GÖTEBORGS UNIVERSITET

Elevers baskunskaper i matematik

En jämförelse efter problembaserad undervisning

Jasminka Sacic

Uppsats: Magisteruppsats i ämnesdidaktik (15hp)
Kurs: Examensarbete i ämnesdidaktik PDA 461
Termin/år: VT/2018
Handledare: Christian Bennet
Examinator: Peter Nyström
Rapportnummer: VT18-2930-PDA461-001

Abstrakt

Examensarbete inom lärarutbildningen
Titel: Baskunskaper i matematik-jämförelsestudie
Författare: Jasminka Sacic
Termin och år: Vårterminen 2018
Kursansvarig institution: Institutionen för didaktik och pedagogisk profession
Handledare: Christian Bennet
Examinator: Peter Nyström
Rapportnummer: VT18-2930-PDA461-001
Nyckelord: Baskunskaper i matematik, ämnesdidaktisk analys, Diamantdiagnoser, elever med särskilda matematiska förmågor, problemlösning, matematiktävlingar.

Syftet med denna studie är att undersöka hur elever utvecklar baskunskaper i matematik beroende av vilken typ av undervisning de har. Eleverna i mattespetsgrupper har haft undervisning genom problemlösning och eleverna i vanliga klasser har haft en vanlig matematikundervisning.

Denna studie bygger på didaktisk ämnesteori och didaktisk ämnesanalys. Didaktisk ämnesteori används som analyserande verktyg för att analysera lektioner, utveckla matematikinnehåll och didaktiska ämneskunskaper. Den didaktiska ämnesanalysen analyserar matematiken utifrån didaktiken dvs ur lärande och undervisningsperspektiv. Teorin bakom problemlösningsuppgifter förklaras genom Taflins (2007) avhandling.

För att kunna uppfylla studiens syfte och besvara på frågeställningar görs en jämförelsestudie. Studieresultaten jämförs mellan samtliga undersökningsgrupper och även med studieresultaten från Löwings (2016) forskning. Kartläggningen av elevernas resultat i baskunskaper i matematik utförs med hjälp av *Diamantdiagnoser* i början av läsåret och i början av vårterminen där eleverna har antingen haft undervisningen i vanliga klasser eller i klasser med undervisning genom problemlösning.

Didaktiska ämnesteori och didaktisk ämnesanalys används som verktyg för att analysera studiens resultat. Vid jämförelsen av resultaten i början och i slutet av undersökningen mellan en mattespetsgrupp åk 6 och vanliga klasser åk 6 samt en mattespetsgrupp åk 9 och vanliga klasser åk 9 visade sig alla undersökningsgrupper förbättrades vid besvarande av en del uppgifter som de hade tetats dock mattespetsgruppen åk 9 hade mest förbättrat sina resultat.

Undervisning genom problemlösning hjälper eleverna att utveckla bättre grundläggande kunskaper i matematik. Det visar sig att eleverna från mattespetsgruppen har även bättre resultat i grundläggande kunskaper i matematik jämfört med forskningsresultatet på nationell nivå.

En förändring i undervisningen är en långsam process. Lärarnas ämneskunskaper i kombination med kunskaper om hur innehållet skall undervisas är faktorer som påverkar elevernas resultat mest. Undervisning genom problemlösning utvecklar elevernas baskunskaper i matematik.

Innehåll

1. Inledning

Att undervisa i ämnet matematik på en skola är det bästa som finns. Jag har tretton års erfarenhet som undervisande matematiklärare med behörighet att undervisa i matematik från åk 1 till åk 9. Min lärarkarriär är fylld med arbetsglädje och lust att lära barnen matematik under alla dessa år. Jag älskar mitt läraryrke och jag älskar att bidra till en kunskapsutveckling hos elever som de kan använda sedan i livet. Det gör mig varmt om hjärtat när jag får respons av elever där de påpekar att de förstår matematiken bättre och att de tycker att det är roligt med ämnet.

Efter nio års hårt arbete fick jag äran att bli förstelärare på min skola med inriktning mot ämnet matematik. I samband med uppdraget kom jag bland annat på idén att forma en grupp med namnet "mattespetsen" där kravet var att deltagarna skulle ha både intresse för matematik och goda förkunskaper i matematik. Första året samlade jag in ett tjugotal elever från högstadiet, som stannade en extra lektion på fredagar för att utveckla sina matematiska förmågor. Eleverna var blandade från årskurs 7 till årskurs 9. För dessa elever var mattespetsgruppen en gemensam träffpunkt där de fick utmana sina matematiska förmågor. Andra året utökades lektionerna med två extra tillfällen för mattespetsgruppen; ett tillfälle för högstadieelever och ett för mellanstadieelever. Mitt tredje år som förstelärare gav mig möjligheten att undervisa elever med särskilda matematiska förmågor inom ramen för elevens val.

Gemensamt för alla dessa utmaningslektioner var att träna på problemlösningsuppgifter där eleverna hade möjlighet att visa sina matematiska förmågor genom att redovisa lösningsmetoder samt resonera kring problemlösningsguppgifter. Vi gick igenom gamla uppgifter från matematiktävlingar som HMT (Högstadiet matematiktävling), Pythagoras Quest, Pangea och Kängurutävlingen.

Genom åren upptäckte jag att eleverna som började högstadiet hade bristande baskunskaper i matematik. Jag undrade hur jag som lärare kunde hjälpa elever som hade brister i bland annat subtraktion med decimaltal, division med bråktal eller räkning med procent. Därför fick jag idéen att forska och skriva en uppsats om detta. Att ta initiativet att forska som aktionsforskare blir en del av mitt uppdrag som förstelärare att bidra till kunskapsutveckling i ämnet matematik på skolan.

2. Syfte och frågeställningar

Studien jämför elevernas resultat från *Diamantdiagnoser* i mattespetsgrupper jag nämnde i förordet, med elevernas resultat i klasser med vanlig matematikundervisning. Studieresultat jämförs med Löwings (2016) forskningsresultat på nationell nivå.
Mer detaljerad beskrivning kommer senare i texten under avsnittet 5.2.1 och 5.2.2

2.1 Syftet med studien

Syftet med studien är att jämföra hur eleverna utvecklar baskunskaper i matematik dels beroende av vilken typ av undervisningen de har fått. Baskunskaper i matematik i två elevgrupper jämförs dels sinsemellan före och efter undervisningssekvens och dels med data på nationell nivå. Den ena gruppen utgjordes av vanliga klasser i åk 6 och åk 9, medan den andra gruppen utgjordes av elever i åk 6 och åk 9 som på frivillig bas gavs extra lektioner i problemlösning.

2.2 Hypotes

Mot bakgrund av att eleverna som deltar i mattespetsgrupperna har särskilda matematiska förmågor förväntats att de kommer att utveckla baskunskaper i matematik i större utsträckning än de andra eleverna i undersökningen. Mer detaljerad beskrivning om mattespetsgrupperna finns i avsnitt 5.2.2 och om eleverna med särskilda matematiska förmågor i avsnitt 3.2.2.
Mitt antagande är att eleverna i mattespetsgrupperna som undervisas genom problemlösning kommer att visa bättre resultatökning i baskunskaper i matematik.

2.3 Frågeställningar

För att kunna utföra en jämförelsestudie är det relevant att undersöka vad alla undersökningsgrupper har för resultat i baskunskaper i matematik. Detta har gjorts med hjälp av *Diamantdiagnoser*. Därav blir en första frågeställning: Vilka resultat visar elever i mattespetsgruppen respektive vanliga klasser i början av undersökningen?

