GÖTEBORGS UNIVERSITET

Klassrumskultur

- i det matematiska klassrummet

Johan Sandin

Ämneslärarprogrammet med inriktning mot arbete i grundskolans årskurs 7-9

Uppsats/Examensarbete:	15 hp
Kurs:	L9MA1A
Nivå:	Avancerad nivå
Termin/år:	HT/2016
Handledare:	Laura Fainsilber
Examinator:	Johanna Pejlare
Kod:	HT16-3001-001-L9MA1A

Nyckelord: matematik, problemlösning, klassrumskultur, klassrumsnormer, klassrumsklimat, lärare, lärande.

Sammanfattning

Det här examensarbetet behandlar hur lärare kan förändra klassrumskulturen mot en argumenterande kultur där elevernas egna idéer värdesätts och där eleverna själva är ansvariga för att göra matematiken begriplig. Tre lektioner med olika lektionsupplägg (en där läraren föreläser, en där klassen arbetar i smågrupper, och en problemlösningsbaserad) har analyserats för att undersöka vilka situationer som uppstår under en lektion där läraren formar eller skulle kunna forma eleverna mot en argumenterande klassrumskultur. Resultaten visar att det uppstår situationer oavsett lektionsupplägg där läraren kan forma eleverna mot en argumenterande klassrumskultur. Att arbeta problemlösningsbaserat ger dock en naturlig arena för att arbeta med matematik på ett argumenterande sätt.

Innehållsförteckning

Figurförteckning

1 Inledning

Ända sedan jag för första gången hörde talas om problemlösnings- eller problembaserat lärande, i början av lärarutbildningen, är det något som har fascinerat mig. Undervisningsmetoderna är vanliga i Japan och samtidigt presterar Japan bra i internationella undersökningar som exempelvis PISA. Då jag tyckte att lärarutbildningen hade svept runt området som hastigast valde jag att skriva mitt första examensarbete med fokus på problemlösning. Där undersökte jag vad problemlösning är för någonting och varför elever ska syssla med det. Jag tittade också på styrdokumenten i Sverige, Finland och Kina för att se vilket stöd styrdokumenten ger åt problembaserat lärande. Finland valde jag för att de placerat sig högt i internationella undersökningar samtidigt som Finland kulturellt liknar Sverige. En annan orsak till att jag valde Finland är för att jag är halvfinsk, jag är uppvuxen i Tornedalen på gränsen till Finland och har gått i en tvåspråkig grundskola där hälften av eleverna kom från Sverige och andra hälften kom från Finland. Kina valde jag för att kinesiska elever konstant placerar sig i toppen av de internationella undersökningarna och för att jag kunde hitta kinesiska styrdokument som var översatta till engelska.

När jag skulle börja med mitt andra examensarbete visste jag att jag ville fortsätta fördjupa mig i problemlösning. Däremot visste jag inte exakt vilken riktning arbetet skulle ta. Under VFU och då jag vikarierat har jag hört påståenden som: ”Våra elever skulle aldrig klara av att arbeta på det sättet”, från lärare som pratat om problembaserat lärande. Kunde det ligga någon sanning i ett sådant påstående? Kunde japanska elever arbeta med problemlösning tack vare en ännu oupptäckt sekvens i deras DNA eller var det en kulturell skillnad? Självklart visste jag att det handlade om kulturella skillnader när jag hörde påståendet, men det fick mig att börja fundera på klassrumskulturen. Kanske kunde deras elever inte arbeta med problemlösning just nu. Men att påstå att de *aldrig* skulle kunna arbeta med det hade jag svårt att tro. Vad kunde man som lärare göra för att förändra klassrumskulturen?

Den senaste tiden har det gjorts mycket forskning kring problemlösning och dess fördelar. Det är känt att arbetssättet är ganska olikt det traditionella med en liten genomgång av läraren följt av enskilt arbete, som är ett arbetssätt som är vanligt förekommande i svenska skolor (Wyndhamn, Riesbeck & Schoultz 2000). Olikheterna mellan arbetssätten är något som både läraren och eleverna måste anpassa sig till. I en studie av Larsson (2015) uppger lärare som är ovana med att undervisa genom problemlösning att en av de största utmaningarna för att få till givande helklassdiskussioner är att lyckas forma en argumenterande klassrumskultur. Vad forskningen inte behandlat i en större utsträckning är hur de normer och den klassrumskultur som är gynnsam vid arbete med problemlösning kan utvecklas. Måste eleverna formas in i problemlösning genom att arbeta med problemlösning? Eller kan de normer som är gynnsamma för problemlösning utvecklas vid andra klassrumsaktiviteter?

Med det här examensarbetet vill jag därför undersöka vilka faktorer som stödjer formandet av en argumenterande klassrumskultur och vilka situationer man som lärare kan använda för att forma den kulturen. Under en skoldag ställs läraren inför en mängd olika beslut där många är rutinmässiga och omedvetna. Vad grundar sig de besluten på?

1.1 Syfte och frågeställning

Syftet med det här examensarbetet är att undersöka vad man som lärare kan göra för att forma en argumenterande klassrumskultur som ska gynna arbete genom problemlösningsbaserat lärande. Jag vill ta reda på vilka faktorer som stödjer formandet av en argumenterande klassrumskultur och ifall det går att arbeta med klassrumskulturen oavsett vilket arbetssätt man väljer.

Genom undersökningen ska jag försöka svara på följande forskningsfrågor:

- Vad är en argumenterande klassrumskultur?
- Vilka faktorer stödjer formandet av en argumenterande klassrumskultur?
- Vilka situationer under en lektion kan identifieras, där läraren formar eller skulle kunna forma eleverna mot en argumenterande klassrumskultur?
- Påverkar lektionens upplägg hur ofta situationer uppstår där läraren kan eller skulle kunna forma eleverna mot en argumenterande klassrumskultur?

2 Bakgrund

I det här kapitlet tar jag del av befintlig forskning inom problemlösning, klassrumsnormer och hur normerna påverkar klassrumskulturen. Jag börjar med att göra en historisk inblick i begreppet problemlösning och hur den pedagogiska synen på begreppet förändrats genom tiden. Därefter tar jag upp vilka faser som ingår i en typisk problemlösningslektion samt vad nyutbildade lärare anser vara de största utmaningarna vid arbete med problembaserat lärande. Enligt en studie av Larsson (2015) anser lärarna att skapandet av en argumenterande klassrumskultur under helklassdiskussioner är en av de största utmaningarna. Detta tar mig in på spåret kring begreppet klassrumskultur. Genom att studera vad matematikdidaktisk forskning säger om klassrumsnormer och hur normerna påverkar klassrumskulturen förväntar jag mig kunna svara på mina två första forskningsfrågor:

- Vad är en argumenterande klassrumskultur?
- Vilka faktorer stödjer formandet av en argumenterande klassrumskultur?

Jag presenterar även två teorier som jag senare kommer använda i min analys av matematiklektioner. Den första teorin, av den amerikanske matematikern Alan H. Schoenfeld, handlar om målorienterat beslutsfattande. Teorin siktar på att ge förklaringar till de beslut en individ gör genom att studera individens *mål*, *resurser* och *inriktning* (begreppen förklaras närmare senare i kapitlet). Schoenfeld ger dessutom exempel på hur teorin kan användas genom att förklara en lärares klassrumsaktiviteter i tre olika plan, där lärarens utveckling är en funktion av hans eller hennes *mål*, *resurser* och *inriktning*.

Den andra teorin, av de franske matematikern och didaktikern Guy Brousseau, handlar om *didaktiska situationer* i klassrummet. Det är en lärandeteori som förklarar hur elever lär sig matematik i speciella situationer som Brousseau kallar *adidaktiska*.

2.1 Problemlösning

Synen på problemlösning har förändrats genom åren. Åtminstone om man pratar om problemlösning inom skolmatematiken. För matematiker har matematik alltid handlat om att lösa problem (Lampert 1990; Brousseau 2002; Schoenfeld 1992; m.fl.). I skolans värld har däremot förhållandet mellan problemlösning och övrig matematikundervisning förändrats. Fram till Lgr 69 såg man problemlösning som ett övergripande mål. Att lära sig tekniker och procedurer sågs som tillräckligt för att bli bra på problemlösning. Det kan sägas att matematikundervisningen var till *för* problemlösning. När Lgr 80 kom skulle eleverna lära sig olika problemlösningsstrategier. Läroböckerna kunde innehålla uppgifter där eleverna skulle välja rätt räknesätt för att kunna lösa uppgiften och stort fokus lades på att lära ut olika strategier för problemlösning (exempelvis rita en bild eller räkna baklänges). Matematikundervisningen handlade *om* problemlösning. Från och med Lpo 94 har tanken varit att eleverna ska lära sig *genom* att arbeta med matematiska problem. Förutom att vara ett innehåll, blev problemlösning även ett arbetssätt (Wyndhamn et al. 2000).

Wyndhamn et al. (2000) menar att de tre prepositionerna *för*, *om* och *genom* kan relateras till olika pedagogiska skolor. Väldigt grovhugget menar Wyndhamn et al. (2000) att eleven kan ses som härmare i *för*-perspektivet, som informationsbehandlare i *om*-perspektivet och som tänkare i *genom*-perspektivet.

I Lgr 11 hittas problemlösning både som ett centralt innehåll och som en av matematikens fem huvudförmågor tillsammans med begreppsförmågan, procedurförmågan, kommunikationsförmågan och resonemangsförmågan (Skolverket 2011a). Enligt Skolverket (2011b) har kunskapsområdet ”Problemlösning” en särställning bland det centrala innehållet då det ska tillämpas på det övriga innehållet. Skolverket (2011b) definierar problem som situationer eller uppgifter där eleven inte på förhand vet hur problemet ska lösas. Vidare påstår de att problem också kan beskrivas som uppgifter som inte är av rutinkaraktär, vilket betyder att ett problem kan upplevas som ett problem av en elev och som en rutinuppgift av en annan.

Inom matematikdidaktisk forskning har mer specifika faktorer för vad som kännetecknar ett bra problem tagits fram. Taflin (2007) har sammanfattat de faktorerna i sju kriterier för vad hon kallar *rika problem*:

1. Problemet ska introducera till viktiga matematiska idéer.
2. Problemet ska vara lätt att förstå och alla ska ha en möjlighet att arbeta med det.
3. Problemet ska upplevas som en utmaning, kräva ansträngning och tillåtas ta tid.
4. Problemet ska kunna lösas på flera olika sätt, med olika matematiska idéer och representationer.
5. Problemet ska kunna initiera till matematiska resonemang utifrån elevernas skilda lösningar, ett resonemang som visar på olika matematiska idéer.
6. Problemet ska kunna fungera som brobyggare.
7. Problemet ska kunna leda till att elever och lärare formulerar nya intressanta problem. (Taflin 2007, ss. 11-12)

2.2 Att undervisa genom problemlösning

Tanken med att undervisa genom problemlösning är att eleverna ska lära sig medan de försöker lösa problem på sina egna sätt. Genom att lösa problem ska eleverna lära sig koncept och procedurer som i förlängningen ska utveckla deras problemlösningsförmåga. Att arbeta problembaserat ger en naturlig arena för diskussioner av elevers olika matematiska idéer och lösningsförslag. En typisk problemlösningslektion består av följande faser: introduktion av problemet inför klassen, elevernas utforskning av problemet (individuellt eller i små grupper), och helklassdiskussion om elevernas olika lösningar (Larsson 2015; Asami-Johansson 2015).

Larsson (2015) tar upp de största utmaningarna som en nyutbildad lärare ställs inför då de arbetar med problembaserat lärande. Hon sammanfattar dem i tio punkter:

- detaljerat kunna förutse elevlösningar,
- få tillräcklig variation bland elevlösningarna,
- behålla problemets kognitiva nivå då problemet introduceras,
- behålla problemets kognitiva nivå då eleverna utforskar problemet,
- besluta om hur man ska välja ut och ordna elevlösningar inför

helklassdiskussionen,

- bygga vidare från elevernas komplexa matematiska idéer under helklassdiskussionen,
- avstå från att falla tillbaka till en procedurorienterad praktik under helklassdiskussionen,
- göra kopplingar under helklassdiskussionen,
- skapa en argumenterande klassrumskultur under helklassdiskussionen,
- få rätt balans mellan innehåll och deltagande (Larsson 2015, s. 65).

