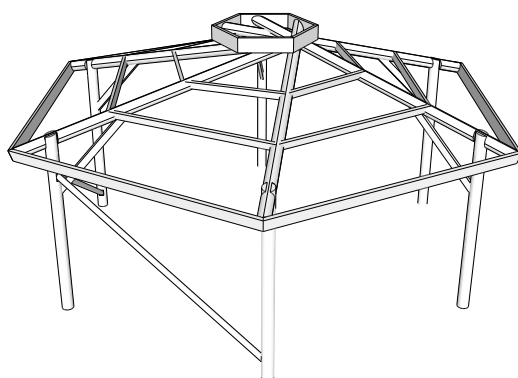


Reciprokt Tak i Rundvirke

- En hantverksinriktad studie i geometri och utförande



Torbjörn Einarsson

Uppsats för avläggande av filosofie kandidatexamen i

Kulturvård, Bygghantverk

22,5 hp

Institutionen för kulturvård

Göteborgs universitet

2016

Reciprokt Tak i Rundvirke
- En hantverksinriktad studie i geometri och utförande

Torbjörn Einarsson

Handledare: Nils-Eric Andersson

Examensarbete, 22,5 hp

Bygghantverksprogrammet

GÖTEBORGS UNIVERSITET

Institutionen för kulturvård

UNIVERSITY OF GOTHENBURG

www.conservation.gu.se

Department of Conservation

Tel +46 31 786 00 00

Box 77

SE-542 21 Mariestad, Sweden

Program in Conservation, Building Crafts

Graduating thesis, 2016

By: Torbjörn Einarsson

Mentor: Nils-Eric Andersson

ABSTRACT

Reciprocal roofs have, due to their unique appearance and possibility for large spans without the need for central support, gained popularity over the last 30 years. A variety of construction methods have been presented, with a varying degree of accuracy, and those that hold higher standards (i.e. those that take all the parameters into consideration and leave nothing to chance) exclusively deals with square-cut timber.

In working with roundwood timber one has to adapt the marking and layout procedures to another set of prerequisites than those used in working with conventional square-cut timber.

This study aims to bridge the gap between available published knowledge about the geometry in reciprocal roofs and the working methods applied in roundwood timber framing.

The practical experiment accounted for is the full-scale construction of a hexagonal reciprocal roof with roundwood timber executed in sections and an investigation of the different problems posed by this method of construction.

Title in original language: Reciprokt tak i rundvirke – En hantverksinriktad studie i geometri och utförande

Language of text: Swedish

Number of pages: 27

Keywords/Nyckelord: Reciprocal roof, mandala roof, roundwood timber framing, reciprokt tak, rundvirke

Förord

Första gången jag såg ett reciprokt tak var när en vän till mig hade varit och rest i Chile och visade en bild på ett hus de byggt. Huset var ett runt pisé-hus med reciprokalt tak som var lerklinat. Enkelheten i konceptet, samtidigt som den uppenbart komplicerade geometrin och inte minst estetiken i detta byggnadssätt slog mig direkt och jag började överösa min vän med frågor om hur det planerats och byggts. Det visade sig att ingen planering av utformningen hade gjorts utan att man helt enkelt bara hade lagt upp stockarna en efter en på ett stöd och sedan när man lagt dit den sista ryckt undan stödet och låtit taket falla ner till sitt låsningsläge där det låstes med gängad bult och mutter.

Detta sporrade mig till att ta reda på hur man kunde förutbestämma hur taket skulle se ut och på så sätt kunna använda hantverksmässigt utformade sammanbindningar för att sammanfoga sparrarna samt fritt kunna välja hur taket skulle se ut.

Tack till min handledare Nils-Eric Andersson, bibliotekarie Maria Hörnlund för ovärderlig hjälp i skrivprocessen, min fru Gisela för att hon både tagit sig tid att hjälpa mig och för hennes stöd, Odón Fernández Rego för hjälp med utformandet av matematiska formler och till mina kurskamrater för stöd med både håg och muskler.

INNEHÅLLSFÖRTECKNING

1. INLEDNING OCH PROBLEMKONTEXT	7
1.1. DEFINITIONER.....	7
1.2. BAKGRUND OCH HISTORIK	8
1.3. BEFINTLIG KUNSKAP/NUVARANDE FORSKNINGSLÄGE	10
1.4. FRÅGOR.....	11
1.5. SYFTE	11
1.6. AVGRÄNSNINGAR	11
1.7. METOD.....	11
2. UNDERSÖKNING	12
2.1. INLEDANDE FÖRUTSÄTTNINGAR.....	12
2.1.1. RUNDVIRKE	12
2.1.2. VIRKESVAL OCH TRÄSLAG	13
2.2. GEOMETRI	13
2.3. PLANERING OCH FÖRBEREDELSE	15
2.3.1. BESTÄMDA VÄRDEN	15
2.3.2. RITNINGAR.....	15
2.4. ARBETSPROCESSEN	16
2.4.1. JIGGAR	16
2.4.2. UTSLAGNING	17
2.4.3. SPARRAR	18
2.4.4. TOPPRING.....	21
2.4.5. STICKSPARRAR	22
2.4.6. STRÄVOR	24
3. RESULTAT	25
4. DISKUSSION	25
5. BILDFÖRTECKNING	26
6. KÄLLFÖRTECKNING	26

BIL. 1. ANVÄNDARMANUAL TILL GRAFISK SAMMANSTÄLLNING

1. INLEDNING OCH PROBLEMKONTEXT

Vid en närmare undersökning och förståelse för hur ett reciprokt tak fungerar dyker följdfrågan för en bygghantverkare direkt upp: hur gör man i en byggprocess för att kunna tillverka och sätta ihop komponenterna till en färdig takkonstruktion?

Denna fråga har besvarats genom olika processbeskrivningar som i princip utvecklats av respektive hantverkare när denne stått inför uppgiften att tillverka ett.

Till exempel presenterar Bernd Küppers i sin bok *The New Book of the Ancient Knowledge of Roof Framing* en processbeskrivning på hur man genom utslagning kan få reda på alla vinklar i ett reciprokt tak. (Küppers, 2014, s. 75 – 79) Denna processbeskrivning förutsätter att man jobbar i fyrkantsvirke och utgår ifrån bestämda mått och tillåter således bara ett tak med samma förhållanden inbördes och samma antal sparrar som Küppers använt sig av.

Någon egentlig universell och exakt metod som behandlar obearbetat rundvirke, står dock inte att finna. Eftersom parametrarna går att identifiera finns det utslagningmetoder för att med fyrkantsvirke kunna få ut exakta urtag i mötena mellan sparrarna och inbördes vinklar men eftersom obearbetat rundvirke dels skiljer sig i diameter längs stocken och dels kan vara böjt och krokigt måste man alltså förhålla sig till andra referenser, som t.ex. ett horisontellt plan. Med parametrarna menas här de värden som i ett reciprokt tak förhåller sig till varandra på så sätt att de definierar varandra. Till exempel om en viss dimension på sparrarna och deras lutning bestäms blir avståndet i lod mellan sparrarnas systemlinjer vid deras möte samt avståndet i plan mellan mötena definierade av dessa bestämda parametrar. Detsamma gäller för om två andra parametrar bestäms på förhand, se kap 2.2 Geometri.

