GÖTEBORGS UNIVERSITET

Ett urval av svenska matematiklärares matematiska kunskap – En kvalitativ undersökning vid Göteborgs Universitet

Izabelle Holmqvist

Självständigt arbete L6XA1A

Handledare: Florenda Gallos-Cronberg

Examinator: Peter Erlandson

Rapportnummer: VT17-2930-010-L6XA1A

Sammanfattning/Abstract

Titel: Ett urval av svenska matematiklärares matematiska kunskap – En kvalitativ undersökning vid Göteborgs Universitet.
Title: Mathematical knowledge of a sample of Swedish teachers in mathematics – A qualitative study at the University of Gothenburg
Författare: Izabelle Holmqvist
Typ av arbete: Examensarbete på avancerad nivå (15 hp)
Handledare: Florenda Gallos-Cronberg
Examinator: Peter Erlandson
Rapportnummer: VT17-2930-010-L6XA1A
Nyckelord: Division med bråktal, Liping Ma, matematikundervisning, djupgående förståelse för grundläggande matematik

This thesis looks upon a sample of Swedish teachers in middle school teaching mathematics and their capabilities in computing and pedagogically representing a mathematical problem based on division by fractions. The result has also been compared to Chinese teachers' performance on the same task. The study is explorative in its nature and looks upon teachers' mathematical knowledge as a potential dependent variable explaining decreasing performance in Swedish pupils' mathematics performance.

The study builds upon a framework developed by Liping Ma (2010) and the qualitative data collected shows that Swedish teachers seem to be way behind their Chinese colleagues when it comes to mathematical knowledge and conceptual understanding. The respondents had difficulties in computing in accordance with mathematical laws and logic. Every one of the respondents except for one failed completely in coming up with a logical representation, a pedagogical story, for a simple division of fractions problem. Here the Swedish teachers were well outperformed by the Chinese teachers.

Even though the sample is not big enough for making any generalization over a bigger population, it seems evident that the understanding needed for transferring mathematical knowledge to the next generation/-s is not good enough to be satisfactory.

Keywords: Division by fractions, Liping Ma, teaching mathematics, profound understanding of fundamental mathematics

Förord

Det finns många som borde tackas för att denna uppsats färdigställts.

Först och främst vill jag rikta ett stort tack till min handledare Florenda Gallos-Cronberg som hjälpte mig på alla möjliga sätt en handledare kan hjälpa till på. Tack för alla dina tips och kommentarer kring allt från val av ämne till minsta formulering av underrubrik. Du har varit till enorm hjälp. Tack!

Jag vill även tacka alla respondenter som deltog i studien. Utan er hade denna studie aldrig blivit av. Tack!

Avslutningsvis skulle jag även vilja tacka alla föreläsare, seminarieledare och klasskamrater jag varit i kontakt med under mina år på lärarutbildningen. Tack!

Innehållsförteckning

1. Introduktion

I detta kapitel redogörs bakgrunden till uppsatsen och dess ämne, syftet till varför uppsatsen är av akademiskt och praktiskt intresse, den huvudsakliga forskningsfrågan och dess underfrågor, samt vilka avgränsningar författaren gjort under uppsatsarbetets gång.

1.1 Bakgrund

Matematik är ett ämne som flitigt debatterats i media de senaste åren. I internationella mätningar såsom PISA (Programme for International Student Assessment)-undersökningen har Sverige resultatmässigt fallit tillbaka kraftigt (PISA, 2012). Samtidigt har vikten av en ökad förståelse för matematik blivit allt större då matematiken historiskt sett inte prioriterats lika högt som skolämnet svenska inom skolväsendet i Sverige (Wyndhamn, 1997).

I takt med fallande svenska matematikkunskaper har dock vikten av kunskap inom ämnet fått allt större utrymme. Bland annat har Sveriges utbildningsminister Gustav Fridolin påtalat vikten av ett större fokus på matematikundervisningen i den svenska skolan ifall Sverige som land i framtiden skall kunna konkurrera med andra länder (Regeringskansliet, 2016). Tidigare utbildningsminister Jan Björklund uttryckte även han vikten av att följa med i utvecklingen då han 2011 presenterade stora satsningar på förbättrade matematikresultat i den svenska skolan med att mena att "Matte är inte vilket ämne som helst. Det är ett grundläggande basämne som är helt avgörande för Sverige som industrination och för vårt välstånd" samtidigt som han poängterar att "Eleverna lär sig mekaniskt räknande men förstår inte vad de gör" (Expressen, 2011).

Vikten av matematikkunskaper skall vidare inte begränsas till att innefatta enbart en kunskap i att utföra beräkningar och lösa matematiska problem, utan bör istället ses som en förutsättning även för utvecklingen av logiska resonemang i stort (Fazio och Siegler 2011). Med en liknande slutledning beskriver Skolverket (2017) matematikämnet med att kunskaper i matematik ger människor förutsättningar att fatta välgrundade beslut i vardagslivets många valsituationer samt att det ökar möjligheterna att delta i samhällets beslutsprocesser. Även Wang (2005) påtalar matematikkunskap vara grundläggande både för utvecklandet samt tillämpande av kunskap även inom andra områden.

Att matematiken har en tydlig och viktig roll i att skapa konkurrenskraftiga samhällsmedborgare i ett land kan därmed inte understrykas nog. Samtidigt har man i PISA-undersökningar sett tydliga resultat som påvisar att ett urval länder, däribland Kina, presterar mycket bättre resultat än västerländska stormakter såsom USA, England och andra historiskt sett mycket välutbildade länder (PISA, 2012). Även akademisk forskning har påvisat att kinesiska elevers matematikkunskaper med råge överträffar andra länders (Huang och Barlow, 2013) och flertalet förklaringar till detta fenomen har presenterats. Undersökningar har till och med visat att kinesiska elever i nionde klass har en större matematisk kunskap än amerikanska grundskollärare i matematik (Ma, 2010).

Forskare har försökt förklara Kinas prestationer med flertalet olika ansatser; Akademiska studier menar bland annat på att man i Kina använder sig av en annorlunda, mer centrerad, läroplan jämfört med andra länder vilket ger ett stort fokus på ämnet (Lan, Ponitz, Miller, Li, Cortina, Perry & Fang, 2009). Andra förklarar den höga nivån på matematikkunskaperna i Kina med att eleverna redan skaffat sig ett försprång jämfört med andra länders elever innan skolgången då det kinesiska språket i sig skapar bättre förutsättningar för matematisk kunskap

(Wang och Lin, 2005). Författarna menar bland annat att det kinesiska språkets numeriska logik underbyggs av en 10-baslogik som eleverna kan dra nytta av i matematiska resonemang, samtidigt som många lingvistiska beståndsdelar av språket delar terminologi med matematiken i stort.

Andra förklaringsmodeller som presenterats är ett större föräldraengagemang i elevernas matematiska utveckling i Kina jämfört med andra länder (Wang, 2005) samt ett större intresse samt användande av hjälpmedel som främjar utvecklandet av matematisk kunskap, såsom miniräknare och böcker. Miao, Reynolds, Harris och Jones (2015) presenterar skillnader i undervisningssätt, där kinesiska lärare lägger signifikativt mer tid på interaktion mellan lärare och elever än vad brittiska lärare gör som en skillnad i undervisningssätt som i sin tur kan ligga till grund för kunskapsskillnader, med kinesiska elever påfallande bättre, länderna emellan. Även Fan & Zhu (2007) ser lärarnas undervisningssätt som en förklarande faktor då de menar att kinesiska lärare använder sin undervisningstid mer effektivt, främst då mer komplexa uppgifter tillåts få mer tid för genomgång än simplare uppgifter.

