



GÖTEBORGS UNIVERSITET

# Påverkas flerspråkiga elevers resultat i matematik av språket?

---

**Johanna Allerth**

Självständigt arbete L6XA1A

Handledare: Russell Hatami

Examinator: Maria Åström

Rapportnummer: VT18-2930-004-L6XA1A

## Sammanfattning

Titel: Påverkas flerspråkiga elevers resultat i matematik av språket?

Engelsk titel: Are bilingual pupils' results in mathematics affected by the language?

Författare: Johanna Allerth

Typ av arbete: Examensarbete på avancerad nivå (15 hp)

Handledare: Russell Hatami

Examinator: Maria Åström

Rapportnummer: VT18-2930-004-L6XA1A

Nyckelord: matematik, andraspråk, flerspråkiga elever, problemlösning, nakna uppgifter, textuppgifter

En ökad invandring i samhället leder till att de flerspråkiga eleverna skolan blir allt fler. I takt med det här visar internationella mätningar att svenska elevers resultat sjunker i alla ämnen, inklusive matematik, ett ämne som ofta anses universellt och liknande världen över.

Med det här som bakgrund, samt ett eget intresse dels för matematik, dels för andraspråksundervisning, formades syftet med mitt arbete. Syftet var att undersöka hur andraspråkselever påverkas i matematik av att de har svenska som ett andraspråk, då det borde vara något som skiljer deras matematiska resultat från enspråkiga elevers resultat, i och med att resultaten sjunker i internationella mätningar. Min frågeställning blev ”Skiljer sig flerspråkiga elevers förståelse för matematikuppgifter som innehåller text kontra matematikuppgifter utan text?”.

Min studie utfördes genom ett matematiktest som 76 elever med olika erfarenheter och bakgrunder genomförde. Testet bestod av fyra matematiska textuppgifter och åtta nakna matematikuppgifter och resultaten har analyserats dels kvantitativt, dels uppgift för uppgift efter likheter och skillnader i de svar eleverna har givit.

Resultatet visar att de elever som uppgav en flerspråkig bakgrund eller vardag visade sämre resultat på matematiska textuppgifter än de elever som uppgav en enspråkig bakgrund eller vardag. Resultaten pekar på vikten av lärarens medvetenhet om språkets påverkan på elevernas resultat.

# Innehåll

<b>Sammanfattning</b>	<b>1</b>
<b>Innehåll</b>	<b>2</b>
<b>Inledning</b>	<b>4</b>
<i>Begreppsförklaring</i>	5
<b>Syfte</b>	<b>6</b>
<i>Frågeställning</i>	6
<b>Metod</b>	<b>7</b>
<i>Val av metod</i>	7
<i>Urval</i>	7
<i>Etiska överväganden</i>	7
<i>Testet</i>	8
<i>Genomförande</i>	9
<i>Analys</i>	9
Kvantitativ analys	10
Kvalitativ analys av uppgifterna	11
<i>Validitet och reliabilitet</i>	11
<b>Teoretisk bakgrund</b>	<b>12</b>
<i>Det matematiska språket</i>	12
<i>Läsning i matematiken</i>	12
<i>Att utveckla ett andraspråk</i>	13
<i>Språkliga och kulturella likheter och skillnader i matematik</i>	14
<b>Tidigare forskning</b>	<b>16</b>
<i>Modersmålets påverkan</i>	16
<i>Färdigheter i andraspråket</i>	16
<i>Uppgiftens utformning</i>	17
<i>Övriga påverkansfaktorer</i>	18
<b>Resultat</b>	<b>20</b>
<i>Kvantitativ resultatredovisning</i>	20
<i>De nakna uppgifterna</i>	21
<i>Textuppgift 1</i>	23
<i>Textuppgift 2</i>	25
<i>Textuppgift 3</i>	26
<i>Textuppgift 4</i>	30
<b>Analys och diskussion</b>	<b>33</b>
<i>Kvantitativ analys</i>	33
<i>De nakna uppgifterna</i>	33

<i>Textuppgift 1</i>	34
<i>Textuppgift 2</i>	35
<i>Textuppgift 3</i>	36
<i>Textuppgift 4</i>	37
<i>Metoddiskussion</i>	38
<i>Kritisk reflektion</i>	39
<i>Didaktiska konsekvenser</i>	39
<i>Vidare forskning</i>	40
<i>Sammanfattande diskussion</i>	40
<b>Referenser</b>	<b>42</b>
<b>Bilaga 1</b>	<b>44</b>
<b>Bilaga 2</b>	<b>45</b>
<b>Bilaga 3</b>	<b>46</b>
<b>Bilaga 4</b>	<b>50</b>

## Inledning

Mitt personliga intresse för andraspråksundervisning väcktes under den första VFU-perioden i min lärarutbildning då jag hamnade på en skola med över 80% elever med utländsk bakgrund (Skolverket, 2018) och mötte en undervisning jag var relativt obekant med. Jag fick upp ögonen för ett nytt sätt att som lärare arbeta med det svenska språket i skolan. En del av eleverna hade själva invandrat, antingen innan eller efter ordinarie skolstart, andra hade föräldrar eller mor- och/eller farföräldrar som hade invandrat. Oavsett bakgrund följde de flesta eleverna på skolan kursplanen för svenska som andraspråk, just av den anledningen att de inte mötte det svenska språket på samma sätt utanför skolan som en elev med svenska som förstaspråk. Jag märkte att det inte gick att anta att alla de här eleverna hade den kunskap om svenska ord som förväntas av barn i den åldern.

De senare åren har andelen elever med utländsk bakgrund i de svenska skolorna ökat från 18% vid läsåret 2009/2010 till 25% under läsåret 2017/2018 (Skolverket, 2018). En av fyra elever har alltså en annan språklig bakgrund än svenska. I takt med det har resultaten för elever i svenska skolor sjunkit i internationella jämförande undersökningar. I undersökningar från PISA (Programme for International Student Assessment) har Sveriges resultat försämrats successivt fram till 2015 då den negativa trenden vändes (Skolverket, 2016a). I analysen av PISA-resultaten 2012 drogs kopplingar mellan Sveriges försämrade resultat och det faktum att andelen elever med utländsk bakgrund i svenska skolor har ökat (Skolverket, 2016b, s. 12).

OECD (Organisation for Economic Co-operation and Development) tog 2005 fram tre nyckelkompetenser för att kunna leva som en aktiv samhällsmedborgare. En av dem var att kunna använda interaktiva redskap, exempelvis språket (Skolverket, 2012, s. 10f). De två andra kompetenserna var att kunna interagera i heterogena grupper samt att kunna agera självständigt (ibid.). Alla dessa tre kompetenser kräver att medborgare med utländsk bakgrund har tillägnat sig ett fullt tillräckligt språk för att kunna ta del av samhällsinformation men även för att kunna kommunicera med andra. För att barn som går från skolan ut till samhällslivet ska ges möjlighet att kunna behärska de här tre kompetenserna krävs att skolan ger alla elever, oavsett bakgrund, en likvärdig grund att stå på.

När nyanlända elever har kommit en bit i sin utveckling av det svenska språket och börjar slussas ut i sina ordinarie klasser är de praktisk-estetiska ämnena och matematik ofta bland de första som eleverna får delta med i. Matematik anses vara universellt och ett ämne som inte kräver samma språkkunskaper som övriga skolämnena och som innehåller symboler som används över hela världen (Rönnerberg & Rönnerberg, 2001, s. 19). Men trots att siffror och symboler inom matematiken ofta är lika i många kulturer är det annat inom ämnet som står i kontrast till idén om att matematiken är något universellt. Matematiska begrepp och symboler är inlärd i kulturer som präglar individens uppfattning kring matematik (Löwing & Kilborn, 2008, s. 128).

I rådande läroplan, *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011* eller *Lgr11*, står skrivet under centralt innehåll för årskurs 4–6 i kursplanen för matematik att eleverna ska få möjlighet att utveckla ”Strategier för matematisk problemlösning i vardagliga situationer” (Skolverket, 2016c, s. 58). Vad som är vardagliga situationer bestäms ofta av lärare eller av författare till läromedel. Här kan diskuteras vems vardagliga situationer det syftar till och även här spelar den kulturella aspekten in. En matematikuppgift kan uppfattas svårare för en elev med utländsk bakgrund om den handlar om något som är kännetecknande för ett svenskt samhälle, exempelvis det ofta förekommande exemplet inom sannolikhet att singla slant. I dagens skolor där det kan finnas upp till 40 olika språk bland eleverna kan det alltså finnas lika

många olika uppfattningar om matematik. Även om två barn kommer från samma kultur och talar samma språk, vare sig det är svenska eller inte, kan de två barnen ha olika uppfattningar om matematiska begrepp (Löwing & Kilborn, 2008, s. 129).

Det tar cirka 1–2 år för elever med svenska som andraspråk att tillägna sig ett vardagsspråk i svenska (Skolverket, 2012, s. 38). Forskare har upptäckt att lärare ofta anser att det enbart är vardagsspråket som behövs för att ta till sig matematikundervisning, trots att det i ämnet ingår en stor del begreppsinnlärning av ämnesspecifika ord (Ron, 1999 i Rönnberg & Rönnberg, 2001, s. 27). Att då anta att nyanlända elever ska vara redo för matematikundervisning i ordinarie klasser efter ibland bara några månader går att ifrågasätta.

Det är viktigt att lärare inser språkets tudelning i ett vardagsspråk och ett skolspråk både när det kommer till förstaspråks- och andraspråksundervisning. Det går inte att anta att allmänna språkkunskaper går hand i hand med att förstå språket som ingår i matematikundervisningen (ibid.). Framförallt vid problemlösning med textuppgifter i matematiken har språkkunskaper stor betydelse i alla steg. Först i att förstå orden i uppgiften, sedan att förstå vad som krävs av uppgiften i form av matematiska relationer och till sist att förstå hur uppgiften ska lösas (ibid.).

### **Begreppsförklaring**

Framöver i arbetet när begreppen *förstaspråk* eller *modersmål* används syftar de till samma fenomen. Ett förstaspråk är det som ett barn möter först i sitt liv när det talas av föräldrar eller andra i dess närhet (Abrahamsson, 2009, s. 13). När begreppet *andraspråk* används i arbetet avses ett språk som lärs in efter att en individ har påbörjat inlärning och utveckling av ett förstaspråk (ibid.). Vid användandet av begreppet *andraspråkselever* eller *flerspråkiga elever* syftas således till elever som efter tilläggnandet av ett förstaspråk eller modersmål har påbörjat inlärning av ett eller flera ytterligare språk.

För att underlätta läsningen av arbetet används förkortningar för att beskriva de olika grupper av elever som uppkommit i arbetet. De elever som uppgav att de var födda i ett annat land och/eller har gått i skola i ett annat land betecknas som FSB (flerspråkig bakgrund). De elever som talar ett annat eller ytterligare ett språk än svenska hemma betecknas som FSV (flerspråkig vardag). För eleverna som uppgav en helsvensk bakgrund används inte en förkortning då de nämns relativt sällan och inte var fokus för min studie.

## **Syfte**

Syftet med min studie är att undersöka hur andraspråkselever påverkas i matematik av att de har svenska som andraspråk.

## **Frågeställning**

- Skiljer sig flerspråkiga elevers förståelse för matematikuppgifter som innehåller text jämfört med matematikuppgifter utan text?

## Metod

I det här avsnittet presenteras den metod som valts för insamling av empiri samt vad som låg till grund för valet. Även hur urval, genomförande och analyser gick till kommer att beskrivas.

### Val av metod

Den metod som valdes för insamling av empiri var ett matematiktest med en inledande enkät om bakgrundsvariabler som skulle kunna påverka resultatet hos eleverna. Metodvalet gjordes med inspiration från forskning jag har läst inom det aktuella intresseområdet. De artiklarna har haft ett liknande upplägg i sina studier som har använts i det här arbetet. Ofta blev de matematiska uppgifterna i de studierna upplästa för deltagarna men jag valde att utföra ett skriftligt matematiktest för att kunna samla mycket data på kort tid. Testet innehöll fyra textuppgifter samt åtta nakna matematikuppgifter. Testet bestod av fyra sidor som skrevs ut dubbelsidigt för att minska risken för att eleverna skulle tycka att det kändes omfattande och därmed på något sätt bli påverkade negativt och således prestera annorlunda på testet.

Ledande frågor försökte undvikas och bearbetning av testet har gjorts för att undvika missförstånd hos respondenterna (Eliasson, 2013, s. 40). Eftersom respondenterna är barn har även testets längd haft i åtanke så att eleverna inte skulle tröttna eller tappa energi efter ett fåtal uppgifter (ibid., s. 40f).

En mindre pilotstudie genomfördes, vilken bestod av fem kortare textuppgifter och åtta nakna matematikuppgifter som eleverna genomförde på cirka 20 minuter. Eftersom testet i den här studien hade färre men längre textuppgifter gavs deltagarna 30 minuter på sig att genomföra testet. Textuppgifterna placerades inledningsvis i testet då de var främsta fokus för testet, samt för att minimera risken att någon inte skulle hinna med de uppgifterna (ibid., s. 41).

Vid insamlandet av tidigare forskning användes sökorden *word problems*, *bilingual*, *mathematics* och *language*. Jag valde artiklar efter att ha läst deras sammanfattning och fann att de passade in i arbetet. Även artiklar med studier liknande vad som hade i åtanke för det aktuella arbetet inkluderades.

### Urval

114 elever frågades om deltagande i studien och totalt deltog 76 elever. Således fanns ett bortfall på 33%. För att hitta deltagare användes Skolverkets sökfunktion för statistik bland skolor i Sverige. Eftersom intresset var elever med svenska som andraspråk avgränsade jag mig till att skicka en förfrågan om deltagande i min studie till skolor där andelen elever med utländsk bakgrund var över 50%. Då ingen skola har 100% flerspråkiga elever är inte heller deltagarna i min studie en homogen grupp.

Bland de skolor som kontaktades svarade fem lärare med varsin klass att de kunde tänka sig att delta. De klasser som kontaktades och således användes i studien gick i årskurs 5 eller 6. Det var ett medvetet val att inte inkludera årskurs 4 då jag ansåg att elever i årskurs 5 och 6 har kommit längre i sin matematiska utbildning och utveckling än elever i årskurs 4.

### Etiska överväganden

I och med deltagarnas ålder, att de är under 15 år gamla, behövdes vårdnadshavares medgivande för deras deltagande. Det här i enlighet med Vetenskapsrådets Forskningsetiska principer där Samtyckeskravet säger att minderårigas samtycke bör gå via vårdnadshavare (Vetenskapsrådet, 2002, s. 9). Lärarna i respektive klass fick därför utskickat en skriftlig förfrågan om deltagande att vidarebefordra till elevernas vårdnadshavare. I förfrågan presenterade jag kort mig själv och



arbetet (se bilaga 1). Utöver vårdnadshavares medgivande fick eleverna även själva ta ställning till om de ville delta i min studie eller ej.

## Testet

Vid utformningen av testet togs inspiration från tidigare nationella prov, Skolverkets Diamantmaterial samt från två läromedel om matematiska begrepp; *77 begrepp i matematik: träningsmaterial i svenska som andraspråk* av Gunnel Fjellström samt *Viktiga ord i matematik* av Eva Marand. Slutresultatet blev ett försättsblad med sex frågor, två sidor med två matematiska textuppgifter vardera, samt en sida med åtta stycken nakna matematikuppgifter (se bilaga 2). Testet bearbetades för att undvika kompletteringar efteråt (Eliasson, 2013, s. 29).

Den första sidan i testet innehöll frågor om elevernas språkliga bakgrund och vardag samt en fråga om deras skolbakgrund (se bilaga 2). Till dessa frågor togs inspiration från tidigare forskning inom ämnet (e.g. Van Rinsveld, Schiltz, Brunner, Landerl & Ugen, 2016, s. 75; Bernardo & Calleja, 2005, s. 120). Frågan om tidigare skolbakgrund inkluderades då det har visat sig vara betydelsefullt på vilket språk eleven har tillägnat sig sina grundläggande matematikkunskaper, både till det positiva och det negativa (se avsnitt *Tidigare forskning*). Även frågan ”Vilket språk pratar ni oftast hemma?” fanns med (se bilaga 2), inspirerat av Bernardo och Calleja (2005) med tanken om att alla elever med svenska som andraspråk inte har samma kunskaper i svenska. En bidragande faktor till det kan vara hur ofta de tvingas använda det svenska språket, exempelvis i hemmet. En avgränsning kring eventuella påverkansfaktorer gjordes till att enbart ha frågor om elevernas språkliga bakgrund samt skolbakgrund.

