations\\_by\\_Theme.html](http://www.math.uoc.gr/~ictm2/Proceedings/ICTM2_Presentations_by_Theme.html)
- Scholtz R. Ämneslärare på plusgymnasiet, information om föreläsningen ”Fossila lärare”. 2014-10-11
- Scott, J., Jess, K. & Hansen, H-C. (2010). Matematik för lärare - Delta didaktik. Malmö, Gleerups utbildning AB.

SFS 2010:800. *Skollag*. Stockholm: Utbildningsdepartementet.

SFS (2014:458). 3 kap. Barns och elevers utveckling mot målen. 3 §. *Skollag*. Stockholm: Utbildningsdepartementet.

Skolverket (2011a) Kursplan Matematik. Stockholm. Skolverket. Hämtat 2016-05-23 från <http://www.skolverket.se/laroplaner-amnen-och-kurser/gymnasieutbildning/gymnasieskola/mat?tos=gy&subjectCode=mat&lang=sv>

Skolverket (2011b) Kursplan Naturkunskap. Stockholm. Skolverket. Hämtat 2016-05-23 från <http://www.skolverket.se/laroplaner-amnen-och-kurser/gymnasieutbildning/gymnasieskola/nak?tos=gy&subjectCode=nak&lang=sv>

Skolverket (2011c). Kommetarmaterial till kursplanen i Naturkunskap. Stockholm. Skolverket. Hämtat 2016-07-01 från <http://www.skolverket.se/laroplaner-amnen-och-kurser/gymnasieutbildning/gymnasieskola/nak?tos=gy&subjectCode=nak&lang=sv>

Skolverket (2016 a). Varför kontextrika problem? Hämtat 2016-06-27 från <http://www.skolverket.se/skolutveckling/larande/nt/gymnasieutbildning/fysik/2.8763/2.8762/varfor-kontextrika-problem-1.236694>

Skolverket (2016 b). Konstruera kontextrika problem. Hämtat 2016-06-27 från <http://www.skolverket.se/skolutveckling/larande/nt/gymnasieutbildning/fysik/2.8763/2.8762/konstruera-kontextrika-problem-1.236695>

Säljö, R. (2012). Den lärande människan – teoretiska traditioner. I U. P. Lundgren, R. Säljö, & C. Liberg (Red.), *Lärande skola bildning* (s. 139-197). Stockholm: Natur & Kultur

”The Fibonacci Sequence” (2010) Film på youtube. Hämtat 2016-07-01, från: <https://www.youtube.com/watch?v=P0tLb15LrJ8>

Ufuktepe Ý., Özel C.T. (2002) Avoiding mathematics trauma: Alternative teaching methods. Institute of Technology, Department of Mathematics. Turkiet. Hämtat 2016-06-02 från <http://www.math.uoc.gr/~ictm2/Proceedings/pap132.pdf>

Ulin B. (2007). Matematisk design i naturen. Telleby förlag. Karlshamn.

Vetenskapsakademien (2013) Att redan i förväg veta hur det ska gå. Hämtat 2016-04-27 från <https://www.youtube.com/watch?v=JJ1919kOvCo>

Vetenskapens värld (2016). Avsnitt 10. SVT-Play.

Weltman Anna. Natural geometry, Hex and sacred geometry. Math Munch. Hämtat 2016-07-01 från <https://mathmunch.org/2013/06/18/natural-geometry-hex-and-sacred-geometry/>