Ett mer varierat undervisningssätt och tydliga lärarinstruktioner (Lan et. al, 2009), är även det en möjlig förklaring till kinesiska elevers påvisade kunskapsförsprång och representerande av välutvecklade abstrakta, symboliska strategier underbyggda av ett högre logiskt tänkande. Vad som än så länge dock inte redogjorts för är lärarnas matematikkunskaps roll i elevernas matematiska kunskaper.

Correa, Perry, Sims, Miller & Fang (2006) påvisar till exempel i sin studie att kinesiska matematiklärare ser det som sitt enskilda ansvar att eleverna utvecklar ett intresse för ämnet, där ett brinnande intresse i sin tur ligger till grund för kunskapsutvecklingen i ämnet och i den underliggande logiken.

En del av matematiken där kinesiska lärare påvisar en mycket stor relativ kunskap är inom division med bråktal (Ma, 2010). Författaren menar att division som räknesätt i sig är det svåraste och mest komplexa att förstå och tillämpa samtidigt som bråktal är en del av aritmetiken som många människor, matematiklärare inkluderat har mycket svårt att förstå (Fazio och Siegler, 2011). Författarna bakom denna artikeln hävdar att det finns en stark positiv korrelation mellan elevers matematikresultat och deras lärares matematiska kunskap, vilket innebär att vikten av att i första hand utbilda nutidens och framtidens matematiklärare är oerhört stor.

Kombinationen tal i bråkform som används i räknesättet division blir således en bra måttstock för att undersöka huruvida matematiklärare har en djup kunskap i ämnet, vilket är anledningen till att Ma (2010) använder just denna kombination som en del av hennes forskning som jämför kinesiska och amerikanska matematiklärares kunskapsnivå. Mer om författarens forskning finns att läsa i kapitel 2.

1.2 Syfte

Trots att alla orsaker till kunskapsnivåskillnader i matematik hos elever tordes vara legitima är ett inte alltför vågat antagande att lärarens egna matematiska kunskaper spelar en roll i överförandet av kunskap till elever. Matematikämnet är snarare ett ämne där lärarens roll är extra viktig då utveckling av kunskap i ämnet kräver en djupgående förståelse i den bakomliggande logiken (Ma, 2010).

Syftet med denna uppsatsen är att, med en explorativ forskningsansats, undersöka huruvida ett urval av svenska lärare har tillräckliga kunskaper i matematik, specifikt inom division med bråktal, för att i sin tur kunna överföra en tillfredsställande matematikförståelse till sina elever.

Forskningen kan vara relevant från ett framtida forskningsperspektiv och, längre fram, även från ett mer praktiskt inriktat utbildningsperspektiv då man från utbildningsväsendet i framtiden skulle kunna implementera olika åtgärder beroende på utfallet av både denna uppsats och framtida studier.

Därmed kan även fastställas att denna uppsats har som syfte att fylla ett akademiskt forskningsgap då ytterst lite eller ingen forskning gjort på att, ur ett internationellt perspektiv, undersöka kunskapen hos matematiklärare i Sverige.

1.3 Forskningsfrågor

I enlighet med ovanstående syfte ämnar denna uppsats försöka besvara följande två forskningsfrågor;

- Hur hanterar ett urval av svenska matematiklärare i mellanstadiet division med bråk?
- Hur presterar urvalet av svenska matematiklärare i denna studie jämfört med kinesiska matematiklärare?

1.4 Avgränsningar

För att göra det möjligt att undersöka forskningsfrågan ovan har vissa avgränsningar gjorts. Först och främst har författaren valt att avgränsa intervjurespondenter till att enbart innefatta matematiklärare på mellanstadienivå. Geografiskt sett har upptagningsområdet av dessa respondenter enbart innefattat lärare med tjänst i Göteborg med omnejd.

Med tanke på det explorativa syftet med uppsatsen har avgränsningar även gjorts i antalet respondenter som fått medverka i forskningsstudien. Dessutom har författaren valt att använda sig av räknesättet “division” och, vidare, använt tal i bråkform då denna kombination inom aritmetiken anses vara den svåraste (Ma, 2010) och fungerar därmed som ett bra exempel för att undersöka matematisk kunskap hos lärare.

Addition, subtraktion och multiplikation kommer därför inte explicit testas i denna uppsats. Däremot kan man argumentera för att dessa implicit testas då räknesättet “division” och dess underliggande logik bygger på samtliga övriga räknesätt (Ma, 2010).

2. Teoretisk ram

I detta kapitel redogörs för den forskningsram författaren använt sig av i analysen av det empiriska resultatet. Som presenteras i denna uppsats bakgrund (Kapitel 1) har forskning med tydlighet visat skillnader i kunskapsnivån inom ämnet matematik för elever i grundskolan länderna emellan och i detta kapitel fokuserar författaren på rollen som matematiklärarnas matematikkunskapsnivåer har i detta utfall.

Författaren presenterar i detta kapitel det huvudsakliga ramverk som ligger till grund för uppsatsens analys, presenterat av Liping Ma (2010), som i sin forskning fokuserar på skillnader i kunskapsnivå mellan kinesiska och amerikanska lärare inom ämnet matematik.

2.1 Liping Mas forskning

Liping Ma presenterar i sin bok “Knowing and Teaching Elementary Mathematics” från 2010 hur kinesiska och amerikanska lärare skiljer sig åt kunskapsmässigt inom flera olika grenar av matematiken, men som tidigare nämnts har författaren i denna uppsats fokuserat på kapitlet “Generating Representations - Division by Fractions” där kunskapsnivåskillnaderna påvisas med hjälp av tester i hur väl lärare hanterar division av bråktal.

I Mas (2010) forskning ombeds matematiklärare från Kina och USA lösa två stycken uppgifter. I ett första skede ombeds de räkna ut det matematiska problemet 1 ¾ / ½ (en hel och tre fjärdedelar dividerat med en halv) för att i ett andra steg komma upp med en “story”, en modell som representerar den presenterade algoritmen och kan kopplas till den matematiska proceduren bakom uträkningen.

2.2 Kinesiska matematiklärares resultat

Nedan följer en presentation av de kinesiska lärarnas förmåga att lösa ovan nämnda matematiska problem samt komma upp med en representativ “story” till problemet.

2.2.1 Presentation av algoritm och lösning

De kinesiska lärarna hade inte några problem med att presentera en korrekt algoritm och lösa det matematiska problemet. Häpnadsväckande (i förhållande till amerikanska lärares prestationer) nog lyckades samtliga 72 (100%) tillfrågade lärare både presentera korrekt algoritm och komma fram till ett korrekt och komplett svar. Samma siffra för amerikanska lärare var 43%.

