



GÖTEBORGS UNIVERSITET

Elevers prestationer och attityder inom matematikämnet efter införandet av Singaporemodellen

- Ett lärarperspektiv

Jenny Erlandsson

Självständigt arbete L6XA1A

Handledare: Russell Hatami

Examinator: Rimma Nyman

Rapportnummer: HT17-2930-018-L6XA1A

Sammanfattning

Titel: Elevers prestationer och attityder inom matematikämnet efter införandet av Singaporemodellen – utifrån ett lärarperspektiv

Engelsk titel: Pupils achievements and attitudes within mathematics after implementing the Singapore model – a teacher's perspective

Författare: Jenny Erlandsson

Typ av arbete: Examensarbete på avancerad nivå (15 hp)

Handledare: Russell Hatami

Examinator: Rimma Nyman

Rapportnummer: HT17-2930-018-L6XA1A

Nyckelord: singapore mathematics, singapore education, heuristic strategies,

Abstrakt

PISA- och TIMMS-undersökningar visar att Sveriges resultat ligger under medelsnittet. Singapore däremot är ett ledande land kunskapsmässigt inom matematikämnet och har varit det under flera års tid. Singaporemodellen är en ny modell som kom till Sverige år 2015 och som är baserad på Singapores matematikkursplan. Syftet med studien är, att utifrån ett lärarperspektiv, undersöka om elevers attityder gentemot matematikämnet och elevers prestationer inom matematikämnet förändrats efter införandet av Singaporemodellen i matematikklassrummet och i så fall hur. Studien är baserad på semistrukturerade intervjuer och observationer av sex stycken matematiklärare, som undervisar på låg- och mellanstadiet, från södra och mellersta Sverige. Lärarna har utifrån sina egna uppfattningar svarat på frågor gällande elevernas prestationer och attityder gentemot matematikämnet. Resultatet i studien visar att elevers attityder gentemot matematikämnet förändrats efter införandet av Singaporemodellen i både positiv och negativ bemärkelse. Resultatet visar även att elevers prestationer inom matematikämnet har förändrats i positiv bemärkelse.

Innehållsförteckning

Sammanfattning	2
Abstrakt	2
Innehållsförteckning	3
1. Inledning	5
1.2 Bakgrund	5
1.3 Syfte och frågeställning	5
2. Singaporemodellen	6
2.1 Kort historik om skolan i Singapore	6
2.2 Singaporemodellen – en beskrivning av modellen	7
2.2.1 Anchor task	8
2.2.2 Guided practice	10
2.2.3 Independent working	10
2.3 Bar modeling	10
3. Tidigare forskning	12
3.1 Elevers matematiska prestationer och självförtroende efter införandet av SPM – en kvantitativ studie från U.S.A.	12
3.1.1 Elevers matematiska prestationer	12
3.1.1.1 Resultat	12
3.1.2 Elevers självförtroende gällande matematikämnet	13
3.1.2.1 Resultat	13
3.2 Kan bar modeling-metoden förbättra elevers prestationer inom problemlösning? – en kvalitativ studie från U.S.A.	15
3.3 Implementerandet av Singapores kursplan för matematik i sydafrikanska skolor – en kvalitativ studie från Sydafrika	16
4. Metod	18
4.1. Förberedelser	18
4.2 Datainsamling och genomförande	18
4.2.1 Semistrukturerade intervjuer	18
4.2.2 Observationer	19
4.3 Presentation av intervjupersoner	19
4.3.1 Lärare på lågstadiet	19
4.3.2 Lärare på mellanstadiet	20
4.4 Tillförlitlighet och trovärdighet	21
5. Resultat	22
5.1 Matematikundervisningen innan införandet av SPM	22
5.1.1 Lågstadiet	22

5.1.2 Mellanstadiet.....	22
5.2 Införandet av SPM	23
5.2.1 Lågstadiet.....	23
5.2.2 Mellanstadiet.....	23
5.3 Elevernas attityder gentemot matematik efter införandet av SPM	24
5.3.1 Lågstadiet.....	24
5.3.2 Mellanstadiet.....	25
5.4 Elevernas prestationer inom matematikämnet efter införandet av SPM	26
5.4.1 Lågstadiet.....	26
5.4.2 Mellanstadiet.....	27
6. Analys och diskussion	28
6.1 Kan elevers attityder, gentemot matematikämnet, påverka deras prestationer inom matematikämnet?	28
6.2 SPM vs EPA	29
6.3 Singaporemodellen – någonting för alla?.....	30
7. Avslutande reflektioner	30
7.1 Slutsats	30
7.2 Framtida forskning.....	31
7.3 Avslutande reflektioner.....	31
8. Referenslista	32
Bilagor:	
Bilaga 1: Laborativt material – en begreppsförklaring	33
Bilaga 2: Intervjufrågor	34

1. Inledning

Matematikresultaten i Sverige har sedan en lång tid tillbaka varit omtalade i media och i skolans värld. Hur vi ska göra för att höja elevernas resultat och eleverna i Sverige är dåliga på matematik är två vanligt förekommande rubriker som ständigt diskuteras runt om i landet och framför allt i media (Färlin, 2016, februari). I den här undersökningen vill jag ta reda på om det högt presterande landet Singapores arbetsmetoder inom matematikämnet kan förändra elevernas attityder gentemot matematikämnet och elevernas prestationer inom matematikämnet i Sverige.

Singaporemodellen (SPM) är en ny etablerad problemlösningssmodell i Sverige som följer de arbetsmetoder som används i Singapore inom matematikundervisningen. Arbetsmetoderna, i matematikundervisningen, som de använder i Singapore stämmer bra överens med den svenska läroplanens syfte och kunskapsmål inom matematiken i Lgr 11 (Admera Education, 2017).

1.1 Bakgrund

SPM är en relativt ny modell i Sverige och har endast funnits här sedan år 2015. Den har dock använts i andra delar av världen, som till exempel i England, Holland och i USA under en lite längre period (Admera Education, 2017).

Första gången jag hörde talas om SPM var under min verksamhetsförlagda utbildning. Jag blev genast intresserad av modellen och utförde därför en pilotstudie om modellen. I pilotstudien undersöktes huruvida lärarstudenter på Göteborgs universitet hört talas om SPM, samt om de kände till SPM väl. Anledningen till varför jag gjorde pilotstudien var för att jag var intresserad av att se hur kännedomen var bland mina klasskamrater, då modellen var helt ny för mig. Resultatet visade att endast 4 av 14 studenter hade hört talas om modellen.

Första tanken var att göra en komparativ studie utifrån ett elevperspektiv. Det som skulle jämföras var SPM och undervisningsmetoden EPA. EPA är en undervisningsmodell där eleverna först arbetar enskilt (E), därefter arbetar eleverna i par (P) och avslutningsvis arbetar hela klassen tillsammans och lyfter saker som kommit fram under arbetets gång (A) (Wilson, 2016, 27 april). Då tiden varit begränsad valde jag att endast fokusera på SPM, men förslaget kan vara aktuellt för en framtida forskning.

SPM är en undervisningsmodell i matematik med huvudfokus på problemlösning i matematikundervisningen (Ministry of Education, s. 14, 2012). Singapore har under en längre tid legat högt upp på PISA- och TIMSS-undersökningar. I Sverige däremot visar PISA- och TIMSS-resultaten lägre poäng än genomsnittet (Skolverket, s. 20, 2016). De höga resultaten Singapore visar på de internationella undersökningarna gör SPM intressant då modellen används på samtliga skolor i Singapore.

Ett av mina uppdrag som lärare innebär att hålla mig informerad och uppdaterad om nya metoder och strategier och eftersom matematik är ett av de ämnen jag kommer att ha behörighet i gör att SPM blir än mer intressant. Dels för att Singapore får höga resultat i internationella undersökningar inom matematikämnet och dels för att modellen är ny i Sverige.

1.2 Syfte och frågeställningar

Syftet med uppsatsen är att undersöka om lärare anser att elevers attityder gentemot matematikämnet och deras prestationer inom matematikämnet förändrats efter införandet av Singaporemodellen och i så fall hur.

Frågeställning 1: Upplever de intervjuade lärarna att elevernas attityder gentemot matematikämnet förändrats efter införandet av Singaporemodellen och hur om så är fallet?
Frågeställning 2: Upplever de intervjuade lärarna att elevernas prestationer gentemot matematikämnet förändrats efter införandet av Singaporemodellen och hur om så är fallet?

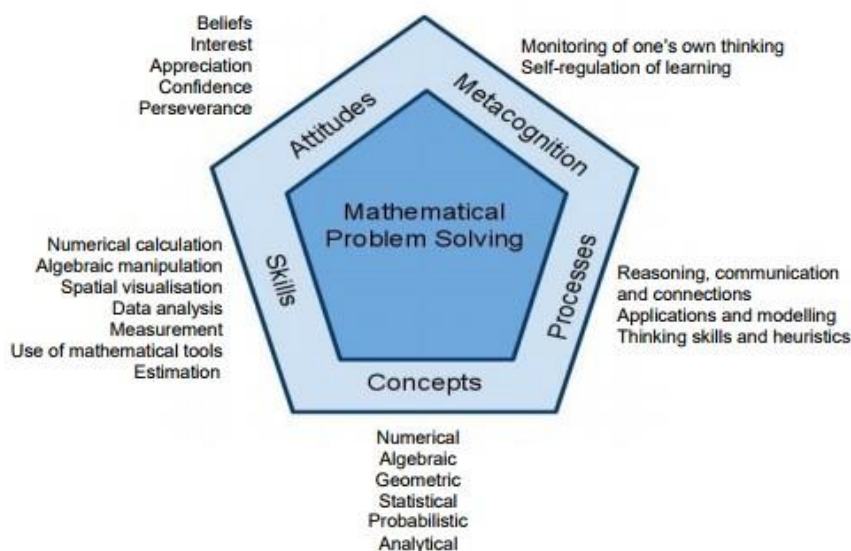
2. Singaporemodellen

Singapore har deltagit i internationella undersökningar, likt TIMSS och PISA sedan 1995 (TIMSS) och 2009 (PISA) (Admera Education, 2017). För att komma djupare in på förståelsen varför Singapore är ett land med höga resultat i TIMSS- och PISA-undersökningar behöver man titta på hur utbildningen ser ut i landet och även hur utbildningen har sett ut över tiden. Det här kapitlet beskriver en kort historik om skolan i Singapore och därefter beskrivs singaporemodellen och avslutningsvis beskrivs en problemlösningsmetod som används i singaporemodellen.

2.1 Kort historik om skolan i Singapore

Singapore är ett litet land till ytan, som länge varit en brittisk koloni, med en population på ca. 4,5 miljoner människor. 80 % av invånarna kommer ursprungligen från Kina och resterande procent kommer från Malaysia eller Indien. Innan landet fick självstyre följde de kinesiska skolorna ett kinesiskt skolsystem och de engelska skolorna följde ett brittiskt skolsystem (Fan & Zhu, 2007). Singapore fick självstyre år 1959 och ett beslut om ett nytt utbildningsråd fattades. En textbok- och läroplans-kommitté grundades för att sammanställa en gemensam läroplan som skulle fungera för samtliga språk (engelska, kinesiska, malaysiska och tamil). Efter införandet av det nya rådet skulle nu kursplanen för matematik fungera som ett internationellt språk där undervisningen skulle se likadan ut överallt i landet (Fan & Zhu, 2007).

År 1965 blev Singapore självständiga och utvecklade då ett högt centraliserat utbildningssystem. Under tidigt 70-tal reviderades kursplanen i matematik på grundskolan och på gymnasiet på grund av influenser från andra länder som till exempel U.S.A. och Storbritannien. Fram till mitten av 80-talet hade problemlösningen ingen större roll i matematikundervisningen. En stor milstolpe i det singaporianska utbildningssystemet var när man under sent 80-tal införde en ny kursplan, som hade sitt största fokus på problemlösning. Kursplanen infördes på tidigt 90-tal och har inte förändrats sedan dess, förutom några få ändringar i innehållet år 1994 (se bild 1) (Fan & Zhu, 2007).



Figur 1: Matematiskt ramverk i Singapores kursplan (Ministry of Education, s. 14, 2012)

Figur 1 beskriver hur uppbyggnaden kring matematikundervisningen med inriktning på problemlösning ser ut i kursplanen för matematik i Singapore. Attityder, metakognition, färdigheter, begrepp och processen är de fem delar som står i fokus (Ministry of Education, 2012).