Den första textuppgiften innehåller begreppen *produkt*, *summa* och *minst*. Den konstruerades efter att jag utgått från viktiga matematiska begrepp från de två ovan nämnda böckerna om ämnet. I och med uppgiftens övrigt relativt enkla språk menar jag att det är en uppgift där det blir tydligt om begreppsförståelsen hindrar eleverna från att lösa uppgiften om de klarar av de nakna uppgifterna med multiplikation och addition.

Den andra textuppgiften har en relativt enkel matematik för de valda årskurserna och innehåller de matematiska begreppen *fler än*, *färre än*, *tillsammans* och *flest*. Även här blir det tydligt att se om det är begreppsförståelsen som eventuellt hindrar eleverna från att lösa uppgiften, då det är en förståelse för begreppen som är väsentlig för att kunna välja rätt räknesätt för att lösa uppgiften. Uppgiften kan ställas mot de nakna uppgifter som innehåller addition och subtraktion.

Den tredje uppgiften med text är tagen ur boken *Rika matematiska problem* (Hagland, Hedrén & Taflin, 2005) men namnen är utbytta. Problemet handlar om bråkräkning och testar främst det samt begreppen *tredjedel*, *femtedelar* och *lika stora*. Uppgiften är mer utmanade än de andra, men kan, beroende på elevers resultat, ge en bild av hur elever uppfattar texten och begreppen samt av hur de klarar av bråkräkning. Det finns även med en naken uppgift i bråkräkning för att kunna jämföra elevers resultat på de båda uppgifterna.

Den fjärde och sista textuppgiften kommer även den från boken *Rika matematiska problem* (ibid.). Den innehåller inga specifika matematiska begrepp utan är en klurig matematisk textuppgift. Den inkluderades i testet för att möjligen kunna se om resultaten skiljer sig mellan textuppgifter med eller utan specifika matematiska begrepp. För att eventuellt kunna se en språklig påverkan på resultaten på den här uppgiften fanns flera nakna uppgifter att jämföra med.

Fyra av de åtta nakna matematikuppgifter valdes från Skolverkets Diamant-material om aritmetik och en uppgift av varje om de fyra räknesätten togs med i testet. Resterande fyra uppgifter konstruerades i samråd med handledare för att ha en liknande matematik som textuppgifterna.

### **Genomförande**

Då testet skulle göras med elever i årskurs 5 och 6 på olika skolor visste jag inte specifikt vilken undervisning de fått fram till den dag de genomförde testet. För att därför eliminera att eleverna inte skulle klara av uppgifterna på grund av vad de fått undervisning tidigare valdes grundläggande aritmetik till textuppgifterna. Några uppgifter med mer utmanande matematik inkluderades för att eventuellt kunna urskilja elever med goda matematiska kunskaper.

Genom att själv komma ut i klasserna vid genomförandet av testet minskades risken för missförstånd som annars kan uppstå vid liknande undersökningar (Eliasson, 2013, s. 29). Nu gavs istället möjligheten att kunna förklara för deltagarna syftet med min studie samt hur jag ville att de skulle genomföra testet, till skillnad från om jag hade skickat ut testet och inte varit närvarande. På så vis undveks att inledningsvis i testet behöva ha en förklarande text.

I förfrågan som skickades hem till vårdnadshavare om deras medgivande fanns det information om att testet skulle genomföras anonymt. Trots det informerades eleverna muntligen om detta samt om att deras testresultat således inte var något som deras lärare skulle komma att se. Jag berättade för eleverna att det enbart var för min och mitt arbetes skull som de genomförde testet och att enbart jag kommer hantera deras resultat (ibid., s. 42). Detta gjordes med ett enkelt språk för att inte tala över huvudet på eleverna.

Innan de inledde testet gick jag igenom försättsbladet och förklarade vad eleverna skulle skriva på de olika frågorna. Detta gjordes för att undvika missförstånd hos de elever som eventuellt hade lite svårare för att läsa. Eleverna fick sedan 30 minuter på sig att genomföra testet. Lärarna fick min mailadress ifall de eller någon elev skulle ha frågor i efterhand eller av annan anledning skulle vilja komma i kontakt med mig (ibid.).

Som nämnts deltog 76 elever i min studie. Totalt var de tillfrågade eleverna fler än så. Alla elever i alla klasser deltog således inte. Orsakerna till detta var dels att eleverna hade möjligheten att själva välja om de ville medverka eller ej. Dels tillät vissa vårdnadshavare inte sitt barns medverkande. Några elever hade heller inte lämnat in förfrågan med vårdnadshavares medgivande.

Information gavs från klasslärarna om vilka av de medverkande eleverna som följde kursplanen för svenska som andraspråk och det gjordes en notering om det när eleverna lämnade in sina tester. Detta för att undvika att peka ut dessa elever och på så vis insinuera att det skulle ha någon inverkan för barnens presterande. Jag ville undvika att barnen skulle bli påverkade av att jag ville separera de olika eleverna i klassen, alltså de som följer kursplanen för svenska som andraspråk och elever som följer kursplanen för svenska.

### **Analys**

Testresultaten har analyserats kombinerat kvantitativt och kvalitativt, vilket kan göras för att öka trovärdigheten i resultat eller för att ta fram data som kan komma till nytta (Bryman, 2011, s. 573). Här verkar de olika analyserna stärkande till varandra (ibid., s. 577) på så vis att det som tas fram i den kvantitativa analysen återfinns i den kvalitativa och tvärtom. Den kvantitativa delen av analysen kan vara mer svårbegriplig för de som inte är insatta i metoden.

Således har ambitionen varit att presentera det på ett enkelt sätt för att så många som möjligt ska kunna ta del av resultaten (Trost, 2014, s. 66f). I den andra delen av analysen har elevresultat uttryckts genom att använda procent eller del av en helhet då det kan vara något som fler är bekanta med och kan förstå.

### **Kvantitativ analys**

Då de klasser som var med i studien inte var homogena deltog flertalet elever med svenska som förstaspråk. Många uppgav en helsvensk bakgrund eller vardag och för att se om gruppernas testresultat skiljde sig valde jag att göra en kvantifiering av resultaten och analysera de för att få ett lättöverskådligt resultat.

De 76 deltagarna delades in i två grupper baserat på vad de hade svarat på frågorna på försättsbladet på testet. Grupp A utgjordes av FSB/FSV-eleverna samt de elever vars lärare hade informerat mig om att de följer kursplanen för svenska som andraspråk. Grupp B bestod således av de elever som följer kursplanen för svenska, talar svenska hemma, är födda i här och inte har gått i skola i något annat land. Grupp A bestod av 38 elever och grupp B av 37 elever, totalt 75 elever. En elev togs alltså bort. Detta på grund av att hen avbröt testet ungefär halvvägs in.

Uppgifterna poängsattes för att kunna göra beräkningar av meningsfulla statistiska mått. De här poängen blev kvotintervaller (Bryman, 2011, s. 320) där ett korrekt svar ett poäng och en korrekt uträkning ytterligare ett poäng. Således gav ett korrekt svar med korrekt uträkning två poäng. Enbart ett korrekt svar utan eller med en felaktig uträkning gav ett poäng och ett felaktigt eller uteblivet svar gav noll poäng. Totalpoängen var alltså 8 för textuppgifterna och 16 för de nakna uppgifterna.

För att på ett överskådligt sätt visa medelvärde tillsammans med spridningsmått (Bryman, 2011, s. 325) för respektive grupp, samt för de olika uppgiftstyperna, skapades en boxplot. I en boxplot visas spridningen i medelvärde hos resultaten från en viss grupp för att kunna urskilja inom vilket spann flertalet av resultaten befann sig. Elevgruppernas resultat på respektive uppgift storleksordnades och 10:e, 25:e, 75:e samt 90:e percentilen togs fram. I diagrammet representeras boxens under och över gräns av 25:e respektive 75:e percentilen, vilket innebär att resultaten för 50% av eleverna återfinns inom boxen. Staplarna utanför går ner till 10:e percentilen och upp till 90:e percentilen. Anledningen till att staplarna inte går från min- till maxvärde är för att utesluta extremfall som annars kan ge en skev bild av resultatet. Istället visas min- och maxvärde som siffror under och över varje box.

Vid undersökning av ett fenomen, här om språket påverkar flerspråkiga elevers resultat i matematik, kan ett så kallat signifikanstest göras för att se om de resultat som undersökningen givit är applicerbara på en hel population. Istället för att undersöka det valda fenomenet för alla elever i hela Sverige (populationen), vilket hade varit en mödosam process, görs testet på en mindre urvalsgrupp, som i detta fall utgjordes av de 76 elever som deltog i min studie (Edling & Hedström, 2003, s. 120). Signifikanstestet kan exempelvis vara ett t-test, vilket har använts i den här studien.

För att ge en indikation på resultatens tillförlitlighet i studien (Bryman, 2011, s. 333) utfördes två t-test, ett för varje frågetyp (textuppgifter respektive nakna uppgifter). Varje t-test genererade ett resultat som kallas p-värde, vilket kan anta ett värde mellan 0 och 1. Utifrån varje p-värde kunde slutsatser dras om resultatet. Ju närmare ett p-värde var 0 desto större chans var det att en eventuell uppmätt skillnad mellan resultaten från de båda grupperna berodde på en faktisk skillnad inom populationen. En signifikansnivå på 0,05 antogs, vilket innebär att om de

uppmätta p-värdena var mindre än 0,05 ansågs en eventuell skillnad mellan grupperna vara statistiskt signifikant (ibid., s. 334), det vill säga att den med stor sannolikhet berodde på en faktisk skillnad inom populationen och inte på slumpen.

### **Kvalitativ analys av uppgifterna**

Den analys som gjordes på resultaten för vardera uppgift gick främst till så att svar på textuppgifterna jämfördes med svar på de nakna uppgifter som innehöll en liknande matematik. Alla tester gick igenom och kategoriserades på ett nytt sätt efter 0 = inget svar, 1 = ett felaktigt svar, 2 = ett rätt svar men med en felaktig uträkning, 3 = ett rätt svar utan en uträkning, samt 4 = ett rätt svar med en korrekt uträkning (se bilaga 3). Kategorierna i den kvantitativa analysen frångicks då jag dels ville se en spridning på de olika svarssätten på vardera uppgift (se bilaga 4), dels ville jag underlätta att hitta exempel från de olika svarssätten att inkludera i arbetet. Under arbetet har jag haft i åtanke hur svåra alla uppgifter har verkat generellt för alla medverkande. Felsvar på uppgifter där många av eleverna har haft fel har jag inte värderat på samma sätt som ett felsvar på en uppgift där många elever har haft rätt. Jag har analyserat fråga för fråga för att undersöka om det går att se något samband mellan resultat på textuppgifterna och motsvarande nakna uppgift. Jag har även gått in djupare i vissa elevers resultat för att se om det går att se en generell språklig eller matematisk svårighet hos specifika elever.

### **Validitet och reliabilitet**

Validiteten syftar till huruvida en undersökning mäter det som ska mätas (Bryman, 2011, s. 163). Då arbetet testar elever med svenska som andraspråk på olika typer av matematikuppgifter och skillnader uppkommit bland de här resultaten anser jag att resultaten visar svar på min frågeställning och således har arbetet en relativt hög validitet. Den kan dock anses tveksam då jag enbart vägt in ett visst antal påverkansfaktorer, och som jag nämner avslutningsvis i arbetet kan flera faktorer påverka hur elever presterar i matematik.

Reliabilitet indikerar en studies pålitlighet (ibid., s. 161). Det kan inte garanteras att en liknande studie skulle visa på precis samma resultat då elevers testresultat kan påverkas av bland annat deltagarnas dagsform. För att minska bortfall och stärka reliabiliteten åkte jag ut i klasserna och gjorde mitt test. I och med det bortfall på 335 som ändå uppkom kan detta påverka reliabiliteten i arbetet. Bortfallet påverkar även på så vis att om samma test skulle göras i samma klasser med ett lägre bortfall kanske resultaten skulle bli annorlunda. Men i och med det statistiska mått som togs fram på textuppgifterna kan dock antas att resultatet skulle bli liknande. Arbetet har således en relativt hög reliabilitet.

## Teoretisk bakgrund

Den teoretiska bakgrunden presenteras i stycken om det matematiska språket, läsning i matematik, andraspråsutveckling samt språkliga och kulturella likheter och skillnader i matematik då de är ämnen som vävs samman i arbetet.

### Det matematiska språket

Det matematiska språket har ett eget register, alltså den del av språket som har att göra med vad det används till (Rönnerberg & Rönnerberg, 2001, s. 34). I den här delen ingår sådant som språkets pragmatik, syntax och ordval. Just det matematiska språket är svårt för många elever att tillägna sig på grund av de många homonymer som präglar det (Halliday, 1978; Pimm, 1989 i Rönnerberg & Rönnerberg, 2001, s. 34). Exempelvis *produkt*, *axel* och *bråk* har olika betydelser inom matematiken och i vardagssammanhang. Det matematiska språket innehåller även många ord som kan kopplas till något från vardagen men som istället har en mer specifik innebörd i matematiken. Exempelvis är *kan*, *cirkel* och *ring* uppfattas som samma sak i vardagssammanhang men i matematiken är de inte synonyma med varandra. Andra delar av det matematiska språket är väldigt ämnesspecifikt, exempelvis uttrycket *kvadraten på hypotenusan*, medan vissa delar är nästan lika ämnesspecifika men används på ett sätt som om de vore vardagsord, exempelvis *ental* och *tiootal* (Rönnerberg & Rönnerberg, 2001, s. 34).

Vissa forskare inom området kring matematik och språk menar att det matematiska språket är ett språk som vilket som helst, något som används för att kommunicera (Usiskin, 1996 i Rönnerberg & Rönnerberg, 2001, s. 36). Andra beskriver det matematiska språket som ett främmande språk (Johnsen-Høines, 1990 i Rönnerberg & Rönnerberg, 2001, s. 36) och att det då blir ytterligare ett språk för elever att lära sig. För en andraspråkselev måste det här då ske samtidigt som utvecklingen av språket som undervisningen sker på. Beroende på bakgrund har andraspråkselever olika möjligheter att gå via sitt modersmål och översätta vid inläringen (Rönnerberg & Rönnerberg, 2001, s. 36). Det matematiska språket skiljer sig även från andra ämnesspecifika språk på så sätt att det inte är överförbart till andra skolämnen (Chamot & O'Malley, 1994; Milman, Wolf & Tam, 1999 i Rönnerberg & Rönnerberg, 2001, s. 36). Exempelvis *kvadraten på hypotenusan* är något som inte används i något annat skolämne. En utmaning för lärare kan här bli att bland annat avgöra hur mycket språkligt formella färdigheter i matematikundervisningen ska pekats på eftersom det ändå behövs ett någorlunda korrekt språk för att kunna delta och kommunicera i undervisningen. Att försöka formulera matematiska idéer på ett språk som inte behärskas kan göra att energin går åt till formuleringen och att själva tankarna och idéerna tar skada (Adler, 1998 & 1999 i Rönnerberg & Rönnerberg, 2001, s. 35).

### Läsning i matematiken

Barn i skolan utvecklar sin läsförmåga och sin matematiska förmåga i olika takt (Fuentes, 1998, s. 81). En välutvecklad förmåga i att lösa nakna matematikuppgifter innebär inte en fulländad förmåga i matematik. För att som elev förstå vad för matematik som ska utföras i en uppgift när den är uttryckt i ord och meningar behövs en utvecklad läsförmåga samt en förmåga att läsa mellan raderna för att kunna förstå och ta ut det viktiga i en matematikuppgift (Fuentes, 1998, s. 81; Barwell 2005 i Jourdain & Sharma, 2016, s. 46). Elever som håller på att lära sig ett andraspråk ska samtidigt ta till sig kunskaper i olika ämnen på det språket. För dem ställs dessutom krav på en förmåga att använda de kunskaper de har i andraspråket för att arbeta i de matematiska språkliga register som ämnet innebär (Lager, 2006; Mandy & Garbati, 2014 i Jourdain & Sharma, 2016, s 44f).