Punkten ”Skapa en argumenterande klassrumskultur under helklassdiskussionen” är något jag fokuserar på i det här examensarbetet. Jag undersöker hur man kan skapa en argumenterande klassrumskultur, men inte enbart under helklassdiskussioner i samband med problemlösningslektioner.

Larsson (2015) föreslår en vidareutveckling av den modell med fem praktiker – förutse, överblicka, välja ut, ordna och koppla ihop elevlösningar – som Stein, Engle, Smith och Hughes (2008) har tagit fram för att stödja lärare i deras arbete med att organisera helklassdiskussioner. Modellen av Stein et al. (2008) går i stora drag ut på att läraren försöker förutse vilka lösningar eleverna kan tänkas använda. Under själva lektionen ska läraren försöka ha en god överblick över vilka lösningar eleverna använder. Det ska ge stöd till läraren att välja ut och ordna olika elevlösningar för att eleverna ska få syn på att vissa lösningar är mer sofistikerade än andra. Den sista praktiken handlar om att kunna koppla ihop matematiken i de olika elevlösningarna. I sin avhandling har Larsson (2015) tittat på vilket stöd och vilka begränsningar modellen av Stein et al. (2008) ger. Hon tycker att modellen brister i avseende att stödja lärare att introducera problem och att skapa ett argumenterande klassrumsklimat. Modellen ger stöd för att förutse generella lösningsmetoder i planeringsfasen (som är den fas i lärarens arbete då han eller hon planerar sin undervisning). Mer detaljerade förutsägelser skulle dock kunna gynna lärare vid helklassdiskussioner, menar Larsson (2015).

De fem reviderade lärarpraktiker som Larsson (2015) föreslår är:

1. förutse,
2. introducera,
3. överblicka,
4. välja ut och ordna,
5. koppla ihop och bygga samförstånd (Larsson 2015, s. 73).

Mer detaljerade förutsägelser under planeringsfasen kan hjälpa läraren att förstå elevernas olika lösningar och hur de sedan på ett produktivt sätt ska kunna användas under helklassdiskussionen. Det kan också hjälpa läraren att ställa rätt frågor och utmana eleverna under utforskningsfasen, utan att hämma variationen av elevlösningar eller sänka den kognitiva nivån på problemet (Larsson 2015).

2.3 Klassrumsnormer

Klassrumsnormer kan ses som en samling förväntningar och övertygelser som förhandlats i klassrummet. Normerna styr vad eleverna förväntar sig kommer hända i klassrummet, vad de förväntas göra under lektionen och lärarens roll. I en undersökning av Franke, Kazemi och Battey (2007) berättar elever som går i första klass om deras syn på vad matematik handlar om och om hur man utövar matematik på ett framgångsrikt sätt i klassrummet. Eleverna menar att de med säkerhet vet att de svarat fel ifall läraren ställer en följdfråga. De säger också att de som är bra på matematik antingen är snabba eller har en strategi. Även Lampert (1990) rapporterar om att skolmatematiken formats till en kultur där matematik går ut på att följa de regler som läraren fört fram, och med att kunna matematik menas att komma ihåg och kunna använda rätt regel när läraren ställer en fråga. Matematiska sanningar bestäms då läraren bekräftar svaret. Läraren och läroboken är auktoriteterna i klassrummet; auktoriteter som förmedlar sanningar. Att gissningar och argument bollas fram och tillbaka händer inte, menar Lampert (1990).

Franke et al. (2007) menar att elever utvecklar bestämda föreställningar om vad det innebär att delta i en matematiklektion. Ofta förväntar de sig att arbeta i läroboken, att lösa flera sidor med problem, att lyssna på lärarens genomgång, att bli färdig, och att bli färdig snabbt. Sällan förväntar de sig behöva förklara sitt sätt att tänka, och framför allt förväntar de sig inte behöva rättfärdiga sina matematiska idéer som en del av processen. Detta gör det utmanande att skapa en klassrumskultur som utvecklar stöd för förståelse genom matematiska samtal.

Matematikdidaktisk forskning skiljer på sociala normer och sociomatematiska normer. Sociala normer har ingen koppling till något specifikt ämne. Att veta att man förväntas förklara sin tankegång eller att försöka följa en klasskamrats resonemang är exempel på sociala normer. Sociomatematiska normer har däremot en direkt koppling till matematiken. Det kan exempelvis handla om att kunna skilja på olika lösningar, eller att veta vad som utgör en effektiv eller sofistikerad lösning. Det kan också handla om att veta vad som utgör en acceptabel matematisk förklaring (Larsson 2015).

Klassrumsnormerna både styr och begränsar hur interaktionerna mellan lärare och elever kan se ut, men samtidigt formar interaktionerna klassrumsnormerna. Vilket får normerna att omförhandlas kontinuerligt i klassrummet (Larsson 2015). En omförhandling initieras oftast då lärarens eller elevens förväntningar inte infrias eller när det finns en upplevd överträdelse av en social norm (Franke et al. 2007).

Lampert (1990) har i sin forskning arbetat med att förändra elevers syn på vad matematik går ut på och deras syn på matematisk kunskap. Genom matematiska aktiviteter gav hon ord som *kunna*, *tänka*, *revidera*, *förklara*, *problem* och *svar* en ny innebörd. Detta gjorde hon genom att låta eleverna lösa problem, utan att förklara hur de skulle komma fram till svaret. De frågor som eleverna förväntades svara på var mer än bara för att säkerställa att de skulle komma fram till lösningen. Hon förväntade sig också att eleverna skulle svara på frågor om matematiska antaganden och legitimiteten i deras strategier. Lampert hämtar inspiration från matematikerna Lakatos och Polya i sitt sätt att se på matematik, där den medvetna gissningen värdesätts. Lakatos och Polya menar att matematiken utvecklas som en process av medvetna gissningar, som färdas fram och tillbaka på en stig som börjar vid ett antagande som sedan utforskas genom motexempel eller vederläggningar på sin väg mot ett bevis.

Då Lampert (1990) designade lektioner för sitt forskningsprojekt var valet av problem viktigt. I början av ett nytt arbetsområde ville hon ha problem som kunde ge en stor spridning av matematiska idéer vilket ger ett underlag för matematiska samtal. Diskussionerna kring de första problemen använde hon sedan för att välja ut nya problem. Det viktigaste kriteriet för ett problem, menade Lampert (1990), var att det skulle kunna engagera alla elever att komma på och pröva matematiska hypoteser. Hon ställde också frågor på ett sätt så att svaret inte var det viktigaste, utan själva huvudaktiviteten under lektionen var att hitta på och pröva olika hypoteser. Som exempel gav Lampert sina elever i årskurs 4 och 5 problemet att ta reda på den sista siffran i 5^4, 6^4 och 7^4 utan att multiplicera. För att uppmuntra eleverna att pröva sina hypoteser i större sammanhang kunde Lampert fråga vad den sista siffran i 7^5 kunde vara. Lampert brukade skriva upp elevernas idéer på tavlan tillsammans med namnet på eleven som kommit på idén och sedan försökte de tillsammans undersöka trovärdigheten i de olika idéerna. Alla idéer sågs som hypoteser fram tills bevis för ett påståendes giltighet kunde läggas fram.

I sin roll som lärare använde Lampert tre olika sätt att lära ut vad det innebär att kunna matematik. Det första var att hon ibland bara talade om för eleverna vilka aktiviteter som var lämpliga eller inte. Det andra var att modellera rollerna som hon ville att eleverna skulle ta i relation till dem själva och till varandra. Det tredje var att Lampert ibland utövade matematik tillsammans med eleverna. Då läraren genom att ha mer utbildning kan anses vara experten i klassrummet ville Lampert att eleverna skulle uppleva expertis på ett sätt som inte handlade om att kunna förklara regeln eller veta om elevens svar var korrekt eller inkorrekt. Det tvingade henne att veta mer än bara svaret och regeln om hur man kommer fram till svaret. Hon var tvungen att kunna bevisa regeln och hon var tvungen att kunna utvärdera bevisen i elevernas egna förslag.

Lampert (1990, ss. 55-58) tar upp fem beteendemönster som är vanligt förekommande i matematikklassrum, men som hon anser vara icke-matematiska i enlighet med Lakatos, Polyas och andra forskares syn på matematik.

- **Att vända sig till läraren eller någon annan reliabel auktoritet för att få bekräftelse**
  Lampert bekräftar aldrig ifall eleverna har rätt eller fel svar. Vissa elever som upptäcker att deras lärare inte kan övertalas att lämna ifrån sig det rätta svaret kan då vända sig till andra elever som de anser vara ”smarta i matematik”.
- **Att hantera regler, formler och fakta som om de vore argument**
  Det finns en tendens bland elever som haft det lätt med skolmatematiken tack vare att de är bra på att memorera och följa regler, att se på regler som orsaker till handling, utan att förstå skillnaden på att använda regeln och att förklara varför regeln fungerar och när det är lämpligt att använda den. De kan repetera regeln eller referera till personen som lärt dem regeln som svar på frågor om regelns lämplighet. Ofta har de svårt att uttrycka relationen mellan aritmetiska operationer och de handlingar som utförs på de värden de arbetar med. Dessa elever blir också förvirrade när deras förmåga att utföra konventionella algoritmer på ett korrekt sätt går relativt obemärkt förbi, medan elever som (från deras perspektiv) har kommit fram till fel svar hyllas för frågan de tagit upp eller sättet de representerat problemet på. När dessa elever kommit fram till det rätta svaret anser de att det inte finns något mer att diskutera. De kan till och med försöka motverka fortsatta diskussioner.

- **Att hålla tankar implicita eller för sig själv**
  Tystnad är ett vanligt förekommande beteende bland elever och det fungerar inte bra tillsammans med matematiska samtal. Tystnad, som ett sätt att uttrycka meningsskiljaktighet med ett påstående, rimmar inte med föreställningen om att kunna matematik involverar argumenterande, försvarande, utmanande, och att bevisa ens egna idéer samt andras.

  Ofta svarar elever som haft lite erfarenhet med att diskutera matematiska idéer på frågor om hur de kom på någonting eller hur de vet någonting med fraser som ”Jag bara vet”, ”Jag tänkte bara ut det” eller ”Jag vet inte hur jag kom på det”. Tonen med vilken eleven svarar kan ge en indikation på ifall eleven kanske saknar orden för att beskriva de mentala processer som ledde fram till slutsatsen, eller att eleven saknar modet att framföra sina tankar inför hela klassen. Det vanligast är dock att tonen säger att det inte angår någon annan hur eleven kom fram till svaret.
- **Att visa meningsskiljaktighet genom att utöva fysisk eller politisk makt**
  Bland yngre elever är det inte ovanligt att man ropar ner, eller försöker skrämma elever med avvikande åsikter. Vissa elever kan få för sig att det är lämpligt att kalla klasskamrater för ”idiot” eller liknande när den personen gjort ett, i deras mening, uppenbart fel.

  Ett liknande, men lite mer civiliserat, variant på samma tema är att vissa elever vill lösa meningsskiljaktigheter genom omröstning. Detta kan ibland användas som ett trick bland elever som ofta har de rätta svaren. De vill få klassen att ”gå vidare”, och genom en omröstning vet de att de samtidigt kan få en liten belöning, då de kan förlita sig på att de osäkra eleverna kommer rösta på deras förslag.
- **Envishet och att agera för att rädda sitt ansikte**
  Vissa elever kan i sin envishet ha svårt att släppa sitt eget förslag. De menar att förslaget är korrekt för att de fick fram det på ”sitt eget sätt”. De kan ta motgångar väldigt personligt då de har svårt att skilja på matematiskt legitima resonemang och person. De kan få för sig att vända på idén om att det finns flera olika lösningar på ett problem till att påstå att alla lösningar borde accepteras för att någon kom på dem.

Cobb, Wood, Yackel och McNeal (1992) tar i sin artikel upp Much och Shweders fem identifierade typer av klassrumsnormer: förordningar, konventioner, moral, sanning, och instruktioner. Kriterier som historicitet, källa, och konsekvenser då normen överskrids användes för att särskilja de olika typerna.

Förordningar är historiska normer, fastställda av en auktoritet som även har befogenhet att ändra förordningen. Konsekvensen av att någon bryter mot förordningen är oftast ett straff av något slag. Som exempel kan en lärare under ett grupparbete bestämma att endast en elev från varje grupp får lov att hämta det material som gruppen behöver. Detta är en förordning i avseendet att den är upprättad av läraren, som har befogenhet att ändra den (Cobb et al. 1992).