Samtliga skolor i Singapore, offentliga och privata, måste registreras och godkännas av "Ministry of Education" (Kaur, 2014). "Ministry of Education" är motsvarigheten till svenska Skolverket.

2.2 Singaporemodellen – en beskrivning av modellen

Begreppet Singapore Math, singaporematte, myntades i USA i början av 2000-talet och modellen har använts i USA på flera olika skolor runt om i landet sedan dess. Modellen används även i England och i Holland (Admera Education, 2007). SPM riktar sig främst till elever på låg- och mellanstadiet.

Matematikundervisningen i Singapore har sitt huvudfokus på problemlösning (Ministry of Education, 2012). Flera av grundprinciperna i SPM liknar "vanlig" svensk undervisning, däribland arbetet med konkreta föremål som gör undervisningen lekfull, taluppfattning och "talkamrater" samt att hitta olika strategier vid problemlösning (Admera Education, 2017). Det som framförallt skiljer de singaporianska matematiklektionerna från svenska matematiklektioner är att lektionsplanen ska vara välstrukturerad vid varje tillfälle och följa samma undervisningsstruktur som består utav tre diskursstrukturer (beskrivs i 4.2.1 - 4.2.3). I den svenska läroplanen står det under övergripande mål och riktlinjer:

"Skolan ska erbjuda eleverna strukturerad undervisning under lärarens ledning, såväl i helklass som enskilt" (Skolverket, s. 13, 2011).

Den svenska skolans undervisning ska även den vara strukturerad, men man finner ingenstans hur undervisningen ska se ut i läroplanen. I den singaporianska kursplanen för matematik ges konkreta exempel på hur undervisningen ska se ut (Ministry of Education, 2012). Detta är den största skillnaden mellan de olika kursplanerna i matematikämnet i Sverige och i Singapore.

Den strukturerade undervisningen ger eleverna mer utsatt tid till att lära sig grunderna först inom samtliga delar av matematiken. Den utsatta tiden för att lära sig grunderna bidrar till att eleverna skapar sig en verktygslåda av strategier och modeller för problemlösning (Admera Education, 2017).

Jerome Bruner beskriver det mänskliga meningsskapandet som en handling av att se samband och mönster, skapa insikter och förståelse (Säljö, s. 162, 2012). SPM och den singaporianska läroplanen har hämtat sin inspiration från Bruner och hans tankar kring en kursplan som är spiral. En spiral kursplan innebär att strukturen tillåter att man kan titta tillbaka och repetera för att utveckla kunskaper än mer, på en högre och djupare nivå.

Även Lev Vygotskij är en inspirationskälla i SPM och den singaporianska läroplanen (Admera Education, 2017). Vygotskij använder begreppet mediering och det är ett av de grundläggande begreppen i den sociokulturella traditionen. Mediering innebär att människan förstår sin omvärld med hjälp av redskap och verktyg. Människan använder sig av två olika redskap, det materiella, som till exempel laborativt material och det språkliga, vårt tal som gör att vi kan ställa frågor om vi inte förstår och förklara för någon annan som inte förstår (Säljö, s. 187, 2012). Ett annat begrepp som är Vygotskijs mest bekanta är den närmaste proximala utvecklingszonen. Vygotskij menar att människan i en miljö tillsammans med andra (en lärare eller en mer kompetent kamrat) kan nå längre i sin kunskapsutveckling (Säljö, s. 193, 2012).

SPM är inte nödvändigtvis en läromedelsbunden metod, men däremot används särskilda läroböcker med fördel. Det finns läroböcker som är anpassade efter SPM. Här har jag stött på två olika matematikläroböcker, en finns i årskurs 1 till årskurs 3 (Singma) och en från årskurs 1 till årskurs 6 (Bli en mattemästare).

Matematikundervisningen i Singapore består utav tre olika diskursstrukturer där lektionen följer en speciell ordning: ”*readiness*”, ”*engagement*” och avslutningsvis ”*mastery*” (Ministry of Education, s.22, 2012). Andra begrepp som används för att beskriva diskursstrukturerna är ”*anchor task*”, ”*guided practice*” och ”*independent working*” (Admera Education, 2017). De sist nämna begreppen är de som kommer att användas i den här texten. På de kommande sidorna beskrivs de olika delarnas upplägg i en typisk 60-minuters lektion. Varje diskursstruktur pågår under ca. 20 minuter. Beskrivningen av lektionen är hämtad från en organisation som heter *Maths no problem!* (Maths no problem!, 2017). Därefter beskrivs bar modeling, som är en problemlösningsmetod som används inom SPM.

Läraren har en central roll i matematikundervisningen i Singapore (Fan & Zhu, 2007). Läraren behöver vara väl förberedd på vad för typ av lösningar som kan förekomma på lektionen. Det krävs av läraren att hen cirkulerar i klassrummet för att finna bra och sämre lösningar på problemen som därefter ska redovisas i helklass. Ett annat moment som gör läraren central i matematikundervisningen är samtalet med eleverna för att få fram eventuella felsvar och missförstånd. En av intervjupersonerna beskriver detta samtal som en viktig del för att eleverna ska lära sig av sina misstag och komma längre i sin kunskapsutveckling (personlig kommunikation, 24 november, 2017).

2.2.1 Anchor task

I första delen av lektionen, som kallas för *anchor task*, ska eleverna utforska och försöka skapa sig en förståelse kring ett matematikproblem som introduceras av läraren. Eleverna ges en viss tid till utforskandet av matematikproblemet och uppmanas att använda sig av material. Tiden som läggs på utforskandet kan hjälpa till och skapa en tydligare förståelse. Materialet fungerar som ett redskap för att ge eleverna möjlighet att förstå sin omvärld och uppgiften som de blivit tilldelade (Säljö, s. 193, 2012). De uppmanas även till att arbeta tillsammans med en klasskamrat i den proximala utvecklingszonen för att nå längre i sin kunskapsinhämtning (Säljö, s. 193, 2012).

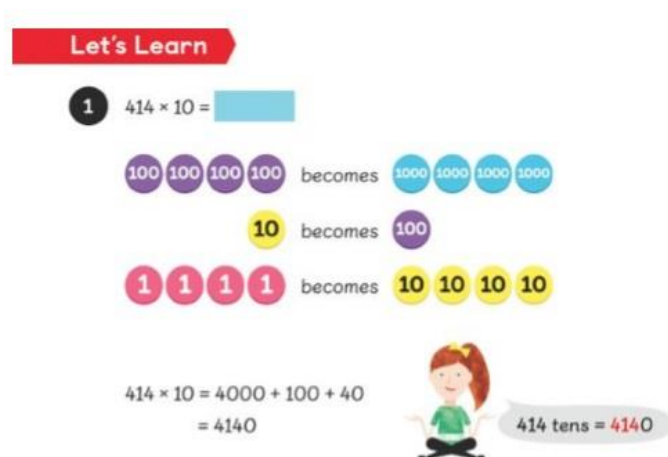
Under tiden som eleverna utforskar matematikproblemet cirkulerar läraren omkring i klassrummet för att upptäcka olika metoder som eleverna använder sig av för att lösa problemet. Om eleverna har löst problemet uppmanar läraren dem till att hitta ytterligare en metod som man kan lösa problemet på.

Läraren använder sig därefter utav de metoder som eleverna löst problemet med när hen, tillsammans med klassen, redovisar hur man kan räkna ut uppgiften. Metoderna visas på tavlan så att alla elever kan ta del av de olika lösningsmetoderna.

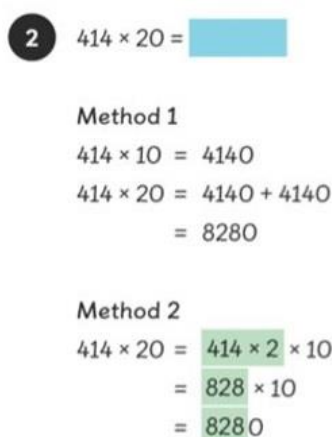
När problemet har blivit löst får eleverna skriva ner vad de kommit fram till i en loggbok. Eleverna skriver ner de metoder de kom fram till i klassen och även en skriftlig förklaring på vad de gör i uträkningarna. Läraren kan även tillägga någon metod som kanske inte blivit uppräknad. Detta gör läraren därför att den metoden som eleverna inte använt kan vara den metod som de strävar mot att lära sig.

När eleverna har skrivit i sin loggbok går läraren återigen igenom problemet på tavlan och visar från det visuella med bilder, till en mer abstrakt lösning med siffror. På figur 2 och figur 3 visas exempel på hur övningsuppgiften $414 \cdot 20$ redovisas. Figur 2 redovisar övningsuppgiften visuellt med bilder och figur 3 redovisar övningsuppgiften symboliskt med siffror på två olika

sätt. Redovisningen av konkret material, som eleverna uppmanats till att göra, redovisas inte här.

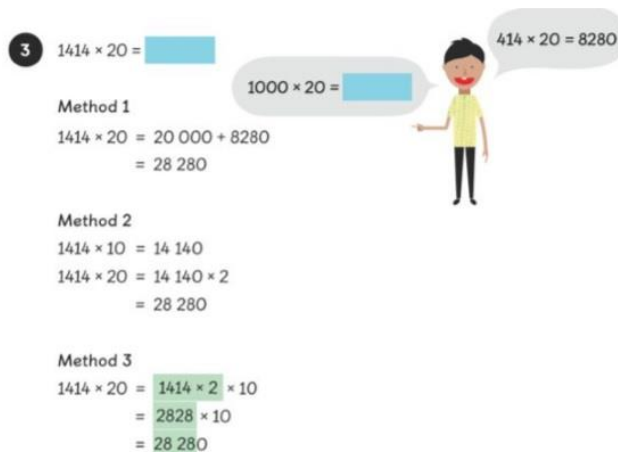


Figur 2: Visuellt redovisning av talet 414×10 (Maths no problem!, 2017)



Figur 3: Abstrakt redovisning av talen 414×10 & 414×20 (Maths no problem!, 2017)

Avslutningsvis får eleverna ett problem som är baserat på det tidigare problemet och som löses med hjälp av samma metod som redovisats i helklass. Likt Jerome Bruners syn på meningsskapandet ges eleverna nu en möjlighet till att se samband och mönster mellan de olika övningsuppgifterna (Säljö, s. 162, 2012). Sista övningsuppgiften är svårare än de som tidigare gått igenom (bild 4). Eleverna får då träna på de strategier och metoder de lärt sig när de löste föregående övningsuppgift 414×20 .



Figur 4: Problem som fördjupar elevernas förståelse (Maths no problem!, 2017)

2.2.2 Guided practice

Eleverna ges liknande arbetsuppgifter som de gick igenom i första delen av lektionen (anchor task). Tillsammans med en klasskamrat/flera klasskamrater löses de olika problemen med hjälp av konkreta material, visuella bilder och abstrakta lösningar. Det här kallas för CPA approach i SPM och står för *Concrete, Pictorial & Abstract* (figur 5).



Figur 5: CPA-approach (Admera Education, 2017).

Här får eleverna träna på sin förmåga att med olika redovisningsstrategier förklara hur man räknar ut ett tal. Först med hjälp av ett konkret material, därefter med hjälp av visuella bilder och avslutningsvis mer abstrakt med siffror (Maths no problem!, 2017). CPA approach är en redovisningsmodell där eleverna redovisar uträkningen på tre olika sätt. Modellen används i den första och andra diskursstrukturen (*anchor task och guided practice*).

2.2.3 Independent working

Sista delen av lektionen arbetar eleverna individuellt med liknande arbetsuppgifter i matematikboken, eller med specifika tal som läraren delat ut. Fokus ligger nu på att färdighetsträna och öva på det som gått igenom under dagens lektion (Maths no problem!, 2017).

Som beskrivs ovan har lektionen en tydlig strukturerad plan och fokus ligger på att lära sig ett moment vilket resulterar i att eleverna får en djupare förståelse. Detta leder till att behovet av repetition försvinner eftersom eleverna får träna på samma moment under hela lektionen. Eleverna har under lektionen skapat en djup förståelse av ett moment och behovet av att repetera blir då mindre (Admera Education, 2017).

