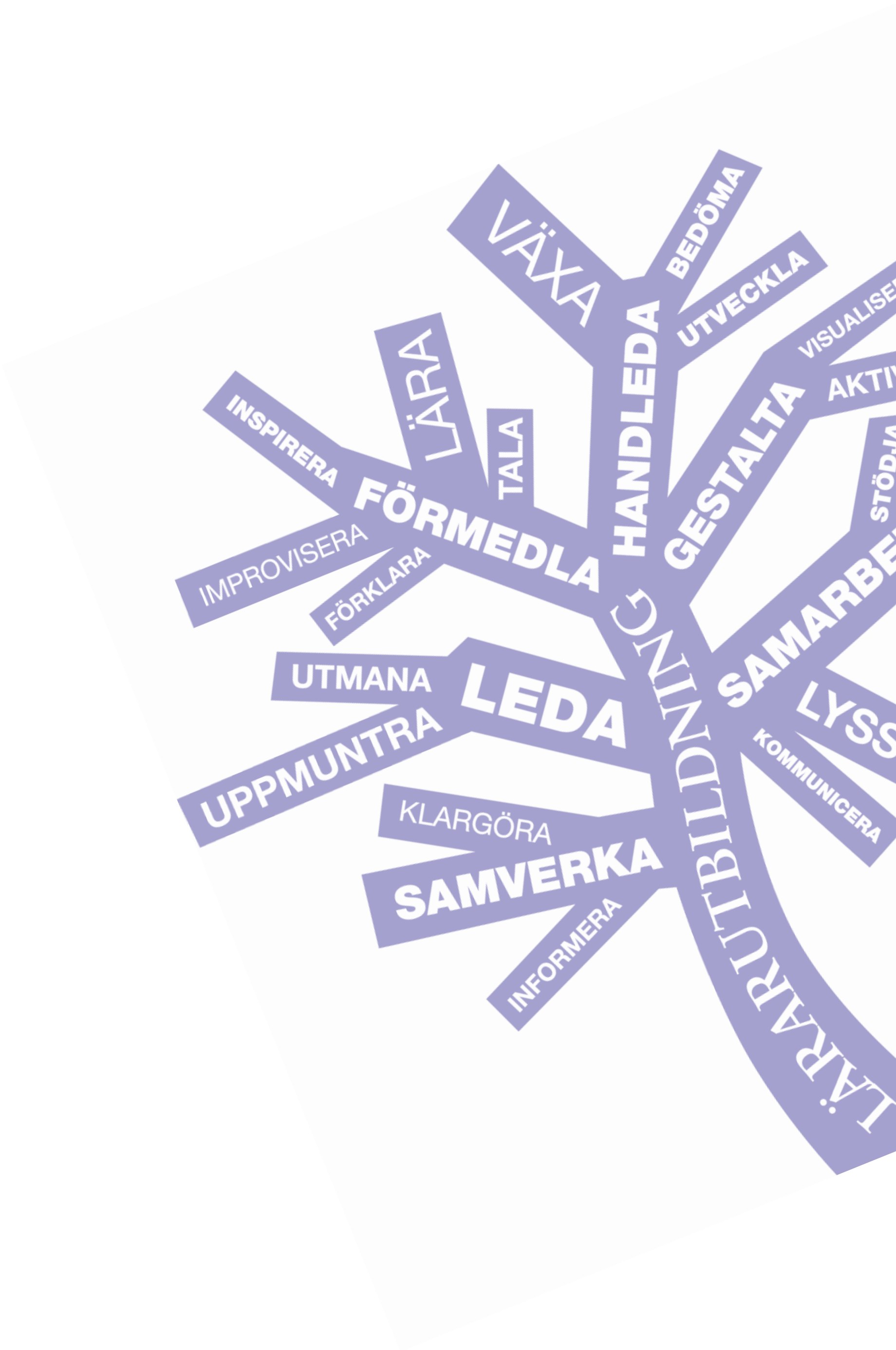
GÖTEBORGS UNIVERSITET

Betydelsen av

Matematiska redskap

för elever i
matematiksvårigheter



Namn:
Viktoria Andersson
Christina Helsén
Program:
Speciallärarprogrammet
inriktning matematik

Uppsats/Examensarbete:	15hp
Kurs:	SLP 610
Nivå:	Avancerad nivå
Termin/år:	VT/2017
Handledare:	Michael Hansen
Examinator:	Anna-Carin Jonsson
Kod:	VT17-2910-148-SLP610
Nyckelord:	Matematiksvårigheter, artefakter, matematiska redskap och hjälpmedel

Abstract

Syfte och frågeställningar
Miniräknaren och andra matematiska redskap har tidvis haft en omdiskuterad roll i matematikundervisningen. Vi är därför intresserade av att studera vad tillgången av matematiska redskap kan betyda för elever som är i behov av särskilt didaktiskt stöd i matematikundervisningen. Våra frågeställningar har varit att ta reda på hur eleverna upplever det att ha tillgång till redskap, har de tillgång till redskap i matematikundervisningen samt hur det är att vara elev i behov av didaktiskt stöd i matematik.

Teori
I vår studie utgår vi från det sociokulturella perspektivet. Människan utvecklas i samspel med sin sociala och fysiska omgivning. Den proximala zonen brukar beskrivas som avståndet mellan det som en individ kan klara av att prestera ensam utan stöd och vad som är möjligt att prestera med ledning av vuxen, tillsammans med andra eller med stöd. Syftet har varit att förstå och tolka elevers upplevelser och då blir fenomenologin en viktig referensram i denna studie. Inom det relationella perspektivet söker man förklaringar till skolproblem i mötet mellan elev och miljön, därför har vi ett relationellt perspektiv i vår studie.

Metod
Vi använde oss av en interventionsliknande studie för att försöka ta reda på vad matematiska redskap kan betyda i en lärsituation. Vi har gjort kvalitativa intervjuer för att få reda på elevernas upplevelser av redskapens betydelse i matematikundervisningen. Studien genomfördes på 6 elever som går i årskurs 7–9 på två olika skolor.

Resultat
I vår studie såg vi att de elever som deltog upplevde sig säkrare och kände sig tryggare när de fick tillgång till redskap. Elevernas gemensamma syn var att redskap inte finns tillgängliga i matematikundervisningen. Eleverna har upplevt matematikämnet som svårt och deras självförtroende har påverkats av matematiksvårigheterna och av deras behov av didaktiskt stöd i matematik.

Förord

Detta arbete markerar slutet på tre års studier på speciallärarprogrammet. Under arbetets gång har vi fått möjlighet att fördjupa oss i ett område som vi hyser stort intresse till. Det har varit väldigt spännande och lärorikt.

Först och främst vill vi tacka vår handledare Michael Hansen för hans tid och alla konstruktiva råd. Vi har alltid känt att Michael varit förberedd, påläst och intresserad av vårt arbete.

Ett stort tack till våra familjer som hela tiden gett oss tid, stöttning och varit positiva under arbetets gång.

Sist men inte minst, ett varmt tack till alla elever som ställt upp för oss. Även ett stort tack till våra rektorer som gett oss tid till detta arbete. Utan er hade det inte gått.

Studien har till största del genomförts gemensamt och vi har under hela arbetes gång samarbetat och bytt tankar, idéer och hittat lösningar. Vi har ändå gjort fördelningen att Christina haft huvudansvar för inledning och metod och Viktoria har ansvarat för bakgrund och teorianknytning. Övriga avsnitt har vi skrivit gemensamt.

Innehållsförteckning

1 Inledning

De tekniska framstegen har varit häpnadsväckande under de senaste 30 åren. Vi har en konstant teknisk förändring runtomkring oss och det är svårt att uppskatta effekterna av dessa förändringar (Woodward & Montague, 2002). Penna och fickkalender är exempel på redskap som sparar både tid och energi samt minskar felaktigheter som orsakas av glömska. Med hjälp av dessa redskap blir det möjligt att ha kontroll över en stor mängd information. Kalendern tjänar som minnets protes. Vi kan spara information i sådana redskap och ta fram dem när vi behöver (Säljö, 2014). Att få tillgång till tekniska och pedagogiska hjälpmedel kan kompensera svårigheter. Sådana hjälpmedel kan vara miniräknare, multiplikationstabellerna och tallinjen (Adler, 2001). Ett tekniskt hjälpmedel som funnits i alla tider är räknemaskiner och på samma sätt som rättstavningslexikon ska miniräknare vara elevernas självklara hjälpmedel, men miniräknaren är en stor tvistefråga i skolan (Strandberg, 2006). McIntosh (2008) skriver att, trots att vi vet att användning av miniräknare hjälper elever att lära sig matematik, finns det motstånd till att låta miniräknaren få sin plats i undervisningen. Det är inte alls uppenbart att elever i matematiksvårigheter behöver kunna lösa uppgifter såsom 357 x 43 för hand. Kanske är det så som Jess, Skott och Hansen (2011) menar, att sådana uppgifter lämpar sig bäst för tekniska hjälpmedel som t.ex. miniräknare.

Matematiken har en flertusenårig historia och den utvecklas ur såväl praktiska behov som ur människans nyfikenhet och lust att utforska (Skolverket, 2011). Matematiken är inte bara aritmetik eller siffror skriver Chinn och Ashcroft (2007). Matematiken är kreativ, reflekterande och en problemlösande aktivitet. Den är nära kopplad till den samhälleliga, sociala och den tekniska utvecklingen. Undervisningen ska bidra till att eleverna utvecklar tilltro till sin förmåga, undervisningen ska också ge eleverna förutsättningar att utveckla kunskaper för att kunna tolka vardagliga och matematiska situationer samt beskriva dessa med hjälp av matematiska uttrycksformer (Skolverket, 2011). Vetande är ingen produkt utan en process. Lärare ska hjälpa till att skapa så goda förutsättningar som möjligt för att hjälpa eleverna med deras inlärningsprocess. Vill vi hjälpa eleverna att skaffa sig effektiva hjälpmedel och verktyg måste vi ge dem möjlighet att få övning i att använda dem, de måste få laborera och undersöka. Det är viktigt att lära sig sätt att lära (Malmer, 1990).
Det är möjligt att en person kan bemästra några områden inom matematik och misslyckas inom andra. Innebär matematiksvårigheter en oförmåga att lyckas i något av de många områden som utgör matematik? I de tidiga åren i skolan handlar matematikämnet ofta om siffror och tal. Elevens tilltro till sin egen förmåga bygger på dess tidiga erfarenheter av matematikämnet. Hur kan kompetensen hos elever med matematiksvårigheter tas till vara, frågar Chinn och Ashcroft (2007), när en oproportionerligt stor del från den tidigaste delen av skolåren bygger på färdighetsträning med siffror och tal?

Kulturella redskap var ett begrepp som pedagogiske teoretikern Vygotskij använde. Med det menade han metoder för människan att hantera tänkande och problemlösning. De kulturella redskapen är inte medfödda utan de är artificiella, alltså skapade av människor. Dessa redskap, artefakterna förändras och förfinas hela tiden. Människors kunskaper och förmågor kommer därför hela tiden att utvecklas. Människan agerar med hjälp av dessa redskap och därför kommer gränsen för människans intellektuella och fysiska förmåga hela tiden att flyttas (Säljö, 2014).

Innan vi påbörjade vår utbildning till speciallärare med inriktning mot matematik har vi båda arbetat som matematiklärare i ca 15 år. Nu har vi båda anställning som speciallärare och vår erfarenhet säger att elever i årskurs 7–9 ofta möter en skolmiljö i matematikämnet där redskap i form av visuella, tekniska och pedagogiska hjälpmedel inte förekommer i den utsträckning vi skulle önska. Hjälpmedel och redskap upplevs som ”fusk”. Vi har mött elever som frågar efter ”de där fuskelapparna” och menar då multiplikationslathund. Elever har också berättat för oss att de inte använder miniräknare för det känns då som de fuskar.

I vårt arbete som speciallärare i matematik möter vi dagligen elever med ett lågt självförtroende och som löper risk att inte nå ett godkänt betyg i matematik. Adler (2001) menar att elevens självförtroende kan vara ett villkor för den matematiska utvecklingen både metodmässigt och resultatmässigt. Elever i matematiksvårigheter känner sig ofta dumma och ger lätt upp. Eleven kan bli stökig, orolig, spela pajas, sluta göra läxor eller börja skolka. Skolan bör vara uppmärksam på om elever hamnar i situationer som är stressande för eleven. Lundberg och Sterner (2009) menar att elever i matematiksvårigheter behöver stöd för att utvecklas, de behöver hjälp och stimulans. De behöver hjälp med att bilda inre bilder. Dessa elever behöver, mer än andra, tidigt få veta att de är på god väg. De behöver få uppleva känslan av att kunna. De behöver få känna att matematikuppgifterna är intressanta. Det handlar om elevernas tillit till sin egen förmåga, om elevernas självbild; om att vara en person som duger (Lundberg & Sterner, 2009).

I de flesta klassrumssituationer där en klass ska lösa olika matematiska problem i samtal med varandra ser vi att flertalet av elever i matematiksvårigheter sitter passiva och inte deltar. Det är svårt för dessa elever att vara aktiva deltagare i det matematiska samtalet i klassrummet, de deltar inte i den kommunikativa undervisningen. Är det vårt uppdrag som speciallärare i matematik att hjälpa dessa elever att känna tillförlit och tro på att de kan lyckas att nå målen? Men hur kan vi hjälpa dem att vända ett passivt deltagande till ett aktivt deltagande i den kommunikativa interaktionen med andra elever i klassrummet? Kan matematiska redskap vara ett hjälpmedel för att öka elevernas matematiska trygghet och förståelse? Det är uppsatsens huvudfråga.

2 Syfte

Uppsatsens syfte är att studera vad tillgången till matematiska redskap kan betyda för elever som är i behov av särskilt didaktiskt stöd i matematikundervisningen. För att uppnå detta syfte har vi formulerat följande forskningsfrågor:

- Hur beskriver eleverna sina upplevelser när de får tillgång till matematiska redskap?
- Hur upplever eleverna tillgängligheten av redskap i sin ordinarie matematikundervisning?
- Hur upplever eleverna det att vara elev med särskilt didaktiskt stöd i matematik?

3 Bakgrund

I en artikel i tidskriften Specialpedagogik (Hellerstedt, 2016, oktober) menar Bertil Löfdahl, rådgivare på Specialpedagogiska skolmyndigheten, att 20 procent av eleverna har svårt att se någon logik när lärare presenterar olika tal framme på tavlan. Han menar också att det kan vara rimligt att tänka att lika många brottas med matematiksvårigheter i någon form. Skolverket (2016) skriver att ca 8 procent av eleverna gick ut nian utan godkänt betyg i matematik våren 2016. Den största orsaken till detta, enligt Löfdahl, är undervisningen. Matematik är ett ämne som har hög status. Den emotionella faktorn har också stor betydelse. Lyckas man i matematik är man klok och intellektuell. Lyckas man inte är man dum (Hellerstedt, 2016, oktober).

Löwing (2004) menar att det är nödvändigt för en matematiklärare att ha goda kunskaper i matematik men att det inte är tillräckligt. En bidragande orsak till att många elever som går ut årskurs nio inte når målen i matematik kan bero på bristen av en matematikdidaktisk teori för undervisning. Det behövs andra kunskaper för att genomföra de förändringar som såväl grundskolan som gymnasieskolan behöver för att hjälpa elever att få ett godkänt betyg i matematikämnet i skolan. Skolverket (2003) sammanfattar i sin rapport olika framgångsfaktorer som hade gynnat matematikundervisningen och ökat utbildningens kvalitet i matematikämnet:

- Mer varierande undervisning
- Ett relevant och begripligt innehåll
- Varierat arbetssätt
- En minskning av lärobokens närmast totala dominans
- Gemensamma samtal som utvecklar begreppsförståelse
- Ämnesövergripande samarbete
- Allsidig utvärdering
- Adekvat återkoppling
- Tydliga mål

Ämnet matematik är komplext och mångfacetterat. Det är också ett ämne som debatteras flitigt i media. Inom specialpedagogiken diskuteras ofta vilken form av hjälp elever ska få. Just nu handlar debatten om stöd vid de nationella proven. Är det rimligt att det i skolan inte är tillåtet att använda hjälpmedel som är tillåtna under resten av elevens liv?

Ett av skolans uppdrag är att förbereda eleverna för att leva och verka i samhället. I Läroplan för grundskolan, förskoleklass och fritidshemmet 2011 står bl.a. att skolan ska förmedla de mer beständiga kunskaper som alla i samhället behöver. Vilka är dessa kunskaper? Vilka är de beständiga kunskaperna som alla behöver? Utantillkunskap var tidigare ett viktigt inslag i undervisningen, hur är det idag när det mesta går att söka fram med hjälp av tekniska hjälpmedel?

I Läroplanen står också att eleverna ska förberedas för att kunna orientera sig i en komplex verklighet med ett stort informationsflöde och en snabb förändringstakt. Skolan ska stimulera elevernas självförtroende samt vilja att lösa problem. Ett av de lägsta kunskapskraven för att få betyg i matematik, åk 9 är att kunna lösa problem på ett fungerande sätt genom att använda strategier och metoder som är anpassade för problemet (Skolverket, 2011). I hjälpen att hitta lämpliga strategier och metoder kan redskap och vi som speciallärare ha en viktig funktion.

Undervisningen i matematik syftar till att eleverna utvecklar kunskaper om matematik och matematikens användning i vardagen och inom olika ämnesområden. Eleverna ska genom undervisningen ges möjlighet att utveckla kunskaper i att använda digital teknik för att undersöka problemställningar och göra beräkningar. Eleverna ska genom undervisningen också ges möjlighet att utveckla förtrogenhet med matematikens uttrycksformer och hur de kan användas för att kommunicera om matematik i vardagliga sammanhang. Eleverna ska även ges möjligheter att reflektera över matematikens betydelse, användning och begränsning i vardagslivet och kunna se matematikens sammanhang och relevans (Skolverket, 2011).

4 Teorianknytning

Lärande sker i interaktion med andra. I vår studie har vi fokuserat på den proximala utvecklingszonen vid elevers lärande och kunskapsutveckling. Elevers upplevelser kring lärande genom stöd och hjälp av medierade verktyg har varit det huvudsakliga syftet i vår studie. Vi har haft för avsikt att sätta oss in i den enskilde elevens perspektiv. I detta avsnitt kommer vi att presentera de teorival vi gjort; sociokulturellt, fenomenologi och det relationella perspektivet.

4.1 Sociokulturellt

Det sociokulturella perspektivet utgår från att utveckling och lärande sker i interaktion med andra. Människan utvecklas i samspel med sin sociala och fysiska omgivning. Fokus riktas mot utveckling och lärande i mötet mellan individ och omgivning. Intresset är riktat mot hela lärmiljön och hur lärande och kommunikation i ord och handling konstituerar varandra (Ahlberg, 2013).

Kunskap skapas genom aktivitet där situationen är betydelsefull, kunskap konstrueras genom samarbete i en kontext, interaktion och samarbete är avgörande för lärandet (Dysthe, 2003). Det sociokulturella perspektivet hämtar inspiration och teoribildning från Vygotskij. Ett av de mest centrala begreppen i Vygotskijs teoribildning är *Zone of proximal development.* Vanligtvis översätts det med den närmaste utvecklingszonen, men ibland även med möjlighetszonen eller proximala zonen. Den proximala zonen brukar beskrivas som avståndet mellan det som en individ kan klara av att prestera ensam utan stöd och vad som är möjligt att prestera med ledning av vuxen, tillsammans med andra eller med stöd. Graden av stöd är en viktig faktor i elevernas lärande och i en lärsituation är det betydelsefullt att uppmärksamma utvecklingszonen och ge hjälp och stöd till eleverna genom scaffolding, d.v.s. hjälpa eleverna att skapa struktur i situationen och i lärandeinnehållet (Ahlberg, 2013).