Det är dock inte alltid samma krav som ställs på läsförmågan i matematik och vid läsning av skönlitterära texter eller faktatexter. I matematiken är ofta det som ska förstås underliggande

och gömt bakom de ämnesspecifika orden (Fuentes, 1998, s. 81), ord som ofta är homonyma och kan betyda en sak i matematiken och en annan sak utanför matematiken (Fuentes, 1998, s. 82; Asinou & Qing, 2014, s. 7;8; Jourdain & Sharma, 2016, s. 45; Lindberg, 2007, s. 38). I matematiska texter är ofta varje ord viktigt för en full förståelse för uppgiften (Adoniou & Qing, 2014, s. 6; Fuentes, 1998, s. 82). För att läsa i matematiken behövs en förståelse för hur textuppgifter i matematiken fungerar samt en förståelse för orden. Även en förståelse för de matematiska symboler som ingår i texten behövs samt vilka matematiska begrepp som betyder vilket tecken och dessutom en förståelse för att kunna se relationen mellan dessa (Fuentes, 1998, s. 82;85). När de symboler som ingår kanske därtill används annorlunda i andra länder och kulturer kan här uppstå en förvirring hos elever med en annan bakgrund, vilket kan leda till felaktiga uträkningar trots att elever egentligen kan matematiken (Adoniou & Qing, 2014, s. 6; Lindberg, 2007, s. 38).

Utöver förmågan att förstå själva texten behövs även en förståelse för den kontext som finns i uppgiften. Ett missförstånd kring en uppgifts kontext kan leda till att elever fastnar i det och blir distraherade från själva den matematiska uppgiften (Fuentes, 1998, s. 82; Adoniou & Qing, 2014, s. 5; Jourdain & Sharma, 2016, s. 45; Barwell, 2005 i Jourdain & Sharma, 2016, s. 47). Det här gäller exempelvis elever med svenska som andraspråk, vilka förväntas klara av att lösa matematik kopplade till vardagliga situationer (Skolverket, 2016c, s. 58) de kanske inte är bekanta med.

Ett annat sätt på vilket läsning i matematiken skiljer sig från läsning i övrigt är att medan själva läsningen sker från vänster till höger, ska ofta svaret ges baklänges från höger till vänster (Adoniou & Qing, 2014, s. 6). Om uppgiften exempelvis är ”Rita en cirkel där diametern är en tredjedel av summan av  $6 + 9 + 15$ ” (ibid.) måste lösningen starta i att först räkna ut additionens summa, sen en tredjedel av den och sist rita cirkeln. Dessutom sker ofta läsning av algoritmer vertikalt och läsning av tallinjer både från vänster till höger och från höger till vänster (ibid.).

### **Att utveckla ett andraspråk**

Ett förstaspråk lär vi oss som barn mer eller mindre automatiskt. Det är inget vi aktivt behöver anstränga oss för att utveckla. Regler och pragmatik kommer automatiskt (Skolverket, 2012, s. 111). Språket kan delas upp i bas och utbyggnad. Basen är en kunskap kring grundläggande grammatik och ett nästintill felfritt uttal medan utbyggnaden syftar till det som tillägnas när vi börjar skolan och får ett mer utvecklat ordförråd samt ett mer formellt språk (ibid., s. 112). Beroende på bakgrund har vissa barn som invandrat till Sverige redan tillägnat sig en bas i sitt modersmål och kan fortsätta att utveckla den eller gå vidare mot att utveckla utbyggnaden. Men det är viktigt att ha i åtanke att andra barn kanske inte har utvecklat en bas i något språk. De löper därför stor risk att drabbas av negativa konsekvenser för sin fortsatta skolgång om de tvingas gå över till att utveckla utbyggnaden för snabbt (Skolverket, 2016, s. 114).

Barn som kommer till Sverige i olika åldrar och ska lära sig svenska är för det första en heterogen grupp med olika bakgrunder och erfarenheter. För det andra ligger de redan efter de barn med svenska som modersmål som redan vid skolstart har tillägnat sig mellan 8000–10000 ord (Skolverket, 2012, s. 113;112).

Många aspekter spelar in vid andraspråkutveckling, såsom ålder, modersmål, skolbakgrund, status för ens modersmål i landet en har kommit till, med mera. För barn som har gått i skola innan de kom till Sverige är det viktigt att låta dem fortsätta sin kunskapsutveckling samtidigt som de utvecklar det svenska språket (ibid., s. 116;114).

Utöver uppdelningen i bas och utbyggnad kan språk även delas in i vad som kallas för vardagsspråk och skolspråk. Vardagsspråket är det som används i vardagliga sammanhang med personer i ens närhet medan skolspråket är det mer formella språk som används i skolan. Inom det här området har språkforskaren Macken Horarik lyft tre språkliga domäner för att skilja dessa två språk åt; en vardagsdomän, en specialiserad domän samt en reflexiv domän, i vilken skolspecifika, ämnesövergripade ord ingår (Skolverket, 2012, s. 35f). För att kunna ta till sig kunskaper i ett skolämne krävs alla tre domäner. Vardagsdomänen används inledningsvis för att förklara ett område, sedan appliceras fler och fler ord från den specialiserade domänen och slutligen används den reflexiva domänen för att knyta ihop området (ibid., s. 36).

För de elever som lär svenska som ett andraspråk brukar det ta 1–2 år för att tillägna sig ett vardagsspråk, något som tyvärr inte räcker för att tillägna sig ämneskunskaper på språket (Skolverket, 2012, s. 38f). Forskare menar att det kan ta upp till 6–8 år för att utveckla ett fungerande skolspråk och de eleverna måste därför få mycket stöd och hjälp från skolan och övrig omgivning i sin kunskapsutveckling (ibid., s. 39). Stöd från skolan är även viktigt då andraspråkselever ibland inte har samma tillgång till förebilder för ett skolspråk utanför skolan som elever födda i Sverige kan ha (Lindberg, 2007, s. 17f).

Inledningsvis i språkutveckling bör fokus läggas på inläring av ord och begrepp (Skolverket, 2012, s. 114). Ett utvecklat ordförråd anses vara den största faktorn för framgångsrik skolutveckling för andraspråkselever (Saville-Troike 1984, Laufer 1996 i Lindberg, 2005, s. 32). Brister i ordförrådet kan dels hindra andraspråkselever att på ett ordentligt sätt ta till sig kunskap, dels hindra dem från att visa den kunskap de faktiskt besitter (Lindberg, 2005, s. 38).

### **Språkliga och kulturella likheter och skillnader i matematik**

Undervisning i matematik anpassas efter kulturen i det land där undervisningen sker. Hur talen är språkligt uppbyggda samt språket som används för att tala om de olika räknesätten påverkar (Löwing & Kilborn, 2012, s. 51). Exempelvis i svenskan så har talraden relativt ologiska benämningar. Tal som elva, tolv och tjugo har inget i sitt skriftliga uttryck som visar på att det är  $10 + 1$ ,  $10 + 2$  eller  $10 + 10$  de syftar till. I exempelvis vietnamesiska läses talen så som de är skrivna med siffror; 16 heter *tio sex*, 21 heter *två tio ett* och så vidare genom hela talraden. I det här sättet att benämna talen ingår på så vis en grundläggande uppfattning om de fyra räknesätten när innebörden av *tio sex* blir  $10 + 6$  och av *två tio ett* blir  $(2 \times 10) + 1$  (ibid., s. 52f).

Geografiska faktorer kan påverka hur lika eller olika matematiken är. Exempelvis är den vietnamesiska och kinesiska talraden lika, medan de kinesiska siffrorna är olika de siffror vi har i Sverige (Löwing & Kilborn, 2010, s. 55). I Europa har de germanska språken mycket gemensamt medan de i sin tur skiljer sig från exempelvis de slaviska och romerska språken (ibid.). Lika kulturer kan alltså ha olika uppfattningar om matematik på grund av det språk som talas i respektive länder. Två västeuropeiska länder som Frankrike och Tyskland kan tyckas ha liknande kulturer men på grund av bakgrunden för deras respektive språk skiljer det sig en del i hur det talas om matematik i länderna (ibid., s. 55f).

Matematiken anses ofta vara något universellt och gemensamt världen över, men bara i och med att talraderna benämns olika kan en tänka att så inte är fallet. Även de matematiska symboler som används vid räkning skiljer sig mellan länder. Enbart inom Sverige kan det uppstå förvirring vid användandet av matematiska symboler när vi ibland använder  $\cdot$  och ibland  $\times$  för att beteckna multiplikation (Löwing & Kilborn, 2010, s. 76). Vi använder även samma form när vi skriver division och när vi skriver bråk. Divisionen 2 dividerat med 3 och bråket

två tredjedelar skrivs båda som  $\frac{2}{3}$ . I andra länder skiljs det emellertid på det här. Ibland skrivs division istället med  $:$  eller  $\div$  så att 2 dividerat med 3 blir  $2 : 3$  eller  $2 \div 3$  (ibid.).

Trots att räknesätten är desamma världen över, multiplikation är alltid multiplikation oavsett var det räknas, så skiljer det sig på det sätt räknesätten talas om och beskrivs på. När de i arabiskan läser från höger till vänster läses multiplikationen  $3 \cdot 4$  som  $3 + 3 + 3 + 3$  medan den exempelvis i svenskan läses från vänster till höger som  $4 + 4 + 4$  (Löwing & Kilborn, 2010, s. 76). Multiplikationen  $3 \cdot 4 = 12$  kan även uttryckas som *tre gånger fyra är tolv* eller *produkten av tre och fyra är tolv* eller som i tyskan eller engelskan där det finns specifika ord för att uttrycka att något upprepas tre gånger (ibid., s. 77).

Det finns även skillnader i hur länder och kulturer använder algoritmer för att räkna ut exempelvis multiplikation, trots att själva algoritmerna ofta är av samma typ. Vid uppställning av just multiplikation lär vi oss i Sverige att sätta ut minnessiffror medan andra länder har minnessiffran i huvudet och alltså inte skriver ut den (Löwing & Kilborn, 2010, s. 98). Detsamma gäller vissa typer av subtraktionsuppställning där noteringar om exempelvis lika tillägg eller tiotalövergångar hålls i huvudet vid räkning (ibid., s. 93).

Det ovan beskrivna är bara några av många olika uppfattningar som barn från olika delar av världen kan ha av matematik. Att lära sig matematik på ett andraspråk kräver således inte enbart att lära in nya saker på ett språk som håller på att läras in samtidigt. Det kan även kräva att lära in nya sätt att se på och benämna tal eller utföra beräkningar (Kilborn, 1991 i Rönnberg & Rönnberg, 2001, s. 41-42).

På grund av dessa skillnader som kan uppstå både i och mellan språk är det av största vikt att lärare är konsekventa i sin språkanvändning i matematikundervisningen så att eleverna inte konstant får fler begrepp att lära in. Om lärare inte benämner tecken och former vid dess rätta namn eller säger ”den delat på den” vid division kan det skapa förvirring hos elever (Löwing & Kilborn, 2008, s. 33). Lärare ska hjälpa elever att få tillgång till det register som språkanvändning i matematik innebär. Matematikundervisning innehåller ofta ett informationstätt språk vilket gör att det blir svårt som elev att hänga med om hen har missat viktiga ord och begrepp i undervisningen (ibid.).



## Tidigare forskning

I det här avsnittet presenteras det som uppvisats bland tidigare gjorda studier kring hur flerspråkiga elever presterar i matematik. De studier som har inkluderats i arbetet behandlar på olika sätt det problemområde arbetet berör, vilket är flerspråkiga elevers resultat i matematik, främst när det kommer till matematikuppgifter med text. Resultaten har kategoriserats utifrån hur modersmål påverkar elevernas resultat, hur andraspråket påverkar resultaten, samt hur uppgifters utformning påverkar resultaten. Dessa tre teman valdes då jag fann de som återkommande genom forskningen. Övriga påverkansfaktorer nämns även under en fjärde rubrik. De studier som går igenom har alla använt sig av grundläggande aritmetik i de uppgifter deras respektive tester bestod av.

### Modersmålets påverkan

Elevers modersmål kan påverka deras resultat i matematik på olika sätt. Dels har forskning visat att elever svarar snabbare när matematikuppgifter ges på deras modersmål (Van Rinsveld et al., 2016, s. 76), dels har den visat att de i högre grad svarar mer korrekt på uppgifterna (Van Rinsveld et al., 2016, s. 76; Bernardo & Calleja, 2005, s. 126). Den vana i språket som ett utvecklat modersmål ger leder till en ökad förmåga att producera korrekta, samt även mer förväntade, lösningar på matematiska uppgifter (Bernardo & Calleja, 2005, s. 126; Bernardo, 1999, s. 159).

Även när andraspråket inte är något påtvingat, exempelvis vid flykt till ett land där det nu behövs läras in ett nytt språk, utan om det istället är ett naturligt andraspråk, så visar forskning att modersmål ändå är det språk på vilket elever föredrar att lösa matematiska uppgifter (Bernardo, 1999, s. 155). Detta trots att andraspråket var det språk som eleverna hade fått sin matematikundervisning på under sin skolgång (ibid.). Det här går dock emot studier som istället visar att även väl skickliga tvåspråkiga elever presterar bättre i matematik när uppgifter ges på det språket på vilket de har tillägnat sig kunskaperna som testas (Bernardo, 2001; Salillas & Wicha, 2012; Van Rinsveld et al., 2015 i Van Rinsveld et al., 2016, s. 78).

Modersmålet kan även användas som resurs vid arbete med matematikuppgifter på ett andraspråk. Exempelvis är en strategi att översätta uppgifterna i huvudet vid uträkning eller svarsangivelse. Det är en vanlig strategi för svaga tvåspråkiga att använda ett så kallat "inner speech" (Van Rinsveld et al., 2016, s. 79), inte bara inom matematiken utan vid all språklig aktivitet för att underlätta förståelsen. Den förmåga som kommer med flerspråkighet i att hålla isär två eller flera språk kan ses som en assistans vid inläring (Kempert, Hardy & Saalbach, 2011, s. 557). Genom frekvent användande av flera språk tränas hjärnan i "exekutiva kontrollfärdigheter" (ibid.). Det här kan underlätta vid lösning av matematiska uppgifter då en använder sig dels av det språk som uppgiften ges på, dels det matematiska språket i form av ledtrådar kring hur uppgiften ska lösas (ibid.).

### Färdigheter i andraspråket

Hur väl ett andraspråk behärskas är en faktor som påverkar resultat på matematikuppgifter. Elever som har uppnått en högre nivå i sin tvåspråkighet klarar matematiska textuppgifter bättre än de som inte har uppnått en så hög nivå i sin tvåspråkighet när uppgifter presenteras på andraspråket (Kempert et al., 2011, s. 556; Van Rinsveld et al., 2016, s. 76). Sämre resultat på textuppgifter hos elever behöver inte nödvändigtvis betyda sämre matematikkunskaper generellt. Det kan enbart bero på en svårighet i att förstå det språk som uppgiften är formulerad på samt det språk uppgiften presenteras på (Bernardo, 1999, s. 159f).

Studier har visat att det skiljer sig i det sätt på vilket elever svarar beroende på om matematiska textuppgifter ges på elevernas modersmål eller andraspråk. Tvåspråkiga elever på Filippinerna som hade engelska som andraspråk samt som det språk de fick sin matematikundervisning på, testades på matematiska textuppgifter. Resultaten uppvisade sämre kunskaper när testerna gavs på engelska än på modersmålet filippinska, trots att engelska ju var det språk de fått sin matematikundervisning på (Bernardo & Calleja, 2005, s. 126). När uppgifterna gavs på deras modersmål använde sig deltagarna av aritmetiska tillvägagångssätt för att lösa uppgifterna och de producerade svar som författarna menar var förväntade. Men när uppgifterna gavs på engelska var sannolikheten större att de medverkande inte gav något svar över huvud taget (ibid.). Forskarna menar att eleverna tenderade att ha lättare att applicera en korrekt lösningsmetod på de uppgifter som gavs på modersmålet. De hade svårare för eller misslyckades med att finna en korrekt lösningsmetod på de uppgifter som gavs på engelska, trots att det var det språk som deltagarna fick sin matematikundervisning på (ibid.).