I motsats till sina amerikanska kollegor presenterade de kinesiska lärarna även flertalet olika strategier för att komma fram till en korrekt lösning. Många använde sig av taktiken att “invertera och multiplicera” algoritmen men man använde sig av en terminologiskt mer korrekt förklaringsmodell jämfört amerikanska lärare som menar att “dividera med ett tal är ekvivalent till att multiplicera med dess reciprocal (inverterat värde)”.

Dessutom presenterades som sagt flertalet andra vägar till att lösa problemet. Vissa tillfrågade omvandlade bråktalen till decimalform (1 ¾ / ½ = 1,75 / 0,5) i och med dess enkelhet att omvandla. De som utförde denna operation var dock tydliga med att detta inte alltid är en förenkling av problemet då det med mer komplexa omvandlingar, t.ex. bråktalet ⅜, är betydligt enklare att behålla talet i bråkform.

Andra valde att använda sig av den “distributiva lagen” som säger att man istället för att multiplicera flera adderade tal separat istället kan multiplicera talen som en grupp. De lärare som använde denna, i vissa ögon något komplicerade, metod kunde på ett tydligt och logiskt sätt även förklara varför den kunde och borde tillämpas i detta fall.

I och med utformandet av problemet som presenterades för respondenterna valde vissa att kringgå standardproceduren att “invertera och multiplicera” vid division med bråktal genom att istället för att använda sig av multiplikation använda sig av division i hela beräkningen. Denna strategi fungerade i detta fall då 1 ¾ = 7/4 och vid en divisionsuppställning med talet ½ är 7 jämnt delbart med 1 och 4 är jämnt delbart med 2. Se exempel nedan:

$$\begin{aligned} 1\tfrac{3}{4} \div \tfrac{1}{2} &= \tfrac{7}{4} \div \tfrac{1}{2} \\ &= \frac{7 \div 1}{4 \div 2} \\ &= \tfrac{7}{2} \\ &= 3\tfrac{1}{2} \end{aligned}$$

Figur 1. Bevis för att talet 1 ¾ / ½ kan lösas utan tillämpande av multiplikation. (Ma, 2010, s. 54).

Återigen påtalar de som använde sig av denna lösningsmodellen för att denna är tillämpbar enbart eftersom det presenterade problemet i sig tillåter denna lösning. Ingen av de alternativa lösningsmetoderna som presenteras skall därmed ses som genvägar på grund av bristande kunskap utan mer som en djupare matematisk kunskap och logisk förstående för matematikens olika beståndsdelar och mångfacetterade problemlösningsmetoder.

2.2.2 De kinesiska lärarnas förmåga att komma upp med en representativ story

Även den andra delen av uppgiften lärarna ställdes inför hanterades bättre av de kinesiska än de amerikanska lärarna. Av de 72 tillfrågade lärarna lyckades 65 (90%) komma upp med konceptuellt korrekta sammanhang som representerade algoritmen 1 ¾ / ½ = 3 ½. Sex lärare sade sig inte kunna komma upp med en story och 1 lärare gjorde ett försök men kom upp med en inkorrekt representation. Här var skillnaderna länderna emellan än större. Av de 23 tillfrågade amerikanska lärarna lyckades enbart en av dem komma upp med en konceptuellt korrekt story till problemet.

Likt i den första delen av undersökningen kom många av de tillfrågade kinesiska lärarna även fram med alternativa strategier och olika typer av representationer och sammanhang som alla passade in på problemet. Avstånd var en typ av mått som nämndes, där ett exempel var att “hur många dagar tar det att bygga 1 ¾ kilometer väg ifall vägarbetarna som bygger denna klarar av att bygga ½ kilometer väg per dag?” (Ma, 2010 s. 62). Även yta (“hur många gånger går fält A i fält B ifall fält A är ½ hektar och fält B är 1 ¾ hektar?”) samt längd (“om ½ hopprep är 1 ¾ meter långt, hur långt är hela hopprepet?”) användes på ett konceptuellt korrekt sätt.

Tidsbegreppet användes även det av vissa lärare för att representera problemet. Tr. S. sa till exempel att “Ett tåg går mellan 2 stationer, och mellan station A och station B är det uppförsbacke och således nedförsbacke mellan station B och station A. Det tar 1 ¾ timme för tåget att färdas mellan station B och station A vilket bara är ½ av tiden det tar för tåget att färdas mellan station A och station B. Hur lång tid tar det för tåget att färdas mellan station A och station B?” (Ma, 2010 s. 64). Ms. S. resonerade på ett liknande sätt men använde vikt som enhet; “En mamma köper en godisask och ger ½ av innehållet till mormor vilken väger 1 ¾ kilo. Vad vägde godisasken från början?” (Ma, 2010 s. 64). En geometriskt grundad förklaring sägandes att “om vi vet att en rektangels yta är 1 ¾ kvadratmeter och höjden är ½ meter, hur bred är rektangeln då?” (Ma, 2010 s. 64).

2.3 Ett matematiskt kunskapsgap mellan kinesiska och amerikanska matematiklärare

Förslagen presenterade av de kinesiska lärarna ovan är bara ett axplock av de strategier som användes, och totalt presenterade de 65 lärare som lyckades med uppgiften 80 olika representationer där många olika infallsvinklar och strategier användes.

Sammantaget kommer Liping Ma (2010) till slutsatsen att stora skillnader i matematisk kunskap mellan de båda ländernas matematiklärare existerar. Redan i uträkningsstadiet lyckas enbart 43% av de amerikanska lärarna med att lösa uppgiften medan samtliga, 100%, av de kinesiska lärarna lyckas med samma uppgift. De kinesiska lärarna uppvisade dessutom stor entusiasm i att lösa talet och presenterade flertalet olika strategier för att angripa problemet - allt underbyggt av en betydligt djupare matematisk kunskap än den deras amerikanska kollegor uppvisade. Detta visade sig även på det pedagogiska planet där de kinesiska lärarna var överlägsna de amerikanska i den mycket viktiga och vanliga uppgiften att finna representationer för matematiska problem i undervisningen.

3. Metod

I detta kapitel redogörs för uppsatsens metod och varför denna metod valts för att bäst kunna besvara tidigare nämnd forskningsfråga och syfte. Forskningen är explorativ i sin natur och bygger på kvalitativa data som samlats in genom semi-strukturerade intervjuer.

Den primära data som samlats in under studiens gång är kvalitativ och har samlats in genom personliga intervjuer på respondenternas respektive arbetsplats. Författaren har sammanlagt intervjuat sex stycken matematiklärare som undervisar i årskurserna 4–6. Att så många som sex intervjuer genomförts grundar sig i att inga slutsatser kan dras från en enstaka intervju utan måste ställas i relation till ytterligare intervjuer och/eller observationer (Bryman och Bell, 2011). Enligt överenskommelse med respondenterna kommer lärarna att hanteras anonymt inom ramarna för denna uppsats. I kapitlet där uppsatsens empiriska data presenteras (Kapitel 4) benämns respondenterna därför med påhittade namn.

Att träffa respondenterna i person och genomföra intervjuerna snarare än att samla in data via telefon- eller e-postintervjuer har gjort att författaren både kunnat se till att inga hjälpmedel använts samtidigt som faktorer som självsäkerhet, tvekan, kroppsspråk och tiden att besvara frågor kunnat beaktas vilket gör att mer än bara de faktiska ord som använts av respondenterna kan ligga till grund för analysen av den empiriska data (Bryman och Bell, 2011).