Ett begrepp som Vygotskij införde i det pedagogiska tänkandet är mediering. Begreppet används om alla typer av stöd eller hjälp i lärprocessen, det kan vara personer eller verktyg, artefakter. Kombinationen av dessa artefakter skapar utökade potentialer, både kognitiva och praktiska. I det sociokulturella perspektivet betyder ”redskap” och ”verktyg” de intellektuella och praktiska resurser som vi använder och som vi har tillgång till för att förstå omvärlden Hur människor samverkar och använder verktyg har länge stått i centrum (Dysthe, 2003).

Människan utmärks av att hon, till skillnad från andra varelser, utvecklar och använder fysiska redskap. Med hjälp av dessa redskap kan vi lyfta oss själva. I ett sociokulturellt perspektiv är samspelet med dessa verktyg centralt. Redskapen utgör en viktig del av de resurser som vi använder i vår vardag. Vi lever i en värld fylld av mänskligt skapade artefakter. Genom historien har allt fler mänskliga funktioner och kompetenser flyttats ut i fysiska redskap- artefakter. Tänkandet finns inte i redskapen, men det finns inte heller enbart i användarens huvud. Människan fungerar i samspel med artefakter. Vi hanterar situationer genom att utnyttja redskap. Oförmågan att integrera artefakterna i förståelsen för lärande är de psykologiska och pedagogiska vetenskapernas stora svaghet. Det riskerar att göra artefakterna abstrakta och verklighetsfrämmande. Om vi begränsar förståelsen av lärande enbart till det som sker inom individen förlorar vi samspelet med artefakter och samspelet med andra människor, det vill säga de resurser som utvecklingen gett till vårt förfogande (Säljö, 2014).

Ett centralt moment inom inlärningspsykologin är att källan till utveckling sker genom samarbete med hjälp av imitation. Barnet kan genom detta sätt höja sig till en högre intellektuell nivå. Forskning visar att om barnet ligger inom den närmaste utvecklingszonen kan den kunskap som barnet idag gör i samarbete utvecklas till självständigt kunskapsinhämtning imorgon. En pedagogisk slutsats blir därför att bestämma den lägsta och högsta tröskeln för inlärning. Det är mellan dessa trösklar som inlärning blir effektiv inom ett givet ämne. Den närmaste utvecklingszonen har större effekt för barnets inlärning än barnets intellektuella utvecklingszon. Barnet kan alltid lösa svårare uppgifter under handledning och stöd än på egen hand (Vygotskij, 1934).

4.2 Fenomenologi

Fenomenologin bygger på människans förmåga att förstå och tolka sin omvärld. Inom fenomenologin är det viktigaste att beskriva det givna så exakt och fullständigt som möjligt. Att beskriva, snarare än att förklara eller analysera. Att förstå sociala fenomen utifrån aktörernas egna perspektiv och beskriva världen så som den upplevs. Fenomenologin fokuserar på undersökningspersonernas livsvärld. I intervjuerna är intervjupersonernas levda vardagsvärld intressant. Livsvärlden är världen så som den påträffas i vardagslivet och upplevs direkt och omedelbart utan förklaringar (Kvale & Brinkman, 2014). Fenomenologin handlar om frågan hur individen skapar mening i den värld de lever i och hur forskaren sätter sina egna uppfattningar åt sidan och istället försöker förstå individens upplevda värld (Bryman, 2011). Den sociala verkligheten äger mening för människorna och människornas handlingar är därför meningsfulla. Forskaren behöver skaffa sig tillgång till människornas idéer och tolka deras handlingar och sociala värld utifrån deras perspektiv (Bryman, 2011).

4.3 Relationellt

Det relationella perspektivet har sina rötter i handikappforskningen och ses som en motbild till traditionell essentialism där funktionsnedsättningar betraktas som egenskaper hos individen. Inom det relationella perspektivet söker man förklaringar till skolproblem i mötet mellan eleven och den omgivande miljön. Relationer och samspel mellan individ, grupp, skola och samhälle är i fokus. Ett exempel på ett relationellt perspektiv är det kommunikativa relationsinriktade perspektivet. Centralt i det perspektivet står fem teser om människans lärande, vilka även känns igen inom det sociokulturella perspektivet (Ahlberg, 2013). De fem teserna är:

- Människors lärande är diskursivt; det är beroende av historiska, kulturella och sociala sammanhang.
- Människors lärande är situerat; det är situationsbundet.
- Människors lärande är huvudsakligen socialt; det sker i interaktion med andra.
- Människors lärande är medierat; det förmedlas genom stöd och hjälp av medierande verktyg.
- Människors lärande är positionsbundet; det påverkas av sociala sammanhang och villkor, individuella omständigheter och relationer till andra.

Den enskilda elevens individualitet visar sig inte i mätbara förmågor eller egenskaper i ett relationellt perspektiv. Den relationella blicken innefattar en undran, där man istället för att utgå från eleven gör eleven delaktig. Man flyttar fokus från frågor som ”Vilka är dina utvecklingsmöjligheter?”, ”Vad kan du?” Till att istället fråga ”Hur förstår du detta?”, ”Hur brukar du göra?”. Att inta den enskilde elevens perspektiv, innebär inte att man övertar elevens roll utan att man växlar i en dialektisk process. Man växlar mellan att anta elevens perspektiv ömsom att utgå från sitt eget. Det handlar inte om att läsa av eleven utan att sätta sig in i elevens perspektiv och försöka förstå vem denne kan vara. Man lyssnar till vem eleven är och försöker förstå eleven. Genom andras infallsvinklar kan ett rättvist och opartiskt omdöme nås (Wright, 2002).

5 Tidigare forskning

5.1 Matematiksvårigheter

I detta avsnitt kommer vi att ge en bild av olika förklaringar på vad matematiksvårigheter är och varför de uppstår. Vi presenterar också olika områden inom matematikämnet i skolan där elever i svårigheter ofta stöter på problem.

5.1.1 Olika förklaringsmodeller

Matematiksvårigheter är ett överordnat, generellt begrepp som innefattar svårigheter att nå målen i hela grundskolans kursplan i matematik. Räknesvårigheter däremot handlar om svårigheter med tal och räkning. Det kan handla om bristande taluppfattning, svårt att lära sig talfakta och att snabbt hämta fram talfakta ur minnet samt att genomföra räkneoperationer. Räknesvårigheter kan bero på en rad olika skäl, bristfällig stimulans eller t.ex. dålig undervisning. Begreppet dyskalkyli har fått en ökad användning men är ett dåligt definierat begrepp. Några skarpa definitioner finns inte. Termen är mer kontroversiell än dyslexi eftersom avgränsningskriterierna är mer oklara när det gäller räkning jämfört med läsning (Lundberg & Sterner, 2009).

Sjöberg, forskare inom matematiksvårigheter vid Umeå universitet, menar i sin doktorsavhandling att det finns två förklaringsmodeller på matematiksvårigheter. En förklaring är att det handlar om en dysfunktion t.ex. dyskalkyli och en annan förklaring är att det handlar om kontexten, fel läroböcker, rörig bakgrund, dålig undervisning. Det finns fortfarande lite forskning på området, det går ungefär drygt femton forskningsartiklar om läs- och skrivsvårigheter på en om matematiksvårigheter (Sjöberg, 2006).

Ljungblad (2016) delar in matematiksvårigheter i två olika kategorier, primära och sekundära. De primära svårigheterna, menar hon, innebär att eleven uppvisar ett grundläggande problem att kunna skilja och förstå siffror, antal och tal. Eleven har svårt med abstrakt tänkande. De sekundära svårigheterna innebär att matematiksvårigheter uppstår på grund av andra svårigheter som dyslexi, läs- och skrivsvårigheter eller koncentrationssvårigheter. Elever med primära svårigheter i matematiken behöver särskilt didaktiskt stöd för att klara av matematiken.

Lunde (2011) menar att när man ser till skillnaden mellan olika elevers matematiksvårigheter är det svårt att peka ut en specifik svårighet. Man ser istället bilden av ett problemområde där många faktorer påverkar och där vi inte kan peka ut en enskild förmåga som brister. Det är svårt att hitta ett enskilt mönster för att beskriva matematiksvårigheter i generella defekter. Det kanske handlar om grundläggande förmågor för att kunna utveckla sin färdighet i matematik? Magne (1999) förklarar matematiksvårigheter med att eleverna har låg prestation i matematik och han menar att de har särskilda undervisningsbehov i ämnet. Låg prestation är inte ett faktum utan en mänsklig förklaring av relationen mellan individ och skolmiljö. Alla elever är olika varandra i matematiska prestationer och ett sociopedagogiskt synsätt ska ses som ett komplement till det med medicinska synsättet (Magne, 1999).

Sjöberg (2006) har i sin doktorsavhandling kommit fram till att man ser att orsaken till svårigheter i matematik hos elever i årskurs 5 inte kan härledas till någon form av medicinsk dysfunktion. De åtgärder som gjordes vid de skolor som var med i studien och de åtgärder som eleverna själva vidtog är inte några kompensatoriska åtgärder för någon dysfunktion. Den lägre nivå i matematisk förmåga som enligt forskningslitteraturen kännetecknar dyskalkylidiagnosen, framträdde inte hos elevgruppen i studien. De kunskapsmässiga svackorna som eleverna visade var tidsbegränsade och inte permanenta. Eleverna som deltog i studien beskrev att de tidigare haft en ganska stabil nivå i matematik och sedan tappat greppet. Låg motivation och därmed också låg arbetsinsats tillsammans med några strukturella problem var några viktiga förklaringar till elevernas problem, enligt studien. Det framkom också att elevernas attityder och inställning till skolan förändrades under tid och betygen var en viktig faktor för denna attitydförändring.

Sjöberg (2006) menar också att strävan mot att komma in på speciella gymnasieprogram, och insikten om att det kräver godkända betyg i kärnämnena, är något som gör att fler elever blir mer fokuserade på matematikämnet. Denna fokusering leder inte ofta till någon större ökning av arbetsinsatsen. Det kan handla om att eleven kommer till lektionen och arbetar lite grann istället för att skolka. För elevgruppen som deltog i hans studie var betygen en väckarklocka, och kraven på godkänt betyg i matematik var för vissa elever en bra morot. Skolans tydliga krav i form av betyg och behörighetskrav och risken att det skapar mer stress och oro är dock hårfin (Sjöberg, 2006). Malmer (1990) menar att resultatet måste jämföras med de uppsatta målen för att förklara matematiksvårigheter. Är målen för höga eller om man väntar sig resultat för snabbt kommer ganska många att hamna i matematiksvårigheter. Det är viktigt att förebygga svårigheter, lärare ska vara inriktade på att tidigt observera och diagnostisera brister. Tyvärr upptäcks brister ofta alldeles för sent och eleverna har då länge lyckats dölja sina svårigheter.

5.1.2 Taluppfattning och tals användning

Matematiken är ett komplext ämne som för många handlar om siffror, tal och de fyra räknesätten. Detta är grundläggande i matematiken men samtidigt bara en liten del. Matematik handlar mycket om logiskt tänkande. För elever som har svårt med att snabbt och enkelt arbeta med tal och siffror blir det märkbart, trots mycket träning använder de gärna fingrarna som redskap långt upp i åren. Detta leder till att arbetet tar tid och de kommer inte att hinna lika långt som klasskamraterna. Eleverna upplevs alltid steget efter och de hinner aldrig prova extrauppgifter, trots att de egentligen har förmågan att lösa uppgifterna. Detta sänker ofta lusten och kan på sikt leda till att eleven undviker matematik. Många elever är svarsfixerade när de arbetar med matematik. De nöjer sig ofta med att ge rätt svar, skulle de vara osäkra på svaren finns ofta svaret lätt att hitta i facit (Adler, 2001). Även Noel (2005) styrker att fingerräkning kan ha koppling till en bristfällig räkneförmåga. Räkning på fingrarna underlättar för utvecklingen av mentala talrepresentationer, så som t.ex. en funktionell tallinje. Det finns koppling mellan att räkna på fingrar och taluppfattning (Kaufmann, 2008).

Vissa talfakta vet vi genom enkel räkning som t.ex. att två plus tre blir fem. En grundläggande repertoar av sådana talfakta minskar den mentala belastningen, arbetsminnet. Studier har visat att minnesbelastningen kan minska till nästan noll om man behärskar grundläggande talfakta och kombinationer. Sådana talfakta tillägnas genom att exponeras för andra, räkna ut själv, leka med konkreta material, experimentera och öva den kunskap du fått i arbetsminnet för att överföra den till långtidsminnet. Under de första åren i skolan arbetar lärarna mycket med att eleverna ska tillägna sig meningsfulla talfakta. Mnemotekniska hjälpmedel som multiplikationstabeller är värdefulla verktyg för att befästa, inte för att lära sig multiplikation. Elever som saknar taluppfattning och förståelse för multipliceringsprinciperna kan inte lära sig tabellerna som isolerade rabblingsenheter. En slutsats som ofta förs fram är att elever som har svårigheter med matematik uppvisar bristande förmåga att ta till sig talfakta med automatik (Hattie & Yates, 2014). Det finns ett samstämmigt synsätt som innebär att räknefärdigheter förvärvas i tre steg. Först räknar barnen, sedan gör de övningar med symboler och så småningom lär de sig talfakta utantill. De som har svårigheter i matematik behärskar inte den grundläggande talfaktan (Marton & Booth, 2000). Elever med dyslexi har ofta särskilt svårt att lära sig multiplikationstabellen och talfakta som sedan ska användas i mer komplicerade beräkningar (Vetenskapsrådet, 2007).

5.1.3 Algoritmräkning

Mycket av specialundervisningen har dominerats av algoritmräkning i de fyra olika räknesätten. Eleverna får då en upplevelse av att kunna någon matematik, vilket är bra för självförtroendet. Elever i matematiksvårigheter har svårt att lära sig att förstå varför algoritmer fungerar och måste därför öva så mycket på just algoritmer så att de minns procedurerna. Det är ofta just algoritmer som utgör ett hinder för elever i matematiksvårigheter. Ett av problemen för eleverna är att komma ihåg alla steg som algoritmräkning innebär och då är ju all tid som lagts ner på algoritmräknande bortkastad (Jess, Skott & Hansen, 2011). En annan faktor som gör att det kan bli svårt med algoritmräkning är att när vi skriver går vi från vänster till höger men vid algoritmräkning börjar vi från höger och går mot vänster. Detta kan göra att eleverna blir osäkra (Chinn & Aschcroft, 2007). En ensidig betoning av algoritmräkning leder till att eleverna utvecklar en föreställning om att matematik enbart handlar om att minnas, inte om att tänka, de utvecklar en skev bild av matematiken. Eleverna når inte heller tillräcklig förståelse av begreppen som algoritmerna bygger på (Woodward & Montague 2002). Sannolikheten för att en elev kommer att göra någon typ av fel i ett problem som 357 x 43 är stor. För att komma fram till en lösning i ett tal som detta behöver eleven utföra 30 åtgärder, som dessutom ska genomföras på rätt sätt. Åtgärder som eleven ska utföra är t.ex. att hämta multiplikation och addition fakta korrekt, skriva siffror på rätt plats, använda minnessiffror korrekt osv. Ett misstag i någon av dessa 30 operationer är lätt att göra och sannolikheten för ett felaktigt svar är stor. Undervisningen har genom åren nästan uteslutande koncentrerats på algoritmräkning, som ett resultat av det har studenter misslyckats med att uppnå en tillräcklig begreppsmässig förståelse av de centrala begrepp som ligger bakom operationerna i algoritmräkning (Woodward & Montague, 2002). Inlärning i t.ex. addition och subtraktion är mer effektiv om den kan utvecklas med mer än ett sinne. Att först skapa konkreta erfarenheter inom addition och subtraktion som i nästa steg kan utvecklas till förståelse av abstrakta symboler som siffror och begrepp är ett effektivt sätt att utveckla sin taluppfattning. Eleven behöver förstå algoritmen och inte bara lära in den mekaniskt. Detta utvecklar förståelsen och ger en mening för siffror och tal. Barn presterar bättre när de använder algoritmer om de har förståelse för den (Chinn & Ashcroft, 2007).

5.1.4 Tal i bråkform

Tal i bråkform används inte så mycket i vardagslivet längre. Men det är viktigt att förstå och kunna uttrycka storlek av olika andelar. Bråk är också grundläggande för att förstå tal i decimalform och tal i procentform. Baskunskaper om bråkform är också nödvändigt för att lära sig algebra. Att utveckla förståelse för bråkuttryck är en process där kunskaperna gradvis breddas och fördjupas. Övergången från hela tal till tal i bråkform är en kritisk punkt för många elever. Steget är stort och kan därför orsaka stora svårigheter. När det gäller hela tal har elever ofta inte svårt för att avgöra vilket av två tal som är störst, när det gäller att storleksordna bråk behöver eleverna ha förståelse för flera olika aspekter. En vanlig missuppfattning är att alla delarna i ett bråk måste vara lika stora. Andra missuppfattningar är att en stor nämnare betyder att det är ett större tal samt att om nämnaren är 9 så betyder det att talet nästan är en hel. En del elever kan också ha svårt för att se ett bråktal som ett tal, det är ju två tal skrivet på varsin rad (McIntosch, 2008)

5.1.5 Negativa tal

Flertalet av eleverna upplever förståelsen för negativa tal som svår. En anledning kan vara att vi i vardagslivet sällan möter negativa tal, förutom när det gäller temperatur eller saldo på bankkonto. Trots att det inte förekommer speciellt ofta behöver alla en god taluppfattning kring negativa tal. Vanliga svårigheter som rör negativa tal är att eleverna blandar samman minustecknet som beteckning för en räkneoperation och minustecknet som beteckning för ett negativt tal. Det förekommer också att elever har svårt att skilja på negativa tal och tal mindre än ett. Stora och små negativa tal är ytterligare något som ofta upplevs svårt (McIntosh, 2008). Negativa tal är ett område som kräver en övergång från intuitiv till formell matematik, vilket gör området svårbegripligt för många elever (Kilhamn, 2011).

5.1.6 Geometri

Ett område som många elever har svårt med inom matematiken är området geometri. Elevernas bristande kunskaper i detta område skulle kunna bero på hur vi arbetar inom geometriundervisningen. Om vi ser på undervisningen med hjälp av olika nivåer kan vi kanske få klarhet till varför elever får svårigheter. När eleverna börjar skolan börjar de arbeta både praktiskt och teoretiskt. På denna första nivå lär de sig att känna igen känna igen och namnge olika geometriska former och kroppar. Därefter får eleverna ofta börja arbeta och göra beräkningar på en abstrakt nivå, nivå tre. Det kan vid denna nivå uppstå problem med begreppsförståelse och att eleverna får svårigheter att utföra beräkningar som t.ex. räkna ut omkrets och area på en geometrisk figur. Dessa svårigheter kan bero på att vi hoppat över nivå två, arbetet med att empiriskt analysera formernas egenskaper. Vi behöver ge eleverna mer tid till undersökande verksamhet, alltså ägna mer tid till analys för att eleverna ska befästa och förstå geometrin från grunden. För att gå från en praktisk kunskap till en abstrakt behövs det tid att arbeta i alla de tre nivåerna. Det är därför svårt att förstå Pythagoras sats efter att bara ha studerat en figur i en lärobok (Holmberg, 2011).

5.1.7 Problemlösning

I arbetet med att lösa ett matematiskt problem hamnar eleven i en situation som är komplex. Det sker en kognitiv pendling mellan två världar, en matematisk modell och omvärlden. Eleven ställs inför svårigheten, att tolka informationen i uppgiften och samtidigt kombinera den med tidigare inlärda fakta. Informationen ser eleven som en figur som ska tolkas mot en lämplig bakgrund (Reisbeck, 2008). Specialundervisningen har lagt stor vikt vid lärande av matematiska talfakta och algoritmer av grundläggande karaktär. Det har genom historien inte ägnats mycket tid åt problemlösning. Traditionella metoder är bra när det gäller undervisning av faktainnehåll men mindre framgångsrik då det gäller resonemang och problemlösning. Problemlösning handlar vanligtvis enbart om problem som går att lösa på fem minuter eller mindre. Denna typ av snabba och konstgjorda problemlösningar är tydligast när elever undervisas för att hitta nyckelord eller att använda en enda strategi för att lösa en mängd förutsägbara och strukturerade problem. Dessa metoder gör inte att elever främjar en djupare känsla för problemlösning. Det leder istället ofta till att elever ger upp inför mer komplexa problem som kräver mer tid och större insats (Woodward & Montague, 2002).