Efter en termin undervisning genom problemlösning i mattespetsgrupperna och vanlig matematikundervisning i vanliga klasser kan frågan ställas: Vilka resultat visar elever i mattespetsgruppen respektive vanliga klasser i slutet av undersökningen? Den andra frågan skall besvara om den extra undervisningen genom problemlösning kan ge förbättrade resultat för den valda elevgruppen i baskunskaper i matematik.

3. Bakgrund

3.1. Baskunskaper i matematik

Baskunskaper i matematik är grundläggande kunskaper i matematik som eleverna behöver behärska för att kunna hantera vardagliga problem som kan uppstå i omgivningen, förstå och arbeta med andra skolämnen och kunna utvecklas vidare i matematik. I kursplanen för matematik enligt Lgr11 står det att " *Undervisningen i ämnet matematik ska syfta till att eleverna utvecklar kunskaper om matematik och matematikens användning i vardagen och inom olika ämnesområden. Undervisningen ska bidra till att eleverna utvecklar intresse för matematik och tilltro till sin förmåga att använda matematik i olika sammanhang.*" (Skolverket, 2017).

Att eleverna hade grundläggande brister i matematik diskuterades i olika debatter redan för 45 år sedan. En handledning från Skolöverstyrelsen kallad *Basfärdigheteter i matematik*, lades fram år 1971. Begreppet basfärdigheter grundades i läroplanen år 1969 och basfärdighetsnivån anpassades till de 15 % lägst presterande eleverna. Målet preciserades för varje stadium, moment för moment och handledningen innehöll konkreta förslag på hur lärarna kunde prioritera stoffet. Man hade inte haft organiserad fortbildning i basfärdighetshandledning och det fanns inte några läromedel i basfärdigheter heller. Lärarna prioriterade vanliga läromedel och standardproven där uppgifternas svårighets grad låg betydligt över en basfärdighetsnivå. (Kilborn, 1981, s. 14).

Under 1980 talet satsade staten, förutom handledningen från Skolöverstyrelsen, även 12 miljoner kronor per år i fyra år för att höja elevernas grundläggande kunskaper i aritmetik och algebra genom fortbildning. Löwing (2004) skriver att oavsett satsningen lämnade elever grundskolan utan att nå baskunskaper i matematik.

Regeringen tillsatte år 1985 en arbetsgrupp med uppdrag att undersöka orsaker till försämrade resultat (Löwing M. , 2016).

"*Orsakerna till de dåliga resultaten var enligt arbetsgruppen:*

- *Kurs och timplanekonstruktionen*
- *Undervisningsmetoder*
- *Läromedels dominerande roll*
- *Undervisnings organisation*
- *Tidsanvändning*
- *Bristande diagnostisering och uppföljning*
- *Dåligt utnyttjande av forskningsresultat* (Löwing M. , 2016, s. 13).

Vidare refererar Löwing till Gustafsson & Myrberg (2002) och Hattie (2009) när hon skriver att ..."*Den avgjort viktigaste kunskapen som en lärare behöver för att kunna hjälpa elever att utveckla sitt matematiska kunnande är ämneskunskaperna och kunskaper om hur dessa kan undervisa*" (Löwing M. , 2016, s. 26).

Bristande baskunskaper i matematik hos svenska elever har på senare tid diskuterats i medierna. Bennet & Löwing (2014) beskriver på DN debatt de bristande matematikkunskaper som elever har när de börjar årskurs 1 i gymnasieskolan. Beskrivningen utgår ifrån resultatet av ett kunskapstest från 1500 gymnasieelever i årskurs 1 i en större mellansvensk kommun. Eleverna som testades gick på ett nationellt program och alla hade godkänt betyg i årskurs 9 i matematik. Resultaten visar att dessa elever saknade grundläggande kunskaper gällande addition och multiplikation av enkla bråk eller i att hantera enkla procenträkningar - kunskaper som naturligt ingår i problemlösning. Deras resultat visar att elever inte generellt förbättrar grundläggande kunskaper när det gäller begrepp och enkla räkneoperationer från tidigare årskurser jämfört med resultaten i årskurs 8 och i årskurs 6. Hälften av eleverna hade under första åren på gymnasiet svårt med bråkräkning, något som man borde klara av under mellanstadiet. Detta är något som behöver uppmärksammas såväl hos elever som hos lärare som undervisar i grundläggande matematik.

Fortsättningsvis hävdar Bennet och Löwing i sin artikel att det inte är statens satsningar som är avgörande för förbättrade resultat utan snarare undervisningen som skall bedrivas. Antalet undervisningstimmar, betygssystem eller att forma klasser med mindre antal elever är inte avgörande för att förbättra resultatet i grundläggande kunskaper i matematik. Istället sägs i artikeln att "*...Forskningen visar att det är lärarnas ämneskunskaper i kombination med kunskaper om hur innehållet ska undervisas som är de faktorer som påverkar elevernas resultat mest...* " (Bennet & & Löwing, 2014).

I sin magisteruppsats skriver Andersson (2013) att eleverna har stora brister i sin förståelse för grundläggande taluppfattning, vilket påverkar deras förutsättningar att kunna förstå gymnasiets matematikkurser. Löwing (2016, s. 231) skriver i sin rapport att *"... förståelse i form av basfakta som grund för att behärska en metod eller ett begrepp, utgörs till stor del av utantillkunskaper...* "Vidare poängterar hon vikten av lärarnas insatser redan på lågstadiet där lärarna kan synliggöra olika beräkningar och visa matematiken i beräkningen för att ge förutsättningar för bättre förståelse.

Det finns vissa kritiska aspekter i grundläggande kunskaper i matematik som enligt Löwing (2016) visar sig vara svåra för eleverna genom åren och som är relevanta att ta upp här. Hennes resultat visar att elever har samma problem med multiplikation och division vid olika årskurser. Exempelvis har 50 % av eleverna från årskurs 7 i en mening för få rätt på diagnosen AG8. Det framgår i Löwings forskningsrapport att 41 % av eleverna från gymnasiet hade för får rätt i multiplikationsfakta.

Försämrat resultat i grundläggande kunskaper i multiplikation/division påverkar även elevernas problemlösningsförmåga (Löwing M. , 2016). Att eleverna har brister i grundläggande aritmetik är känt sedan tidigare. Även Killborn (1979) beskriver bristande kunskaper i aritmetik och vad detta har för betydelse i elevernas fortsätta kunskapsutveckling.

I Löwings forskningsrapport (2016) visade sig att division med bråk med ett naturligt tal och där man använder delningsdivision var svårt för eleverna. Uppgiften $\frac{6}{5}\big/3$ löste eleverna från åk 8 med lösningsfrekvens 33 % och eleverna från Gy åk 1 med lösningsfrekvens 44 %. Ännu lägre lösningsfrekvens hade eleverna på uppgiften $2\big/\frac{1}{3}$ med lösningsfrekvens 12 % från åk 8 och lösningsfrekvens 24% från Gy åk 1.