Kompetens i det språk som undervisningen ges på påverkar elevers förmåga att förstå det som sägs i klassrummet, att delta i konversationer kring ämnet samt att skapa en egen logisk modell av det som det samtalas om eller det som ska räknas ut (Kempert et al., 2011, s. 557). En förståelse under undervisningen påverkar hur väl eleverna klarar av ämnet. Ibland tros elever ha generella svårigheter i matematik när det snarare är svårigheter i att förstå språket i textuppgifter som ställer till det, oavsett det är muntligt eller skriftligt (Bernardo, 1999, s. 159f).

### **Uppgiftens utformning**

I och med textuppgifters speciella karaktär inom ämnet matematik, nämligen att de innehåller mycket mer övrig information än nakna uppgifter, har det testats huruvida dessa uppgifters utformning påverkar hur elever presterar.

I textuppgifter är det inte ovanligt att det förekommer så kallade distraktioner, exempelvis ”Maria hade tre kulor. Kulorna kostade 90 cent. Sen gav Hans henne 5 kulor. De kostade 1.50 euro. Hur många kulor har Maria nu?” (Kempert et al., 2011, s. 551). Dessa kan göra att elever som löser uppgifter på ett andraspråk uppvisar sämre resultat än vad de hade gjort om uppgiften inte innehöll något som distraherar dem från det relevanta i uppgiften. En elevgrupp som i en studie kallades dominanta tvåspråkiga visade att de klarar av uppgifter både med och utan distraktioner bättre än de som kallades svaga tvåspråkiga. Detta när problemen gavs på ett andraspråk (ibid., s. 556). De båda grupperna presterade dock likvärdigt när uppgifter utan distraktioner gavs på deras förstaspråk. När de ställdes mot enspråkiga på samma typ av uppgifter, på de enspråkigas förstaspråk och således de tvåspråkigas andraspråk, överträffade de tvåspråkigas resultat på uppgifterna utan distraktioner (ibid., s. 555).

När matematiska textuppgifter föregås av en språklig kontext orelaterad till matematikuppgiften, har det visat sig att det har inverkan på elevers resultat i matematik. De medverkande i den studien som visar på det här svarade i regel snabbare när uppgiften föregicks av en språklig kontext, men hur korrekt de svarade påverkades inte nämnvärt (Van Rinsveld et al., 2016, s. 76). Respondenterna testades både på sitt modersmål, tyska, samt sitt andraspråk, franska, och svarade generellt mer korrekt när uppgifterna gavs på deras modersmål. Men när frågorna gavs på andraspråket och dessutom föregicks av en språklig kontext bidrog det till en något långsammare svarshastighet än när en kontext saknades (ibid.). När komplexa additionsuppgifter föregicks av en språklig kontext utfördes de generellt snabbare, medan en sådan kontext inte påverkade svarstiden på enkla additionsuppgifter (ibid., s. 76f).

Att förenkla språket eller göra det tydligare kan underlätta för elever att lösa matematiska textuppgifter. För andraspråkselever har det visats att en omskrivning av uppgifter som dessutom ges på deras förstaspråk leder till bäst resultat (Bernardo, 1999, s. 159). Omskrivningar för att tydligare visa på sambandet mellan olika komponenter i en matematikuppgift kan leda till färre missförstånd hos elever och underlätta för andraspråkselever att lyckas i matematik (ibid.). Även att förenkla språket i en uppgift men behålla alla siffror, kvantiteter och eventuella bilder till, kan underlätta för de flesta elever (Abedi & Lord, 2001, s. 225;230). I en studie där det här undersöktes visades att medelvärdet var högre för de uppgifter som var omskrivna och att studenter som läste matematik på en lägre nivå gynnades mer av det här än de som läste på en högre nivå och snarare missgynnades av ett förenklat språk (ibid., s. 230f). Även när studenter intervjuades och fick välja mellan en originaluppgift och en förenklad uppgift valde en klar majoritet hellre en förenklad uppgift, ofta med motivationen att just språket var enklare att förstå (ibid., s. 222f).

### **Övriga påverkansfaktorer**

Som ovan nämnt påverkar elevers tidigare skolgång deras resultat i matematiken på så vis att de presterar bättre när tester ges på det språk de har tillägnat sig kunskaperna (Bernardo, 2001; Salillas & Wicha, 2012; Van Rinsveld et al., 2015 i Van Rinsveld et al., 2016, s. 78). Men det har också visat sig att språket i uppgifterna inte alltid är en avgörande faktor. Vissa lösningsstrategier som elever har tillägnat sig kan vara så hårt förankrade i deras sätt att tänka kring matematik att eleverna applicerar de strategierna på de matematiska problemen oavsett om uppgiften ges på deras modersmål eller andraspråk (Bernardo, 1999, s. 126). När samma problem gavs på både en grupps förstaspråk och andraspråk använde sig elever av aritmetiska tillvägagångssätt och producerade förväntade svar när testerna gjordes på modersmålet. När de däremot testades på andraspråket var det många elever som inte producerade ett svar över huvud taget, förmodligen på grund av ett misslyckande i att finna rätt lösningsmetod (ibid.).

Vad som även kan påverka prestationer i matematik för andraspråkselever kan vara deras ålder vid tidpunkten för testet. I en studie som testade nio-åriga flerspråkiga elever menar forskarna att för elever i den åldern kanske det inte finns några så kallade ”switching costs” (Kempert et al., 2011, s. 555). Med ”switching costs” menar de förluster i kunskaper som uppstår när flerspråkiga tvingas byta mellan sina språk för att förstå en text (ibid., s. 548). De anser att deras resultat visar att hur elever klarar av matematiska textuppgifter enbart verkar bero på ens kunskapsnivå i andraspråket och drar då slutsatsen att så kallade ”switching costs” inte uppkommer vid matematisk problemlösning hos barn i den åldern (ibid., s. 555).

I och med den rollen som läsförmåga spelar vid lösning av matematiska textuppgifter visar forskning att det krävs en viss uppnådd minimumnivå av läsförståelse på ett andraspråk innan det kan gynna matematiskt arbete (Beal, Adams & Cohen, 2010, s. 67). En studie har visat att elever med engelska som andraspråk och med låg läsförmåga klarade ett färre antal matematiska textuppgifter än elever med engelska som andraspråk som hade en högre läsförmåga. De i sin tur presterade bättre än vad de elever med engelska som modersmål presterade i medel (ibid.). Studien visade att ju högre läsförmåga desto högre matematikresultat. Även elever med engelska som modersmål uppvisade högre resultat bland de som klassades som säkra läsare än de som inte var så säkra i sin läsning (ibid., s. 70;67).

Trots förekomsten av ett andraspråk, vilket kan bli ett hinder eller en tillgång för flerspråkiga elever vid matematiska uträkningar, är även deras kunskaper i aritmetik en bidragande orsak till matematikresultat (Kempert et al., 2011, s. 553). En studie räknade in aritmetiska färdigheter som en påverkansfaktor vid lösning av matematiska textuppgifter hos flerspråkiga elever. Den

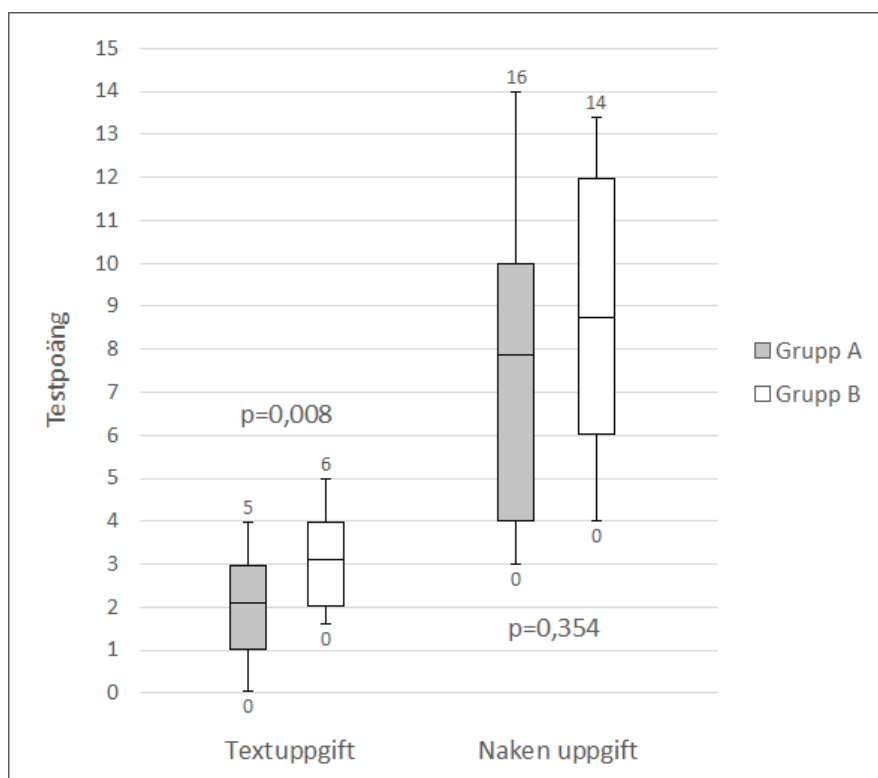
visade att de faktorer som starkast kunde förutspå elevernas resultat var just aritmetiska färdigheter samt kunskaper i andraspråket (ibid.).

## Resultat

Avsnittet inleds med en översiktlig resultatredovisning utifrån den kvantifiering som gjorts. Därefter presenteras resultatet på de nakna uppgifterna under en gemensam rubrik. Sedan presenteras vanliga svar och felsvar uppdelat efter de textuppgifter som testet bestod av. Resultaten kompletteras med bilder på utvalda elevsvar som visar det som tas upp i texten. För detaljer kring resultaten hänvisas till bilaga 3 med en sammanställning av de medverkande och deras resultat. Bilaga 4 visar frekvens för de olika svarskategorierna i varje uppgift.

### Kvantitativ resultatredovisning

Den boxplot som skapades på resultaten utifrån tidigare nämnda kriterier (se *Metod*) visade på en skillnad i hur de båda grupperna presterade (Figur 1). För både textuppgifterna och de nakna uppgifterna uppvisade grupp B, de elever med en helsvensk bakgrund eller vardag, generellt bättre resultat än grupp A med FSB/FSV-elever.



Figur 1. Översikt av testresultaten på textuppgifter och nakna uppgifter för de två grupperna. Grupp A bestod kortfattat av FSB/FSV-elever och grupp B av elever med en helsvensk bakgrund och vardag. Den vågräta linjen i mitten av boxen visar medelvärde. Övre respektive undre gräns visar 25:e respektive 75:e percentilen, boxen visar således 50 % av elevgruppens resultat. Staplarna visar 10-percentilen (nedre) respektive 90-percentilen (övre), och siffrorna visar minvärde (under) och maxvärde (över).

Då totalpoängen för textuppgifterna var 8 ses att ingen elev uppnådde alla rätt på de uppgifterna i varken grupp A eller B. För de nakna uppgifterna var totalpoängen 16 och ur boxploten går det att utläsa att minst en elev ur grupp A fick det medan den högsta poängen i grupp B bara var 14. Trots detta ses att medelvärdet i grupp B (8,7) var högre än i grupp A (7,9). Medelvärdet var högre för grupp B även för textuppgifterna.

Resultatet från det t-test som utfördes gav för textuppgifterna ett p-värde  $p=0,008$ . I och med att detta värde var mindre än signifikansnivån 0,05 innebär det att den uppmätta skillnaden mellan testresultaten med stor sannolikhet beror på en faktisk skillnad i hur elever med en

flerspråkig bakgrund presterar jämfört med elever med en helsvensk bakgrund. För de nakna uppgifterna erhöles  $p=0,354$  vilket är större än signifikansnivån och därför kan inte samma slutsats dras här. Alltså visar resultaten för textuppgifterna en skillnad som är mer generaliserbar till populationen då  $p<0,05$ , medan resultaten för de nakna uppgifterna inte är lika generaliserbara.

### De nakna uppgifterna

Uppgifterna var främst med i testet för att resultaten på textuppgifterna skulle kunna jämföras med resultaten på de nakna uppgifter som innefattar samma typ av matematik. En av de uppgifter som eleverna hade svårast för var uppgift 1 ( $37 \times 19$ ) där 87% av de svarande lämnade uppgiften tom eller gav ett felaktigt svar. Vanliga felsvar berodde här på en felaktigt utförd uppställning av multiplikation med två flersiffriga faktorer.

*Exempel på felaktigt utförda uträkningar:*

$$37 \cdot 19 = \underline{93}$$

$$37 \cdot 19 = \underline{363}$$

$$\begin{array}{r} 37 \\ \cdot 19 \\ \hline 93 \end{array}$$


Det fanns inget uppenbart samband mellan språklig bakgrund och det svar som gavs men bland de 12% som klarade uppgiften med en korrekt uträkning var en majoritet (5 av 9) FSV-elever. 2 av de 9 var FSB-elever och båda hade gått i skola utomlands.

En annan uppgift som många hade svårt för var uppgift 7 som behandlade bråkräkning. 62% av de svarande lämnade den uppgiften tom och 16% svarade fel. Bland felsvaren fanns svar där eleven inte verkade förstå uppgiften alls samt svar där eleven räknade rätt men glömde av den hela i det bråk som stod i blandad form.

*Exempel på missförstånd samt en korrekt uträkning med en mindre miss:*

$$1\frac{2}{7} + \frac{5}{7} = \underline{5\frac{2}{7}}$$

$$1\frac{2}{7} + \frac{5}{7} = \underline{\frac{7}{7}}$$

$$\frac{2}{7} + \frac{5}{7} = \frac{7}{7}$$


Det fanns ingen tydlig korrelation mellan att ha klarat den här nakna uppgiften om bråk och att inte ha klarat av den motsvarande textuppgiften. Alltså fanns det ingen uppenbar språklig svårighet för textuppgiften om bråk. Dock var de två elever som klarade textuppgiften med bråk med bland de som klarade den nakna uppgiften.

Många elever hade svårt med uppgift 6 om kort division. Sammantaget gav 62% ett felaktigt svar eller inget svar alls. Det fanns inte något tydligt samband mellan FSB-elever och en uppenbar svårighet för uppgiften. Istället uppgav en majoritet bland dessa en enbart svenskspråkig vardag. 43,5%, lämnade uppgiften tom men bland de som gav ett felaktigt svar var de flesta nära en korrekt uträkning.

*Exempel nära ett korrekt svar:*

$$\frac{1026}{9} = \underline{110?}$$

$$\overset{3}{1026} \div 9 = \underline{113}$$

$$\frac{1026}{9} = \underline{113}$$

$$\frac{1026}{9} = \underline{112,7}$$

$$\begin{array}{r} 113 \\ 9 \overline{) 1026} \\ \underline{9} \phantom{00} \\ 1026 \\ \underline{900} \\ 126 \\ \underline{90} \\ 36 \\ \underline{36} \\ 0 \end{array} = 113$$

$$\begin{array}{r} 112,7 \\ 9 \overline{) 1026} \\ \underline{9} \phantom{00} \\ 1026 \\ \underline{900} \\ 126 \\ \underline{90} \\ 36 \\ \underline{36} \\ 0 \end{array} = 112,7$$

Några av felsvaren på uppgiften visar på orimliga svar:

$$\frac{1026}{9} = \underline{941}$$

$$\frac{1026}{9} = \underline{113,2}$$

$$\frac{1026}{9} = \underline{113?}$$

Då uppställningen av divisionsalgoritmen kan skilja sig mellan kulturer observerade jag fyra felsvar från FSV-elever.