Anledningen till varför författaren valde att använda sig av semi-strukturerade intervjuer snarare än strukturerade intervjuer som vanligtvis är lättare att dra statistiska slutsatser från är att uppsatsen i sig har en explorativ natur. Detta gör att läsare kan få en mer nyanserad och djup bild av ämnet som diskuteras och de svar respondenterna ger (Bryman och Bell, 2011). Då syftet med uppsatsen inte är att presentera statistiskt säkerställda fakta utan snarare, i och med data som samlats in och den efterföljande analysen, att agera som en startpunkt för framtida forskning och diskussion, var valet av semi-strukturerade intervjuer logiskt och mer passande (Bryman och Bell, 2011).

3.1 Intervjuguide

De intervjuer som genomförts har grundat sig på en intervjuguide som varit identisk för samtliga intervjuer. Denna guide har fungerat som en startpunkt för en djupare diskussion som skiljt sig åt från respondent till respondent.

1. Lös (räkna ut) talet 1 ¾ / ½ (en och tre fjärdedelar dividerat med en halv) och förklara den matematiska proceduren du följer
2. Skapa en tydlig och, för dina elever, lättförståelig representation av talet ovan.

Författaren har i största möjliga mån försökt hålla sig från att ställa ytterligare frågor för att inte omedveten leda in respondenterna i riktningar intervjun inte annars tagit (Bryman och Bell, 2011). Däremot har det i vissa fall varit nödvändigt att styra tillbaka diskussionen till ämnet som berörs vid behov.

3.2 Forskningskvalitet

Denna uppsats är baserad på kvalitativa data vilket gör att de, i kvantitativa studiers allmänt vedertagna validitets- och reliabilitetsmåtten inte borde användas för att mäta forskningens trovärdighet (Bryman och Bell, 2011). Istället har författaren använt sig av andra mått som bättre representerar forskningens kvalitet. Grundtanken bakom dessa metoder är att uppnå och kommunicera en så hög grad av transparens som möjligt med den bakomliggande logiken att läsaren själv skall kunna inse att det kan finnas multipla slutsatser att dra, och att det är upp till läsaren att dra sina egna (Bryman och Bell, 2011). Morse, Barrett, Mayan, Olson, & Spiers (2002) presenterar även dem vikten av att använda sig av alternativa metoder för att påvisa trovärdighet då en naturalistisk, kvalitativ forskning till sin natur är så pass olik den som genomförs med ett kvantitativt, mer rationellt förhållningssätt att validitets- och reliabilitetsmåtten innefattar kriterier som inte på något sätt kan tillämpas på kvalitativ forskning för att avgöra dess kvalitet.

Bryman och Bell (2011) presenterar fem substitut till måtten “validitet” och “reliabilitet” som till en början tagits fram av Lincoln och Guba (1985). Dessa presenteras här nedan.

3.2.1 Kredibilitet

Ett högt mått av kredibilitet uppnås då man som forskare följer rådande forskningspraxis, bland annat gällande insamlande av data (Bryman och Bell, 2011). I denna studie har samtliga intervjuer transkriberats och videodokumenterats, och materialet har i efterhand validerats av respondenterna som fått tillgång till materialet i syfte för dem att bekräfta deras svar och tankar.

3.2.2 Överförbarhet

En stor del av varför transparens är av högsta vikt är att man skall kunna göra forskningen överförbar till annan, framtida, forskning som utspelar sig i en annan kontext (Bryman och Bell, 2011). Därmed har författaren tagit fram och kommunicerat information såsom respondenternas erfarenhet som lärare, kön och ålder. Detta gör att framtida forskare kan få en förståelse, och kunna dra kvantitativa slutsatser, över huruvida variabler som dessa möjligen kan visa sig vara beroende variabler som direkt påverkar resultatet.

Den fullständiga transkriberingen, samt videoupptagningen av samtliga intervjuer har även bidragit till att ordagranna redogörelser kunnat ges. Detta har därmed motverkat det faktum att forskare alltid, medvetet eller omedvetet, analyserar och tolkar data utifrån personliga preferenser, fördomar och erfarenheter (Bryman och Bell, 2011).

3.2.3 Pålitlighet

Uppsatsens författare har tagit till åtgärder för att säkerställa att studien i sig är pålitlig, vilket i sin tur ökar trovärdigheten i studien (Bryman och Bell, 2011). En del av pålitligheten är kan urskönjas i och med det faktum att all data som samlats in finns dokumenterad i form av både text- och videomaterial. Andra åtgärder som tagits är att samtliga noteringar har tagits i ett lösenordskyddat dokument som även innehållit en egenskapad databas där sökord som använts vid artikelsök bland annat har lagrats.

3.2.4 Objektivitet

Forskarens egna påverkan i den sociala kontext som undersöks är en faktor som alltid spelar in. Att tydligt redogöra för denna typ av förståelse bidrar i sig till en ökad grad av objektivitet (Bryman och Bell, 2011). Vissa försiktighetsåtgärder för att motverka sådan påverkan har även tagits i denna uppsats. Bland annat har samma intervjuguide använts för samtliga intervjuer. Detta gör att varken den sociala kontexten eller respondentens personlighet, erfarenheter eller kopplingar till forskaren har påverkat varken innehåll eller ordningsföljd av frågorna.

3.2.5 Autenticitet

En hög grad av autenticitet kan uppnås då forskningen som bedrivs innefattar aspekter som rör till exempel att forskningen skall bedrivas på ett rättvist och äkta sätt. Man bör som forskare ta hänsyn till att olika perspektiv och inse att det kan finnas fler än ett rätt svar (Bryman och Bell, 2011). I denna uppsats har författaren försökt tillfredsställa autenticitetesmåttet genom att låta samtliga respondenter få tänka efter och besvara frågorna som ställts flera gånger om.

3.3 Dataanalys

För att kunna dra användbara slutsatser ur data som samlats in har författaren analyserat data utifrån en på förhand given ram utifrån liknande forskning i Kina och USA utförd av den kinesiska matematikforskaren Liping Ma. Hur denna forskningsram ser ut, och vilka resultat forskningen i fråga har påvisat presenteras mer utförligt i kapitel 2.

3.4 Presentation av data

Författaren har utefter denna ram presenterat respondenternas svar i längre citat som citerats ordagrant för att undvika att författarens egna förutfattade meningar fått påverka det som kommuniceras till läsare i enlighet med en kvalitativ, explorativ forskningsansats (Bryman och Bell, 2011). En fullständig transkribering av samtliga intervjuer har legat till grund för presentationen av data vilken går att finna i kapitel 4.

3.5 Forskningens begränsningar

Den kvalitativa forskningsansatsen som används i denna uppsats medför även flertalet begränsningar, såsom svårigheter med att generalisera resultatet över en större population. Generaliseringar likt dessa är dock inte något denna uppsats ämnar uppnå i och med dess syfte att ligga till grund för framtida forskning i ämnet. Därmed är det upp till framtida forskning att kvantitativt bevisa potentiella forskningsresultat.