Att dividera bråk där nämnaren är ett bråktal är det svåraste momentet vid beräkningar med tal i bråkform. Löwings studie (2016) visar att eleverna inte behärskade grunderna i bråkbegrepp inom lägre årskurser som åk 4 och åk 5. Detta bidrar till försämrat resultat när eleverna kommer till åk 6, åk 9 och gymnasiet. Det visar sig att en stor andel elever inte behärskar att en helhet ska delas i lika stora delar. I årskurs 4 gör 64 % av eleverna fel vid dessa beräkningar och i årskurs 5 är det 39 % av eleverna som gör fel. Resultaten visar att eleverna saknar baskunskaper om bråkbegreppet när de lämnar åk 6. Konsekvenserna blir att eleverna visar sämre resultat i åk 8 och åk 1 i gymnasiet vid enkel bråkräkning. Det är värt att nämna att 33 % av de elever som valde matematikintensiva linjer på gymnasiet hade för få rätt. Enligt Löwing (2016) ger bristande kunskaper i bråkräkning konsekvenser i algebra och vid ekvationslösning.

Kunskaper om tal i bråkform utgör förkunskaper för tal i decimalform. Bråk utgör också en förkunskap i procenträkning där bråkform används vid beskrivning av andelar. Kunskaper i bråkräkning är en central förkunskap för algebra och hantering av ekvationer. *"Att elever kan multiplicera, dividera eller förlänga tal i bråkform är nödvändigt på flera av gymnasieskolans program och grunden skall läggas i grundskolan"* (Löwing M. , 2016, s. 82).

Enligt kartläggningen som Löwing (2016) utförde saknar alltför många elever grundläggande matematikkunskaper, begrepp och färdigheter, dvs en verktygslåda som är nödvändig att ha vid problemlösning.

3.2 Problemlösningsuppgifter som utmaning för elever med god matematisk förmåga

Skolverket skriver i sitt kommentarmaterial till kursplanen i matematik att …

"Matematiska problem är situationer eller uppgifter där eleverna inte på förhand känner till hur problemet ska lösas. Istället måste de undersöka och prova sig fram för att finna en lösning. Matematiska problem kan också beskrivas som uppgifter som inte är av rutinkaraktär. Oftast förekommer ett problem i en konkret situation som gör att eleverna behöver göra en matematisk tolkning av situationen" (Skolverket, Kommentarmaterial till kursplanen i matematik, 2017, s. 27)

De som har problem med avkodning anstränger sig vid läsning och ger all sin kraft till avkodning av orden i texten. Därmed uppfattar de inte innehållet i texten. Enligt Löwing (2008) har elever som inte behärskar grundläggande räkneoperationer med flyt, svårt med att analysera och arbeta med problemlösningsuppgifter. Löwing (2016) skriver att resultatet från undervisningen, i eller via problemlösning, är beroende av elevernas grundläggande kunskaper. Brister i de kunskaperna riskerar att påverka elevernas problemlösningsförmåga.

Lester (1996, s. 85) beskriver hur förmågan att lösa problem utvecklas under lång tid och att problemlösningsförmåga tycks vara en funktion av fem faktorer som är beroende av varandra. Dessa faktorer är: "

- *Kunskap och användning*
- *Kontroll*
- *Uppfattning av matematik*
- *Affekter*
- *Sociokulturella sammanhang.* Lester (1996, s. 85)

3.2.1 Matematikundervisning genom problemlösning

Matematikundervisning genom problemlösning används i denna studie där problemlösningsuppgifter från matematiktävlingar var centrala i undervisningen. Vad problemlösning innebär i matematikundervisning har Taflin (2007) hänvisat i sin avhandling till Wyndham (2000) om de tre olika sätten att se på undervisning kring problemlösning: matematikundervisning för problemlösning, matematikundervisning om problemlösning, matematikundervisning genom problemlösning.

Matematikundervisning för problemlösning lägger fokus på att eleverna ska få kunskaper i matematik för att kunna lösa problem. Det är viktigt med en transferprocess där eleverna utvecklar förmågan att överföra kunskaper från en kontext till en annan.

I matematikundervisning om problemlösning använder eleverna Pólyas (2005) modell som en metod vid problemlösning. Enligt honom innebär problemlösning att följa några viktiga steg: förstå problemet, lägga upp en plan, genomföra planen och kontrollera lösningen. I det första steget är det viktigt att elever läser texten och förstår problemet. Om inte gör det blir problemlösningen meningslös enligt Pólya (2005). Vad som är givet i uppgiften och vad eleverna bör söka i det första steget. För att lösa problemet i det andra steget behöver elever använda lämpliga strategier som verktyg tex. gissa, prova, rita en bild, söka mönster, ekvationer, tabeller, logiskt resonemang etc. Eleverna skall använda sig av lämpligt räknesätt för att lösa problemen. I det tredje steget genomför eleverna planen eller använder lämpliga räknesätt och lämpliga strategier för att lösa problemet. I det slutliga steget kontrollerar elever om lösningen stämmer, om det finns andra lösningarna för att lösa samma problem, om det finns någon enklare metod att lösa problemet etc.

Undervisning i matematik genom problemlösning enligt Taflin (2007) innebär att läraren använder problemlösning som ett underlag för att stimulera elevers engagemang och därmed ger möjligheten till eleverna att upptäcka nya matematiska begrepp, procedurer och strategier. Målet med matematikundervisning genom problemlösning beskrivs av Lester (2007) på följande sätt: *"Att undervisa i matematik via problemlösning har som huvudmål att eleverna ska utveckla en djupare förståelse för matematiska begrepp och metoder. Vägen till förståelse går via elevernas arbete med utvalda problem där den matematiken som ska studeras finns inbäddad"* (Lester F. K., 2007, s. 95).

Taflin (2007) skriver i sin avhandling att det är viktigt att läraren tydliggör vilka matematiska kunskaper som används eller skapas. För att eleverna ska förstå vad de lär sig vid problemlösning behövs särskild undervisning i problemlösning. Att lösa många problem och att detta sker under hela skolans gång är en viktig del av undervisningen. Undervisning genom problemlösning kan vara ett tillfälle för lärande där man utgår från vardagsnära problem.

Lester (1996) uppmuntrar lärare att undervisa genom problemlösning i citaten: *"Att hjälpa barn att bli bättre problemlösare är inte bara ett utomordentligt viktigt mål, det är också den mest spännande utmaningen en lärare kan få. Om jag bara fick ge ett enda råd till en lärare som har tänkt börja med problemlösning, så skulle det vara: Kom ihåg att barn är problemlösare av naturen. Lärarens arbete är att försöka utveckla denna naturliga förmåga så långt det går ... "* (Lester F. K., 1996, s. 91).

Lester (1994) poängterar att det är viktigt att lärarna inte visar lösningen eller svaren i förväg, något som kan bli en barriär till inlärning av problemlösningsuppgifter. För att elever ska bli framgångsrika problemlösare måste lärare acceptera att utveckling av problemlösningsförmåga går långsamt och det är ett långsiktigt mål. Lärare måste utveckla i klassen normer vid undervisning av problemlösningsuppgifter där man lyssnar på varandras idéer och förslag på olika lösningar. Undervisning genom problemlösning borde i mitt tycke bli en naturlig del av matematikundervisning på skolan.

Schoenfeld (1992, s. 365) skriver att i *Mathematics Framework (*California State Department of Education) *rekommenderas* till lärare att:"

- *Model problem-solving behaviour whenever possible, exploring and experimenting along with students.*
- *Create a classroom atmosphere in which all students feel comfortable trying out ideas.*
- *Invite students to explain their thinking at all stages of problem solving.*
- *Allow for the fact that more than one strategy may be needed to solve a given problem and that problems may require original approaches.*
- *Present problem situations that closely resemble real situations in their richness and complexity so that the experience that student in the classroom will be transferable".*

Taflin (2007) refererar till Lester (1996) att det finns fyra typer av åtgärder för förbättrad undervisning i problemlösning.

