



GÖTEBORGS
UNIVERSITET

Att ställa frågor vid problemlösning

Bedömning för lärande i matematik

Johan Cederbom
Ämneslärarprogrammet med
inriktning mot gymnasiet (Ma/Id)



Uppsats/Examensarbete: 15 hp
Kurs: LGMA1A
Nivå: Avancerad nivå
Termin/år: VT/2017
Handledare: Johanna Pejlaré
Examinator: Laura Fainsilber
Kod: VT17-3001-002-LGMA1A

Nyckelord: Problemlösning, matematiska problem, bedömning, undervisning, formativ bedömning, matematik

Abstrakt

Denna undersökning syftar till att ta reda på hur gymnasielärare använder problemlösning i sin undervisning och hur de bedömer elevernas kunskaper i problemlösning i ämnet matematik. I denna undersökning har det sociokulturella perspektivet varit den teoretiska utgångspunkten. För att kunna uppnå syftet med denna undersökning har fem kvalitativa intervjuer gjorts med gymnasielärare i Västsverige. Analysen av intervjuerna delades in i sex kategorier om både problemlösning och bedömning. Lärarna poängterar att det är viktigt att ha grundkunskaper inom matematik för att kunna lösa problem och resultatet lyfter fram att formativ bedömning är effektivt för elevernas utveckling av problemlösningsförmågan. Problemlösning i undervisning kräver en god planering och att ge formativ bedömning till eleverna är tidskrävande. Det händer även att lärare möts av motstånd till formativ bedömning då elever gärna vill ha en summativ bedömning på sina arbeten.

Förord

Jag vill tacka de lärare som ställde upp på intervjuer och gjorde min undersökning möjlig. Ett stort tack till min handledare Johanna för stöttning och vägledning under de tio veckorna. Jag vill även tacka Pernilla för korrekturläsningen.

Tack!

”En negativ person ser problem på lösningar, en positiv person ser lösningar på problemen” (Johan, 2017)

Innehållsförteckning

1 Inledning	1
2 Syfte	2
3 Bakgrund	3
3.1 Vad är problemlösning?	3
3.1.1 Problemlösningsförmågan	4
3.1.2 Problemlösning i skolan	7
3.2 Bedömning inom matematik	8
3.2.1 Bedömning inom skolan.....	8
3.2.2 Vad ska läraren bedöma?.....	10
4 Sociokulturellt perspektiv	11
4.1 Lärande i ett socialt sammanhang	11
4.2 Språket och kommunikationen som verktyg för lärande	12
4.3 Utveckling, lärande och den proximala utvecklingszonen.....	12
5 Metod	14
5.1 Kvalitativ intervju	14
5.1.1 Semistrukturerad intervju	14
5.1.2 Transkription	14
5.1.3 Analys.....	14
5.2 Urval.....	15
5.3 Genomförande.....	15
5.4 Forskningsetiska principer	15
5.5 Validitet och reliabilitet.....	16
6 Resultat	17
6.1 Presentation av de intervjuade.....	17
6.2 Lärarnas syn på problemlösning och problemlösningsförmågan.....	17
6.3 Hur lärarna väljer ett problem och hur de använder problemlösning i sin undervisning. 18	
6.4 Bedömning inom problemlösning	19
6.5 Bedömningar kopplade till centralt innehåll och kunskapskrav	21
6.6 Svårigheter/möjligheter med de olika bedömningsmetoderna.....	22
6.7 Lärarnas egna problemuppgifter	23
7 Diskussion	26
7.1 Resultatdiskussion.....	26

7.1.1 Vad är matematisk problemlösning?	26
7.1.2 Vad anser lärare att problemlösning inom matematik är?	26
7.1.3 Hur undervisar lärare problemlösning inom matematik?	27
7.1.4 Hur bedömer lärare elevernas kunskaper i problemlösning inom matematik?	29
7.2 Metoddiskussion.....	31
7.3 Didaktiska konsekvenser	31
7.4 Fortsatt forskning	32
Referenslista.....	33
Bilaga 1 - Intervjuguide	35
Bilaga 2 - Markus och Lars problemuppgift	36
Bilaga 3 – Toms problemlösningssuppgift.....	37
Bilaga 4 – Gustavs problemuppgift	38
Bilaga 5 – Alberts problemuppgift	39

1 Inledning

Inom matematik ska eleverna få chansen att utveckla sin problemlösningsförmåga och problemlösning ska ha en central roll i undervisningen (Taflin, 2007). Detta kan ske genom att låta eleverna lösa matematiska problem i grupp under lektionstid. De problem som eleverna ska lösa bör anpassas så att alla elever kan lösa problemen oavsett deras tidigare erfarenheter och kunskaper. Eleverna kan även göra olika problem. När eleverna ska lösa ett problem behöver de bland annat resonera och utföra procedurer, vilket även är två andra förmågor eleverna ska utveckla (Skolverket, 2017A).

I skolan samlar lärarna in information om elevernas kunskaper och prestationer, detta för att kunna göra bedömningar av elevernas kunskaper och prestationer. Lärarna ska värdera allt ifrån en aktivitet i klassrummet till nationella prov (Skolverket, 2017B). Lärarna ska göra två typer av bedömningar, summativ bedömning och formativ bedömning. Vid den summativa bedömningen, även kallad bedömning av lärande, värderas elevernas kunskaper och prestationer för att sedan betygsättas efter de kunskapskrav som finns. Vid formativ bedömning, även kallad bedömning för lärande, är syftet att lärarna ska ge eleverna återkoppling hur de ska göra för att ta nästa steg i sin utveckling. Den formativa bedömningen är till för att ge eleverna en förståelse av sitt eget lärande och bli delaktiga och ta ansvar för sitt eget lärande (Klapp, 2015).

Under min utbildning på ämneslärarprogrammet har jag lärt mig att problemlösning inom matematik och formativ bedömning bör vara centrala delar i undervisningen för elevernas lärande och utveckling av deras matematiska kunskaper. Under mina VFU-perioder har jag endast sett en lärare använda både problemlösning och formativ bedömning som delar i sin undervisning. Summativ bedömning ansåg jag dominerade hos de andra lärarna. Eleverna verkade mest intresserade av betyget och jag fick höra någon lärare säga att det är enklare att göra en summativ bedömning. Med tanke på att formativ bedömning syftar till att hjälpa elevernas utveckling av kunskaper (Klapp, 2015) borde lärarna använda sig mer av det.

I denna undersökning kommer fem gymnasielärares syn på och användning av problemlösning och formativ bedömning i undervisningen synliggöras och diskuteras. Syftet med denna undersökning är att ta reda på hur lärare undervisar i problemlösning och hur de bedömer elevernas kunskaper i problemlösning.

2 Syfte

Problemlösning skall ha en central roll i matematikundervisning idag, men enligt Taflin (2007) och mina egna erfarenheter ifrån min praktik är problemlösning ofta en åsidosatt aktivitet. Mitt syfte är att undersöka hur lärare använder sig av problemlösning i matematikundervisningen samt hur de bedömer elevernas kunskaper i problemlösning.

För att kunna svara på mitt syfte hur lärare använder sig problemlösning i undervisningen ska jag undersöka följande frågeställningar:

1. Vad är matematisk problemlösning?
2. Vad anser lärare att problemlösning inom matematik är?
3. Hur undervisar lärare problemlösning inom matematik?
4. Hur bedömer lärare elevers kunskaper i problemlösning inom matematik?

3 Bakgrund

I detta avsnitt kommer jag att presentera denna undersökningens syn på problemlösning, summativ bedömning och formativ bedömning.

3.1 Vad är problemlösning?

Krulik (2009) definerar ett problem:

Ett problem är en situation som utmanar och kräver beslutsamhet och där det inte finns en omedelbart igenkännbar lösningsmetod.

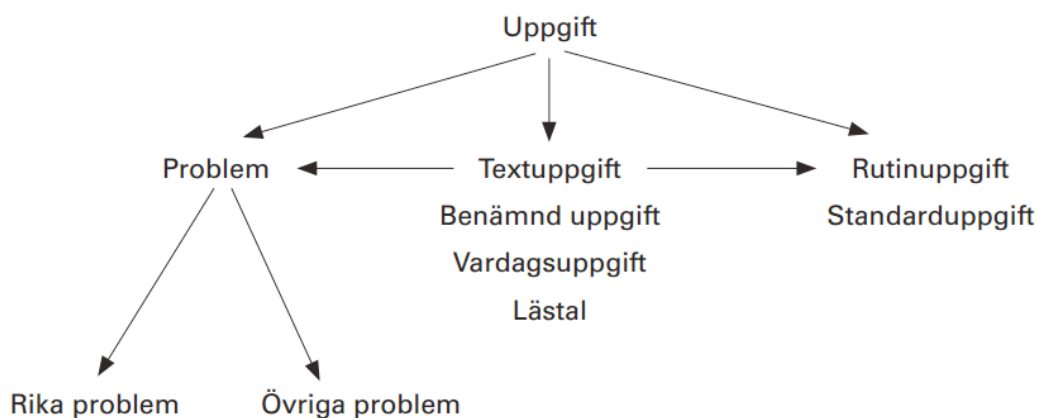
Denna definition utesluter därmed de återkommande och rutinmässiga uppgifterna som ofta förekommer i elevers matematikböcker. Enligt Krulik (2009) finns det flera kännetecken på ett problem inom matematiken. Ett problem ska vara av intresse för eleverna så att eleven får viljan att lösa det och det ska vara baserat på en matematik som är nyttig och användbar för eleverna. Problemet ska kunna lösas av eleverna även om lösningen inte är direkt uppenbar för dem, och det kan vara en morot för lärande. Det ska finnas flera sätt för eleverna att kunna lösa problemet och det ska inte kunna lösas på samma sätt som de rutinmässiga problemen. En uppgift är ett problem först då den som ska lösa problemet vill lösa det och att det krävs en ansträngning av problemlösaren menar även Taflin (2007). Ett problem är inte en standard- eller rutinuppgift. En elev ska heller inte veta lösningsmetoden på förhand, utan eleven måste tänka till för att kunna lösa uppgiften (Skolverket, 2017B). Pólya (1945) ser problemlösning som en färdighet och liknar det vid att simma, ju mer man tränar desto bättre blir man. D.v.s. övning ger färdighet.

Enligt Taflin (2007) bör problemen som eleverna ska arbeta med i skolan vara så kallade rika problem. Anledningen till att det är bra att eleverna jobbar med rika problem är att de skapar motivation och intresse hos eleverna för att lösa matematiska problem. Taflin lyfter fram att det finns sju kriterier som behöver uppfyllas för att ett problem ska vara rikt. De är:

1. Problemet ska introducera till viktiga matematiska idéer.
2. Problemet ska vara lätt att förstå och alla ska ha en möjlighet att arbeta med det.
3. Problemet ska upplevas som en utmaning, kräva en ansträngning och tillåtas ta tid.
4. Problemet ska kunna lösas på flera olika sätt, med olika matematiska idéer och representationer.
5. Problemet ska kunna initiera till matematiska resonemang utifrån elevernas skilda lösningar, ett resonemang som visar på olika matematiska idéer.
6. Problemet ska kunna fungera som en brobyggare.
7. Problemet ska kunna leda till att elever och lärare formulerar nya intressanta problem.

Taflin (2007) har även gjort ett schema för att visa på olika typer av matematiska uppgifter.

Uttryck för olika typer av matematikuppgifter



Figur 1. Schema över olika matematikuppgifter.

Denna figur beskriver hur man kan dela in olika uppgifter beroende på hur uppgiften ser ut. En uppgift är antingen ett problem eller en rutinuppgift eller så är uppgiften en textuppgift eller liknande. En textuppgift är antingen ett problem eller en rutinuppgift, och ett problem kan man dela in i rika problem eller övriga problem (Taflin, 2007).

3.1.1 Problemlösningsförmågan

I kursplanen står det att eleverna ska lära sig att lösa problem, men för att kunna lösa ett problem behöver eleverna lära sig problemlösningsprocessen, d.v.s. hur man löser ett problem som man inte vet hur man ska lösa (Skolverket, 2017A).

Vad innebär förmågan att kunna lösa problem? Enligt Skolverket (Skolverket, 2017A) så ska problemlösning inom matematik leda till att eleven utvecklar sin förmåga att:

Formulera, analysera och lösa matematiska problem samt värdera valda strategier, metoder och resultat

Detta innebär att eleverna ska analysera, tolka och kunna använda sig av olika strategier för att kunna lösa ett problem. En strategi kan vara att förenkla problemet, införa beteckningar och ändra förutsättningarna. I problemlösningsförmågan ingår även att eleverna ska kunna resonera och värdera sina lösningar och resultat samt att kunna utföra procedurer. Problemlösning kan även utveckla de andra förmågorna då eleverna ofta är tvungna att använda andra förmågor till att lösa ett problem. Vid problemlösning blir eleverna utmanade att tänka högt, söka lösningar, diskutera och värdera lösningar, metoder och resultat, vilket är förutsättningar för metakognitiva reflektioner. Detta kan i sin tur leda till att eleverna utvecklar sin problemlösningsförmåga (Skolverket, 2017B).

Pólya och de fyra faserna

Pólya (1945) tar i sin bok upp fyra faser som han anser att eleverna ska gå igenom vid problemlösning. I vissa fall kan en elev hitta lösningen snabbt, men risken är att eleven då hoppar över faserna och svaren blir fel då eleven inte förstått problemet. De fyra faserna är:

1. Att förstå problemet
2. Att göra upp en plan
3. Att genomföra planen

4. Att se tillbaka

Att förstå problemet:

För en elev är det viktigt att förstå problemet som hen ska lösa, men det är även viktigt att eleven har en vilja att lösa problemet. Det lärare kan tänka på här är att välja ett problem som är naturligt, intressant och varken för lätt eller för svårt. Eleven behöver även ges tid till att lösa problemet. Lärare kan ställa frågor som *Vad är det som söks? Vad är det som är givet? Hur lyder villkoret?* Dessa frågor syftar till att eleven ska tänka på vad som är okänt, vad som är känt och på de villkor som finns. För att förstå problemet kan eleven rita en figur om det passar och införa lämpliga variabler. Läraren kan även fråga eleven om det är möjligt att uppfylla villkoret (Pólya, 1945).