Som en följd av detta kan författaren alltså inte dra några slutsatser utanför det urval som använts inom ramarna för studien. Det enda forskaren därför med säkerhet kan uttala sig om är jämförelsen mellan den tidigare studien från Liping Ma (2010) och denna studies urval av svenska matematiklärare i mellanstadiet.

4. Empiri

I detta kapitel presenteras den data som samlats in under denna uppsats. Uteslutande förstahandsdata har använts och insamlingen har ägt rum genom personliga intervjuer med sex västsvenska matematiklärare med anställning i mellanstadiet. Kvalitativa data från respektive intervju kommer presenteras separat för att kunna ligga till grund för en metodmässigt välgrundad diskussion kring forskningsfrågorna.

Samtliga respondenter har, som nämnts i metodkapitlet (Kapitel 3), fått besvara en tvådelad fråga. Man har fått lösa (räkna ut) talet 1 ¾ / ½ (en och tre fjärdedelar dividerat med en halv) och förklara den matematiska proceduren man följer. Som ett andra steg har man ombetts skapa en tydlig och, för sina elever, lättförståelig representation av talet ovan.

De namn som används i detta kapitel är alias, och är således inte respondenternas riktiga namn.

4.1 Intervju med Olof

Olof är en lärare som arbetat som matematiklärare i både låg- och mellanstadiet i 15 års tid. För närvarande är han matematiklärare i en sjätteklass. Att lösa problemet matematiskt gör Olof på följande sätt:

> "Nu vet jag ju från början att allting delat på ½ blir dubbelt så stort. Jag ser ju direkt då att 1 ¾ / ½ blir 2 6/4. Om jag ställer upp det så gör jag om det till 7/4 och tar det gånger 2 vilket blir 14/4. Detta blir då 3 2/4, ja det ser jag ju nu att det är ju samma som jag sa förut, 2 6/4, men nu har jag förenklat talet."

Olof angriper uppgiften med att komma upp med en story bakom problemet och lösningen genom att först resonera kring tårtbitar och pizzor och huruvida dessa går att applicera i detta fall. Efter en stunds betänketid säger respondenten att han "skulle lära eleverna att på samma sätt som då du delar något med 2 blir det hälften så blir någonting delat på ½ dubbelt. Detta hade jag lärt dem som en metod, eller som ett begrepp man alltid kan använda".

En alternativ förklaringsmodell från Olof är följande:

> "Om det finns 1 ¾ pizza och det är en person som skall äta så får ju denna 1 ¾ pizza. Tänk nu istället att det bara är en halv person. Hur mycket pizza räcker det till? Alltså det blir ju 2 personer. Det blir omvänt. Eller nja… detta fungerar ju inte riktigt. På något sätt fungerar det men frågan är om man kan göra så och ifall eleverna förstår? Man kanske kan tänka att en halv person äter två gånger?"

Respondenten försöker ihärdigt komma fram till en lösning men menar efter en stund att han har svårt att se en verklig applikation av problemet. Han menar istället att "dividera med ½ är något som bara existerar rent matematiskt men kan inte på ett logiskt sätt överföras till verkligheten".

Som en avslutning kommer respondenten fram till sitt slutgiltiga svar på frågan:

> "Om alla i världen hade 1 ¾ pizza var. Vad hade hänt ifall bara hälften av världens befolkning skulle dela på pizzan? Jo, de hade fått 3 2/4 pizza var."

4.2 Intervju med Birgitta

Birgitta är en matematiklärare som varit i tjänst i två år och undervisar i en femteklass. Respondenten, som anser matematik vara det mest givande ämne att undervisa i, visar med stor självsäkerhet hur hon löser problemet matematiskt.

> "Jag börjar med att göra om talet från blandad form till bråkform och får därför 7/4. Sedan inverterar jag nämnaren med täljaren och multiplicerar sedan täljare med täljare och nämnare med nämnare. Kvar har vi då 14/4 som jag i sin tur gör om till blandad form igen. Kvar har jag 3 2/4 som jag dessutom förenklar till 3 ½."

Innan Birgitta angriper den andra delen av uppgiften, att komma upp med en story bakom algoritmen, tänker denne högt och frågar sig ifall man borde tänka att man "tar något hälften- eller dubbelt så många gånger när man delar med en halv". "Dividerar man med något som är mindre än 1 så blir kvoten större" kommer respondenten dock senare fram till.

Hon målar sedan upp bilder på ett pajliknande föremål och delar upp det i fjärdedelar och försöker med ett resonemang:

> "Om jag äter 1 ¾ pizza, hur mycket äter jag om jag äter dubbelt så mycket?" men kommenterar sedan själv med att "detta inte var logiskt eller representativt för problemet" och hävdar sedan att hon "inte kan komma på något verklighetsbaserat exempel där man delar något med ½".

4.3 Intervju med Anna

Respondenten Anna är en förstaårsmatematiklärare i 30-årsåldern som undervisar i en fjärdeklass. Hon visar redan från början upp ett osäkert beteende och lyckas inte utföra några steg i den matematiska processen som behövs för att lösa problemet. Istället erkänner respondenten att hon "inte alls kommer ihåg hur man dividerar två bråktal" men nämner att "man på något sätt måste göra om dem till samma". När Anna försöker komma upp med en story som representerar det matematiska problemet uttrycker hon sig med att "det inte går att dela ett tal med ett annat tal om det är mindre än 1 på samma sätt som att det inte går att gångra ett tal med 0" och att det därför inte går att använda ett sådant tal i undervisningssyfte.

Respondenten uppvisar ett märkbart osäkert beteende och suckar flertalet gånger. Det dröjer inte heller länge innan Anna kommer fram till slutsatsen om att problemet inte har en lösning, och intervjun varar bara i cirka 4 minuter.

4.4 Intervju med Thorsten

Thorsten är en 60 år gammal matematiklärare som varit lärare i enbart fem år då han tidigare innehade ett annat yrke i läkemedelsbranschen. Han undervisar i en fjärdeklass. Han börjar med att förklara hur han tänker då han löser talet matematiskt.

> "Då jag nu skall dela 1 ¾ i ½, eller 0,5 i decimaltal, så ser jag på en gång att svaret helt enkelt blir 1 ¾ gånger 2, alltså 3,5 eller 3 ½. Om jag ändå skulle följa någon form av process skulle jag göra om 1 ¾ till bråkform, 7/4 och sedan göra det

> klassiska att slänga om täljare och nämnare och sedan multiplicera de två talen istället. 7/4 multiplicerat med 2 blir då 14/4 vilket sedan förenklas till 3 ½.”

När Thorsten skall presentera en representativ story säger han efter cirka 10 sekunder betänketid:

> “Här kan jag tänka mig att många går i fällan att framkrystat försöka få in en paj uppdelad i bitar men det tänker inte jag göra, det hade inte blivit något förståeligt av det. Här är det nog bättre att använda sig av till exempel vikt… eller tid. En ganska logisk historia till detta skulle kunna vara att du har en vattenbehållare som rymmer 1 ¾ liter vatten. Sedan har du ett gäng tomma halvlitersflaskor som du skall tappa vatten i från denna behållaren. Hur många flaskor skulle man då kunna fylla upp innan vattentanken är tom?”

Intervjun med Thorsten är över på cirka 5 minuter och han kommenterar avslutningsvis genom att säga att uppgiften i sig är enkel att lösa men att det kluriga ibland är att hitta en bra, verklighetsanpassad historia som eleverna lätt kan ta till sig.