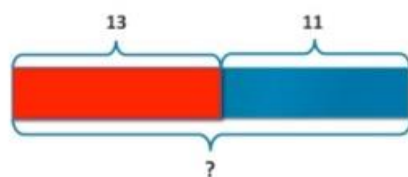
2.3 Bar modeling – en problemlösningsmetod

Bar modeling är en metod som används i SPM för att visualisera och synliggöra olika tal i problemlösningsuppgifter. Metoden används i samtliga diskursstrukturer, men främst i den andra diskursstrukturen (*guided practice*) och i den tredje diskursstrukturen (*independent working*). Metoden används för att synliggöra olika tal och problemlösningsuppgifter. För att synliggöra och visualisera olika tal och problemlösningsuppgifter ritar man en "bar" som ser ut som en rektangel/rätblock.

Baren används inte som en modell som visar problemet utan baren används som ett redskap för att lösa problemet. För att kunna lösa ett problem behöver eleven först sätta sig in i uppgiften och därefter försöka komma på en lämplig beräkning som baren kan representera. Bar modeling-metoden kan användas inom samtliga fyra räknesätt och även inom mer avancerade algebra-uppgifter. Figur 6a, figur 6b och figur 6c är tre exempel på hur baren kan användas i addition, subtraktion och algebra (Admera Education, 2017).

Exempel Bar Modeling - Addition

1. Det finns 13 flickor och 11 pojkar i en klass. Hur många elever finns till totalt i klassen?



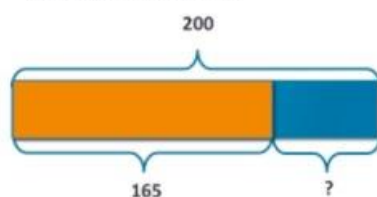
$$13 + 11 = 24$$

Svar: Det finns 24 elever i klassen.

Figur 6a: Exempel på bar modeling inom addition (Admera Education, 2017)

Exempel Bar Modeling - Subtraktion

2. Gustav ska simma 200 meter. Han har simmat 165 meter hittills. Hur långt har han kvar?



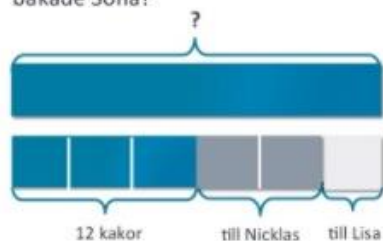
$$200 - 165 = 35$$

Svar: Han har 35 meter kvar

Figur 6b: Exempel på bar modeling inom subtraktion (Admera Education, 2017)

Exempel Bar Modeling - Algebra

3. Sofia bakade ett antal kakor. Hon gav $\frac{1}{6}$ av kakorna till sin kompis Lisa och $\frac{2}{5}$ av de som var kvar till sin bror Nicklas. 12 kakor behåller hon själv. Hur många kakor bakade Sofia?



$$3 \text{ delar} = 12 \quad 12 \div 3 = 4$$

$$1 \text{ del} = 4$$

$$6 \text{ delar} = 6 \cdot 4 = 24$$

Svar: Hon bakade 24 kakor

Figur 6c: Exempel på bar modeling inom algebra (Admera Education, 2017)

3. Tidigare forskning

I detta avsnitt beskrivs olika studier som undersökt om införandet av SPM förändrat elevers prestationer inom matematik och i så fall hur samt om elevernas attityder gentemot matematik förändrats och i så fall hur. En studie undersöker även hur lärarna upplever modellen och hur deras prestationer i matematikklassrummet har påverkats efter införandet av SPM. Två studier är utförda i U.S.A och en studie är utförd i Sydafrika. En studie är kvantitativ och två studier är kvalitativa. Då det inte finns många forskningsartiklar om SPM har jag valt att beskriva de få jag hittat på ett utförligt sätt för att styrka den forskningen som gjorts.

3.1 Elevers matematiska prestationer och självförtroende efter införandet av SPM – en kvantitativ studie från U.S.A.

Andrea L. Sukow, Christi A. Sampson och Victoria Pierrie undersöker om införandet av den singaporienska kursplanen, som en primär kursplan, har en positiv inverkan på elevers matematiska prestationer och självförtroende. Studien utförs i en självständig skola i mellersta Tennessee med 254 medverkande elever från årskurs 1–5 (Andrea L. Sukow, et. al, s. 72, 2016). Testerna utförs inte samtidigt, utan under två olika år med olika elevgrupper (2012–2013 och 2015–2016). Elevernas prestationer testas i ett summativt testprogram. Elevernas självförtroende testas i små fokusgrupper.

3.1.1 Elevers matematiska prestationer

För att kunna jämföra de olika elevernas prestationer används tester från ett omfattande testprogram, som summativt testar elevernas räknekunskaper och förmåga att resonera. Testet jämförde elevers prestationer under år 2012–2013 och år 2015–2016 (Andrea L. Sukow, et. al, s. v, 2016). År 2012–2013 var innan införandet av den singaporienska kursplanen och 2015–2016 var året då den singaporienska kursplanen infördes. Det som jämfördes var den årliga kunskapsutvecklingen i elevernas prestationer mellan de elever som undervisades efter en annan kursplan (2012–2013) och de elever som undervisades efter den singaporienska kursplanen (2015–2016) (Andrea L. Sukow, et. al, s. v, 2016).

3.1.1.1 Resultat

Resultatet på testerna redovisas nedan i en tabell (tabell 8). Det som beskrivs i tabellen är resultaten från årskurs 4 och årskurs 5 på fyra olika tester (testen prövar förmågan att resonera (QR-test) på ett för- och ett eftertest (2 test) samt räknekunskaper (MT-test) på ett för- och ett eftertest (2 test)). Tabellen visar resultaten per årskurs och år. Förtestet för båda proven gjordes på våren innan de började i den aktuella årskursen (QR-Pre-test och MT Pre-test). Eftertestet gjordes ett år senare på våren i den aktuella årskursen (QR-Post-test och MT- Post-test). De klasser som redovisas från år 2016, hade, efter förtestet, börjat undervisas efter den singaporienska kursplanen. De klasser som redovisas från år 2013 arbetade efter samma kursplan under båda testerna (Andrea L. Sukow, et. al, s. 85, 2016).

Resultaten visar att båda klasserna från år 2016 presterar bättre än motsvarande klasser från år 2013 på 3 av 4 test. Det som jämförs i tabellen (tabell 8) är SD (översatt: standardavvikelse). På QR-Post-test, i årskurs 4, visar klassen från år 2013 ett bättre resultat än vad motsvarande klass från år 2016 visar. Tabellen (tabell 8) visar resultatet av testerna som utfördes i den kvantitativa studien.

Tabell 1: Tabell över testresultaten (Andrea L. Sukow, et. al, s. 85, 2016).

Class	QR		QR Pre-test		QR Post-test		MT		MT Pre-test		MT Post-test	
	n	Mean	SD	Mean	SD	n	Mean	SD	Mean	SD		
Fourth 2016	68	325.1	13.7	344.7	13.9	69	309.8	18.5	330.6	20.2		
Fourth 2013	67	316.7	12.2	338.9	14.2	67	295.0	16.5	321.2	20.4		
Fifth 2016	62	339.3	14.3	348.9	16.8	62	319.2	19.9	341.2	23.2		
Fifth 2013	62	326.6	12.5	340.1	12.2	62	304.9	18.7	326.3	20.0		

Note. Class at time of Post-test, QR = Quantitative Reasoning, MT = Mathematics 1 and 2, n = number of students in the class, SD = standard deviation

3.1.2 Elevers självförtroende gällande matematikämnet

Studien utgår från ett elevperspektiv där eleverna i fokusgrupper får svara på olika frågor gällande deras inställning till matematik. Den här delen av studien utgår från elever som undervisas efter den singaporienska kursplanen (2015–2016). Intervjuerna utförs på våren 2016, ett år efter att studien startat. En annan del som jämfördes i studien var hur eleverna uppfattade deras nuvarande matematikstudier (Andrea L. Sukow, et. al, s. v, 2016).

Fokusgrupperna var uppdelade i 4 grupper om 6 elever i varje. Grupperna kallades Grupp A-D. Eleverna i grupp A-B gick i årskurs 1-2. Eleverna i grupp C-D gick i årskurs 3-5 (Andrea L. Sukow, et. al, s. 73, 2016). Eleverna i grupp A hade lågt självförtroende gällande deras matematikkunskaper. Eleverna i grupp B hade högt självförtroende gällandes deras matematikkunskaper. Eleverna i grupp C fick dåligt resultat på testet och hade dåligt självförtroende gällande deras matematikkunskaper. Eleverna i grupp D fick högt resultat på testet och hade bra självförtroende gällande deras matematikkunskaper.

3.1.2.1 Resultat

Eleverna i fokusgrupp A-B fick använda sig av en skala med 3 olika svarsalternativ på de olika frågorna som ställdes. 1 betydde att ämnet kändes bra, 2 betydde att ämnet kändes sådär bra och 3 betydde att ämnet inte alls kändes bra. Frågorna indikerade 10 olika ämnen som var relaterade till deras matematikundervisning (Andrea L. Sukow, et. al, s. 110, 2016). Tabellen (tabell 2) visar de olika ämnen som eleverna svarade på. Tabellen är uppdelad i årskurs 1 och årskurs 2.

Tabell 2: Tabell över elevernas, i årskurs 1 och 2, attityder gentemot matematikämnet (Andrea L. Sukow, et. al, s. 110, 2016).

	<u>Grade 1</u>	<u>Grade 2</u>
How I feel about ...	n = 57	n = 47
Math class	1.35	1.51
Being called on	1.37	1.53
Working alone	1.39	1.80
Working with others	1.44	1.28
Homework	1.58	1.38
Learning something new	1.25	1.23
Counting	1.40	1.23
Addition	1.32	1.11
Subtraction	1.53	1.45
Explaining how I solve math problems	1.60	1.89

Eleverna i årskurs 3-5 hade en större skala med olika svarsalternativ till de olika frågorna. 1.0-1.99 betydde att eleverna hade dåligt självförtroende, 2.0-2.99 betydde att eleverna hade lite självförtroende, 3.0-3.99 betydde att eleverna hade självförtroende, 4.0-5.0 betydde att eleverna hade mycket självförtroende. Tabellen (tabell 3) visar resultatet och är uppdelad i årskurs 3, 4 och 5.

Tabell 3: Tabell över elevernas, i årskurs 3-5, attityder gentemot matematikämnet (Andrea L. Sukow, et. al, s. 113, 2016).

	<u>Grade 3</u>	<u>Grade 4</u>	<u>Grade 5</u>
This is how comfortable I am with ...	n = 48	n = 49	n = 53
Math Class	4	4.37	4.17
Being called on	3.77	3.92	4
Working alone	3.94	3.86	3.91
Working in groups	3.69	4.35	4.23
Homework	3.98	4.39	4
Learning new things	4.06	4.35	4.08
Multiplication	4.02	4.39	4.53
Division	3.31	4.12	4.13
Solving word problems	3.71	3.61	3.15
Explaining how I solve math problems	2.98	3.37	3.42

3.2 Kan bar modeling-metoden förbättra elevers prestationer inom problemlösning? – en kvalitativ studie från U.S.A.

Matematikresultaten i U.S.A har likt Sverige försämrats de senaste åren (Maglicco et. al, 2016). I en fältstudie har Robin Maglicco et. al undersökt om SPM och främst om bar modeling-metoden kan förbättra elevers prestationer inom problemlösning och även frågat de medverkande eleverna vad de tyckte om modellen. Antalet elever som medverkar i studien är fem stycken. Eleverna går i en grundskola i Las Vegas i årskurs 4. Kravet för att få delta i studien var att eleverna inte hade arbetat enligt bar modeling-metoden tidigare. Samtliga elever var högpresterande och var enligt deras lärare över genomsnittet (Maglicco et. al, s. 47, 2016).