Att göra upp en plan:

När eleven väl har förstått problemet är det dags att göra upp en plan. Att komma på en plan kan ta sin tid, ibland kommer eleven på hur den ska göra, men ibland har eleven svårt att hitta fram. För att hitta en idé behövs tidigare kunskaper, öppna tankar, koncentration på problemet och tur. Det är svårt att komma på en idé om man inte har någon eller knapp kunskap om ämnet sedan tidigare. För att komma på en idé räcker det inte att minnas kunskapen. Pólya (1945) liknar det vid att bygga ett hus utan byggmaterial, utan material går det inte att bygga ett hus. Eleven kan prova olika sätt och läraren kan ställa olika frågor som *Kan du formulera om problemet? Kan du lösa ett liknande problem?* Det finns dock risker vid att likna ett problem med ett annat, man kan hamna på fel väg och därmed hamna vilse. Då är det bra om läraren ställer frågorna *Använde du alla givna uppgifter? Använde du hela villkoret?*

Vid problemlösning finns det olika strategier eleverna kan använda sig av för att lösa problemet, Albinsson & Svensson (2015) nämner 21 stycken olika strategier, några av dem är:

- Gissa och kontrollera
- Rita en figur
- Använd en variabel
- Gör en tabell
- Hitta mönster
- Lös en ekvation
- Hitta en formel

Att genomföra planen:

Om en elev har planen klar har den lösningen nära tillhands och att genomföra sin plan blir enklare. Eleven behöver nu ha tålamod och undersöka detaljerna i planen för att se om de går ihop. För läraren är det viktigt att tänka på att eleven behöver ha utarbetat sin egen plan och är nöjd med den, då kommer eleven att komma ihåg hur den tänkte. Om lärare däremot har hjälpt till för mycket finns risken att eleven inte förstått och glömmet planen. Det läraren kan göra i denna fas är att se till så att eleven går igenom sin plan steg för steg och kontrollerar så att den fungerar. För att eleven ska vara övertygad att steg fungerar kan läraren påpeka skillnaden mellan att eleven kan se och bevisa att steget fungerar. Detta kan läraren göra genom att ställa frågorna *Kan du klart se att steget är korrekt? Kan du även bevisa att steget är korrekt?* (Pólya, 1945)

Att se tillbaka

När eleven är klar med sin lösning på problemet är det viktigt att eleven går tillbaka och undersöker och prövar igen. Detta är viktigt för att utöka sina kunskaper och för att utveckla sin problemlösningsförmåga. Även om man har lyckats med att lösa ett problem finns det oftast något kvar som man kan göra. Även om en elev är klar och har kontrollerat att stegen fungerar finns det en möjlighet att eleven har gjort något fel. Läraren kan be eleven att kontrollera sitt resultat och kontrollera beviset. Även om eleven har gjort en korrekt lösning så finns alltid möjligheten att eleven kan förfinas och förbättra lösningen. Det leder till att eleven får en ökad förståelse av sin lösning. När eleven har gjort detta kan läraren även ställa frågorna *Kan du härleda resultatet på något annat sätt? Kan du se det direkt?* När eleven sedan är nöjd med det skulle eleven kunna försöka hitta samband mellan sin lösning och andra problem. Går det att lösa andra problem med hjälp av lösningen eleven kommit fram till. Läraren kan ställa frågan *Kan du använda resultatet eller metoden för något annat problem?* (Pólya, 1945).

Lärarens frågemetod

Ovan är de fyra faser Pólya (1945) menar på att eleverna ska gå igenom när de löser problem. Under dessa fyra faser kan läraren hjälpa till genom att ställa frågor till eleverna. Det som lärarna kan tänka på är att ställa allmänna och enkla frågor för att inte guida för mycket. Frågorna kan även upprepas så att eleven efterhand börjar utveckla en tankevana. Om en elev fastnar kan det vara en god idé att ställa mer specifika frågor till eleven. Anledningen till att frågorna bör vara allmänna och enkla är risken att läraren blir för auktoritär och eleven gör som läraren säger istället för att hitta sin egen väg att gå. Detta kan leda till att eleven inte förstår problemet och får svårt att hitta en lösning på problemet (Pólya, 1945).

Problemlösningsprocessen

Taflin (2007) har gjort en tabell över hur hon menar att problemlösningsprocessen ser ut. Detta är ett schema som ska sammanfatta vad problemlösning är.

Problemlösningsprocessen:

Att välja uppgift	Att tolka uppgift	Att välja metod	Mål för problemlösningen
PROBLEM?	Förstå texten Uppfatta uppgiften som problem	Matematiska idéer	Utveckla kreativitet Uppfatta estetiska värden Formulera egna uppgifter Lära matematiska begrepp Lära matematiska metoder Utveckla ett matematiskt språk

Uppgift?

Problem?

Rikt problem?

tid

Figur 2. Problemlösningsprocessens olika steg.

Denna process kan hjälpa lärare när denne ska välja ett problem så att det är intresseväckande och lärande för eleverna. Det första läraren ska göra är att se om det är ett problem eller om det är en uppgift man har valt. Är problemet ett rikt problem eller inte? Vilken metod ska man välja? I den sista kolumnen beskrivs de mål som problemlösning har (Taflin, 2007).

3.1.2 Problemlösning i skolan

I länder där man är framgångsrik med matematikundervisning är problemlösning en central del av undervisningen. Undervisningen baseras på problem som innehåller många olika nivåer, detta för att alla elever oavsett vilka kunskaper de har ska bli utmanade och få chansen att utveckla sina matematiska kunskaper (Skolverket, 2017B).

Då problemlösning är med som en förmåga i ämnesplanen för matematik, ska problemlösningen vara en del av undervisningen. Innan Lgy 11 infördes lyfte Taflin (2007) fram att problemlösning inte har en central roll utan att elever får jobba med problemlösning vid sidan om den andra undervisningen. Problemlösningen förekommer ibland för att stimulera och skapa intresse för eleverna eller för de elever som har räknat snabbt i sina böcker. Taflin (2007) nämner tre orsaker till att lärare inte använder problemlösning i sin undervisning. Den första är att läraren har dåligt erfarenhet av problemlösning, den andra att lärare har svårt att planera in problemlösning i undervisningen och den tredje är att lärare har svårt att välja ett lämpligt problem till eleverna.

Elever som håller på med problemlösning inom matematiken kan utveckla sin kunskapsbildning på fler håll, inom matematiken och inom individen. Inom individen sker en metakognitiv utveckling samt en utveckling av uppfattningar och attityder (Bergsten, 2008).

Skolinspektionen har år 2015 granskat undervisningen i kurs 3c på 33 gymnasieskolor i Sverige. Syftet var att se hur undervisningen behandlade problemlösning och begreppsförmågan. Skolinspektionen har observerat undervisningen där eleverna har fått goda chanser till utveckling av problemlösningsförmågan. Här har undervisningen varit anpassad efter elevernas behov och fått de stöd de behöver, samt att det har varit tydligt för eleverna vad de ska lära sig. Detta gäller dock långt ifrån alla skolorna, på ungefär fyra av fem skolor behöver undervisningen utvecklas för att öka elevernas chanser att utveckla sin problemlösningsförmåga. Lärarna på dessa skolor lägger stort fokus på *vad* som ska göras istället för *hur* det ska göras, och Skolinspektionen menar då att syftet och målen med undervisningen hamnar i skymundan (Skolinspektionen, 2016).

Boalers studie om problemlösning i skolan:

Boaler (2011) har gjort en studie under en längre tid på två skolor i England med olika undervisningsmetoder. Den ena skolan bestod mer av den klassiska katederundervisningen och i den andra skolan bestod undervisningen mer av vad vi i Sverige kallar problembaserat lärande eller "open classroom" som Boaler kallar det. Matematikundervisningen i skolan med det öppna klassrummet beskrevs av eleverna som både kaos och frihet. Eleverna fick nämligen jobba i nivåindelade grupper med projekt som bestod av problemlösningsuppgifter.

Problemen eleverna fick var väl utvalda av lärarna för att skapa ett intresse och motivation hos eleverna. För att lösa dessa uppgifter fick eleverna använda olika metoder och sina egna idéer. Ibland innan ett nytt projekt startade fick eleverna lära sig något nytt matematiskt innehåll men oftast så lärde lärarna ut det nya innehållet när en grupp var i behov av det i sitt projekt. Eleverna fick välja bland de projekt som fanns och hur de skulle gå till väga för att arbeta med projektet. Lärarna såg till att eleverna skulle få ett projekt med lämplig svårhetsgrad och som passade elevernas styrkor. På denna skola fick eleverna matematiska metoder för att lösa problem. Genom att undersöka olika mönster och framställa dem symboliskt lärde sig eleverna algebra. Eleverna lärde sig nya metoder under projektarbetena och lärde sig använda de metoder de redan kunde till att lösa nya problem. Eleverna använde de matematiska metoderna på ett flexibelt sätt för att lösa problem. Att använda

problemlösning för lärande visade sig vara ett effektivt sätt för lärande för eleverna. De flesta av eleverna gillade det öppna klassrummet, men inte alla elever. De som inte gillade det ville hellre räkna i sina böcker (Boaler, 2011).

3.2 Bedömning inom matematik

Enligt Nationalencyklopedin (2017) är en bedömning ett värderande utlåtande som är grundat på sakliga överväganden. Här kommer jag gå igenom bedömning inom skolan och vad lärare ska bedöma.

3.2.1 Bedömning inom skolan

I skolan ska bedömning ske hela tiden, under hela undervisningstiden ska läraren samla in information om elevernas kunskaper och färdigheter. Läraren ska värdera det eleverna gör och det kan vara allt ifrån klassrumsaktivitet, en gruppuppgift, ett delprov till ett nationellt prov. I betygsammanhang är det läraren som gör bedömningen, men för att eleverna ska vara en del av sitt eget lärande så kan eleven vara med i bedömningen, detta kan kopplas till vad som kallas bedömning för lärande (Skolverket B, 2017).

Inom skolan brukar man använda sig av två typer av bedömningar, summativ och formativ bedömning. Summativ bedömning kallar man även *bedömning av lärande* medan man kallar formativ bedömning för *bedömning för lärande*. Det som skiljer dessa två bedömningar är syftet med dem och inte vilka metoder man använder (Klapp, 2015).

Summativ bedömning

Summativ bedömning är en form av bedömning av prestationer och resultat. De betyg som eleverna får är summativa och är en bedömning av elevernas lärande. Skolans kunskapskrav och måluppfyllelse bidrar till att många bedömningar som görs i skolan idag är summativa. Idag är den summativa bedömningen nödvändig eftersom då eleverna ifrån grundskolan söker gymnasium utifrån sina betyg och eleverna ifrån gymnasiet söker in på ett högskoleprogram på sina betyg. Det finns även andra som har intresse av att summativ bedömning skall göras, t.ex. föräldrar som vill veta hur deras barn ligger till i skolan, staten vill veta hur det går i skolan för eleverna för att kunna utvärdera utbildningen. Till detta används ofta de nationella proven. Summativa bedömningar används inte bara till betyg, de kan även användas till att göra diagnoser och kontroller på hur eleverna ligger till i undervisningen och läraren kan använda sig av resultatet till att ändra sin undervisning för att anpassa den till eleverna (Klapp, 2015; Lundahl, 2012).

Formativ bedömning

Formativ bedömning har som syfte att ge eleverna en tydlig feedback på elevernas arbeten och lärande. Istället för att lägga fokus på vad eleverna kan så fokuserar man på hur eleverna ska utvecklas och lära sig nya saker. I formativ bedömning använder man sig inte av det summativa, man vill undvika att använda sig av betyg och poäng. Detta då den summativa bedömningen hamnar i fokus hos eleverna istället för den formativa bedömningen. Elever vill gärna ha en summativ bedömning så att de vet var och hur de ligger till, men en elev som får en formativ bedömning med information lär sig mer och presterar bättre än en elev som får en summativ bedömning i form av betyg eller poäng (Klapp, 2015).

Klapp (2015) menar på att det finns fem olika nyckelstrategier för formativ bedömning. De är följande:

1. Att skapa förståelse för lärandemålen
2. Att ta reda på vad eleverna vet
3. Att ge feedback som leder framåt
4. Att låta eleverna lära sig av varandra
5. Att aktivera eleverna till att äga sitt eget lärande

För att en elev ska kunna lära sig något nytt och få en förståelse för det man lär sig är det viktigt att eleven är delaktig i lärandemålen och förstår dem, inte bara kan dem. Ett sätt där eleven är delaktig är då eleverna är med och utvecklar lärandemålen. För en elev som vet vad den ska lära sig blir själva lärandet enklare och eleven har lättare att motivera sig själv. För en lärare är det bra att veta vad eleverna redan vet för att kunna lära utifrån elevernas förkunskaper. Klapp (2015) menar på att läraren enkelt kan ta reda på elevernas kunskaper genom att ställa frågor där eleverna får tänka, analysera och diskutera.