- elever måste lösa många problem för att förbättra sin problemlösningsförmåga
- vara medveten om att problemlösningsförmåga utvecklas långsamt och under en lång period
- elever måste förstå att deras lärare tycker att problemlösning är betydelsefullt för att de ska ta till sig undervisningen
- de flesta elever tjänar på systematisk undervisning i problemlösning

Huvudmålet med undervisning genom problemlösning är att få djupare förståelse för matematiska begrepp och metoder. Nyckeln till förståelse är att eleverna försöker skapa mening i de problemuppgifter de arbetar med, och att även eleverna har ett eget engagemang under arbetsprocessen. Genom problemlösning lär sig eleverna (Lester F. K., 2007) att tänka matematiskt vilket i sin tur hjälper dem att använda dessa kunskaper i vilken annan situation som helst.

3.2.2 Elever med goda matematiska förmågor

Det är relevant här att skriva några ord om särskild begåvade matematikelever eftersom en av undersökningsgrupperna består av högpresterande matematikelever.

Det framgår i skollagen att vi ska ta hänsyn till elevernas olika behov även till de elever som har särskilda styrkor i olika ämne och dessa elever har rätt att få utmaningar på den nivå de befinner sig. I skollagens tredje kapitel, tredje paragrafen står:

"Alla barn och elever ska ges den ledning och stimulans som de behöver i sitt lärande och sin personliga utveckling för att de utifrån sina egna förutsättningar ska kunna utvecklas så långt som möjligt enligt utbildningens mål. ... Elever som lätt når de kunskapskrav som minst ska uppnås ska ges ledning och stimulans för att kunna nå längre i sin kunskapsutveckling".

Det finns matematikdidaktiska forskningsstudier i Sverige om elever med speciella matematiska förmågor. Växjö Universitet - nuvarande Linnéuniversitetet - startade projektet "Pedagogik för elever med intresse och fallenhet för matematik" med syfte att undersöka bland annat hur pedagogiken kan utvecklas för att passa elever med särskild fallenhet för ämnet (Wistedt, 2007). Petterson (2011) skriver i sin avhandling om hur elever med särskilda matematiska förmågor karaktäriseras och om hur skolan bör bemöta dessa elever.

De intresserade eleverna i ämnet matematik har möjlighet att skapa spettsgrupper eller profilerade klasser. Enligt Kjellmans (2003) rapport från utbildningsnämnden i Stockholm fattades beslutet hösten 1999 att erbjuda stadens grundskolor att delta i ett projekt med speciell inriktning i matematik och naturvetenskap. På grund av ett stort intresse för denna typ av klasser beslutade skolborgarrådet i Stockholm, Jan Björklund, att driva frågan om att inrätta klasser med speciell inriktning i matematik och naturvetenskap. Syftet med profilerade klasser i matematik och naturvetenskap var att ge möjlighet till studiemotiverade elever att fördjupa sina kunskaper i de ämnena. Tanken var att profilerade klasser skapar en skolutveckling i undervisning för Ma/No ämnen. Enligt undersökningen som utfördes var rektorerna positiva till satsningen eftersom skolorna hade fått fler elever med godkända resultat i kärnämnen och fler elever blev studiemotiverade (Kjellman, 2003).

Den andra möjligheten är att utmana elever med problemlösningsuppgifter som finns i de tillgängliga matematiktävlingarna.

3.2.3 Matematiktävlingar

I en undersökningsgrupp, här benämnd "mattespetsgruppen", har problemlösningsuppgifter från matematiktävlingar använts som ett underlag för matematikundervisning genom problemlösning. Vilka matematiktävlingar det handlade om beskrivs nedan.

I Sverige anordnas en del matematiktävlingar för olika stadier. Bland de första som startades var Kängurutävlingen. **Kängurutävlingen** är en matematiktävling som genomförs varje år. Tävlingen är riktad till alla elever och det är inte en elittävling. Under åren har antalet deltagande länder vuxit. När Sverige var med första gången år 1998 hade organisationen 20 länder och år 2013 var antalet uppe i 60 länder där 6,3 miljoner elever deltog. Inför tävlingen 2014 har Rumänien väckt idén att anmäla Kängurutävlingen till Guinnesrekordbok, som den största internationella matematiktävlingen. Tävlingen genomförs i Sverige i samarbete med NCM (Nationellt centrum för Matematikutbildning) och med stöd av Skolverket. Avsikten med Känguruuppgifterna är att stimulera elevernas intresse för matematik genom problemlösningsuppgifter, som skall väcka nyfikenhet och intresse för att lära sig matematik. Det finns en del elever som tycker om matematiktävlingar och en del som behöver utmanas. Det är inte ett prov utan ett utbud av intressanta problem för vidare arbete. Tidigare problem från Kängurutävlingen och deras lösningar kan man hitta på NCM:s hemsida http://ncm.gu.se/ (NCM, 2018).

Danderyds Gymnasium har sedan 1986 haft en speciell matematisk inriktning, kallad matematikgymnasiet. För de svenska gymnasieskolorna startades en matematiktävling redan år 1961. Matematiksatsningen på Danderyds Gymnasium ledde fram till att man även bestämde sig för att starta en tävling för landets högstadieskolor, HMT. Högstadiets matematiktävling började år 1988 som en lokal matematiktävling för alla högstadieskolor i Stockholmsområdet. Två år senare tog tävlingen ett steg ut i landet och blev en rikstäckande matematiktävling. Syftet med tävlingen är att stimulera intresset för matematik och matematikstudier bland grundskoleeleverna. Tävlingen skall pröva elevernas problemlösningsförmåga, kreativitet och fantasi. Den fordrar inga andra matematikkunskaper än vad en niondeklassare kan förväntas ha. Fokus är främst logiskt tänkande och problemlösning, samt att kunna uttrycka sig med matematiskt språk (Högstadiets Matematiktävling, 2018).

Tävlingen **Pangea** är en matematiktävling avsedd för eleverna från åk 4 till och med åk 9. Tävlingen består av tre omgångar. Frågorna är kategoriserade i två delar: lätta och svåra. Målet med Pangea är att motivera alla deltagare i matematik. År 2016 deltog mer än 5 000 elever inom Sverige (Pangea, 2017). Tävlingen **Pythagoras Quest** är ett initiativ från Handelskammaren och Malmö Borgarskola där syftet är att lyfta matematikens betydelse för framtidens arbetskraft. Detta är Sveriges största lagtävling i matematik för högstadieelever och har mött stort positivt gensvar från både elever och lärare (Pythagoras Quest, 2018).

4. Teoretisk bakgrund

Denna studie undersöker om undervisning genom problemlösning kan ge förbättrade resultat i baskunskaper i matematik. Baskunskaper i matematik testas här genom *Diamantdiagnoser*. Teorigrunden för denna studie utgörs till en del av den teoretiska grunden för *Diamantdiagnoser* dvs didaktisk ämnesteori och didaktisk ämnesanalys. Teori bakom undervisning genom problemlösning har Taflin (2007) förklarat i sin avhandling och mer om denna teori finns i avsnittet 4.4.

4.1 Didaktisk ämnesteori

Löwing (2016, s. 32) skriver att
"Didaktisk ämnesteori behandlar hur en individ kan tillägna sig ämneskunskaper i en given situation. Ett led i denna teori är att beskriva matematiken som sådan, det vill säga den matematiska begreppsapparaten, utifrån ett lärandeperspektiv, till skillnad från en beskrivning utifrån ett logiskt eller ett inom matematiskt eller ett filosofiskt perspektiv, vilket också är möjligt".