Konventioner är också historiska normer, men till skillnad från förordningar vet man inte vem som är upphovsman till normen. Konsekvenserna av att bryta mot en konvention är socialt ogillande. För att särskilja förordningar och konventioner kan analogin lagar och seder användas. Som exempel är det vanligt att elever svarar på retoriska frågor från läraren och att läraren utvärderar elevernas svar. Franke et al. (2007), Schoenfeld (2011), m.fl. kallar det här samtalsmönstret för IRE (Initiation-Response-Evaluation). Lamperts (1990) undersökning visar dock att man kan gå ifrån dessa konventioner.

Till skillnad från förordningar och konventioner är moral, sanningar och instruktioner ohistoriska. Konsekvensen av att överskrida en moralisk norm är moralisk skuld. Ett exempel från skolans värld är den klassiska normen att man inte ska kopiera någon annans svar och presentera det som resultatet av ens egna arbete. Läraren kan försöka få en elev som bryter mot normen att känna sig skyldig till det han eller hon gjort. Konsekvensen av att överskrida en sanning, är själva felet i sig, medan konsekvensen av att överskrida en instruktion är ineffektivitet (Cobb et al. 1992).

2.4 Teorin om målorienterat beslutsfattande

> Shaping participation is not always accomplished explicitly but can be driven by implicit goals, beliefs, and identities of the teacher, school, and community.
> (Franke et al. 2007, s. 238)

Schoenfeld (2011) skriver att de beslut en individ tar formas av individens *mål*, *resurser*, samt *inriktning* (”orientation” i originalet). *Mål* kan vara kortsiktiga (”jag är hungrig, jag behöver äta”) eller mer eller mindre långsiktiga (”jag vill bli lärare”). Ibland är de *mål* som formar individens beslut omedvetna och upptäcks (om ens då) först när individen reflekterar över varför den agerade som den gjorde. För att nå ett *mål*, kortsiktigt eller långsiktigt, behöver delmål sättas upp. Om mitt övergripande *mål* är att jag behöver äta, behöver jag även besluta om vad jag ska äta.

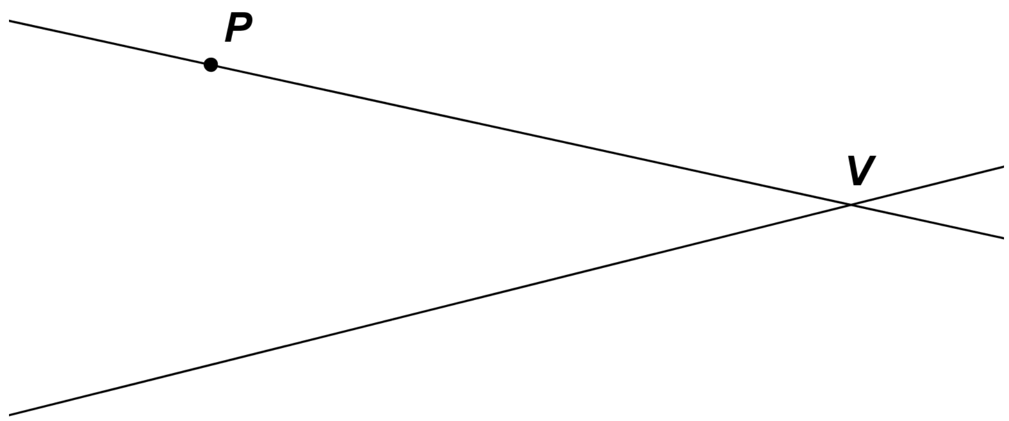
Resurser är de materiella, sociala och kunskapsmässiga förutsättningar en individ har då han eller hon ställs inför ett beslut. Schoenfeld delar in de kunskapsmässiga förutsättningarna i olika kategorier:

- Faktakunskaper är inom matematiken exempelvis att veta att jämna tal slutar med någon av siffrorna 0, 2, 4, 6 eller 8, eller att cirkelns omkrets är π gånger cirkelns diametern. Schoenfeld menar att faktakunskap inte nödvändigtvis behöver vara objektivt korrekt. Elever kan exempelvis besitta den felaktiga kunskapen om att cirkelns omkrets är π gånger cirkelns radie. Inom matlagning kan faktakunskaper exempelvis vara kunskapen om vilken typ av olja som lämpar sig bäst till olika typer av maträtter.
- Procedurkunskaper är kunskaperna om hur man gör. Inom matematiken kan det exempelvis vara att kunna algoritmen för addition eller subtraktion, eller att kunna uttrycka en funktion muntligt, grafiskt, som en tabell, eller i form av algebraiska symboler. Inom matlagning kan procedurkunskaper ta formen av att kunna koka ett ägg utan att ägget går sönder, eller att kunna göra pasta. En lärare kan ha kunskap om procedurer för att organisera sitt klassrum, eller att organisera en helklassdiskussion.
- Konceptuell kunskap är de intellektuella förklaringar till hur saker hänger ihop och varför saker fungerar som de gör. Det kan handla om att kunna härleda en matematisk formel eller att förstå proceduren då två tal i bråkform adderas med

varandra. För en lärare kan konceptuell kunskap vara att veta vad eleverna kommer ha för nytta av den kunskap de lär sig nu i kommande årskurser.

- Problemlösningsstrategier, även kallat heuristik eller tumregler för problemlösning, är också en typ av kunskap. Strategier inom matematisk problemlösning kan vara att resonera sig fram genom analogier, att tänka framlänges eller baklänges, eller att arbeta med ett liknande men enklare problem. En tumregel för en kock kan vara att vitt vin passar till fisk eller kyckling och rött vin till kött. För en lärare kan en tumregel vara att variera undervisningen för att eleverna inte ska bli uttråkade.

Schoenfeld använder termen *inriktning* för att sammanfatta en individs dispositioner, övertygelser, värderingar, smak och preferenser. En individs världsbild och attityder formar individens interaktioner genom att individens *inriktning* bestämmer vilka *mål* och vilken kunskap som ska ha högst prioritet. Som exempel berättar Schoenfeld om en lektion där hans studenter får lösa en geometrisk konstruktionsuppgift. Det givna i uppgiften är att två linjer korsar varandra i punkten V och en punkt P är markerad på en av linjerna (se figur 1 nedan).

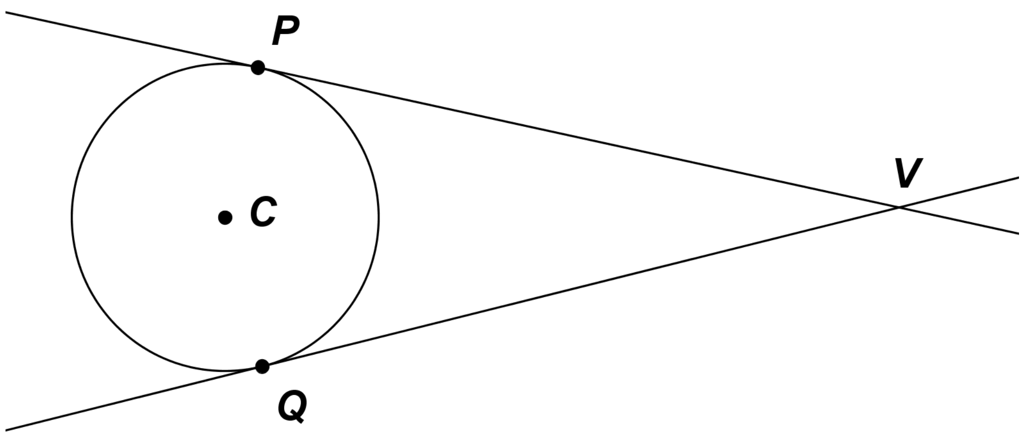


Figur 1: Två linjer korsar varandra i punkten V och en punkt P är markerad på en av linjerna.

Med hjälp av passare och linjal ska en cirkel ritas som tangerar de båda linjerna och där punkten P är tangeringspunkten för den ena linjen. Många studenter lämnade in lösningar som ”såg bra ut”. Endast ett fåtal studenter lyckades lösa uppgiften på ett sätt som gick att bevisa matematiskt. Schoenfeld gav dem sedan en uppgift som gick ut på bevisa ett påstående. Det givna i uppgiften var att två linjer korsade varandra i punkten V. En cirkel med mittpunkten C tangerar de båda linjerna i punkterna P och Q (se figur 2 på nästa sida). Uppgiften gick ut på att (1) bevisa att linjesegmenten PV och QV är lika långa och (2) förutsatt att punkten C är cirkelns mittpunkt, bevisa att sträckan CV är en bisektris till vinkeln PVQ. De flesta studenterna kunde genomföra de två bevisen utan större problem, vilket visade att de hade relevant kunskap för att även kunna klara av konstruktionsuppgiften. När Schoenfeld intervjuade studenterna angående uppgifterna svarade många studenter att de blivit drillade i bevisföring under tiden på high school.

Uppgifterna hade dock ofta gått ut på att bevisa något som studenterna redan visste eller något som var givet. De hade också drillats i konstruktionsuppgifter inför en stor tenta som hölls i slutet av geometrikursen. Det var känt på förhand vilka uppgifter som kunde komma och att konstruktionerna inte krävde någon text, utan bedömdes enbart utefter hur korrekt och exakt man ritat sina bågar och linjer. Studenternas tidigare erfarenhet av bevis- och konstruktionsuppgifter hade utvecklat en konstellation av *resurser* och *inriktningar*. Bevis var något man sysslade med för att bevisa något som redan var känt och var därmed inget man hade nytta av för att hitta något okänt. Konstruktioner var en rent empirisk syssla som bedömdes på empiriska grunder. Studenternas inriktning formade i det här fallet:

- hur de tolkade uppgiften (det var en konstruktionsuppgift, och därmed rent empirisk);
- hur de satte upp målen för uppgiften (gör ett intuitivt rimligt antagande och pröva det empiriskt. Ser det bra ut, stanna; om inte, gör ett nytt antagande och pröva det); och
- den kunskap de använde och inte använde för att lösa problemet (de använde sin empiriska kunskap om geometriska konstruktioner; de använde inte sin bevisrelaterade kunskap, även om bevisen gav en lösning till problemet!). (Schoenfeld 2011, s. 34)



Figur 2: Två linjer korsar varandra i punkten V. En cirkel med mittpunkten C tangerar de båda linjerna i punkterna P och Q.

Schoenfeld (2011) menar att en lärares aktioner i klassrummet kan delas in i tre olika plan:

Plan ett: Att lära sig orkestrera klassrumsaktiviteter på ett sätt så att de oftast går smidigt till. Kan även kallas ”klassrumshantering”. På den här nivån försöker läraren få aktiviteterna i klassrummet att flyta på effektivt. Nyutbildade lärare kan få kämpa med den här nivån i några år innan de utvecklar fungerande rutiner för hur klassrummet ska hanteras och kan då börja tänka på andra saker. Oftast innefattar de ”andra sakerna” att gå igenom styrdokumenten.

Plan två: Att överskrida undervisningsmaterialens begränsningar (och ibland de *perspektiv som förkroppsligas i dem), oftast genom att utveckla nya aktiviteter.* På nivå två börjar läraren identifiera begränsningar i de material som finns till deras förfogande. De börjar då utveckla eget material att användas som supplement till det befintliga materialet, eller för att ersätta det helt och hållet. Det nya, rikare materialet ska ge eleverna bättre möjligheter att ta till sig innehållet. Lektionernas fokus är fortfarande aktivitets- eller innehållscentrerat, men tanken är att eleverna ska lära sig bättre ifall de får den ”rätta” upplevelsen. Man har ännu inte börjat fokusera på vad eleverna har med sig för förståelse till klassrummet och hur den förståelsen kan användas som språngbräda vid klassrumsdiskussioner.