I matematikundervisningen återspeglas ofta uppfattningen ”matematik finns runt omkring oss” i flertalet av de problemlösningsuppgifter som finns i dagens matematikböcker. Matematiken inryms i många av de vardagsnära och naturliga sammanhang som eleven befinner sig i. Eleverna förväntas därför att kortfattat kunna beskrivna ett sådant sammanhang och vidare med hjälp av matematik kunna lösa något vardagsnära problem. Eleven ska då avgöra hur händelser och objekt skall betecknas med hjälp av symboler och därefter avgöra vilka ”matematiska” operationer som är mest lämpliga. Det matematiska problemet är oftast avpassat så att användandet (extraktionen) av en matematisk modell underlättar. Symbolerna ska sedan räknas fram till ett resultat som sedan ska tolkas till omvärlden där eleven väntas utföra vissa realistiska reflektioner (Reisbeck, 2008). Sambandet mellan framgång i läsning och skrivning och framgång i matematik är starkt trots att det finns påtagliga skillnader i uppbyggnaden av teckensystemet i matematik och skriftspråk. En anledning kan vara att dagens matematikuppgifter ofta är av problemlösande karaktär med mycket text som leder fram till det matematiska problemet som slutligen ska lösas. Elever med läs- och skrivsvårigheter får därför ofta svårt att lösa dessa uppgifter med problemlösande karaktär. Det centrala exekutiva systemet i arbetsminnet är viktigt för framgång i matematik där arbetsminnets betydelse för matematisk problemlösning är lika stor för tonåringar och vuxna som för yngre barn (Vetenskapsrådet, 2007).

5.2 Självförtroende

Motivation och självbild är viktiga ingredienser för att skapa ett meningsfullt och stimulerande lärande i skolan. Det är särskilt viktigt för elever i behov av särskilt stöd då dessa elever i större utsträckning har svårigheter i sitt lärande än andra elever och ofta också en lägre grad av motivation Människans grad av motivation och handlingskraft baseras till stor del på trosuppfattningen om sig själv. Människans tro på sin effektivitet får konsekvenser för livssituationen då det påverkar ansatsen och nivån av ansträngning. Det vill säga hur länge de orkar, deras återhämtningsförmåga vid motgångar, huruvida deras tankegångar är till hinder eller till hjälp, hur de står emot krav och så vidare. Om en människa tror att hon inte har förmågan att producera resultat så kommer hon inte heller att kunna uträtta något (Groth, 2007). Matematisk förmåga har historiskt kopplats samman främst med en kognitiv förmåga och mer sällan i relation med emotioner. En elevs föreställning om sin förmåga i matematik har också stor påverkan i kunskapsutvecklingen. Elevens självförtroende kan vara ett villkor för den matematiska utvecklingen både metodmässigt och resultatmässigt (Adler, 2001).

Svagpresterande elever har ett större behov av omedelbar feedback. Dessa elever behöver mer än kommentarer om vad som är rätt och fel. De behöver direkt feedback som är kopplad till uppgiften, annars är det stor risk att en negativ självbild förstärks (Lundahl, 2011). Om uppmuntran, beröm och resultat ska kunna påverka elevens självuppfattning är det viktigt att eleven själv känner sig ansvarig för sin prestation. Att se sig själv som ansvarig eller som orsak öppnar dörren till förstärkning eller nedvärdering. Detta är komplext men är en förutsättning är att eleven kopplar resultatet till inre orsaker för att påverka elevens självuppfattning på både gott och ont (Imsen, 2006). Elever behöver goda möten med vuxna som bryr sig och som närmar sig eleven som en unik och rik människa snarare än som en elev med matematiksvårigheter (Lundberg & Sterner, 2009).

I en amerikansk studie, som pågick under tvåårs tid följdes 373 ungdomar mellan de var 12 och 14 år, syftet var att undersöka huruvida statisk- och dynamisk “mindset” påverkar prestationen i skolan. En person med statisk “mindset” tror inte att ansträngning lönar sig och att intelligensen är något grundläggande som inte kan förändras i någon större utsträckning. En person med dynamisk “mindset” anser istället att det lönar sig att utmana sig själv genom ansträngning samt att intelligens går att påverka. Under studien undersöktes hur dessa olika “mindset” påverkade elevers skolprestationer i början av högstadiet. Högstadiet är en tid med många utmaningar för många elever där dels skolarbetet blir svårare samtidigt som mycket händer i den fysiska och psykiska utvecklingen. Innan de började högstadiet var de båda gruppernas skolresultat i matematik likvärdiga. De båda grupperna var indelade i lika många elever med statiskt ”mindset” som elever med dynamiskt ”mindset”. När de båda grupperna började möta liknande utmaningar i högstadiet kunde man efter två år se att elever med dynamiskt “mindset” hade höjt sina resultat i matematik medan de eleverna med statiskt “mindset” hade sänkt sina resultat i matematik. De elever med statisk “mindset” nedvärderade sina förmågor genom att uttrycka “Jag är sämst på matte” medan de med dynamisk “mindset” mobiliserade sina resurser och när de kände sig otillräckliga kämpade de på och gjorde det som krävdes för att gå vidare (Blackwell, Trzesniewski & Dweck, 2007).

Malmer (1996) menar att det är en stor klyfta mellan elevens egen förmåga att läsa och elevens förmåga att lösa matematiska problem. Får eleven uppgiften uppläst kan de med lätthet lösa den eftersom de lyssnar på innehållet och inte själva behöver avkoda texten. Att få uppgifter upplästa är av stor vikt för elever med dyslexi. Det kan hjälpa dem att stärka deras självkänsla och få dem att känna att de lyckas. Chinn och Ashcroft (2007) menar att fokuseringen traditionellt sätt är på språket när man talar om elever med dyslexi men ofta påverkas även vissa områden i matematiken för dessa elever. Aritmetiska beräkningar är ofta det område där svårigheter uppstår för elever med dyslexi medan många av dessa elever har en väl utvecklad förmåga att lösa matematiska problem. En olämplig undervisning kräver att en elev med dyslexi ska kämpa med räknefärdigheter när det istället hade gynnat eleven att hoppa över detta och gå in i mer avancerade aspekter av matematiken. Om eleven utsätts för sådan undervisning och tidiga svårigheter inte uppmärksammas kommer svårigheterna växa och förvärra elevens misslyckande. Kunskapsluckor och svaga förmågor i matematik kommer utvecklas till dåligt självförtroende och i slutskedet en ovilja att engagera sig i sitt lärande i matematik. Författarna misstänker att detta slutskede inträffar någonstans runt 11 års ålder.

Lärandet hos eleven kan ske i olika nivåer eller steg. Psykologen Abraham Maslow introducerade den hierarkiska trappan eller pyramiden där han beskriver människans grundläggande behov i en successiv hierarki i flera steg. Han delar in behoven i fem olika steg. Det första steget är det *fysiska*; sova, andas, äta, dricka och sexuella behov. Det andra är *trygghet*; säkerhet och hälsa. Det tredje steget är *samhörighet*; familj, kärlek, vänskap, intimitet. Det fjärde är *självkänsla;* respekt, uppskattning, prestationer. Slutligen det femte steget som är *självförverkligande*; kreativitet, meningsfulla aktiviteter, moral, att utvecklas till den individ som du har förutsättning till att förverkligas till. Detta innebär att vi först måste tillfredsställa vår hunger och törst innan vi kan söka trygghet. För att nå självförverkligande behöver vi ha tillfredsställt alla de tidigare stegen (Maslow, 1943).

Löfdahl, rådgivare på Specialpedagogiska skolmyndigheten, menar i en intervju att den emotionella faktorn är väldigt viktig. Matematik är ett ämne med hög status och lyckas man i ämnet så anses man som klok och intelligent. Lyckas man däremot inte så ses man som det motsatta. Det finns en risk för ”pseudodyskalkyli”, att elever inte tror sig kunna räkna och att det därför går dåligt. I de fall då matematiksvårigheter inte har uppmärksammats förrän eleven går på högstadiet har eleven ofta skamkänslor och känner skuld kring matematikämnet (Hellerstedt, 2016, oktober). Även Magne (1998) menar att på grund av matematikämnets höga status blir misslyckande i matematik än mer kännbar för individen och kan leda till negativa känsloreaktioner. Känslan av misslyckanden kan leda till en snöbollseffekt där slutligen självkänslan blir lidande.

5.3 Matematiska redskap

Denna studies huvudsakliga fokus ligger på redskap i matematikundervisningen. Här nedan presenteras dels de redskap som vi valt att använda i studien och dels de redskap som eleverna lyfte i intervjuerna. De redskap som presenteras är; miniräknare, tankekarta, samspel, tallinje samt laborativt material.

5.3.1 Miniräknare

Vi går in i en ”embedded computing” era. En era där ett ständigt växande utbud av datorenheter i vardagliga apparater och verktyg erbjuds. Det är inte längre enbart miniräknaren som är revolutionär inom matematikundervisningen. Snarare kommer en mängd datorverktyg att alltmer användas för att utföra matematiska beräkningar. Dessa verktyg tillåts redan för dagens studenter på hög nivå. Dessa tekniska trender får betydande följder för elever med inlärningssvårigheter. Elever i svårigheter fortsätter att lära matematik med snäva metoder, t.ex. till stor del med penna och papper. De fortsatta framstegen inom tekniken kommer att vara ett växande problem för dessa elever då det än mer kommer att understryka klyftan mellan elever i svårigheter och andra elever i skolan (Woodward & Montague, 2002).

Det finns de som anser att eleverna inte lär sig något genom att sitta och knappa in symboler på en miniräknare Men man lär sig genom matematiska aktiviteter och att räkna med hjälp av en miniräknare är självklart en matematisk aktivitet (Strandberg, 2006). Genom att låta elever i matematiksvårigheter använder miniräknare så skapas större möjligheter för eleverna att kunna lära sig matematik. Det är dock viktigt att dessa elever får en känsla för om resultatet på miniräknaren är rimligt (Jess, Skott & Hansen, 2011). För eleverna kan det ta lång tid att kunna klara av att bedöma rimlighet i svaret, därför är det av stor vikt att innehåll i matematikundervisningen väljs med omsorg. (Woodward & Montague, 2002). Miniräknaren kan jämföras med ett lexikon, miniräknaren borde vara tillåten och tillgänglig i klassrummet. Lärarna borde uppmuntra eleverna att använda den som ett nyttigt redskap (McIntosh, 2008).

Enligt Strandberg (2006) inträffar lärandeprocesser två gånger; först som en yttre aktivitet och sedan som en inre. Först kan jag tillsammans med andra eller med hjälp av hjälpmedel sedan följer processer där jag transformerar medierande aktivitet till en inre aktivitet. Att transformera en medierande aktivitet till en inre aktivitet skulle för eleven kunna vara att först räkna på fingrarna för att sedan räkna huvudräkning. Ett annat exempel är att gå från arbete med en konkret tallinje till att hantera tal på en utspridd tallinje som man ”har i huvudet”. Lundberg och Sterner (2009) skriver att utvecklingen av en välfungerande mental tallinje är av avgörande betydelse för utvecklingen av räkneförmågan. Om det inte finns en yttre aktivitet så finns det inget att ta in till den inre. Både de yttre och inre processerna är viktiga i lärprocessen och den ena existerar inte utan den andra. Tänkande är en aktivitet som använder hjälpmedel och dessa yttre aktiviteter måste legitimeras. De yttre och inre aktiviteterna stödjer och påverkar varandra, de förhåller sig dialektiskt till varandra.

I en rapport från 2001 där syftet var att belysa kompetensutvecklingsinsatser för lärare i matematik mellan åren 1965–2000, skriver Emanuelsson att det gamla påståendet att skolans viktigaste uppgift är att ge eleverna färdigheter inom läsning, skrivning och räkning inte längre till fullo är relevant. Synonym till matematik är inte längre räkning. Den tekniska utvecklingen av miniräknare och datorer medför att de färdigheter som varit en grundläggande del av matematiken inte längre är nödvändiga. Förmågan av att kunna utföra räkneoperationer med hjälp av penna och papper har fått minskad betydelse för de flesta människor i dagens samhälle (Emanuelsson, 2001).

5.3.2 Logisk konstruktion och tankekarta

Tekniska och pedagogiska hjälpmedel som kan kompensera svårigheter kan vara miniräknare, multiplikationstabellerna och tallinjen. En fri tillgång av dessa hjälpmedel hjälper eleven att kompensera för de ”kartor” som oftast finns lagrade i hjärnan (Adler, 2001). I såväl matematik- som didaktiska sammanhang påtalas vikten av möjlighet för eleven att få använda sig av flera representationsformer i matematikundervisningen. Representationsformer som bilder, laborativt material, modeller, vardagliga händelser och skriftliga och muntliga uttryck. I det sociokulturella sammanhanget behöver vi röra oss mellan olika kontexter och representationsformer för att utvecklas och lära oss. Representationsformerna fungerar då som artefakter som hjälper läraren att genomföra undervisningen och underlättar aktiviteten i klassrummet (Wyndhamn, 2002).

Semiotik är vetenskapen om tecken och koder och om hur kulturen bygger betydelse. I den matematiska utvecklingen är den semiotiska representationen viktig för utvecklingen av matematiska tankar. Människan har alltid använt sig av notation som är skriftliga symboler som vi använder för att förenkla framställningen och systematisera en viss händelse eller sammanhang. Till skillnad från det talade ordet är notation permanent i betydelse att vi alltid kan kopiera och återkomma till den och där utvecklingen av notationen i matematik motsvarar en högre grad av abstraktion. Historiskt kan benpinnar med regelbundet inkarvade grupperade streck ses som ett av de äldsta notationsbeläggen inom matematik, där antal noterades genom att sätta ut streck. Den matematiska representationen blev en abstrakt bild av det man vill återge. Att följa ett logiskt resonemang ställer stora krav på koncentration, minnesförmåga och tålamod där det krävs förmåga att hålla en hel tankekedja i minnet. Det krävs också en notation, en skrift, med komplicerade och flera tankekedjor om det ska uppfattas av intellektet. Även om logiska resonemang skulle föras i vardagligt språk finns behov av en mer överblickbar och analyserbar notation. Resonemanget behöver skrivas om till en hållbar logisk konstruktion. Detta används även inom musiken där tonernas identiska återkomst anges i ett system av linjer som bildar ett logiskt resonemang, en tankeväv, en musikalisk komposition (Sällström, 1991).

I en avhandling av Kilhamn (2011) har en svensk skolklass tillsammans med sin lärare observerats och intervjuats från årskurs 6 fram till och med årskurs 9. Syftet för avhandlingsstudien var att se hur elevernas taluppfattning förändras då talområdet utvidgas, och vilken roll metaforer, bildliga uttryckssätt, spelar i undervisningen. I observationerna kunde hon se att eleverna erbjöds metaforer som skulle användas för att resonera om enskilda uppgifter, i syfte att kunna lösa och förstå matematiska uppgifterna. Hon menar att det istället skulle vara metaforiska resonemang som skulle kunna fungera som ett redskap i undervisningen. Syfte skulle då vara att klargöra de matematiska samband som omger t.ex. negativa tal. Genom att göra metaforerna med sina begränsningar tydliga skulle fokus komma att förflyttas från hur man ska tänka för att lösa en specifik uppgift till olika sätt att tänka för ge samband och tal mening. För att uppnå detta krävs ett skifte från en instrumentell till en relationell syn på matematiken (Kilhamn, 2011).

5.3.3 Samspel

Det finns en klyfta mellan elevers matematiska problemlösning i skolan jämfört med den de löser i vardagslivet. I skolan handlar det endast om individuellt tänkande, eleverna arbetar oftast på egen hand. I vardagslivet är det ovanligt att man löser problem på egen hand. Då vi ställs inför problem att lösa i vardagen diskuterar vi gärna med andra och vi utnyttjar ofta särskilda redskap och hjälpmedel som är utformade för att användas i den aktuella problemlösningen. Att ha tillgången till olika redskap och få möjlighet att samarbeta samt att kommunicera, leder till framgångsrika lösningar på matematiska problem (Resnick, 1987). Eleverna måste få tillfälle att använda redskap, samarbeta och kommunicera så att deras vardagstänkande i så stor utsträckning som möjligt bekräftas av skolmatematiken (Ahlberg, 2001). En god reformorienterad matematikundervisning, där dialog och samtal får stort utrymme, är det som är bäst undervisning för elever i matematiksvårigheter (Jess, Skott & Hansen, 2011).

Vygotskijs begrepp utvecklingszoner handlar om skillnader mellan vad jag kan prestera ensam och vad jag kan prestera tillsammans med andra eller med hjälp av redskap. Prov i skolan skall ta fasta på detta. Proven i skolan skulle kunna genomföras i tre moment. Först kan eleverna göra provet tillsammans med en kamrat sedan kan de göra provet med hjälp av ”fusklappar”, redskap, för att till sist göra provet på egen hand. Det är dumt att i skolan inte nyttja de två första stegen då elever skriver prov. Om alla skolor skulle nyttja dessa tre moment vid provskrivningar så skulle andelen ”icke godkända elever” drastiskt minska (Strandberg, 2006).

I en forskningsstudie gjord av Boaler (2011) studerade hon tillsammans med 4 av sina doktorander elever i årskurs 6 och 7 under en sommarskola. Eleverna hade olika bakgrund, betyg och kunskapsbehov och mixades i fyra olika heterogena grupper. I studien samlades materialet in genom observationer, intervjuer och enkäter. Elevernas prestationer i matematik följdes sedan upp under höstterminen i den vanliga klassrumsundervisningen. 87 procent av eleverna som deltog fick en mer positiv syn på matematik efter undersökningen och tyckte att sommarskolan hade varit till större nytta för dem än den vanliga undervisningen. På sommarskolan fick eleverna under en del av lektionerna diskutera problem tillsammans i hela klassen, andra tillfällen i grupp eller par och även ibland arbeta enskilt efter de gemensamma diskussionerna. I alla uppgifter uppmuntrades eleverna att använda matematiken på ett flexibelt sätt och utveckla förmågan att dela upp och sätta ihop tal. Att fråga frågor och att lära sig att ställa rätt frågor till ett givet matematiskt problem var en av de grundläggande aspekterna i undervisningen på sommarskolan. En annan aspekt var att resonera sig fram och förklara sina matematiska påståenden muntligt. Elever som lär sig att resonera om situationer och att avgöra om de kommit fram till ett rimligt svar lär sig att matematik är ett ämne som de kan lära sig att förstå och att det inte bara är en rad räkneoperationer som du behöver kunna utantill. Sjöberg (2006) menar att kommunikation mellan elever under matematiklektionerna är viktigt för inlärningen. För elever i matematiksvårigheter är kommunikationen extra betydelsefull. Kommunikationen med lärarna i klassrummet är inte alltid problemfri. Det är ett stort antal elever som upplever stora problem med att förstå lärarnas förklaringar och därför istället använder sina kamrater som bollplank under matematiklektionerna. Kanske kan man se detta som en självreglerande inlärningsprocess, då eleven inte förstår läraren, eller läraren inte har tid, så kompenserar eleven detta med ett utökat samarbete med klasskamrater (Sjöberg, 2006).