Schulman (1986) och andra forskare lyfter fram en speciell lärarkunskap som kallas Pedagogical Content Knowledge, PCK, och som visar kopplingar mellan pedagogik och ämnesdidaktik. Lärare behöver behärska ämneskunskaper och förstå innehållet på ett specifikt sätt, regler för hur innehållet skall behandlas i undervisningen och hur man skall utrycka sig. Schulman lyfter fram elevernas förkunskaper och att det är viktigt att veta vad eleverna har för uppfattning och förståelse av ett visst innehåll innan man börjar arbeta med det.

Ball (2008) har poängterat att det är många som använder Schulmans idéer men koppling mellan de olika matematiska områdena i relation till varandra saknas. Ball ville teoretiskt utveckla innebörden i PCK och därefter testa den empiriskt. Ball strävade efter att undersöka vilka ämneskunskaper lärare behöver för att undervisa i matematik. Hennes forskargrupp studerade lärare i olika undervisningssituationer i klassrummet d.v.s. studerade vilket matematikinnehåll de har i sin undervisning. Hon lyfter fram hur matematiska idéer konkretiseras, de speciella sätt som lärare bör behärska för att kunna förklara innehållet för elever så att de förstår, hur eleverna uppfattar innehållet samt de kända missuppfattningar som kan förekomma hos eleverna. Han har utvecklat ett instrument som hjälper lärarna att se hur innehållet bör förstås för att kunna undervisa i det genom frekvent förekommande uppgifter t.ex. subtraktion med lån (307–198) eller division med tal i bråkform (1 1/4 dividerat med ½).

Löwing (Löwing M. , 2016, s. 33) skriver:
"Denna teori har som syfte att systematisera och förklara kunskaper om individens möjligheter att tillgodogöra sig matematiska kunskaper. Teorin avser även att utgöra grund för förenklade matematiska förklaringsmodeller som kan uppfattas av elever i olika åldrar och hur ett matematiskt begrepp som behandlas på ett sätt successivt kan transporteras och efter individuella behov göras allt mer stringent".

4.1.1 Didaktisk ämnesanalys

Den didaktiska ämnesanalysen ingår i den didaktiska ämnesteorin och analyserar matematiken utifrån didaktiken, dvs ur ett lärande - och undervisningsperspektiv. Den didaktiska ämnesanalysen tar upp både de olika begreppsnivåerna och de förkunskaper och delkunskaper som krävs för att utvecklas från en begreppsnivå till en annan.

"Den didaktiska ämnesanalysen av matematiken består i att utreda matematikens didaktiska struktur. Med denna struktur menas de relationer som råder mellan olika aspekter inom ett begrepp och mellan olika matematiska begrepp" (Löwing M. , 2016, s. 38).

Begreppen inom matematik bör inte uppfattas som konstanta utan något som kan byggas upp. Begreppen kan succesivt utvecklas från enklare begrepp, mer konkret förankrade till mer komplexa och abstrakta begrepp som går att generalisera. Löwing (2016) skriver att varje nytt matematiskt begrepp som eleverna skall lära sig är beroende av speciella förkunskaper. Att känna till vilka dessa förkunskaper är kan underlätta för lärare att bemöta elevernas behov och förebygga eventuella uppkomna svårigheter. Förkunskapsstrukturer kan leda till progression i undervisningen inom ett matematiskt innehåll. Dessa strukturer kan hjälpa oss att bygga skolans matematiska karta i sin helhet för att se att de olika delarna av matematiskt innehåll hänger samman. Dessa strukturer används även för konstruktion av det nationella bedömningsstödet *Diamant*.

4.2 Diamantdiagnoser

Diamant är ett diagnostiskt material i matematik för grundskolelever åk1-9 som hjälper undervisande lärare i matematik att kartlägga elevernas förkunskaper och ger stöd vid bedömningen och planeringen av matematikundervisningen. Det är utarbetat på Skolverkets uppdrag av Madeleine Löving, Marie Fredriksson, Christian Bennet och Susanne Frisk, vid Institutionen för didaktik och pedagogisk profession vid Göteborgs universitet. Diagnoser testar inte alla förmågor och inte enbart begreppsförståelse utan även om eleverna behärskar grundläggande kunskaper med flyt. (Skolverket, 2018). Grundläggande kunskaper och begrepp som testas i diamantdiagnoserna är viktiga redskap för eleverna för att kunna utveckla problemlösningsförmågan. *Diamantdiagnoser* är strukturerade utifrån en didaktisk ämnesanalys.

Den didaktiska ämnesanalysen testas kontinuerligt. Med hjälp av ämnesdidaktiska analyser går det att strukturera resultaten från diagnostiseringen. Diagnoser framtagna genom didaktiska ämnesanalyser kartlägger i vilken utsträckning elever i olika åldrar behärskar ett visst innehåll. Dessa diagnoser ger upphov till strukturscheman i *Diamantdiagnoserna.* Strukturen i diagnoserna är inte beroende av arbetssättet d.v.s. hur ett aktuellt innehåll undervisas. Det handlar om att ta reda på om eleverna har uppfattat begreppen på ett korrekt och generellt sätt. När dessa diagnoser enligt strukturscheman testas empiriskt ger diagnostiseringen upphov till resultatscheman.

Diamantdiagnoserna innehåller 127 diagnoser och är uppdelade i sex områden: Aritmetik (A), Rationella tal (R), Talmönster och algebra (TA), Mätning (M), Geometri (G) och

Sannolikhetslära och statistik (S). Varje område är uppdelat i delområden och varje delområde är uppdelat i diagnoser som testar olika begrepp. Varje område och delområde har didaktiska kommentarer som hjälper lärare med innehållet. Diagnoserna är uppbyggda utifrån en förkunskapsstruktur som utgår ifrån vilka kunskaper eleverna behöver behärska inom ett eller flera områden. Genom att jämföra resultatet på speciella uppgifter från flera olika diagnoser ser man ett mönster där elevernas förkunskaper saknas på individ/klass/skolans nivå. På detta sätt synliggörs elevernas brister som kan vara underlag till lärarnas planering i matematikundervisning. (Löwing M. , 2016).

Övergripande strukturscheman visar hur diagnoserna är kopplade till varandra inom varje delområde och område. Dessa kan hittas på skolverkets hemsida (www.skolverket.se/diamant).

4.3.Studiens diagnoser

Att använda diagnostiska uppgifter i matematik är inte något nytt. Löving (2004) skriver i sin avhandling om Skolöverstyrelsens diagnostiska uppgifter i matematik som hade för avsikt att hjälpa lärare att kartlägga den enskilde elevens kunskaper samt att hjälpa kommuner att styra resurser till de elever som behöver dem. Vidare skriver hon att dessa diagnoser gav henne en klarare bild av förkunskapens betydelse för inlärningen.

I denna studie används *Diamantdiagnoser* som prövar elevernas baskunskaper i multiplikation, division, tal i decimalform, tal i bråkform och tal i procentform.

4.3.1 Multiplikation och division

Diagnoser i aritmetik inleds med förberedande aritmetik, AF, där grundläggande taluppfattning testas. Därefter testas grundläggande aritmetik, AG, där eleverna bör behärska kunskaper med flyt. Dessa basfakta utgör grunder för skriftlig räkning, AS, och utvidgad aritmetik samt rationella tall, R. För att kunna räkna med flyt behöver eleverna ha en god taluppfattning som byggs upp under hela skoltiden (Löwing M. , 2016, s. 104).