Plan tre: Komma underfund med att elevernas förståelse (och missuppfattningar) kan användas som startpunkt i klassrumsaktiviteter – och att högeffektiv undervisning nås genom att sträva efter att förstå var eleverna befinner sig och strukturera aktiviteter som ska ta dem dit man vill att de ska vara. Detta brukar även kallas för ”elevcentrerad” undervisning. Den grundas i förståelsen att det eleverna lär sig är en funktion av vad de vet och tror. Detta medför att kraftfull undervisning måste starta i elevernas egna förståelse, och hjälpa dem att se saker på ett sätt som är matematiskt normativa. Det handlar ofta om att sätta sig in i individens eller gruppens tankebanor och förse dem med feedback och aktiviteter som är skräddarsydda för deras förståelse.

Schoenfeld (2011) menar att man kan illustrera typiska lärarprofiler genom att se hur tid och aktiviteter fördelas i de olika planen. En nyutbildad lärare behöver ofta kämpa mycket med att hantera klassrummet vilket medför att mycket av lektionstiden används till aktiviteter som är kopplade till plan ett. En typisk skicklig lärare med några års erfarenhet har hittat rutiner som gör hanteringen av klassrummet smidigare och behöver således inte lägga lika mycket tid på de aktiviteterna. Då kan läraren börja lägga mer tid på aktiviteter som är kopplade till plan två. I och med att eleverna involveras i engagerande matematiska aktiviteter lättas samtidigt trycket på att behöva hantera klassrummet. Den skicklige läraren dedicerar dock inte mycket av sin tid till aktiviteter på plan tre.

Den väldigt skicklige läraren fördelar mer av tiden till aktiviteter på plan tre. Hanteringen av klassrummet kommer nästan av sig själv. Då eleverna är aktiva och lär sig, behöver ingen uppenbar uppmärksamhet läggas på att hantera klassrummet. Men att säga att den väldigt skicklige läraren inte behöver tänka på hanteringen av klassrummet över huvud taget är också lite missvisande. Man kan istället säga att hanteringen av klassrummet bakas in de andra aktiviteterna.

Vidare menar Schoenfeld (2011) att en lärares metaforiska tyngdpunkt med tiden förflyttas uppåt i en bana mellan de tre planen. Den nye läraren har sitt fokus på plan ett medan den erfarne lärarens fokus till mestadels befinner sig på plan tre. Men att se lärarens professionella utveckling som en metaforisk uppåtriktad pil är en grov förenkling menar Schoenfeld. Varje punkt på den metaforiska utvecklingspilen representeras av en konstellation av inriktningar, mål och resurser. Schoenfeld menar att *inriktningarna*, *målen* och *resurserna* utvecklas i nära anslutning till varandra, i små kluster. Det är därför utvecklingen går långsamt.

Nya inriktningar är i stor utsträckning ett *mål*. Det krävs dock tid för att utveckla de kringresurser, som inkluderar pragmatisk kunskap och att sätta upp funktionella delmål, som krävs för att backa upp målet, menar Schoenfeld (2011).

2.5 Teorin om didaktiska situationer

Brousseaus (2002) teori om *didaktiska situationer* går i stora drag ut på att lärande sker i *adidaktiska situationer.* En *adidaktisk situation* kan förklaras som en situation utanför en lärandekontext som saknar avsiktlig ledning. Eleven kan påstå sig ha förvärvat ny kunskap först när den nya kunskapen kan användas i en *adidaktisk situation*. Lärarens roll är att skapa *didaktiska situationer* där de didaktiska motiven hålls dolda för eleven, annars kommer eleven se situationen som en där endast lärarens förväntningar ska infrias. På det viset skapas *adidaktiska situationer* i klassrummet. Eleven upplever förväntningar från *milieun* att problemet eller uppgiften ska lösas, snarare än förväntningar från läraren. *Milieu* kan förklaras som elevens naturliga omgivning, och består exempelvis av läraren, omdömen och förklaringar från läraren, klasskamrater, matematikboken, arbetsmaterial, etc. (Asami-Johansson 2015). Brousseau (2002) kallar det för *delegering* då eleverna tar till sig situationen och känner ett eget ansvar att producera ett svar eller en lösning.

Ett exempel som Brousseau (2002) tar upp är spelet ”först till tjugo”. Spelets regler är att två spelare turvis försöker ta sig från 0 till 20 genom att antingen ta ett eller två steg. Den spelare som först tar sig till 20 har vunnit. När läraren har förklarat spelets regler för eleverna börjar de interagera med den *didaktiska milieun* och implicit börjar strategier formas (Asami-Johansson 2015). Läraren låter i början eleverna utforska situationen individuellt men ändrar sedan reglerna så att de spelar i lag. Eleverna måste då försöka kommunicera sina strategier till övriga laget för att laget ska ha bästa chans att vinna.

Vidare förklarar Brousseau (2002) att det finns ett *didaktiskt kontrakt* mellan läraren och eleverna. Kontraktet kan ses som implicit uppsatta normer för hur lärare och elever förväntar sig att motparten ska agera. Enligt kontraktet förväntas läraren lära ut ett innehåll genom att exempelvis ge eleverna lämpliga uppgifter som ska ge dem den kunskap som läraren siktar på, och eleverna står skyldiga till att lösa de problem och uppgifter de får. Skulle det uppstå en situation där eleven inte kan eller vill lösa problemet eller uppgiften begår både läraren och eleven kontraktsbrott. Lärarens jobb blir då att förändra förutsättningarna i situationen så att ansvaret *delegeras* tillbaka till eleven. Ifall läraren på något sätt ger eleven svaret sker enligt Brousseau (2002) bara en illusion av lärande.

3 Metod

För att kunna svara på mina frågeställningar har jag gjort en empirisk fallstudie där jag analyserat tre filmade lektioner. Materialet är framtaget av The International Association of the Evaluation of Education Achievement (IEA) för en studie kallad TIMSS 1999 Video Study där matematik- och NO-undervisning i årskurs 8 analyserades. Studien gjordes i samarbete med IEA, på uppdrag av National Center for Educational Statistics, U.S. Department of Education med målsättningen att:

- kartlägga matematik- och NO-undervisningen i USA,
- jämföra amerikanska undervisningsmetoder med undervisningsmetoder i högpresterande länder,
- hitta nya idéer om matematik- och NO-undervisning,
- utveckla nya forskningsmetoder inom lärande och verktyg för lärarutveckling,
- skapa ett digitalt bibliotek med bilder av undervisning till stöd för den amerikanska utbildningspolitiken,
- samt att stimulera och fokusera diskussionen om undervisningsmetoder bland lärare, beslutsfattare och allmänheten.

Studien genomfördes i sju olika länder och minst 100 skolor blev slumpmässigt utvalda i varje land. Förutom USA, deltog skolor från Australien, Hong Kong, Japan, Nederländerna, Schweiz och Tjeckien. En matematik- och en NO-lektion filmades i de skolor som tackade ja till att vara med i studien. Lektionerna filmades vid olika tillfällen spritt över hela året 1999, vilket medförde att det filmade materialet representerade ett brett spektrum av matematik- och NO-innehållet för årskurs 8 i de olika länderna. UCLA (University of California), som är ansvariga för projektets hemsida (www.timmsvideo.com), har för allmänheten publicerat fyra lektioner från varje land, tänkta att användas i utbildnings- och forskningssyfte.

Jag har analyserat lektionerna för att försöka få syn på situationer under lektionerna där läraren formar eller hade kunnat forma eleverna mot en argumenterande klassrumskultur. Jag har också valt ut lektioner med olika upplägg för att kunna undersöka om själva lektionsupplägget kan påverka hur ofta situationer dyker upp. Detta gjorde jag för att se ifall någon typ av lektion lämpar sig bättre för arbetet med att forma en klassrumskultur än någon annan.

Att analysera ett filmat material ger också fördelen att kunna se på materialet hur många gånger jag vill. Vilket jag hoppas mynnar ut i att jag får syn på fler detaljer i materialet, jämfört med ifall jag hade gjort lektionsobservationer.

3.1 Urval

Bland det material som fanns tillgängligt för mig via TIMSS 1999 Video Study försökte jag välja ut lektioner med hög divergens. Jag ville ta reda på huruvida lektionens upplägg kan påverka hur ofta situationer uppstår där man som lärare kan forma en argumenterande klassrumskultur. Därför valde jag lektioner med olika upplägg för att kunna få syn på det. Den första lektionen jag valde ut är från Hong Kong. Lektionsupplägget är ett där läraren föreläser nytt stoff och eleverna löser uppgifter individuellt. Jag valde att analysera den lektionen för att upplägget enligt min erfarenhet är ganska vanligt i svenska skolor. Den andra lektionen jag valde ut är från Japan. Det är en lektion där hela klassen arbetar med samma problem och de typiska faserna (introduktion, utforskning, helklassdiskussion kring olika lösningar) för problemlösningslektioner kan identifieras. Den tredje och sista lektionen jag valde att analysera är från USA. Där arbetar eleverna i smågrupper. Lektionsupplägget skilde sig från de två första lektionerna, vilket var anledningen till att jag valde att analysera den lektionen.

Det material jag använt fanns fritt tillgängligt på projektet TIMSS 1999 Video Studys hemsida (www.timssvideo.com) under perioden 1 augusti 2016 – 23 oktober 2016.

3.2 Genomförande

Till min hjälp för att analysera det filmade materialet har jag använt mig av ett videoanalysprogram där jag kodat och strukturerat materialet. Varje lektion började jag med att stycka upp i faser för att få en bild av hur lektionen var upplagd, samt se hur mycket tid som lades på de olika faserna. Medan jag tittade igenom lektionerna försökte jag identifiera de situationer där lärarna interagerade med eleverna. Situationerna och lektionernas upplägg låg sedan som grund för diskussionen.

3.3 Trovärdighet

För att höja studiens validitet har jag försökt triangulera resultaten genom att utöver det filmade materialet även ta del av de lärar- och forskarkommentarer som fanns tillgängliga, samt att jag kontinuerligt diskuterat situationerna och resultaten med min handledare.

Själva datainsamlingsmetoden är inget jag kunnat påverka. Men jag kommer senare diskutera hur datainsamlingen hade kunnat göras för att höja reliabiliteten i materialet. Det jag gjort för att höja reliabiliteten i bästa mån är att analysera flera olika fall. Att analysera flera lektioner med samma upplägg (exempelvis flera lektioner där läraren föreläser eller flera lektioner där problemlösning används) hade kunnat höja både validiteten och reliabiliteten ytterligare. Men det gick inte att göra inom studiens tidsramar.

4 Resultat

I det här avsnittet har jag analyserat tre olika lektioner från studien TIMSS 1999 Video Study för att se om jag kan hitta situationer under lektionerna där läraren formar eller skulle kunna forma eleverna mot en argumenterande klassrumskultur. Gemensamt för alla lektioner i studien är att eleverna går i årskurs 8. Utöver de filmade lektionerna har jag även tagit del av de kommentarer som lärarna gjort på filmerna.

För att underlätta läsning av citerade konversationer lärare och elever emellan, kommer läraren alltid benämnas som L och eleven som E (E1, E2 osv. ifall fler än en elev deltar i konversationen).

4.1 Lektion #1 Hong Kong

Den första lektionen jag har analyserat är från Hong Kong. Arbetsområdet är linjära ekvationer och ekvationssystem. Just den här lektionen är den sjätte i en serie på 15 lektioner som handlar om ekvationssystem med två obekanta variabler. Lektionen är 42 minuter lång och 40 elever är närvarande i klassrummet.

4.1.1 Faser

Jag börjar med att redovisa för de övergripande faser jag kunnat identifiera med en liten beskrivning om vad som händer i varje fas.

0.00-1.38 – Hälsning + formalia

Lärare och elever hälsar på varandra. Läraren tar upp några formella ärenden samt närvaro innan lektionen kan börja.

1.38-8.22 – Repetition

Lektionen börjar med en repetition av föregående lektions innehåll, vilket var substitutionsmetoden. Läraren undrar om eleverna har någon specifik fråga de vill ställa. Ingen av eleverna har någon fråga. Läraren ber två elever komma fram till tavlan och lösa varsin uppgift från det material de arbetade med föregående lektion. När läraren ska välja vilka uppgifter eleverna ska lösa framme vid tavlan kommenterar han vissa uppgifter som ”väldigt enkla”.

Medan de utvalda eleverna står framme vid tavlan och löser uppgifterna går läraren runt i klassen och inspekterar elevernas arbete från föregående lektion. En elev får en reprimand av läraren då han inte gjort de uppgifter som läraren ville att de skulle göra. Läraren vill inte att eleven gör uppgifterna medan läraren undervisar utan ber eleven stanna kvar och göra uppgifterna efter lektionens slut.