4.5 Intervju med Mimmi

Mimmi är i 45-årsåldern och arbetar som lärare i en femteklass. Hon har arbetat som lärare i mellanstadiet i cirka 15 år. anser matematik vara det allra viktigaste ämnet att skapa en grund för ytterligare lärande och lägger stor vikt på att lära sina elever matematikens grunder. När hon ställs inför problemet svarar hon med en lång betänketid innan hon slutligen, utan att kommentera, presenterar talet och lösningen aritmetiskt.

”1 ¾ / ½ = 1,75 / 0,5 = 2,15”

När Mimmi blir tillfrågad huruvida hon är säker på sitt svar och då hon blir ombedd förklara hur hon tänker och vilka steg hon följer reviderar hon sitt svar och menar att korrekt svar är 3,25.

> “Detta känns ändå inte rätt. Varför blir det så svårt att dela på ½? Det känns som att jag tänker lite galet här. Helt ärligt så är bråk jättejobbigt. Jag kan inte bråk!”

Mimmi inser att lösningen inte är korrekt och fortsätter räkna på ett svar.

> “Om man ställer upp det så här då? 7/4 / 2/4 - då ser vi att de har gemensam nämnare. Och sedan vet jag att man kunde använda sig av multiplikation istället för division på något sätt… 7 x 2 är 14 och 4x4 är 16. Blir svaret 14/16? Nej det blir ju mindre än 1… Rätt svar är nog att ta gånger 2 istället för dividerat med 2, eftersom vi delar med 0,5. Och 1 ¾ gånger 2 blir 3,5. Stämmer det? Svaret blir alltså 3,5.”

Efter cirka 5 minuter angriper Mimmi uppgiften att komma upp med en story till problemet. Återigen använder hon sig av en mycket lång betänketid innan hon börjar svara.

> “Du har ett pussel och sedan tänker du att alla pusselbitar är uppdelade i fjärdedelar. Eller nej, säg att du har lego istället. Det blir enklare att förstå då. Sedan tar du två fjärdedelar och staplar dessa på 1 ¾. Sedan delar du den sista delen som ju är 2/4 på mitten vilket gör att det blir en fjärdedel kvar. Hade du inte delat den i fjärdedelar

> hade du aldrig kunnat få till 1 ¾. För att förklara detta tydligt för eleverna hade jag inte använt detta i text. Jag hade istället målat detta på tavlan och sedan hade de själva fått bygga med lego för att verkligen förstå uppgiften.”

Med detta avslutas intervjun och Mimmi kommenterar sedan att hon kände sig lättad över att ha löst det då det annars kunnat bli pinsamt att som matematiklärare inte kunna komma upp med rätt svar.

4.6 Intervju med Björn

Respondenten Björn är 58 år och jobbar idag i en fjärdeklass men har tidigare varit lärare både på högstadie- och gymnasienivå. Totalt har han undervisat i 25 år. Han berättar innan intervjun att han gillar kluriga gåtor och han tycker att arbetet som matematiklärare gör att han alltid måste vara skärpt och ambitiös i sitt yrke, vilket han verkligen uppskattar. Den första delen av uppgiften, att lösa 1 ¾ dividerat med ½ matematiskt, påbörjar han snabbt efter att problemet presenterats för honom.

> “Delat på en halv? Det innebär att man dubblar talet istället. Så jag ser direkt att rätt svar är 7/4 gånger 2, så 14/4. Detta blir sedan 3 hela och 2/4. Eller det blir faktiskt 3 ½.”

Snabbt avklarat ställs respondenten sedan inför att komma upp med en representativ story till problemet han nyss löst matematiskt. Här tänker Björn både länge och väl innan han börjar besvara frågan;

> “Hmm… Jag får nästan skriva upp svaret här först… Detta är faktiskt svårt att visualisera på ett bra sätt. Jag tänker att man verkligen får komma på något klurigt för att få till detta. Man delar ju på ett tal men helt plötsligt är svaret större än ursprungstalet. Men det beror ju på att talet är mindre än 1. Men herregud…. Detta är ju pinsamt. Tänk om en elev frågat om hjälp på detta talet och bett mig förklara. Jag hade ju sett helt korkad ut… Kan man få sova på saken och återkomma imorgon, haha?”

Någon minut passerar innan Björn börjar prata igen;

> “Det blir ju faktiskt samma sak som att multiplicera med 2. Detta måste man ju kunna använda sig av när man förklarar. Kanske kan man förklara det som att något som är hälften så lite också är dubbelt så mycket? Nej, det blir inte alls logiskt. I vanliga fall gillar jag att lösa sådana här luringar men detta var verkligen ett mysterium för mig!”

Björn ursäktar sig sedan och säger att han helt har kört fast och att han aldrig kommer komma upp med ett bra svar.

5. Analys och diskussion

I följande kapitel diskuteras den insamlade data från föregående kapitel och författaren återknyter denna till tidigare presenterad litteratur. Först diskuteras hur urvalet av matematiklärare lyckades med de uppgifter de ombetts lösa både matematiskt och pedagogiskt. Därefter diskuteras och jämförs urvalets prestation men den Liping Ma (2010) presenterar om kinesiska lärare. Dessa två huvuddelar av kapitlet ämnar hjälpa till att besvara de två forskningsfrågorna som presenterats i kapitel 1, nämligen;

- Hur hanterar ett urval av svenska matematiklärare i mellanstadiet division med bråk?
- Hur presterar urvalet av svenska matematiklärare i denna studie jämfört med kinesiska matematiklärare?

5.1 Hur hanterar ett urval av svenska matematiklärare i mellanstadiet division med bråk?

Respondenterna i denna studie visade på ett brett spann av både matematisk kunskap samt infallsvinklar vid försöken att lösa det problem de ställdes inför.

5.1.1 Beräkningar och procedurell förståelse

Hos tre av respondenterna, Birgitta, Thorsten och Björn, fanns det ingen tvekan då de matematiskt presenterade både en korrekt algoritm samt ett korrekt svar på problemet 1 ¾ / ½. Birgitta lyckas under sin intervju på ett mycket tydligt och lättsamt sätt beskriva alla nödvändiga matematiska steg, transformationen från blandad form till bråkform, inverteringen av täljare och nämnare då hon gör om talet till multiplikation, samt förenklingen av det korrekta svar hon presenterar.

Thorsten angriper först problemet med att göra om talet till decimaltal för att sedan direkt se vad korrekt svar blir. Därefter visar han prov på sin förmåga att även komma fram med korrekt algoritm i bråkform samt komma upp med en lösning som är helt korrekt och förenklad så långt som möjligt.

Ett liknande tillvägagångssätt presenteras av Björn som implicit visar sig använda inverteringsmetoden då han helt enkelt kommer fram till att "dela något med en halv är samma sak som att dubbla talet".

Olof, den första respondenten i empirikapitlet, lyckas inte fullt ut med uppgiften då han under hela intervjuns gång har återkommande problem med att, rent matematiskt, presentera svaret i förenklad form då han först kommer fram till svaret 2 6/4 för att vid närmare eftertanke ändra detta till 3 2/4 vilket fortfarande inte motsvarar det mest förkortade svaret 3 ½.