*Exempel från flerspråkiga elever:*

$$\frac{1026}{9} = \underline{110?}$$

$$\frac{1026}{9} = \underline{1110} \approx$$

$$\frac{1026}{9} = \underline{1032,1}$$

$$\begin{array}{r} 1026 \\ \underline{\phantom{0}9} \\ 1032,1 \end{array}$$

$$\frac{1026}{9} = \underline{941}$$

Multiplikationsuppgiften  $8 \times 67$  var problematisk för flertalet elever. Totalt 55% av de medverkande gav ett felaktigt svar eller lämnade uppgiften tom. Här var FSB/FSV-elever minoritet bland de 55 procenten. Inte heller här uppvisades något tydligt samband mellan FSB-elever och svårigheter på nakna matematiska uppgifter. De felsvar som gavs på uppgiften berodde oftast på ett fel i uträkningen, inte ett missförstånd över uppgiften.

*Exempel på korrekt uppställning men fel i uträkningen:*

$$8 \cdot 67 = \underline{763}$$

$$\begin{array}{r} 8 \quad 4 \\ \cdot 67 \quad 4 \\ \hline 763 \end{array}$$

$$8 \cdot 67 = \underline{245}$$

$$\begin{array}{r} 48 \\ \cdot 67 \\ \hline 245 \end{array}$$

De uppgifter som innehöll addition och subtraktion var de med högst andel rätta svar med korrekta uträkningar på hela testet. 70% av deltagarna svarade rätt på uppgift 2, 3 och 5 och 68,5% svarade rätt på uppgift 4, vilken innehöll subtraktion med tiotalsövergång, vilket kan vara svårt i subtraktionsalgoritmen. Inte heller här fanns det något uppenbart samband mellan resultat och FSB/FSV-elever. Bland de elevsvar som var rätt utan en uträkning var flest på uppgift 5 ( $23+19-7$ ).

FSB-elever hade en hög frekvens felaktiga eller tomma svar på de nakna uppgifterna om multiplikation och bråk. Även uppgift 6 om kort division var en uppgift som de här eleverna hade svårt för. Likaså var uppgift 1, 6, 7 och 8 bland de som FSV-elever hade en hög frekvens felsvar eller inget svar på. Generellt bland alla elevsvaren på de nakna uppgifterna, oavsett räknesätt och oavsett elevbakgrund, var att många av felsvaren berodde på att eleverna använde rätt metod men gjorde fel i själva uträkningen.

### **Textuppgift 1**

Uppgiften var "Marco har skrivit ett tal som är produkten av 29 och 14. Klara har skrivit ett tal som är summan av 275 och 138. Vems tal är minst?" och behandlade begreppen *produkt*, *summa* samt *minst*. Det rätta svaret var att Marcos tal är minst och ungefär 9% av deltagarna uppvisade rätt svar med rätt uträkning. Av dessa sju elever som de 9% består av, var fyra FSB/FSV-elever. Cirka 26% svarade rätt men utan uträkning och 15% hade räknat ut uppgiften på fel sätt men ändå svarat rätt. Resultaten i de två senare svarskategorierna kan ha berott på gissning eller på att eleverna har missuppfattat frågan och valt Marcos tal som stod i uppgiften då de var lägre än Klaras.



Exempel på rätt svar men en missuppfattning av frågan:

Marco har skrivit mindre tal  
 för hans produkt var 29 och  
 14. Marcos summa blir 43  
 och Klaras summa var 275 och  
 138. Marco har skrivit minst

Det är Marcos tal 29 och 14

$$\begin{array}{r} \text{Marco: } 29 \\ + 14 \\ \hline 43 \end{array} \quad \text{svar: } 43$$

$$\begin{array}{r} \text{Klara: } 275 \\ - 138 \\ \hline 137 \end{array} \quad \text{svar: } 137$$

} svar: Marco.

Störst

$$\textcircled{29} - 14$$

störst

$$138 - \textcircled{275}$$

Resterande 50% av respondenterna svarade antingen fel eller lämnade frågan utan ett svar. De felsvar som gjordes var ofta på grund av att uppgiftens innehåll feltolkats eller på grund av att något blivit fel vid uträkningen. Några verkade ändå förstå syftet med uppgiften men tolkade dock de viktiga begreppen fel och använde således fel räknesätt.

Exempel på felsvar:

$$1 \quad 14$$

$$2. \quad 138$$

$$\begin{array}{r} 275 \\ + 138 \\ \hline 137 \end{array}$$

137 är minst.

$$\begin{array}{r} 29 \\ + 143 \\ \hline 172 \\ + 294 \\ \hline 466 \end{array}$$

406

Svar: 137

Varken FSB-elever eller FSV-elever utmärkte sig inte nämnvärt bland uppgiftens resultat. Elevernas olika svar var jämnt fördelade vad gäller kategorisering av svaren. De var även oberoende av språklig bakgrund.

## Textuppgift 2

Uppgiften var formulerad ”Jonna har 16 pennor. Lollo har 7 pennor fler än Jonna. Anton har 4 pennor färre än vad Jonna och Lollo har tillsammans. Vem har flest pennor?” och syftade till att testa begreppen *fler*, *färre*, *tillsammans* samt *flest*. Här var frekvensen för korrekt svar högre än på föregående uppgift. 43% av eleverna gav rätt svar med korrekt uträkning och 12% gav ett rätt svar men utan uträkning eller med en felaktig uträkning.

Exempel på en korrekt uträkning:

$$\begin{array}{r} 16 \\ + 7 \\ \hline 23 \end{array}$$

$$23 + 16 = 39$$

$$39 - 4 = 35$$

svar: Anton har flest pennor.

Av de 42% som gav ett felaktigt svar hade flertalet av dem korrekta svar på de nakna uppgifter som innefattade addition och subtraktion. Majoriteten av felsvaren som gjordes var att eleverna missade delen att ”Anton har 4 pennor färre än vad Lollo och Jonna har tillsammans” och räknade exempelvis enbart bort 4 pennor från Lollo's *eller* Jonnas mängd och fick därför att Lollo har flest pennor.

Exempel på ovan nämnda felsvar:

Lollo

För att hon har 7 pennor mer än Jonna och Anton har bara 19 pennor för Lollo's pennor minskar inte när Antons är färre

(”Lollo. För att hon har 7 pennor mer än Jonna och Anton har bara 19 pennor för Lollo's pennor minskar inte när Antons är färre”)

$$\begin{array}{l} \text{Jonna } 16 \text{ st} \\ \text{Lollo } 7 \text{ st mer} = \frac{16}{2} = 23 \text{ st} \\ \text{Anton} = \frac{23}{4} = 19 \text{ st} \end{array}$$

Svar: Lollo, har flest pennor.

En elev glömde bort Anton och räknade enbart med Jonna och Lollo:

$$16 + 7 = 23$$

Svar Lollo

Den här uppgiften var, förutom den textuppgift som flest elever klarade av, även den av textuppgifterna som överlägset flest klarade av bland FSV-eleverna där 14 av 34 svarade korrekt på den här uppgiften medan enbart fyra elever svarade rätt på föregående textuppgift.

### Textuppgift 3

Den här uppgiften var mer utmanande än de övriga tre textuppgifterna. Den löd "Sanna och Hoda har varsin tårta. De skär en lika stor bit av sina tårtor. Sannas bit är en tredjedel av sin tårta. Hodas bit är två femtedelar av sin tårta. Vems tårta är störst?". Uppgiften testade dels bråkräkning och jämförelse av bråk, dels begreppen *lika stor*, *tredjedel*, *femtedelar* samt *störst*. Enbart två deltagare, 3% av de medverkande, gav rätt svar med en någorlunda rätt uträkning.

Exempel på de som gav en någorlunda rätt uträkning:

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$$

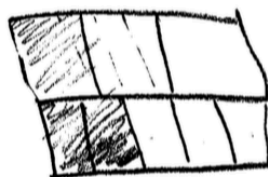
$$\frac{2}{6} < \frac{2}{5}$$

$$\frac{1}{3} < \frac{2}{5}$$



Svar: Sannas tårta är större

Svar: Sannas



30% av eleverna svarade korrekt men antingen utan uträkning eller med en inkorrekt uträkning. Det berodde antingen på gissning eller på en felaktig uppfattning om att jämföra bråk. Många felsvar löd att de båda tårtorna var lika stora.

Exempel på gissning:

Hodas: vet inte gissar.

Jag tror att Hodas tårta är störst.

Exempel på felaktig uppfattning kring att jämföra bråk:

Sannas tårta är störst för att 1 tredjedel är större än 2 femtedelar

en tredjedel är större

$$\frac{1}{3} > \frac{2}{5}$$

Exempel på svar att tårtorna var lika stora:

Svar: Tårtorna är lika stora för från början hade dom lika stora delar och för  $\frac{2}{5}$  är som  $\frac{1}{3}$ .



Tårtorna är lika stora  
sannas tårta är  $\frac{2}{3}$  delar  
Hodas tårta är  $\frac{3}{5}$  delar  
 $\frac{3}{5} = \frac{2}{3}$

De är lika stora  
 för att det står  
 att de skär en lika  
 stor bit

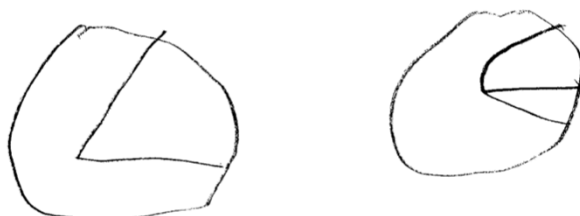
Sanna > Hoda Dem särde lika mycket



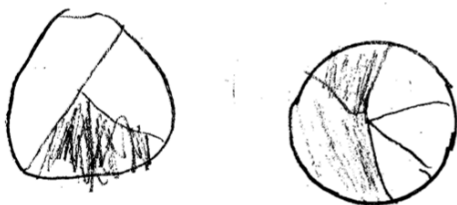
Den sista typen av felsvar tros komma från den inledande formuleringen i uppgiften att Sanna och Hoda "[...]skär en lika stor bit av sina tårter". Antagandet baseras på det flertalet elever som under testet frågade mig om formuleringen och menade att det ju står att bitarna är lika stora. Det framstod som att de inte förstod att det var den ursprungliga tårtstorleken frågan i uppgiften syftade till.

Det vanligaste sättet på vilket eleverna försökte räkna ut uppgiften var genom att rita två lika stora cirklar och dela in den ena i tredjedelar och den andra i femtedelar. Här stötte flera elever på problem. De flesta klarade av att dela in den ena cirkeln i tredjedelar men många hade problem med att dela in den andra cirkeln i femtedelar. På vissa exempel har cirklarna har delats in i likadana eller lika stora delar.

Exempel på felaktig indelning av cirklar:

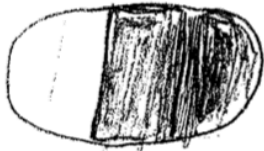


Svar Sanna, S



De är lika stora.

Sarina  $\frac{1}{2}$  del



Hoda  $\frac{2}{5}$  delar



Svar: Hodas tårter är störst.



Sanna



Hoda

Svar: Sanna har en halv bit mer



Sanna



Hoda

Svar: Sannas tårter är störst

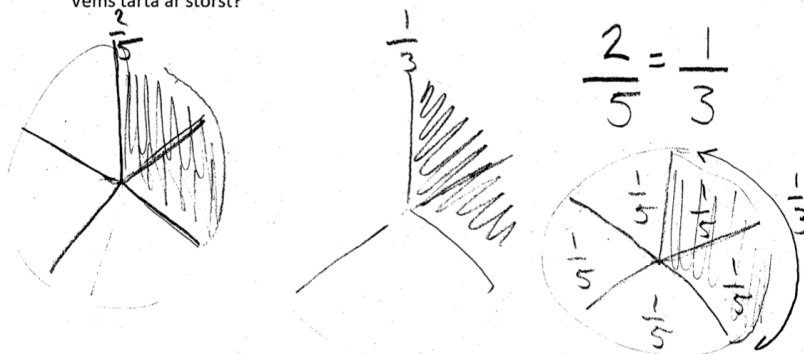
Eleverna som gav de två nedersta exemplen som svar, och följaktligen inte delade upp sina cirklar i lika stora eller ens likadana delar, hade inte heller rätt på den nakna uppgiften med bråk. Båda eleverna hade lämnat den uppgiften utan svar.

Några försökte räkna ut uppgiften genom att jämföra de båda bråken. Antingen genom att rita cirklar, som ovan nämnts, eller genom att ställa siffrorna i bråken mot varandra.

Exempel på jämförelse av bråk:

Sannas tårta är störst för att 1 tredjedel är större än 2 femtedelar

3. Sanna och Hoda har varsin tårta. De skär en lika stor bit av sina tårter.  
Sannas bit är en tredjedel av sin tårta. Hodas bit är två femtedelar av sin tårta.  
Vems tårta är störst?



Svar: Bådas är lika stora eftersom  
att  $\frac{2}{5} = \frac{1}{3}$

Bland FSB-eleverna uppvisade ingen ett korrekt svar med korrekt uträkning på den här uppgiften. Jämfört med den nakna uppgiften med bråkräkning, uppgift 7, så visade resultaten även där övervägande felsvar eller tomma svar. Inte heller någon bland FSV-eleverna svarade rätt på den här uppgiften. En klar majoritet bland de eleverna klarade heller inte den nakna uppgiften med bråk.

#### Textuppgift 4

Den sista av textuppgifter var med för att ha en uppgift med text som inte innehöll något specifikt matematiskt begrepp. Uppgiften var formulerad "Diana och Paul ska köpa godis. Diana har med sig 10 kronor och får 32 godisbitar för det. Paul har med sig 25 kronor. Hur många godisbitar får han för sina pengar?". På uppgiften svarade 30% rätt och hade dessutom en korrekt uträkning och 4% gav rätt svar utan uträkning. Ingen elev gav rätt svar ihop med en felaktig uträkning.

Till skillnad från de tre övriga textuppgifterna, där svarsalternativen finns och är begränsade i frågeformuleringen, fanns här inget uppenbart alternativ att gissa på. Jag bedömde därför de svar som gavs utan uträkning som att de eleverna har en korrekt förståelse för uppgiften.

51% av svaren var felaktiga. Här var det några som gjorde en felaktig additiv jämförelse mellan talen, när de behövde göra en multiplikativ jämförelse för att nå en korrekt lösning. Många räknade alltså differensen mellan Dianas 10 kronor och 32 godisbitar och adderade det till Pauls 25 kronor och fick svaret 47. Eller räknade de differensen mellan Dianas 10 kronor och Pauls 25 kronor och adderade det till Dianas 32 godisbitar och fick återigen svaret 47. Vissa gav även svaret 47 utan att visa någon uträkning.

Exempel där svaret var 47:

47 godisbitar

För att Diana har 10 kr och hon får  
22 godisbitar mer än 10 så att 25 får  
22 godisbitar och så och  $25 + 22 = 47$  kr

("För att Diana har 10 kr och hon får 22 godisbitar mer än 10 så att 25 får 22 godisbitar och så och  $25 + 22 = 47$  kr")

47 godisbitar har Paul.

$$\begin{array}{r} 32 \\ + 15 \\ \hline 47 \end{array}$$

Paul får 47 godisbitar.

Följande svar kan vara intressant att ta upp då eleverna har fått ett svar där antal godisbitar är färre för Paul än för Diana, vilket är orimligt om Paul har mer pengar. Den ena av de här två eleverna hade även fel på den nakna uppgiften med bråkräkning. Den andra eleven hade övervägande korrekta svar genom hela testet.

Exempel på orimliga svar:

$$\frac{32}{10} = 3 \text{ rest } 2$$


$$8 \cdot 3 = 25$$

≈

Svar Ungfär 8 st



$32$   
 $16 = 32 \div 2$



$32$   
 $\frac{32}{16}$

$4$

$8$

$\frac{32}{8} = 4$

$\frac{32}{4} = 8$

$16$

$1$

$\frac{32}{16} = 2$

Svar: 17

På den här uppgiften var frekvensen för korrekt svar låg för FSB-elever. Enbart ett rätt svar med korrekt uträkning redovisades bland de eleverna, medan resterande gav ett felaktigt svar. Den här elevgruppen uppgav övervägande korrekta svar på de nakna uppgifterna med addition och subtraktion.