En annan elev påkallar lärarens uppmärksamhet.

E: I don't know how to do number 20. Can you teach me?
L: How to do number 20. There is nothing special about this question.

E: (Ohörbart)
L: Um, that will work too, but you will have an extra sign. Don't you think it will make it look terrible with that extra sign?
L: Alternatively, you don't have to take the two T as the subject.
L: You can take the T as the subject. Take the S as the subject. Then, your negative two will become a positive two when you move it to that side.
L: Then 28 plus two T. It equals to three S. Divide the three from that side. That will look better.
L: It will look better if you divide three from that side. There will be no signs.
L: Then, substitute it to the formula number one above. Yep, don't move the S, move the T instead.
L: When you move the T to here, it will become positive. Yep. Divided by three. Erase this sentence and do it once again.

Läraren kontrollerar om de två eleverna som löst uppgifter framme vid tavlan gjort det korrekt. Innan han går vidare frågar han återigen ifall eleverna har några frågor.

8.22-22.08 – Läraren föreläser

Läraren går igenom hur man löser ekvationssystem med hjälp av eliminering (additions- och subtraktionsmetoden) genom att räkna två exempel på tavlan. Han börjar dock med att påminna eleverna om den metod man kan använda för att ta reda på två okända tal ifall man vet summan och differensen av de två talen. Metoden borde eleverna ha stött på tidigare, menar läraren. Det större av de två okända talen fås genom att addera summan med differensen och delar det med två. Det mindre talet fås genom att subtrahera differensen från summan och dela det med två. Läraren säger att eleverna kommer förstå metoden efter att de lärt sig det kapitel de arbetar med.

Det första exemplet bygger på den metod läraren pratade om. Han skriver följande ekvationssystem på tavlan:

$$\begin{cases} a+b=20 \\ a-b=8 \end{cases}$$

Sedan går läraren igenom hur man kan eliminera b-termen genom att addera de två ekvationerna med varandra. När han ska gå igenom hur man eliminerar a-termen väljer läraren ett nytt exempel. Följande ekvationssystem skrivs på tavlan:

$$\begin{cases} 3x+2y=19 \\ 3x-2y=11 \end{cases}$$

Läraren förklarar att exemplet liknar det förra och att man genom att addera ekvationerna kan eliminera y-termen. Men ifall man istället vill lösa ut y-termen, då måste man eliminera x-termen, och det kan man göra genom att ta den övre ekvationen och subtrahera den med den undre ekvationen.

22.08-34.13 – Eleverna arbetar med övningsuppgifter

Läraren ber eleverna räkna fyra övningsuppgifter där man löser ekvationssystem med hjälp av eliminering. Likt under repetitionen får två elever komma fram och räkna varsin uppgift på tavlan.

Läraren frågar vid upprepade tillfällen om eleverna är klara. Han ber dem skynda på och frågar vid ett tillfälle en elev varför han eller hon är så långsam.

34.14-40.24 – Läraren föreläser

Läraren går igenom fler exempel där han löser ekvationssystem med hjälp av eliminering. Den här gången kräver ekvationerna förlängning för att elimineringsmetoden ska kunna användas. Följande exempel räknar läraren på tavlan:

$$\begin{cases} 2x+3y=3 \\ x-2y=12 \end{cases}$$

40.24-42.20 – Formalia + avslut

Läraren informerar eleverna om vilka uppgifter han vill att de ska räkna till nästa lektion samt påminner dem om provet de ska ha nästa dag.

Lektionen avslutas.

4.1.2 Sammanfattning och lärarkommentarer

Upplägget för lektionen är ett klassiskt föreläsningsupplägg där läraren föreläser nytt stoff framme vid tavlan och eleverna räknar några övningsuppgifter där de får prova på en ny metod. Ser man till hur lektionstiden fördelas så föreläser läraren ungefär 43 % av tiden och eleverna arbetar individuellt ungefär 26 % av tiden. Repetitionsdelen i början av lektionen tar ungefär 15 % av hela lektionstiden. Tanken med repetitionsdelen, menar läraren, är att kontrollera att de förstått metoderna från föregående lektion. Det hjälper läraren att bestämma ifall det behövs någon uppföljning av stoffet från föregående lektion eller om han kan gå vidare med nytt stoff.

Läraren kommenterar i efterhand sin egen kommentar om att vissa uppgifter är ”väldigt lätta”. Han ångrar ordvalet och tycker att han istället skulle beskrivit uppgifterna som ”generell nivå” eller ”grundnivå”. De elever som har svårigheter med de uppgifterna kan undvika att ställa frågor om dem på grund av skam eller rädsla, säger läraren.

I kommentarerna nämner läraren att också att lektionen är en del av ett större innehåll och att huvudfokus för lektionen är att lära sig procedurer för beräkning och representation av ekvationer, snarare än konceptuell förståelse. Han nämner även att matematikundervisningen på högstadieskolor i Hong Kong också lägger stort fokus på procedurerna, snarare än koncepten.

Då läraren ställer frågor till klassen ger han dem generellt ganska kort betänketid. Om man bortser från två tillfällen som sticker ut där han väntar 30 sekunder samt 11 sekunder, så ligger snittet under två sekunder.

4.2 Lektion #2 USA

Den andra lektionen jag har analyserat är från USA. Likt klassen från Hong Kong går även de här eleverna i åttonde klass. Under lektionen, som är 44 minuter lång, ska eleverna lära sig att rita grafer till linjära funktioner. Det är en repetitionslektion som följer en period där klassen arbetat med området linjära funktioner. 36 elever är närvarande i klassrummet. Borden i klassrummet är placerade i små öar och runt varje ö sitter tre eller fyra elever.

4.2.1 Faser

Här ska jag redovisa för lektionens upplägg och göra en kort sammanfattning av vad som hände i de olika faserna av lektionen.

0.00-2.40 – Introduktion av dagens uppgift

Läraren börjar med att berätta att han inte kommer använda overheadprojektorn som eleverna är vana vid under den här lektionen. Eleverna är uppdelade i grupper om tre eller fyra, och varje grupp har fått uppgiftsblad som de ska arbeta med under lektionen. Varje grupp behöver även ett stort tomt rutat papper. Läraren berättar att det första uppgiftsbladet innehåller fem ekvationer och gruppernas uppgift är att rita grafen till ekvationerna på det tomma papperet. De får rita graferna på vilket sätt de än känner sig bekväma med. Läraren frågar eleverna om vilka metoder man kan använda för att rita en graf. En av eleverna svarar:

E: The slope
L: Use the slope with the...
E: Y intercept and X intercept
L: Y intercept. Right? That's probably the way you'll probably want to do it, right Nick?
E: Yeah
L: Is there another way, though? Robert?

Eleven (Robert) föreslår att man kan göra en tabell. Läraren sammanfattar att de två metoderna (att använda lutningen och skärningspunkten för Y-axeln eller att göra en tabell och sätta ut punkterna) är de huvudsakliga sätten för att rita grafen till ekvationerna. Han vill också att eleverna visar upp de fem första graferna innan de fortsätter med ekvationerna på nästa blad.

Ekvationerna på det första bladet är följande:

1) $y=\frac{2}{3}x+8$

2) $y=\frac{3}{5}x-10$

3) $y=3\mathrm{x}+7$

4) $y=\frac{1}{4}x-4$
5) $y=x-5$

2.40-20.02 – Eleverna arbetar med uppgifterna

Grupperna arbetar med uppgifterna. Läraren cirkulerar i klassrummet och observerar gruppernas arbete. Han kontrollerar att graferna är korrekta innan eleverna får fortsätta med uppgifterna 6-10.

20.02-20.52 – Läraren gör ett förtydligande om uppgifterna 6-10

Läraren avbryter kort elevernas arbete för att förtydliga och göra eleverna uppmärksamma om att lutningen på ekvationerna 6-10 är negativ.

> L: So therefore, instead of rise over run meaning you'd go up and to the right, with the negative you're going to instead go, down and to the right.

Han påminner även eleverna att visa upp graferna till de fem första ekvationerna innan de fortsätter. Ekvationerna 6-10 var följande:

6) $y=-\frac{5}{3}x+8$
7) $y=-4\mathrm{x}-1$
8) $y=-\frac{1}{3}x+12$
9) $y=-\frac{3}{2}x+14$
10) $y=-x+3$

När eleverna var klara med ett rita graferna skulle de även svara på följande frågor:

1) What is similar about linear equations 1 through 5?
2) What is similar about linear equations 6 through 10?
3) Which line goes up the fastest?
4) Which line goes down the fastest?
5) What do you notice about the intersection between equations 1 and 9?
6) What do you notice about the intersection between equations 2 and 6?
7) What do you notice about the intersection between equations 3 and 8?
8) What do you notice about the intersection between equations 4 and 7?
9) What do you notice about the intersection between equations 5 and 10?
10) Are any of the lines parallel to one another? If not, why do you think so?

20.52-30.36 – Eleverna arbetar med uppgifterna

Eleverna fortsätter att arbeta med uppgifterna. De grupper som fått de första fem ekvationerna godkända får fortsätta med ekvationerna 6-10. Läraren fortsätter att cirkulera.

30.36-32.37 – Läraren talar till klassen

Läraren avbryter elevernas arbete och uttrycker att han känner sig orolig över elevernas förmåga att samarbeta. Han tycker att eleverna ska kontrollera sina svar med varandra. Han meddelar också att de kommer fortsätta med uppgifterna och diskutera frågorna nästa lektion. De elever som hinner bli klara med frågorna ska börja med sin *quickwrite*, där de med minst två meningar beskriver vad de lärt sig under lektionen.

32.37-38.08 – Eleverna arbetar med uppgifterna

Eleverna fortsätter att arbeta med uppgifterna. Läraren cirkulerar och kontrollerar elevernas arbete.

38.08-39.10 – Läraren talar till klassen

Läraren avbryter elevernas arbete och ber alla göra sin *quickwrite* under återstoden av lektionen. Han föreslår att det exempelvis kan vara att de lärt sig något om lutning eller något om skärningen av Y-axeln, eller att de blivit bättre på att göra tabeller.

39.10-42.39 – Eleverna gör sin quickwrite

En av grupperna kallar på läraren. De vill att läraren ska kontrollera deras grafer. En av eleverna har börjat rita en dödskalle i sitt papper. Läraren observerar att gruppen bara gjort graferna till de fem första ekvationerna. Han ber gruppen göra sina *quickwrites* och förväntar sig bättre resultat nästa lektion.

En annan grupp påkallar lärarens uppmärksamhet. De är klara med graferna och har börjat svara på frågorna men fråga 6, ”What do you notice about the intersection between equations 2 and 6?”, vållar dem problem. Läraren tar en titt på graferna och upptäcker att de ritat linjerna till ekvation 2 och 6 så korta att de aldrig korsar varandra. Han påminner dem om att linjer fortsätter oändligt i linjens bägge riktningar och ber dem således förlänga linjerna så att de korsar varandra. Sedan frågar han dem:

> L: I'm asking about what? The intersection. An intersection is where two lines...
> E1 och E2: Meet.
> L: Meet or cross each other, right? Look where these two lines meet or cross. What do you notice about the angles there?

Efter några sekunders betänketid svarar en av eleverna att det är en rät vinkel. Läraren berömmer eleven och berättar sedan att detta är något han inte gått igenom ännu, att två linjer som skär varandra så att det bildas räta vinklar kan kallas vinkelräta.

42.39-44.12 – Läraren talar till klassen

Läraren avslutar lektionen med att tala om vad som kommer hända nästa lektion. Då ska de diskutera lite om grafer och de saker han ville att de skulle upptäcka om graferna. Han ber eleverna att inte slarva bort dagens arbete innan han önskar dem en trevlig helg.

4.2.2 Sammanfattning och lärarkommentarer

Lärarens mål med lektionen är att eleverna ska lära sig rita grafer till linjära ekvationer med hjälp av lutning och skärning av Y-axeln eller genom att göra grafer. Han vill att eleverna ska lära sig båda metoderna, men under lektionen får grupperna rita graferna med den metod de känner sig mest bekväm med. Läraren tror dock att ifall eleverna lär sig bemästrar en metod kommer det så småningom leda till att de bemästrar båda.