Enligt Lgr11 skall eleverna behärska skriftliga räknemetoder i addition, subtraktion, multiplikation och division. Uppgifterna i diagnosen AG6 testar elevernas kunskaper i multiplikationsfakta och uppgifterna i diagnosen AG7 testar elevernas kunskaper i inledande generaliseringar av multiplikationsfakta. Uppgifterna i diagnosen AG8 visar hur eleverna behärskar divisionstabellen. Skriftlig multiplikation med ett, två- eller tresiffrigt tal med ett ensiffrigt tal testas i diagnosen AS4. Diamantdiagnoser AG6, AG7, AG8 och AS4 har prövats av elever, analyserats och diskuterats på individ/grupp- och nationell nivå av matematikdidaktiker, matematiklärare och skolledningar, och det finns även forskningsrapporter skrivna om det. Löwing (2016) presenterar i sin forskningsrapport, resultat från 2000 - 5000 elever i diagnoserna AG6, AG7, AG8 och AS4 som utfördes i slutet av respektive läsår.

Rapporten visar att av eleverna från årskurs 5 hade lösningsfrekvens 66 % på diagnos AG6, och av eleverna från årskurs 6 hade lösningsfrekvens AG6, där denna diagnos testar eleverna i multiplikationsfakta. Eleverna testades i inledande generaliseringar av multiplikationsfakta

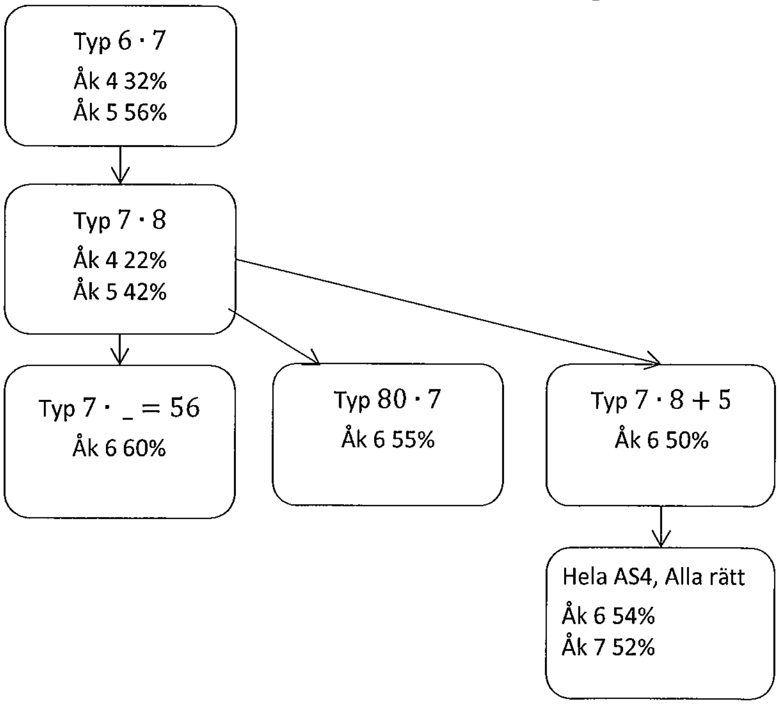
AG7, där eleverna från åk 5 hade lösningsfrekvens 47 % respektive elever från åk 6 hade lösningsfrekvens 58 %.

Vidare i resultatet från division i diagnosen AG8 visade det sig att elever från åk 6 hade lösningsfrekvens 56 % och elever från åk 7 hade lösningsfrekvens 50 % på uppgifterna. I diagnosen där kunskaper testades i skriftliga multiplikationsuppgifter hade eleverna från åk 6 lösningsfrekvens 75 % och eleverna från åk 7 hade lösningsfrekvens 73 %.

Enligt kunskapskraven för årskurs 6 skulle alla elever klara multiplikationsfakta men kartläggningen visar att var fjärde elev inte klarar kravet. Vid analysen visar det sig att eleverna har störst svårighet vid multiplikation med talen 6, 7, 8 och 9.

Eleverna på högstadiet skall kunna använda sig av multiplikationsfakta och behärska det för att kunna generalisera, vilket testas i diagnosen AG7. Resultatet från denna diagnos visar att elever i slutet av årskurs 6 hade lösningsfrekvens 42 % på denna diagnos. Konsekvensen blir att samma elever får problem med division vilket resultatet från diagnosen AG 8 visar där eleverna hade lösningsfrekvens 44 %. För att kunna analysera vilka förkunskaper som behövs vid diagnosen AG7 använder Löwing en didaktisk karta för att generalisera multiplikationsfakta vilket testas i diagnosen AG7.

Det är möjligt att göra en sambandsanalys i multiplikation där bristande baskunskaper i multiplikationsfakta påverkar resultatet i beräkningar i senare årskurser (Löwing M. , 2016).



Figur 1. Sambandsanalys, Multiplikation (Löwing M. , 2016, s. 145).

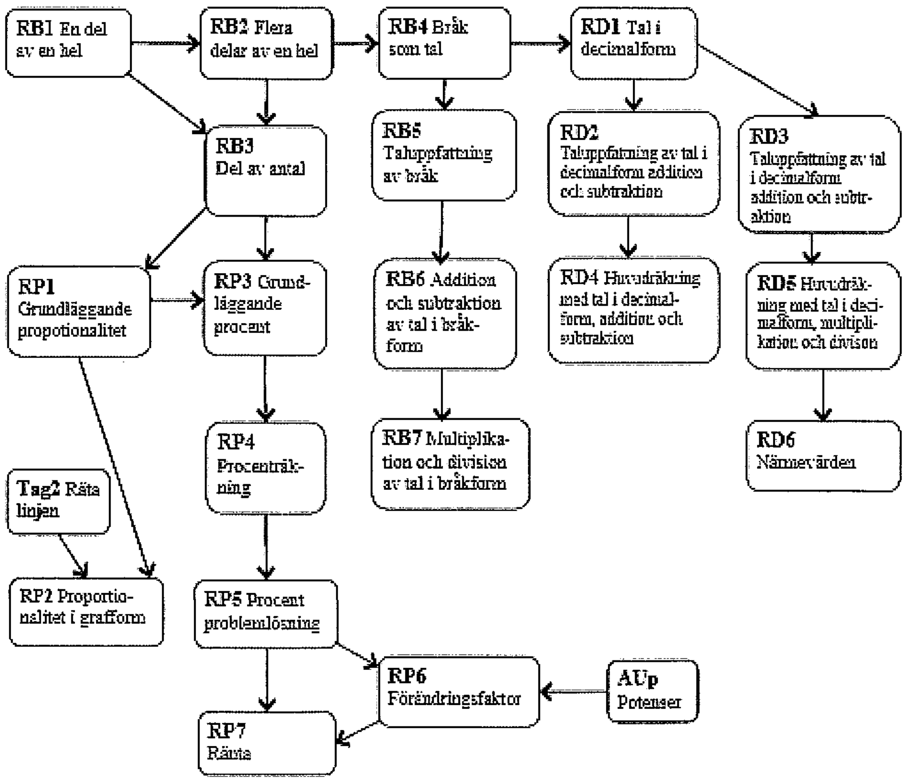
Enligt sambandsanalysen börjar svårigheten med multiplikationsfakta med en faktor som är högre än 5 dvs multiplikation med 6, 7, 8 och 9. Om eleverna inte behärskar den delen av multiplikationsfakta försvårar det för eleverna vid division med 6, 7, 8 och 9. Detta leder i sin tur till att det blir svårt vid multiplikation med tiotal där den ena faktor är 70, 80, eller 90. Brister i förkunskaperna leder till svårigheter när eleverna multiplicerar ensiffriga tal med tiotalövergång och en minnessiffra som i sin tur leder till brister i skriftlig multiplikation. Om eleverna inte behärskar ett visst innehåll kommer problemet att kvarstå i deras vidare matematikinlärning.