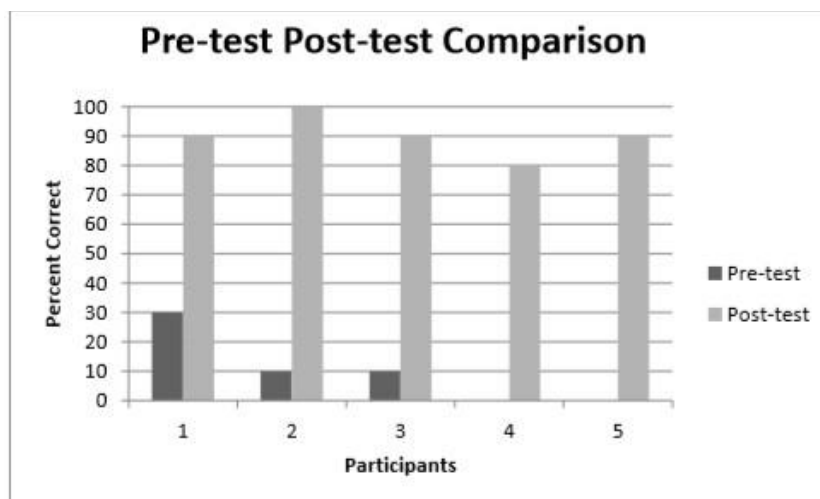
Det som undersöktes i studien var om införandet av bar modeling kunde förändra elevernas prestationer och resultat om fraction word problems och multiplicative comparison (Jag väljer att behålla den engelska översättningen då ingen bra översättning hittats på svenska) (Maglicco, et. al, 2016)

Resultatet i studien bygger på skillnaden mellan elevernas prestationer innan införandet av bar modeling-metoden. Eleverna fick göra ett förtest med 10 olika slumpvalda uppgifter som berörde de utvalda matematikområdena (Maglicco et. al, s.48, 2016). 5 uppgifter handlade om multiplicative comparison och 5 uppgifter handlade om fraction word problems (Maglicco et. al, s.48, 2016).

Efter förtestet påbörjades åtta stycken lektioner där bar modeling-metoden explicit introducerades för klassen. I fyra av lektionerna arbetade de med fraction word problems och de resterande fyra lektionerna arbetade de med multiplicative comparison (Maglicco, et. al, s.48, 2016).

Eftertestet som utfördes såg inte likadant ut som förtestet, men däremot innehöll även det slumpvalda uppgifter, varav fem uppgifter handlade fraction word problems och 5 uppgifter handlade om multiplicative comparison (Maglicco, et. al, s. 68, 2016). Resultatet i studien visar (om man ser eleverna som en grupp) att det genomsnittliga resultatet på förtestet var 10% rätt på provet. Eftertestet visade ett genomsnittligt resultat på 90% rätt (Maglicco, et. al, s. 67, 2016). Tabellen (tabell 4) visar de olika resultaten, på förtestet, för var och en av de fem medverkande eleverna.

Tabell 4: Tabell över resultaten på för- och eftertesten (Maglicco, et. al, s. 68, 2016).



Studien undersökte även elevernas attityd gentemot arbetet med bar modeling-metoden. Eleverna fick fem olika svarsalternativ på frågorna. På en skala från 1-5, där 1 betydde att man inte höll med och 5 betydde att man absolut höll med. På frågan som är markerad med en * betyder 1 väldigt svårt och 5 väldigt enkelt. Tabellen (tabell 5) visar elevernas svar på de olika frågorna.

Tabell 5: Tabellen visar elevernas svar på attitydundersökningen (Maglicco, et. al, s. 71, 2016).

Table 1. Social validity survey results

Statement	Participant 1	Participant 2	Participant 3	Participant 4	Participant 5	Mean
I like solving word problems using Model Drawing.	4	3	4	5	5	4.2
I enjoyed learning how to draw models for word problems.	5	2	4	4	5	4
I think other children my age should be taught how to draw models for word problems.	4	4	5	4	5	4.4
This is how difficult it was for me to learn how to draw models for word problems. *	4	5	3	5	5	4.4
Drawing models for problems helps you solve the problem.	5	4	4	5	5	4.6

Note. *A Likert scale of 1 to 5 was used for each question with 1=very difficult and 5=very easy for this question and 5=strongly agree, 1=strongly disagree for each of the other questions.

Resultatet visar att elevernas attityd gentemot bar modeling-metoden var positiv och eleverna tyckte att modellen borde införas i matematikundervisningen då den var tydlig och enkel att lära sig (Maglicco, et. al, s. 71, 2016)

3.3 Implementerandet av Singapores kursplan för matematik i sydafrikanska skolor – en kvalitativ studie från Sydafrika

Syftet med studien var att lärarna skulle implementera Singapores kursplan för matematik i de Sydafrikanska skolorna och efter ett år reflektera över svårigheter och framgångar som de upplevt efter införandet av modellen. Studien utgår från ett lärarperspektiv och lärarna beskriver de svårigheter de stött på i samband med införandet av modellen samt vilken effekt det har haft på eleverna (Naroth & Luneta, 2015).

De sex medverkande lärarna har olika lång erfarenhet inom sitt yrke och undervisar i årskurserna F-3.

Arbetet med bar modeling-metoden orsakade en del problem enligt lärarna i studien. En svårighet som lärarna upplevde var att elever med lässvårigheter hade svårt med uppgifterna då SPM fokuserar på problemlösningsuppgifter (Naroth & Luneta, s. 271, 2015). En annan svårighet för eleverna var att använda sig av den nya strategin, bar modeling, eftersom de redan etablerat en problemlösningsstrategi som de var vana vid. Eleverna upplevde att det fanns

enklare strategier att använda vid uträkningen och valde därför att inte använda bar modeling-metoden (Naroth & Luneta, s. 272, 2015).

Arbetet med att synliggöra olika metoder för att lösa ett problem är något som lärarna ifrågasätter. Frågor som dök upp i samband med införandet var till exempel ”hur mycket kan vi påskynda nya strategier som eleverna inte känner sig bekväma med att använda?” (Naroth & Luneta, s. 272, 2015).

Lärarna upplever att SPM kräver mycket engagemang från lärarens sida och att det finns ett behov av en lärarassistent i klassrummet, för att hinna med alla elever.

Det laborativa materialet var den del av SPM som gjorde störst intryck på eleverna. Eleverna uppskattade att få använda händerna och diskutera med andra klasskamrater samtidigt (Naroth & Luneta, s. 273, 2015).

”Mathematics has to be hands on. Before, we thought it was just about chalk and talk and that you give the child the lesson on the board. The child did the work yes, but the benefit of giving the child the concrete and the hands-on experience, I can tell you I saw a big difference” (Naroth & Luneta, s. 274, 2015).

Arbetet med CPA approach gav lärarna positiva kommentarer kring. De upplevde att de tre olika stegen ökade elevernas förståelse. En annan sak som lärarna upplevde var bra med CPA approach, där eleverna ska redovisa en uppgift på tre olika sätt (konkret, visuellt och abstrakt), var att elever med lässvårigheter klarade av de uppgifterna (Naroth & Luneta, s. 274, 2015). En lärare beskriver hens tankar kring CPA approach såhär:

”Comparing this point to where last year’s Grade 3’s were at, and to where this year’s Grade 3’s are at, with them using the CPA approach, I think it worked well. With these three distinct steps I think it worked much better than last year” (Naroth & Luneta, s. 271, 2015).

Nedan beskrivs hur lärarna upplever att införandet av SPM har influerat elevernas tankar kring ämnet matematik och även hur förändringen som gjorts i matematikundervisningen påverkat eleverna.

”I think also giving the child his own identity and giving him the opportunity to say, you know, ‘Whatever I am saying is important’, and they want to participate more now than before” (Naroth & Luneta, s. 274, 2015).

4. Metod

Metoderna som använts i denna studie är semistrukturerade intervjuer och observationer. Studien är kvalitativ, vilket innebär att tonvikten ligger på kvalitet framför kvantitet. Kvalitativa studier är ofta precisa och orden tar en stor plats. Till skillnad från kvantitativa studier där siffror och statistik tar en större plats (Bryman, s. 34, 2011).

Letandet efter intervjupersoner har varit tidskrävande då antalet SPM-utbildade lärare i Sverige är begränsade. Nedan beskrivs hur jag kom i kontakt med intervjupersonerna, därefter beskrivs hur datainsamling och genomförande gick till.

4.1. Förberedelser och urval

Då SPM är ny i Sverige och antalet lärare är begränsade valde jag att påbörja letandet efter intervjupersoner innan examensarbete-kursen startade då jag bestämt mig för att undersöka modellen.

Första kontakten var med en lärare på universitetet, som undersökte om någon av hans kollegor kände till skolor som arbetade med SPM. Responsen var dålig och gav inget resultat.

Andra kontakten var en lärare som arbetade med att hålla ihop matematiksatningen i en kommun i mellersta Sverige. Läraren gav mig namnet på en lärare (L6), samt en skola som arbetade aktivt med SPM. Läraren (L6) tackade ja till en observation och en intervju.

Nästa kontakt var ett företag som utbildar lärare i SPM. De gav ut information om skolor med SPM-utbildade lärare. På grund av sekretess gavs endast namnet på skolorna ut. Förfrågningar skickades ut till de rektorer som arbetade på de skolorna. Responsen var bra från rektorerna, men dessvärre var det endast tre lärare som hade möjlighet att ställa upp på intervju och observation.

Sista kontakten blev en Facebook-grupp med SPM-utbildade lärare. En förfrågan skickades till gruppen om frivilliga lärare var intresserade av att ställa upp på en intervju och en observation. Responsen var knapp från Facebook-gruppen och resulterade i att fyra lärare kunde medverka i undersökningen. Jag valde att endast intervjua två av de lärare jag kom i kontakt med från Facebook-gruppen då de två sista lärarna hörde av sig vid en tidpunkt då jag kände att jag var nöjd med vad jag fått fram från de utvalda intervjupersonernas intervjuer.

4.2. Datainsamling och genomförande

Studien består av 6 semistrukturerade intervjuer och 4 observationer. De semistrukturerade intervjuerna pågick under cirka 10–50 minuter. Observationerna pågick under en lektion som varade i ca. 60 minuter. Observationerna av lärarna ägde rum innan den semistrukturerade intervjun utfördes.

4.2.1. Semistrukturerade intervjuer

Intervjuguiden bestod utav 22 fasta frågor som ställdes till alla intervjupersoner utom en. Då intervjuerna varit semistrukturerade har det inneburit att eventuella följdfrågor ställts till intervjupersonerna (Bryman, s. 415, 2011). Genomförandet av intervjuerna skedde på intervjupersonernas arbetsplats i ett avskilt rum för att undvika eventuella störningar. Samtliga intervjuer spelades in på en mobiltelefon. Då behovet är stort av att vara uppmärksam på intervjupersonen under hela intervjun fördes inga anteckningar då det kan skapa en distraktion hos intervjupersonen (Bryman, s. 428, 2011). Då en av intervjupersonerna inte arbetat som lärare tidigare uteslöts många frågor från intervjuguiden eftersom hen inte kunde ge ett svar.

De semistrukturerade intervjuerna transkriberades ordagrant samma dag eller dagen efter intervjun utfördes. Då processen att transkribera är tidskrävande valde jag att transkribera så fort som möjligt när intervjun var slut för att spara tid till analysen i stället (Bryman, s. 429, 2011).

4.2.2. Observationer

Observationerna blev videoinspelade och skedde i intervjupersonernas klassrum. Samtliga lärare som blev observerade godkände videoinspelningen. Det som spelades in var läraren och tavlan. Endast utvalda sektioner av lektionen filmades, som var användbara för studien. Genomgången av arbetsuppgifter och uppföljning av elevernas arbetsuppgifter var det som spelades in. Då klassrummet även innehöll elever valde jag att ha en öppen roll som forskare och presenterade mig själv och varför jag var där (Bryman, s. 381, 2011). Lektionerna beskrivs i 4.3 Presentation av intervjupersoner.

Jag valde att inte transkribera observationerna då mitt huvudfokus varit de semistrukturerade intervjuerna.

4.3 Presentation av intervjupersoner

De 6 medverkande lärarna i undersökningen har arbetat aktivt som lärare i allt ifrån 6 år till 31 år. De olika lärarna har gått olika utbildningar inom SPM och de har arbetat med modellen olika länge, från 6 månader till 2 år. I tabellen nedan kan vi se information om respektive lärare. I tabellen nedan är lärarna döpta till L följt av en siffra (1-6). Siffran står för i vilken ordning intervjuerna utfördes. L1 blev intervjuad först och så vidare. Tabellen visar intervjupersonernas antal undervisningsår som lärare, vilken årskurs de undervisar i just nu och hur många år intervjupersonerna undervisat enligt SPM i matematikundervisningen. Även längden (antal minuter) på intervjun står utskrivet i tabellen.

Tabell 6: Information om intervjupersoner

Lärare	Antal undervisningsår	Undervisningslängd i SPM	Årskurs	Tid intervju
Lågstadiet				
L4	6 år	6 månader	1	Ca. 11 min
L3	25 år	2 år	3	Ca. 50 min
Mellanstadiet				
L6	6 år	6 månader	1-4	Ca. 22 min
L2	10 år	1 år	4	Ca. 22 min
L1	31 år	ca, 1 år	6	Ca. 30 min
L5	18 år	2 år	6	Ca. 29 min

Här beskrivs typiska upplägg på lärarnas matematiklektioner för att få en tydligare bild över hur respektive lärare arbetar med SPM. Beskrivningen är hämtade från de observationer som utfördes samt efter intervjuerna med lärarna. Endast 4 av 6 lärare blev observerade och har därför en mer utförlig beskrivning av lektionsupplägget.