Läraren kommenterar att han vanligtvis undervisar eleverna i par. Till den här lektionen valde han att slå ihop paren till grupper om fyra för att främja kommunikation och samarbete, samt att utnyttja de stora rutade papperna. Dock tycker han att det inte föll ut så väl med grupperna då vissa elever verkar lita på att någon annan i gruppen gör arbetet. Trots att eleverna är medvetna om att de individuellt kommer behöva visa prov på sitt kunnande under kommande lektion. I framtiden tänker läraren eventuellt ändra på lektionsplaneringen så att alla elever behöver rita graferna.

> L: I really enjoy the lessons when the students are engaged in conversation with me. I want them to trust me and therefore ask questions whenever they need help.

Under lektionen får eleverna mycket tid till eget arbete, mer än 80 % av lektionstiden används till elevernas arbete.

4.3 Lektion #3 Japan

Nästa lektion jag har analyserat är från Japan. Eleverna går i åttonde klass och arbetar med arbetsområdet tvådimensionell geometri. På just den här lektionen ska eleverna lösa problem som handlar om triangelns area. Lektionen är 50 minuter lång och det är 35 elever och två lärare närvarande i klassrummet.

4.3.1 Faser

Jag ska här gå igenom de olika faser jag kan identifiera och ge en kort sammanfattning om vad som händer i varje fas.

0.00-0.20 – Hälsning

Läraren ber eleverna ställa sig upp och stå rakt. Sedan bugar de och gör en hälsning innan de får sätta sig ner och lektionen kan börja.

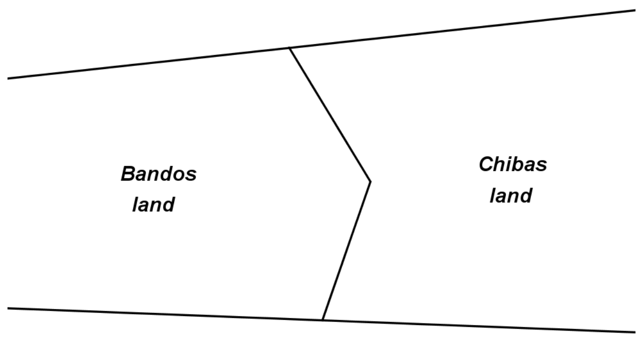
0.20-1.31 – Repetition av föregående lektion

Läraren frågar om eleverna kommer ihåg vad de gjorde föregående lektion. Han påminner dem om att de arbetade med arean av trianglar som befinner sig mellan två parallella linjer. Till sin hjälp använder han ett datorprogram som ritar upp ett antal trianglar och han berättar att de olika trianglarnas areor blir lika stora eftersom de har samma bas och samma höjd. Läraren säger också att de kommer använda den här kunskapen som bas i dagens lektion. Själva repetitionen går väldigt snabbt och tar bara drygt en minut.

1.31-4.02 – Introduktion av problem #1

Under den här fasen introducerar läraren det första problemet som klassen ska arbeta med på lektionen. Läraren ritar figur 3 på tavlan och säger att den vänstra delen av figuren är Bandos (en av eleverna) land och den högra delen Chibas (en annan elev) land. Bando och Chiba vill göra gränsen mellan deras länder rak, utan att förändra arean. Innan eleverna får börja arbeta med problemet ber läraren några elever komma med förslag på hur gränsen ska dras. En elev får komma fram till tavlan och visa hur hon hade dragit gränsen. Hennes idé är att göra en triangel och dra en linje genom triangelns topp som är parallell med triangelns bas. Sedan föreslog hon att dra den nya gränsen mitt emellan de parallella linjerna.

Läraren ber eleverna rita av figuren i sina häften och säger åt dem att först tänka på problemet individuellt i tre minuter.



Figur 3: Det går en sned gräns mellan Bandos och Chibas länder. Uppgiften går ut på att göra gränsen rak utan att förändra ländernas areor.

4.02-7.03 – Individuell utforskning av problem #1

Eleverna får under tre minuter tänka på och försöka lösa problemet. Därefter talar läraren om att det är fritt fram att diskutera problemet med sina kamrater eller fortsätta lösa problemet på egen hand. Han har även lagt fram tipskort som eleverna kan titta på ifall de inte kommer på någon lösning. De elever som kommit på en lösning ombeds visa upp den för den andra läraren i klassrummet.

7.03-19.31 – Utforskning av problem #1 i grupp

Eleverna får nu fritt diskutera uppgiften med sina klasskamrater. Läraren går runt och observerar och hjälper de elever som ber om hjälp. Han väljer ut två elever som ska få presentera sina lösningar inför klassen.

19.31-22.56 – Presentation av elevlösningar till problem #1

Eleverna presenterar sina lösningar och förklarar varför de är sanna.

22.56-23.38 – Introduktion av problem #2

Läraren ritar upp en oregelbunden fyrhörning på tavlan och förklarar att elevernas uppgift nu är att göra fyrhörningen till en triangel utan att ändra på arean. Problemet är denna gången helt abstrakt, utan någon koppling till verkligheten. Själva introduktionen av problemet går väldigt fort, det tar mindre än en minut från det att läraren börjar introducera problemet till det att eleverna börjar arbeta med det.

23.38-26.46 – Individuell utforskning av problem #2

Eleverna ombeds fundera på problemet individuellt i tre minuter innan de får börja diskutera det med sina kamrater.

26.46-46.35 – Utforskning av problem #2 i grupp

Läraren använder samma upplägg som under problem #1. Eleverna får diskutera problemet med varandra, de får ta hjälp av tipskorten eller läraren och de som hittat en lösning visar upp den för den andra läraren.

Medan läraren går runt och observerar och hjälper eleverna väljer han ut vissa elever som får rita upp sin lösning på tavlan. Han väljer ut åtta olika lösningar, då varje hörn på fyrhörningen kan flyttas till två olika punkter för att göra om fyrhörningen till en triangel och samtidigt behålla arean.

46.35-48.33 – Presentation av elevlösningar till problem #2

Denna gången väljer läraren att presentera lösningarna själv. Han börjar med att kalla hörnen på fyrhörningen för A, B, C och D. Därefter visar han att man kan dela in fyrhörningen i två trianglar genom att dra en linje mellan A och C eller B och D. Genom att dra en linje genom triangelns topp som är parallell med triangelns bas kan läraren sedan visa hur man kommer fram till de olika elevlösningarna.

48.33-49.23 – Repetition

Läraren repeterar det han gick igenom på tavlan med hjälp av datorprogrammet han använde i början av lektionen.

49.23-50.19 – Utdelning av läxa

Läraren frågar eleverna vad de vill göra nu när de vet hur man gör om en fyrhörning till en triangel. Eleverna kommer med förslag om att göra om pentagoner, hexagoner och till och med cirklar till trianglar. Läraren säger att de som är intresserade kan göra det till nästa lektion. En av eleverna ger direkt ett förslag på hur man kan göra om en pentagon till en triangel.

50.19-51.00 – Avslut

Läraren tackar eleverna för ett gott arbete under dagens lektion. Eleverna får ställa sig upp vid sina bänkar och buga innan lektionen avslutas.

4.3.2 Sammanfattning och lärarkommentarer

Lektionens upplägg liknar ett för Japan vanligt lektionsmönster kallat strukturerad problemlösning. Själva strukturen kan delas in i följande delar:

- Ett problem framställs.
- Eleverna arbetar med problemet, individuellt eller i grupp.
- Helklassdiskussion om olika lösningar.
- Sammanfattning av lektionen.
- Övningar eller utvidgning av problemet, vilket är valfritt, beroende på tid och hur väl eleverna lyckades lösa originalproblemet (Asami-Johansson, 2015, s. 5)

Läraren börjar med introducera problemet. Han inkluderar två av eleverna i problemet för att väcka deras intresse och ge dem en koppling till problemet. För att kontrollera att alla förstått problemet ber han eleverna göra gissningar på var gränsen ska dras.

När eleverna får börja arbeta med problemet begränsar läraren tiden de får tänka enskilt med motiveringen att det ska få dem att arbeta mer fokuserat. Det generella tipset läraren ger de elever som ej kan hitta en lösning är att vrida på huvudet (eller papperet) lite för att de ska upptäcka att de kunskaper de lärde sig på föregående lektion (om arean av trianglar mellan två parallella linjer) kan appliceras här.

Två elever får presentera sina lösningar framme vid tavlan. Presentationen mynnar dock inte ut i någon helklassdiskussion. Vad det kan bero på kommer jag diskutera i kommande avsnitt.

Problem #2 kan ses som en övning mer än en utvidgning då samma metod som i problem #1 kan användas för att lösa problem #2. En stor del av lektionen (ungefär 46 % av hela lektionstiden) går åt till att eleverna arbetar med problem #2.

5 Diskussion

I det här avsnittet ska jag diskutera de resultat jag fått fram genom undersökningen, vilka konsekvenser mitt val av metod har gett, samt vilka didaktiska konsekvenser undersökningen kan föra med sig.

5.1 Resultatdiskussion

Jag har valt att dela in resultatdiskussionen i fyra delar. Först diskuterar jag de tre analyserade lektionerna var för sig och kopplar dem mot min tredje forskningsfråga:

- Vilka situationer under en lektion kan identifieras, där läraren formar eller skulle kunna forma eleverna mot en argumenterande klassrumskultur?

Diskussionen runt lektionerna följs av en sammanfattande diskussion där jag försöker svara på min fjärde forskningsfråga:

- Påverkar lektionens upplägg hur ofta situationer uppstår där läraren kan eller skulle kunna forma eleverna mot en argumenterande klassrumskultur?

5.1.1 Lektion #1 Hong Kong

Upplägget för lektionen från Hong Kong är ett för Sverige ganska vanligt lektionsupplägg där läraren föreläser om ett nytt stoff. Eleverna antecknar och får räkna några exempeluppgifter under lektionens gång. Främjar det här lektionsupplägget förekomsten av situationer där läraren kan eller skulle kunna forma en argumenterande klassrumskultur? Ser man till den klassrumskultur som råder under just den här lektionen, kan man inte kalla den argumenterande. De gånger läraren frågar eleverna ifall de har några frågor är det aldrig någon som säger något, och de frågor som läraren riktar till enskilda elever under föreläsningen är oftast retoriska i sin natur. Forskare (Franke et al. 2007; Schoenfeld 2011; m.fl.) kallar det här samtalsmönstret för IRE (Initiation-Response-Evaluation) där läraren initierar genom att ställa en fråga, eleven ger en respons, och läraren utvärderar svaret. Cobb et al. (1992) talar om olika typer av normer. Den norm som lyder i klassrummet tycks vara en konvention där eleverna accepterar och svarar på lärarens retoriska frågor. Det är möjligt att eleverna är påverkade av att lektionen filmas, och att de således inte vågar uttrycka sig eller ställa frågor. Men samtidigt ger inte läraren eleverna speciellt mycket tid till frågor och synpunkter. Vid två tillfällen väntar läraren mer än tio sekunder då han ställer en fråga till eleverna, annars ligger snittet under två sekunder.

För att klassrumskulturen ska anses vara argumenterande krävs det att stoffet nagelfars eller byggs upp från grunden, där idéer granskas och hypoteser prövas. Att planera en lektion där man som lärare föreläser om ett innehåll behöver inte betyda att eleverna måste sitta och passivt ta emot informationen. På det viset formas en kultur där läraren och läromedlen ses som bärare av sanningar (Lampert 1990). En föreläsning kan planeras så att den mer liknar ett matematiskt samtal där interaktionerna lärare-elev och elev-elev är mer interaktiva. Man kan ha samma mål med lektionen, men vägen mot målet får gärna ta några omvägar.

Ett problem med att göra om en föreläsning till ett matematiskt samtal är att det kan vara mer tidskrävande. Läraren skriver i kommentarerna till lektionen att lektionstiden är för kort. Det filmade materialet är 42 minuter långt, men klockan ringer redan efter 37 minuter. Enligt TIMSS rapport var det vanligt förekommande i Hong Kong att lärarna gick över lektionstiden. Utöver tidspressen, kommenterar läraren att även överflöd av styrdokument och klasstorleken (40 elever) begränsar undervisningen. De här faktorerna kan förklara lärarens planering och agerande. Vid tillfället då en elev ber om hjälp med en uppgift berättar läraren i princip exakt hur eleven ska göra. Enligt Schoenfelds (2011) teori baseras en individs beslut på dess mål, resurser och inställning. Det övergripande målet att ”gå igenom innehållet i styrdokumenten” får en högre prioritering än ”ta in elevernas idéer i undervisningen” på grund av de rådande resurserna (tidsbrist och toppstyrning genom styrdokument). Det märks då eleverna får räkna några exempeluppgifter och läraren vill gå vidare med fler exempel på tavlan. Läraren verkar märkbart stressad och frågar en elev varför han eller hon är så långsam. Han ber även vid upprepade tillfällen dem elever som är långsammast att skynda på.