Att utforma konstruktionen med hantverksmässiga träförbindningar innefattar inte bara spetskunskap inom hantverket utan även ett förmedlande av den på ett pedagogiskt sätt gentemot betraktaren.

1.1. DEFINITIONER

Udo Thönnissen, arkitekt och författare till boken *Reciprocal Framework, Tradition and Innovation* ger följande definition av reciproka strukturer:

”Reciprocal frameworks are surface structures consisting of individual slat-shaped elements that are connected to each other via spatial interlocking. At least three elements rest on each other in such a way that the ends of one is supported by another and/or the ground, and itself serves as a bearing for at least one further element.”

(Thönnissen, 2015 s. 115)

Den svenska översättningen är reciprok, av latinets *reciprocus*:

”som finns l. sker l. iakttages l. gives l. visas l. kännes o. d. å l. från ömse sidor l. sinsemellan; ömsesidig, inbördes”

Eller som matematisk term:

”stående i omvänd proportion till ngt, inverterad /.../ i uttr. reciprok ekvation, symmetrisk ekvation som icke ändras, om den obekanta utbytes mot dess inverterade värde

(Svenska akademiens ordbok)

Termen reciprocal roof myntades av designern Graham Brown som sökte patent på det 1987¹. Tekniken är dock betydligt äldre än så men i fortsättningen kommer konstruktionssättet att benämnas reciprokt ramverk och reciprokt tak när det menas som takkonstruktion.

För en mer utförlig redogörelse över terminologin se Pugnale & Sassone 2014.

1.2. BAKGRUND OCH HISTORIK

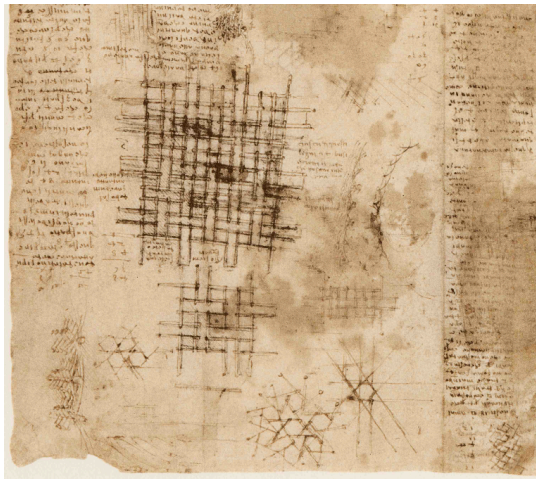
För historien kring reciproka tak kan man gå hela vägen tillbaka till indianska tipis och s.k. hogan-dwellings där de konstruktiva aspekterna av ett reciprokt ramverk kan antydast. (Popovic-Larsen, 2008 s. 5)

Ett tidigt exempel på ett reciprokt ramverk kan ses i en panoramamålning av den kinesiske målaren Zhang Zeduan från 1100-talet. Där kan man se en bro, Regnbågsbron, som spänner över en bred flod och man ser att konstruktionen är av reciprok struktur med alternerade stockar som låser varandra (Thönnissen, 2015 s. 9)

Ungefär hundra år senare dyker principen upp i Europa fast då som en lösning på bjälklag när timmer av rätt längd inte finns tillgängligt. Skisser från den franske byggmästaren och arkitekten Villard de Honnecourt beskriver ett sådant bjälklag. Skisserna gjordes någon gång mellan 1225 och 1250 (Popovic-Larsen, 2008 s. 8)

Leonardo Da Vinci, liksom Honnecourt före honom, beskriver i sin *Codex Madrid* (samlade skisser från 1490 till 1505) hur man kan bygga bjälklag som stöder sig självt reciprokt, om Da Vinci var bekant med tekniken sedan tidigare eller kom på den själv är oklart.

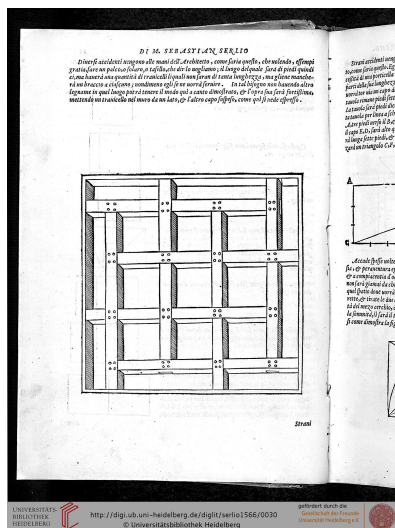
I sitt verk *Codex Atlanticus* beskriver Da Vinci hur man kan bilda större nätliknande strukturer genom att kombinera enkla trippla och fyrdubbla ömsesidigt bärande konstruktioner, se kap 1.3 Nuvarande forskningsläge nedan. (Thönnissen, 2015 s. 36-38)



Figur 1 Skisser ur Codex Atlanticus s. 899v

Som ett sätt att hantera spännvidder där timmer av tillräcklig längd inte är tillgängligt dyker principen upp sporadiskt över århundradena, Sebastiano Serlio skriver om dylika bjälklag i första volymen i *Seven Books on Architecture* (Serlio, 1566 s. 15a) och därefter blev konstruktionen känd under namnet "Serlios golv" (Thönnissen, 2015 s. 42)

¹ Brown G., Three dimensional structures, United Kingdom Patent Office, 1989, Patent No. GB2235479B



Figur 2 "Serlios golv" ur Libro Primo d'architettura av Sebastiano Serlio, 1566

Användandet av reciproka golv- och takkonstruktioner gick vidare till att utvecklas i sten och kvaderblock till en teknik som kom att kallas ”flat vaulting”. För tidiga exempel, se franske ingenjören Joseph Abeilles, som sökte patent 1699, och Jean-Babtiste Rondelets skisser. (Thönnissen, 2015 s. 73-82)

Några av de äldsta bevarade reciproka taken pryder trapphusen i Casa Negre, Barcelona (1915) och Casa Bofarul, Tarragona (1913-18), båda ritade av arkitekten Josep Maria Jujol.



Figur 3 Reciprokt tak i trapphuset i Casa Negre, Barcelona Foto: Planeta Dunia

Sitt riktiga uppsving fick reciproka tak under 1980-talet när den brittiske designern Graham Brown (åter)upptäckte principen och tog patent på det men släppte patentet kort därefter till gagn för självhushållsbyggare världen över. Graham Brown var också den förste som gav konstruktionen namnet reciprocal roof och spred kunskapen. (Thönnissen, 2015 s. 87)

1.3. BEFINTLIG KUNSKAP/NUVARANDE FORSKNINGSLÄGE

I dagens läge, när man med hjälp av CAM (Computer Aided Manufacturing) har möjlighet att serietillverka unika byggnadskomponenter med komplicerade urtag, har också möjligheterna att industriellt tillverka komplexa reciproka strukturer ökat. (Chilton, 2009) Ett exempel är Woodland Community Hall, Hill Holt Wood, i Storbritannien, uppförd 2008.

I en uppsats som handlar om reciproka ramverk bör både Olga Popovic Larsen och John Chilton nämnas. Båda var pionjärer inom området och publicerat både artiklar och böcker inom ämnet.