4.3.1 Lärare på lågstadiet

L4: Läraren arbetar i största möjliga mån efter SPM. Det laborativa material som används är centikuber (se bilaga 1). Klassen har en lärobok anpassad efter SPM i sin undervisning. Läraren blev inte observerad.

L3: Läraren arbetar i största möjliga mån efter SPM. Undervisningen utgår från elevernas lärobok, som är anpassad efter SPM, som de arbetar med varje lektion. Materialet eleverna använder är centikuber (se bilaga 1). Ibland kopierar läraren upp små figurer som liknar de i arbetsböckerna. De visar hen på tavlan när de utforskar tillsammans.

Under observationen arbetade eleverna efter CPA-approach (Concrete-Pictorial-Abstract) (se 2.2.2) och redovisade sina svar på tre olika sätt. CPA-approach använder L3 ofta i undervisningen. Läraren arbetade enligt modellen genom hela lektionen. Hen började med att introducera en problemlösningsuppgift som de tillsammans diskuterade i helklass. De diskuterade de olika begreppen och vad de innebar så att alla elever skulle förstå. Därefter fick eleverna utforska problemet. När de utforskat problemet fick de redovisa sina svar på tavlan och förklara hur de tänkt. Läraren sammanfattade vad de gått igenom under lektionen och skrev ner det på tavlan. Eleverna skrev ner det i sina loggböcker. Lektionen slutade med att eleverna enskilt fick arbeta i sina övningsböcker.

4.3.2 Lärare på mellanstadiet

L6: Läraren arbetar med singaporematte ca. en gång i veckan. Eleverna arbetar då med laborativt material i grupper. De material som används är tangram, multibas-materialet och centikuber (se bilaga 1).

Under observationen hölls först en repetition som inte hade med SPM att göra. Därefter hölls en genomgång om hur man kan tänka när man multiplicerar. Eleverna gav förslag på olika metoder man kunde använda när man löste en uppgift. Det som eleverna fick arbeta med efter genomgången var ett spel där de tränade på multiplikationstabellen i grupp.

L2: Läraren arbetar i största möjliga mån med SPM och har arbetat liknande innan hen förde in modellen i klassrummet. Läraren arbetade enligt EPA-modellen och använde laborativt material. Läraren blev inte observerad.

L1: Läraren arbetar i största möjliga mån med SPM enligt de olika diskursstrukturerna som nämns i kapitel 2.2. Läraren använder sig av laborativt material i undervisningen. Till exempel torkade kidneybönor, centikuber och multibas-materialet (se bilaga 1). L1 skriver loggbok tillsammans med eleverna efter varje avslutad lektion.

Under observationen fick eleverna en övningsuppgift att fundera över och arbeta med enskilt eller i par. Övningsuppgiften var 1500/300. Gemensamt kom klassen fram till 4 olika metoder att lösa uppgiften på. Därefter fick eleverna träna på att göra egna problemlösningsuppgifter av uppgiften. Avslutningsvis skrev klassen tillsammans med läraren i sin loggbok vad de tränat på under dagens lektion. Därefter fick de enskilt träna på liknande uppgifter i sin loggbok som läraren skrev på tavlan.

L5: Läraren arbetar endast med bar modeling-metoden när de arbetar med problemlösning. Eleverna har en lärobok som inte är anpassad efter SPM. Läraren och eleverna arbetar endast med baren som ett visuellt material när de har problemlösning. Under problemlösningslektionerna arbetar läraren likt de diskursstrukturer som nämns i kapitel 2.2, men på ett omvänt sätt, likt EPA-modellen.

Under observationen berättade läraren vad lektionen skulle gå ut på. Hen skrev ner EPA på tavlan och berättade vad de olika bokstäverna stod för. Eleverna fick därefter en problemlösningsuppgift som de enskilt fick fundera över i några minuter. Därefter arbetade de i par och avslutningsvis i helklass. Läraren cirkulerade under lektionens gång runt i klassrummet för att finna olika svar som eleverna sedan fick redovisa för klassen.

4.4 Tillförlitlighet och trovärdighet

Då studien är kvalitativ har validitet och reliabilitet bytts ut mot begreppen tillförlitlighet och trovärdighet. Detta på grund av att validitet och reliabilitet är två begrepp som oftast används vid kvantitativa studier för att mäta kvaliteten i en undersökning (Bryman, s. 351, 2011). Då validitet handlar om huruvida man observerar, identifierar eller mäter det man vill undersöka passar begreppet tillförlitlighet bättre in på den här studien. Bryman (2011) menar att tillförlitlighet består av fyra delkriterier: *trovärdighet*, *överförbarhet*, *pålitlighet* och *en möjlighet att styrka och konfirmera*. De kriterier jag behandlar här är trovärdighet, pålitlighet och möjlighet att styrka och konfirmera.

De semistrukturerade intervjuerna har blivit transkriberade ordagrant vilket innebär att om frågor gällande intervjupersonernas svar uppstått har även detta spelats in och transkriberats vilket gör att respondentvalideringen blir trovärdig. Detta innebär att om eventuella frågetecken uppstått under intervjun har dessa blivit besvarade och bekräftade av intervjupersonerna. Resultatet framhäver samtliga lärares svar, för att få en mer djupgående bild av vad som kom fram på intervjun. Då resultatet innehåller citat hämtade från intervjuerna blir tillförlitligheten av studien stor.

Valet av intervjupersonerna var slumpmässigt då det varit svårt att få tag på utbildade SPM-lärare. ”Slumpen” resulterade i att samtliga intervjupersoner har lång erfarenhet inom yrket och 5 av 6 lärare är förstelärare i ämnet matematik på deras skola. Att vara förstelärare innebär enligt Skolverket (2014) att man är:

- ” är legitimerad lärare
- kan genom dokumentation redovisa minst fyra års väl vitsordat arbete med undervisning inom ramen för en eller flera anställningar inom skolväsendet
- har visat en särskilt god förmåga att förbättra elevernas studieresultat och har ett starkt intresse för att utveckla undervisningen
- även i övrigt av huvudmannen bedöms som särskilt kvalificerad för undervisning och uppgifter som hör till undervisningen.”

Lärarnas erfarenhet och profession inom yrket gör att resultatet blir mer pålitligt.

En aspekt som är viktigt att ta med är att samtliga lärare gjort ett aktivt val att utbilda sig inom SPM. Detta är något som kan innebära att lärarna är positivt inställda till modellen och vill därför dela och förmedla en positiv syn på modellen till mig. Något som förstärker lärarnas positiva inställning är den tidigare forskningen som visar ett liknande resultat som den här studien. Kombinationen av tidigare forskning och lärarnas upplevelser förstärker tillförlitligheten i studien.

5. Resultat

I det här avsnittet kommer jag att beskriva vad resultatet av de semistrukturerade intervjuerna visar. Jag har valt att väva ihop svaren från utvalda frågor som passar bäst in på syftet med den här studien. För en tydligare överblick av samtliga intervjufrågor finns de att hämta i bilaga 2. Först beskrivs hur lärarna säger att de arbetade med matematikundervisningen innan införandet av SPM. Därefter beskrivs hur de upplever att eleverna tagit sig an den nya matematikmetoden samt hur och om de upplever att elevernas attityd gentemot matematik har förändrats och även om elevernas prestationer inom matematikämnet har förändrats sedan införandet av SPM. I redovisningen av resultatet kommer en uppdelning ske mellan de olika intervjuerna. Lågstadielärarna redovisas för sig och mellanstadielärarna redovisas för sig för att få en tydligare struktur i texten. Jag har valt att lyfta fram samtliga lärare en och en då de valt att använda sig olika mycket av modellen. Uppdelningen blir därför mer naturlig och enklare att följa.

De material (centikuber, multibas och tangram) som nämns i resultatet beskrivs i bilaga 1.

5.1 Matematikundervisningen innan införandet av SPM

För att få en uppskattning om hur lärarna arbetade innan införandet av SPM ställdes frågan:
Hur arbetade du med matematikundervisningen innan du införde Singaporemodellen?

5.1.1 Lågstadiet

De lärare som undervisat elever på lågstadiet är L3, L4 och L6. Lärare L6 undervisar även på mellanstadiet och de svar hen gav på frågorna utgår från eleverna på mellanstadiet. Därför kommer lärare L6 inte redovisas på lågstadiet, utan i nästa stycke, på mellanstadiet.

L3 beskriver den undervisningsmetoden hen använde innan införandet av SPM som väldigt traditionell. Hen menar då att matematiklektionerna nödvändigtvis inte utgick ifrån läroböckerna, men däremot arbetade eleverna individuellt efter en kort genomgång som hölls av läraren.

L4 har inte arbetat som matematiklärare innan införandet av SPM skedde. Hen har därför ingen beskrivning på hur matematiklektionerna såg ut tidigare.

5.1.2 Mellanstadiet

L1 arbetade likt L3 med en traditionell undervisning. Först en kort genomgång och därefter arbete i läroboken. L3 menar att matematikundervisningen gick ut på att bli färdig med arbetsuppgifterna i läroboken. De elever som var snabba och högrepresterande arbetade med fördjupningsuppgifter.

L2 ser stora likheter mellan undervisningsstrukturen i SPM och med den undervisningen hen utförde innan införandet av SPM. Lektionerna innehöll tidigare både praktiskt och teoretiskt arbete under samtliga matematiklektioner. Lektionerna var uppdelade i olika delar och uppläggen var ganska lika varje gång. Det som skiljer undervisningen från innan införandet av SPM och efter införandet av SPM är att hen nu använder bar modeling-metoden.

L5 arbetade tidigare mycket med att ställa frågor till eleverna, vilket hen även gör idag för att finna elevernas felsvar så att eleverna kan lära av misstagen. Det som är nytt efter införandet av SPM är problemlösningdelen. Den användes inte tidigare på samma sätt.

L6 beskriver sin tidigare undervisningsstruktur som lik den de har idag. Hen hade tidigare utematte en del, men arbetet med konkret material har ökat sedan införandet av SPM. ’

5.2 Införandet av SPM

Frågan som ställdes till lärarna var: *Hur upplever du att de har varit att införa SPM i din klass? Hur togs det emot av eleverna?*

5.2.1 Lågstadiet

Lärare L4 undervisar i årskurs 1, hen upplever att införandet av SPM har gått väldigt bra. Läraren berättar att klassen är väldigt speciell och innehåller flera elever som är problematiska och att matematikundervisningen är den lektionen som fungerar bäst för eleverna. Läraren trodde först att införandet av SPM skulle bli problematiskt och i synnerhet diskussionsmomenten i undervisningen.

L4: "Men den har fungerat väldigt bra, jag trodde absolut inte att det skulle göra det, för att den är, jag tänkte att den inte skulle fungera med de här diskussionsmomenten, men det gör den verkligen".

Lärare L3 undervisar i årskurs 2, men har undervisat i SPM sedan eleverna gick i årskurs 1. Införandet av SPM i klassen har varit svajigt. Läraren tror att detta beror på elevernas förväntningar av att börja skolan. Hen menar då att innan eleverna börjar skolan byggs en förväntning upp på vad matematikundervisningen innebär. Förväntningarna kommer från elevernas föräldrar som berättat hur deras skolgång har varit. Till exempel att eleverna kommer att få en egen matematikbok. När matematikboken succesivt började försvinna blev det protester från de elever som gillade att arbeta i matematikboken. Läraren menar att de elever som tycker om att arbeta i matematikboken är de "snabba" eleverna. De elever som ofta låg efter i matematikboken brydde sig inte så mycket. Läraren menar att efter införandet har det blivit mer likvärdigt i klassen. Det är aldrig någon som hamnar efter, då matematikboken inte längre har lika stor plats i matematikundervisningen.

L3: "Svajigt, och det tror jag att det gör.. om du börjar med det dag 1, sen tror jag också den här att få sitta med sin egen mattebok är någonting som barn ser fram emot".

5.2.2 Mellanstadiet

Lärare L1 upplever att införandet av SPM har varit lite svårt i början. Läraren valde att lämna matematikboken och många elever frågade efter den i början, men efter ett tag slutade frågorna att komma.