De två tillfällen under lektionen då eleverna bidrog till lektionen var då två elever kallades fram till tavlan för att lösa varsin uppgift. I problemlösningsbaserad undervisning är det vanligt att eleverna får dela med sig av sina lösningar framme vid tavlan eller att läraren väljer ut elevlösningar som han eller hon sedan presenterar. Detta ger en god bas för helklassdiskussioner där eleverna får ta del av olika lösningar och olika sätt att tänka (Asami-Johansson 2015; Larsson 2015). Läraren i lektion #1 verkar dock inte vara intresserad av att få fram olika lösningar. När eleverna gjort sina lösningar på tavlan ber han resten av klassen att jämföra svaren.

> T: Check your answers with the ones on the blackboard. Both of them are correct. Pretty good.

Eleverna förväntades lösa uppgifterna med elimineringsmetoden, därmed är det troligt att läraren inte förväntar sig att någon elev löser uppgifterna på något annat sätt. Det hade dock funnits goda möjligheter att be eleverna lösa uppgifterna med både elimineringsmetoden och substitutionsmetoden och sedan diskutera vilka fördelar och nackdelar respektive metod medför.

5.1.2 Lektion #2 USA

Till skillnad från lektionen från Hong Kong, får eleverna under lektionen från USA mycket tid till att arbeta med uppgifter. Här jobbar eleverna även i smågrupper. Arbetssättet är något jag inte stött på personligen, utan EPA (enskilt-par-alla) är ett arbetssätt som är mer vanligt förekommande i Sverige idag. Vilka möjligheter ger det här arbetssättet att forma en argumenterande klassrumskultur?

Under lektionen uppstår många interaktioner mellan lärare och elever, och eleverna har fritt spelrum att diskutera uppgifterna sinsemellan i grupperna. Läraren själv uttrycker att han tycker om arbetssättet då det blir som att hålla små miniföreläsningar inför varje grupp.

När läraren introducerar uppgiften frågar han eleverna vilka metoder man kan använda för att rita grafen till en ekvation. En elev svarar att man kan titta på lutningen samt skärningen av y-axeln och x-axeln. Läraren ignorerar dock elevens förslag om skärningen av x-axeln när han sammanfattar vilka metoder de kan använda. Där anser jag att det fanns en möjlighet att lyfta en matematisk idé som kom från eleverna in i rampljuset. Lampert (1990) menar att just lyfta fram elevernas egna matematiska idéer kan förändra deras syn på vad som menas med att syssla med matematik. Genom att undersöka och kontrollera legitimiteten i varje inlägg och idé som kommer från eleverna visar man som lärare att deras idéer är viktiga. I Lamperts fall mynnade arbetssättet ut i att eleverna till slut bemötte varandras idéer och hypoteser med argument, helt av sig själva, utan att hon specifikt behövde be eleverna om bemötandet. Detta tydde på att normen om vad matematik handlade om hade förändrats och att klassrumskulturen var en där idéer och hypoteser prövades och bemöttes med argument.

Anledningen till att den amerikanska läraren i lektion #2 väljer att ignorera elevens förslag kan diskuteras. En förklaring kan vara att alla ekvationer i övningsuppgifterna har formen $y = kx + m$, det vill säga y-termen står alltid ensam till vänster om likhetstecknet. Variationen mellan ekvationerna är att de har olika k- och m-värden, och variationen mellan den första och andra uppsättningen ekvationer är att den första har positiva k-värden medan den andra har negativa. Då den räta linjens ekvation ($y = kx + m$) används får man skärningen av y-axeln direkt i ekvationens m-värde, medan det krävs ett litet arbete för att hitta skärningen av x-axeln. Det är möjligt att läraren redan diskuterat skärningen av x-axeln under tidigare lektioner eller att han planerar att göra det under kommande lektioner. Det som talar emot det är att läraren inte ger något tecken på att han bekräftat elevens förslag genom att exempelvis säga något i stil med: ”vi diskuterade skärningen av x-axeln förra lektionen och kommer bara behöva titta på skärningen av y-axeln idag”, eller ”bra förslag, jag kommer ta upp det vid ett senare tillfälle”.

Läraren avbryter vid ett tillfälle lektionen och talar om att han känner en viss oro och frustration då han ser att vissa elever har tydliga svagheter. Han vill att eleverna ska bli bättre på att jämföra sina svar då det oftast finns någon i gruppen som har det rätta svaret. Detta kan tyda på att eleverna ser matematik som en individuell aktivitet. Trots att man i materialet följer läraren vilket gör det svårt att veta exakt hur grupperna arbetar, så kan man se att vissa grupper använder modellen där gruppmedlemmarna får olika ansvarsområden (exempelvis att vissa i gruppen ansvarar för att göra tabeller och någon ansvarar för att rita graferna). Eleverna tar hand om sitt ansvarsområde och drar på så sätt sitt strå till stacken. Problemet med modellen uppstår ifall eleverna i slutändan inte pratar ihop sig och diskuterar det som var och en bidragit med. I kommentarerna till lektionen säger läraren att han oftast undervisar eleverna i par. Trots det verkar eleverna inte veta hur de ska samarbeta. Läraren kommenterar att han troligtvis kommer ändra planeringen till nästa gång så att alla elever måste göra graferna istället för bara en per grupp. Detta för att han känner att vissa elever förlitar sig för mycket på att någon annan i gruppen gör arbetet, och att lära sig rita grafer var själva huvudmålet med lektionen. Läraren vill att eleverna ska lära sig att rita grafer med hjälp av metoderna lutning och skärningen av y-axeln eller att göra en tabell. Även om det är viktigt att träna och bli bekväm med procedurer så är det kanske inte den aktiviteten som mest lämpar sig till grupparbete. Franke et al. (2007) skriver om uppgiftens roll vid matematiska samtal.

Uppgifter som är värdefulla för att initiera samtal har egenskaperna: att de kan lösas och representeras på olika sätt, samt att de kräver antaganden, motiveringar och tolkningar. Att välja ut och presentera uppgifter som kräver en hög nivå av kognitivt tänkande och resonerande innebär inte automatiskt att eleverna kommer ägna sig åt kognitiva aktiviteter på hög nivå, det ger dem dock möjligheten. Genom att välja ut kognitivt krävande uppgifter kan man som lärare engagera eleverna i att dela med sig av sina idéer, jämföra olika synsätt, göra antaganden och generaliseringar. Franke et al. (2007) menar att lärare som börjar använda matematiska samtal i sin undervisning ofta upptäcker att de uppgifter de tidigare använt inte lämpar sig för rika matematiska samtal då uppgifterna ofta bara kan lösas på ett sätt.

När eleverna var klara med att rita graferna skulle de svara på ett antal frågor runt graferna (se sidan 20). Frågorna tycker jag lämpar sig bättre som smågruppsarbete än uppgiften att rita grafer. Däremot anser jag att frågorna skulle kunna omformuleras lite för att göra det möjligt för eleverna att göra egna upptäckter. Frågorna är ställda på ett sätt så att det endast finns ett korrekt svar, vilket gör att det inte skapar något underlag för en diskussion. Jag tror att eleverna kan få syn på det läraren vill att de ska få syn på (och mycket mer), utan att göra det så uppenbart via sättet som frågorna ställs på. Endast fråga 10: ”Are any of the lines parallel to one another? If not, why do you think so?” är ställd på ett sådant sätt att eleverna kan formulera och pröva hypoteser. Ifall gruppernas uppgift istället varit att formulera fem påståenden runt de grafer de tidigare ritat. Det hade fått dem att göra matematiska antaganden, vars korrekthet prövas, som baseras på deras egna erfarenheter och upptäckter av linjära funktioner. Jag har upplevt att lärare ofta är oroliga för att eleverna inte ska kunna lösa uppgifterna och är då noga med att gå igenom alla metoder och procedurer eleverna behöver för att kunna lösa uppgifterna. Lampert (1990), Schoenfeld (1992), m.fl. anser att det finns ett mervärde i att låta elever upptäcka saker själva. Elever är mer kritiska till och reflekterar mer över matematiska idéer som kommer från dem själva eller från deras klasskamrater. Att beröva eleverna möjligheten att upptäcka saker själva kan förstärka bilden av matematik som en aktivitet där man följer lärarens direktiv.

Under lektionen uppstår en annan situation där eleverna berövas på möjligheten att upptäcka saker själv då en av grupperna ber om hjälp med en av diskussionsfrågorna. De förstår inte fråga 6. What do you notice about the intersection between equations 2 and 6? Läraren upptäcker att grupperna inte ritat linjerna tillräckligt långa, så de korsar aldrig varandra. Han ber dem förlänga linjerna, men han stannar inte där. Istället frågar han specifikt om vinkeln som uppstår då linjerna korsar varandra. Brousseau (2002) menar att lärarens arbete i det didaktiska spelet är att förändra förutsättningarna i situationen på ett sådant sätt så att situationen blir adidaktisk. Enligt Brousseau uppstår lärande endast i samband med adidaktiska situationer. Ifall den amerikanske läraren nöjt sig med att bara be eleverna förlänga linjerna är det möjligt att de hade upptäckt att linjerna var vinkelräta. En liknande situation uppstår i lektionen från Hong Kong då en elev ber läraren om hjälp, och istället för att utgå från elevens förståelse av problemet gör läraren en ganska lång utläggning om det exakta tillvägagångssättet för att lösa uppgiften. Brousseau (2002) menar att då läraren talar om svaret eller lösningen för en elev uppstår bara en illusion av lärande.

Ser man till arbetssättet att arbeta i smågrupper så tycker jag att det ger eleverna goda möjligheter att utbyta matematiska idéer med varandra. Arbetssättet kan lämpa sig speciellt väl innan eleverna lärt känna varandra. Vissa elever kan känna sig blyga att dela med sig av sina idéer inför hela klassen, då kan arbete i smågrupper hjälpa till att släppa de hämningarna. Eleverna i lektion #2 var inte vana vid att arbeta i smågrupper. När en grupp elever är ovana vid ett visst sätt att arbeta är det extra viktigt att som lärare vara tydlig med att förmedla hur man förväntar sig att arbetet ska gå till. Annars kan det hända att man får 36 olika tolkningar av vad det innebär att arbeta i smågrupper på matematiklektionen. Lampert (1990) menar att matematikläraren, som genom sin utbildning är den i klassrummet med störst expertis, har auktoriteten att forma normen av vad det innebär att syssla med matematik. Hon menar att läraren ibland behöver tala om hur eleverna ska göra, ibland visa dem, och ibland göra det själv. Hon liknar matematikläraren med en dansinstruktör som inte kan lära någon dansa enbart genom att berätta hur man gör (Lampert 1990).