Forskningen idag fokuserar till stor del på de strukturella korrelationerna och möjligheterna för vitt spännande ramverk där varje modul är enkla reciproka strukturer och som samtidigt stöds av och stöder intilliggande modul, s.k. nexorades eller MSEs (Mutually Supporting Elements). F.d. universitetslektor Vito Bertin vid Hong Kong University har bidragit med mycket forskning inom ämnet, för mer information och exempel se vitobertin.hk.



Figur 4 "Nexorade" efter Da Vincis principer vid Contemporary Art Exhibition, Toyohashi, Japan

1.4. FRÅGOR

- Vilka är parametrarna som definierar ett reciprokt tak och hur påverkar de varandra?
- Hur kan man utifrån dessa beräkna och tillverka ett reciprokt tak i rundvirke?

1.5. SYFTE OCH MÅLSÄTTNING

Målet för studien är att brygga över den klyfta som finns mellan tillgänglig publicerad kunskap om geometrin i reciproka tak och arbetsmetoderna som tillämpas i stopperksbygge med rundvirke.

Syftet med arbetet är att framställa den beskrivning som krävs för att kunna bygga ett reciprokt tak med förutbestämda parametrar samt undersöka lösningar i en praktisk byggnadssituation. Lösningar och tillvägagångssätt ska kunna tillämpas på byggnadskomponenter i rundvirke.

1.6. AVGRÄNSNINGAR

Detta arbete kommer inte gå in på lastberäkning och dimensionering kontra egenvikt. Undersökningen kommer också att förhålla sig till att arbeta i rundvirke och till den småskaliga hantverkarens verktygsarsenal.

En viss diskussion kommer att föras över lösningar vid taktäckning av ett reciprokt tak men undersökningen kommer inte att gå in på att undersöka olika taktäckningsmöjligheter.

1.7. METOD

Undersökningens metod består av en utvärderande byggprocess. Genom att studera geometrin i ett reciprokt tak kan de definierande parametrarna fastslås utifrån vilka arbetsmetoden grundar sig på.

Denna arbetsmetod testas och utvärderas och under arbetsgången sker kontinuerlig kontroll av eventuella avvikelser eftersom varje sektion byggs för sig. Sektionerna består av två sparrar och de sticksparrar som fälls in i dessa, taket i sin helhet består alltså av sex delvis överlappande sektioner. (överlappande i den mening att varje sparre tillhör två sektioner)

Det kommer att tillämpas *practise-led research* i den meningen att utövandet är avgörande för att svara på frågeställningen.

Practice is an activity which can be employed in research, the method or methodology must always include an explicit understanding of how the practice contributes to the inquiry and research is distinguished from other forms of practice by that explicit understanding
(Rust, Mottham & Till, 2007, s. 11)

Arbetet undersöker hur man förhåller sig till rundvirke i en praktisk byggprocess av ett reciprokt tak och då lämpar sig byggandet i full skala bäst för att kunna svara på frågan *Hur kan detta tillämpas i en praktisk byggprocess med rundvirke?* i och med de speciella

förutsättningar som rundvirke har. Inte minst storleken på byggkomponenterna kräver en viss typ av hantering.

Förhållandena mellan parametrarna som arbetsprocessen utgår ifrån, som uppkommit under studien av geometrin, testas först i en sketchup-modell för att sedan testas i en byggprocess.

2. UNDERSÖKNING

2.1. INLEDANDE FÖRUTSÄTTNINGAR

2.1.1. RUNDVIRKE

Förutsättningarna i arbetet med rundvirke skiljer sig något från att arbeta med konventionellt fyrkantsvirke. Det har inga fasta referensytor, kan vara krokigt och skiljer sig i dimension från topp till rot.

För att eliminera måttavvikelse och för att kunna förhålla sig till varje komponent på ett standardiserat sätt har tillämpningen av systemlinjer nyttjats. Detta innebär att varje komponent markeras i ändarna med lod- och våglinjer och dessa linjer snörslags så att varje komponent fått en genomgående x- och y-axel som skär varandra i en genomgående centrumlinje.



Figur 5 Lod och våg invägda och slagna med snörslå Foto: Torbjörn Einarsson

En annan aspekt som kanske inte ter sig så tydlig men blir uppenbar i en arbetsprocess är att eftersom en stock (eller stav, slana mm) som inte är mer bearbetad än att ha blivit barkad med bandkniv inte ändrar sin estetik om man bestämmer sig för att bearbeta den ytterligare med bandkniv. Detta innebär att man i princip kan forma sitt ämne efter eget tycke eller behov i processen utan att ändra utseendet på den färdiga konstruktionen. För exempel se strävans möte med sparren i figur 31.

Hållfasthetstester har visat att böjstyrkan hos rundvirke är närmare dubbelt så stor som hos dimensionerat fyrkantsvirke med samma tvärsnitt (Ranta-Manaus, 2000 s. 7) vilket medför både ekonomiska, byggnadstekniska och till viss del arbetsmiljömässiga fördelar.

2.1.2. VIRKESVAL OCH TRÄSLAG

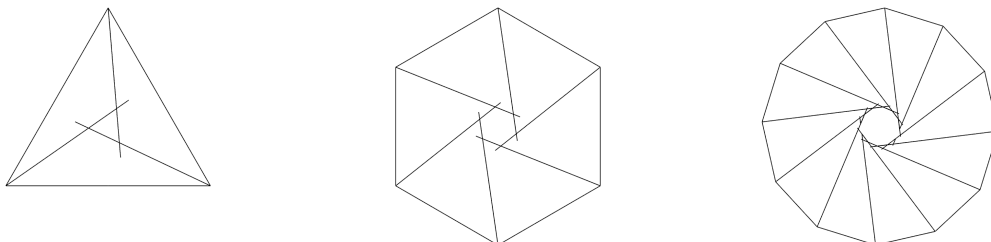
Tolv granar fälldes till detta projekt, samtliga fälldes med yxa och bars ut med handkraft ur skogen. Stammarna bearbetades sen endast genom att bli kapade i längd och barkade med bandkniv. Man kan se vissa fördelar ur ett hållbarhetsperspektiv med att kunna plocka sitt virke lokalt och att den bearbetning som krävs kan göras på plats. Barkas virket redan i skogen återförs också mycket av den näring trädet tagit upp till skogen.

Virket som använts har varit klen timmer i dimensionerna rotdiameter ca 18 cm. Detta är en förhållandevis outnyttjad dimension av timmer, för klen för att säljas som byggnadstimmer eller till att bli brädor och för tjock för att användas som slakor. Inte desto mindre är det en dimension som ofta blir avverkad i en andra gallring och går då till massaved. Det bör dessutom tilläggas att dimensionerna som använts i detta projekt är större än vad som krävs gällande bärighet enbart på grund av valet av förutbestämda värden, se kap 2.3.1

Eftersom att diametern bara på några speciella ställen (eg. i sparrarnas möte) har varit viktig så har en stor del av de fällda träden kunnat användas. Toppdelen, som är särskilt avsmalnade och kvistig, har använts till väggsträvor.