4.3.2 Rationella tal

Enligt Löwing (2016)finns det avgörande delkunskaper som eleverna bör behärska för att kunna räkna med tal i bråkform. De som behärskar följande tre grundläggande begrepp kan förstå och utföra de flesta operationer i beräkningar med tal i bråk form utifrån en didaktisk analys.

- nämnarens innebörd
- täljarens innebörd,
- varje tal i bråkform kan skrivas på oändligt många olika sätt.

För att kunna göra sambandsanalys mellan olika diagnoser och de olika delmoment i de grundläggande kunskaper i rationella tal som undersökningsgrupperna testades i, presenteras ett strukturschema för området rationella tal.



Figur 2. Strukturschema för området Rationella tal. (Löwing M. , 2016, s. 75).

Diamantdiagnoser RB1, RB2, RB3, RB4, RB5, RB6, RB67 testar följande moment i beräkning av tal i bråkform.

RB1 En del av en hel

RB2 Flera delar av en hel

RB3Del av ett antal

RB4 Bråk som tal

RB5 Taluppfattning av bråk

RB6 Addition och subtraktion av tal i bråkform

RB7 Multiplikation och division av tal i bråkform

Ett annat resultat enligt tabell 36 i Löwings forskningsrapport (2016, s. 203) visar att 57 % av eleverna från åk 5 hade för få rätt på diagnosen RB3 och 53 % av eleverna i åk 6 hade för få rätt på samma diagnos. Det betyder att de hade brister där man testar kunskaper i rationella tal, tolkade som del av antal. I samma tabell visar resultatet att 66 % av eleverna i åk 5 hade för få rätt på RB4 och 47 % av eleverna från åk 6 hade för få rätt på samma diagnos.

Diagnosen RB5 innehåller uppgifter där kunskaper testas i addition med bråk med samma nämnare, subtraktion med bråk med samma nämnare, multiplikation med ett bråk med ett heltal, division med bråk med ett heltal och division med ett bråk. Resultatet enligt tabell 36 visar att 49 % av eleverna från åk 6 hade för få rätt på RB5.

Diamantdiagnoser RB6 och RB7 testar elevernas förkunskaper i beräkning av tal i bråkform. Diagnosen RB6 innehåller uppgifter i addition med tal i bråkform där termerna har både samma och olika nämnare. Den innehåller även uppgifter i subtraktion där termerna har både samma och olika nämnare. Diagnosen RB7 innehåller uppgifter i multiplikation respektive division med tal i bråkform där nämnare är ett naturligt tal eller ett bråktal.

Enligt det centrala innehållet i Lgr 11 skulle eleverna på högstadiet klara centrala metoder för beräkningar med tal i bråk och decimalform vid överslagsräkning, huvudräkning samt vid beräkningar med skriftliga metoder och digital teknik. Kartläggningen av elevernas kunskaper vid starten av gymnasieskolan visar brister inom bråkräkning. Rapporten från Löwing (2016) visar att

"*Lösningsfrekvensen på uppgifter av typ* $\frac{3}{4}-\frac{1}{2}$, *vid starten av årskurs 1 i gymnasiet är 62 % för samtliga elever (Figur 4.17). Vid slutet av årskurs 8 är den 40 %. På uppgifter av typ* $6\cdot\frac{1}{2}$ *var lösningsfrekvensen i gymnasiet åk 1 66 % (Figur 4.20) jämfört med slutet av årskurs 8 då den var 65 %. Uppgifter av typ* $\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{5}$ *hade en lösningsfrekvens i årskurs 1 i gymnasiet på 52 %, jämfört slutet av årskurs 8, då den var 39 %.* (Löwing M. , 2016, ss. 220-221).

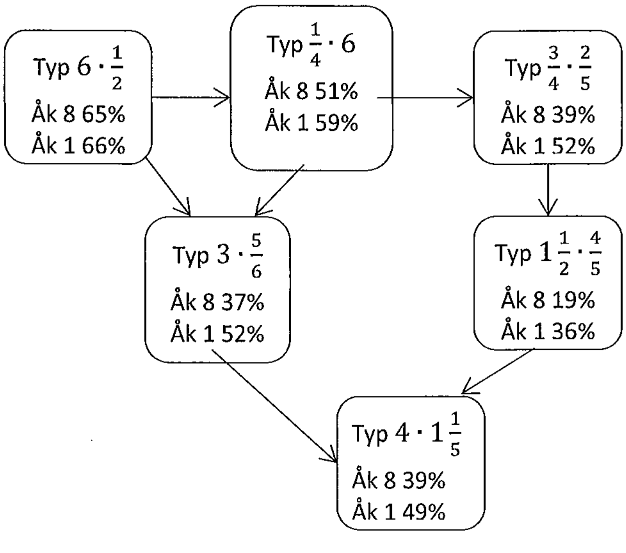
De flesta elever har rätt på uppgifter i addition med tal i bråkform med samma nämnare. Svårigheten börjar med uppgifter i addition med tal i bråkform med olika nämnare. Uppgifterna handlar om nämnarens innebörd - då nämnaren är olika måste först bråk skrivas med samma nämnare. Eleverna från åk 8 hade lösningsfrekvens 42 % rättbesvarade och eleverna från Gy åk 1 hade lösningsfrekvens 65% rättbesvarade. Detta innebär att eleverna visar att de inte behärskar addition med tal i bråkform med olika nämnare. Det betyder att liknämnighet är en central aspekt i undervisning av tal i bråkform.

På motsvarande sätt visar eleverna i svaren vid subtraktion med tal i bråkform där de löser uppgifterna bättre i subtraktion med tal i bråkform med lika nämnare. Lösningsfrekvensen för subtraktion med bråk med olika nämnare är lägre, lösningsfrekvensen är 40 % rättbesvarade för åk 8 och 62 % rätt besvarade för Gy åk 1.

Vid beräkning av uppgifterna i subtraktion med tal i bråkform där termerna har olika nämnare löser eleverna uppgiften genom att omvandla bråkform till decimalform dvs eleverna löser uppgift ¾ - 2/5 genom 0,75 - 0,40 = 0,35. Löwing (Löwing M. , 2016, s. 56) skriver att det är viktigt att lärare upptäcker detta eftersom det kommer att bli svårare för dessa elever då de vill lösa uppgifter så som 3/a – 2/ a+1.

Den svåraste delen i diagnosen RB6 var beräkning av uppgifter med blandad form, både i addition och i subtraktion med tal i bråkform. Eleverna löste dessa uppgifter med lösningsfrekvens 19 % rättbesvarade för åk 8 och lösningsfrekvens 36% rättbesvarade för Gy ÅK 1. Att visa eleverna begreppet *blandad form* och dess innebörd är en viktig aspekt vid bråkräkning. När man går vidare med multiplikation och division med bråktal i diagnosen RB6 och RB7 visar resultatet att lösningsfrekvenserna hos årskurs 8 och gymnasiet ser nästan likadana ut vilket stärker antagande om förkunskapsstrukturen och att det inte har hänt något i kunskapsutvecklingen sedan årskurs 8. De som kunde lösa uppgiften i årskurs 8 kunde även lösa uppgiften på gymnasiet medan de som inte kunde lösa uppgiften i årskurs 8 har troligtvis inte lärt sig uppgiften under årskurs 9 och därför inte kunnat lösa uppgiften på gymnasiet (Löwing M. , 2016).