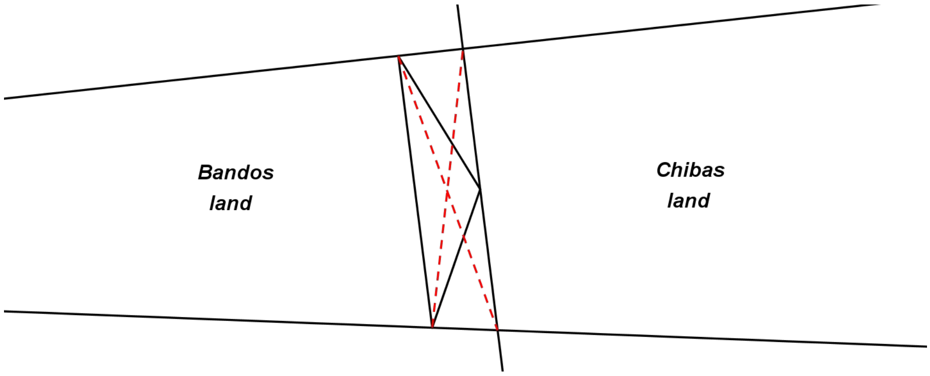
5.1.3 Lektion #3 Japan

Den här lektionen har ett lektionsupplägg som kan liknas vid strukturerad problemlösning, som är vanligt i Japan. Vid arbete med strukturerad problemlösning delas lektionen in i följande faser:

- Ett problem framställs.
- Eleverna arbetar med problemet, individuellt eller i grupp.
- Helklassdiskussion om olika lösningar.
- Sammanfattning av lektionen.
- Övningar eller utvidgning av problemet, vilket är valfritt, beroende på tid och hur väl eleverna lyckades lösa originalproblemet (Asami-Johansson 2015, s. 5)

Idén med upplägget är att via arbete med ett problem kunna få fram olika lösningar, varpå eleverna genom de olika lösningarna ska kunna få syn på och göra kopplingar mellan olika matematiska idéer och synsätt. Just helklassdiskussionen ses som en avgörande del där eleverna får sätta sig in i andra elevers förklaringar, jämföra sina lösningar med andras, och bedöma likheter och olikheter mellan de olika lösningarna (Lampert 1990; Asami-Johansson 2015). På lektionen från Japan mynnar elevernas olika lösningar på problemen inte ut i någon vidare helklassdiskussion. Jag tror det beror på uppgiftens karaktär. Trots att eleverna får fram olika lösningar till både problem #1 och problem #2, så fås alla lösningar genom en och samma metod (se figur 4 på nästa sida).

När alla lösningar härstammar från en och samma metod finns det i slutändan inte så mycket att diskutera. Innan eleverna började arbeta med problemet var det en elev som föreslog att dra gränsen ungefär mitt emellan basen och toppen av triangeln som uppstår i figuren då man drar en linje som i figur 4. Ifall den föreslagna gränsen är parallell med triangelns bas bildas en parallelltrapets. Där fanns en möjlighet att knyta an till elevens gissning och utforska den för att se ifall det var möjlig lösning. Lampert (1990) belyser vikten i att eleverna gör antaganden innan de börjar arbeta med ett problem. Antagandet blir för eleven en startpunkt i processen och strategier för hur antagandet kan prövas inrättas. Den japanska läraren kommenterar också att elevernas gissningar är ett sätt för läraren att få reda på ifall eleverna förstått problemet.



Figur 4: Lösningar till problemet med Bandos och Chibas länder. De röda streckade linjerna markerar två olika lösningar.

Trots att olika lösningsstrategier inte diskuterades under lektionen kan eleverna ändå ha undersökt olika strategier. Eleverna hade ingen given metod för hur problemen skulle lösas innan de satte igång. Den ledtråd läraren gav var att, efter repetitionen av föregående lektion (som handlade om triangelns area då den har samma bas och samma höjd), nämna att det skulle användas som grund för dagens lektion. Eleverna kunde mycket väl ha gjort antaganden som förkastades då de utforskade problemen.

Att låta eleverna göra gissningar kan också ses som ett sätt att skapa *adidaktiska situationer* (Brousseau 2002). De initiala gissningarna gör att eleverna blir motiverade att fortsätta undersöka problemet. Genom gissningarna *delegeras* ansvaret att hitta en lösning på problemet från läraren till eleverna. Brousseau (2002) menar att *delegering* är en förutsättning för att en situation ska bli *adidaktisk*.

5.1.4 Resultatsammanfattning

Ger lektionsupplägget med problembaserat lärande bättre förutsättningar för att forma en argumenterande klassrumskultur än exempelvis den mer klassiska föreläsningsstilen som i lektionen från Hong Kong eller upplägget med arbete i smågrupper från den amerikanska lektionen? Inte nödvändigtvis, skulle jag säga. Trots att lektionsupplägget ger en naturlig arena för matematiska samtal ingår många svåra moment i att organisera problemlösningsbaserade lektioner i allmänhet, och i synnerhet i att organisera helklassdiskussioner, som Larsson (2015) är inne på. Att skapa en argumenterande klassrumskultur är enbart en del av problematiken som läraren står inför. Som jag diskuterat tidigare uppstår det ett flertal situationer under varje lektion, oavsett hur lektionen organiseras, där läraren kan forma klassrumskulturen. Hur den formas och åt vilket håll är upp till läraren. Schoenfeld (2015) är inne på att lärarens *mål*, *inriktning* och *resurser* utvecklas i nära anslutning till varandra. Man kan inte enbart sätta upp ett *mål* om att eleverna helt plötsligt ska diskutera matematik med varandra. För att det ska bli bra krävs att man som lärare själv har det synsättet på matematik och att man skaffar sig den kunskap (utbildnings- och erfarenhetsmässig) som är relevant för de *mål* man sätter upp. Detta kan också förklara varför vissa lärare som provat problembaserat lärande och haft en dålig erfarenhet av det, kanske avfärdar det med ”våra elever skulle aldrig klara av att jobba på det sättet”. Kanske har de lärarna inte sett det hela som en process som utvecklas långsamt i takt med ens egna klassrums- och ämnesdidaktiska färdigheter, samt klassens anpassning till nya normer.

5.2 Metoddiskussion

Hur har valet av metod påverkat undersökningen i stort? För det första gör den data jag hade tillgänglig via TIMSS 1999 Video Study att jag endast kunde få en ögonblicksbild ur de olika verksamheterna. Vilket gjorde det omöjligt att undersöka förutsättningar innan lektionen och hur klassen utvecklades i takt med undervisningen. Inom arbetets tidsramar hade det dock varit svårt att följa en klass under så pass lång tid att utveckling hade kunnat identifieras.

Sättet som TIMSS 1999 Video Study utfördes på hade också kunnat förändras för att öka tillförlitligheten i materialet. I de skolor som blev utvalda och accepterade att vara med i studien filmades en matematiklektion och en NO-lektion, vid ett tillfälle. Detta ökar risken att lärare och elever påverkas av att ha ett filmteam i klassrummet. För att höja reliabiliteten i deras undersökning hade de kunnat filma flera lektioner med samma klass eller gjort testfilmningar som ej ingick i undersökningen. Man kunde se på filmerna att vissa elever var mer medvetna av att de blev filmade (tittar upprepade gånger in i kameran, vinkar mot kameran, etc.) än andra som, till synes, var helt oberörda av att bli filmade.

Lektionerna filmades med två kameror, där den ena var en stationär kamera som skulle ge en överblick av eleverna, och den andra var en kamera som till största del följde läraren. Det material som finns tillgängligt för allmänheten är dock endast från lärarkameran. Detta gjorde det svårt för mig som analyserade materialet att få en överblick av elevernas reaktioner på undervisningen. Däremot var inte min målsättning att undersöka eleverna, utan läraren och vilka situationer som uppstår beroende på lektions upplägg. Och för de frågeställningarna fungerade materialet bra.

Att analysera tre lektioner med väldigt olika karaktär påverkar också möjligheten att kunna generalisera. Det var dock nödvändigt för att kunna undersöka vilka möjligheter olika sätt att undervisa ger för att forma en argumenterande klassrumskultur.

5.3 Didaktiska konsekvenser

Hur kommer den här undersökningen påverka min framtida yrkesverksamhet? Kommer jag också vara en av de lärarna som säger ”mina elever skulle aldrig kunna arbeta på det sättet” när man pratar om nya arbetssätt och metoder? Jag vill påstå att det här examensarbetet har gett mig goda förutsättningar för att inte vara den läraren. Att läsa om Magdalene Lampert och om hur hon förändrar elevernas sätt att se på matematik har inspirerat mig. Att studera Alan H. Schoenfelds teori om målorienterat beslutsfattande har fått mig att inse att det kan ta tid att förändra sin undervisning. Är man medveten om att förändringen (är en målsättning som) inte sker över en dag, då kan man också börja inhämta den kunskap och formulera de mål, som krävs för att nå fram till målsättningen.

Jag tror också att den empiriska studie som arbetet innefattar kommer göra mig mer medveten om vilka situationer som uppstår i klassrummet och hur jag som lärare kan göra de situationerna till lärandesituationer. Den här kunskapen är inte heller bunden till enbart matematik, jag kommer även ha nytta av den i mina andra ämnen (fysik och teknik). Att analysera andra lärares undervisning gör också att man börjar reflektera över sin egen inriktning. Schoenfeld (2011) skriver i sin bok att han i en annan studie bad lärarstudenter titta på filmade lektioner från andra länder (exempelvis de från Japan i TIMSS 1999 Video Study) just för att de skulle börja reflektera över hur lärarens inriktning formar undervisningen. I början reagerade lärarna med: ”We couldn't do that here. They can do it because their students are different.” (s. 189) Vilket är exakt samma reaktion som läraren jag hörde kommentera filmerna från Matematiklyftet. Att få in fler moment i den dagliga verksamheten där lärarna tar del av andras undervisning (eller sin egen) tror jag skulle kunna vara nyttigt för lärarnas professionella utveckling. Det skulle exempelvis kunna vara i form av att man tittar på varandras lektioner vilket gör att man blir mer medveten om hur man själv agerar i klassrummet.

5.4 Fortsatt forskning

I det här examensarbetet studerade jag endast lärarperspektivet och vad läraren kan göra under en lektion för att förändra klassrumskulturen. Att undersöka området från ett elevperspektiv hade varit en intressant alternativ vinkel. Vilka motstånd från elevernas sida kan man stöta på ifall man vill förändra klassrumskulturen och vilka faktorer i den befintliga undervisningen värdesätts av eleverna? Att medvetandegöra motstånds-krafterna tror jag skulle kunna vara till hjälp för lärare för att på ett bättre sätt kunna motivera nya metoder och nya sätt att se på matematik. Ute i skolorna har jag märkt att många elever gärna vill få tid till att arbeta med uppgifter i läroboken. Beror det på att eleverna ser arbete i läroboken som det bästa sättet att lära sig matematik på? Eller har de en mer målorienterad (betygscentrerad) syn på saken? Kanske är eleverna av uppfattningen att ju fler uppgifter de löser, desto större är chansen att nå ett högt betyg.

5.5 Tack

Jag vill passa på att tacka min handledare Laura för ett gott samarbete och alla goda tips och råd jag fått. Många och långa möten har fått mig att vidga vyerna och vässa frågeställningarna.

Referenslista

Asami-Johansson, Y. (2015). *Designing Mathematics Lessons Using Japanese Problem Solving Oriented Lesson Structure: A Swedish case study.* (Licentiatuppsats). Linköping: Linköpings Universitet.

Brousseau, G. (2002). Theory of Didactical Situations in Mathematics: *Didactique des mathématiques, 1970-1990.* New York / Boston / Dordrecht / London / Moscow: Kluwer.

Cobb, P., Wood, T., Yackel, E., & McNeal, B. (1992). Characteristics of Classroom Mathematics Traditions: An International Analysis. *American Educational Research Journal*, 29(3), 573-604.

Franke, M., Kazemi, E., & Battey, D. (2007). Mathematics teaching and classroom practice. I Lester, F. K. (red.) *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. Charlotte, NC: Information Age Publishing. ss. 225-256.

Lampert, M. (1990). When the Problem Is Not the Question and the Solution Is Not the Answer: Mathematical Knowing and Teaching. *American Educational Research Journal*, 27(1), 29-63.

Larsson, M. (2015). *Orchestrating mathematical whole-class discussions in the problem-solving classroom: Theorizing challenges and support for teachers.* Diss. Västerås: Mälardalen University.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: problem solving, metacognition,and sense making in mathematics. I Grouws, D. (red.) *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning.* New York: Macmillan. ss. 334-370.

Schoenfeld, A. H. (2011). *How We Think: A Theory of Goal-Oriented Decision Making and its Educational Applications.* New York: Routledge.

Skolverket. (2011a). *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011*. Stockholm: Skolverkets huvudkontor.

Skolverket. (2011b). *Kommentarmaterial till kursplanen i matematik.* Stockholm: Skolverkets huvudkontor.

Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical Thinking and Learning*, 10, 313-340.

Taflin, E. (2007). *Matematikproblem i skolan: för att skapa tillfällen till lärande.* Diss. Umeå: Umeå Universitet.

Wyndhamn, J., Riesbeck, E., & Schoultz, J. (2000). *Problemlösning som metafor och praktik: Studier av styrdokument och klassrumsverksamhet i matematik- och teknikundervisningen*. Linköping: Institutionen för tillämpad lärarkunskap, Univ.