5.3.4 Tallinje

Inför Kilhamns (2011) avhandling genomfördes ett projekt med utgångspunkt i intresset för hur elever lär sig och förstår matematik inom området negativa tal. Projektet startade med en pilotstudie på 99 lärarstudenter. Lärarstudenterna som gick en grundläggande kurs i matematik för blivande lärare i förskola och skolans tidigare år, gavs uppgiften (-3) -(-8). Av studiens deltagare gav 70 procent ett korrekt svar medan 30 procent inte kunde lösa uppgiften korrekt. Det finns många aspekter inom matematiken som styrker betydelsen av förståelse för negativa tal. Tallinjen är bara ett exempel på många olika modeller för representation av negativa tal. Tallinjen kan ses som ett didaktiskt redskap för räknefärdigheter och taluppfattning samt som modell för tänkande och matematiska resonemang. Det råder dock ingen gemensam syn bland forskare över vilken modell som är mest framgångsrik eller om man bör använda en eller flera modeller. I intervjumaterialet från Kilhamns doktorsavhandling framkom att tallinjen förekommer i klassrumsdiskursen men ses som en avgränsande visuell bild hellre än som en matematisk struktur. Många elever visar inte en vanlig numerisk tallinje när de i årskurs 6 får i uppgift att rita en tallinje. När elever talar om eller ombeds rita en utvidgad tallinje väljer de en som är symmetrisk runt 0 med en pil i varje ända som anger att "talen fortsätter". Detta gör eleverna trots att de tallinjer som finns representerade i svenska matematikböcker har en pil endast på den positiva sidan av tallinjen som visar att talen ökar i värde. Siffran 0 är alltså en tydlig referenspunkt där två tallinjer möts, snarare än att tallinjen är en enad linje. Detta visar tydligt att för flertalet elever som deltog i projektet är tallinjen inte ett mentalt redskap som de kan använda för att resonera och tänka på i matematiska operationer (Kilhamn, 2011). Tallinjen med utgångspunkt i origo är svårtolkad för elever. Elever följer ofta räkneramsan som börjar med ett och det blir då förvirrande att det på tallinjen står 0. Detta kan bli lättare för eleverna att förstå vid mätövningar med en vanlig centimeter-indelad linjal. Vid mätövningar räknar man antalet längdenheter och det blir då naturligt att starta på 0. Meterlinjalen kan också vara ett bra hjälpmedel för att illustrera tal i decimalform, då metern motsvarar en hel, decimeter motsvarar tiondel, centimeter hundradel och millimeter tusendel (Malmer, 1990).

Elever som inte har en klar uppfattning om tals storlek kommer att få stora svårigheter. Vid problem med förståelse av tals storlek och med att jämföra olika tal kan en tallinje vara ett bra hjälpmedel. Många elever får svårigheter med att känna igen och skriva tal och siffror. De lägger ner stort arbete och stor tankemöda på att komma ihåg siffrornas utseende, vilket leder till problem med koncentration och uppmärksamhet i uppgiften (Adler, 2001).

För att elever ska utveckla en god förståelse för tals relationer och kunna skapa sig inre bilder av talens ordning bör de ges många tillfällen till att arbeta med tallinjen. Vid huvudräkning bör man vara förtrogen med tals ordning i sekvenser tex 5, 10, 15, 20 eller 10, 20, 30, 40 och man bör kunna använda dem flexibelt. Det är viktigt att eleverna blir säkra på att räkna framåt på tallinjen i olika sekvenser, innan de börjar räkna bakåt. Det är också viktigt att fokusera på ord och begrepp som *ett mer, ett mindre, udda tal, jämna tal, dubbelt, hälften, ental, tiotal, hundratal.* Eleverna behöver få arbeta mycket med att lösa enkla additions- och subtraktionsuppgifter på tallinjen för att undersöka vilka strategier som är effektiva (Lundberg & Sterner, 2006). Elever med matematiksvårigheter uppfattar ofta tal som samlingar av en-enheter. För att hjälpa eleverna med att konstruera en mental tallinje behövs arbete med tallinjen. Att få göra aritmetiska uppskattningar och räkna i större talområden hjälper eleverna att utveckla en känsla för kvantiteter. Syftet med att arbeta med tallinjen är bland annat att lyfta fram idén om talsystemet, platsvärde, grupperingar och att jämföra tals storleksförhållanden (Butterworth & Yeo, 2004). När det gäller brister i talbegrepp är den mentala tallinjen är en kritisk faktor som särskilt bör uppmärksammas när det gäller barn med räknesvårigheter. Forskning indikerar att undervisningen generellt är för lite kopplad till tallinjen. Detta är ett område som matematiklärare behöver utveckla (Lundberg & Sterner, 2009).

5.3.5 Laborativt material

En symbol representerar inte bara sig själv utan också något annat. En kladd på ett papper som ser ut så här: 9, är mer än en kladd; den representerar också det abstrakta uttrycket för siffran ”nio”. När kvadrattal skall introduceras i matematikundervisningen är en kvadrat bestående av centikuber ett symboliskt uttryck. Kvadrattalet 9 kan representeras som nio, 3^2 eller som 3×3-kvadrat byggd av centikuber, där de var och en är symboler för kvadrattal. Men eftersom det både mentalt och fysiskt går att göra olika saker med dessa uttryck så är det inte exakt samma talbegrepp de representerar. En symbol är alltså en sammanfattning av ett uttryck där innehållet förknippas av den givna situationen. Eleven måste få möjlighet att bygga upp ett symbolinnehåll som sedan kan förbindas med ett allt mer avancerat matematiskt symbolintryck. För att utveckla detta är det viktigt för barn i skolåldern att arbeta med konkret material under länga perioder. De kan t.ex. utveckla förståelsen för begreppet kvadrattal genom en fysisk representation av centikuber för att i nästa steg knyta an förståelsen till symboliska representationer som kvadrattal och symboliska andragradsuttryck som 3^2. Det är därför av stor vikt att begreppsinnehållet byggs upp på grunden av konkret och fysisk aktivitet som sedan symboliska uttryck kan knyta an till (Jess, Skott, Hansen & Lundin, 2015).

Att få elever att utveckla sina resonemang, få dem att ta ställning, värdera och argumentera för sin matematik genom problemlösning och med hjälp av laborativa redskap är en viktig kunskap. Denna kunskap kan dock först uppstå, då målet med uppgiften är klarlagt och eleven förstår de matematiska begrepp som finns inom det matematiska området (Nilsson, 2005). För att lägga grunden till en bra uppfattning av positionssystemet behöver eleverna ha tillgång till strukturellt material. Med hjälp av det kan eleverna ”se” talen och då göra kopplingar mellan tal och innehåll. Det är viktigt att från början få klart för sig att siffrornas värde bestäms av den position den har i talet. Centimo-materialet är ett material där entalet motsvarar en liten kub som är en kubikcentimeter. Tiotalet motsvarar en stav och hundraplattan en platta. Tusentalet är en stor kub som är en kubikdecimeter (Malmer, 1990). Det tar tid att bygga upp förståelse för positionssystemet och det finns ingen enskild aktivitet som ger eleverna den förståelsen. Med olika laborativt material med strukturerade aktiviteter, både muntliga och skriftliga växer förståelsen. Eleverna behöver få möta många olika representationsformer (McIntosh, 2008).

Bruner (1973) talar om att tre representationsnivåer, enaktiv, ikonisk och symbolisk. Detta innebär att när en elev lär sig något nytt kan kunskapen presenteras i tre faser; konkret ”verklighet” först, sedan visuellt genom bilder och slutligen i symbolisk formulering. Inlärning följer sekvensen från hand och öga och slutligen till förståndet. Kunskaps-utvecklingen i matematik börjar med en instrumentell aktivitet, som kan stimuleras genom konkret material. Det är en viktig fas där det konkreta materialet bildar elevens inre föreställning som till slut omsätts i matematiska symboler. Symbolerna hjälper eleven att ge utryck och sätta namn på de abstrakta och formella, som föremålen de arbetar med har. Även om kunskaper i symbolisk form inte ser ut som det konkreta materialet måste eleven ändå hålla sig föreställningsbilder som är uppbyggda av abstrakt kunskap.

5.4 Olika synsätt på matematikundervisning

5.4.1 Lärare

Lunde (2011) skriver att individuella och flexibla strategier som kopplas till elevens specifika behov blir avgörande om specialundervisningen ska ge effekt. De flesta elever tillbringar mest tid inom klassens ram och en flexibilitet blir nödvändig. Utformningen av specialundervisningen samspelar därför oftast med den ordinarie undervisningen. Magne (1999) anser att insatserna för elever med särskilda matematikbehov bör vara varierande och individanpassade. Olika framkomliga vägar som lyfts är individuell målplanering utifrån elevens kunskaper, intensivmetodik, individualisering med självaktivering, medverkande stimulans från föräldrar och jämnåriga samt en varierad pedagogik. Många speciallärare menar att specialundervisning handlar om en starkt individanpassad verksamhet där dialog och samverkan är av stor vikt. Det specialpedagogiska stödet har en positiv inverkan på elevernas självbild och lärande (Groth, 2007).

I ett examensarbete intervjuades sex stycken speciallärare som arbetar i sex olika grundskolor om deras uppfattningar av matematiksvårigheter och framgångsfaktorer i elevers lärande i matematik (Landers, 2015). Alla speciallärarna uttryckte vikten av att använda artefakter i matematikundervisningen för att elever ska utveckla en god taluppfattning och grundläggande färdigheter i matematik. De påtalar också betydelsen av att matematiklärare behöver besitta god kunskap kring de artefakter som finns att tillgå i matematik. Detta för att ha större möjlighet att anpassa och ge den hjälp som den enskilde eleven är i behov av. I övergången från årskurs 3 till årskurs 4 kan elever få svårigheter i matematik ansåg de intervjuade speciallärarna eftersom matematiklärare inte alltid väljer att arbeta med konkret material. Matematiken blir mer abstrakt ju äldre eleven blir och många elever är därför i behov av ett yttre stöd för att utveckla den inre matematiska förståelsen. Det uppstår matematiksvårigheter när undervisningen inte anpassas för de elever som är i behov av konkret och visuellt stöd i sin matematiska utveckling. Samtliga speciallärarna som intervjuats i studien poängterar vikten av konkret material och att det laborerande arbetssättet kan hjälpa eleven att förstå viktiga begrepp och samband i matematiken (Landers, 2015).

Det är av stor betydelse att matematikundervisningen inte bara består av svar och förklaringar på frågor utan att det handlar om att skapa situationer i undervisningen där eleven ges möjlighet att konstruera egen kunskap som respons på den situation eleven ställs inför i matematikundervisningen. Detta skapar ett “didaktiska kontrakt” mellan lärare och elev. Det “didaktiska kontraktet” består av en ömsesidig förväntan om att eleven lär sig och att läraren möjliggör detta lärande genom att introducera en aktivitet, svara på frågor samt att se till att eleven har tillgång till nödvändigt material. Eleven förväntas tolka den totala situationen för att arbeta med den givna aktiviteten för att ge möjlighet till det egna lärandet. Det finns en inbyggd konflikt i att läraren i sin strävan att undervisa eleven ger hjälpfrågor och vinkar vilket leder till att eleven får fram svaret på aktiviteten men utan att det avsedda lärandet ägt rum. Lärandet kan endast äga rum om läraren överlåter en del av den matematiska aktiviteten till eleven själv (Jess, Skott & Hansen, 2011).

Stieger och Hiebert (2009) har skrivit en rapport som omfattar ett stort forskningsprojekt, TIMSS 1995, där man studerat matematikundervisningen i tre länder, Tyskland, Japan och USA. Där man ville studera hur begreppet undervisning som en "kulturell verksamhet" skulle kunna förklara stabiliteten av undervisningsmönster över tiden. I jämförelsen mellan de tre länderna såg de att i USA spenderar eleverna stor del av matematiklektionerna till att repetera kunskapsstoff som eleverna redan lärt sig under tidigare lektioner, snarare än att utveckla begreppsförståelse. I Tyskland såg man att undervisningen inte utgick från elevernas erfarenheter. Elevernas olika synsätt skapade engagemang under lektionerna men skapade också en aktiv kamp med att bevara kärnan i matematikens begrepp och förfaranden. Matematiska problem presenteras under lektionerna och var utformade för att eleverna skulle kunna fokusera på relationer mellan idéer, fakta och förfaranden. I Japan var de flesta av de matematiska problem som presenterades för eleverna till för att öva metoder. Men eleverna fick också reflektera över sina upplever, tankar och lärande under lektionen och gavs möjlighet att justera sina strategier för att utveckla sitt lärande. Sammanfattningsvis säger forskningsprojektet att i de tre länderna som deltog i projektet kan det hårda arbetet med att förbättra matematikundervisningen inte lyckas utan att förändra kulturen för hur lärare undervisar och lär ut. Undervisningen är en kulturell verksamhet och svår att förändra. Läraren är en del av kulturella verksamheten och är därmed påverkad av liknande krafter som håller den traditionella undervisningsmetoden på plats.

I en fallstudie genomförd på två skolor under tre års tid jämfördes två alternativa undervisningsmetoder. Eleverna deltog i studien mellan 13 års ålder till 16 års ålder. I skola A användes en sluten traditionell läroboksstyrd metod medan skola B använde en metod som var öppen och projektbaserad. I skola A hade lärarna en genomgång i början av lektionen som därefter följdes av att eleven arbetade med ett visst antal givna uppgifter ur läroboken. Eleverna från skola A tyckte att matematikämnet var ganska tråkigt eftersom matematiklektionerna var enformiga och lika, de talade också om vikten av att lära sig regler, metoder och formler. I matematiska problem försökte eleverna från skola A komma ihåg en regel eller metod som de använt i liknande problem istället för att försöka lösa själva problemet. Eleverna från skola B tyckte att det var ett lättare sätt att lära sig matematik eftersom du fick ta reda på saker själv utan att ta reda på allt ur en lärobok. Eleverna blev uppmuntrade att ta eget ansvar för sitt lärande och utvecklas till oberoende tänkare. På matematiklektionerna arbetade eleverna med öppna projekt i mixade grupper där eleverna hade olika kunskapsnivåer. Eleverna uppmuntrades att utveckla sina egna idéer genom att formulera och utvidga matematiska problem i situationer som kändes meningsfulla för dem. Om gruppen inte kunde något matematiskt förklarade läraren och gruppen fortsatte sitt problem. Resultatet visade att eleverna utvecklade olika typer av kunskap i de två metoderna. Eleverna som undervisades på skola A utvecklade en kunskap som var begränsande i okända situationer. Eleverna på skola B utvecklade en begreppsförståelse som gav dem förförståelse i olika situationer både i skolmatematiken och i livet utanför skolan. Det är en växande oro bland matematiklärare att eleverna lär sig matematik under hela sin skoltid men att de sedan är helt oförmögna att använda sig av den utanför klassrummet. En anledning att de inte kan använda sig av de metoder och regler de lärt sig i skolmatematiken är att de fullt ut inte förstår dem. Kanske en förklaring till elevernas oförståelse hur matematikundervisningen bedrivs i skolan? (Boaler, 1998).

5.4.2 Elev

I en avhandling vars syfte var att empiriskt utforska lärare-elevrelationer i undervisning deltog fyra matematiklärare från årskurs 1 till gymnasiet (Ljungblad, 2016). I studien intervjuades och observerades lärarna men även de 100 elever som undervisades i deras klasser. Eleverna talar i studien om vikten av en bra relation med sin lärare. De tycker att det är speciellt viktigt i matematikämnet eftersom alla elever är olika och har olika sätt att tänka och lösa problem. Läraren behöver inte förklara exakt hur man ska lösa ett problem utan bara visa vägen i vilken riktning man ska tänka, det kan ofta räcka med att läraren omformulerar frågan för att man ska kunna gå vidare själv. En slutsats utifrån studien har visat att lärares pedagogiska inställning och omtanke kan ses som ett pedagogiskt grundfundament.

Sjöberg (2006) har i sin doktorsavhandling gjort en longitudinell studie där han vill lyfta fram elevernas erfarenheter av och reflektioner om sin skolgång och då främst matematikundervisningen. Syftet med avhandling var att ge en bild av elever i matematikproblem. Fokus låg på skolår 5 till skolår 9. Ett ytterligare syfte var att lyfta fram positiva och negativa faktorer som påverkar dessa elevers studieresultat i matematikämnet. I studien framkom det till exempel att elevernas uppfattning om vilka som är skolans viktigaste ämnen är överordnad deras intressen. De flesta eleverna i studien hade en klar tanke med att senare i livet arbeta inom de praktiskt-estetiska ämnena och inom dessa ämnen visade eleverna på goda resultat. Eleverna kunde ändå inte glädjas över de goda resultat de presterar i de ämnena eftersom det enligt deras uppfattning ändå ”bara är kärnämnena som räknas”. Studien visade också på att eleverna under åren i grundskolan känt sig mer stressade och oroliga inför provsituationer i matematik, eleverna upplevde också att det påverkar resultatet negativt. Elevernas uppfattning utifrån denna studie var att ju mer oro och stress, ju sämre resultat och ju sämre resultat desto mer stress och oro. Det eleverna själva lyft fram som upphovet till problemen i matematik är övergripande orsaker, strukturella orsaker. Eleverna beskriver orsaker som kan relateras till skolan som organisation och som den enskilde eleven eller läraren inte har möjlighet att påverka. Det kan vara brist på arbetsro, stora undervisningsgrupper och långa arbetspass. Även kommunikationsmönstren i matematikklassrummet kan kategoriseras som strukturella faktorer eftersom stora elevgrupper ger andra förutsättningar för kommunikation än små grupper. Lärarens roll ses som mycket betydelsefull av eleverna. Lärarens roll kan dock vara mycket varierande och kunde innefatta allt från ”polisens” till ”extramammans” arbetsuppgifter. Det finns till exempel läraren som söker igenom korridorer och tvingar skolkande elever in till klassrummen, det finns också de lärare som envist, och med nya infallsvinklar förklarar och förklarar igen hur man löser en matematikuppgift. Oavsett vilken roll läraren har så uppskattas insatserna och ses som värdefulla av eleverna (Sjöberg, 2006).

I en studie gjord av Groth (2007) framkom det att en stor andel elever är positiva till den specialpedagogiska hjälp de får ta del av. Eleverna upplevde dock att nivån ibland är för låg, hjälpen för omfattande och det upplevdes stökigt i den specialpedagogiska resursgruppen undervisningen skedde i.

Ljungblad (2001) menar att det i de flesta skolklasser finns elever i matematiksvårigheter. Med hjälp av specialpedagogisk kompetens behöver arbetslaget som arbetar med dessa elever organisera undervisningen. För att få en framgångsrik utveckling i matematik är det viktigt att eleven själv får medverka i beslut om vilket stöd som behövs och i processen kring sitt eget lärande. För att delta i klassens uppgifter och det matematiska samtalet i gruppen kan undervisningen för dessa elever anpassas med stöd av artefakter i form av miniräknare, bilder och laborativt material. Om de insatser som sätts in är relaterade till den vanliga undervisningen i klassen kan eleven utvecklas från att få stöd till att klara uppgifterna på egen hand.

6 Metod

6.1 Val av metod

Vårt övergripande syfte med den här studien är att studera vad matematiska redskap kan betyda för elever i behov av särskilt didaktiskt stöd i matematik. Vi har valt att pröva elevers upplevelser i en interventionsliknande studie där vi prövar pedagogiska villkor och ser vilka metoder som fungerar bättre och sämre. Eleverna möter två olika lärsituationer där de ska lösa olika matematikuppgifter. Vid första lärsituationen använder eleverna inga redskap och vid den andra lärsituationen får de använda sig av redskap. Då vi är intresserade av elevernas upplevelser har vi valt att undersöka vad redskap betyder med hjälp av kvalitativa intervjuer. Studien inleddes med en mindre pilotstudie där en elev arbetade med problemlösning, utan och med matematiska redskap, samt en efterföljande intervju. Det som pilotstudien indikerade utifrån följande aspekter; utformning av matematiska problem, tidsåtgång, redskap samt intervjufrågor ligger till grund för studien.