## Analys och diskussion

Nedan följer en diskussion om möjliga orsaker till elevernas resultat. Samma rubriker som under resultatet används och ett avsnitt med en kritisk reflektion kring min studie läggs till. Avslutningsvis diskuteras didaktiska konsekvenser av arbetet samt ges förslag på vidare forskning inom ämnesområdet.

Överlag framstod testet som komplicerat för eleverna, både för de med en flerspråkig bakgrund och för de med en enspråkig. Flest antal rätt svar med rätt uträkning fick tre elever av totalt 76 deltagare, alltså cirka 4%, vilka hade 10 korrekta svar av 12 möjliga. Vanligast var ett resultat på 6 rätta svar med en korrekt uträkning. Något som 13 av 76 medverkande, cirka 17%, uppnådde. Tre elever av 76, igen cirka 4%, hade noll svar som var rätt med en korrekt uträkning. På grund av att testet var utmanande för eleverna var det på några uppgifter svårt att dra slutsatser kring huruvida en elevs resultat kan bero på bristande språkkunskaper eller på bristande matematikkunskaper.

### Kvantitativ analys

De värden och figurer som framkom av kvantifieringen som gjordes av testresultaten visar på lägre resultat hos elever med en flerspråkig bakgrund på textuppgifterna. Trots att det statistiska testet (t-test) gav ett resultat som indikerar att det inte var någon sann skillnad mellan grupperna på de nakna uppgifterna ses en viss tendens i boxploten. Medelvärden på de uppgifterna var för grupp A 7,9 och för grupp B 8,8. Däremot fanns de elever som hade högst poäng på de nakna uppgifterna i grupp A, alltså bland de elever med en flerspråkig bakgrund. Värt att lyfta är då den forskning som gjorts kring tidigare skolbakgrund (Bernardo, 1999) och en förklaring till de höga resultaten skulle kunna vara en positiv påverkan från tidigare skolgång och väl förankrade samt väl fungerande lösningsstrategier.

De statistiska tester som utfördes visade ett p-värde under samt ett p-värde över signifikansvärdet  $p=0,05$ . Detta kan bero på att antalet svarande elever var för litet, att stickprovet inte var representativt för populationen, eller att det inte finns någon sann skillnad i hur grupp A och grupp B presterade vad gäller nakna uppgifter.

Det relativt låga antalet deltagare i studien är dock något att ha i åtanke när slutledningar dras kring resultatet. Sammantaget visar ändå den här analysen en större skillnad mellan de båda grupperna på textuppgifterna än på de nakna uppgifterna, vilket skulle kunna bero på en påverkan av att ha svenska som andraspråk för dessa elever.

### De nakna uppgifterna

Bland de nakna uppgifterna var multiplikationsuppgiften med tvåsiffriga termer den där flest elever gav ett felaktigt eller ett tomt svar. Det går inte riktigt att jämföra hur stor andel av de som klarade uppgiften och de som inte gjorde det som är FSB/ FSV-elever då det skiljde sig så pass mycket i hur stora de båda grupperna var. Enbart nio elever klarade uppgiften och således uppgav 65 elever ett felaktigt svar. Att då hävda att elever med svenska som förstaspråk var i minoritet bland de som klarade uppgiften visar inte på något jämförbart då den minoriteten enbart bestod av fyra elever.

En uppenbar svårighet bland de uträkningar som ledde till ett felaktigt svar på den första nakna uppgiften var att båda termerna var tvåsiffriga. Uppgiften var  $37 \times 19$  och många elever gjorde en korrekt uppställning men multiplicerade 9 med 7 och 1 med 37 eller enbart med 3:an (se exempel i *Resultat* ovan). Samtidigt som det fanns en förståelse för multiplikationsalgoritmen fanns det emellertid ett missförstånd i hur den utförs med flersiffriga termer. Eftersom det var

en svårighet för ett flertal av eleverna och således en uppenbart svår uppgift, lades inte någon större vikt vid de enskilda elever som hade fel på uppgiften.

Bland de som utförde den första nakna uppgiften korrekt var majoriteten FSB/FSV-elever. En överrepresentation av den gruppen elever kan bero på kulturella skillnader i att utföra multiplikation. Två av de här eleverna hade en skolbakgrund från andra länder, något som kan vara kopplat till deras förmåga att lösa multiplikation med flersiffriga termer (Bernardo, 2001; Salillas & Wicha, 2012; Van Rinsveld et al., 2015 i Van Rinsveld et al., 2016, s. 78).

Överlag gavs flest korrekta svar på uppgifterna med addition och subtraktion. Dock var det totalt 20 elever som hade fel på minst hälften av de uppgifterna. Bland dessa fanns både elever med svenska som förstaspråk och flerspråkiga elever representerade, dock var den senare gruppen i majoritet. Den här gruppen tycks ha en allmän matematisk svårighet då de generellt har låga resultat genom hela testet. Den högst presterande av dessa 20 elever gav korrekta svar på enbart hälften av alla uppgifter. Bland de elever som hade svårt med fler än hälften av uppgifterna var textuppgifterna de allra svåraste.

Värt att nämna avslutningsvis är resultaten från den kvantitativa analysen. De flerspråkiga eleverna hade generellt lägre resultat på de nakna uppgifterna men bland dem fanns också de elever med högst resultat.

### **Textuppgift 1**

Enbart 9% av de medverkande gav ett rätt svar med en korrekt uträkning på den här uppgiften. Fem av dessa 7 elever som uppgav rätt svar med korrekt uträkning var FSB/FSV-elever. En förklaring kan vara en användning av modersmålet som resurs (Van Rinsveld et al., 2016) och att eleverna har den matematiska kunskapen om att svaret på en multiplikation är produkt då går via sitt modersmål och sina kunskaper, översätter begreppet och på så vis kan räkna ut den.

Efter att ha analyserat tester visar det sig att många har gissat när de har svarat på uppgiften. Många som har gett ett rätt svar har gjort det med motiveringen att Marcos tal var minst, då hans tal var 29 och 14 jämfört med Klaras 275 och 138. För att undvika det här skulle frågan ha konstruerats på ett sätt som gjort det rätta svaret till det med termer och summa då de automatiskt blir högre än faktorerna i en multiplikation om svaren ska bli någorlunda lika.

21 av de 37 medverkande som uppgav ett felaktigt eller ett tomt svar på uppgiften hade även fel på de nakna uppgifterna som testade multiplikation. Där går att anta en generell svårighet för multiplikation, åtminstone för när minst en faktor är tvåsiffrig. De resterande 16 kan diskuteras huruvida eleverna hindras av bristande språkkunskaper då de uppenbarligen klarar av att räkna multiplikation. 19 av dessa 37 var FSB/FSV-elever. Bland de 19 uppgav många felaktiga svar på textuppgifterna och cirka hälften av dem hade problem med de nakna multiplikationsuppgifterna. Något i textuppgiften är det således som ställer till det för de eleverna. Här kan argumenteras för en allmänspråklig svårighet i och med att många av de 37 eleverna även hade fel på andra textuppgifter.

En annan orsak kan vara okunskap i att svaret i multiplikation benämns *produkt*. Många verkade förstå att *summa* är svaret i additionsuppgifter men *produkt* var svårt för flertalet elever. Huruvida det är en okunskap i vad *produkt* innebär eller om det är en språklig svårighet att förstå begreppet går inte att tyda utifrån resultaten i den här studien. Dock uppvisade några elever en förståelse för det svar som uppgiften var ute efter, alltså vad resultatet kallas i olika räknesätt, då de exempelvis räknade subtraktion istället för addition eller multiplikation. I de

fallen har eleven förstått vad för svar som förväntas men behärskar inte full ut hur resultat i de olika räknesätten benämns. Här kan hävdas att de eleverna egentligen kunde uppgiften och att valet av fel räknesätt kan liknas vid exempelvis slarvfel i uppställningar.

Det är intressant att ta upp och reflektera kring uppgiften då tidigare forskning har visat att elever har lättare för att applicera en korrekt lösningsmetod på matematikuppgifter om tester utförs på deras modersmål (Bernardo & Calleja, 2005). Möjligtvis hade uppgiften kunnat lösas lättare för de FSB/FSV-elever som gav ett felsvar om den givits på deras förstaspråk. Intressant är att även många som uppgav en helsvensk bakgrund hade fel på uppgiften, trots att den då givits på deras modersmål. Huruvida det innebär en matematisk svårighet hos eleverna eller om deras resultat beror på något annat framkommer ej i resultaten.

## Textuppgift 2

En stor andel av de 42% som svarade fel på den andra textuppgiften klarade av de nakna uppgifter som innehöll samma typ av matematik; addition och subtraktion. Det kan vara ett tecken på en språklig svårighet med de matematiska begreppen, då uppgiften har ett relativt enkelt språk men innehåller begreppen *fler än*, *färre än*, *tillsammans* och *flest*. Utöver de orden består uppgiften av namn, siffror samt orden *har* och *och*.

Baserat på de svar som eleverna gav verkade det vara formuleringen ”Anton har 4 pennor färre än vad Jonna och Lollo har tillsammans” som var problematiskt. De som har räknat ut uppgiften, och antingen fått ett felaktigt eller ett korrekt svar, har ändå visat upp en förståelse för begreppen *fler än*, *färre än* och *flest* men missat, som nämnt, *tillsammans*. De har använt addition när det är *fler* och subtraktion när det är *färre*. Huruvida missen av *tillsammans* beror på en tveksamhet kring ordets betydelse eller på att de helt enkelt har missat det går ej att utläsa ur resultaten. I detta fall går inte att dra några generella kopplingar mellan språkkunskaper och prestation. En gemensam genomgång av uppgiften hade möjligtvis hjälpt fler elever att lösa den, genom att de då fått språket förklarat samt en påminnelse om vad som behöver vara med i uträkningen.

Det som dock går att utläsa ur resultaten är att en majoritet av de som inte klarade uppgiften var FSB/FSV-elever. Värt att lyfta är då den tidigare forskning som visat på läsförståelsens betydelse för matematiska lösningar. Om det är så att det krävs en uppnådd miniminivå av läsförståelse i ett andraspråk för att gynnas av det vid matematisk problemlösning (Beal et al., 2010) kanske många av FSB/FSV-eleverna inte har uppnått det. Om det är läsförståelsen som är problematisk för eleverna spelar det ingen roll att språket är enkelt och innehåller korta ord. Ibland kan korta ord vara svårare att förstå än långa (Lindberg, 2007, s. 19).

Annat intressant att notera är att enbart två medverkande valde att inte lämna ett svar på uppgiften. Alltså gav majoriteten av de medverkande uppgiften en chans och, som tidigare nämnts, förstod det mesta i uppgiften men missade någon del. De två som lämnade uppgiften tom var FSB-elever. Den ena kom till Sverige 2012 men hade gått i skola i sitt hemland. Av hens resultat går att ana en tydlig påverkan av språkkunskaper då hen gav ett felaktigt svar eller inget svar på alla textuppgifter men svarade rätt på sex av åtta av de nakna uppgifterna. Den andra eleven kom till Sverige 2015 men hade inte gått i skola tidigare. Hens övriga resultat var generellt låga; en av de nakna additionsuppgifterna var den enda uppgift där hen gav ett rätt svar med en korrekt uträkning. Det kan då påstås att det beror på elevens tidigare skolbakgrund och en generellt låg kunskapsnivå i matematik och läsning. Att eleven var 9 år gammal när hen kom till Sverige och dessutom inte hade gått i skola tidigare gör att en generell skolsvårighet

inte är förvånande eftersom det visats att tidigare skolgång påverkar elevers prestationer i skolan (Van Rinsveld et al., 2016).

I den första utskrivningen av testerna hade det gjorts ett skrivfel i den här uppgiften. Istället för *bollar* stod det *pennor* på två ställen på grund av att uppgiften ursprungligen handlade om bollar och inte om pennor. Resultaten mellan de som fick testet med felskrivningen och de som fick testet utan har jämförts men det har inte uppmärksammats något som visar på att det ska ha påverkat eleverna. Det utesluter dock inte att enskilda elever kan ha blivit påverkade av det eller på något sätt blivit störda i sin räkning. Det har, som tidigare nämnts, visat sig att elever presterar sämre på matematikuppgifter med distraktioner (Kempert et al., 2011) och den här felskrivningen skulle kunna liknas vid en distraktion. Trots att det muntligt informerades om det i den klass där en elev upptäckt felskrivningen kan inte uteslutas att någon blivit distraherad och inte hört informationen.

### Textuppgift 3

Den här uppgiften har lägst andel korrekta svar av testets alla uppgiften. Majoriteten, 58% av eleverna, gav ett felaktigt svar, vilket många gånger berodde på en jämförelse av bråken. Antingen var svaren att den ensamma tredjedelen är mindre än de två femtedelarna eller att fem är större än tre och således är femtedelar större än tredjedelar. Dock uppvisade många medverkande en förståelse för innebörden av delar inom bråkräkning. I och med att de två svarsalternativen som fanns gavs i frågan, var det lätt för eleverna att gissa mellan alternativen och på så vis få ett korrekt svar. Av den här anledningen kategoriserades dessa inte som ett fullt korrekt svar på grund av möjligheten att kunna gissa sig till det korrekta svaret utan en förståelse för uppgiftens matematiska innehåll.

I efterhand kan uppgiften anses vara för utmanade för eleverna. Matematiken var på en högre nivå än de andra uppgifterna och kan för många kräva ett samarbete med en klasskamrat eller assistans från lärare för att lösa uppgiften. Likt de två föregående textuppgifterna var även den här en alternativ-fråga, vilket kan ha bidragit till de studiens resultat.

Då svarsalternativen på uppgiften enbart var de två namn som fanns med i texten var det felaktiga namnet således det vanligaste felsvaret. Men 25% av felsvaren som gjordes var dock att de båda tårtorna var lika stora (se exempel i *Resultat* ovan). De som gjorde den här gissningen har tolkats som att de har en språklig förståelse för uppgiften då det krävs att de förstår begreppet *lika stor* och vad själva frågan var. Många deltagare tycktes tro att det i uppgiften var tårtbitarnas storlek och inte tårtans ursprungsstorlek som eftersöktes. Flera elever svarade att den ena tårtan var större eftersom det bråket var större. Av dessa elever uppgav var en majoritet FSB/FSV-elever. En möjlig förklaring till den korrelationen kan vara en svårighet i att förstå uppgiftens kontext. Det är inte säkert att alla elever har hört ordet *tårtbit* något som kan bidra till att det tolkas som hela tårtan. Om så är fallet kan resultaten höra samman med vilken nivå i andraspråket eleverna befinner sig på (Kempert et al., 2011, s. 556; Van Rinsveld et al., 2016, s. 76).

På den här uppgiften uppkom störst andel korrekta svar med en felaktig uträkning av alla uppgifter (se bilaga 4). En möjlig orsak kan vara en förståelse för uppgiften och vad som är det korrekta svaret men att flertalet medverkande brister i svarsredovisningen. En vanlig uträkning var enbart två cirklar där den ena var indelade i tredjedelar och den andra i femtedelar. Det här var inte en godkänd lösning då det var otydligt huruvida de hade förstått uppgiften eller ej. Det utesluter dock inte en förståelse för uppgiften men, som ovan nämnt, en brist i svarsredovisningen.

Det är värt att diskutera de elever som inte hade genomfört en korrekt indelning av sina cirklar (se exempel i *Resultat* ovan). Eftersom de inte heller gav något svar på den nakna uppgiften med bråkräkning går det att anta en svårighet för bråkräkning. Det framstår som att eleverna har fått undervisning om bråk då de använder sig av den vanligt förekommande cirkeln för att förstå och räkna med bråk. Dock verkar de inte ha tillägnat sig en djupare kunskap om innebörden av bråkräkning då de varken uppvisar en förståelse för jämförelse av bråk eller för addition av tal i bråkform. Dessa elever hade överlag låga resultat genom hela testet och således kan en generell svårighet i matematik antas.