L1: "Jag tycker att jag har med mig de flesta, jag vet inte hur du upplevde det på mattelektionen? Men alltifrån de som sitter och plockar med en i taget, till de som de du märkte vid det här bordet, som är på en annan nivå, så känns det som att jag har med mig alla i diskussionerna."

Lärare 6 har upplevt positiv respons från eleverna gällande införandet av SPM. Hen upplever att eleverna tycker att singaporematte är jätteroligt. Kollegor till L6 brukar vara med på lektionerna på grund av nyfikenhet av hur SPM fungerar och L6 upplever att även kollegorna tycker att införandet av SPM är jättekul.

L6: "Så att så fort jag kommer så är det JAA är det singaporematte idag??"

Lärare L2s elever var nyfikna på SPM och är enligt L2 nyfikna på allt nytt. L2 upplever att klassen var samarbetsvillig och öppna för nya förslag.

L2: "Men de tyckte att det var häftigt att bara höra ååh Singapore, vad är det för speciellt då?? Så dem, jo dem tog emot det jättebra och var nyfikna på att testa på".

Lärare L5 som endast arbetar med bar modeling upplever att det har varit blandade åsikter från eleverna. Eleverna har tyckt att övningsuppgifterna, för att lära sig baren, var för enkla och

tappade då motivationen. L5 upplever då att fokus har varit att övertyga eleverna om att modellen kommer vara användbar i framtiden.

L5: "Det har ju varit både och kan jag säga. Det har ju inte varit alla elever som har tagit det va och man får ju börja med lätta uppgifter och då är det barnsligt för man ser svaret".

5.3 Elevernas attityder gentemot matematik efter införandet av SPM

Resultatet visar att införandet av SPM och även ett ökat arbete med laborativt material har gjort att majoriteten av eleverna är mer sugna på att arbeta med matematik än tidigare. I frågan "*Har du märkt någon skillnad på elevernas attityd gentemot matematik efter införandet av SPM?*" utgår lärarna från sitt eget perspektiv och vad de upplever att eleverna har berättat för dem.

5.3.1. Lågstadiet

L4 kan se ett tydligt engagemang i arbetet med det laborativa materialet och eleverna tycker att det är jättekul. Hen medger att till en början var det mest lek med centikuberna, men när eleverna förstått målet och syftet med materialet så går det mestadels bra.

L4 har endast arbetat med SPM i klassen och kan därför inte se någon skillnad från tidigare gällande elevernas attityd. Attityden gentemot matematik i klassen är blandad upplever L4. Några elever tycker att matematiken är jätterolig och några tycker att det är mindre roligt. Läraren menar att attityden gentemot matematiken inte har med SPM att göra, men hen tror att om de inte använt SPM hade attityden gentemot matematikundervisningen sett annorlunda ut. Det delen av undervisningsstrukturen som passar L4s elever minst är den individuella delen "independent practice" (se 2.2.3).

L4: "Jag tror, om jag känner dem så pass väl som jag tror att jag gör, så tror jag att de hade klagat mer om de skulle sitta och jobba själva, för jag tror, så som det känns så tycker dem att det jobbiga är att få arbeta i övningsboken".

Arbetet med det laborativa materialet har blivit en vanesak för eleverna i L3s klass. L3 upplever att eleverna använder sig av centikuberna i alla arbetsuppgifter, även om det inte varit målet med uppgiften. Centikuberna fungerar som ett naturligt hjälpmedel för eleverna och L3 upplever att några av eleverna använder materialet av ren lathet för att räkna ut enkla tal som de egentligen klarar av som huvudräkning.

Attityden gentemot matematiken upplever L3 är positiv för majoriteten av eleverna, förutom någon enstaka elev som tycker att matematik är tråkigt. L3 menar att attityden är positiv i den meningen att inga elever säger att matematik är svårt längre. Arbetet med SPM har resulterat i att eleverna får många "aha-upplevelser", de upptäcker hur de ska lösa problemen vilket har gjort att de klarar av att hitta svaren. L3 menar att om eleverna vet hur man ska göra och klarar av uppgifterna som delas ut, så blir matematiken rolig eftersom man förstår och klarar av det.

L3 upplever att matematikämnet inte bli något ångestfyllt ämne där eleverna sitter och inte förstår någonting, utan med hjälp av den tydliga undervisningsstrukturen förstår alla elever vad som ska göras. Det som L3 upplever att några elever tycker är tråkigt är redovisningen av uppgifterna i skrivboken och även redovisningen i loggböckerna.

L3: "Sen är det dom då som kan tycka att det är lite stönigt och att det blir jobbigt att man måste skriva och så. Det är såna saker som bli jobbigt, jag tror inte att det är matten i sig som är jobbig utan det är mera det ska vara snyggt och prydligt, vi måste redovisa det, och då tycker slarverpellarna att det inte är roligt..."

5.3.2 Mellanstadiet

Attityden gentemot matematikundervisningen har förändrats sedan införandet av SPM i L6s matematikklassrum. L6 upplever att eleverna är positivt inställda till matematiken som ämne, och framför allt undervisningsmetoden när de har singaporematte (L6 arbetar med SPM en dag i veckan). Variationen i undervisningen är det som påverkat elevernas attityd gentemot matematiken enligt L6.

Arbetet med det laborativa materialet uppskattas av eleverna i L6s klassrum. De använder sig av centikuber och multibas-materialet i matematikundervisningen. L6 upplever att eleverna tappar fokus när de arbetar med det laborativa materialet. Hen menar att eleverna är i en övergångsfas och behöver träna på att använda materialet inom matematiken och inte leka med kuberna som de gör på fritids. Arbetet med att inte leka med materialet går framåt och eleverna släpper ”lekandet” mer och mer. Den undervisningsdel som passar eleverna i L6s klassrum bäst är ”gruppdelen”. Eleverna jobbar helst i par enligt lärare L6.

L6: ”Jo men du märker ju att, du märkte kanske när vi gick in i klassrummet och så sa en elev ’Är det singaporematte? Jaa!’ Så jag tycker nog att dem är mer positiva till matte, framförallt när vi ska ha singaporematte”.

L6: ”Så just i det enskilda arbetet så kan det bli lätt att några som bara sätter sig och läser sig och vill inte jobba över huvud taget”.

Eleverna i L5s klass har delade tankar kring matematikämnet. L5 upplever att några elever tycker att det är jättekul med problemlösning och andra tycker att det är jobbigt. L5 upplever att elevernas attityd gentemot matematiken har blivit mer positiv inom problemlösningdelen för de flesta av eleverna. L5 tror att hens engagemang är den bakomliggande faktorn till varför elevernas attityd gentemot matematiken har förändrats till det positiva. Hen menar att om läraren är engagerad och tycker om matematik så smittar det av sig på eleverna.

Innan införandet av SPM arbetade L5 mycket med samtal kring arbetsuppgifter. Detta är något som eleverna inte uppskattade till en början, men som blivit en naturlig del av undervisningen. Några av eleverna ser syftet med arbetet med laborativt material, medans några inte ser syftet med det. L5 upplever att många av eleverna leker med materialet i stället för att använda det i arbetsuppgifterna. I stället använder de sig av visuellt material som de ritar (baren) och L5 upplever att bilderna får då, enligt eleverna, en mer naturlig plats i uträkningarna.

L5: ”Några är jättesugna på problemlösning, ’ska vi göra bar modeling?’ som är sugna på det. Och sedan finns det dem som tycker att det är så jobbigt, för att det är svårt. Och det är ju ofta dem som inte riktigt har tagit den här modellen heller, som inte köper den riktigt. Jag har ju några som fortfarande ’Nej jag vill inte!’ ’Nej okej, men gör på ditt sätt då, och sedan får de se kompisarna som löser det så lätt”.

Arbetet med det laborativa materialet gör det enklare för eleverna i L2s klassrum att lösa vissa matematikuppgifter. L2 beskriver att om eleverna inte kan lösa uträkningen med hjälp av siffror gör det laborativa materialet att eleverna kan komma en bit på vägen och därefter omvandla materialet till siffror för en mer abstrakt uträkning. L2 upplever att eleverna uppskattar arbetet med det laborativa materialet som är en central del i SPM. Materialet som används av L2 är multibas-materialet.

Attityden gentemot matematik har förändrats sedan införandet av SPM. L2 upplever att framför allt de svaga elevernas attityd gentemot matematiken är mer positiv då de lärt sig fler strategier än tidigare, vilket underlättar uträkningen av tal och problemlösningssuppgifter. L2 tror att kombinationen av arbetsuppgifterna, det laborativa materialet och undervisningsstrukturen är den bakomliggande faktorn till varför fler elever blivit positiva till matematikämnet.

L2: ”Ja, vissa tycker att det är roligare. För helt plötsligt, just de här svaga, som helt plötsligt har förstått det, som har hittat nya sätt att lära sig, de blir ju då mer positiva eftersom de fattar mer.”

L1 upplever att attityden hos eleverna gentemot matematiken efter införandet av SPM är delad. En elev utmärker sig i klassen, enligt L1. Hen tycker inte att någonting är speciellt roligt just nu och där är matematiken inräknad. L1 upplever att de flesta eleverna ger positiva signaler som hen tolkar som så att de uppskattar matematiklektionerna. Arbetet i grupp upplever L1 spelar en roll i elevernas attityd gentemot matematiken. Hen menar att eleverna slipper känna sig vilsna om de får tala med en klasskamrat om matematikuppgiften först.

L1: ”Det är svårt att säga, men om du ser på klassrummet, så ser det ju inte så ledsna ut i alla fall.. haha.. utom en elev som inte gillar matematik som frågar mig ’tycker du att det är kul med matte? Hur länge har du hållit på med det här? Hur kan du fortfarande tycka att det är kul?’ Dom andra tycker jag ändå ger positiva signaler”.

5.4 Elevernas prestationer inom matematikämnet efter införandet av SPM

Efter införandet av SPM upplever några av lärarna att de kan se tydliga skillnader på elevernas prestationer inom matematikämnet. Några lärare upplever ingen skillnad. Detta beror på, enligt läraren, att läraren inte har haft eleverna längre än en termin. ”*Har du märkt någon skillnad på elevernas prestationer efter att du infört modellen?*” är frågan som ställdes till lärarna. En följdfråga som ofta dök upp var ”*Vilken del av undervisningsstrukturen tror du det är som har påverkat elevernas prestationer?*” Med del syftar vi på de tre diskursstrukturerna som nämndes i avsnitt 2.2.

5.4.1 Lågstadiet

L4 ser inte någon tydlig skillnad på elevernas prestationer. Hen upplever att elevernas begreppsförmåga är bättre än vad hennes tidigare klass hade. L4 ger exempel på en bedömningsuppgift från bedömningsportalen där läraren ber eleverna att *dela upp* 5 föremål i två högar. L4 upplever att väldigt många i den förra klassen ville att högarna skulle innehålla lika mycket. Detta resulterade i att det blev 3 högar: 2, 2 & 1, då eleverna ville att varje hög hade ett jämt antal. 1 föremål uteslöts då i stället. I den klassen L4 har nu, delar eleverna upp högarna i 3 & 2 och 4 & 1 och visar då att de har förstått begreppet dela och att de har en god taluppfattning. L4 upplever även att eleverna förstår begreppen fler och färre bättre än vad den tidigare klassen gjorde. L4 vill även påpeka att de olika klasserna undervisats efter olika undervisningsmodeller och eleverna är enskilda individer och går inte att jämföras med varandra.

L4: ”Jag känner nog att de här eleverna ligger bättre på det, än vad de andra eleverna gjorde och då är det ju två olika modeller, självklart två olika klasser och olika barn. Men ja, de hade en annan kunskap känner jag, i alla fall begreppsmässigt”.

L3 upplever att elevernas prestationer har ökat i arbetet med SPM. L3 upplever att eleverna kan andra saker och de får en djupare förståelse för matematikens alla delar. L3 upplever att eleverna har fått en djupare förståelse för taluppfattning och hur talet är uppbyggt.

L3 ser en stor skillnad mellan andra klasser på skolan och de klasser som undervisas efter SPM. En stor skillnad är elevernas redovisningsförmåga och förmågan att tala matematik. L3 menar att ett kontinuerligt arbete med matematikboken utesluter möjligheten till att träna på att tala matematik och att redovisa uppgifter. Hen menar att i SPM är de förmågorna inbyggda i undervisningsmomenten.