Vid genomförandet av den interventionsliknande studien är det av stor vikt att båda tillfällena sker vid samma tidpunkt på dagen, att eleven har tillgång till samma undervisningstid och att lärarens positiva eller negativa inställning till de olika lärsituationerna inte lyser igenom och påverkar resultatet (Stukát, 2014). Två olika lärsituationer genomfördes där elever arbetade med givna matematiska problem samt därefter utfördes enskilda intervjuer med eleverna. Det insamlade materialet sorterades, informationen tolkades och analyserades.

6.2 Urval

I denna studie ville vi få en så stor variation av uppfattningar som möjligt. Det är kvalitativa skilda uppfattningar som var det intressanta. Vårt urval var 6 elever, från två olika skolor eftersom vi båda arbetar och är verksamma inom var sin högstadieskola. Urvalet beskrivs kort i tabell 1. Vi ville ha elever från varje årskurs, 7:an, 8:an och 9:an. Vi ville också ha både pojkar och flickor, samt tre elever från varje skola. Urvalet var strategiskt men även ett bekvämlighetsurval. Vi valde elever som vi redan arbetar med och som är trygga med oss. Samtliga elever i vårt urval är elever i behov av särskilt didaktiskt stöd i matematik och vi som verksamma speciallärare träffar dessa elever regelbundet. Vissa av eleverna har en diagnos men inte alla. Detta för att ge en spridning bland de elever som deltog. Ibland sker detta stöd enskilt och ibland i mindre grupp.

Tabell 1 Deltagande elever i studien

Namn	Årskurs	Diagnos	Lösta uppgifter Vid lärsituation 1	Lösta uppgifter vid lärsituation 2	Förbättring/ försämring
Oskar	7	ADD	4	6	+2
Rasmus	7	Dyslexi	2	6	+4
Elsa	8	ADD, Asperger	4	6	+2
Kalle	8		5	7	+2
Lisa	9	Dyslexi	8	9	+1
Pelle	9		4	7	+3

6.3 Procedur

Vi valde en lugn, och ostörd miljö som eleven kände sig trygg i. Varje elev mötte vi två gånger, i de flesta fall med någon dags mellanrum och vid samma tidpunkt under dagen. Varje tillfälle tog mellan 30–60 minuter. De matematiska problem som eleverna löste är ställda inom områdena negativa tal, bråktal, multiplikation (faktorisering), area och uträkning i de fyra räknesätten (se bilaga 1). Elever i behov av särskilt didaktiskt stöd upplever ofta dessa områden som svåra och problematiska. Jess, Skott och Hansen (2011) menar att det ofta är algoritmer i de fyra räknesätten som utgör hinder för elever i matematiksvårigheter. Övergången från hela tal till tal i bråkform är en kritisk punkt för många elever och kan därför orsaka stora svårigheter i matematikundervisningen (McIntosch, 2008). Kilhamn (2011) menar att området negativa tal är svårbegripligt för många elever eftersom det är ett område som kräver övergång från intuitiv till formell matematik. Ytterligare ett område som det ofta uppstår svårigheter för elever är geometri. Holmberg (2011) menar att detta kan bero på att man går från det konkreta till det abstrakt tänkandet utan att lägga fokus på att analysera och befästa. Detta kan då förklara svårigheter i att räkna ut omkrets och area på en geometrisk figur.

Vid den första lärsituationen arbetade eleven med matematiska problem utan redskap. En till två dagar efter den första lärsituationen kom eleven att möta ytterligare en lärsituation. Samtliga elever höjde sina resultat vid lärsituation två (se tabell 1, försämring/förbättring). Vid den andra lärsituationen fick eleven arbeta med liknande matematiska problem (se bilaga 1) men med tillgång till matematiska redskap: tallinje från -50 till +50, miniräknare, linjal, multiplikationslathund (se bilaga 3), bråkplank (se bilaga 4) samt tankekarta area och omkrets (se bilaga 5). De redskap vi valde ut hade direkt anknytning till de matematiska problemen eleverna skulle lösa och var lämpliga inom det matematiska område som uppgifterna berörde. Redskapens syfte var också att hjälpa eleverna att bilda inre bilder (Lundberg & Sterner, 2009). De valdes också för att vi under våra år som matematiklärare sett dessa redskap som effektiva inom valda matematiska områden. Redskapen hjälper eleven att kompensera för de ”kartor” som oftast finns lagrade i hjärnan (Adler, 2001). McIntosh (2008) menar att lärarna borde uppmuntra eleverna att använda miniräknaren som ett nyttigt redskap. Miniräknaren kan också ge snabb återkoppling vilket elever i svårigheter har behov av (Lundahl, 2011). De flesta elever är väl förtrogna med miniräknaren och många elever har idag ständig tillgång till miniräknare exempelvis i sin mobiltelefon. De redskap som eleverna hade tillgång till vid de olika uppgifterna var i uppgift:

1. Tallinje och linjal
2. Tallinje
3. Bråkplank och miniräknare
4. Multiplikationslathund och miniräknare
5. Multiplikationslathund, miniräknare och tallinje
6. Multiplikationslathund, miniräknare och tankekarta area och omkrets

Ett redskap som kan ses utöver dessa var att vi som speciallärare fanns med under hela lärsituationen. Eleverna hade möjlighet att få uppgifterna upplästa. Att få uppgifter upplästa kan vara av stor vikt för elever med dyslexi (Malmer, 1996).

Vid varje lärsituation då vi mötte eleven förde vi anteckningar kring hur de utförde de olika matematiska problemen, hur lång tid det tog samt vilka redskap de använde vid det andra tillfället. Vi försökte också observera deras kroppsspråk och ljudyttringar som suckar eller om de läste uppgiften för sig själv som exempel.

6.4 Intervjuerna

Efter de två lärsituationerna intervjuade vi eleverna kring hur de upplevde de två tillfällena. Stukát (2014) beskriver vikten av att förstå och tolka resultaten som en huvuduppgift i ett kvalitativt synsätt på forskning. Man vill beskriva och förstå det enskilda fallet utan att förutsäga, förklara eller generalisera. Denna forskning härrör författaren till ideografisk forskning där man på ett detaljerat och djupgående sätt försöker analysera en situation för att försöka komma nära erfarenheter som är gemensamma för flertalet människor.

Vi använde oss av en halvstrukturerad intervju, vilket är en anpassningsbar och följsam metod. Vi utgick från en intervjuguide med en översikt över de ämnen vi ville täcka in och förslag på frågor (bilaga 6). Frågorna valdes utifrån studiens syfte och formulerades så att de skulle ge svar på våra frågeställningar. Frågornas ordningsföljd var inte bindande. Intervjuarens omdöme och känslighet avgjorde hur strikt guiden skulle följas och hur mycket av respondentens svar som skulle följas upp. Svar följdes upp med följdfrågor för att få mer utvecklade och djupgående svar och för att nya riktningar skulle kunna öppnas (Kvale & Brinkman, 2014). Vid en intervju är det viktigt att miljön är ostörd och trygg för både den som intervjuar och respondenten (Stukát, 2014). Vi valde att göra ljudinspelning vid de enskilda intervjuerna, vilket möjliggjorde för oss som intervjuare att även se kroppsspråk och mimik som gav oss ytterligare upplysningar. Efter intervjuerna transkriberade vi materialet. Transkribering är tidskrävande men vi valde det för att få med så mycket information som möjligt.

Kvale och Brinkman (2014) beskriver den deskriptiva forskningsintervjun där intervjuaren uppmuntrar intervjupersonen att beskriva sin upplevelse och känsla så detaljerat som möjligt. Här ligger fokus på att återge alla skillnader och variationer hos ett fenomen snarare än att komma fram till en fast kategorisering. Vi upplevde att de elever som deltog under intervjuerna var öppna och försökte beskriva sina erfarenheter och upplevelser på ett uttömmande sätt. För att försäkra oss om att det vi förmedlar stämmer med de intervjuades upplevelse har vi valt att använda oss av respondentvalidering. Respondentvalidering är en process där forskaren förmedlar sina resultat till de som ingått i undersökningen. Målet med respondentvalidering är att få en bekräftelse på att den beskrivning som ges är riktig (Bryman, 2011).

6.5 Redogörelse för analysmetod

I vår bearbetning av resultatet har vi valt att använda oss av det Kvale och Brinkman (2014) kallar meningskoncentrering. Analysen av intervjuerna gjordes i fem steg. Första steget var att vi läste igenom hela intervjuerna för att få en känsla av helheten. Därefter försökte vi fastställa det viktiga i intervjutexterna och det som informanterna uttryckte, för att hitta de naturliga ”meningsenheterna”. Nästa steg var att vi formulerade kategorier som var dominanta. Sedan tematiserade vi informanternas uttalanden utifrån deras synvinkel så som vi tolkade dem. Det fjärde steget var att vi ställde oss frågor till de olika ”meningsenheterna” utifrån våra specifika frågeställningar. Det sista vi gjorde vara att knyta ihop det centrala i intervjumaterialet med våra frågeställningar i en deskriptiv utsaga. Under hela bearbetningen har det varit viktigt för oss att försöka erhålla nyanserade och rika beskrivningar av informanternas upplevelser av de undersökta fenomenen (Kvale & Brinkman, 2014).

6.6 Etik

I god tid innan vi genomförde lärsituationerna och intervjuerna tillfrågades elever och vårdnadshavare om tillåtelse. Deltagandet var frivilligt och alla elever som tillfrågades var positiva till att delta i studien som ”medforskare”. Vårdnadshavarna skrev på ett godkännande.

I alla studier är de etiska aspekterna viktiga och vi möter etiska frågor som vi måste brottas med. Svårigheter vi kan möta i vår undersökning är att de personer vi intervjuar kan uppleva frågorna som svåra, inte riktigt förstå vad undersökningen handlar om och/eller vad syftet med undersökningen är. Andra frågor kan vara att se till att informationen förblir konfidentiell och att respondenternas identitet skyddas (Stukát, 2014). Ett etiskt dilemma kan också vara att eleverna känner sig utvalda ur ett negativt perspektiv. Med detta i åtanke presenterade vi syftet och tillfrågade dem utifrån att de skulle delta i en forskning och att deras deltagande var en stor hjälp för oss som studenter på universitet. Vi upplevde att informanterna var positiva och förväntansfulla inför deltagande i studien.

Kvale och Brinkman (2014) talar om betydelsen att värna om intervjupersonernas privatliv genom att använda sig av fingerade namn samt vikten av att vara helt överens med de intervjuade kring hur resultatet senare kommer att användas. Eftersom undersökningspersonerna är minderåriga tillfrågas deras vårdnadshavare samt ger sitt godkännande för undersökningen.

Bryman (2011) redogör för etiska frågor rörande undersökningspersonens integritet, frivillighet, anonymitet och konfidentialitet. Några av de etiska principerna är dessa fyra krav: informationskravet, samtyckeskravet, konfidentialitetskravet samt nyttjande kravet. För att svara upp mot informationskravet har de intervjuade personerna i förväg informerats om studiens syfte samt om att denna, när som helst, har rätt att avbryta sin medverkan om så önskas. För att möta konfidentialitetskravet har de medverkande informerats att alla uppgifter som kan kopplas till personens identitet behandlas konfidentiellt och att alla uppgifter kring intervjuerna lagras på ett sådant sätt så att ingen utomstående kan identifiera innehållet. För att uppfylla nyttjandekravet har resultatet från intervjuerna endast använts i detta arbete och kommer inte att användas utanför undersökningen. För att svara upp mot samtyckeskravet har de intervjuade själva satt kraven för under vilka villkor de ska medverka i undersökningen och att det inte ska medföra några negativa påföljder om de vill avbryta sitt deltagande (Bryman, 2011).

6.7 Reliabilitet, validitet och generaliserbarhet

Det kan finnas en stor poäng med att forska i den egna verksamheten men det är också en stor utmaning skriver Rönnerman (2012). Utmaningen ligger i att man blir medveten om sig själv i den praktik man studerar. En utmaning kan också vara att det kan vara svårt att ha distans och tolka sina resultat objektivt eftersom vi är involverade i den praktik och verksamhet vi ska tolka. Vi antog utmaningen för vi såg fler vinster än förluster genom att vi redan ha etablerade relationer med eleverna som deltog och att de därför var trygga med oss och miljön. Det viktiga med vår studie är att finna mönster och variationer samt att få ta del av elevernas upplevelser.

De reliabilitetsbrister vi kan se i vår studie är att vi aldrig kan säkerställa att eleverna presterar lika under de två lärsituationerna. Stukàt (2014) beskriver reliabilitetens som ett mätinstrument för att mäta slumpens inflytande i resultatet. Saker som kan ha påverkat vårt resultat i lärsituationerna är elevens dagsform, gissningseffekter eller felräkningar i uppgifterna. Därför lade vi inte vårt fokus på elevernas resultat under lärsituationerna utan istället på deras upplevelser kring dem. Validiteten beskriver hur bra ett mätinstrument mäter det som det ät avsett att mäta (Stukàt, 2014). I våra intervjuer kan vi aldrig säkerhetsställa att elevernas svar på våra frågor varit ärliga. De kan ha svarat på frågorna på ett sätt som de tror att vi som lärare förväntat oss att de ska svara. Vår upplevelse är dock inte denna men detta går inte att säkerhetsställa. Vi valde att genomföra intervjuerna efter lärsituationerna, vilket innebär att eleverna då återger sina upplevelser i retrospekt, de måste hämta fram vad de minns från tidigare situation. Vi hade kunnat använda oss av ”tala-högt” metoden vilket innebär att eleverna talar högt medan de löser problemen. De talar högt om hur de tänker under hela proceduren. Vi hade spelat in och fått ett mer autentiskt material att analysera. Eleverna får vid lärsituation ett, lösa problem utan verktyg och vid lärsituation två med verktyg, i och med detta har vi byggt in en träningseffekt. Denna träningseffekt hotar validiteten. Ett alternativ hade varit att slumpa elever till de olika villkoren, då hade felet att de redan tränat kunnat korrigeras för. Vi är väl medvetna om detta systematiska fel, men såg trygghet för eleverna som en viktig del vid lärsituationerna. Vi var väl kända för eleverna och de var vana att arbeta tillsammans med oss med liknande problem. Vad gäller generaliserbarheten i vår studie hade vi en liten undersökningsgrupp men vi hade inget bortfall. Vi tror att vårt resultat kan ge en god inblick i hur elever upplever betydelsen av redskap i matematikundervisningen. Detta är endast ett fåtal elevers upplevelser vilket begränsar och gör att vi inte kan ställa några generella slutsatser. Våra erfarenheter från våra möten med elever under många år stämmer väl överens med de tankar och upplevelser vi fått fram i resultatet.

7 Resultat

I detta kapitel kommer vi att presentera resultatet. Vi har valt att inte redovisa resultaten informant för informant utan vi kommer att redovisa resultaten utifrån de kategorier vi har kunnat utläsa. Vi börjar vår resultatdel med att redovisa vilka redskap eleverna använde vid utförandet av de olika matematiska uppgifterna. Därefter redovisar vi hur eleverna upplevde de två olika lärsituationerna. Till sist kommer vi att redovisa vad eleverna berättade för oss om sina upplevelser kring den matematikundervisning de fått under sina skolår.

7.1 Val av redskap

Vi kunde se att miniräknare var det redskap som eleverna använde mest. Varje gång miniräknaren fanns tillgänglig så användes den. Linjalen använde eleverna sig inte av. Redskap användes vid alla uppgifter och alla de elever som var med i studien använde redskap fast i olika stor utsträckning.

7.1.1 Vid uträkning av negativa tal

De redskap som eleverna hade tillgång till var tallinje, -50 - +50 och linjal. Eleverna i vår studie valde att ta hjälp av tallinjen medan linjalen inte valdes vid någon uträkning. Tallinjen användes vid alla uträkningar där negativa tal förekom. En elev ger uttryck för betydelsen av tallinjen som hjälp och att den är det bästa redskapet i uppgifter med negativa tal. En annan elev delar betydelsen av tallinjen och hur det blir lättare att räkna med hjälp av den:

> ... för det var mycket lättare att se hur mycket man skulle ta bort…(Oskar)

Utifrån detta kan vi se att då tallinje finns tillgänglig väljs denna av de elever som deltog i studien. När tallinjen inte finns tillgänglig uttrycker en elev hur hon skapar egna tallinjer antingen genom att rita upp den eller genom att använda två linjaler:

> Tallinjen ritar jag upp själv. Jag brukar ibland lägga två linjaler jämte varandra och tänka på tallinjen och har haft hjälp av det. (Lisa)

Vår tolkning är att om inte tallinje funnits tillgänglig är det möjligt att linjalen hade valts som redskap vid uträkning av negativa tal.
I uppgift 1 användes begreppen sjunker och stiger i samband med temperaturförändring. En elev beskriver svårigheten i att inte vara säker på vad orden betyder i en matematikuppgift:

> Det är svårt ibland med orden stiger och sjunker. Man får verkligen tänka efter så. (Lisa)

Att ha en god begreppsuppfattning är en förutsättning för att lösa matematiska problem. För att ta till sig matematisk kunskap behöver eleven förstå de matematiska begrepp som ingår i området (Nilsson, 2005).

7.1.2 Vid uträkning av tal i bråkform

Till uppgiften med tal i bråkform fick eleverna tillgång till bråkplank (se bilaga 4) och miniräknare. Både bråkplank och miniräknare användes men bråkplank användes i större utsträckning än miniräknare. Vid den andra lärsituationen ändrade en elev sin uträkning när han fick se bråktalen visuellt:

> Jag såg att bitarna var större på den (pekar på bråkplanket) så därför ändrade jag mig andra gången. (Kalle)

Vår tolkning är att eleverna inte vet hur de ska slå in bråktal på miniräknaren och att det då är enklare för dem att titta på ett bråkplank och se bråkuttrycket visuellt. Att utveckla förståelse för bråkuttryck är en svår process för många elever och många elever är osäkra på vad talen står för eftersom de inte möter uttrycken i vardagslivet (McIntosch, 2008).

7.1.3 Vid uträkning av addition-, subtraktion-, division- och multiplikation

I uppgifterna som berörde de fyra räknesätten hade eleverna tillgång till multiplikationslathund (se bilaga 3), miniräknare och tallinje. Uppgift 4 handlade om att hitta faktorer i talet 28, d.v.s., hitta tal som är jämnt delbara med talet 28. I denna uppgift använde eleverna redskap i stor utsträckning, de använde då både miniräknare och multiplikationslathund. Betydelsen av att använda miniräknare när man delar upp ett tal i faktorer uttrycker en elev på följande sätt:

> Den här fick jag tänka efter på, faktorer vad menar hon nu? Det är egentligen lätt men när det är så mycket siffror så blir man ju lite så förvirrad. Då använde jag miniräknaren. Jag tog varje tal alltså 28 och delade på 56 och då såg jag att det blir inte jämnt det blir decimaler. 28, det blir ett. Jag delade 28 i alla talen och såg vilka som var delbara. Man blir ju säker på att man har rätt för miniräknaren. (Lisa)

Eleverna uttryckte att denna uppgift var svår och trots tillgång till redskap löste inte alla eleverna uppgiften. Miniräknaren underlättade inte uträkningen för alla elever vilket vi tolkar som att eleven måste ha en grundläggande förståelse för begrepp och faktorisering för att få hjälp av miniräknaren som redskap.

I uppgift 5 skulle eleverna ställa upp och räkna ut följande uppgifter:

a) 849–127 b) 648+234 c) $\frac{963}{3}$

Miniräknare användes vid uträkning av alla tre uppgifter medan tallinjen inte användes av någon elev. Vid första lärsituationen var det två av sex elever som valde att lösa uppgifterna med hjälp av algoritmer, de andra fyra valde att inte lösa uppgiften alls. Vid andra tillfället, då miniräknare fanns tillgänglig, valde alla elever att använda miniräknaren. Vid andra lärsituationen använde sig en elev först av algoritmer och kontrollerade sedan med miniräknaren för att se att hon räknat fram rätt svar:

> Jag tycker det är bra att använda den för det blir att man kan dubbelkolla och kontrollera sig själv. (Lisa)

Vår tolkning är att eleverna upplever algoritmer som svårlösta och att de inte har befästa kunskaper i algoritmuppställning. Detta stämmer väl med vad både Jess, Skott och Hansen (2011) och Chinn och Aschcroft (2007) skriver då de menar att algoritmräkning ofta är svårt för elever i matematiksvårigheter.