2.2. GEOMETRI

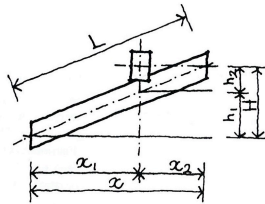
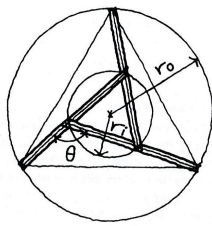
Ett reciprokt tak kan byggas med minst tre sparrar och uppåt. Oavsett hur många sparrar man väljer att använda så bildar de (i ett symmetriskt tak) två stycken polygoner, en yttre varpå sparrarnas stödpunkter hamnar och en inre som bildar toppringen. Dessa två är förskjutna gentemot varandra och bildar ett spiralliknade mönster.



Figur 6 Planskisser på reciproka tak med 3, 6 och 12 sparrar. Relationen mellan radien på de två polygonerna är 1:6
Ritning: Torbjörn Einarsson

De definierande parametrarna är sparrarnas avstånd i lod mellan varandra vid sina möten, antal sparrar, diametern på den yttre polygonen, diametern på den inre polygonen och taklutningen. (Popovic-Larsen, 2008 s. 37) Dessa är i viss mån beroende av varandra och man kan inte välja fritt värdet på allihopa, bestämmer man sig till exempel för en viss diameter på den yttre och inre polygonen samt en taklutning så blir avståndet mellan centrumlinjerna i lod vid mötena en funktion av dessa värden.

Olga Popovic-Larsen lägger fram följande formler för att räkna ut de olika värdena (n står för antal sparrar):



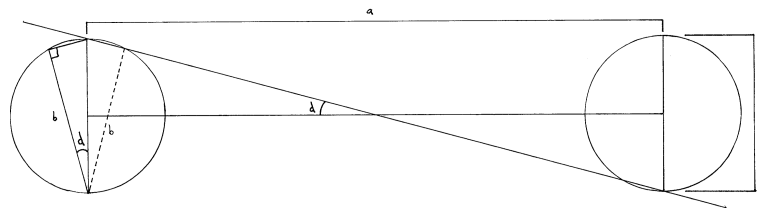
Sector angle between the beams. $\theta = 360/n$
 Overall plan length of beam. $x = x_1 + x_2$
 Plan length to first intersection. $x_2 = 2r_i \sin(\theta/2)$
 Plan length between intersections. $x_1 = \{r_o^2 - [r_i \cos(\theta/2)]^2\}^{1/2} - x_2/2$
 Rise to first intersection. $h_1 = H(x_1/x)$
 Rise between intersections. $h_2 = H - h_1$
 Slope length of beam. $L = (x^2 + H^2)^{1/2}$ or $L = (r_o^2 - r_i^2 + H^2)^{1/2}$

Figur 7 Parametrarna och deras samband Ritning: A. E. Piroozfar

(Popovic Larsen, 2008 s.39)

Är radien på den yttre polygonen bestämd, vilket i ett byggsammanhang representerar radien på ytterväggarna eller snarare stödpunkterna för sparrarna, så behöver man bara veta den inre polygonens radie och dess förskjutning gentemot den yttre för att kunna göra en korrekt planritning.

Baserat på Popovic-Larsens formler har i undersökningen gjorts följande sammanställning av de relevanta faktorerna och deras samband. Den stora fördelen med denna grafiska framställning är att man kan rita upp det i lämplig skala och baserat på att man fastställt två av parametrarna kan man mäta sig till de andra. För en mer utförlig förklaring av modellen, se bilaga 1.



Figur 8 Grafisk sammanställning av parametrarna och hur de förhåller sig till varandra Ritning: Torbjörn Einarsson

- a = den inre polygonens sida/avståndet mellan mötena i plan
- b = sparrans minsta möjliga diameter i mötet
- c = avstånd i lod mellan systemlinjer
- d = sparrarnas lutning

Deras samband kan uttryckas med följande formler:

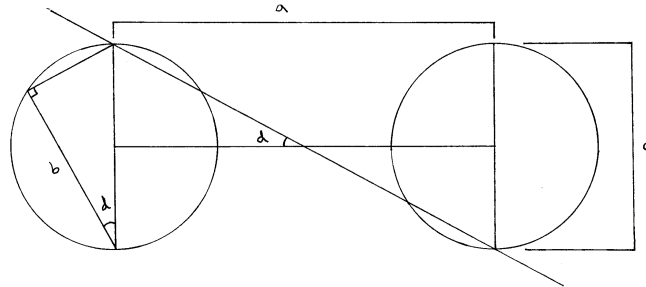
$$a = c / \tan(d)$$

$$b = c \cos(d)$$

$$c = a \tan(d)$$

$$d = \cos^{-1}(b/c)$$

Ritningen ovan är ritad med värdena som användes i undersökningen. Man kan lätt se hur de olika parametrarna påverkar varandra genom att ändra värdet på en av dem. I ritningen nedan har a förkortats till hälften och man kan då se tydligt hur parametrarna b och d påverkas. Parametern d nästan fördubblas från 15° till 28° och b förminsas från 129,4 till 118,3 medan c förhåller sig oförändrad.



Figur 9 Hur den grafiska sammanställning ser ut om man ändrar värdet på a till hälften, både b och d har påverkats
Ritning: Torbjörn Einarsson

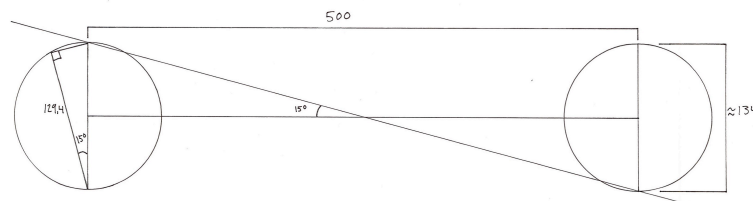
2.3. PLANERING OCH FÖRBEREDELSE

2.3.1. BESTÄMDA VÄRDEN

I denna undersökning valdes att bestämma den yttre polygonens diameter till 6 m och den inre polygonens diameter till 1 m samt att det skulle vara en taklutning på 15° och att det skulle vara 6 sparrar.

Genom modellen som presenterades i föregående kapitel kan då utläsas att avståndet mellan systemlinjerna i lod måste vara 134 mm (133,975) och att beräknade hela runda staven då blir 129,4 mm.

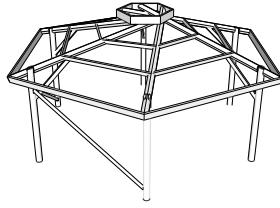
De parametrar som fastställdes var alltså a och d , inre polygonens sida och sparrarnas lutning.



Figur 10 Utläsning av av parametrarna baserat värdena för a och d
Ritning: Torbjörn Einarsson

2.3.2. RITNINGAR

Till projektet gjordes en 3d-modell i sketchup. Denna användes som modell och inte som ritning och gjordes för att dubbelkolla att de uträknade måtten och om förhållandena ovan stämde ihop, dvs. i det här fallet när värdena för a och d bestämdes så kunde en modell visa att avståndet i lod faktiskt överensstämde med det uträknade måttet för c och i förlängningen också b (vilket i sin tur är en konsekvens av c och d). Detta var ett ovärderligt verktyg som möjliggjorde att lösningar kunde testas kontinuerligt i ”praktiken” under studien av geometrin. Matematiska uträkningar kunde översättas grafiskt och således bevisas.