Ovan nämnda exempel för användning av cirklar i uppgiften är en tydlig indikation på att det är en av de vanligaste metoderna som lärs ut vid bråkräkning. Kopplat till forskningen kring hårt förankrade lösningsstrategier (Bernardo, 1999) är det rimligt att anta att när elever stöter på en matematisk uppgift använder de den mest bekanta metoden inom området. Det visar på vikten av att som lärare variera sin undervisning. De medverkande som gav ett felaktigt svar på uppgiften hade möjligtvis haft större chans att lösa den om de haft kunskap om fler lösningsmetoder. I och med den forskning som visar att vissa lösningsmetoder är nära sammankopplade till det språk uppgiften ges på (ibid.) kan resultaten kunnat bli annorlunda om den hade givits på ett annat språk.

Det är värt att lyfta de studier som menar att en förenkling eller omskrivning av texten i uppgiften ökar resultaten för främst flerspråkiga elever (Bernardo, 1999; Abedi & Lord, 2001). En tydligare uppgiftsbeskrivning hade kunnat ökat resultaten på den här uppgiften. Om de olika matematiska komponenterna och deras samband hade lyfts fram på ett tydligare sätt hade fler elever haft chans att komma närmare en korrekt lösning.

#### **Textuppgift 4**

Den här uppgiften var den där eleverna gav flest olika alternativ på lösningar. Då uppgiften hade en annorlunda utformning jämfört med de tre tidigare textuppgifterna fanns här inga alternativ i uppgiftens beskrivning att välja mellan. Eleverna var tvungna att räkna ut något för att få ett svar. Således antas de 3% som gav ett rätt svar utan uträkning inte ha gissat utan istället förstått matematiken i uppgiften men inte visat sin uträkning. Endast en av de som gav ett korrekt svar utan uträkning var en FSB-elev. Om det varit fler FSB-elever som angivit ett korrekt svar utan uträkning hade det kunnat kopplas till kulturella skillnader vad gäller att inte anteckna minnessiffror eller liknande vid uträkning (Löwing & Kilborn, 2010, s. 93;98). Då det enbart var en FSB-elev finns ingen tydlig korrelation här emellan.

Det finns ingen uppenbar korrelation mellan prestationer på den här uppgiften jämfört med de nakna uppgifterna. Det som går att se är att många som gav ett felsvar eller lämnade textuppgiften tom hade svårt för den första nakna uppgiften om multiplikation, den med kort division samt den med bråkräkning. Alltså de uppgifter där eleverna generellt uppvisade låga resultat. Det kan visa på en matematisk svårighet, snarare än på språkliga faktorer. Dock verkar det inte vara en matematisk svårighet som skiljer sig nämnvärt från andra elever då, som nämnt, många elever hade fel på samma uppgifter.

Flertalet av de elever som gav ett korrekt svar på uppgiften hade även problem med den första nakna uppgiften samt den om bråkräkning. Dock hade inte lika många elever fel på uppgiften med kort division. I och med att en korrekt utförd division var viktig för vissa varianter av en korrekt lösning på uppgiften kan antas en korrelation mellan att ha klarat textuppgiften och att ha klarat den nakna divisionsuppgiften. Vidare kan tänkas att de elever som klarade den nakna

uppgiften om division eventuellt uppnått en högre nivå i sina matematiska kunskaper då de klarade av att lösa textuppgiften när många hade svårt för den.

En möjlig faktor för att öka antalet korrekta lösningar på uppgiften hade kunnat vara att förenkla språket eller skriva om uppgiften för att tydligare visa på sambandet mellan de matematiska komponenterna i uppgiften (Bernardo, 1999; Abedi & Lord, 2001). Det hade eventuellt kunnat underlätta om Dianas antal godisbitar och kronor var jämnt delbara med varandra. När det nu var 32 godisbitar på 10 kronor syntes i elevernas uträkningar att många, trots att 32 dividerat med 10 blir 3,2, hade avrundat det till 3. Möjligen på grund av ett antagande att 3,2 godisbitar på en krona är orimligt.

Många felsvar innehöll en additiv jämförelse mellan uppgiftens olika kvantiteter. De eleverna uppvisar en inledande förståelse för proportionalitet men ännu inte den nivå av förståelse som uppgiften kräver. De har upptäckt att det är någon skillnad mellan de olika kvantiteterna som ska vara konstant men de gör en felaktig jämförelse. De här svaren kan bero på starkt kopplade lösningsstrategier till vissa uppgifter (Bernardo, 1999). Kanske ges svaren på grund av att eleverna enbart har fått en liten mängd undervisning kring proportionalitet och då inte fått kunskap om varierade lösningsmetoder för liknande uppgifter.

Då uppgiften bygger på ett vardagsspråk och inte innehåller något matematiskt begrepp är det intressant att lyfta den majoritet av de som inte klarade uppgiften vilka var FSB/FSV-elever. Många av dessa elever har övervägande korrekta svar på de nakna uppgifterna. Ett språkligt hinder kan därför antas vara en möjlig orsak till felsvaren. I och med den roll som läsförståelse spelar vid matematisk problemlösning (Beal et al., 2010) kan menas att en låg nivå av läsförståelse kan bli ett hinder för dessa elever. Språket i den här uppgiften är förhållandevis lätt och en allmän svårighet i läsförståelse är då mer rimlig att anta som påverkansfaktor än en svårighet för specifika ord.

## **Metoddiskussion**

Att göra intervjuer med elever för att höra hur de tänker när de löser matematiska textuppgifter hade kunnat ge djupare kunskaper om hur specifika individer reflekterar kring matematikuppgifter. Tyvärr påverkade tidsbegränsningen i arbetet möjligheten att genomföra det i den här studien.

I och med det bortfall som blev i studien kan diskuteras hur resultatet hade påverkats om bortfallet var mindre. Av totalt 114 tillfrågade elever deltog 76. Vad det här bortfallet på 33% beror på går inte att veta fullt ut, men gemensamt för alla klasser som deltog i studien var att bortfallet ibland berodde på elever som inte var närvarande vid tillfället då testet skulle genomföras. Hur resultaten blivit om fler elever, främst från klassen med ett stort bortfall, varit med går inte att säga men de elevernas resultat skulle kunna skilja sig på ett sätt som förändrar resultatet till antingen det bättre eller sämre (Bryman, 2011, s. 181). I en klass deltog enbart 3 elever av 26 och där blev alltså bortfallet cirka 88%. Här berodde det främst på ett ointresse eller en ovilja bland eleverna att delta, samt bortglömda medgivanden från föräldrar.

De påverkansfaktorer som jag valde att inkludera i min studie är begränsade. Således finns möjligheten att resultaten kan bero på andra faktorer. Det hade varit intressant att exempelvis undersöka om skillnaden mer berodde på vilken skola eleverna gick på, än vad de har för språklig bakgrund. När den kvantitativa analysen gjordes hårdrogs indelningen av eleverna och alla elever som uppgivit ett annat svar än en helsvensk bakgrund blev indelade i samma grupp. Visserligen har de eleverna en flerspråkig bakgrund om de är födda i ett annat land eller har

föräldrar som är det och således pratar ett annat språk i sin hemmiljö. Men därmed inte sagt att det är en homogen grupp, snarare tvärtom. Som kunde utläsas av boxploten fanns de elever som presterade bäst på de nakna uppgifterna i den flerspråkiga gruppen, samtidigt som där fanns elever som inte fick något rätt.

### **Kritisk reflektion**

Olika faktorer kan ha påverkat resultatet av min studie. På grund av diverse omständigheter samt en anpassning efter när medverkande lärare och klasser hade möjlighet att ta emot mig har inte alla elever fått göra testerna vid samma tidpunkt och veckodag. Vissa har genomfört testet mitt i veckan, andra på måndag förmiddag och några på fredag eftermiddag. Det är något som kan påverka alla prov och tester elever gör i skolan. Alla kan ha en dålig dag och inte prestera som de brukar. Dock ska påpekas att risken att alla 76 medverkande elever skulle ha haft en dålig dag vid genomförandet av testet är osannolikt.

Uppgifternas utformning kan ha haft inverkan på elevernas testresultat. I och med att de tre första textuppgifterna var alternativfrågor kan många elever ha gissat sig till rätt svar och då går det att diskutera tillförlitligheten av resultaten. Det är dock något som har haft i åtanke under arbetets gång och således något resultaten har kategoriserat utifrån. Även den mer utmanande matematiken i textuppgift 3 kan ha påverkat resultaten. Det visar likväl inte på resultat som inte stämmer utan enbart på att ingen av deltagarna i studien befann sig på en utmärkande hög nivå i matematik.

Testet hade kunnat utformas annorlunda gällande vilket alternativ i textuppgift 1 och 3 som var korrekt. I den första uppgiften tillhörde de lägsta kvantiteterna i uppgiften det alternativ som var korrekt och i den tredje uppgiften likaså. Därför kan flera elever ha uppgett ett korrekt svar utan att ha förstått uppgifternas matematiska innehåll.

Då studien riktades mot elever med svenska som andraspråk eftersöktes skolor och klasser med så hög majoritet flerspråkiga elever som möjligt. Ingen klass var emellertid homogen och således deltog elever med en utåt sett helsvensk bakgrund. Problem uppstod när elever som, enligt sina lärare, borde följa kursplanen för svenska som andraspråk inte gjorde det och med anledning av det fick en missvisande indelning bland resultaten. Det utesluter inte att det inom denna grupp, elever med helsvensk bakgrund och vardag, finns stora skillnader i språkkunskaper. Det kan ha påverkat de slutledningar och diskussioner som har förts kring resultaten men det var något som hades i åtanke vid analysen och därför har främst vikt lagts vid de andra eventuella påverkansfaktorerna.

Det kan även vara av vikt att belysa det faktum att då deltagarna i studien var förhållandevis få besöktes endast ett fåtal skolor. Trots att jag testet har försökt anpassats så att majoriteten av elever i årskurs 5 och 6 ska klara av det kan det skilja från skola till skola vad eleverna kan. Många faktorer kan ha en inverkan på att elever presterar olika på olika skolor. Allt från lärares undervisningsmetoder, skolans styrning, ekonomiska förutsättningar samt geografiskt läge kan påverka. Det här är inget som har vägts in i arbetet men något som kan spela roll för elever.

### **Didaktiska konsekvenser**

Med arbetet åskådliggörs vikten av att som lärare vara medveten om faktorer som påverkar flerspråkiga elevers presterande i matematik, då svenska skolor blir allt mer heterogena. Flerspråkiga elevers matematikkunskaper ska inte generaliseras åt varken det ena eller det andra hållet. Som arbetet visar kan dessa elever både ha stora problem men också stora framgångar i



matematik. Likt alla elevgrupper är det en heterogen grupp vars kunskaper inte kan generaliseras.

### **Vidare forskning**

Vidare forskning inom området bör fokusera på vilka ytterligare faktorer som kan påverka hur elever presterar i matematik. Fokus kan antingen vara elever med en enspråkig eller med en flerspråkig bakgrund. I och med PISA-undersökningar som påstår att elever med utländsk bakgrund är en bidragande faktor till att Sveriges resultat sjönk under flera år, bör fokus främst vara dessa elever. Utan att undersöka vad som ligger till grund för de sjunkande resultaten går inte att veta vad för insatser som bör göras för att höja resultaten. Läsförmåga och matematisk förmåga, vilken skola elever går på samt utomstående faktorer som socioekonomisk status och vårdnadshavares utbildningsnivå är exempel på vad som kan vägas in vid analys av elevers matematiska resultat. I och med att den här studien inte innefattar fler än 76 deltagare föreslås en större urvalsgrupp inför framtida studier.

Likt några av de artiklar som använts i arbetet kan även jämförelser av elevsvar göras när samma uppgifter ges på elevernas modersmål samt deras gemensamma andraspråk. Vad som då blir viktigt att väga in är huruvida andraspråket är naturligt eller påtvingat. Delar av den forskning som lästs har testat elever med naturlig tvåspråkighet på hur de presterar på sitt modersmål jämfört med andraspråket. Vad som då kan undersökas är om elever med en ofrivillig flerspråkighet presterar likvärdigt. Nyanlända som har kommit till ett land på grund av olika orsaker har olika kunskapsnivåer i sitt modersmål. Det är därmed ingen självklarhet att de uppnår bättre resultat på uppgifter som ges på deras förstaspråk. Flertalet invandrare har, vilket studien delvis visar, inte gått i skola innan de kommer till ett nytt land. Att därför prestera bättre i skolämnen på sitt modersmål enbart på grund av att det är just ens modersmål är inte är en självklarhet.

För att bygga vidare på den här studien skulle kompletterande intervjuer eller observationer med de medverkande eleverna kunna göras. Det kan då komma fram svar på funderingar som hafts under arbetets gång, exempelvis hur elever har tänkt när de har gett korrekta svar utan att redovisa sina lösningar. Alternativ kan då vara att dels intervjua eller observera eleverna enskilt för att få höra hur de tänker själva. Men det hade även varit av intresse att intervjua eller observera elever i grupp för att se hur de tänker tillsammans och hjälper varandra att lösa uppgifter.

Det hade även varit intressant att komplettera den här eller en liknande studie med lärares perspektiv. Exempelvis hade lärares medvetenhet om flerspråkiga elevers matematikkunskaper samt deras arbetsmetoder med det här kunnat undersökas. Ett annat perspektiv att anlägga är även hur modersmållärare används i skolan för att underlätta för flerspråkiga elevers matematiska utveckling. Modersmållärares egna perspektiv och metoder kan även bidra till att bredda en liknande studie.

### **Sammanfattande diskussion**

Resultaten hos FSB/FSV-eleverna skiljde sig från resultaten hos de elever som uppgav en helsvensk bakgrund. Såväl den kvantitativa analysen som de uppgiftsspecifika analyser som gjordes visade att de flerspråkiga eleverna generellt uppvisade lägre resultat. Främst syntes det här på textuppgifterna, vilket skulle kunna innebära en språklig påverkan i matematiken för de här eleverna.

Men resultaten skiljer sig även från elev till elev. Exempelvis visade den kvantitativa analysen att de elever som fick högst resultat på de nakna uppgifterna fanns bland FSB/FSV-eleverna. I båda grupperna fanns elever som inte gav ett korrekt svar på varken textuppgifterna eller de nakna uppgifterna.

Med ett relativt lågt antal deltagare i studien går det inte att dra stora slutsatser kring den del av populationen som utgörs av gruppen flerspråkiga elever. Men utifrån studien kan visas på att dessa elever tenderar att prestera lägre på matematiska textuppgifter än elever med en helsvensk bakgrund, vilket går i linje med vad tidigare forskning har visat på i andra länder.

## Referenser

- Abedi, J., & Lord, C. (2001). The Language Factor in Mathematics Tests. *Applied Measurement In Education*, 14(3), 219-234.
- Adoniou, M., & Qing, Y. (2014). Language, Mathematics and English language learners. *Australian Mathematics Teacher*, 70(3), 3-13.
- Beal, C. R., Adams, N. M., & Cohen, P. R. (2010). Reading Proficiency and Mathematics Problem Solving by High School English Language Learners. *Urban Education*, 45(1), 58-74. doi: 10.1177/0042085909352143
- Bernardo, A. B. I. (1999). Overcoming Obstacles to Understanding and Solving Word Problems in Mathematics. *Educational Psychology*, 19(2), 149-163.
- Bernardo, A. B. I., & Calleja, M. O. (2005). The Effects of Stating Problems in Bilingual Students' First and Second Languages on Solving Mathematical Word Problems. *The Journal of Genetic Psychology*, 166(1), 117-128.
- Bryman, A. (2011). *Samhällsvetenskapliga metoder*. (2., [rev.] uppl.) Malmö: Liber
- Edling, C., & Hedström, P. (2003). *Kvantitativa metoder. Grundläggande analysmetoder för samhälls- och beteendevetare*. Lund: Studentlitteratur.
- Eliasson, A. (2013). *Kvantitativ metod från början*. Lund: Studentlitteratur
- Fuentes, P. (1998). Reading Comprehension in Mathematics. *Clearing House*, 72(2), 81-88.
- Jourdain, L., & Sharma, S. (2016). Language challenges in mathematics education: A literature review. *Waikato Journal of Education* 21(2), 43-56
- Kempert, S., Hardy, I., & Saalbach, H. (2011). Cognitive Benefits and Costs of Bilingualism in Elementary School Students: The Case of Mathematical Word Problems. *American Psychological Association*, 103(3), 547-561. doi: 10.1037/a0023619
- Lindberg, I. (2007). Forskning om läromedelsspråk och ordförrådsutveckling. I I. Lindberg, I., & S. Johansson Kokkinakis (Red.), *OrdiL: en korpusbaserad kartläggning av ordförrådet i läromedel för grundskolans senare år*. (s.13-60). Göteborg: Institutet för svenska som andraspråk, Göteborgs universitet.
- Löwing, M., & Kilborn, W. (2008). *Språk, kultur och matematikundervisning*. Lund: Studentlitteratur.
- Löwing, M., & Kilborn, W. (2010). *Kulturmöten i matematikundervisningen – exempel från 41 olika språk*. Lund: Studentlitteratur.
- Hagland, K., Hedrén, R., & Taflin, E. (2005). *Rika matematiska problem – inspiration till variation*. Stockholm: Liber.
- Rönnerberg, I., & Rönnerberg, L. (2001). *Minoritetselever och matematikutbildning – en litteraturöversikt*. Stockholm: Skolverket.