7.1.4 Vid uträkning av area

Till uppgiften om area fick eleverna tillgång till multiplikationslathund, miniräknare och tankekarta för area och omkrets (se bilaga 5). Tankekartan användes av alla elever utom en. Miniräknare användes av några och en elev tog hjälp av multiplikationslathunden. En elev uttrycker att uppgiften var svår och kring betydelsen av att använda tankekarta vid uträkning av area säger han så här:

> Kortet med area och omkrets hjälpte men jag fattar inte så mycket ändå om area. Jag förstår inte hur jag ska göra. (Pelle)

Holmberg (2011) menar att många elever har svårt med området geometri och att det då kan vara begreppsförståelsen som de får svårigheter med. Vi tolkar detta som att då begreppsförståelse saknas kan inte det matematiska problemet lösas vare sig med eller utan redskap.

Vår sammanfattande tolkning om redskapens betydelse för eleverna under lärsituation två är att redskapen var till hjälp för eleverna. Detta kunde vi se både genom resultat, intervjuer samt i mer konsekvent säkerhet i utförandet under lärsituation två.

7.2 Elevens upplevelse av tillgång till matematiska redskap

Vi har hittat tre betydelser som redskap kan ha för eleverna i studien. Den första betydelsen var att det blir lättare att lösa matematikuppgifterna, den andra betydelsen vi funnit är att redskap bidrar till att eleverna känner sig säkrare. Den tredje betydelsen vi sett handlar om att eleverna känner sig mer trygga och självständiga när de har tillgång till redskap. De elever som var med i studien upplever att redskapen som de hade tillgång till vid lärsituation två var till hjälp när de skulle lösa de matematiska uppgifterna.

7.2.1 Redskap gör att det känns lättare

Alla eleverna som deltog i studien beskrev på olika sätt hur redskapen gjorde matematiken lättare för dem och de upplevde att det var lättare att förstå uppgifterna de skulle utföra i lärsituationerna med tillgång till redskap. De berättar att vid första lärsituationen upplevde de uppgifterna som svåra men vid den andra lärsituationen var uppgifterna lättare. Detta kunde vi även se på förbättringen på antal rätt lösta uppgifter som eleverna fick från lärsituation 1 till lärsituation 2 (se tabell 1).

Redskapen underlättade för dem och gjorde det lättare att räkna. Matematiken behöver inte upplevas svår för eleverna när de har tillgång till redskap. En elev förtydligar sin upplevelse:

> För då ser man liksom, ja man kan använda hjälpmedel för att göra det lättare, att räkna blir lättare. För då behöver det inte vara så svårt allt. (Rasmus)

Miniräknare är ett redskap som hjälpte och gjorde allting mycket lättare. Den bekräftade att man räknat rätt på uppgifterna. Men då det handlar om att räkna med procent underlättar det inte med miniräknaren upplever en elev, han säger:

> Miniräknaren hjälper i det mesta men inte i procent för du kan typ inte slå in procent på miniräknaren. (Pelle)

Sista citatet tolkar vi som att eleven inte vet hur han kan använda miniräknaren som redskap för att räkna ut procent och han har inte en grundläggande förståelse för vad procent är. Jess, Skott och Hansen (2011) menar att genom att låta elever i matematiksvårigheter använda sig av miniräknare så skapas det större möjligheter för dem att lära sig matematik. Vi anser att för att miniräknaren ska vara ett redskap och underlätta för eleven är en grundförutsättning att eleven vet hur den kan användas. Eleven ska känna till dess funktioner samt har en förståelse för hur de matematiska beräkningarna skall utföras.

7.2.2 Redskap ger säkerhet

I intervjuerna pekade eleverna även ut en annan betydelse som redskap har. Den andra betydelsen vi fann att redskap kunde ha är att redskapen gjorde att eleverna kände sig säkrare. Vad är då skillnaden på att det upplevs som lätt och att man känner sig säker? Att uppleva något som lätt innebär att det är enkelt och okomplicerat. Att man med lätthet löser uppgifter eller problem. Det tar inte heller så lång tid att lösa lätta uppgifter utan det går ofta fort. Att känna sig säker på en uppgift innebär att utföra uppgiften med visshet, utan tvivel. Det är också högst sannolikt att lösningen är korrekt. Redskapen gav eleverna en säkerhet att gå vidare och bekräftade att deras tankar och svar var på väg i rätt riktning. En elev berättar att han blev mer säker på hur han skulle räkna ut talen vid lärsituation två och att han i lärsituation ett chansade för att han inte var riktigt säker:

> Jag var inte riktigt säker på hur jag skulle räkna ut detta så då chansade jag lite och så fick jag fel på ganska många så andra gången var jag mer säker jag lärde mig hur jag skulle tänka och så. (Oskar)

Vår tolkning är att självförtroendet stärktes och de kände sig säkrare när de fick använda redskap. Utan redskap kände sig eleverna mer osäkra.

Eleverna upplever att de känner sig säkrare när miniräknare får användas. Genom miniräknaren får de bekräftelse på att svaren de kommit fram till är rätt. Att bara ha sin egen kunskap att utgå från skapar osäkerhet, upplevde en elev:

> Det första tillfället kände man sig lite mer osäker. Man har bara sig själv att utgå från liksom, och sina egna kunskaper. På det andra testet kan man mer dubbelkolla med miniräknare och vara mer säker på att det är rätt. Jag tycker det är bra med miniräknare för man kan dubbelkolla och kontrollera sig själv, det gör att jag blir säkrare. (Lisa)

Att ha tillgång till miniräknaren kan ses som att eleverna får en säkerhetslina. Precis som i bergsklättring så ger säkerhetslinan, miniräknaren, eleverna en säkerhet att våga ”klättra” vidare i matematiken. De vågar tro på sig själva genom att få feedback från redskapet att de är på rätt väg. Svagpresterande elever har ett större behov än andra elever på omedelbar feedback (Lundahl, 2011). De behöver en direkt feedback på uppgiften för att inte förstärka en negativ självbild.

7.2.3 Redskap bidrar till trygghet och självständighet

Redskapen betydde att eleverna kände sig mer självständiga och inte behövde fråga så mycket om hjälp under lärsituationen utan klarade sig mer själva. Att kunna ”kontrollera” sina egna svar och tankar ingav trygghet. En elev visar på betydelsen av redskap för att skapa trygghet:

> Ja, det gör det lättare så att jag kan förstå. Kontrollera så att jag kan funktionen och har rätt svar och inte svarar helt fel. Det är en slags trygghet så att man vet att man har fått rätt. Miniräknaren tog jag bara för att kontrollera om jag hade rätt på vissa saker så det hjälpte ju. (Pelle)

En annan upplevelse som framkom under intervjuerna var att specialläraren fanns som ett redskap vid tillfälle två och då fanns en känsla av att man kunde be om mer hjälp vilket gjorde att det kändes tryggare. Detta sammankopplar vi med det relationella perspektivet där en tes är att människan lär i interaktion med andra. Ahlberg (2013) skriver att utveckling och lärande sker i samspel med andra.

Vi tolkar elevernas upplevelser som att den säkerhet som redskapen ger eleven leder vidare till att de upplever trygghet och självständighet under matematiklektionen och i mötet med de matematiska problem de ställs inför. Maslow (1943) talar om fem steg i hur människan prioriterar sina behov. Dessa fem steg är; fysiska, trygghet, samhörighet, självkänsla och till sist självförverkligande. Kanske kan man likna de betydelser vi funnit med denna behovstrappa där lätthet skapar säkerhet vilket leder till trygghet som slutligen ger självständighet?

7.3 Upplevelser av matematikundervisning

Eleverna har delar av sin skoltid upplevt matematik som ett svårt ämne i skolan och vissa områden upplevs fortfarande som svårare än andra. De har fått olika form och mängd av didaktiskt stöd under delar av grundskolan. Eleverna upplever att många redskap inte finns tillgängliga i matematikundervisningen i skolan. De skulle önska att de fanns tillgängliga för alla elever i klassen under lektionerna i matematik och tror att många elever skulle gynnas av redskap. På grund av svårigheter i matematik har självförtroendet påverkats negativt för en del av eleverna.

7.3.1 Tillgång till redskap i klassrummet

Eleverna upplever att tillgången till redskap inte är stor i klassrummet. Vid frågan om redskap finns tillgängliga i elevernas klassrum svarar en elev:

> Nej, de finns inte någonstans. (Pelle)

Ytterligare en elev beskriver att det inte finns tillgång av redskap i klassrummet men om det fanns skulle han använda dem:

> Asså, jag vet inte om jag har dom här grejerna. Jag tror inte att jag har dom i klassrummet….nej, tror jag hade använt dem om de fanns. (Kalle)

Då redskap finns tillgängliga i klassrummet är det miniräknare och linjal. Redskapen underlättar när man arbetar inom de olika matematiska områdena. En elev beskriver betydelsen av redskap i klassrummet och berättar att det finns linjal och ibland miniräknare i klassrummet men inga andra redskap som tallinje eller multiplikationslathund:

> Ja, eller det är nog att alla borde nog ha mer såna här saker…jag menar mer såna här hjälpmedel… alla som vill ha det typ, eller ja lite smått o gott typ…om man har svårt med multiplikation så är det ganska lätt att ha en sån här (pekar på multiplikationslathunden) och sen så om man har svårt med bråk så är den här väldigt bra (pekar på bråkplank)… ja, eller de borde i alla fall veta att det finns, typ…det finns eller i alla fall den (pekar på linjalen) och den (pekar på miniräknaren) men inte sån linjal (pekar på tallinjen) och inte sån här (pekar på de olika lathundarna) (Oskar)

Vår tolkning är att tillgången av redskap i matematikundervisningen är mycket liten. Om det finns några redskap så är det miniräknare och linjal och att dessa i så fall inte används i någon stor utsträckning av eleverna. En elev bekräftar detta och berättar att om det fanns något redskap tillgängligt så var det miniräknare men att de i så fall endast fick användas om det står i boken och att de oftast inte fungerade utan var trasiga.

> Jag tänkte om det är så här prov så får man ju inte nån sån där hjälp och sånt där. Ibland i böcker så står det att man får använda miniräknare, om du vill då använder man ju det men annars får man nog inte det tror jag…de flesta miniräknarna är ju lite trasiga tycker jag och dom här (pekar på multiplikationslathunden) finns ju inte framme på det sättet du får ju typ en i boken om man frågar efter det… (Elsa)

Miniräknaren skulle användas oftare om man hade tillgång till dem under matematiklektionerna. En elev berättar att han gärna skulle använda dem om han fick för sin lärare:

> Ja, gärna om jag får men det är inte så ofta. (Oliver)

Miniräknaren finns inte tillgänglig i elevernas klassrum och om de finns tillgängliga så känner eleverna osäkerhet i om de får användas eller inte av sina lärare. McIntosch (2008) skriver att miniräknaren borde vara tillgänglig och tillåten i varje klassrum. Flertalet av eleverna upplever miniräknaren som ett redskap som ger stor trygghet och ett redskap som de känner sig förtrogna med.

7.3.2 Redskap gynnar många elever

Det är bra med redskap i matematikundervisningen och många elever skulle använda sig av redskap och ha hjälp av dem om de fanns tillgängliga i klassrummen. Många skulle ha hjälp av redskap om de hade tillgång till dem när de har matematik i skolan:

> Tror det skulle hjälpa ganska många om de fanns framme. (Elsa)

En elev beskriver sin upplevelse av hur matematikläraren förväntar sig att man ska kunna många räkneoperationer utantill i matematiken och hur det underlättar med redskap i högstadiet:

> Ja, det underlättar med redskap, så i högstadiet typ förväntar sig ju lärarna att man ska kunna alla dom där grejerna, kunna alla tabeller och sånt i huvudet. (Kalle)

Vi tolkar detta som att flera elever som är i behov av didaktiskt stöd i matematik har svårt att lära sig grundläggande talfakta utantill. Detta upplever de som jobbigt eftersom läraren förväntar sig att de ska kunna detta utantill när de går på högstadiet. Hattie och Yates (2014) menar att elever som har svårigheter i matematik uppvisar bristande förmåga att ta till sig grundläggande talfakta med automatik.

7.3.3 Svåra områden i matematiken

Algoritmräkning var ett område som eleverna inte använde i någon stor utsträckning. De är osäkra på hur algoritmer ska utföras, främst vid kort division En elev skiljer sig från de övriga och berättar att hon alltid tyckt att huvudräkning är svårt och använder därför fingrarna när hon räknar. Hon tycker att det varit lättare att ställa upp i algoritmer och det underlättar för henne även idag när hon går i högstadiet:

> Från början skulle man lära sig alla leden, det var inte bra för mig, jag förstod inte. Jag visste inte alls hur man skulle göra så då lärde jag mig uppställning så här. (visar stående algoritmer för att förtydliga vad hon menar). Det var mycket enklare och det sitter verkligen. Uppställning tycker jag är väldigt lätt. Huvudräkning har aldrig varit min starka sida. (Lisa)

Vår tolkning är att eleven hittat ett sätt för att kompensera för huvudräkning eftersom detta är svårt för henne. Hon har lärt sig algoritmen som då blir ett användbart redskap. Chinn och Ashcroft (2007) skriver att eleven behöver förstå algoritmen och inte bara kunna den mekaniskt. Först då ger den mening och utvecklar förståelsen för siffror och tal.

En annan elev berättar att han från början tyckte att det var roligt att ha matematik i skolan men att det efter några år blev allt svårare och tråkigare:

> När jag började skolan var det roligt för då fattade jag allt från grunden. I femman ungefär då tappade jag intresset för det jag tyckte det blev svårare och tråkigare för varje år som gick. Man behöver ju det så jag försökte tycka att det var mer intressant när jag började få betyg. (Pelle)

Han tror att det blev svårare i femman för att då bl.a. började de med multiplikation, division, bråk, algebra och ekvationer. Detta är områden i matematiken som han fortfarande upplever att han har svårt med idag. Vi tolkar detta att allteftersom matematiken blir mer abstrakt ökar ointresset hos eleven till att lära sig matematik. När han sedan skulle få betyg vände det och han förstod att han behövde matematiken för vidare studier. Kraven på godkänt betyg i matematik kan för vissa elever vara en bra morot (Sjöberg, 2006).

7.3.4 Faktorer som gett hinder eller möjligheter

Matematikämnet har varit svårt i skolan och det didaktiska stödet som eleverna fått har inte alltid upplevts som tillräckligt för dem för att gå vidare i sin egen kunskapsutveckling. Matematiken har alltid varit väldigt jobbig och jättesvår, berättar en elev. Svårast var det på låg- och mellanstadiet då hon upplevde att hon inte fick någon hjälp i skolan utan fick istället hjälp och stöd av sin mamma. Hon uttrycker oro för de elever som inte har tillgång till hjälp vare sig i skolan eller hemma:

> Jag tänker på de barnen som inte har det, föräldrar som kan hjälpa dem, då blir det väldigt svårt när man inte får den hjälpen hemma eller i skolan. (Lisa)

Eleven berättar vidare om den specialhjälp hon fått under låg och mellanstadiet. Hon skulle få specialhjälp i skolan av specialpedagog där man fokuserade på det som var svårt i matematiken. Hemma skulle hon sedan arbeta ikapp i matematikboken för att inte komma efter de andra eleverna i klassen. Men så blev det inte utan i skolan arbetade hon i matematikboken med stöd av specialpedagog och hemma stöttade mamma mycket med hjälp av konkret material som t.ex. centikuber och tallinje. Hon upplever att den hjälp hon fått med konkret material hemma har hjälpt henne mycket i matematikinlärningen men att den specialhjälp hon fick i skolan var dålig:

> Dom lyssnade inte på vad jag behövde hjälp med, det fanns lite material men inte centikuber och hjälpen var kass. Det finns ju så många olika saker. När jag var mindre så hade jag typ kuber. Det blev typ som en tallinje med tiotal och så. Det har jag använt mycket. Man ser det framför sig och kan komma ihåg bilden. Det är ju samma med tallinjen att man ser den framför sig med + ditåt och – ditåt. Man har den bilden. Just det här att se är mycket lättare. Se mycket lättare istället för at behöva lära sig saker utantill, då är det bättre att se det framför sig och tänka att just det så här är det. (Lisa)

Att arbeta med konkret material och bygga upp visuella bilder är positivt för elever är vår tolkning. Det skapar förståelse och en grundläggande taluppfattning. Malmer (1990) menar att eleven behöver ha tillgång till konkret material för få en bra uppfattning om tal och positionssystemet. Med hjälp av materialet kan eleven se talen och göra kopplingar mellan tal och innehåll.

En annan elev berättar att han fått extra hjälp i matematik sedan årskurs fem. Det var en lärare som hjälpte honom med uppgifter i matematikboken. Han hade inte tillgång till matematiska redskap men tror att han haft hjälp av det om det funnits tillgängligt. Han tycker att han lär sig matematik bäst genom tydliga genomgångar av lärare och många repetitioner av samma moment:

> Att man går in på detaljer vad man ska kunna liksom. Hur man räknar ut saker från grunderna och tar upp det lektion efter lektion. Fast det blir väldigt repeterande så får man med sig det efter ett tag och varje gång man repeterar så lär man sig efter hand tills man fattar det. Det är bara repetitionen som får det att fastna. (Pelle)

Repetition och att ge tid att befästa kunskapen är viktig för elever i behov av didaktiskt stöd. Malmer (1990) menar att om vi vill hjälpa eleverna att skaffa sig effektiva hjälpmedel och verktyg måste vi ge dem möjlighet att få övning i att använda dem, de måste få laborera och undersöka. Det är viktigt att lära sig sätt att lära.

En elev upplevde att lärarna var mer intresserade av eleverna under mellanstadiet än på högstadiet. Han tror att detta beror på att läraren hade färre elever att ta hand om och att läraren därför kunde fokusera mer på eleverna. Han upplevde att det var mer press i mellanstadiet än i högstadiet vilket han såg som positivt. Läraren hade mer koll på att eleven gjorde det som krävdes för att hänga med i undervisningen genom att t.ex. lämna in räknehäften för rättning till läraren varje vecka. Vår tolkning är att eleven inte upplever sig tillräckligt sedd i skolan. Att läraren satte krav på eleven gav honom bekräftelse vilket gav trygghet för eleven. Ljungblad (2016) menar att lärarens pedagogiska inställning och omtanke är ett pedagogiskt grundfundament. Det är av stor vikt att eleven har en bra relation med sin lärare för att lyckas i matematikämnet.