Att läraren ger feedback till eleverna som är framåtsyftande, konkret, uppgiftsrelaterad och i rätt tid har en stor påverkan på elevernas lärande, motivation och prestation. Feedback som leder framåt är effektivare än att ge ett betyg och beröm till eleverna. Uppgifter eleverna gör i skolan kan även användas till att eleverna kan lära sig av varandra. Genom att låta klasskamraterna bedöma varandras arbeten kan eleverna själva se vad som är av kvalitet och därmed få en förståelse för hur andra tänker. Detta kan även kopplas ihop med att eleverna får en förståelse för lärandemålen och att läraren aktiverar eleverna i sitt eget lärande. Att eleverna själva tar ansvar för sitt eget lärande och att läraren är med och undervisar och som stöd är mer motiverande än att läraren försöker tvinga eleverna att lära sig (Klapp, 2015).

Feedback är en viktig del i formativ bedömning för att eleverna skall kunna komma vidare. Att ge feedback på rätt sätt är viktigt för en lärare att tänka på. Klapp (2015) menar att feedbacken ska leda framåt. Torrence (2007) skriver att feedback ska hjälpa eleverna involveras, utvecklas och förstå lärandemålen. Genom att tydliggöra uppgifter, processer och mål blir det enklare att göra en formativ bedömning och komma med feedback som hjälper eleverna att nå målen. För läraren är det viktigt att känna till riskerna med att coacha eleverna för mycket. T.ex. om en elev lämnar in ett arbete och får tillbaka det med kommentarer om vad den ska fixa för att få ett visst betyg blir det som om läraren guidar för mycket och det är risk att eleven inte lär sig då uppgifterna inte blir så utmanande för dem. Detta liknar mer en bedömning av lärande.

Olika typer av feedback:

Feedback är en typ av formativ bedömning och Hattie & Timperley (2007) menar att feedback syftar till att minska klyftorna mellan det man förstår och prestation och det mål som ska nås. Det finns olika strategier som lärare och elever använder och de har olika effekter på lärandet. En strategi är att lärare kan hjälpa sina elever t.ex. genom att ge eleverna en lämplig utmaning och ett specifikt mål. För att sedan ge effektiv feedback på elevernas arbete kan följande frågor ställas:

- *Vart ska jag?*
- *Hur går det för mig?*
- *Vart ska jag sen?*

Hur effektiv påverkan svaren på dessa frågor kommer att få för elevers lärande och hur väl de fyller klyftan mellan förståelse, prestationen och målet är beroende av vilken nivå som

uppgiften är på. Det finns fyra nivåer man kan ge feedback kring. Den första är kring uppgiften, feedback kan handla om huruvida uppgiften är korrekt eller inte. Den andra handlar om feedback kring processen t.ex. hur en elev ska göra för att gå vidare. Den tredje handlar om feedback kring elevernas självreglering. Här skulle lärare kunna uppmana eleverna att prova på svårare utmaningar. Den fjärde nivån handlar om feedback kring eleven som person. Det kan vara feedback som ”*du är en duktig elev*”. Feedback från den första, den andra och den tredje nivån är effektiva, medan den fjärde inte är särskilt effektiv (Hattie & Timperley, 2007).

3.2.2 Vad ska läraren bedöma?

När det kommer till vilka kunskaper en lärare ska bedöma en elev på så har läraren kurs- och ämnesplaner till hjälp. Inom ämnesplanerna finns de förmågor som eleven skall utveckla under undervisningen. I kursplanerna finns det centrala innehållet där det står vad undervisningen ska innehålla och här finns även kunskapskraven för vad eleverna behöver uppnå för ett visst betyg. Till detta finns det även bedömningstöd till hjälp för läraren för att få en klarare bild av vad och hur något ska bedömas (Skolverket A, 2017).

Inom matematiken och problemlösningsförmåga skall läraren bedöma hur eleverna *formulerar, analyserar och löser matematiska problem samt utvärderar valda strategier, metoder och resultat* (Skolverket, 2017A). Problemlösning ses både som förmåga och som centralt innehåll. Enligt det centrala innehållet för kurs 1c (Skolverket, 2017A) ska eleverna undervisas i följande innehåll:

Strategier för matematisk problemlösning inklusive användning av digitala medier och verktyg. Matematiska problem av betydelse för privatekonomi, samhällsliv och tillämpningar i andra ämnen. Matematiska problem med anknytning till matematikens kulturhistoria.

Kunskapskraven för kurs 1c (Skolverket, 2017A) säger följande om problemlösning för betyget E:

Eleven kan med viss säkerhet använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena i bekanta situationer. [...]
Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem av enkel karaktär. Dessa problem inkluderar ett fåtal begrepp och kräver enkla tolkningar. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att tillämpa givna matematiska modeller. Eleven kan med enkla omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier och metoder.

4 Sociokulturellt perspektiv

I detta kapitel kommer jag gå igenom den teoretiska utgångspunkten för denna undersökning. Här kommer jag ta upp lärande i socialt sammanhang, språkets betydelse för lärande och den proximala utvecklingszonen.

4.1 Lärande i ett socialt sammanhang

I ett sociokulturellt perspektiv studerar man lärande som deltagande i ett socialt sammanhang. Det sociokulturella perspektivet har sitt ursprung ifrån flera olika insikter från Dewey, Mead, Vygotskij, Luria och Leontjev. Lärande inom det sociokulturella perspektivet handlar om att människor lär sig genom att delta i ett samspel där språk och kommunikation är en central del för lärande. Med detta menas att man lär sig genom att aktivt delta i ett socialt sammanhang. Mellan de sociala och de individuella aspekterna finns det en balans som har en påverkan på lärande och utveckling (Dysthe, 2003).

Dewey hade en pragmatisk syn på kunskap, vilket innebär att en människa lär sig genom en aktivitet och att situationen man befinner sig i har en viktig betydelse. Dewey ansåg även att kommunikation är en viktig del i lärandet. Dewey menar på att kunskap ska grunda sig i elevernas tidigare erfarenheter och han var kritisk mot att skolan inte grundar kunskapen den undervisar på detta (Dysthe, 2003). Vygotskij teorier beskriver hur lärande och utveckling har en stark koppling till språk och kulturella verktyg. Språket och även användande av symboler är verktyg för att förstå värden genom att både tänka, handla och genom resonemang mellan människor (Skott, Jess Hansen & Lundin, 2010; Jakobsson, 2012; Dysthe, 2003).

Det sociokulturella perspektivet inriktar sig mest på att kunskap uppstår genom samspel vid sociala aktiviteter även om perspektivet har sin grund i en konstruktivistisk syn på lärande. Dysthe (2003) lyfter fram lärande inom det sociokulturella perspektivet i sex aspekter:

- Lärande är situerat
- Lärande är huvudsakligen socialt
- Lärande är distribuerat
- Lärande är medierat
- Språket är grundläggande i läroprocesserna
- Lärande är deltagande i en praxisgrupp

Att lärande är situerat innebär att det är kopplat till en specifik situation. Tankeverksamheten hos människan sker samtidigt som en social och fysisk aktivitet utövas. D.v.s. att vad som händer i situationen har en stor påverkan på vad som lärs. Att lärande är huvudsakligen socialt beror på att interaktionen mellan människor har en stor betydelse på vad och hur något lärs. Själva läroprocessen är även den social, därför är det bra att vara delaktig i en social diskurs och praxis för det är en viktig del i lärandet (Dysthe, 2003).

Vygotskij menar på att lärande sker genom pedagogiskt tänkande, vilket han i sin tur kallar för mediering, vilket är ett begrepp för stöd och hjälp i vårt tänkande. Medieringen kan utgöras av både personer eller verktyg vi människor använder oss av i våra läroprocesser. För att förstå vår omvärld och agera i den använder vi människor dessa verktyg som intellektuella och praktiska resurser. Språket är det viktigaste medierande verktyget, det är genom språket som kommunikation mellan människor sker. Det är genom språket som deltagande i en praxisgemenskap sker och lärandet sker genom interaktionen mellan människor (Dysthe, 2003).

4.2 Språket och kommunikationen som verktyg för lärande

Kommunikation är en process där man delar erfarenhet på så sätt att det som delas blir gemensam egendom (Dewey, 1916. S 9 i Dysthe, 2003. s 49)

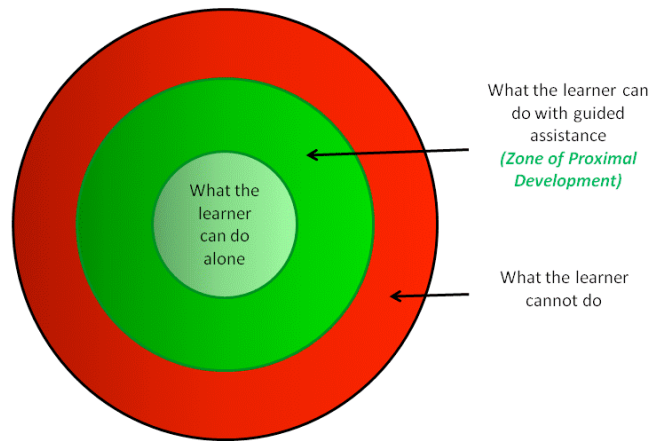
Språket hjälper oss att förstå andra människor. Genom att interagera med andra språkligt skapas även en större förståelse för det vi pratar om hos oss själva. Språket styrs av flera olika handlingar som människor gör i fysisk aktivitet, varseblivning, uppmärksamhet, minne och tänkande. Människan uppfattar, förstår och relaterar saker och ting genom språket då våra högre mentala funktioner är beroende av det. Redan som barn får vi kunskap och utvecklas genom att lyssna, tala, härma och samverka, vi lär oss vad som är viktigt och intressant för oss. Utan språket och kommunikationen hade vi inte haft något sätt att förhålla oss till ett objekt. Språket är därför viktigt för att vi ska kunna utveckla våra högre mentala funktioner och är därmed viktigt för vår begreppsbildning. Vi behöver sätta ord på ett objekt för att förstå det. För att kunna sätta ord på det behöver vi känna till objektets egenskaper och aktiviteter. Detta kan vi få genom språket, genom att lyssna till andras erfarenheter av objektet lär vi oss om det. Vi behöver även sätta in objektet i ett konkret sammanhang, språket blir därmed ett verktyg för att förstå och utveckla vår begreppsförmåga. Språket ligger även till grund för att lärande och utveckling ska ske, det är inte bara ett verktyg med andra ord (Skott et al, 2010; Dysthe, 2003).

En sak som är viktig att tänka på är att vi inte behöver uttrycka oss med just ordspråk. Det finns även andra sätt att uttrycka sig och kommunicera. De som är hörselskadade kan kommunicera genom tecken, de döva har punktskrift, det går även att använda sig av bilder och symboler för att få samma effekt som tal och skrift har. Kommunikation i flera former har en medieringseffekt (Säljö, 2012).

4.3 Utveckling, lärande och den proximala utvecklingszonen

Vygotskij (1978; Dysthe & Igländ, 2003) delar in förhållandet mellan lärande och utveckling i tre delar. Den första delen är att utveckling kommer före lärande, detta då utveckling sker oberoende av lärande medan lärande sker som en följd av utvecklingen. Med utveckling menar Vygotskij (1978) mental utveckling och mognad hos en individ, t.ex. ju äldre ett barn blir desto mer kan barnet förstå och ta till sig om sin omvärld. Utvecklingen sker bland annat genom att barnet blir bättre på att behärska logiskt tänkande, förstå samband och förstå begrepp. Den andra delen är att lärande och utveckling är simultana och ihopkopplade processer. Vygotskij (1978) poängterar att lära sig är att utvecklas. Den tredje delen är att lärande och utveckling är olika processer, men som är sammankopplade och har en påverkan på varandra. T.ex. att utvecklingsnivån hos en individ påverkar vad man klarar av att lära sig (Vygotskij, 1978; Dysthe & Igländ, 2003).

Vygotsky's Zone of Proximal Development



Figur 3. Den proximala utvecklingszonen

Vygotskijs teorier om utvecklingsnivåer syftar på den mentala utvecklingen. Skillnaderna eller området mellan dessa nivåer kallar han den proximala utvecklingszonen (även kallad närmaste utvecklingszonen) och är det område som skiljer mellan vad ett barn klarar av idag med hjälp av en annan person och vad barnet klarar av utan hjälp. I denna zon finns funktioner som håller på att utveckla sig. Den proximala utvecklingszonen är under ständig utveckling vilket innebär att det ett barn behöver hjälp med att klara av idag, finns det en möjlighet att den klarar av själv nästa dag. Om ett barn har lärt sig att klara av något utan hjälp har barnet nått en ny utvecklingsnivå (Dysthe & Igland, 2003).

5 Metod

I denna del kommer jag att presentera genomförandet av intervjuer, bearbetning av material och litteratur samt gå igenom reliabilitet och validitet. Det finns olika typer av kvalitativa intervjuer, denna studie är gjord genom semistrukturerade intervjuer.

5.1 Kvalitativ intervju

I en kvalitativ intervju vill man undersöka hur personer ser på t.ex. sitt arbete, familjeliv eller sina drömmar. I en intervju får man höra personen berätta med egna ord om sina åsikter och tankar och som intervjuare kan man då få en djupare förståelse för hur personen förstår sin omvärld. I en kvalitativ intervju sker ett samspel mellan två personer som har samma intresse där kunskapen byggs upp av relationen mellan de båda personerna (Kvale, 1997).

Att intervju en person kan tyckas enkelt, men det som är svårt är att göra det på ett bra sätt och få svar som är reliabla och valida. För att bli duktig på att genomföra intervjuer krävs träning, men det är även viktigt att man är väl förberedd inför intervjun. Detta kan man skaffa sig genom att läsa tidigare forskningsarbeten och aktuell litteratur (Kvale & Brinkmann, 2009).