Figur 11 Sketchup-modell av den färdiga konstruktionen
Ritning: Torbjörn Einarsson

2.4. ARBETSPROCESSEN

I undersökningen har taket byggts i sektioner om två sparrar och dess sticksparrar och strävor åt gången. Anledningen till detta har varit att presentera en platsnål lösning att kunna bygga reciproka tak med större spännvidd än den som behandlats i denna undersökning.

Metoden som använts har varit *full scale layout* (Hjort-Lassen, 2014 s. 24) dvs. en planritning med systemlinjer har i full skala ritats upp på golvet och med hjälp av sänklod har varje komponent positionerats i överensstämmelse med dessa.

2.4.1. JIGGAR

Sparrarna sattes upp på två "stolpmallar" för att kunna lita på att förutsättningarna för varje sparre var lika. Dessa stolpmallar hade motsvarande vinkel, tapp och tapphål för sträva som de tillverkade stolparna hade. Den stora fördelen med detta var att sparrarna satt i behändig höjd att jobba i.

En rad olika vinkelmallar användes också i kombination med vattenpass så att vinklar kunde mätas och kontrolleras i förhållande till horisontalplanet.



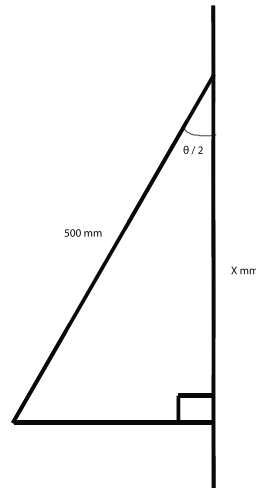
Figur 12 & 13 En av stolpmallarna och de vinkelmallar som användes Foto: Torbjörn Einarsson

2.4.2. UTSLAGNING

Det första som gjordes var att bestämma en mittpunkt för taket, detta markerades med ett kryss så centralt i rummet som möjligt. Utifrån mitten slogs sedan med hjälp av passare ut en cirkel med radien 3 m vilket var den bestämda spännvidden för taket. Cirkeln delades sedan upp i sex segment för att forma en hexagon, detta gjordes med samma passare med samma inställning då en sida av en hexagon är lika lång som radien. Vid annat antal sparrar och således annan typ av polygon kan, beroende på vilket antal punkter man vill dela cirkeln i, antingen utslagning eller gradskiva/vinkelmätare användas.

Därefter monterades regler längs polygonens sida fast i golvet så att de tillfälliga stolparna kunde fästas med skruv.

När den yttre polygonen var bestämd och uppritad och måtten för den inre klarlagda (se kap 2.3.1) så återstod bara att ta reda på förskjutningen mellan de två. Detta åstadkommes antingen på matematisk väg då man räknar ut radien till mitten av en sida av polygonen (dvs. det kortaste avståndet) eller att man genom utslagning och mätning kommer fram till avståndet.



Figur 14 Av halva segmentet i en polygon bildas en rätvinklig triangel Ritning: Torbjörn Einarsson

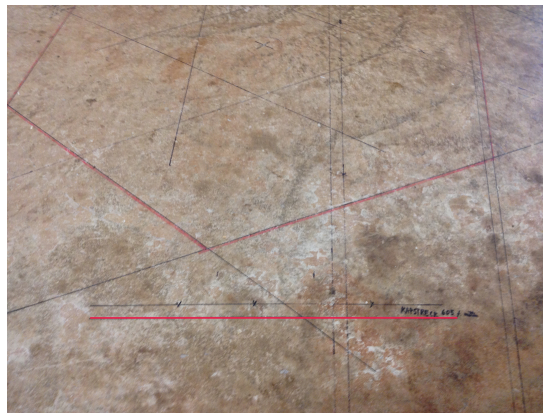
Formeln för att räkna ut det kan uttryckas som $x = R_i \cos(\theta/2)$ där R_i står för radien på den inre polygonen, i detta fall 500. I det fallet 6 sparrar används och följaktligen hexagoner kan man även räkna ut det genom $x = \sqrt{3} (R_i/2)$. Vill man mäta sig fram till avståndet bör man multiplicera avståndet och förstora upp ritningen för att minska felmarginalerna.

Enligt detta mått kan nu en cirkel slås ut med passare vilken varje sparres systemlinje skall tangera, deras möten bildar då den inre polygonen.



Figur 15 Utslagning i full skala på golvet med cirkeln i mitten där sparrarnas systemlinjer tangerar. Linjerna är rödmarkerade i för att synas bättre i figuren.
Foto: Torbjörn Einarsson

Här bestämdes även ett kapmått på sparrarna som valdes att läggas parallellt med två av de andra sparrarnas stödpunkter i den yttre polygonen (intilliggande och motstående). Detta för att sparren som fälldes in i byggandet av varje sektion efter att ha kommit på plats skulle kapas i samma vinkel och mått som resterande och således skapa förutsättningar för att enkelt montera täckningen av ändträet när konstruktionen står på plats, se kap. 2.4.4.

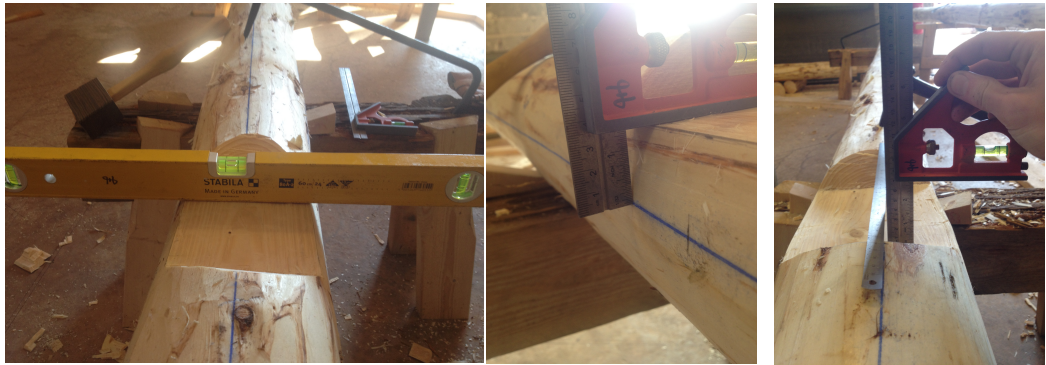


Figur 16 Kapstecket utritat på golvet Foto: Torbjörn Einarsson

2.4.3. SPARRAR

Sparrarnas förankring i stolparna gjordes med tapp och tapphål med tappen på stolpen rak i lod och tapphållet i sparren således i vinkel. För att korrekt kunna kontrollera att alla sparrar hamnade på samma höjd gjordes hus till varje tapphål 3 cm ovanför systemlinjen. Detta hus mättes in så att det låg i linje med systemlinjen så att vinkeln på tapphållet kunde mätas från husets referensyta.

Vidare för att kunna centrera tapphållet nere i huset lodades systemlinjen ner från den existerande slagna linjen.