Skolverket. (2012). *Greppa språket. Ämnesdidaktiska perspektiv på flerspråkighet*. Stockholm: Skolverket.

Skolverket. (2016a). *Invandringens betydelse för skolresultaten. En analys av utvecklingen av behörighet till gymnasiet och resultaten i internationella kunskapsmätningar*. Stockholm: Skolverket.

Skolverket. (2016b). *Svenska elever bättre i PISA*. Hämtad 2018-04-04 från <https://www.skolverket.se/om-skolverket/press/pressmeddelanden/2016/svenska-elever-bättre-i-pisa-1.255881>

Skolverket. (2016c). *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011*. Stockholm: Skolverket.

Skolverket. (2018). *Siris – kvalitet och resultat i skolan*. Hämtad 2018-05-02 från <https://siris.skolverket.se/siris/f?p=Siris:1:0>

Trost, J. (2014). *Att skriva uppsats med akribi*. Lund: Studentlitteratur.

Van Rinsveld, A., Schiltz, C., Brunner, M., Landerl, K., & Ugen, S. (2016). Solving arithmetic problems in first and second language: Does the language context matter?. *Learning and Instruction, 42*, 72-82. doi: 10.1016/j.learninstruc.2016.01.003

Vetenskapsrådet (2002). *Forskningsetiska principer inom humanistisk-samhällsvetenskaplig forskning*. Stockholm: Vetenskapsrådet.

## Bilaga 1



### GÖTEBORGS UNIVERSITET

Hej,

Mitt namn är Johanna Allerth och jag studerar till grundskolelärare för årskurs 4-6 vid Göteborgs Universitet. Jag håller just nu på med mitt examensarbete där jag skriver om hur språkkunskaper påverkar elevers resultat i matematik. Jag kommer göra ett matematiktest i klassen där ditt barn går och behöver därför ha en förälders medgivande att det är okej att ditt barn gör testet eftersom hen är under 15 år gammal.

Testet kommer att göras anonymt och resultaten kommer enbart att användas i mitt examensarbete och är således ingenting ditt barn kommer bli bedömd på.

Jag skulle uppskatta om ni ville hjälpa mig i mitt arbete!

Med vänliga hälsningar,  
Johanna Allerth, lärarstudent.

---

- Jag tillåter att mitt barn deltar i undersökningen.  
 Jag tillåter inte att mitt barn deltar i undersökningen.

Barnets namn: \_\_\_\_\_

Förälders underskrift: \_\_\_\_\_

Ort och datum: \_\_\_\_\_

## Bilaga 2

Först vill jag att du svarar på några frågor om dig själv:

Födelseår: \_\_\_\_\_

Är du född i Sverige?

\_\_\_\_\_

Om inte, när kom du till Sverige?

\_\_\_\_\_

Vilket språk pratar du mest hemma?

\_\_\_\_\_

Vilket språk tycker du att du är bäst på?

\_\_\_\_\_

Har du gått i skola i något annat land? I så fall, var?

\_\_\_\_\_

Tack för din hjälp!

/Johanna

Visa hur du löser uppgifterna!

1. Marco har skrivit ett tal som är produkten av 29 och 14. Klara har skrivit ett tal som är summan av 275 och 138. Vems tal är minst?

2. Jonna har 16 pennor. Lollo har 7 pennor fler än Jonna. Anton har 4 pennor färre än vad Jonna och Lollo har tillsammans. Vem har flest pennor?

Visa hur du löser uppgifterna!

3. Sanna och Hoda har varsin tårta. De skär en lika stor bit av sina tårter. Sannas bit är en tredjedel av sin tårta. Hodas bit är två femtedelar av sin tårta. Vems tårta är störst?

4. Diana och Paul ska köpa godis. Diana har med sig 10 kronor och får 32 godisbitar för det. Paul har med sig 25 kronor. Hur många godisbitar får han för sina pengar?

Visa hur du räknar ut uppgifterna!

$$37 \cdot 19 = \underline{\quad}$$

$$347 + 288 = \underline{\quad}$$

$$78 + 95 = \underline{\quad}$$

$$703 - 256 = \underline{\quad}$$

$$23 + 19 - 7 = \underline{\quad}$$

$$\frac{1026}{9} = \underline{\quad}$$

$$1\frac{2}{7} + \frac{5}{7} = \underline{\quad}$$

$$8 \cdot 67 = \underline{\quad}$$

### Bilaga 3

0	Inget svar
1	Fel svar
2	Rätt svar, fel uträkning
3	Rätt svar utan uträkning
4	Rätt svar

Kursplan								Textuppgift				Nakenuppgift							
Elev	Sv/SvA	Födelseår	Född i Sverige	Kom till Sverige	Språk hemma	Bästa språk	Skola annat land	P1	P2	P3	P4	N1	N2	N3	N4	N5	N6	N7	N8
1	SvA	2006	Nej	2013	Arabiska	Sv	Syrien	1	1	1	1	1	1	4	1	4	0	0	1
2	SvA	2006	Nej	2015	Farsi	Sv	Nej	3	0	3	1	0	4	1	1	3	0	1	0
3	Sv	2006	Ja	-	Sv	Sv	-	3	3	1	1	1	4	4	4	4	1	4	4
4	Sv	2006	Ja	-	Sv	(italienska)	-	3	3	1	1	1	4	1	1	1	1	1	4
5	Sv	2006	Ja	-	Sv	Sv	-	1	4	1	1	1	4	4	4	4	4	1	1
6	Sv	2006	Ja	-	Sv	Sv	-	3	1	3	1	0	4	1	1	4	0	0	0
7	Sv	2006	Ja	-	Sv	Sv	-	1	4	1	1	1	4	4	4	4	0	1	4
8	Sv	2006	Ja	-	Sv	Sv	-	3	1	3	3	3	1	4	4	4	1	0	1
9	Sv	2006	Ja	-	Sv	Sv	-	4	4	4	1	1	4	4	4	4	4	4	4
10	Sv	2006	Ja	-	Sv	Sv	-	1	4	1	4	0	4	4	4	4	4	4	0
11	Sv	2006	Ja	-	Sv	Sv/Engelska	Malta	1	4	1	4	1	1	4	4	4	4	0	1
12	Sv	2006	Ja	-	Sv	Sv	-	4	4	4	4	1	4	4	1	4	4	1	4
13	Sv	2006	Ja	-	Sv	Sv	-	4	3	1	4	1	4	4	4	4	4	3	4

14	Sv	2006	Ja	-	Sv	Sv	-	3	1	2	1	1	4	4	4	4	0	0	4
15	Sv	2006	Ja	-	Sv	Sv	-	0	4	1	4	1	4	4	4	4	1	0	4
16	Sv	2006	Ja	-	Sv	Sv	-	3	3	1	4	1	4	4	1	4	0	4	1
17	Sv	2006	Ja	-	Sv	Sv	-	1	4	1	4	1	4	4	4	1	4	1	4
18	Sv	2006	Ja	-	Sv	Sv	-	2	2	1	4	1	4	4	4	4	1	0	1
19	Sv	2006	Ja	-	Sv	Sv	-	3	3	3	1	4	4	4	4	4	4	0	4
20	Sv	2006	Ja	-	Sv	Sv	-	1	1	1	1	0	4	4	1	4	0	0	0
21	Sv	2006	Ja	-	Sv	Sv	-	0	4	1	4	1	4	4	4	4	4	4	1
22	Sv	2006	Ja	-	Sv	Sv	-	0	4	1	1	1	1	4	4	4	4	0	4
23	Sv	2006	Ja	-	Sv	Sv	-	2	4	1	1	0	4	4	4	4	1	0	1
24	Sv	2006	Ja	-	Sv	Sv	-	1	4	1	4	1	4	4	4	4	4	1	4
25	Sv	2006	Ja	-	Sv	Sv	-	1	4	4	4	4	1	4	4	4	4	4	4
26	Sv	2006	Ja	-	Sv	-	-	0	3	1	4	0	0	4	0	4	4	0	0
27	Sv	2006	Ja	-	Sv/Serbiska	Sv	-	0	1	0	0	0	4	4	4	4	0	0	0
28	Sv	2006	Ja	-	Sv	Sv	-	3	1	1	3	0	4	4	4	1	4	0	0
29	Sv	2006	Ja	-	Sv	Sv	-	1	1	1	1	1	4	4	4	4	4	0	1
30	Sv	2006	Nej	2012	Somaliska	Sv/Somaliska	Nej	2	4	1	1	1	1	4	1	1	4	0	0
31	Sv	2006	Nej	2014	Somaliska	Sv/Arabiska	Nej	2	4	1	1	1	3	3	1	3	1	0	1
32	Sv	2006	Ja	-	Engelska	Sv	-	3	3	1	1	4	4	4	4	4	1	0	1
33	Sv	2006	Ja	-	Kurdiska	Kurdiska	-	3	1	3	1	0	1	4	4	1	0	0	0
34	Sv	2006	Ja	-	Serbiska	Sv/Serbiska	-	0	1	1	1	0	1	4	4	4	0	0	0
35	Sv	2006	Ja	-	Sv/Arabiska	Arabiska	-	3	1	1	1	1	1	4	1	4	0	0	1
36	Sv	2006	Ja	-	Thailändska	Sv	-	1	1	2	1	1	1	4	1	1	1	1	4
37	Sv	2006	Ja	-	Arabiska	Sv	-	3	4	1	1	1	4	4	4	4	4	1	4
38	Sv	2006	Ja	-	Sv	Sv	-	3	1	1	4	1	4	4	4	4	4	0	4
39	Sv	2006	Ja	-	Sv	Sv	-	3	4	0	1	0	4	4	1	4	0	0	0
40	Sv	2006	Ja	-	Arabiska	Sv	Tunisien	3	1	3	4	1	4	4	4	4	4	0	1
41	Sv	2006	Ja	-	Sv	Sv/Engelska	-	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0



42	Sv	2006	Nej	2016	Arabiska	Arabiska	Syrien	0	1	1	1	1	1	1	1	4	4	4	0	1
43	Sv	2006	Ja	-	Sv	Sv	-	1	1	1	4	0	3	1	4	4	1	0	0	
44	Sv	2006	Nej	2015	Arabiska	Arabiska	Syrien, Turkiet	0	4	3	1	0	4	4	4	4	0	0	0	
45	Sv	2006	Ja	-	Sv	Sv	-	3	4	1	4	0	4	4	4	4	1	1	4	
46	Sv	2006	Ja	-	Sv/Bosniska	Sv	-	3	1	1	0	1	4	4	4	4	4	0	1	
47	Sv	2006	Ja	-	Sv	Sv	-	0	4	1	4	4	1	4	4	4	4	4	4	
48	Sv	2006	Ja	-	Sv	Sv	-	0	1	1	0	0	4	4	1	1	0	0	0	
49	Sv	2006	Ja	-	Sv	Sv	-	3	1	1	4	0	0	0	0	0	0	0	0	
50	SvA	2006	Nej	2013	Somaliska	Somaliska	Somalia	1	1	2	1	0	1	0	0	0	0	0	0	
51	SvA	2006	Ja	-	Arabiska	Sv	-	2	1	1	1	0	4	4	4	1	0	0	0	
52	Sv	2006	Ja	-	Sv	Sv	-	0	4	2	0	1	4	4	4	4	0	0	4	
53	Sv	2006	Ja	-	Sv	Sv	-	0	4	2	0	0	1	4	4	1	0	0	0	
54	Sv	2006	Ja	-	Bosniska	Sv	-	0	4	2	1	1	4	4	4	4	0	0	4	
55	Sv	2006	Ja	-	Sv	Sv	-	0	1	2	0	1	1	3	1	1	1	0	1	
56	Sv	2006	Ja	-	Sv	Sv	-	2	4	0	4	1	4	4	4	4	0	0	0	
57	Sv	2006	Ja	-	Sv/Estniska	Sv	-	2	4	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	
58	Sv	2006	Ja	-	Somaliska	Sv	-	2	4	2	1	1	4	4	4	4	1	1	4	
59	Sv	2006	Ja	-	Spanska	Sv	Dom. Republik.	0	4	2	0	1	4	4	4	4	4	0	4	
60	SvA	2006	Ja	-	Tigringa/Sv	Sv	-	1	1	2	1	0	4	3	1	1	0	0	0	
61	Sv	2006	Nej	2013	Spanska	Spanska	Spanien	0	4	2	1	4	4	4	4	4	4	1	4	
62	Sv	2006	Ja	-	Sv	Sv	-	2	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
63	SvA	2006	Ja	-	Hemspråk	Sv, hemspråk	-	1	4	1	3	1	4	4	4	4	4	4	4	
64	SvA	2006	Ja	-	Sv/Albanska	Sv/Albanska	-	1	1	1	1	1	4	4	4	4	0	4	1	
65	SvA	2006	Nej	2012	Sv	Sv/hemspråk	Filippinerna	1	0	1	1	4	4	4	4	1	1	4	4	
66	SvA	2006	Ja	-	Sv	Sv	-	0	1	3	1	1	4	3	1	3	0	0	4	
67	SvA	2006	Ja	-	Albanska	Sv/Albanska	-	4	4	1	1	4	4	4	4	4	4	4	4	
68	SvA	2006	Ja	-	Assyriska	Sv	-	1	1	1	0	1	4	4	4	4	0	0	0	
69	SvA	2006	Nej	2016	Persiska	Persiska	Iran	4	4	0	0	1	4	4	4	4	0	0	4	

70	SvA	2006	Ja	-	Sv/Turkiska	Sv	-
71	SvA	2006	Ja	-	Sv/Arabiska	Sv	-
72	SvA	2006	Ja	-	Sv	-	-
73	SvA	2006	Nej	2014	Sv/Dari	Sv/Dari	-
74	SvA	2005	Ja	-	Sv/Bosniska	Sv/Bosniska	-
75	SvA	2005	Ja	-	Sv/Kurdiska	Sv	-
76	Sv	2005	Ja	-	Sv/Engelska	Engelska	-

2	2	0	4	4	1	1	4	4	0	4	4
1	1	1	4	4	4	4	4	4	4	4	4
4	1	2	0	0	4	4	4	1	0	3	0
4	1	2	4	1	4	4	4	1	4	4	4
4	4	2	1	1	4	4	4	4	4	4	4
0	1	0	1	1	4	4	1	4	0	0	4
3	4	1	4	1	4	4	1	1	0	0	4

## Bilaga 4

	0	0	1	1	2	2	3	3	4	4
P1	18	24%	20	26%	11	15%	20	26%	7	9%
P2	2	3%	32	42%	2	3%	7	9%	33	43%
P3	7	9%	44	58%	15	20%	8	10%	2	3%
P4	11	15%	39	51%			3	4%	23	30%
N1	24	32%	42	55%			1	1%	9	12%
N2	3%	4%	18	23,50%			2	2,50%	53	70%
N3	5	7%	6	8%			4	5%	53	70%
N4	6	8%	18	23,50%					52	68,50%
N5	5	7%	15	19%			3	4%	53	70%
N6	33	43,50%	14	18,50%					29	38%
N7	47	62%	12	16%			2	3%	15	19%
N8	25	33%	17	22%					34	45%