5.1.1 Semistrukturerad intervju

I en semistrukturerad intervju har man en färdig intervjumall med de frågor man vill ställa och vill ha svar på. Man är dock mer flexibel vad det gäller t.ex. ordningsföljden, ställa följdfrågor och man låter deltagaren prata och utveckla sina idéer och tankar utförligt. I en semistrukturerad intervju är frågorna öppna så att deltagaren ska få chansen att utveckla sina synpunkter. I en semistrukturerad intervju är det vanligt att man intervjuar en person åt gången. fördelarna är att det är lätt att organisera, man får synpunkter och uppfattningar från en på förhand bestämd källa, det är enklare att kontrollera en intervju med endast en person och det är enklare att transkribera en person än flera samtidigt (Denscombe, 2009).

5.1.2 Transkription

Vid en transkription överför man samtal till en skrift, där tolkning och förståelse är grundförutsättningar för att det ska kunna göras. Då man alltid gör en egen tolkning vid transkription är den inte helt neutral. En transkription är heller aldrig mekanisk eftersom man strävar efter att dela in det som sägs i relevanta kategorier istället för att enbart återge det som sägs i kronologisk ordning. Man bör även selektera efter målet med sin undersökning för att transkriptionens syfte ska kunna uppnås. För att transkriptionen ska vara enklare och bli tydligare är det bra om undersökningens syfte och frågeställningar är klara innan transkriptionen börjar. Vid ljudinspelningar av intervjuer kan det ibland vara svårt att höra och tolka vad som sägs, ibland kan det vara bra att utelämna material som inte är tydligt istället för att gissa (Forsblom-Nyberg, 1995).

5.1.3 Analys

Det finns olika sätt att analysera kvalitativt material, bland annat kan man göra en sortering av materialet. Detta gör man för att skapa ordning på materialet genom att koppla det till den litteratur och teoretiska utgångspunkt undersökningen har. En annan aspekt är att reducera materialet. Då man inte kan visa allt material som är insamlat kan man reducera bort ett material som inte är nödvändigt för undersökningen (Rennstam & Wästerfors, 2011).

5.2 Urval

Urvalet skedde genom att fem gymnasielärare i matematik tillfrågades om de ville vara med i en undersökning, tre av dessa arbetar på samma gymnasieskola och de två andra på var sin gymnasieskola. Urvalet att dessa lärare berodde på att jag kände lärarna sedan tidigare och därmed hade en relation till dem. Alla de tillfrågade kunde tänka sig att ställa upp på en intervju. För att få en spridning av lärarnas kompetenser har lärarna i undersökningen arbetat som lärare olika länge. Alla fem intervjupersoner är män då jag anser att kön inte spelar någon roll.

5.3 Genomförande

Undersökning bestod av fem stycken semistrukturerade intervjuer på tre olika gymnasieskolor. Varje intervju spelades in på en mobiltelefon efter att varje deltagare gett sitt godkännande till det. Före intervjuerna informerades deltagarna om att de kunde dra sig ur när de ville och att de kommer att anonymiseras så att ingen ska kunna identifiera dem. För att få en lugn miljö utan störningsmoment skedde varje intervju i ett tomt grupprum eller tomt klassrum. Intervjuerna skedde efter en semistrukturerad form och innan hade en intervjumall förberetts där följdfrågor ställdes beroende på deltagarnas svar. Varje intervju varade mellan 20 och 35 minuter (se bilaga 1).

Efter att alla intervjuerna var klara påbörjades transkription av inspelningarna. Transkriptionen skedde med hjälp av hemsidan oTranscribe.com då man kan ladda upp sin ljudfil på sidan och lyssna och själv kunna skriva samtidigt. Fördelen med detta är att det går enkelt att stoppa och sätta igång ljudfilen. Transkriptionens urval av data tog hänsyn till syfte, frågeställningar och den teoretiska ram som undersökningen har samt efter författarens egna tolkningar av samtalet. Vid transkriptionen togs även hänsyn till att inte använda material där ljudet av samtalet var otydligt eller där svaren upprepades.

Analys av data gjordes genom att sortera och reducera den transkriberade texten, olika kategorier togs ut beroende på deltagarnas svar, tolkningar av svaren och kopplingar till undersökningens teoretiska utgångspunkt. Citaten valdes ut då de passade bra till frågeställningarna. Material som inte var relevant för denna undersökning reducerades bort.

5.4 Forskningsetiska principer

Före varje intervju informerades alla deltagare om Vetenskapsrådets (2002) fyra huvudkrav de som man ska ta hänsyn till när man gör en forskningsstudie. Dessa krav är:

- Informationskravet
- Samtyckeskravet
- Konfidentialitetskravet
- Nyttjandekravet

Informationskravet – Innan en undersökning påbörjas ska man informera sina deltagare om de villkor som gäller samt om deras uppgift i studien. Deltagarna ska känna till att deras deltagande är helt frivilligt och att de ska få avbryta sin medverkan när de vill. Hur detaljerad informationen är kan påverka om en deltagare vill medverka eller inte, så den information som lämnas ska innehålla alla aktuella inslag. Innan intervjuerna informerades deltagarna om att undersökningen var frivillig och att de kunde avbryta om de ville.

Samtyckeskravet – Innan en studie genomförs ska man ha inhämtat ett samtycke ifrån deltagarna. Om deltagaren har en ålder under 15 år bör dessutom deltagarens föräldrars samtycke ha inhämtats. Detta gäller särskilt då en undersökning är av känslig karaktär. Deltagarna ska även själva ha rätten till att bestämma de villkor som ska gälla och hur länge de kan medverka i undersökningen. Om en deltagare väljer att avbryta ska detta ske utan att personen får ta del av några negativa konsekvenser eller påtryckningar att fortsätta sin medverkan. Vissa av lärarna sade innan att de hade en tid att passa och kunde komma att avbryta innan men alla intervjuer blev klara innan någon hade avbryta pga. tidsbrist.

Konfidentialitetskravet – I en undersökning bör man skriva under en förbindelse om tystnadsplikt om man har etiskt känsliga uppgifter om enskilda identifierbara personer, detta gäller alla inblandade i projektet. Vad som idag är etiskt känsligt kan dock variera sig i olika samhällen och tidsperioder. För att enskilda personer inte ska kunna bli identifierade ska alla uppgifter om personerna i undersökningen förvaras och anonymiseras på ett sätt så att ingen utomstående kan komma åt dessa uppgifter. I denna undersökning skrevs ingen förbindelse utan en muntlig överenskommelse förekom.

Nyttjandekravet – I en undersökning i forskningssyfte får man inte använda eller låna ut uppgifter om enskilda personer för kommersiellt bruk eller annan användning som inte har ett vetenskapligt syfte. Det är däremot okej att låna eller ge bort uppgifter till andra forskare. Deltagarna informerades om att den information som samlades in under intervjun kommer endast att användas till denna undersökning.

5.5 Validitet och reliabilitet

Esaiasson, Gilljam, Oscarsson & Wängnerud (2007) menar på att validitet handlar om en undersöknings giltighet. Ju mer valid undersökningen är desto mer giltig blir undersökningen. Validitet definieras av (Esaiasson et al, 2007) på följande tre sätt:

1. Överensstämmelse mellan teoretisk definition och operationell indikator
2. Frånvaro av systematiska fel
3. Att vi mäter det vi påstår att vi mäter

Reliabilitet handlar om punkt två, frånvaro av systematiska fel. Hög reliabilitet innebär en frånvaro av slumpmässiga och systematiska fel. När det förekommer bristande reliabilitet har det oftast skett slarv vid insamling och bearbetning av data (Esaiasson et al, 2007).

Vid en intervju där frågorna handlar om hur en deltagare uppfattar något och har synpunkter om något går det inte att veta med säkerhet om deltagaren talar sanning eller inte. Det man kan göra för att kontrollera det deltagaren säger är att kolla med andra källor, dessa källor kan vara andra personer. Därför är det bra att göra flera intervjuer och inte bara någon enstaka intervju, det stärker validiteten. Man kan även granska rimligheten i det deltagaren säger och fastställa troligheten i det den säger. Ställa sig frågan om deltagaren har kunskap om ämnet den pratar om (Denscombe, 2009).

6 Resultat

I denna del presenterar jag resultatet av de intervjuer jag gjort och transkriberat med de fem gymnasielärare jag intervjuat. Resultatet är indelat i sex kategorier. Två handlar om problemlösning och tre om bedömningar av problemlösning. Den sista handlar om en problemlösningssuppgift lärarna själva hade med sig. De intervjuade personerna har fått alias får att de ska få vara anonyma.

6.1 Presentation av de intervjuade

Tom tog lärarexamen år 2016, han läste ämneslärarprogrammet på GU och arbetar idag på en kommunal gymnasieskola i Västsverige. Undervisar i matematik på teknikprogrammet.

Markus har arbetat som gymnasielärare i 20 år. Han läste till civilingenjör på Chalmers och därefter till lärare på GU. Han undervisar på en kommunal skola i Västsverige på Samhällsprogrammet och Preparandklasser. Han har även provningar.

Albert tog examen år 2016, han läste ämneslärarprogrammet på GU och arbetar idag på en gymnasiefriskola i Västsverige. Undervisar i matematik på estetiska programmet.

Gustav har arbetat som gymnasielärare i 18 år, han läste först på Chalmers och därefter till lärare på GU. Idag undervisar han på en kommunal skola i Västsverige på natur- och på samhällsprogrammet.

Lars har arbetat som lärare i 21 år. Han utbildade sig först till grundskolelärare på GU och vidareutbildade sig sedan till gymnasielärare. Arbetar idag på en kommunal gymnasieskola i Västsverige och undervisar på naturprogrammet.

Markus, Gustav och Lars jobbar på samma skola. De undervisar på olika program och har olika kurser. De samarbetar inte kring upplägget av kurserna men diskuterar gärna med varandra.

6.2 Lärarnas syn på problemlösning och problemlösningens förmågan

Under intervjun fick lärarna svara på hur de ser på problemlösning och hur de använder problemlösning i sin undervisning. Lärarnas svar skiljer sig lite men har ändå liknande huvuddrag, nämligen att det är problemlösning då eleven får en uppgift där den inte från början kan se hur lösningen ska se ut och att uppgiften man använder sig av ska vara av större karaktär än en vanlig uppgift. Albert ser gärna att uppgiften är kopplad till elevernas vardag och intresse, medan Gustav tycker att uppgiften även kan kopplas till andra saker så som gåtor och spel som skapar intresse hos eleverna. Albert säger följande om hur han ser på problemlösning:

En uppgift som man behöver analysera i flera steg, att man inte direkt på förhand kan se lösningarna. Inte rutinmässigt lösa dem. Kanske behöver man tolka om några okända faktorer som man kan räkna på sen. Man kanske behöver rita någon figur eller nåt (Albert).

Lärarna har lite olika syn på vad problemlösningens förmågan är. Två av lärarna, Albert och Gustav, menar att problemlösningens förmågan innebär att man använder de kunskaper man har till att lösa ett problem. De menar att problemlösningens förmågan består av andra förmågor:

Förmågan att sätta ihop kunskaper från olika områden av det centrala innehållet till en helhet av ett problem. Jag tänker att ett problem innehåller många olika delar av centralt innehåll och förmågor (Gustav).

De tre andra lärarna, Lars, Markus och Tom menar på att problemlösningsförmågan innebär att eleverna använder sin kreativitet, vågar tänka själva och försöker lösa problemet. Om eleven inte hittar lösningen första gången ska den kunna byta strategi och försöka på nytt. De menar också på att eleverna behöver en metod för hur de ska angripa ett problem. Lars beskriver hur han ser på problemlösningsförmågan:

Kreativitet, självständighet, att våga tänka själv. Kunna lösa ett problem. Våga försöka lösa problemet, man kan inte allt från början och det man inte kan får man lära sig. Att våga försöka och att hitta kreativa lösningar, det är problemlösningsförmåga. (Lars)

Även om lärarnas syn på problemlösningsförmågan skiljer sig från varandra så anser de alla att den är viktig för elevernas utvecklande av matematiska kunskaper och att problemlösning är en viktig del i deras undervisning.

6.3 Hur lärarna väljer ett problem och hur de använder problemlösning i sin undervisning

Det som spelar en viktig roll när lärarna ska välja ett problem är det centrala innehållet och de kunskapskrav som finns. De menar på att det är viktigt att problemet har en tydlig koppling till de styrdokument som finns. En annan sak som bland annat Lars säger är viktigt är att problemet ska ha en koppling till elevens intresse:

Dels har kursplanerna mål, det finns ju mål som ska uppnås. Välja problem efter målen. Det gäller att välja intressanta problem och anpassade efter de elever man har. Har man en jätteintresserad väljer jag problemet efter hans intresse och formulerar problemet efter det. Hade en elev som var intresserad av ekonomi, handlade problemet om sträckor, fick elev 0 poäng, men handlade problemet om kronor då klarade eleven uppgiften. (Lars)

Alla av de intervjuade lärarna använder sig av problemlösning i sin undervisning, men det sker olika ofta. Fyra av lärarna brukar oftast använda de svårare uppgifterna i boken till problemlösning och ibland komma med ett problem de konstruerat själva eller fått tips om:

Det dyker upp i alla kapitel, problem som handlar om avsnittet. Inför en lektion lämna ut ett större problem som eleverna ska lösa och sedan gå igenom det tillsammans. Vilka steg som är viktiga i metoden. Kan även laborera kring problem, det handlar om problemlösningsuppgifter i boken oftast som eleverna jobbar runt. Inom sannolikhet har man förberett problemet. Introducera problemet och låter dem komma igång själva och inte ge dem för mycket information (Markus).

En av lärarna, Tom, brukar ha en hel lektion planerad för bara problemlösning. Ibland konstruerar han sina egna problem, men han använder även gärna NCMs (Nationellt Centrum för Matematik) hemsida där det finns färdiga problem. Under denna lektion får eleverna

arbeta i grupper om 2-4 elever och Tom går runt och lyssnar på elevernas diskussioner och är med som stöd:

De tilldelas ett problem som inte är från boken. De får försöka lösa problemet, ibland sliter de sitt hår och blir frustrerade, det är vad jag eftersträvar. Blir de inte frustrerade är det inte ett bra problem. Det gäller även att ha förberett en sån lektion väldigt bra, så att man kan ställa hjälpfrågor och ge lite hjälp på traven utan att lösa problemet åt dem. När de håller på att ge upp kommer jag och räddar dem, så tänker jag (Tom).