Figur 17 & 18 Huset kontrolleras i våg och kan då kontrolleras gentemot systemlinjerna.
 Figur 19 systemlinjen lodas ned i huset Foto: Torbjörn Einarsson

Varje sparre stöds av en sträva som går från stolpen till sparren (fig. 33). För att avståndet mellan tapphålet för stolpen och tapphålet för strävan skulle bli så exakt som möjligt togs måttet på vardera sidan om sparren och fördes med lod upp på ovansidan (eg. undersidan när sparren sitter på plats). På så vis kunde eventuella felmarginaler undvikas som uppstått på grund av att markeringen för stolpens tapphål förts upp med hjälp av lod.

Tapphålet för strävan mättes således ut i stötytan av hålet och höggs ut i sin hela raka längd, dvs. den del av hålet som följde systemlinjen. Sedan kunde lutningen på den resterande delen av tapphålet huggas ut med hjälp av en vinkelmall och vattenpass. Samma förfaringssätt användes till att göra tapphålerna i stolparna.



Figur 20 Genom att hålla vinkelmallen i lod kan tapphållets vinkel kontrolleras
 Foto: Torbjörn Einarsson

Eftersom strävan inte hade någon bröstning utan skulle böttna i hålet var det viktigt att botten i tapphålet skulle bli både jämnt och i rätt djup. Detta visade sig vara svårare än tänkt då de enda referenserna som stod att tillgå var systemlinjerna på sidan. Problemet löstes genom användandet av en lod- och våginställbar passare som tillät korrekt avläsning av tapphållets djup.



Figur 21 Tapphållets djup kontrolleras mot systemlinjerna på sidan
Foto: Torbjörn Einarsson

Sedan sattes sparren upp på den provisoriska stolpmallen med en strävmall och vägdes in efter utslagningen på golvet i både sidled, position, längs sin egen axel samt vinkel.



Figur 22 & 23 Sparrens vägs in med sänklod emot utslagningen på golvet, genom att ha sänklodet så nära golvet som möjligt tillåts väldigt små toleranser Foto: Torbjörn Einarsson

När den undre sparren väl sitter på sin plats kan nästkommande läggas upp och vägas in enligt systemlinjerna på golvet. Eftersom att varje sparre lades på nästa och urtaget markerades efter den undre sparrens form som fördes upp rakt i lod var hänsyn tvungen till att tas till storleksskillnaderna på den faktiska diametern på sparren och det beräknade avståndet från systemlinje till systemlinje. Detta innebar att när sparren lades upp för påritning så låg den ett antal cm för högt i topp. Detta löstes genom att mäta avståndet mellan våglinjerna när sparrarna låg på sin plats och ta ut medelvärde för de två avstånden och sedan dra bort det beräknade avståndet. En distans med samma höjd lades sedan in mellan stolpe och sparre för att sparren skulle få sin riktiga vinkel innan urtaget markerades.



Figur 24 Sparrens bas måste höjas upp lika mycket som toppen ska fällas ner vid påritningen
Foto: Torbjörn Einarsson

Sedan kunde urtaget markeras och huggas ut och sparren lades tillbaka på sin plats så att position och vinkel kunde kontrolleras gentemot ritningen på golvet.



Figur 25 & 26 Urtaget märks ut med våg- och lodinställbar passare och kopierar då underliggande stocks form
Foton: Torbjörn Einarsson

Sist så kapades den infällda sparren enligt kapstrecket på golvet, se kap 2.4.2.

Eftersom att sparrarna under byggandet ”vandrade”, dvs. först sattes upp i infällningsposition och sedan sattes upp för att nästa kunde fällas in så blev varje sparre kontrollerad två gånger, både i egenskap av bärande och buren. Detta innebar också att den första sparren som sattes upp även blev den sista sparren som fälldes in.

2.4.4. TOPPRING

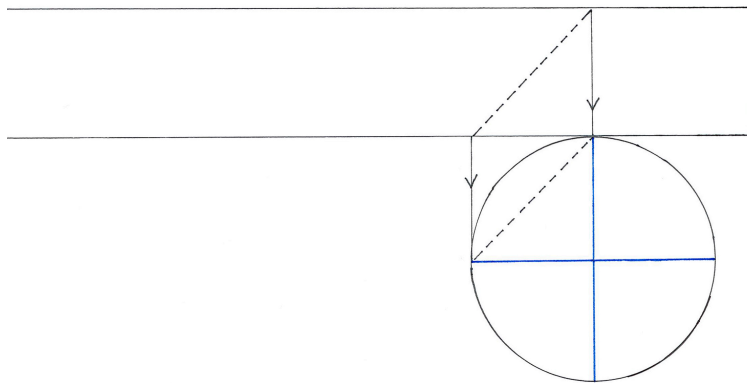
För att täcka ändträet i topp så tillverkades en hexagon i 2” 8” som skruvas ihop i geringarna och sätts på hel när taket sätts upp på plats. Måtten på hexagonen följer måttet från mitten till kapstrecket i ritningen. Denna hexagon täcker ändträet på sparrarna från sidan och ger bra förutsättningar för att helt eller delvis täcka hålet uppifrån efter tycke eller behov.



Figur 27 Hexagon i 2" 8" som täcker ändträet i topp Foto: Torbjörn Einarsson

2.4.5. STICKSPARRAR

För att förstärka skivverkan i taket bestämdes det att sticksparrarna skulle fällas in istället för att bara spikas fast på ovansidan av sparrarna. Med sticksparrar menas här de avvaxlingar som sätts in mellan sparrarna och ger stöd åt taktäckning.



Figur 28 Skiss över hur sticksparrarna fälls ner i sparrarna Ritning Torbjörn Einarsson

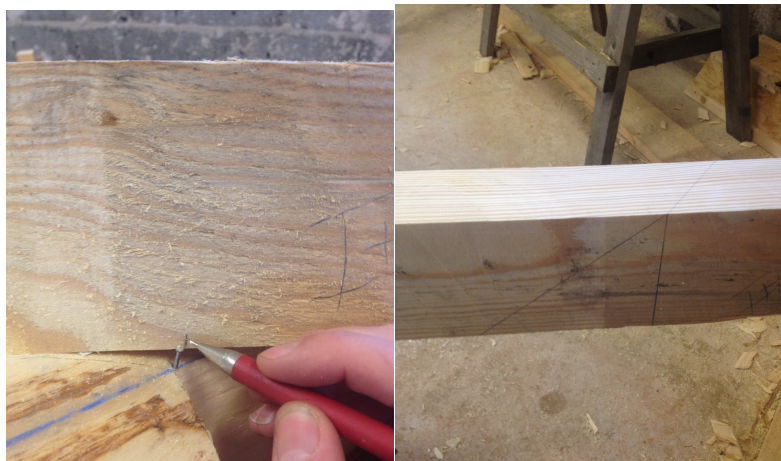
Först så spändes ett murarsnöre upp mellan utsatta punkter på sparrarna på 120 respektive 240 cm från takfoten. Med hjälp av en vinkelmall med sparrarnas lutning där höjden på sparren var markerad så kunde undre punkten identifieras och markeras. Genom att se längs murarsnöret rakt över den punkt där sticksparren slutade kunde påritningen av urtaget göras i rätt vinkel.