Däremot misslyckades både Anna och Mimmi med att komma upp med korrekta svar till problemet de ställdes inför. Anna hade till synes väldigt stora problem med att förstå grundläggande matematiska koncept över huvud taget. Att bland annat påstå att det inte går att dividera en täljare med en nämnare som understiger 1 är självfallet något en lärare oavsett nivå och erfarenhet inom matematiken inte bör hävda. Att detta var Annas egentliga kunskapsnivå är däremot inte något man kan säga med säkerhet då situationen i sig medför ett stressmoment Anna möjligtvis inte var van att ställas inför.

Mimmis resonemang håller en högre nivå än Annas men är likväl inte tillräckligt för att kunna anses vara tillfredsställande. Att hon dessutom kommer fram till inkorrekta svar två gånger i rad förstärker givetvis detta argument. Likt diskuterat i tidigare kapitel skall dock tilläggas att kombinationen av division och tal i bråkform tillsammans anses medföra svårigheter i och med dess komplexitet och höga krav på matematisk kunskap och förståelse (Ma, 2010).

Sammantaget presterar urvalet av lärare på väldigt olika nivå. Rent mekaniskt lyckas 3 av 6 (50%) respondenter komma fram till korrekta algoritmer och svar, medan 2 av 6 (33%) misslyckas helt med denna uppgift.

5.1.2 Djupare matematisk förståelse och pedagogik

Till detta kan tilläggas att 5 av 6 respondenter inte alls lyckades presentera en story som kunde representera problemet på ett verklighetstroget och pedagogiskt sätt. Undantaget i detta fall var Thorsten som på ett mycket skickligt och pedagogiskt sätt kom fram till exemplet med uppdelandet av en större behållare vatten i halvlitersflaskor. Utan svårigheter kommer denna respondent även upp med alternativa, mycket lättförstådda och användbara, exempel på vilka typer av enheter och verklighetsanpassade variabler som kan användas.

Övriga respondenter lyckas betydligt sämre, eller inte alls, med uppgiften att visualisera detta matematiska problem med en bakomliggande story.

Olof lyckas först inte komma upp med en logisk förklaringsmodell till problemet. Försöket med att "tänka att man är en halv person" har både logiska tillkortakommanden och en uppenbar pedagogisk bakomliggande problematik. Samma sak kan sägas om hans slutgiltiga lösning som säger att hälften av jordens befolkning får dela på pizza som först alla på jorden hade 1 ¾ av. I det sistnämnda resonemanget finns det trots allt ett visst mått av konceptuellt korrekt tillvägagångssätt även ifall användandet av pizzabitar både är framkrystat och väldigt frånkopplat från verkligheten.

Att Birgitta med enkelhet lyckas lösa uppgiften matematiskt men inte alls lyckas komma fram med någon som helst logisk förklaring till varför detta är det korrekta sättet att lösa problemet på, kan man argumentera för att en mekanisk kunskap till lösningen existerar samtidigt som den matematiska grunden och bakomliggande logiken inte finns. Av de 43% av de amerikanska lärarna som löste uppgiften matematiskt var det bara en som hade en logisk konceptuell representation (Ma, 2010), vilket kan tolkas som att samma underliggande matematiska logik som saknades i de flesta amerikanska lärarnas resonemang även saknades hos Birgitta.

På samma sätt tyder Olofs uttalande om att han helt enkelt skulle lära eleverna att "någonting delat med ½ blir dubbelt så stort" på att det inte finns tillräcklig underliggande kunskap för att på ett pedagogiskt sätt kunna överföra matematisk kunskap till eleverna; återigen angrips problemet istället mekaniskt. Vid försöket att representera problemet och lösningen med hjälp av pizza-exemplet gör Olof misstaget att blanda ihop division med ½ med att multiplicera med 2 vilket ytterligare tydliggör denna bristande logik.

Vidare innehåller Mimmis resonemang med pussel och legobitar flertalet logiska brister och en matematisk vokabulär som kan anses vara förvirrande. Att hon kommer fram till slutsatsen att detta bör förmedlas med hjälp av ett praktiskt användande av legobitar samt hennes kommentar om att hon "löste problemet" talar självfallet även detta för brist på förståelse.

Att Anna inte ens försöker sig på att lösa problemet då det enligt henne inte fanns ens en teoretisk, matematisk lösning bidrar inte med något ytterligare till diskussionen kring hennes förmåga att på ett pedagogiskt sätt lära ut division med bråk då detta faller redan i den ursprungliga delen av frågan hon ombads besvara.

5.2 Hur presterar urvalet av svenska matematiklärare i denna studie jämfört med kinesiska matematiklärare?

Likt Liping Mas (2010) forskning på amerikanska kontra kinesiska matematiklärares kunskapsnivå visar resultatet av denna studie att studiens urval av svenska matematiklärare tenderar vara långt bakom sina kinesiska kollegor. Medan samtliga 72 kinesiska respondenter i Mas forskning utan problem levererade både 100% korrekta och fullständiga beräkningar och svar lyckades enbart 3 av 6 (50%) av lärarna i urvalet med samma uppgift.

De kinesiska respondenterna uppvisar överlag en betydligt djupare matematisk kunskap, underbyggd av matematiska koncept och teoretiskt logiska och väldefinierade beräkningar och manövrar. Samtliga respondenter, Thorsten undantaget, påvisade stora matematiska brister kontra de kinesiska, både rent matematiskt, och till följd av detta även pedagogiskt. Vissa av respondenterna har en mekaniskt inlärd lösningsprocess för att beskriva att ett tal dividerat med ½ ger samma svar som att multiplicera det med 2. Här lade de kinesiska respondenterna både kraft, energi och framförallt en stor dos entusiasm på att förklara, inte bara att det bör vara så, utan även varför detta fenomen stämmer (Ma, 2010).

Att 65 av 72 (90%) av de tillfrågade kinesiska lärarna lyckades komma upp med en konceptuellt korrekt och logisk story medan bara 1 av 6 (17%) av respondenterna klarade av samma uppgift skvallrar givetvis om en kunskapsskillnad som rent sannolikhetsmässigt troligtvis inte baseras på slump eller ett skevt urval av populationen trots att man självklart vill säkerställa detta statistiskt innan man kan dra några generaliserande slutsatser.

Resultatet kan verka skrämmande, men samtidigt ställer division med bråk mycket höga krav på personen som löser ett matematiskt problem med dessa beståndsdelar då det kräver en djup matematisk kunskap och underliggande logik (Fazio och Siegler, 2011). Att jämföra med kinesiska lärare som själva växt upp med både annorlunda läroplan (Lan et. Al, 2009), ett språk vars lingvistik är mer kopplat till matematisk terminologi och numeriska logik (Wang och Lin, 2005), ett större föräldraengagemang (Wang, 2005) och ett större användande av hjälpmedel som främjar matematisk utveckling (Miao et al, 2015) och som onekligen ligger i den absoluta världstoppen då det gäller matematisk kunskap (Huang och Barlow, 2013) kan självklart anses orättvist.

Orättvist eller inte, att resultatet för svenska elever inom ämnet matematik, oavsett om man jämför med Kina eller europeiska eller västerländska länder, inte är lika bra som förr har dock säkerställts (PISA, 2012).