L3: ”Och jag tycker, dem kan ju andra saker och det har jag sagt till föräldrarna på föräldramöte och så att jag kan ju inte garantera att era barn kommer ha högre resultat på de nationella proven,

det kan jag inte göra, men min förhoppning är att era barn ska ha en djupare förståelse för vad de gör senare”.

5.4.2 Mellanstadiet

L6 kan inte se någon skillnad på elevernas prestationer sedan införandet av SPM. Hen tycker att det har gått för kort tid för att se en förändring.

L5 upplever att elevernas prestationer har förändrats efter införandet av SPM. L5 ser en stor skillnad på elevernas matematikkunskaper, och i synnerhet problemlösningsförmågor. L5 hänvisar speciellt till en elev som hen stöttade under matematiklektionen. Eleven hade innan införandet av SPM inte ens försökt sig på ett tal, men med lite stöttning från läraren upplever L5 att eleven uppskattar matematiklektionerna mer nu när eleven förstår och klarar av uppgifterna.

En stor skillnad L5 upplever efter införandet av SPM är elevernas mod och vilja att försöka. Eleverna vågar försöka även om de känner sig osäkra. L5 menar att med hjälp av problemlösningsstrategin bar modeling ser eleverna tydligare hur uppgiften ska lösas. L5 upplever att de svagpresterande eleverna, om de tar sig an problemlösningsstrategin, vågar mer än tidigare. ”Mellanskiktet” som L5 kallar de elever som varken är hög- eller svagpresterande, är den grupp som utvecklar sina matematikförmågor mest.

Hen upplever att eleverna känner sig tryggare med matematiken och vågar då utmana sig själva mer. L5 upplever att arbeta tillsammans i grupp är den del av undervisningen som utvecklar eleverna mest i sin kunskapsutveckling.

L5: ”Dem vågar testa och sen rätt vad det är så ser dem, ’OH jag fick ut det!’ Dem kanske är lite osäkra, men dem kan ändå se när de har ritat in det, ’nej men titta! Nu vet jag!’.

L5: ”Men sen tror jag också delen där de jobbar tillsammans och diskuterar, att de lär av varandra, att just det, så kan man göra. Sen nästa gång så ser man att de härmar en kompis. Att så gjorde vi förra gången, då kan man nog göra såhär”.

L2 upplever en tydlig skillnad efter införandet av SPM på elevernas prestationer inom matematikämnet. De starka eleverna presterade inte bättre efter införandet av SPM då de redan hade flera strategier som fungerade vid problemlösning. Bar modeling-strategin fungerade endast som ytterligare en strategi de kunde använda.

De svaga eleverna förbättrade resultaten och blev mer självständiga i sitt arbete. L2 upplever att det som gjort att de svaga eleverna presterat bättre är möjligheten att praktiskt få testa och se olika metoder i kombination med grupparbetet där eleverna lär av varandra.

L2: ”Men man märkte det ju då på dem som var svagare att det var ju fler som förbättrade sina resultat och blev mer självständiga, självgående i vissa uppgifter”.

Den största skillnaden som L1 upplever är att de elever som tidigare haft dåligt självförtroende gällande deras matematikkunskaper, som räknade tal utan att förstå, kan idag påbörja ett tal och förstå vad som ska göras. L1 upplever att arbetet med det laborativa materialet (centikuber, kidneybönor och multibas-materialet) gör att eleverna förstår vad de gör.

L1: ”..jag tycker att speciellt de svaga eleverna, om man nu får kalla de svaga, verkar förstå vad de håller på med på ett annat sätt”

6. Analys och diskussion

Resultatet av undersökningen visar att majoriteten av de medverkande lärarna kan se en förändring hos eleverna, gällande attityd gentemot matematikämnet och prestationer inom matematikämnet, efter införandet av SPM. Förändringen sker i största bemärkelse enligt en positiv anda. Detta är även något som den tidigare forskningen bekräftar. Nedan diskuteras och analyseras resultatet parallellt tillsammans med den forskning som presenterats i den här studien.

Den del av undervisningen som påverkat elevernas prestationer mest är enligt intervjupersonerna arbetet i grupp då de lär av varandra. Likt Vygotskis teori om den proximala utvecklingszonen upplever lärarna att eleverna lär av varandra och använder sig av varandras metoder för att komma längre i sin kunskapsutveckling (Säljö, 2012). I L. Sukow et. al (2016) studie undersöktes SPMs effekt på elevers attityd och prestationer efter införandet av modellen. Eleverna i studien upplevde att grupparbetet var bra då de fick lära av varandra och fråga varandra om de hade svårigheter att lösa ett problem.

Samtliga lärare upplever att arbetet med det laborativa materialet, konkret som visuellt, har haft en positiv effekt på elevernas attityder gentemot matematikämnet och även en positiv effekt gällande elevernas prestationer. Lärarna upplever att de elever som gynnats mest av arbetet med laborativt material är de svagpresterande eleverna. Detta är även något som lärarna i studien från Sydafrika upplevde, att eleverna uppskattade arbetet med laborativt material, då de fick använda händerna (Naroth & Luneta, s. 273, 2015).

Den elevgrupp som lärarna ser störst förändring hos, både gällande attityd och prestationer, är de svagpresterande eleverna. Lärarna upplever att de svagpresterande eleverna vågar försöka sig på arbetsuppgifterna mer än tidigare. De redskap och metoder som delas bland klasskamraterna i samband med "*anchor task*" gör att eleverna vågar försöka mer nu än tidigare.

6.1 Kan elevers attityder, gentemot matematikämnet, påverka deras prestationer inom matematikämnet?

Om eleverna är glada och positiva till matematikämnet, betyder det då automatiskt att eleverna är bra på matematik?

Den tidigare forskningen visar att elevernas attityder gentemot matematikämnet hänger ihop med elevernas prestationer inom matematikämnet (Andrea L. Sukow, et. al, s. 110, 2016). Hänger ihop i den meningen att de elever som uppskattar matematikämnet visar höga resultat. Intervjupersonerna i studien bekräftar även dem att elevernas attityder gentemot matematikämnet hör till viss del ihop med elevernas prestationer.

L2: "Ja, vissa tycker att det är roligare. För helt plötsligt, just de här svaga, som helt plötsligt har förstått det, som har hittat nya sätt att lära sig, de blir ju då mer positiva eftersom de fattar mer."

L2 menar att, framför allt de svaga eleverna, som tidigare haft svårt för matematikämnet ändrade sin attityd gentemot matematikämnet på grund av att de förstod mer efter införandet av SPM om hur de skulle ta sig an uppgiften.

De intervjupersoner som observerades visade ett stort engagemang för matematikämnet när de undervisade. Engagemanget från lärarens håll, tror jag, behöver finnas där för att eleverna ska kunna skapa en vilja till att lära sig. Under observationerna bjöd lärarna in eleverna till samtal, och uppmuntrade eleverna genom att berätta att alla svar är bra svar. De svar som var fel bidrog till att de kunde lära sig av dem i stället. Klimatet i de klassrum som observerades var öppet

och det tror jag är en bidragande faktor till om elevers prestationer och elevers attityder gentemot matematikämnet på något sätt ska kunna hänga ihop.

För att få med alla elever i matematikundervisningen tror jag att läraren dels behöver visa ett engagemang och dels att klassrumsklimatet tillåter misslyckanden och felsvar.

Naroth och Luneta diskuterar även de vikten av att ge eleverna möjligheten att få dela sina tankar i klassrummet. Elevernas vetskap om att allas röster är värdefulla bidrar till att de vill lära sig mer (Naroth & Luneta, s. 271, 2015).

6.2 SPM vs EPA

Något jag uppmärksammat under de observationer och intervjuer som genomförts är att några av lärarna refererar till EPA-modellen när de talar om sin undervisning. EPA-modellen och Singaporemodellen är två olika undervisningsmodeller som liknar varandra på så vis att undervisningen är uppdelad i olika arbetsmetoder. Ordningen av arbetsmetoderna skiljer de båda modellerna åt på så vis att enligt SPM startar alla tillsammans och avslutar enskilt. I EPA-modellen är det tvärtom, där startar man enskilt för att avslutningsvis arbeta alla tillsammans.

EPA-modellen är en undervisningsmodell som går att använda i flera olika ämnen då modellen endast fokuserar på en specifik arbetsmetod/arbetsordning. SPM däremot är en undervisningsmodell som endast används i matematikundervisningen och har sitt huvudfokus på problemlösning.

Då intervjupersonerna medger att de inte arbetar fullt ut efter SPM, utan att de endast anammat vissa delar av modellen för att så småningom gå över till att arbeta fullt ut är det svårt att dra en generell slutsats. Däremot kan man dra en slutsats över hur de upplever att elevernas prestationer förändrats efter vissa förändringar, som är kopplade till SPM-modellen, i matematikundervisningen. Gällande elevernas attityder gentemot matematikämnet går det även där att dra en liknande slutsats. Elevernas attityder gentemot matematikämnet har i viss mån förändrats efter införandet av nya undervisningsmoment som går att koppla till SPM.

Även om SPM inte följts fullt ut av intervjupersonerna upplever jag att kombinationen av en arbetsmetod/arbetsordning, likt den i EPA-modellen eller den i SPM, tillsammans med de moment som SPM innehåller (laborativt material, bar modeling-metoden, redovisningsmodellen CPA-approach) gör att elevernas prestationer inom matematikämnet förändras i en positiv bemärkelse för nästan alla.

6.3 Singaporemodellen – någonting för alla?

SPM är en undervisningsmodell som är fokuserad kring ett moment åt gången. Detta bidrar till att alla elever arbetar med liknande arbetsuppgifter under lektionen. En fördel med SPM är att eleverna lär sig samma saker under lektionen och tillsammans med andra som även de arbetar med samma sak. I en traditionell undervisning, likt den L1 och L3 beskrev arbetar eleverna i läroböcker. Arbetet i läroböcker kan resultera i att eleverna arbetar med olika arbetsuppgifter. Undervisningen blir då individanpassad och eleverna lär sig på egen hand.

SPM är en problemlösningbaserad modell vilket innebär att det är många textuppgifter. För elever med läs- och skrivsvårigheter är SPM inte optimal då de flesta arbetsuppgifterna behöver läsas upp av eleverna vilket även Naroth & Lunetha (2015) diskuterar i sin artikel. En annan del av SPM som Naroth & Lunetha (2015) upplevde fungerade bra för elever med läs- och skrivsvårigheter var CPA approach. Detta på grund av att eleverna fick testa olika redovisningsmetoder och kunde därför lära sig på olika sätt. Dock anser jag att elever med läs-

och skrivsvårigheter har rätt till särskilt stöd och därför bör inte heller problemlösningssuppgifterna bli ett problem.

Ett annat moment som kan vara problematiskt är arbetet i grupp. Alla elever är olika och en del klarar av att arbeta i grupp och andra klarar inte av att arbeta i grupp. Av olika skäl, så är inte grupparbete någonting för alla.

7. Avslutande reflektioner

Här beskrivs den slutsats jag kommit fram till i min studie och förslag på framtida forskning som kan göras inom området. Avslutningsvis beskrivs mina egna tankar och reflektioner kring arbetet med examensarbetet.

7.1 Slutsats

Att dra en generell slutsats av de båda frågeställningarna är svårt. Detta beror delvis på att lärarna undervisar på olika sätt och delvis på att lärarna undervisar enligt SPM olika mycket. Eftersom SPM innebär att undervisningen ska följa en välstrukturerad lektionsplan vid varje tillfälle kan vi dra slutsatsen att endast 4 av lärarna arbetar till största delen enligt SPM. 2 av lärarna arbetar efter metoder som SPM innehåller t.ex. bar modeling-metoden och arbetet med laborativt material i grupper. De två lärarna som inte arbetar fullt ut efter SPM bör inte uteslutas i studien då även de har viktiga saker att bidra med som rör SPM.

På F1, som handlar om elevernas attityder, kan vi dra slutsatsen att 4 stycken av de 6 lärare som till största delen undervisar efter SPM upplever att elevernas attityd gentemot matematikämnet har förändrats lite grann. En svårighet med SPM, enligt L3, är arbetet med loggböckerna. L3 menar att några elever tycker att loggboken känns tråkig och att skrivandet gör att matematiklektionerna inte blir lika roliga då allt ska vara snyggt och prydligt. L1 upplever att eleverna ger positiva signaler och vill gärna tro att de tycker att matematiklektionerna är roliga. L4 tror att om eleverna inte undervisats efter SPM hade attityden gentemot matematikämnet varit sämre.