En av lärarna, Albert, har även tankar kring strategier och metoder elever kan använda för att lösa problemen, han säger själv att han inte har någon uttalad metod för hur problem ska lösas, men att han skulle vilja ha en tydlig linje för hur eleverna kan arbeta med problemlösning. Han nämner även några strategier som han vill att eleverna ska använda sig av för att kunna lösa problem:

Rita, ställa upp variabler, gissa, ta till vara på det man kommer fram till. Har inte en klockren utarbetad metod för det jag lär ut. Vill konkretisera med en tydlig linje med verktyg alla elever kan prova på när de stöter på ett problem. (Albert)

Alla lärare tycker problemlösning är bra att ha i undervisningen, dock så anser alla lärarna att man inte bara ska ha problemlösning under lektionerna. De menar på att eleverna först behöver grundkunskaperna för att sedan kunna lösa problem, annars är risken stor att de fastnar och inte vill fortsätta med problemlösning:

Det är en viktig och självklar del i undervisningen, men man kan inte se det som om allt handlar om problemlösning. Man behöver lära ut grunden men man kan avsluta med problemlösning. Det är även upp till hur gruppen är, har en fördom om att man slänger in problemlösning för tidigt utan att eleven förstår. Jag vill att man gör tvärt om och att problemlösning är kronan på verket när man har grunden. (Gustav)

Flera av lärarna säger att de skulle vilja använda sig mer av problemlösning och mindre räknande i boken i deras undervisning, men att det är svårt tidsmässigt på en redan tight planering. Albert som är en av de nyexaminerade lärarna säger även att han som nybliven lärare inte är så van att undervisa men att han vill bli bättre på att använda sig av problemlösning med tiden.

6.4 Bedömning inom problemlösning

Lärarna fick under intervjun frågor kring hur de ser på bedömning inom problemlösning och hur de använder sig bedömning, både summativ och formativ. Alla lärare säger att de använder sig av både summativ och formativ bedömning inom problemlösning. Den summativa bedömningen används vid prov och betygsättning.

Lärarna gör ungefär på samma sätt när de gör sina summativa bedömningar, det som skiljer sig lite är hur de gör sina formativa bedömningar. Några skriver gärna kommentarer och ger feedback på hur eleven ska ta sig vidare i sin utveckling av problemlösningens förmågan. Några andra lärare ger endast en muntlig kommentar till eleverna och tycker att det räcker. Den

formativa bedömningen används mest under lektionstid men även på prov i form av en kommentar.

Gustav säger att bedömningen handlar om hur väl eleven visat på sina matematiska kunskaper och hur bra lösningen på problemet är. Gustav brukar vid prov göra en matris till den större fråga han menar är en problemlösningsuppgift. I denna matris står det vad eleven får poäng för. Även om det är en problemlösningsfråga så får man poäng för bland annat begrepp och procedur då han menar på att det ingår i problemlösningsförmågan. Formativ bedömning försöker han använda sig av under lektionerna när han har problemlösning. Under dessa lektioner går han runt i klassrummet och lyssnar och hjälper till genom att ställa frågor och ge feedback till eleverna:

Det är enklare att göra i klassrummet, t.ex. om eleverna har en gruppuppgift t.ex. laborationer är mycket problemlösning. Man är med i klassrummet och hjälper till, ställer frågor och ger feedback. Att ge feedback vid lämpliga tillfällen. (Gustav)

Tom säger att han använder sig av summativ bedömning endast på prov och vid betyg. Annars så använder han sig av formativ bedömning. Tom använder formativ bedömning under lektionstid och vid skriftliga prov. Under lektioner med problemlösning har han förberett frågor som han ställer till eleverna när de behöver hjälp, dessa frågor är till för att hjälpa eleverna till nästa steg i problemet. När lektionen är på väg att ta slut så får eleverna redovisa sina lösningar för varandra och ge feedback på varandras arbeten, samt att Tom ger en kommentar. På skriftliga prov säger Tom att han skriver en kommentar om hur eleven kan fortsätta utveckla sin problemlösningsförmåga:

T.ex. om man har det under en lektion kan jag återkoppla med eleverna under lektionens gång direkt. Annars på skriftliga prov återkopplar jag vilka förmågor eleven behöver utvecklas i. Då är alltid problemlösning med så då får de en återkoppling där och hur de ska utveckla den. (Tom)

Albert säger att han använder sig av summativ bedömning vid slutet av varje område och att det är proven som ligger till störst grund för bedömningen. Han säger också att han även försöker att se om eleverna visar och uppnår olika kvalitéer under lektionstid. Vid prov ger han eleverna en matris där de kan se hur de presterade på provet. Han säger också att det är svårt att hinna se alla elever under en lektion och därför läggs mer fokus på provet. Albert säger att han använder sig av formativ bedömning vid betygssamtal, men att de inte sker så ofta. Även vid formativ bedömning får eleverna en matris, denna matris innehåller kommentarer på hur eleverna ska utveckla sin problemlösningsförmåga och vad som är deras nästa steg:

Det blir väl, försöker skriva i matriser vad de uppnår, försöker skriva kommentarer som är korta men förhoppningsvis tips t.ex. tänk så här liksom eller om de är nära försöker jag ge hintar hur de ska tänka och hur de ska göra. Även under betygssamtal försöker jag få tid att säga något om vad eleven kan göra för att nå nästa steg, hur eleven ska gå vidare men det är ju ont om tid. Det är synd, det mesta formativa blir kommentarer efter varje prov. (Albert)

Markus säger att de matematiska kunskaperna spelar roll när han bedömer elevernas kunskaper i problemlösning. För att få ett A krävs det att eleven visar på matematiska kunskaper och klarar av att lösa de mer komplexa problemen och för ett E krävs det att eleven lyckas lösa ett enklare problem. Vid summativ bedömning räknar han ihop poängen eleverna har fått ifrån prov, men han använder sig också av matriser för att se vilka kunskapskrav och mål eleven har uppnått. Markus säger att han använder sig av en läroplattform som heter Kunskapsmatrisen. I denna plattform finns det till varje uppgift vilken förmåga eleven bedöms på och vad eleven får poäng för. Vid formativ bedömning i form av feedback brukar han efter ett prov rätta det själv först för att sedan låta eleverna rätta sina egna prov efter en matris. När eleven har rättat sitt prov går han igenom provet och bedömningarna med eleven vad eleven har uppnått och hur den ska gå vidare för att utveckla sin problemlösning förmåga:

Sen efter proven får eleven rätta sitt eget prov som vi sedan tillsammans går igenom. Här kan vi diskutera varför vi tycker samma eller varför vi inte tycker samma på en uppgift. Vad det är som gör att man uppnår en viss förmåga, vad det är som krävs för att nå ett visst betyg. Den biten är också väldigt viktig. (Markus)

Lars tycker att det är svårt att göra en uppgift och att bedöma individuella prestationer vid en gruppuppgift i problemlösning, men om han lyckas att skapa en intressant diskussion kring ett problem blir det lättare att bedöma eleverna individuellt. Vid summativ bedömning säger Lars att han gör en helhetsbedömning och sätter de betyg som han tycker är rimliga. Han motiverar betyget med hjälp av de nationella proven. Vid formativ bedömning säger han att han pratar mycket med eleverna och ger feedback till dem.

Om man har ett bra problem kan man skapa en intressant diskussion. Man pratar mycket med eleverna om hur de ska lösa problemet och ger dem feedback. (Lars)

6.5 Bedömningar kopplade till centralt innehåll och kunskapskrav

När det gäller bedömningar kopplade till det centrala innehållet säger Tom att problemlösning kan användas till alla områden inom det centrala innehållet och inte bara vid vissa tillfällen. Gustav säger att han tycker att eftersom att man ska göra bedömningar utifrån det centrala innehållet så blir undervisningen styrd mot det. Han menar även på att man behöver ha med mycket av det centrala innehållet för att målen för eleverna ska kunna uppnås. Lars är inne på samma linje då han säger att det är viktigt och relevant att följa och bedöma efter kursplanerna. Han säger att om man inte skulle följa kursplanen kommer eleverna heller inte nå målen.

Markus tycker att det är enkelt att följa och bedöma efter det centrala innehållet då de bra läroböckerna följer det centrala innehållet. Vid problemlösning säger Albert att han försöker koppla det centrala innehållet till vardagssituationer, då han menar att det blir mer konkret för eleven och för honom att göra bedömningar.

Vid kopplingar mellan bedömningar och kunskapskrav har lärarna lite olika syn på svårigheten att tolka kunskapskraven. Albert tycker att det är svårt att tolka kunskapskraven om vad en elev ska uppnå för att klara målen för de olika nivåerna. Markus är inne på samma

sak då han säger att han tycker att kunskapskraven är svårt formulerade och svåra att tolka. Lars menar på att om man följer det centrala innehållet kommer eleven att uppnå de mål som finns i kunskapskraven. Gustav tycker att det stöd och matriser som finns är till stor hjälp vid bedömningar kopplade till de kunskapskrav som finns. Tom säger att han tycker det är tydliga kriterier med vad en elev ska uppnå för en viss nivå.

Nivåmässigt på A nivå ska man kunna lösa problem som är nya för en. Det är väldigt tydligt, kriterierna för betygen är tydliga. Det är enkla problem bekanta situationer för lägre betyg och på A nivå är det komplexa nya problem. (Tom)

6.6 Svårigheter/möjligheter med de olika bedömningsmetoderna

Lärarna anser att det är enklare att göra en summativ bedömning av elevernas kunskaper i problemlösning när det gäller prov. De menar att där kan man räkna ihop poängen eleverna fått och ge dem ett betyg efter det. Markus anser att man kan komma långt med summativ bedömning men det blir ett problem då det inte ger eleven någon information om vad den gjort för fel eller vad som saknas. Lars tycker också att summativ är enklare men att det lätt kan bli fyrkantigt och man missar vad eleverna gör på lektioner.

Tom tycker att man missar en del om man testat eleverna i problemlösning skriftligt, då han menar att man som lärare missar mycket av själva problemlösningsprocessen. Albert pratar om att det är svårt att bedöma problemlösningens kunskaper då han anser att det finns gråzoner inom kunskapskraven och att det är svårt att dra en gräns. Albert menar dock på att det är lättare att se ytterligheterna för betyget A och E, men att det däremellan är svårt och öppet för tolkning. Han säger att han brukar diskutera med sin kollega men att det är svårt att komma överens. Gustav menar på att det finns både för- och nackdelar med summativ bedömning då man bedömer en person:

Svårigheten med summativ bedömning är att man bedömer det som står på ett papper, men det kan också vara till en fördel då man inte bedömer personen. När man bedömer blir det ju alltid lite personligt, ibland kan det vara svårt för eleven vad man bedömer. (Gustav)

Tre av lärarna, Tom, Albert och Markus, anser att tiden är en svårighet med den formativa bedömningen. Att ha tid till att ge alla eleverna i en klass feedback under en lektion eller att skriva kommentarer till alla eleverna tar tid. De menar på att detta gör att varje elev inte får så mycket feedback som lärarna önskar ge dem. Albert ser även svårigheter med skriftliga kommentarer:

Svårigheter med formativ är ju tiden, kan ju vara svårt att få tid. Man kan ju alltid skriva ner men samtalen med var och en, det är ju inte alla som greppar det skriftliga, men det är svårt att få tid till samtal. (Albert)

Tom, Albert och Markus ser dock möjligheter med den formativa bedömningen, de menar på att den bland annat ger eleverna mer information om vad och hur eleverna ska göra för att utveckla sin problemlösningensförmåga. Markus menar på att den formativa bedömningen ger eleverna mer inblick i deras egna kunskaper och förmåga att kunna lösa ett problem till skillnad från om han istället endast ger eleven en summativ bedömning. Han menar att formativ bedömning i form av feedback är viktigt för elevernas utveckling av

problemlösningsförmågan. Tom menar på att även om en elev inte har lyckats lösa hela problemet så kan han se vad eleven har gjort och ge feedback på vad den ska göra fortsättningsvis.

6.7 Lärarnas egna problemuppgifter

Till intervjun fick varje lärare ha med sig sitt ett problem de brukar använda sig av i sin undervisning. De skulle berätta varför det är ett problem för problemlösning i matematik och hur det är kopplat till det centrala innehållet samt hur de kan ge formativ bedömning på problemet.

Markus problem innebar att eleven får ett A4 papper och skall vika det till en låda (utan lock) genom att klippa bort en lika stor kvadrat från varje hörn. Frågan är då hur stor den maximala volymen lådan kan ha är. Markus ser detta som ett bra problem då han menar på att problemet går att lösa på flera sätt. Eleven får chansen att utveckla sin problemlösningsförmåga, men även att andra förmågor. Man skulle kunna gissa sig till en lösning, men om man försöker att lösa problemet på andra sätt kommer eleven få chansen att använda begrepp-, modellering-, procedur- och resonemang- och kommunikationsförmågan. Markus menar även att problemet har en stark koppling till vardagen vilket gör problemet relevant och att problemet är en uppgift kopplad till geometri i det centrala innehållet. Under en lektion när elever jobbar med detta problem säger han att lyssnar på eleverna och ställer frågor till dem som ska hjälpa dem lösa problemet.