Figur 29 & 30 Med hjälp av vinkelmallen kan underkant av sticksparren korrekt märkas ut och sedan urtaget genom att följa murarsnöret Foton: Torbjörn Einarsson

Sedan lades sticksparren på sparrarna och systemlinjerna kunde dras upp på ovansidan så att vinklarna i båda ändar blev fastställda. Måttet på snedskärningen indikerade också måttet på urtaget och kunde då föras över på sparren.

Murarsnöret användes även för att mäta längs för att få reda på hur stor snedskärningen av sticksparren kunde bli för att ta bort så lite material som möjligt ifrån sparren och således inte försvaga sparren mer än nödvändigt.



Figur 31 & 32 Systemlinjerna markeras på sticksparren och dras sedan upp till ovansidan för att få ut den korrekta vinkeln i ändarna. Avståndet från systemlinjen till kanten på sparren i vinkel (något förkortat) förs sedan över till undersidan Foton: Torbjörn Einarsson

Samma teknik användes för att kapa takfoten i vinkel för att kunna täcka ändträet med en takfotsbräda då takfoten inte, som man kan tro vid första anblick, har samma vinkel gentemot varandra.

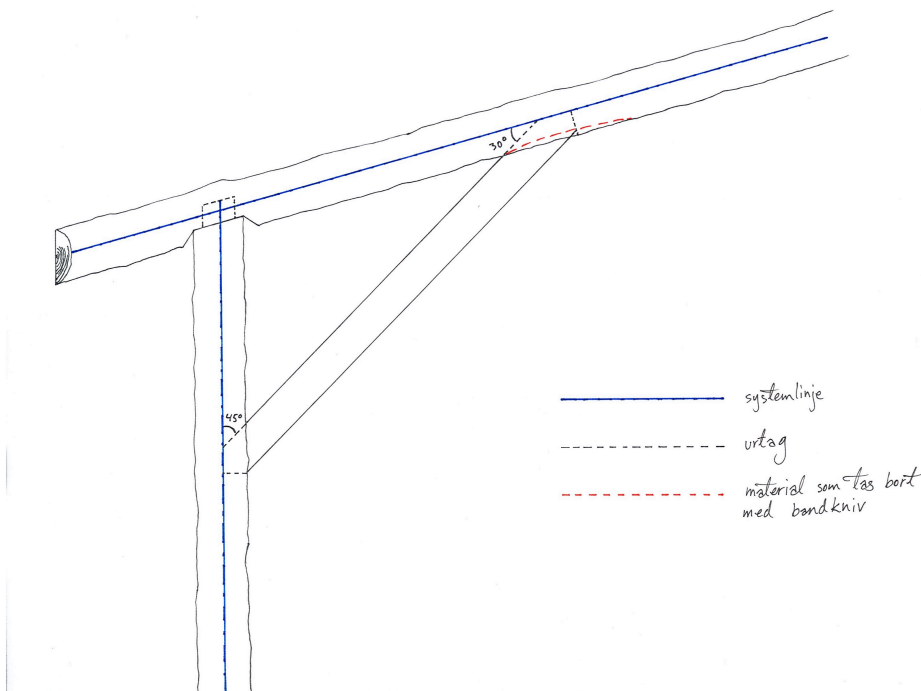


Figur 33 Murarsnötet spänns upp mellan de båda övre och de båda undre systemlinjerna
Foto: Torbjörn Einarsson

2.4.6. STRÄVOR

Varje sparre stöds av en sträva intappad i både sparre och stolpe. Alla strävor gjordes likadana efter den mall som användes vid uppsättningen av varje sektion. De är gjorda efter måtten på den triangel som bildas av systemlinjerna i sparre och stolpe till spetsarna av strävan (se bild). Genom att sparrens lutning är 15° så bildar strävan en triangel med vinklarna 45° , 30° och 105° dvs. strävan går ut från stolpen i 45° men möter sparren i 30° .

Eftersom att sparrarna är olika tjocka så bildas det på de grövsta ett litet extra hål i framkant av strävan som då kan täljas bort med bandkniv efter behov, se kap. 2.1.1.



Figur 34 Ritning av stolpe, sträva och sparre som visar triangeln som bildas
Ritning: Torbjörn Einarsson

3. RESULTAT

Genom att hela tiden förhålla sig till systemlinjer kan rundvirke i princip användas som vilket dimensionerat fyrkantsvirke som helst. Vid fullskalig utslagning kan det till och med vara en fördel att bara ha en linje att förhålla sig till till skillnad från att rita ut hela virkets dimension i plan då dimensionerat fyrkantstimmer i princip alltid har en sida som är exaktare än andra och man hela tiden måste välja ut vilken sida man ska förhålla sig till. Studien visar på att klassisk utslagningsmetod kan användas som den exakta metod som saknas i litteraturen gällande utförande i rundvirke, vilket i denna studie bevisats genom matematiska beräkningar och modellbygge.

4. DISKUSSION

Att fördjupa sig i trigonometri och vinkelförhållanden kan vara komplicerat och te sig aningen klumpigt i en byggnadsprocess.

Undersökningens studie av geometrin i reciproka tak visar att man genom relativt enkla metoder kan gallra ut de mått man behöver förhålla sig till för att uppnå en symmetrisk takkonstruktion utan att behöva ändra på sina förutbestämda parametrar. Detta medför att man kan göra korrekta beräkningar och bestämma konstruktiva lösningar för projektet utan att behöva lösa detta på plats. Det är också en förutsättning för att man ska kunna prefabricera komponenter och/eller bygga konstruktionen i sektioner vilket innebär en platssnål lösning vid stora tak.

Klent rundvirke är en relativt outnyttjad skogsprodukt (ur byggnadssynpunkt). Ur ett hållfasthetsperspektiv har det dock vissa fördelar genom att fibrerna är okapade.

Ur ett hållbarhetsperspektiv är det dessutom värt att tänka på att CO₂-fotavtrycket från en byggnad uppförd med klenstimmer som utvunnits lokalt blir marginellt i jämförelse med alla transporter involverade i brädgårdsvirke.

Eftersom att sparrarna är förskjutna från mitten i ett reciprokt tak så blir även stickspararna förskjutna gentemot varandra vilket är något man måste ta i beaktande vid taktäckning. Man kan antingen anpassa taktäckningsmaterialet till dessa förutsättningar och då använda sig av ett material som inte är beroende av ett plant underlag eller söka ändra förutsättningarna. Ett exempel på det är att låta den reciproka stommen bära upp ett utanpåliggande kägeltak, då blir dock takkonstruktionen bara synlig inifrån. Ett annat sätt är att man utnyttjar sparrarnas ”trappstegsvandring” och sätter taksektioner som utgår från undersidan eller sidan på den, i sektionen, burna sparren till översidan på den bärande. Detta förfarande lämpar sig inte särskilt bra till rundvirke då det blir svårt att få det tätt in mot den burna sparren eftersom varje sektion kommer att svagt luta mot densamma.