Slutsatsen av F1 blir att de 4 lärarna upplever att elevernas attityd gentemot matematikämnet har förändrats efter införandet av SPM. I positiv bemärkelse för majoriteten av eleverna, men i negativ bemärkelse för några elever.

På F2, som handlar om elevernas prestationer, kan vi dra slutsatsen att 4 stycken av de 6 lärare som till största delen undervisar efter SPM upplever att elevernas prestationer inom matematikämnet har förändrats. L3 upplever en stor skillnad på elevernas förmåga att tala matematik, resonera kring matematik och att redovisa matematik. L1 och L2 upplever en positiv förändring hos framför allt de svaga eleverna. L4 ser en stor förändring gällande elevernas begreppsförståelse.

Slutsatsen av F2 blir att de 4 lärarna upplever att elevernas prestationer efter införandet av SPM har förändrats i en positiv bemärkelse för majoriteten av eleverna.

De två lärare som inte arbetar med SPM fullt ut har även de saker att bidra med till studien. L5 arbetar kontinuerligt med bar modeling-metoden som används i SPM. Hen kan likt Maglicco (2016) se stora förändringar hos eleverna gällande attityd och prestationer efter införandet av bar modeling-metoden. Maglicco (2016) bekräftar elevernas ökade prestationer med hjälp av ett för- och eftertest där stora skillnader syns. L6 däremot kan inte se någon skillnad på elevernas prestationer efter införandet av SPM då hen upplever att det har gått för kort tid. Däremot upplever hen att elevernas attityd gentemot matematikämnet och SPM är positiv. En

slutsats som går att dra här är att även om inte SPM används fullt ut så kan lärarna se att eleverna är positivt inställda till arbetsmodellen och problemlösningsmetoden som används i SPM.

7.2 Framtida forskning

Eftersom SPM är en ny undervisningsmodell inom matematikämnet är antalet utbildade lärare inte så många ännu. Om SPM får större plats på lärarutbildningen ökar kunskapen om modellen nationellt vilket kan resultera i att fler lärare väljer att utbilda sig om modellen. Om antalet utbildade lärare ökar blir även möjligheten att nationellt undersöka elevers kunskapsutveckling större.

En sak som hade varit intressant att undersöka är att utföra en komparativ undersökning, utifrån ett elevperspektiv, mellan undervisningsmodellen SPM och undervisningsmodellen EPA som också används i matematikundervisningen. Hur lär sig elever bäst? Genom att starta likt SPM, tillsammans i grupp? Eller likt EPA, enskilt?

Då det dessvärre inte funnits tid till att noggrant studera läromedlet som används inom SPM hade en läroboksanalys av de befintliga läroböcker som finns om SPM varit intressant för vidare forskning. Hur skiljer sig SPM-läroböckerna från andra populära läroböcker i matematikämnet?

7.3 Avslutande reflektioner

SPM är en undervisningsmetod som jag tycker borde uppmärksammas mer på lärarutbildningen. Forskning visar att SPM visar positiva effekter av elevers prestationer och attityder gentemot matematikämnet i andra länder vilket gör att modellen förtjänar att få mer uppmärksamhet.

Att hitta intervjupersoner har varit mycket tidskrävande och spännande, men som efter många om och men resulterat i det här examensarbetet. Det jag bär med mig efter den här studien är mina nya ögon för en undervisningsmodell som inspirerar både lärare och elever. De observationer och intervjuer som gjorts har inspirerat mig på många olika sätt i min framtida yrkesroll som matematiklärare.

I min framtida yrkesroll som matematiklärare är sannolikheten stor att jag kommer att anamma vissa delar av SPM i min undervisning. Delar jag funnit extra intressanta är bar modelingmetoden som på ett konkret och tydligt sätt redovisar uträkningar och som också är enkelt att införa i matematikundervisningen. Även redovisningsmetoden CPA approach är något som jag kommer att använda mig av i undervisningen. Jag tror att variationen av olika redovisningsformer gör att fler elever kan följa med i matematikuträkningarna.

8. Referenslista

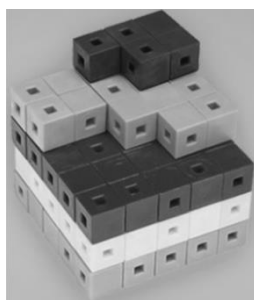
- Admera Education (2017). *Singapore math*. Hämtad 2017-12-17 från <http://www.admeraeducation.se/om-singapore-math/>
- Betapedagog (2017) *Läromedel i matematik för förskolan*. Hämtad 2017-12-17 från <https://www.betapedagog.se/forskola/matematik>
- Bryman, A. (2011). *Samhällsvetenskapliga metoder*. (2., [rev.] uppl.) Malmö: Liber.
- Fan, L. & Zhu, Y. (2007). From convergence to divergence: the development of mathematical problem solving in research, curriculum, and classroom practice in Singapore. *ZDM Mathematics Education*, 6(2), 491-501. doi: 11858-007-0044-1.
- Färlin, M. (2016, februari) Svenska elever presterar sämre. *Skolvärlden*. Hämtad 2017-12-22 från <http://skolvärlden.se/artiklar/svenska-elever-presterar-samre>
- Kaur, B. (2014). Mathematics education in Singapore – an insider’s perspective. *Journal on Mathematics Education*, 5(1), 1-16.
- Maglicco, R., Halkias, Dr. Daphne, Jeter, Nari, & White, Gary. (2016). *Can Singapore's Model Method Improve Elementary Student Problem-Solving Performance? A Single Case Study*, ProQuest Dissertations and Thesis.
- Maths no problem! (2017). *What is Singapore maths?*. Hämtad 2017-12-17 från <https://mathsnoproblem.com/en/the-maths/what-is-singapore-maths/>
- Ministry of Education (2012). *Mathematics Syllabus*. Hämtad 2017-12-17 från https://www.moe.gov.sg/docs/default-source/document/education/syllabuses/sciences/files/primary_mathematics_syllabus_pri1_to_pri5.pdf
- Naroth, C., & Luneta, K. (2015). Implementing the Singapore Mathematics Curriculum in South Africa: Experiences of Foundation Phase Teachers. *African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education*, 19(3), 267-277.
- Skolverket. (2011). *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011*. Hämtad 2017-12-22 från <http://www.skolverket.se/publikationer?i d=2575>
- Skolverket. (2014). *Karriärtjänster för lärare*. Hämtad 2012-12-22 från <https://www.skolverket.se/kompetens-och-fortbildning/larare/karriartjanster-for-larare>
- Sukow, A., Sampson, C., Pierrie, V., Hammond, Mike P., Hebert, Trace S., Medlock, Emily & Shutt, Tammy. (2016). *Effects of Singapore Mathematics on Students and Teachers*, ProQuest Dissertations and Thesis.
- Sverige. Skolverket (2016). *TIMSS 2015: svenska grundskoleelevers kunskaper i matematik och naturvetenskap i ett internationellt perspektiv*. Stockholm: Skolverket.
- Säljö, R. (2012) Den lärande människan – teoretiska traditioner. I Lundgren, U.P., Säljö, R. & Liberg, C. (red.). *Lärande, skola, bildning: [grundbok för lärare]*. (2., [rev. och uppdaterade] utg.) (s. 140-197). Stockholm: Natur & kultur.
- Wilson, S. J. (2016, 27 april). Struktur: EPA – Enskilt, par, alla [Blogginlägg]. Hämtad 2017-12-17 från <https://kooperativt.com/2016/04/27/epa-enskilt-par-alla/>

Bilaga 1: Laborativt material - begreppsförklaring

Laborativt material är en viktig del i SPM och används för att konkret och visuellt synliggöra och redovisa olika uträkningar i matematikundervisningen. Nedan beskrivs några av de vanligt förekommande materialen som lärarna i studien använder sig av i sin matematikundervisning.

Centikuber

Centikuber är små kuber där varje sida har arean av 1 cm^2 , den totala volymen av kuben är 1 cm^3 . Centikuberna har små hål på några av sidorna för att man enkelt ska kunna bygga ihop fler kuber till en större figur. Centikuber kan användas för att träna massa, längd, area, volym, bråk och procent. Centikuber är ofta i olika färger (Betapedagog, 2017).



Figur 1: Centikuber (Betapedagog, 2017)

Multibas

Multibas är ett material i massivt trä som har olika storlekar. De olika storlekarna ska representera ental, tiotal, hundratal och tusental. Entalen liknar centikuberna (se ovan), tiotalen är stavar som är 10 centimeter långa och 1 centimeter breda, 100-talen är kvadratiska plattor med arean av 100 cm^2 , varje sida är 10 centimeter, den sista storleken är en tusenkub som har volymen 1000 cm^3 . Varje sida är lika stora som hundratalsplattorna (Betapedagog, 2017).



Figur 2: Multibas (Betapedagog, 2017)

Tangram

Tangram är ett väldigt gammalt pussel från Kina. Tangramet på bilden är i trä, men det är också vanligt med tangram i papper, ofta i olika färger, som eleverna själva kan klippa ut. Tangram kan användas för att träna problemlösningsförmågan, logiskt tänkande, geometrisk begreppsbildning m.m. Tangramet består av 7 olika bitar i olika geometriska former och storlekar (Betapedagog, 2017).



Figur 3: Tangram i trä (Betapedagog, 2017)

Bilaga 2: Intervjufrågor

1. Hur arbetade du med matematikundervisningen innan du införde singaporemodellen?
2. Vad var det som intresserade dig med singaporemodellen?
3. Varför valde du att införa modellen i ditt matematikklassrum? Fanns det några bakomliggande tankar till en förändring?
4. Hur upplever du att det har varit att införa modellen på din skola? Är det fler lärare än du som använder sig av modellen på skolan?
5. Hur upplever du att det har varit att införa modellen i din klass? Hur togs det emot av eleverna?
6. På lågstadiet i de senare åldrarna/mellanstadiet har många elever redan etablerat någon form av problemlösningsstrategi inom matematiken, då det är ett av kunskapskraven i matematik att lösa enkla problem i elevnära situationer med någon form av strategi. Hur upplever du att de har tagit emot den ”nya” problemlösningsstrategin som används inom singaporemodellen? (T.ex. Bar modeling)
7. Hur mycket kan man ”påskynda” och ”påverka” en ny problemlösningsstrategi, enligt dig, hos de elever som redan etablerat en annan problemlösningsstrategi?
8. I singaporemodellen använder man mycket laborativa material för att visuellt synliggöra olika delar inom matematiken. Använde ni laborativa material innan du införde singaporemodellen? Vad för material i så fall?
9. Hur upplever du att eleverna tycker det är att arbeta med laborativt material?
10. Vad använder ni för material i undervisningen nu?
11. I singaporemodellen är undervisningen uppdelad i tre olika delar av olika karaktär för att eleverna ska ges möjlighet att träna de olika förmågorna i matematik. Första delen är anchor task, där eleverna i en socialkonstruktivistisk miljö får diskutera uppgiften tillsammans med övriga klasskamrater och läraren. Hur ser du på att eleven tar sig an uppgiften i en miljö tillsammans med andra innan eleven själv får fundera över uppgiften först?
12. Hur upplever du att första delen av undervisningen fungerar i klassen? (anchor task)
13. Hur upplever du att eleverna arbetar i del två av undervisningen? (gruppvis)
14. Hur upplever du att eleverna arbetar i del tre av undervisningen? (självständigt)
15. Har du märkt någon skillnad på elevernas attityd gentemot matematik efter införandet av singaporemodellen? Vad i så fall?
16. Vilken del av undervisningen tror du har påverkat elevernas attityd gentemot matematik?
17. Har du märkt någon skillnad på elevernas prestationer sedan du införde modellen i klassen? Vad i så fall?
18. Vilken del av undervisningen tror du har påverkat elevernas prestationer?
19. Upplever du någon skillnad från tidigare klasser och den klassen du undervisar i nu som du kan koppla till användandet av singaporemodellen? Vad i så fall?
20. Eftersom undervisningsmetoden i singaporemodellen till största delen är lärarstyrd krävs det, som jag har uppfattat det, att läraren är aktiv och finns där för alla grupper och elever under hela lektionen. Upplever du att din roll i undervisningen har förändrats efter införandet av modellen?
21. Får du fler frågor från eleverna, gällande arbetsuppgifterna, nu eller innan du införde modellen i klassen?
22. Hur tror du att det kommer sig? (ja, eller nej)