7.3.5 Självförtroende

Självförtroendet har påverkats på grund av svårigheter i matematik. Eleverna ha upplevt matematiken som svår och har fått kämpa under sin skoltid med att hänga med och förstå. En elev beskriver att hon haft dåligt självförtroende i alla ämnen men att hon upplevt matematiken som värst:

> Jag har känt mig dålig, sämre än alla andra. Så har det känts i andra ämnen också men matte har varit värst. (Lisa)

Lundberg och Sterner (2009) menar elever i matematiksvårigheter behöver stöd för att utvecklas och de behöver tidigt förstå att de är på god väg för att skapa tilltro till sin egen förmåga. Vår slutsats är att eleven inte fick tillräckligt med stöd och att det därför påverkade hennes självförtroende negativt. Eleven upplever idag, när hon går i nionde klass, att allt arbete hon har lagt ner ändå har gett resultat. Hon berättar att det gått framåt i matematiken och tror att det är en kombination av hjälp men också för att hon har kämpat och har satt upp mål för sig själv. Vissa områden inom matematiken är fortfarande svåra men jag tror att jag kommer klara de nationella proven i årskurs nio nu till våren. Hon säger:

> Man vill inte riktigt säga det men att jag klarar det nu är en kombination av hjälp och mig själv. Jag kämpar och har mål. Ibland har det känts som att jag aldrig kommer att klara matten men det ger resultat i slutändan och det får man inte glömma bort. Även om det känts jobbigt i stunden. (Lisa)

En elev berättar om sin erfarenhet av matematiklektionerna i skolan där han aldrig räcker upp handen i klassrummet för han vill inte visa att han inte förstår. Redan i lågstadiet upplevde han matematik som ett svårt ämne i skolan och dagdrömde sig bort under genomgångarna för att han inte förstod det som läraren gick igenom:

> I lågstadiet lyssnade jag inte, jag typ dagdrömde. Jag hörde inte vad läraren sa, typ…öh, jag sitter och tittar på uppgiften och har gett upp. Jag räcker inte upp handen. (Kalle)

Vår tolkning är att han tidigt i sin skolgång upplevde matematik som ett svårt ämne. Eftersom han inte ville visa att han inte kan och läraren inte uppmärksammade detta tillräckligt gav han upp och började dagdrömma sig bort istället. Elever med matematiksvårigheter känner sig ofta dumma och ger lätt upp (Adler, 2001).

En elev delar med sig av sina erfarenheter och berättar att han sedan årskurs 5 haft svårt med matematik i skolan och blivit retad av klasskamrater för att han fick extra hjälp i ämnet. Han har dock aldrig upplevt att det påverkat hans självförtroende, vilket var ett undantag:

> Nej det har jag inte känt. Det är bara att se glad ut och försöka sitt bästa. Jag har aldrig brytt mig om att jag är sämre och har inte lagt några tankar på det. Jag tycker inte det är skämmigt att få hjälp utan behöver man det så tar man det. När jag gick i femman retades folk för att man fick extra matte. Men jag sa att jag gick dit för att jag behöver det. (Pelle)

Att elevernas självförtroende påverkas på ett eller annat sätt i matematikundervisningen framkommer tydligt i vår studie. Detta stämmer med vår erfarenhet då vi ofta möter elever med lågt självförtroende just i matematik. Adler (2001) skriver att elevens självförtroende kan vara ett villkor för den matematiska utvecklingen. Didaktiskt stöd i matematik är viktigt från en tidig ålder för elever med matematiksvårigheter så att inte en negativ självbild utvecklas hos eleven. Kunskapsluckor och svaga förmågor i matematik kommer utvecklas till dåligt självförtroende (Chinn & Ashcroft, 2007).

8 Diskussion

Vi kommer först att diskutera vårt metodval, därefter diskuterar vi resultatet kopplat till tidigare forskning. Vi har valt att dela in resultatdiskussionen i tre olika avsnitt; redskap, matematikundervisning och självförtroende. Redskap i matematikundervisningen är det centrala i vår studie. Vi valde utöver de områdena att även diskutera kring självförtroende för det visade sig vara en så stor del av elevernas upplevelser. Vi avslutar diskussionsavsnittet med specialpedagogiska implikationer och förslag till vidare forskning.

8.1 Metodval

Antal elever i vårt urval kan diskuteras eftersom ett större antal hade gett ett bredare underlag. Vi anser dock att utifrån vårt underlag har vi kunnat besvara våra frågeställningar. För att få ta del av elevernas upplevelser var kvalitativt intervjuer ett bra metodval. Vi kunde på så sätt fördjupa oss i elevernas upplevelser. Intervjuerna gav oss bra material att arbeta med som på ett tillfredställande sätt kunde besvara vårt syfte. Syftet var att studera vad tillgången till matematiska redskap kan betyda för elever i matematiksvårigheter. Vi tror också att våra goda relationer med eleverna var av stor betydelse. Eleverna kände sig trygga och lugna i intervjusituationerna vilket gjorde att de delade med sig av sina erfarenheter och upplevelser. En del elever var fåordiga trots vår relation med dem. Detta tror vi kan hänga ihop med deras svårigheter och personlighet. Vi kunde dock se att eleverna i årskurs nio hade lättare för att reflektera och redogöra för sina tidigare erfarenheter och upplevelser.

Eleverna som deltog har olika svårigheter, befinner sig på olika kunskapsnivåer samt är i olika åldrar därför var det svårt att välja ut lämpliga uppgifter till lärsituationerna. Vi tror dock att detta inte påverkar resultatet i vår studie då elevernas svar inte var det väsentliga utan fokus låg på upplevelserna.

8.2 Redskap

Vår första frågeställning var att vi ville ta reda på hur eleverna beskriver sina upplevelser när de får tillgång till matematiska redskap. Studien visade att alla eleverna som deltog i studien upplevde sig säkrare och kände sig tryggare när de fick ha redskap, oavsett om de löste uppgifterna eller inte. Vid intervjuerna framkom att eleverna kände sig mer trygga vid lärsituation två jämfört med lärsituation ett. Det handlade inte om redskapen användes utan bara vetskap om att möjlighet till hjälp finns gjorde att tryggheten ökade. Detta kopplar vi till vad Groth (2007) skriver, om att om en människa inte tror att hon har förmågan att producera resultat så kommer hon inte heller att kunna uträtta något.

Vi såg att tallinjen användes vid uppgifterna med negativa tal och eleverna upplevde att redskapet var till hjälp. Malmer (1990) menar att tallinjen kan vara förvirrande eftersom den har sin utgångspunkt i origo. Detta var inget som vi såg i lärsituationerna och i intervjuerna framkom det att tallinjen var till hjälp.

En elev beskriver sina inre kartor som hon skapat med hjälp av mycket arbete med konkret material under hela sin skolgång. Hon berättar hur hon är hjälpt av dessa inre kartor i sin matematikinlärning. Adler (2001) skriver att pedagogiska och tekniska hjälpmedel som t.ex. tallinjen kan kompensera för svårigheter och fri tillgång till dessa hjälpmedel hjälper elever att kompensera för de kartor som finns lagrade i hjärnan. Kilhamn (2011) beskriver tallinjen som ett didaktiskt redskap för räknefärdigheter och ser den som en modell för matematiskt tänkande och resonemang. Detta bekräftade en elev när hon beskrev betydelsen av tallinjen när hon räknade med negativa tal. Även om hon inte hade tillgång till den kunde hon se den som en minnesbild. Hade hon inte tillgång till den skapade hon en egen tallinje med hjälp av två linjaler. Hon upplevde uppgifterna med negativa tal som ganska lätta. Vid båda lärsituationerna använde eleven sig av tallinjen. Vid det först som en minnesbild och vid det andra som ett fysiskt redskap. Adler (2001) menar att fri tillgång av pedagogiska hjälpmedel, som till exempel tallinjen, hjälper eleven att ersätta för de ”kartor” som oftast finns lagrade i hjärnan.

Alla elever ser miniräknare som ett självklart redskap i matematikundervisningen. Vi såg att de inte alltid behövde använda miniräknaren men de valde den ofta för att kontrollera och bekräfta sitt svar. Jess et al. (2011) menar att det skapar större möjligheter för elever i matematiksvårigheter att lära sig matematik om de får använda miniräknare. Detta uttryckte även eleverna, men deras upplevelse är att de sällan finns tillgängliga i matematikundervisningen och att om de finns får de inte användas. McIntosch (2008) skriver att lärarna borde uppmuntra eleverna att använda miniräknaren som ett nyttigt redskap. Lärarens roll är viktig i implementeringen och tillgängligheten av redskap i klassrummet. Ljungblad (2001) menar att för att elever som upplever matematiken som ett svårt ämne ska få möjlighet att delta i klassens uppgifter och i det matematiska samtalet i klassrummet, kan undervisningen anpassas genom tillgång av matematiska artefakter i klassrummet.

Lathund i multiplikation användes inte så ofta som vi hade trott. Eleverna valde miniräknare framför denna. Lathunden i area och omkrets använde i stort sett av alla elever.
Säljö (2014) menar att redskap är en viktig del av vår vardag och att vi lever i en värld fylld av mänskligt skapande artefakter. Tänkandet finns inte i redskapen, de finns inte heller enbart i användarens huvud utan det måste till ett samspel mellan individ och redskap för att hantera olika situationer. Även Strandberg (2006) menar att lärandet sker i två steg, först en yttre aktivitet och sedan en inre. Finns ingen yttre så kan inte heller en inre aktivitet existera. Detta tolkar vi som att även om elever använder sig av redskap och olika hjälpmedel i matematiken måste det ändå till en tankeprocess.

Begreppet ”fusk” är en intressant benämning som vi kommit i kontakt med i denna studie. I vårt arbete hör vi elever benämna matematiska redskap som fusk eller ”fuskelappar”. Under arbetets gång har vi kommit i kontakt med läromedel som använder begreppet ”fusktabeller” vid multiplikationsträning. Detta kan kanske vara en förklaring till varifrån begreppet fusk kommer. Samtidigt har vi även kommit i kontakt med läromedel som har multiplikationslathunden lättillgänglig, längst bak i matematikboken. Olika läromedel verkar således se väldigt olika på det, vilket tyder på att matematikämnets kultur inte är enhetlig.

Det är stor skillnad i acceptans i användandet av redskap i vardagen och skolan. Resnick (1987) skriver att det finns en klyfta mellan elevers matematiska problemlösning jämfört med den de möter i vardagen. I skolan handlar det mest om individuellt tänkande och i vardagslivet löser man sällan problem på egen hand. I vardagslivet utnyttjar vi ofta de redskap och hjälpmedel som finns tillgängliga. Att få tillgång till redskap leder till framgångsrika lösningar på matematiska problem (Resnick, 1987). Eleverna vi idag möter i skolan har vuxit upp med en teknik som vi som arbetar i skolan kanske inte är riktigt trygga med. För eleverna är det idag en självklarhet att ta till tekniska hjälpmedel som t.ex. mobiltelefon när de behöver ta reda på något eller för att genomföra räkneoperationer. I vardagen är detta helt accepterat men då vi befinner oss i skolan kan det ses som fusk och kunskap som i vardagen är tillåtet att ta reda på med hjälp av redskap är det i skolan ett behov av att kunna utantill. Woodward och Montague (2002) menar att vi går in i en tid av ett växande utbud av tekniska apparater och verktyg. De menar att en stor mängd datorverktyg alltmer används för att utföra matematiska beräkningar. Detta menar också Emanuelsson (2001) som anser att de färdigheter som tidigare ingått i matematikämnet inte längre är nödvändigt, extraräknandet med hjälp av papper och penna har inte samma funktion och betydelse i vårt snabbt tekniskt växande samhälle. Hur ska vi motivera och försvara en matematikundervisning för de elever som växer upp i ett samhälle med konstant teknisk utveckling? Matematikämnet kommer nog förändras men hur den kommer att se ut är självklart svårt att förutse. Woodward och Montaque (2002) befarar att de tekniska snabba framstegen kommer att vara ett växande problem för elever i svårigheter. De menar att elever i svårigheter inte tar till sig den nya tekniken lika snabbt som andra elever. Vilket kommer skapa större problem för de elever som vi möter med behov av didaktiskt stöd i matematik. Redskap kan vara ett hjälpmedel för att överbrygga de klyftor som redan finns och därmed kommer att bli större för dessa elever i behov. Om detta stämmer är ju det än mer befogat att dessa elever verkligen får träna på att använda redskap.

En elev ansåg att man alltid kunde få hjälp av miniräknaren men inte när man arbetade med procenträkning. Detta visar att du måste förstå de matematiska räkneoperationerna för att få hjälp av miniräknaren. Vet du inte vilket räknesätt som ska användas eller förstår att procent är en del av det hela så hjälper inte redskapen. Det måste vara en av lärarens uppgifter, att se till att eleven har tagit till sig tillräckliga kunskaper om hur miniräknaren kan användas samt att eleven har tillräcklig förståelse för vad som ska beräknas. McIntosch (2008) menar att miniräknaren kan behöva speciell uppmärksamhet. Eleverna kan t.ex. behöva hjälp med att skilja mellan decimaltecknet och multiplikationstecknet, de kan också behöva få bekanta sig med att miniräknaren tar bort nollor i slutet av decimaluttryck, trycker man in 6,50 visar de flesta miniräknare 6,5 (McIntosh, 2008). Det är också viktigt att eleven får en känsla för om resultatet på miniräknaren är rimligt (Jess, Skott & Hansen, 2011). Författarna menar också att elever i matematiksvårigheter får större möjlighet att lyckas om de har tillgång till miniräknare.

Vi har i denna studie inte kunnat se mönster kopplade till elevernas olika svårigheter eller diagnoser. Vi såg till exempel inga likheter i hur eleverna med dyslexi löste uppgifterna eller tog hjälp av redskap. Lunde (2011) menar att det är svårt att peka ut en specifik svårighet som leder till att en elev har svårt i matematik. Det är många faktorer som påverkar och man kan inte peka ut en enskild förmåga som brister.

8.3 Matematikundervisning

Som svar på vår andra frågeställning, hur eleverna upplever tillgängligheten av redskap i sin ordinarie matematikundervisning, såg vi tydligt att elevernas gemensamma syn är att redskap inte finns tillgängliga i klassrummen. Lunde (2011) menar att elever som har behov av didaktiskt stöd oftast tillbringar mest tid inom klassens ram. Den ordinarie matematikundervisningen måste därför samspela med specialundervisningen med flexibla och individuella strategier för eleven. Detta styrker behovet av tillgänglighet av redskap i matematikundervisningen för elever i matematiksvårigheter. Landers (2015) intervjuade sex olika speciallärare som delade uppfattningen av betydelsen av redskap i matematikundervisningen. Detta för att matematiken blir mer abstrakt ju längre upp i skolåldern som eleven kommer. Det är därför viktigt att eleven får ett yttre stöd som redskap för att utveckla den inre matematiska förståelsen.

En slutsats som vi kan dra utifrån vår studie är att alla elever som deltog känner en säkerhet och trygghet då de får tillgång till redskap. Den upplevelsen är oberoende resultat på uppgifter de löser. Även att speciallärare finns med då eleverna arbetar upplevs som en trygghet. En elev beskriver hur han lärde sig hur han skulle tänka genom att använda redskap. Att använda sig av redskap ledde till en kunskapsutveckling hos eleven. Wyndham (2002) menar att det är av stor vikt att eleven får tillgång till olika representationsformer som modeller eller laborativt material för att utvecklas och lära sig. Detta är något som gynnar alla elever oavsett matematiksvårigheter eller inte, ansåg de deltagande i vår studie. De upplevde att alla hade gynnats och fått hjälp om det fanns tillgång till matematiska redskap i matematikundervisningen.

Att svårigheter i matematik accelererade alltefter årskurserna ökade är något som eleverna upplevde i vår studie. Det blev svårare och svårare i matematik för varje år som gick. Det beskrivs också hur intresset för matematik succesivt minskade. En elev berättade hur han tyckte att det framförallt blev svårt i matematik efter årskurs 5. Vår tanke kring detta är att i årskurs fyra-fem presenteras många nya områden i matematikämnet, t.ex. bråk och negativa tal, vilket stämmer väl överens med vad elever berättade. Matematiken går från ett mer konkret till ett mer abstrakt tänkande vilket vi tror är anledningen till att många elever i dessa årskurser får en annan inställning till matematik som skolämne. Det stämmer med vad Chinn och Aschcroft (2007) skriver. De menar att om en elev har svårigheter i matematik med att befästa räknefärdigheter så sker utvecklingen i olika steg. Svårigheterna kommer att växa och förvärra elevens misslyckanden och kommer att utvecklas till dåligt självförtroende och till slut en ovilja att engagera sig i sitt lärande. Författarna misstänker att detta inträffar runt 11 års ålder. Många elever tappar intresset och ger upp vid övergången från låg till mellanstadiet. Detta stämmer väl med en elevs beskrivning av sin matematikutveckling; ”Öh, jag sitter och tittar på uppgiften och har gett upp. Jag räcker inte upp handen”.

Jess et al. (2011) skriver att det just är algoritmer som ofta utgör ett hinder för elever i matematiksvårigheter. Ett av problemen för eleverna är att komma ihåg alla steg som algoritmräkning innebär och då är ju all tid som lagts ner på algoritmräknande bortkastad. Chinn och Ashcroft (2007) beskriver att det kan bli svårt med algoritmräkning för att när vi skriver går vi från vänster till höger men vid algoritmräkning börjar vi från höger och går mot vänster. Detta kan göra att eleverna blir osäkra. Detta bekräftas av elever som deltog i studien som fortfarande hade svårt att komma ihåg alla steg i algoritmräknande. En elev med dyslexidiagnos uttrycker motsatsen till detta. Hon beskriver att hon alltid upplevt huvudräkning som svårt men att det alltid varit enkelt att ställa upp i algoritmer. Vad var det som gjorde att denna elev inte upplevde några svårigheter med algoritmräkning? Beror det på att matematiksvårigheterna inte är hennes primära svårigheter, utan det är sekundärt? Hon berättar vidare att hon hade svårt att ta till sig att räkna med flera led vilket hon upplevde att hon inte förstod. Hon valde därför stående algoritm och har använt den i matematikuträkningar med mindre eller större tal. I många läromedel presenteras många metoder men hon valde en metod och genom repetition blev metoden befäst.

I intervjuerna kunde vi se att elever upplevde att det stöd som de fått i matematik främst hade handlat om hjälp att gå vidare i matematikboken. De fick stöd i att komma vidare i matematikboken så att de låg i fas med sina klasskamrater. Adler (2001) säger att elever i matematiksvårigheter ofta upplever att de ligger steget efter och att detta sänker lusten för dessa elever. De hinner ofta inte fram till de uppgifter som är av mer problemlösande karaktär trots att de egentligen besitter förmågan att lösa dem. Didaktiskt stöd med hjälp av redskap kan underlätta för elever i matematiksvårigheter. Istället för att befästa huvudräkning och multiplikationstabellerna kan dessa elever gå vidare och med hjälp av redskap lösa matematiska problem. Detta menar också Hattie och Yates (2014) som drar slutsatsen att elever som har svårigheter i matematik visar en bristande förmåga att lära sig talfakta med automatik. Att få hjälp av redskap i grundläggande talfakta tror vi kan stärka deras tilltro till att de kan och öka lusten till matematik utan att känna att man ligger efter och inte räknar lika snabbt som sina klasskamrater. En elev uttryckte att tidsbrist leder till att matematiken känns svår. Han upplevde att undervisningen oftast går för fort fram och att tids inte ges till att upprepa och befästa.

8.4 Självförtroende

Vår tredje frågeställning var att ta reda på hur eleverna upplever det att vara i behov av särskilt didaktiskt stöd i matematik. I intervjuerna framkom att elever upplevt matematikämnet som det svåraste ämnet i skolan och att det ämnet varit jobbigt och svårt under många år. Elever berättade att de känt sig sämre än alla andra och i vissa fall har de även gett upp, de har t.ex. slutat att räcka upp handen för att inte riskera att svara fel och på så sätt blotta sin okunnighet. Groth (2007) skriver att om en människa inte tror sig kunna ha förmågan att producera resultat kommer hon inte heller att kunna göra det. Människans grad av motivation baseras till stor del på tron man har på sig själv, vilket i sin tur påverkar motivation och handlingskraft. Elevens föreställning om sin förmåga i matematik har större påverkan i kunskapsutvecklingen än de kognitiva faktorerna, skriver Adler (2001). Kan det vara så att självförtroendet har så stor betydelse? Stämmer detta är det än mer angeläget att vi i skolan arbetar för att stärka upp elevernas självförtroende genom att förebygga svårigheter. Detta skriver också Malmer (1990) om och hon menar att det är viktigt att tidigt diagnostisera och observera brister. Tyvärr upptäcks brister och svårigheter ofta alldeles för sent och självförtroendet har då redan fått sig en törn. Detta stämmer med vad vi såg i våra intervjuer där en del av eleverna berättade att de hade upplevt matematiken som svår under många år.