Lars hade med sig samma problem som Markus. Han menade på att detta är ett bra problem då det kommer in på flera olika delar av det centrala innehållet, inte bara geometri utan även t.ex. algebra. Han menar även på att det går att använda i flera kurser så som kurs 1 och 3. I kurs ett menar han på att eleven skulle kunna gissa sig till en lösning eller att eleven försöker lös uppgiften genom att ställa upp en formel. I kurs tre menar han på att eleven ska kunna lösa uppgiften genom att använda sig av derivata för att få fram en exakt lösning. Hur han använder sig av formativ bedömning säger han beror på elevens nivå och kunskaper, han försöker anpassa sig efter eleven.

Max/miniproblem är intressanta, att få maximal volym av ett A4 papper. Kan användas i kurs 1,2 och 3. I kurs 3 derivata för att få fram svaret. I kurs 1 kan man pröva sig fram. I kurs 3 använda sig av derivata. (Lars)

Albert har med sig ett problem som handlar om två paket socker. Paketerna är olika stora och kostar olika mycket. Det ena paketet är 20 % större än det andra och det mindre paketet kostar 20 % mindre än det större paketet. Frågan är vilket paket som kostar mest per kg. Albert tycker att det är ett bra problem då han menar att det ger eleverna chansen till att visa sina kunskaper och sin problemlösningsförmåga på en högre nivå. Detta då eleverna får chansen att hitta flera lösningar och att lösningarna även skulle kunna fungera på andra problem. Han anser att det har en tydlig koppling till det centrala innehållet för samband och förändring och att det går att koppla till elevernas vardag då det handlar om privatekonomi. Formativ bedömning använde han genom att be eleverna hitta andra exempel där deras lösning stämmer och han säger att han även visade ett exempel på en lösning på A nivå så att eleverna ska veta vad som krävs för ett A. Han säger också att han stötte på motstånd hos eleverna när de skulle hitta ett generellt samband:

Kan koppla detta till privatekonomi, handlar om pris. Veta samband, dels pris och vikt. Det gäller att ställa upp samband mellan de här. För högre nivå kunna ställa upp med symbolisk algebra så att man får det allmänt och en eller några som gjorde det. Det var någon som hittade ett numeriskt exempel. De kanske inte ställde upp det så snyggt och allmänt med symbolisk algebra. Kopplat till formativ bedömning sa jag till eleverna att hitta ett exempel där det stämde. Jag sa i matematiken ska man ofta hitta generella samband som kan gälla för flera tal, jag försökte sälja in det men alla gillade det inte. Det var vissa som tyckte att deras lösning var snyggare, detta stämmer ju liksom. (Albert)

Tom berättar att det problem han har med sig har han inte provat än i sin undervisning. Problemet handlar om ekvationssystem för tre okända variabler, eleverna har tidigare fått prova på att lösa ekvationssystem med två okända. Eleverna kommer att jobba i grupp och de kommer att få en våg samt bultar, muttrar och brickor. De ska räkna ut vad bultarna, muttrarna och brickorna väger. Uppgiften hittade han på NCMs hemsida. Han tycker att detta är ett bra problem då det är nytt för eleverna och eleverna får chansen att utveckla sin problemlösningsförmåga. Tom anser även att problemet är väl förankrade i både det centrala innehållet och kunskapskraven för problemlösning. Formativ bedömning kommer han att ge till eleverna under lektionen i form av frågor och feedback. Han har redan innan lektionen förberett frågor som han kommer att ställa ifall eleverna kör fast. Detta för att eleverna ska tänka nytt och kunna komma vidare med problemet:

Försöka hitta nya idéer och testa nya saker. tror att det här med muttrar och våg och sådär de som får det svårt med att se x , y och z får hjälp med att konkretisera och vad är det man sysslar med när man söker ett ekvationssystem då. Det är tanken. Uppgiften ska behandla ekvationssystem och de ska jobba med problemlösning kopplat till kunskapskrav och centralt innehåll. Formativa återkopplar jag under lektionen, samlar inte in material utan pratar med eleverna, läser det sig så ställer jag en hjälpfråga som jag förberett. Detta så att eleven kan tänka nytt och komma vidare. (Tom)

Gustavs problem handlar om att eleverna ska hitta mönster. Uppgiften har han tagit från en sistauppgift från en gammal provning. Även om eleverna på provningen skulle lösa uppgiften själva tycker han att den funkar bra att använda i grupper. I denna uppgift finns det en spelplan med tre lika rutor och en med fem rutor. Rutorna är på rad. På varje plan finns det lika många vita och svarta brickor och en ruta är lämnad tom. De vita brickorna börjar på rad i ena änden och de svarta i den andra på rad så att en ruta är tom i mitten. Till en början ska eleverna räkna ut hur många hopp som krävs för att brickorna ska byta plats på de båda spelplanerna. Sedan ska eleverna räkna ut hur många hopp som krävs för en spelplan med 3 brickor i varje färg. Till sist ska eleverna hitta en formel för hur man kan räkna ut antal hopp om man har x antal brickor. Denna uppgift anser Gustav innebära att eleverna får chansen att utveckla fler förmågor än problemlösningsförmågan. Han säger att han kopplar uppgiften till samband och förändring. Genom att ställa frågor och ge tips tycker han att han använder sig av formativ bedömning och han säger också att det är viktigt att göra en bra bedömningsmall också:

Den funkar bra att använda i klassrummet, får bra diskussioner i grupperna. Jag hjälper till formativa med frågor och tips. Men det gäller att inte hjälpa för mycket då sabbar man istället för eleverna. Kopplar detta till samband och

förändring, hitta mönster. Dessa täcker ju fler förmågor, måste kunna modellera, problemlösningsförmågan är en ihopklumpning av fler förmågor. Man behöver göra en bra bedömningsmall också. Man lär sig efter att ha haft en kurs flera gånger hur man ska göra. (Gustav)

7 Diskussion

I diskussionsdelen kommer jag att besvara de fyra frågeställningar som undersökningen har. Genom att koppla ihop undersökningens bakgrund och teoretiska utgångspunkt med resultatet kommer jag att diskutera och analysera deltagarnas svar.

I denna del kommer jag även att diskutera metoden för undersökningen samt diskutera didaktiska konsekvenser och ge förslag på fortsatt forskning.

7.1 Resultatdiskussion

Här kommer undersökningens frågeställningar att besvaras utifrån bakgrund, teoretisk utgångspunkt och resultatet.

7.1.1 Vad är matematisk problemlösning?

Litteraturen lyfter fram att problemlösning är när man står inför ett problem som är utmanande, intressant, inte är rutinmässigt och lösningsmetoden inte är uppenbar med en gång. För att det ska vara matematisk problemlösning anser Krulik (2009) att problemet eleverna ska lösa även ska vara användbart och nyttigt för deras lärande inom matematik. Enligt Taflin (2007) bör de problem som eleverna jobbar med vara så kallade ”rika problem”, detta då hon menar på att rika problem skapar motivation och intresse hos eleverna. Skolverkets (2017B) syn på problemlösning påminner om Kruliks definition.

För att lösa ett matematiskt problem behöver eleverna använda sig av sin problemlösningsförmåga. D.v.s. eleverna ska kunna formulera, analysera och tolka problemet för att sedan välja en lämplig strategi för att kunna lösa problemet. Detta kan göras i de fyra faser Pólya (1945) skriver om; förstå problemet, göra upp en plan, genomföra planen och se tillbaka. För att eleverna ska utveckla sin problemlösningsförmåga tror jag det är väldigt viktigt för eleven att se tillbaka på problemet, vad eleven gjort och hur den har löst problemet och värdera sin lösning. Skolverket (2017B) poängterar att problemlösning utmanar eleverna till bland annat högt tänkande och diskussioner vilket leder till metakognitiva reflektioner, vilket är en förutsättning för lärande i det sociokulturella perspektivet.

Vid problemlösning inom matematik i skolan kan eleverna jobba med ett problem ensamma eller i grupp. En ensam elev kanske inte har något annan elev att diskutera sitt problem med, men läraren kan hjälpa eleven genom att ställa frågor till eleven och diskutera med eleven. I en grupp som jobbar med problemlösning uppstår oftast diskussioner inom gruppen om hur man ska gå till väga för att lösa problemet. I det sociokulturella perspektivet är kommunikation och samtal i sociala sammanhang en viktig del för lärande (Dysthe, 2003). Läraren bör därför se till att eleverna får jobba i grupper när de ska lösa matematiska problem då diskussioner ofta uppstår av sig själv enligt mina erfarenheter. För en ensam person uppstår detta inte lika naturligt även om kommunikation med läraren förekommer så riskerar den ensamma eleven att missa en del i sitt matematiska lärande.

7.1.2 Vad anser lärare att problemlösning inom matematik är?

Lärarnas syn på vad de anser att problemlösning är skiljer sig något, men de har en gemensam central syn. Denna syn delar Skolverkets (2017B) definition på problemlösning, att problemet som eleverna ställs inför är en uppgift som inte är av standardkaraktär, inte en rutinuppgift och att eleven inte kan se lösningen med en gång. Eleverna måste tänka och analysera

problemet. Gustav pratade om att han gärna ser att problemet ska skapa ett intresse hos eleverna vilket är i linje med vad Taflin (2007) lyfter fram.

Lärarna har lite olika syn på vad de anser att problemlösningsförmågan är. Albert och Gustav säger att problemlösningsförmågan är en förmåga där eleven använder sig av de andra förmågorna och sina tidigare kunskaper för att lösa problemet. Lars, Tom och Markus anser att problemlösningsförmågan är att eleverna hittar en metod för att lösa problemet genom att använda sin kreativitet och egna tankar. Jag tycker inte att lärarnas svar speglar Skolverkets (2017A) definition på problemlösningsförmågan helt, då eleverna ska kunna formulera, analysera och lösa problem och värdera de strategier, metoder och resultat de fått.

Skolverket (2017A) poängterar att när en elev försöker lösa ett problem använder sig eleven av andra förmågor, samt utvecklar dem. Alla lärarna i undersökningen anser precis som Skolverket att problemlösningsförmågan är viktig för att eleven ska kunna utveckla sina matematiska kunskaper och förmågor. Jag håller med om detta då jag själv fick jobba en del med problemlösning som elev när jag gick årskurs 7-9. Det var under denna tid som jag känner att mina matematiska kunskaper och förmågor utvecklades som mest och mitt intresse för matematik ökade.

Albert och Gustav var inne på att tidigare kunskap är viktig för att kunna lösa ett problem. Dysthe (2003) skriver att Dewey ansåg att kunskap ska grunda sig i elevernas tidigare erfarenheter. Vidare skriver Dysthe att enligt det sociokulturella perspektivet är tankeverksamheten hos människor en process som vi lär oss genom. Genom att tänka och analysera ett problem sätter eleverna ord på problemet för att förstå det och därmed utvecklar de sin begreppsbildning och förståelse kring problemet. Vygotskijs närmaste utvecklingszon och dess utvecklingsprocesser beskriver att om eleverna får en förståelse för ett problem närmar de sig även en lösning på problemet och med hjälp av läraren kan de klara av att nå lösningen (Dysthe & Igländ, 2003).

Mina egna tankar kring ett problem är att eleverna ska få tänka och analysera kring problemet en del innan de klarar av att lösa det. För en lärare bör det då vara viktigt att tänka på hur hen väljer ett problem för att eleverna ska få chansen till detta, frågan är då hur kan man gå tillväga?

7.1.3 Hur undervisar lärare problemlösning inom matematik?

Jag tycker att det är en bra idé att lärare utgår från det centrala innehållet och kunskapskraven för matematik när de ska välja ett problem till sina elever. De intervjuade lärarna säger att de även väljer problem kopplade till elevernas intressen och vardag. Jag anser att det är en bra idé att lärarna väljer ett problem som har en koppling till deras intressen och även vardagsproblem, detta tror jag skapar en större motivation till både problemlösning och matematik. Lärarna säger att de oftast väljer att använda de svåraste uppgifterna i boken till problemlösning och att de ibland använder ett problem de själva har tagit fram. Tom är den lärare som jag tyckte var mest ambitiös och som noggrant väljer problemen han använder i sin undervisning. Han väljer inte problem ifrån boken och han väljer de problem som han tror eleverna kommer att få analysera och kämpa med för att klara av.

De problem som Tom hade med sig (se bilaga 3) om muttrar och skruvar anser jag är vad Taflin (2007) menar är ett rikt problem då de uppfyller de sju kriterierna, bland annat anser jag att hans problem är lätt att förstå, det krävs en ansträngning för att lösa problemet och bidrar till att skapa resonemang kring problemet. Jag tycker även att Markus och Lars

problem (se bilaga 2) om hur man kan få maximal volym när man viker ett A4-papper till en låda, är ett rikt problem. Detta då jag anser att problemet bland annat är lätt att förstå, går att lösa på flera sätt och är en utmaning för eleverna. Detta problem gillar jag mycket då man även kan anpassa det efter elevens förkunskaper inom matematik, vilket det sociokulturella perspektivet lyfter fram som en förutsättning för att kunna lära sig något nytt. Genom att använda de kunskaper man redan har kan man sedan förstå något liknande (Dysthe, 2003).

Om en elev inte har förkunskaperna för att kunna lösa ett problem tror jag att det blir svårt för eleven att klara av att lösa problemet och eleven tappar motivation till att lösa problemet, vilket även kan leda till att eleven går miste om att lära sig ny kunskap. Detta gör att det är viktigt att de problem som lärarna väljer bör vara de så kallade "rika problem" som Taflin (2007) skriver om.

Förutom att uppfylla de sju kriterierna för ett rikt problem kan läraren fundera på om problemet uppfyller de mål som finns i problemlösningssprocessen som Taflin (2007) gjort en tabell över. Kommer problemet att utveckla kreativitet hos eleverna? Får eleverna chansen att lära sig nya matematiska begrepp och metoder? Kommer deras matematiska språk att utvecklas? Dessa mål tror jag eleverna uppnår när de löser problem. Det sista målet som ska uppfyllas är att eleverna själva ska kunna formulera egna problem. Ingen av de lärarna jag intervjuade nämnde något om detta, jag tror inte heller att det är vanligt att elever uppnår detta mål. Jag tror att eleverna inte når detta mål av två orsaker; för att eleverna inte får chansen att prova och för att det krävs mycket goda kunskaper i matematik för att kunna formulera ett eget problem.