Figur 35 Lusthus med reciprokt tak där man använt sig av trappstegslösning med kupol Foto: Adam Riley

5. BILDFÖRTECKNING

Alla bilder är producerade av författaren utom de som anges här

Figur 1: Da Vinci, Leonardo (1490-1505) *Codico Atlanticus*

Tillgänglig på internet: <http://www.leonardodigitale.com/index.php?lang=ENG>

Figur 2: Serlio, Sebastiano (1566). *Libro primo d'architettura ... nel quale con facile et breve modo si tratta de primi principii della geometria ...* Venetia:

Tillgänglig på Internet: <http://digi.ub.uni-heidelberg.de/diglit/serlio1566>

Figur 3: *Planeta Dunia* <http://www.planetadunia.com/2015/07/centre-jujol-can-negre.html>

Figur 4: *The 3rd Architecture* <http://3rd-architecture.blogspot.se/2012/02/assemble-sturcturethe-da-vinci-dome.html>

Figur 7: Ur Popovic Larsen, Olga (2008) *Reciprocal Frame Architecture* s. 37

Figur 35: Ur *Timber framing* nr 113, 2014 s. 16

6. KÄLL- OCH LITTERATURFÖRTECKNING

Chilton, John. (2010). Development of timber reciprocal frame structures in the UK. *Symposium of the International Association for Shell and Spatial Structures*. s. 1877-1884
Tillgänglig på internet: <http://hdl.handle.net/10251/6844>.

Küppers, Bernd (2014) *The New Book on the Ancient Knowledge of Roof Framing* [Preview] <http://www.blurb.com/b/5818662-the-new-book-on-the-ancient-knowledge-of-roof-fram>

Lassen, Ulrik Hjort (2014). *The invisible tools of a timber framer : a survey of principles, situations and procedures for marking*. Diss. Göteborg : Göteborgs universitet, 2014

Popovic Larsen, Olga (2008). *Reciprocal frame architecture*. Amsterdam: Elsevier

Pugnale, Alberto & Sassone, Mario (2014) Structural Reciprocity: Critical Overview and Promising Research/Design Issues. *Nexus Network Journal* Vol. 16, s. 9 – 35 DOI 10.1007/s00004-014-0174-z

Ranta-Maunus, Alpa (2000) *Bending and compression properties of small diameter round timber*, Helsingfors

Riley, Adam (2014) Two reciprocal frame gazebos. 1. Square timber, eight-sided plan. Timber framing nr 113, s. 16

Rust, Chris, Mottram, Judith & Till, Jeremy (2007) *Practise-led Researsch in Art, Design and Architecture*. AHRC Research Review

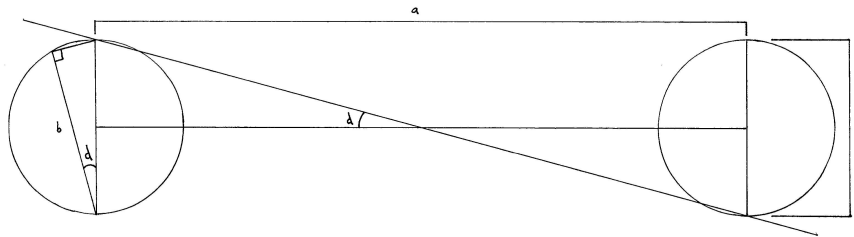
Tillgänglig på internet: <http://shura.shu.ac.uk/id/eprint/7596>

Svenska akademiens ordbok (2014) Sökord: Reciprok

Tillgänglig på internet: <http://g3.spraakdata.gu.se/saob/>

Thönnissen, Udo & Skelton-Robinson, Thomas (2015). *Hebelstabwerke: Tradition und Innovation = Reciprocal frameworks : tradition and innovation*. Zürich

BILAGA 1 ANVÄNDARMANUAL TILL GRAFISK SAMMANSTÄLLNING



a = den inre polygonens sida/avståndet mellan mötena i plan

b = sparrans minsta möjliga diameter i mötet

c = avstånd i lod mellan centrumlinjer

d = sparrarnas lutning

Här redovisas hur man konkret kan använda sig av den grafiska förhållandesammanställningen och hur man genom att veta eller bestämma sig för två av parametrarna kan mäta sig till de andra.

Eftersom att c är en funktion av b (sparrans diameter vid mötet) och vinkeln d kommer här inte behandlas situationen att man känner till c från början.

Situationerna som redogörs är:

a och b är kända

a och d är kända

b och d är kända

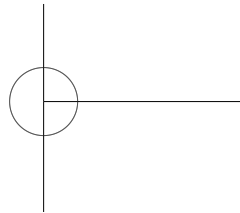
1. a och b



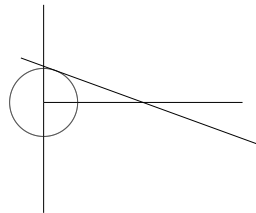
Börja med en linje på y-axeln, längden är oviktig. Detta är utgångsläget för alla tre situationer



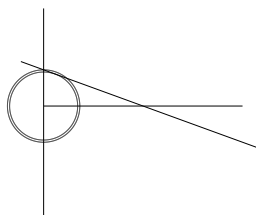
En linje dras ut i 90° med längden a



En cirkel slås ut med radien b



En linje kan nu dras som tangerar cirkeln och skär linjen på x-axeln på mitten, vinkeln mellan linjerna bildar vinkeln d

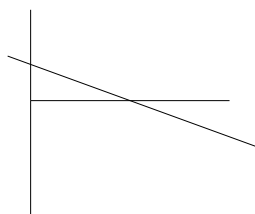


En ny cirkel slås ut med radien avståndet mellan x- och y-axelns möte till där den vinklade linjen skär y-axeln, denna cirkels diameter är c

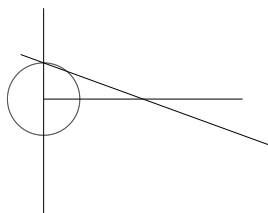
2. a och d



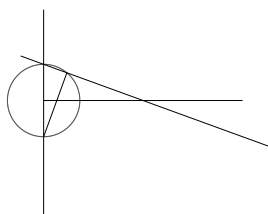
En linje med längden a dras ut på x-axeln från valfri punkt på y-axeln



En linje dras som skär x-axeln på mitten i vinkel d mot denna



En cirkel slås ut med mittpunkten där x-axeln skär y-axeln, diametern av denna cirkel blir c



En linje dras från där cirkeln skär y-axeln i nedkant till där den vinklade linjen skär cirkeln, avståndet på denna linje blir b

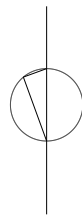
3. b och d



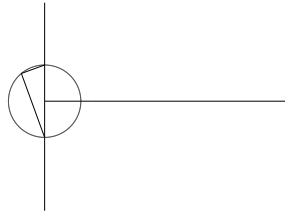
Från valfri punkt på y-axeln dras en linje med längden b ut i vinkel d



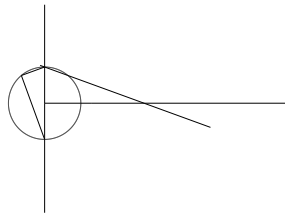
I 90° mot linjen med längden b dras en linje till där den skär y-axeln



En cirkel slås ut med diametern av samma längd som hypotenusan av den triangel som bildats, av diametern har man nu fått fram längden c



En linje dras ut längs x-axeln från cirkelns mittpunkt, längden är mindre viktig men är den för kort kan den behöva förlängas i nästa steg



En linje dras ut från där cirkeln skär y-axeln i ovankant i vinkeln 90-d mot y-axeln, avståndet från där denna linje skär x-axe