För att stärka självförtroendet är även valet av uppgifter viktiga. Elever i svårigheter behöver få känna att de kan och de behöver uppleva uppgifterna som intressanta. De måste känna tillit till sin förmåga och få känna att de duger. Vygotskij menar att det är viktigt att uppmärksamma elevens utvecklingszon, det vill säga avståndet mellan det som eleven kan utföra själv och det som eleven kan utföra med stöd (Ahlberg, 2013). Detta styrker vikten av att ge eleven matematikuppgifter som är relevanta och ligger inom den proximala utvecklingszonen för att eleven ska kunna utvecklas och känna att de lyckas.

Det är också viktigt med snabb återkoppling till eleverna. I en av intervjuerna framkom att eleven upplevde att lärarna var mer intresserade av eleverna på mellanstadiet än på högstadiet. Eleven upplevde att lärarna fokuserade mer på eleverna under de tidiga åren i skolan. Lundahl (2011) skriver att svagpresterande elever har behov av omedelbar feedback. De behöver mer än en kommentar om vad som är rätt och fel. Får de inte direkt feedback är risken stor att en negativ självbild förstärks. Eleven berättar om feedbacken han fick genom att läraren regelbundet rättade hans räknehäfte. Elever behöver goda möten med vuxna som bryr sig skriver Lundberg och Sterner (2009).

En elev berättade om hur hon kämpat med matematiken under alla sina skolår. Idag går hon i årskurs 9 och upplever att det idoga arbetet har gett resultat. Hon berättar om hur det ibland har känts som att hon inte kommer klara av matematiken men hon har ändå kämpat och varit målinriktad. Blackwell et al. (2007) talar om hur olika mindset påverkar skolresultaten. Elever med statiskt mindset nedvärderar sina egna förmågor och uttrycker att de är dåliga i matematik. De med dynamiskt mindset samlar sina förmågor och när de möter svårigheter så kämpar de på och går vidare. Är detta en elev med dynamiskt mindset? Hur stor påverkan har det i så fall haft på hennes matematikinlärning?

8.5 Studiens bidrag till specialpedagogisk verksamhet

Denna studie skulle kunna vara ett bidrag i samarbetet mellan matematiklärare och speciallärare. Den forskning vi har redovisat och det resultat intervjuerna gett ger reflektioner och tankar som varje lärare som undervisar i matematik, oavsett årskurs, skulle vara hjälpt av. Det är lika viktigt med redskap för äldre som yngre elever, vilket väl framkom i intervjuerna.

Vi menar, i enlighet med Säljö (2014), att om förståelsen av lärande begränsas till enbart det som sker inom individen så förlorar vi samspelet med artefakter och samspelet med andra människor, det vill säga vi förlorar de resurser som utvecklingen gett till vårt förfogande. Vi tror på vikten av att regelbundet och ofta använda redskap i matematikundervisningen. Det är viktigt att eleverna får mentala bilder. Vi tror att det underlättar mycket för eleverna om de fritt kan röra sig fram och tillbaka på tallinjen för att få en god taluppfattning och en förståelse för tals värde och storlek. Vi anser att det är dumt att inte använda de redskap som finns att tillgå.

8.6 Förslag till vidare forskning

Vi hade gärna sett vidare forskning kring lärares syn på redskap i matematikundervisningen. I vår studie har vi fokuserat på elevernas upplevelser. När vi tagit del av elevernas berättelser får vi en känsla av att deras bild av redskap i matematikundervisningen inte överens stämmer med lärarnas. Detta skulle vara ett intressant område att forska vidare inom.

I några av intervjuerna kunde vi se att eleverna hade mycket att berätta om sina upplevelser av matematikundervisningen under sin skolgång. Vi hade inte utrymme till att fördjupa oss i denna frågeställning i denna studie. Det väckte dock tankar och frågor som skulle vara intressanta att fördjupa sig inom. Vi vet nu att det inom matematiksvårigheter finns förhållandevis lite forskning, därför skulle forskning inom detta område vara välkommet.

Referenslista

Adler, B. (2001). *Vad är dyskalkyli?* Höllviken: Nationella Utbildningsförlaget Sverige.

Ahlberg, A. (2001). *Lärande och delaktighet*. Lund: Studentlitteratur.

Ahlberg, A. (2013). *Specialpedagogik i ideologi, teori och praktik- att bygga broar.* Stockholm: Liber.

Blackwell, L.S, Trzesniewski, K.H., & Dweck, C.S. (2007). Implicit Theories of Intelligence Predict Achievement Across an Adolescent Transition: A Longitudinal Study and an Intervention. *Child Development, 78,* 246 – 263.

Boaler, J. (1998). Open and Closed Mathematics: Student Experiences and Understandings. *Journal for Research in Mathematics Education, 29,* 41–62.

Boaler, J. (2011). Elefanten i klasrummet- att hjälpa elever till ett lustfyllt lärande i matematik. Stockholm: Liber AB.

Bruner, J. S. (1973). *Beyond the information given, Studies in the Psychology of Knowing.* Toronto: George J. McLeod Limited

Bryman, A. (2011). *Samhällsvetenskapliga metoder* (2:a uppl.). Stockholm: Liber.

Butterworth, B., & Yeo, D. (2004). *Dyscalculia guidance: helping pupils with specific difficulities in maths.* London: nferNelson.

Chinn, S., & Ashcroft, R. (2007). *Mathematics for dyslexics – including Dyscalculia.* Cornwall: John Wiley & sons, Ltd.

Dysthe, O. (2003). *Dialog, samspel och lärande.* Lund: Studentlitteratur.

Emanuelsson, G. (2001). *Svårt att lära – lätt att undervisa? Om kompetensutvecklingsinsatser för lärare i matematik 1965-2000.* Göteborg: Göteborgsuniversitet NCM.

Groth, D. (2007). *Uppfattningar om specialpedagogiska insatser – aspekter ur elevers och speciallärares perspektiv.* Luleå: Luleås tekniska universitet, institutionen för utbildningsvetenskap, 2007:02

Hattie, J., & Yates, G. (2014). *Hur vi lär Synligt lärande och vetenskapen om våra lärprocesser.* Stockholm: Natur & Kultur.

Hellerstedt, L. (2016, oktober). Måste det vara så svårt? *Specialpedagogik, oktober,* 28-30.

Holmberg, B. (2011). *Analysera mera i geometri.* Nämnaren, 4. Tillgänglig: http://ncm.gu.se/pdf/namnaren/1015_11_4.pdf

Imsen, G. (2006). *Elevens värld. Introduktion i pedagogisk psykologi.* Lund: Studentlitteratur.

Jess, K., Skott, J. & Hansen, H C. (2011). *Matematik för lärare, my Elever med särskilda behov.* Malmö: Gleerups Utbildning AB.

Jess, K. Skott, J., Hansen, H C., & Lundin, S. (2015). *Matematik för lärare, my Didaktik.* Malmö: Gleerups Utbildning AB.

Kaufmann, L. (2008). Dyscalculia: neuroscience and education, *Educational Research*, *50,* (2), 163-175

Kilhamn, C. (2011). *Making Sense of Negative Number.* (Doktorsavhandling, Göteborg Institutionen för pedagogik och didaktik, 304). Göteborg: Göteborgs universitet. Tillgänglig: http://hdl.handle.net/2077/24151

Kvale, S., & Brinkman, S. (2014). *Den kvalitativa forskningsintervjun.* Lund: Studentlitteratur.

Landers, L. (2015). *Framgångsfaktorer för elevers lärande i matematik En kvalitativ studie om speciallärares uppfattningar om matematiksvårigheter och elevers lärande i matematik.* (masteruppsats). Linköping: Institutionen för beteendevetenskap och lärande, Linköpingsuniversitet. Tillgänglig: http://www.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2%3A1070943&dswid=-8154

Ljungblad, A.L. (2001). *Matematisk Medvetenhet.* Varberg: Argument förlag AB.

Ljungblad, A-L. (2016). *Takt och hållning - en relationell studie om det oberäkneliga i matematikundervisningen*. (Doktorsavhandling, Göteborg Institutionen för pedagogik och specialpedagogik, 381). Göteborg: Göteborgs universitet. Tillgänglig: http://hdl.handle.net/2077/41112

Lundahl, C. (2011). *Bedömning för lärande.* Finland: Nordstedts Förlagsgrupp AB.

Lunde, O. (2011). *När siffrorna skapar kaos*. Liber: Stockholm.

Lundberg, I., & Sterner, G. (2009). *Dyskalkyli - finns det?: aktuell forskning om svårigheter att förstå och använda tal.* Göteborg: Nationellt centrum för matematikutbildning, Göteborgs universitet.

Lundberg, I., & Sterner, G. (2006). *Räknesvårigheter och lässvårigheter under de första skolåren – hur hänger de ihop?* Stockholm: Natur & Kultur.

Löwing, M. (2004). *Matematikundervisningens konkreta gestaltning. En studie av kommunikationen lärare-elev och matematiklektionens didaktiska ramar*. (Doktorsavhandling, Göteborg Institutionen för pedagogik och didaktik, 208). Göteborg: Göteborgs universitet. Från: http://hdl.handle.net/2077/16143

Magne, O. (1999). *Den nya specialpedagogiken i matematik. En utmaning i läroplanstänkande.* Malmö: Malmö högskola.

Malmer, G. (1990). *Kreativ matematik.* Solna: Ekelunds Förlag AB.

Malmer, G. (1996). Matematiksvårigheter och dyslexi – ett försummat samband. *Nämnaren, nr 4.* 32-37.

Marton, F., & Booth, S. (2000). *Om lärande.* Lund: Studentlitteratur.

Maslow, A. H. (1943). A theory of human motivation. *Pshychological Rewiew, 50*(4), 370-396.

McIntosh, A. (2008). *Förstå och använda tal – en handbok.* Göteborg: Göteborgs universitet NCM.

Nilsson, G. (2005). *Att äga pi. Praxisnära studier av lärarstudenters arbete med geometrilaborationer.* (Doktorsavhandling, Göteborg Institutionen för pedagogik och didaktik, 228). Göteborg: Göteborgs universitet. Tillgänglig: http://hdl.handle.net/2077/16515

Noel, M-P. (2005). Finger gnosia: a predicor of numerical abilities in children?, *Child Neuropsychology, 11,* (5), 413-430.

Reisbeck, E. (2008). *På tal om matematik. Matematiken, vardagen och den matematikdidaktiska diskursen.* (Doktorsavhandling, Linköping Institutionen för beteendevetenskap och lärande, 129). Linköping: Linköpings universitet. Tillgänglig: urn:nbn:se:liu:diva-11337

Resnick, L. (1987). Learning in School and Out. *Educational Researcher, 16*, (9) 13-20.

Rönnerman, K. (2012). *Aktionsforskning I praktiken – förskola och skola på vetenskaplig grund.* Lund: Studentlitteratur.

Sjöberg, G. (2006). *Om det inte är dyskalkyli-vad är det då? En multimetodstudie av eleven i matematikproblem ur ett longitudinellt perspektiv.* (Doktorsavhandling, Institutionen för matematik, teknik och naturvetenskap, 7). Umeå: Umeå universitet. Tillgänglig: http://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:144488/FULLTEXT01.pdf

Skolverket. (2011). *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011.* Hämtad 2017-04-02 från: http://www.skolverket.se

Skolverket. (2016). *Enheten för förskole- grundskolestatistik.* Hämtad 2017-03-24, från https://www.skolverket.se/om-skolverket/publikationer/visa-enskild-publikation

Skolverket. (2003). Lusten att lära - med fokus på matematik 2003. Hämtad 2017-04-22 från: http://www.mah.se/pages/45519/lustattlara.pdf

Skott, J., Jess, K., Hansen, H C. & Lundin, S. (2015). *Matematik för lärare, delta Didaktik.* Malmö: Gleerups Utbildning AB.

Stigler, J. W., & Hiebert J. (2009). *The Teaching Gap: Best Ideas from the World's Teachers for Improving Education in the Classroom.* New York: A Division of Simon and Schusters Inc.

Strandberg, L. (2006). *Vygotskij i praktiken Bland plugghästar och fusklappar.* Stockholm: Nordstedts Akademiska Förlag.

Stukát, S. (2014). *Att skriva examensarbete inom utbildningsvetenskap.* Lund: Studentlitteratur.

Säljö, R. (2014). *Lärande i praktiken: ett sociokulturellt perspektiv.* Lund: Studentlitteratur.

Sällström, P. (1991). *Tecken att tänka med: om symbolisknotation inom musik, dans, kartografi, matematik, fysik, kemi, teknologi, arkitektur, färglära och bildkonst*. Stockholm: Carlssons Bokförlag.

Vetenskapsrådet. (2007). *Dyslexi – en kunskapsöversikt.* Hämtad från https://publikationer.vr.se/produkt/dyslexi-en-kunskapsoversikt/

Wright, M. V., (2002). Det relationella perspektivets utmaning. I Skolverket, *Att arbeta med särskilt stöd. Några perspektiv.* Stockholm: Liber Distribution.

Woodward, J., & Montague, M. (2002) Meeting the Challenge of Mathematics Reform for Students with LD. *The Journal of Special Education, 36*, (2), 89-101.

Vygotskij L.S. (1934). *Tänkande och språk*. Göteborg: Bokförslaget Daidalos AB.

Wyndhamn, J. (2002). Att lära med och av ett datorprogram. En explorativ studie. I R. Säljö & J. Linderoth (Red.). *Utm@ningar och e-frestelser. It och skolans lärkulturer,* (97–118). Stockholm: Prisma.

- # Bilagor

Bilaga 1 Matematiska problem

Lärsituation 1

1. En termometer visar -10°C. Vad visar den om temperaturen

a) stiger 7°C Svar:________________________

b) sjunker 3°C Svar:________________________

2. Räkna ut:

(-6) -12 Svar:_______________________

3. Rita en ring runt det största talet.

$\frac{4}{9}$ $\frac{4}{7}$ $\frac{4}{5}$

4. Ringa in alla tal som är faktorer i talet 24, d.v.s. som 24 är jämnt delbart med:

0 1 2 4 5 6 7 8 12 21 24 28 48

5. Ställ upp och räkna ut

a) 849 – 127

b) 648 + 234

c) $\frac{963}{3}$

6. Hur lång är sidan i en kvadrat som har arean $36cm^2$

Lärsituation 2

1. En termometer visar -10°C. Vad visar den om temperaturen

a) stiger 5°C   Svar:________________________

b) sjunker 4°C   Svar:________________________

2. Räkna ut:

(-5) -11   Svar:_______________________

3. Rita en ring runt det största talet.

$\frac{3}{9}$ $\frac{3}{7}$ $\frac{3}{5}$

4. Ringa in alla tal som är faktorer i talet 28, d.v.s. som 28 är jämnt delbart med:

0 1 2 4 5 6 7 8 14 21 24 28 56

5. Ställ upp och räkna ut:

a) 635 – 213

b) 853 + 141

c) $\frac{684}{2}$

6. Hur lång är sidan i en kvadrat som har arean 49 cm^2?

Bilaga 2 Redskap

Uppgift 1:	*Tallinje med positiva och negativa tal, -50 till +50* *Linjal*
Uppgift 2:	*Tallinje*
Uppgift 3:	*Bråkplank* *Miniräknare*
Uppgift 4:	*Multiplikationslathund*
Uppgift 5:	*Multiplikationslathund* *Miniräknare* *Tallinje*
Uppgift 6:	*Multiplikationslathund* *Tankekarta area och omkrets* *Miniräknare*

Bilaga 3 Multiplikationslathund

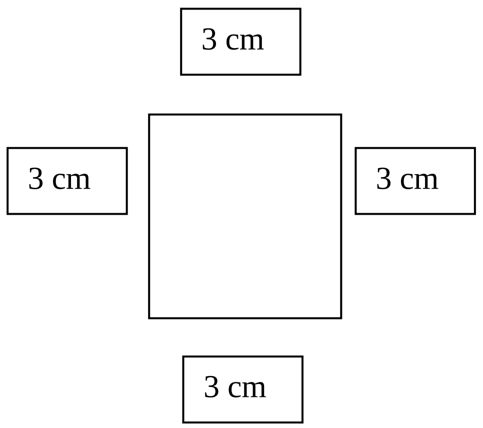
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132
12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144

Bilaga 4 Bråkplank

$\frac{1}{1}$											
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$										
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$									
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$								
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$							
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$						
$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$					
$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$				
$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$			
$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$		
$\frac{1}{11}$	$\frac{1}{11}$	$\frac{1}{11}$	$\frac{1}{11}$	$\frac{1}{11}$	$\frac{1}{11}$	$\frac{1}{11}$	$\frac{1}{11}$	$\frac{1}{11}$	$\frac{1}{11}$	$\frac{1}{11}$	
$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$

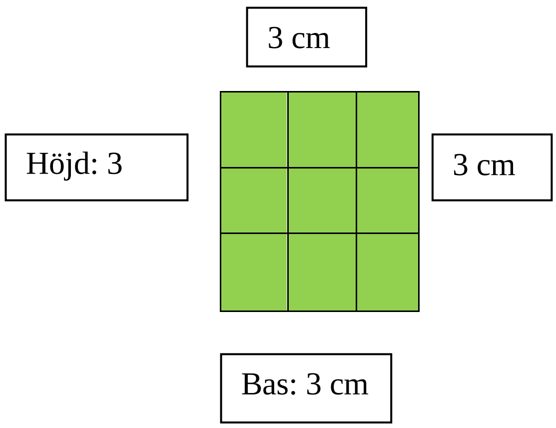
Bilaga 5 Tankekarta-Area och omkrets

Omkrets: ***summan*** av alla sidor runt omkring figuren



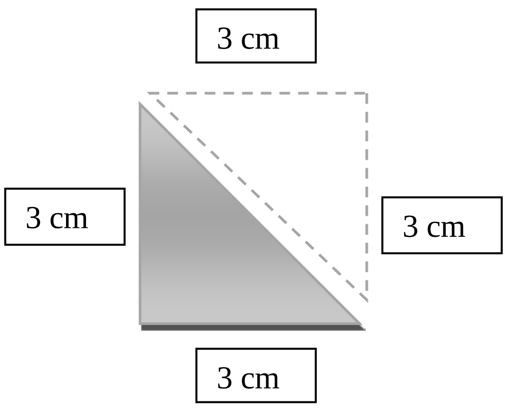
3+3+3+3= 12 cm

Area: Basen ***multiplicerat*** med höjden ger ytans storlek inuti figuren



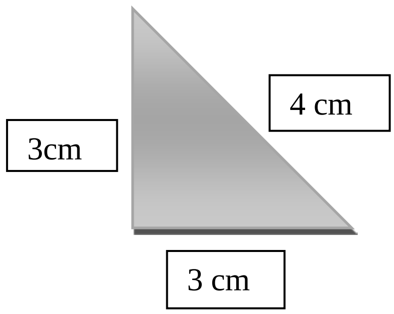
$3 \times 3 = 9$ cm²

Eftersom triangelns area är hälften av kvadratens area så dividerar du



$\frac{3 \times 3}{2} = 4{,}5$ cm²

Omkretsen på triangeln får du genom att addera alla sidor
3+3+4=10 cm



Bilaga 6
Intervjuguide

1. Hur upplevde du de två olika tillfällena?
2. Använde du dig av dessa redskap? Vilka?
3. Om du använde redskap, var de till hjälp?
4. Saknade du något redskap?
5. Var uppgifterna lätta? Svåra? Vilka? (Ringa in)
6. Tycker du att det är bra med redskap i matematiken? Varför? Varför inte?
7. Brukar du använda redskap i matematiken?
8. Finns de tillgängliga?
9. Kan du berätta om hur du upplevt matematiken under de åren som du gått i skolan?