6. Avslutande kommentarer

Nedan presenteras författarens slutsats av den genomförande studien. Vidare presenteras en genomgång av författarens rekommendationer för framtida forskning.

6.1 Slutsats

Författaren har i denna studie försökt besvara två huvudsakliga forskningsfrågor:

- Hur hanterar ett urval av svenska matematiklärare i mellanstadiet division med bråk?
- Hur presterar urvalet av svenska matematiklärare i denna studie jämfört med kinesiska matematiklärare?

Den första frågan kan i kort besvaras; mycket olika. De respondenter som beräknade och löste det matematiska problemet korrekt använde sig, både explicit och implicit, av metoden då man inverterar täljare och nämnare och multiplicerar bråktalen istället för att per se använda sig av division. De som inte lyckades med uppgiften hade framförallt problem med den matematiska logiken snarare än med beräkningarna. Vissa hade stora problem i och med att talet var i bråkform medan andra misslyckades med att förenkla bråktalen på ett korrekt sätt.

Den didaktiska delen av uppgiften, att komma upp med en logisk representation som eleverna kan förstå och ta till sig, hanterades i regel inte bra av respondenterna. En av de sex respondenterna lyckades fullt ut medan fem av sex uppvisade olika grader av brist på matematisk kunskap. Att dividera något med ½ var något som för dessa fem gjorde problemet omöjligt att visualisera.

Den andra forskningsfrågan, hur man presterade jämfört med de kinesiska matematiklärare Ma (2010) intervjuat, kan med stor säkerhet besvaras; inte bra. I regel visade de kinesiska lärarna upp en betydligt större matematisk kunskap, både på beräkningsdelen där 100% av de kinesiska lärarna lyckades komma upp med rätt svar, och på den didaktiska delen där de kinesiska lärarna i regel med stort självförtroende och tillit till sin förmåga kom upp med multipla representationer som på ett logiskt och pedagogiskt sätt förklarade problemet för elever.

6.2 Framtida forskning

Som nämnts flertalet gånger tidigare i denna uppsats, har syftet med denna uppsats inte varit att dra några generaliserbara slutsatser. Snarare har syftet varit att så ett frö för framtida forskning som i sin tur kan vara kvantitativt inriktad med målet att statistiskt säkerställa eventuella upptäckter.

Ett större urval av respondenter, dessutom utspridda över ett större geografiskt område är nödvändigt för att kunna dra några slutsatser på nationell nivå. En sådan studie, med den tid och de resurser som krävs för att samla in data, hade varit mycket intressant att se resultatet från.

Forskning som undersökte svenska matematiklärares förståelse av båda koncepten (bråktal och division) för sig snarare än tillsammans skulle också vara intressant då det i denna uppsats uppvisats brister inom båda dessa koncept.

6.2.1 Praktiska implikationer

Först och främst visar de kvalitativa upptäckter som framkommit av denna studie att matematiklärare på mellanstadienivå torde ha för lite matematisk kunskap för att, på ett tillfredsställande sätt, kunna överföra kunskap till sina respektive elever. Detta är en upptäckt som borde väcka tanken från det svenska utbildningsväsendet att förändra sin metod för att lära ut ämnet matematik och dess underbyggda logik i samtliga delar av skolgången, ända upp på universitetsnivå.

Då elevernas prestationer är positivt korrelerade med lärarnas kunnande i matematikämnet (Fazio och Siegler, 2011) kan man dra slutsatsen att, om detta resultat kvantitativt kan säkerställas, Sveriges förmåga att i framtiden ligga i framkant och vara konkurrenskraftigt bör vara i farozonen.

Givet matematikämnets vikt för ett bredare och djupare lärande måste man, om studien kan valideras, genomföra satsningar först och främst på att säkerställa en tillräckligt hög matematisk kunskapsnivå på de pedagoger som arbetar inom skolan. Först då detta uppnåtts kan man diskutera hur prestationen hos eleverna i den svenska skolan kan förbättras från dagens, historiskt sett, låga nivå relativt andra länders skolelever (PISA, 2012).

7. Referenslista

Bryman, A., & Bell, E. (2011). Business research methods (1st ed.). Oxford: Oxford Univ. Press.

Correa, Perry, Sims, Miller & Fang (2006) Connected and culturally embedded beliefs: Chinese and US teachers talk about their student's best learn mathematic. ScienceDirect, teaching and teachers education, 24 (2008) 140-153

Expressen (2011). Regeringen storsatsar på matematiken. Hämtad 2017-04-02 från http://www.expressen.se/nyheter/regeringen-storsatsar-pa-matematiken/

Fan & Zhu (2007) Representation of problem-solving procedures: A comparative look at China, Singapore, and US mathematics textbooks. Springer Science + Business Media B.V. 2007. Published online 31 March 2007

Fazio, L., & Siegler, R. (2011). Teaching Fractions. Educational Practices Series-22. UNESCO International Bureau of Education.

Huang, R., & Barlow, A. T. (2013). Matches or Discrepancies. In Student Voice in Mathematics Classrooms around the World (pp. 161-188). SensePublishers.

Lan, Ponitz, Miller, Li, Cortina, Perry & Fang, (2009) Keeping their attention: Classroom practices associated with behavioral engagement in first grade mathematics classes in China and the United states. Early Childhood Research Quarterly 24 (2009) 198-211.

Lincoln, Y., & Guba, E. (1985). Naturalistic inquiry (1st ed.). Newbury Park, Calif. [u.a.]: Sage.

Ma, L. (2010). Knowing and teaching elementary mathematics (1st ed.). New York: Routledge.

Miao, Reynolds, Harris & Jones, (2015) Comparing performance: a cross-national investigation into the teaching of mathematics in primary classrooms in England and China. Asia Pacific Journal of Education, 2015, Vol. 35, NO. 3, 392-403.

Morse, J., Barrett, M., Mayan, M., Olson, K., & Spiers, J. (2002). Verification Strategies for Establishing Reliability and Validity in Qualitative Research. International Journal Of Qualitative Methods, 1(2), 13-22.

PISA (2012) Internationella studier; rapport 398, 15 åringars kunskaper I matematik, läsförståelse och naturvetenskap

Regeringskansliet (2016). Mer matematik i årskurs 4-6. Hämtad 2017-04-04 från http://www.regeringen.se/pressmeddelanden/2016/03/mer-matematik-i-arskurs-4-6/

Skolverket. (2017). Kursplan – Matematik (Grundskolan). Hämtad från https://www.skolverket.se/laroplaner-amnen-och-kurser/grundskoleutbildning/grundskola/matematik/subject.htm?webtos=GR&tos=GR&subjectCode=GRGRMAT01#anchor2

Wang (2005) Family background factors and mathematics success: A comparison of Chinese and US students. International Journal of Educational 41 (2004) 40-54

Wang & Lin (2005) Comparative Studies on U.S. and Chinese Mathematics Learning and the Implications for Standards-Based Mathematics Teaching Reform. Educational Researcher, Vol. 34, No. 5, pp. 3-13

Wyndhamn, J. (1997). Om räkning och matematik. Om matematik och matematikämnet i de senaste läroplanerna. Linköping: Linköpings universitet, Institutionen för tillämpad lärarkunskap.