Tom, Albert, Gustav och Markus var de lärare som under intervjuerna nämnde att de förbereder större delen av en lektion eller en hel lektion till att ha med problemlösning undervisning. I dessa fall blir inte problemlösningen ett sidoarbeta för de elever som har kommit långt i sin lärobok vilket Taflin (2007) poängterar händer ofta i matematikundervisning för att lärare anser att de inte har tid eller erfarenhet nog. Jag håller med de lärare jag intervjuat och tycker att det är bra att ha med problemlösning i sin undervisning, men att eleverna behöver kunna de matematiska grunderna innan de får ett problem för att kunna klara av det. Det tycker jag att Gustav beskriver bra:

[...] att problemlösning är kronan på verket när man har grunden (Gustav)

När eleverna jobbar med problemlösning vill lärarna att eleverna helst ska göra detta i grupp. Detta då lärarna vill att eleverna ska diskutera och resonera kring problemet och hur de ska gå till väga för att lösa det. I det sociokulturella perspektivet lyfter man fram att lärande främst sker i en social praxis d.v.s. i en grupp där man kommunicerar med varandra. När eleverna kommunicerar med varandra får de ta del av varandras kunskaper och erfarenheter vilket gör att språket fungerar som ett viktigt medierande verktyg för elevernas lärande och utveckling. För en lärare är det därför viktigt att sätta ihop grupper där alla elever får chansen att vara med i diskussionerna (Dysthe, 2003).

Lärarna säger att de går runt i klassrummet och hjälper till genom att bland annat ge tips och kommentarer. Gustav och Tom ställer även frågor till eleverna då de vill att eleverna ska få tänka om och kanske på ett annat sätt för att hitta en metod för att lösa problemet. Pólya (1945) skriver om vikten av att lärarna ställer frågor till eleverna för att eleverna ska utveckla en tankevana. Frågorna bör vara allmänna för annars är risken att läraren istället guidar eleverna som då följer lärarens väg mot lösningen istället för sin egen. Genom att lärarna

ställer frågor får eleverna feedback som hjälper dem att komma framåt med uppgiften, vilket Hattie & Timperley (2007) anser är en viktig del in den formativa bedömning lärare ska ge eleverna. Att ge feedback till eleverna gör att de blir delaktiga i sin egen lärandeprocess och eleverna får en tydligare väg mot målen och kunskapsutveckling (Klapp, 2015).

I det sociokulturella perspektivet fungerar läraren som en hjälp i elevernas lärande. Genom att ställa frågor till eleverna som Gustav och Tom säger att de gör, fungerar de som ett medierande verktyg för eleverna och blir därmed en del i deras lärandeprocess. Lärarnas roll kan därmed bli det stöd som eleverna behöver i Vygotskijs närmaste utveckling, d.v.s. hjälpa eleverna att klara av något de inte skulle kunna klarat av själva, för att sedan kunna klara av det utan hjälp (Dysthe & Igland, 2003).

Tom och Albert säger att de skulle vilja ha med mer problemlösning i sin undervisning. Albert menar att då han inte har så mycket erfarenhet av att vara matematiklärare är det en anledning till att han inte har mer problemlösning i sin undervisning. Tom lyfter fram att tiden är knapp och att det inte finns tid till mer problemlösning i planeringen. Dessa två anledningar nämner Taflin (2007) till att problemlösning inte förekommer så ofta i matematikundervisning i skolan.

7.1.4 Hur bedömer lärare elevernas kunskaper i problemlösning inom matematik?

Inom matematiken ska lärarna göra bedömningar av elevernas kunskaper, både summativa och formativa. De summativa bedömningarna säger de intervjuade lärarna att de gör på prov och när de ska sätta betyg, men att de även samlar information om elevernas kunskaper under lektionstid. Det är en del av lärarnas arbetsuppgifter enligt Skolverket (2017B). Jag vill tillägga att eleverna inte får ett betyg i problemlösning, utan att lärarens bedömning av elevernas problemlösning förmåga är en del i det betyg eleverna får.

Proven är det som väger tyngst när det kommer till den summativa bedömningen. Till proven säger Albert, Gustav och Markus att de gör en bedömningsmatris till den uppgift som handlar om problemlösning. I matriserna står det vad eleverna får poäng för. Gustav säger bland annat att eleverna kan få poäng om de visar kunskaper i t.ex. procedur- eller begreppsförmåga eftersom han menar att de förmågorna ingår i problemlösning, vilket även finns med i kunskapskraven (Skolverket, 2017A). Detta stämmer med vad Taflin (2007) anser då hon poängterar att problemlösning även utvecklar andra förmågor. Markus brukar använda Kunskapsmatrisen till prov, till varje uppgift där finns det redan en mall för vad eleverna bedöms på. Albert delar ut den matris han har gjort till eleverna innan provet börjar. I denna matris kan eleverna se vilka kvalitéer de ska uppnå för de olika betygen. Jag själv tycker att det är en bra idé med att använda sig av matriser vid bedömning och att man delar ut dem till eleverna eftersom det ger dem en tydlig bild av vad de blir bedömda på.

Lärarna säger att det är viktigt att man bedömer utifrån det centrala innehållet och de kunskapskrav som finns. Det som Tom tycker är bra med problemlösning är att det går att använda på alla områden inom det centrala innehållet. Gustav och Lars påpekar dock att det är viktigt att följa styrdokumentet för att eleverna ska kunna uppnå målen, vilket Klapp (2015) skriver om. Något jag fann intressant är att lärarna har lite skilda åsikter angående tolkningen av kunskapskraven. Albert säger att han tycker det är svårt att tolka de olika betygskriterierna och därmed sätta rätt betyg på eleverna. Tom tycker däremot tvärtom då han säger att kunskapskraven är väldigt tydliga kriterier för de olika betygsnivåerna. Jag själv håller nog

med om att det kan vara svårt att tolka kunskapskraven och vad som gäller för de olika nivåerna. Ett annat problem lärarna ser med summativ bedömning är att det inte ger eleverna någon information om vilka fel de gjort och hur de ska gå vidare.

Den formativa bedömningen tycker lärarna ger mer information till eleverna om hur de ska göra för att kunna komma vidare i sin utveckling. De säger att de använder sig av formativ bedömning bland annat under lektionstid. Under en lektion med problemlösning använder lärarna formativ bedömningen genom att ställa frågor till eleverna. Detta gör de oftast när de har fastnat i något problem och inte kommer längre. Genom att ge kommentarer och ställa frågor om problemet vill lärarna att eleverna ska börja tänka i nya banor som ska leda dem framåt, vilket Pólya (1945) lyfter fram i sin bok. Detta liknar jag vid den typ av feedback som Klapp (2015) och Hattie & Timperley (2007) menar på leder eleven framåt. Detta är den formativa bedömningens syfte. Alltså att ge eleverna feedback så att de kan ta sig vidare till nästa steg och lära sig något nytt. Detta tycker jag är ett bra sätt att ge formativ bedömning på under en lektion. Det behöver inte ta allt för lång tid att ge en liten kommentar eller ställa en fråga. Det jag tycker man kan tänka på är vad Tom säger att det gäller att komma förberedd och veta när man ska ge feedback till eleverna.

Ibland får eleverna gå igenom sina lösningar med hela klassen i slutet av en lektion. Då redovisar de sina lösningar inför sina klasskamrater samt får feedback från varandra. Klapp (2015) menar på att detta ger eleverna en förståelse för hur andra elever tänker och de får en förståelse för de mål de ska lära sig. Eleverna blir även delaktiga och tar ansvar för sitt eget lärande. Detta anser jag speglar det sociokulturella perspektivets syn på lärande genom att eleverna får lära sig genom att vara aktiva i ett socialt sammanhang och där eleverna får använda språket som ett medierande verktyg för lärande (Dysthe, 2003).

Det är inte bara under lektionstid som lärarna använder sig av formativ bedömning, utan de använder sig av formativ bedömning även vid prov. Efter ett prov skriver de feedback på vad eleverna har gjort och hur de kan göra för att fortsätta utveckla sin problemlösningss förmåga. Det problem jag kan se här är att det kan vara svårt för eleverna att tolka vad läraren menar och syftar på. Det jag tycker är väldigt intressant är att Markus låter sina elever rätta sina egna prov, detta skulle jag vilja säga är en effektiv typ av formativ bedömning där eleverna blir väldigt aktiva i sitt eget lärande samt får en förståelse för de mål de ska uppnå (Klapp, 2015). Att eleverna sedan går igenom sin rättning och jämför med lärarens rättning anser jag kan gå ihop med Vygotskij och den närmaste utvecklingszonen. Jag tycker att detta är ett tydligt fall där läraren fungerar som ett stöd till att eleverna kan ta sig vidare till nästa steg i sin utveckling (Dysthe & Igland, 2003).

De svårigheter som lärarna ser med den formativa bedömningen är att den tar tid. De menar på att det är väldigt svårt att hinna ge alla elever feedback under en lektion och de får i de fallen inte mer än någon minut med varje elev. De skriver även gärna kommentarer till eleverna efter ett prov eller en uppgift men säger att detta också tar tid. De säger även att de inte får mycket tid till att ge formativ bedömning under de betygsamtal de har. Jag håller med om att det tar tid att ge formativ bedömning till eleverna, men jag håller med Klapp (2015) om att det är viktigt att vara förberedd och att man är tydlig i den feedback man ger och att den ska komma vid rätt tillfälle.

Det är svårt att dra slutsatser utifrån endast fem intervjuer, men efter att ha läst tidigare forskning och analyserat mina intervjuer så skulle jag vilja säga att formativ bedömning är en av de viktigaste sakerna en lärare kan göra för att stötta sina elever i deras utveckling av

problemlösningsförmågan. Utvecklande av problemlösningsförmågan leder i sin tur till att utveckla de andra förmågorna samt att få nya matematiska kunskaper.

7.2 Metoddiskussion

I denna undersökning ville jag få gymnasielärares syn på problemlösning och formativ bedömning, jag ville höra deras åsikter och tankar och därför valde jag att göra en kvalitativ undersökning (Kvale 2007). Jag valde att göra semistrukturerade intervjuer för att kunna vara flexibel och kunna ställa följdfrågor och att intervjun skulle vara öppen så att de lärare jag intervjuade kunde utveckla sina tankar och idéer (Denscombe, 2009). Jag tycker att jag lyckades få deras bild av problemlösning och formativ bedömning. Jag tror dock att intervjuerna skulle bli bättre om jag hade mer erfarenhet av att intervjua och fått med mer av deras tankar.

Valet att intervjua fem lärare berodde på att jag ville ha flera lärares tankar och en spridning av deras kompetenser och åldersskillnad för att inte få samma synsätt och svar från dem. Spridningen kunde nog varit bättre då tre av dem jobbar på samma skola, lärarna undervisar även på olika högskoleförberedande program. Alla fem lärarna jag intervjuade har jag träffat sedan innan vilket var en anledning till att de blev tillfrågade. Jag tror även att det var en fördel att jag kände dem då jag själv kunde vara mer avslappnad under intervjun samt att jag kände till lite hur de undervisade.

Valet av den teoretiska utgångspunkten med det sociokulturella perspektivet gjordes eftersom det handlar om att lärande sker i sociala sammanhang vilket eleverna tar del av i problemlösning när de arbetar i grupper (Dysthe, 2003). Vid undervisning av problemlösning i skolan arbetar eleverna oftast i grupper där de ska få diskutera och resonera hur de ska gå till väga och därmed lär sig av varandra vilket jag tycker passar bra in med hur det sociokulturella perspektivets teorier handlar om lärande. Även formativ bedömning handlar om att man ska lära sig med hjälp av andra, både elever och lärare.

Vid transkriptionen och analysen utgick jag från min bakgrund och min teori för att kunna välja och sortera min insamlade data. När jag transkriberade och analyserade gjorde jag detta efter mina egna tolkningar och jag delade in materialet i flera olika kategorier (Forsblom-Nyberg, 1995; Rennstam & Wästerfors, 2011). I min intervjumall hade jag kategoriserat frågorna vilket gjorde det enklare för mig att hitta mina kategorier och materialet till dem. Genom att kategorisera materialet blev det enklare för mig att sedan besvara mina frågeställningar.

I undersökningen sökte jag svar på hur lärare i gymnasiet ser på problemlösning och formativ bedömning. Jag tycker att svaren jag fick var bra, men att undersökningen hade varit mer valid och reliabel om jag hade intervjuat lärare från flera olika skolor. Att intervjua tre lärare från samma skola sänker undersökningens äkthet. Undersökningen kunde även haft en större spridning på lärarnas ålder och kompetens. Det jag har fått genom att intervjua lärare är deras syn, men undersökningen skulle ha fått en tydligare bild av hur problemlösning och formativ bedömning används i skolan om jag även hade intervjuat elever samt observerat lektioner där problemlösning förekom.

7.3 Didaktiska konsekvenser

Det som jag har lärt mig under denna undersökning är att det är viktigt att det problem man väljer är väl genomtänkt och att jag som lärare behöver vara väl förberedd då eleverna hamnar

i lägen där de inte kommer vidare. Genom att vara förberedd med att ge eleverna formativ bedömning i form av att ställa frågor som får eleverna att tänka och se på problemet annorlunda kan eleverna själva få en förståelse för hur de ska gå vidare. Detta är en mer effektiv typ av feedback enligt Hattie & Timperley (2007) och Klapp (2015) än att jag som lärare säger hur de ska göra.

Vidare har jag lärt mig att problemlösning tar tid, att ge formativ bedömning tar tid, att välja ett bra problem som passar en hel klass inte är enkelt. Jag har även lärt mig att det är viktigt att informera om syftet och lärandemålet till eleverna som en del i den formativa bedömningen. Detta för att eleverna ska få en förståelse för vad de gör, vad de ska lära sig samt att de får en förståelse för hur de blir bedömda.

Det jag själv skulle vilja göra när jag arbetar som lärare är att använda mig mycket av problemlösning i min undervisning, men jag behöver planera väl. Än så länge har jag ingen större erfarenhet av att vara lärare men denna undersökning har gett mig saker jag tycker är bra att tänka på. Denna undersökning har gett mig insikt om hur jag vill använda mig av problemlösning i min undervisning. Jag tycker att problemlösning ska vara en central del i undervisningen, men kanske inte i så stor utsträckning som den får i den skolan som Boaler (2011) skriver om, där undervisningen helt var baserad på problemlösning. Jag tror att eleverna behöver en bra grund för att kunna lösa problemen, jag är inne på samma linje som Gustav är, att problemlösning ska vara "*kronan på verket*".

En sak som slår mig när jag har lyssnat på alla intervjuer är att ingen av lärarna nämner hur de vill att eleverna ska gå till väga när de ska lösa ett problem. Albert nämner kort att han vill att eleverna ska använda olika strategier som att rita en figur, göra en ekvation osv, men ingen nämner något om Pólyas fyra faser. Jag själv vill att mina elever ska gå igenom dessa faser när de löser problem. Jag vill även undervisa om problemlösning inte enbart genom problemlösning. Jag kan tänka mig att de flesta elever går igenom de tre första faserna, men att de missar den sista fasen "*att se tillbaka*". I den fjärde fasen poängterar Pólya (1945) att det är viktigt att eleverna ser tillbaka på sina lösningar, dels för att se om det finns något mer att göra, om det går att förbättra lösningen men även för att få nya kunskaper och utveckla sin problemlösningsförmåga. Att se tillbaka på sin lösning ger även eleverna en ökad förståelse för sin egen lösning. För mig som lärare är det viktigt att använda mig av formativ bedömning i denna fas genom att ställa frågor till eleverna för att bland annat göra eleverna delaktiga i sitt eget lärande och ge feedback som leder dem framåt (Klapp, 2015).

7.4 Fortsatt forskning

I denna undersökning har jag endast intervjuat lärare och det som jag skulle vilja undersöka vidare är vad eleverna har för upplevelser av problemlösning i undervisningen och hur de upplever att formativ bedömning påverkar deras lärande och utveckling. Jag skulle även vilja vara med under lektioner och observera då problemlösning är en del av undervisningen. Detta för att se hur lärarna undervisar det och för att se hur eleverna jobbar med problemen och hur de hanterar dem. Jag skulle vilja se hur formativ bedömning påverkar eleverna.

Referenslista

- Albinsson, M., & Svensson, A. (2015). Matematisk problemlösningen studie om problemlösning i undervisningen (Kandidatuppsats). Göteborg: Chalmers.
- Bergsten, C. 2008. *Den matematiska problemlösningens didaktik*. Hämtades 2017-03-27 från: www.ncm.gu.se
- Boaler, J. (2011). Elefanten i klassrummet - att hjälpa elever till ett lustfyllt lärande i matematik. Liber.
- Denscombe, M. (2009). Forskningshandboken: för småskaliga forskningsprojekt inom samhällsvetenskaperna. Studentlitteratur.
- Dysthe, O. (2003). Sociokulturella teoriperspektiv på kunskap och lärande. I O. Dysthe (Red.), *Dialog, samspel och lärande* (s. 31-74). Lund: Studentlitteratur.
- Dysthe, O., & Igland, M. (2003). Vygotskij och sociokulturell teori. I O. Dysthe (Red.), *Dialog, samspel och lärande* (s. 75-94). Lund: Studentlitteratur.
- Esaiasson, P., Gilljam, M., Oscarsson, H., & Wängnerud, L. (2007). Metodpraktikan. *Konsten att studera samhälle, individ och marknad*, 3, 283-303. ISO 690
- Forsblom-Nyberg, Y. (1995). Samtal som transkription. M. Ivars & P. Slotte (red.), *Folkmålsstudier*, 36, 53-74.
- Hattie, J., & Timperley, H. (2007). The power of feedback. I *Review of Educational Research*, 77(1), 81-112. (31 sid.)
- Jakobsson, A. 2012. *Sociokulturella perspektiv på lärande och utveckling - Lärande som begreppsmässig precisering och koordinering*. Hämtades 2017-04-04 från <http://journals.lub.lu.se/ojs/index.php/pfs/article/view/9411/8173>
- Klapp, A. (2015). *Bedömning, betyg och lärande*. Lund: Studentlitteratur (195 sid.)
- Krulik, S. (2009). Problem och matematik. *Nämaren*, 2009(4), s. 56-59.
- Kvale, S. 1997. *Den kvalitativa forskningsintervjun*. Studentlitteratur.
- Kvale, S. och Brinkmann, S. (2009) *Den kvalitativa forskningsintervjun*. Lund: Studentlitteratur AB.
- Lundahl, C. (2012) *Bedömning – att veta vad andra vet*. Lundgren, U.P., Liberg, C. & Säljö, R. (Red.) (2012). *Lärande Skola Bildning. Grundbok för lärare*. (2:a uppl.). Stockholm: Natur & Kultur.
- Nationalencyklopedin. 2017. *Bedömning*. Hämtat 2017-04-18 ifrån <http://www.ne.se/uppslagsverk/ordbok/svensk/bedomning>

Pölya, G. (1945). *How to Solve it*. Second Edition. Princeton: Princeton University Press
Rennstam, J., & Wästerfors, D. (2011). Att analysera kvalitativt material. G. Ahrne, & P. Svensson. *Handbok i kvalitativa metoder*, 194-210. Malmö: Liber.

Skott, Jeppe., Jess, Kristine., Hansen, Hans. Christian., & Lundin, Sverker. (2010). *Matematik för lärare, Delta Didaktik* (J. Retzlaff, övers.). Malmö: Gleerups. (Original publicerat 2008).

Skolinspektionen. 2016. Senare matematik i gymnasieskolan (3c). Hämtat 2017-04-10 från: <https://www.skolinspektionen.se/globalassets/planerade-pagande-granskningar/matematik3c/senare-matematik-i-gymnasiesko-lan-matematik-3c.pdf>

Skolverket. 2017A. Ämnesplaner inom matematik. Hämtades 2017-03-28 från: <https://www.skolverket.se/laroplaner-amnen-och-kurser/gymnasieutbildning/gymnasieskola/sok-amnen-kurser-och-program/subject.htm?subjectCode=MAT&lang=sv&tos=gy>

Skolverket. 2017B. Kommentarer till matematik. 2017-03-31 från: <https://www.skolverket.se/laroplaner-amnen-och-kurser/gymnasieutbildning/gymnasieskola/sok-amnen-kurser-och-program/subject.htm?subjectCode=MAT&lang=sv&tos=gy>

Säljö, R. (2012). *Den lärande människan – teoretiska traditioner*. Lundgren, U.P., Liberg, C. & Säljö, R. (Red.) (2012). *Lärande Skola Bildning*. Grundbok för lärare. (2:a uppl.). Stockholm: Natur & Kultur

Taflin, E. (2007). *Matematikproblem i skolan – för att skapa tillfällen till lärande* (Doktorsavhandling). Institutionen för matematik och matematisk statistik, Umeå universitet.

Torrance, H. (2007). Assessment “as” learning? How the use of explicit learning objectives, assessment criteria and feedback in post-secondary education and training can come to dominate learning. I *Assessment in Education: Principles, Policy & Practice*, 14(3), 281-294.

Vetenskapsrådet (2002). *Forskningsetiska principer inom humanistisk-samhällsvetenskaplig forskning*. Stockholm: Vetenskapsrådet.

Vygotskij, L.S. (1978). *Mind in Society: The Development of Higher Psychological Processes*. Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press

Bilaga 1 - Intervjuguide

- Hur länge har du jobbat som matematiklärare?
- Var gick du din utbildning? Vilket lärarprogram gick du? Vilket program undervisar du på?

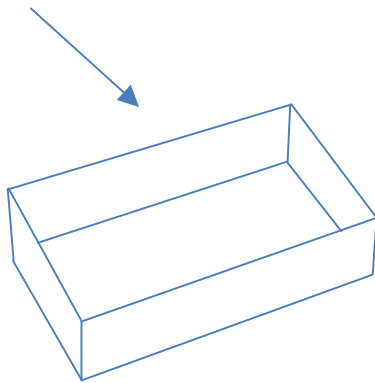
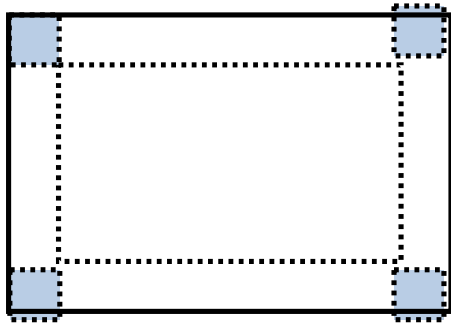
- Vad är problemlösning inom matematik enligt dig?
- Hur använder du dig av problemlösning i din undervisning?
- Vad innebär problemlösningsförmågan för dig?
- Hur väljer du ett problem?

- Hur ser du på bedömning inom problemlösning?
- Hur använder du dig av summativ bedömning vid problemlösning?
- Hur använder du dig av formativ bedömning vid problemlösning?
- Hur kopplar du dina bedömningar till centralt innehåll och kunskapskrav?
- Vilka möjligheter och svårigheter ser du med de olika bedömningsmetoderna?
- Hur kan du utveckla din undervisning genom problemlösning?

Problemlösningsuppgift(er) som läraren har med sig och berättar hur hen bedömer uppgiften/uppgifterna kopplat till centralt innehåll och formativ bedömning.

Bilaga 2 - Markus och Lars problemuppgift

Problemlösning i matematik 1



Av ett A4-papper kan man vika ihop en låda genom att klippa bort kvadratiska hörn (se figurer till vänster).

Hur stora kvadrater skall man klippa bort om man vill att lådan skall få maximal volym?

Hur kan man göra för att lösa detta problem?

Ett A4-papper har måtten:

Bredd: 21 cm

Längd: 30 cm

Bilaga 3 – Toms problemlösningsuppgift

Bultar och muttrar

Förkunskaper

Viss vana vid ekvationslösning.

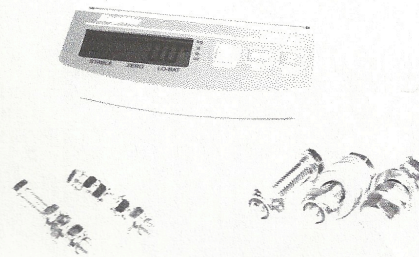
Material

Våg som visar tiondels gram, bultar med låsmuttrar som inte går att skruva av samt brickor. Förbered tillräckligt antal uppsättningar med

A: två lika bultar men med olika antal muttrar

B: tre lika bultar med olika antal muttrar och brickor.

Observera att bultar och muttrar i de olika uppsättningarna ska vara av olika storlek.



Beskrivning

Eleverna arbetar i grupper om 2–3 personer. Uppgiften är att bestämma vikten på enstaka bultar, muttrar och brickor. Varje grupp får en A- och en B-uppsättning att väga. De kan sedan ställa upp ekvationer där exempelvis b är antalet gram en bult väger, m är hur mycket en mutter väger och r antalet gram en bricka väger.

Introduktion

Placera eleverna i grupper och ge dem elevblad och material.

Uppföljning

Följ upp i helklass de olika metoder och variabelsättningar grupperna använt sig av. En uppsättning gav följande vikter:

$$A \quad \begin{cases} b + 5m = 44,8 \\ b + 3m = 35,3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4,75 \\ b = 21,05 \end{cases}$$

$$B \quad \begin{cases} 41,6 = b + m \\ 68,6 = b + m + 5r \\ 73,9 = b + 3m + 2r \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} r = 5,4 \\ m = 10,75 \\ b = 25,45 \end{cases}$$

Efter lektionen

Kontrollera så att inte A- och B-uppsättningarna har blivit blandade.

Variation

Gör fler uppsättningar med andra dimensioner på bultar, muttrar och brickor.

Ursprung

Aktiviteten kommer från Ragnar Svensson, Nösnergymnasiet i Stenungsund.



Bilaga 4 – Gustavs problemuppgift

1. I det här spelet gäller det att byta plats på de vita och svarta brickorna. Spelet ser ut så här:

- Spelplanen består av en rad med rutor.
- Det finns lika många vita som svarta brickor
- Det får aldrig finnas två brickor på samma ruta
- Det finns alltid en enda tom ruta

Det finns två tillåtna sätt att flytta en bricka:

- En bricka får flyttas ett steg till en tom ruta
- En bricka får hoppa över en annan bricka till en tom ruta

Från början är de vita brickorna till vänster och de svarta till höger, så att den tomma rutan hamnar i mitten.

(a) Ett spel med en vit och en svart bricka startar så här



och ett spel med två vita och två svarta brickor startar så här:



Hur många hopp behövs som minst för att byta plats på de vita och svarta brickorna i dessa båda fall?

- (b) Undersök hur många hopp som behövs om man börjar med tre brickor av varje färg.
- (c) Hitta ett mönster och föreslå en formel som beskriver antalet hopp om man har x brickor av varje färg.

Bilaga 5 – Alberts problemuppgift

I en butik kan man köpa socker av två olika märken: A och B. Man vet paket A är 20 % dyrare än paket B, och att paket B är 20 % lättare än paket A. Vilket paket bör man köpa om man ser till kilopris?