När man jämför resultatet från årskurs 5 med lösningsfrekvens 67 % rättbesvarade på uppgiften 3·1/5 och med årskurs 8 med lösningsfrekvens 65% rättbesvarade på uppgiften 6·1/2, ser lösningsfrekvensen nästan likadant ut vilket kan innebära att det inte har hänt så mycket i undervisningen från årskurs 5 till årskurs 8. När begreppen blir mer komplicerade blir lösningsfrekvensen lägre på grund av svårigheterna. Enligt resultaten från figur 3 blev lösningsfrekvensen lägre när eleverna räknade multiplikation med en faktor i blandad form.



Figur 3. Diagnos RB7. Resultatschema för multiplikationsdelen (Löwing M. , 2016, s. 98).

4.3.3 Tal i decimalform

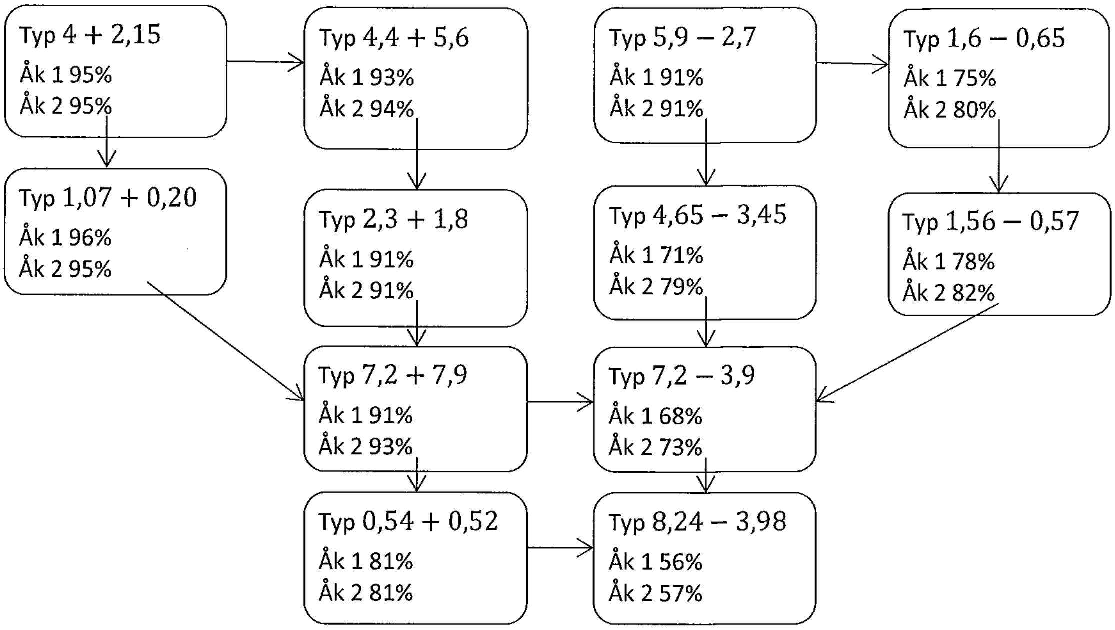
I början av terminsstarten år 2013 genomfördes en kartläggning i grundläggande kunskaper på gymnasiet i en större kommun. I kartläggningen deltog 1 500 elever från åk 1 och ca 900 elever från åk 2. Eleverna testades bland annat i grundläggande kunskaper i tal i decimalform. Diagnosen tal i decimalform betecknas med RD-GY. Att lösa uppgifter i diagnosen RD kräver att eleverna har en god taluppfattning och förmåga att använda räkneregler och räknelagar. (Löwing M. , 2016).

Enligt rapporten behärskar 40 % av gymnasieleverna enkla beräkningar med tal i decimalform i början av gymnasiet. Resultatet visar samma mönster som tidigare iakttagits i grundskolan där subtraktion är svårare än addition och när det finns fler decimaler minskar lösningsfrekvensen.

1a - 4c är uppgifter i addition och subtraktion med tal i decimalform som kan lösas med hjälp av huvudräkning. Uppgift 2b (0,54 + 0,52 = ___) missar var femte elev. Enligt elevintervjuer är det ett flertal elever som i grunden inte vet vad 0,54 betyder. Eleverna uppfattar 0,54 som noll komma femtiofyra eller noll komma fem fyra. De förstår inte att 0,54 är 54 hundradelar. En annan uppgift som en del elever svarade fel på är 2c (7,2 + 7,9 = __). Taluppdelning och kommunikativa och associativa lagen arbetar eleverna med redan i årskurs 1. Däremot vid beräkning av uppgiften 2c hade eleverna i gymnasiet åk 1 och åk 2 inte tänkte på att de kunde utnyttja räknelagar: (7,1+0,1) +7,9 = 7,1+(0,1+7,9). Det finns uppgifter där man ska utnyttja huvudräkningsstrategier som tex i uppgiften 3b (7,2 - 3,9 = __). Med hjälp av huvudräkning kan man lösa följande uppgift 7,3 - 4,0 där värdet ökar på de två talen med en tiondel. Lösningfrekvensen på uppgiften 3b var 68 %. Oavsett om uppgiften 4c (1,56 - 0,57 = ____) kan lösas med hjälp av en god taluppfattning och uppdelning av tal tex 1,56- 0,56 - 0,1= är det hälften av gymnasielever åk 1 som löste denna uppgift. Var fjärde elev klarar inte uppgiften 4b (1,6 - 0,65 = __) där uppgiften beräknas genom att skriva talen med lika många decimaler 1,60 – 0, 65 =. Lösningsfrekvenser i subtraktionsuppgifterna är lägre än additionsuppgifterna.

Uppgifterna 5a - 8c testar multiplikation och division med tal i decimalform. 30 % av eleverna svarade fel på uppgiften 5a (9 · 1,5 = _). Uppgifter 5b (30 · 0,04 = ____) och 5c (0,7 · 50 = _____) löste eleverna med lösningsfrekvensen 55% respektive 60 %. Eleverna använder inte huvudräkningsstrategier vid beräkning av uppgiften 30 · 0,04 = som kan lösas som 3·0,4 och uppgiften 0,7 · 50 = kan lösas som 7·5. Endast hälften av eleverna klarar uppgiften 7b (0,16 / 4 = _____) där sättet att uttrycka tal i decimalform är avgörande dvs 16 hundradelar delas på fyra ger svaret fyra hundradelar. Uppgifterna 8b 5/ 0, 1 och 8c 0,7/ 0,01 kan lösas med hjälp av innehållsdivision dvs hur många tiondelar finns i fem eller hur manga hundradelar som finns i sju. Lösningsfrekvensen på uppgiften 8b är 44 % och på uppgiften 8c 38 %.

För att kunna se sambandet mellan olika delmoment i diagnosen tal I decimalform och för att kunna jämföra resultatet med studiens undersöknings resultat, bifogas resultatscheman via diagnosen AD-GY nedan.



Figur 4. Resultatschema, Addition och subtraktion med tal i decimalform RD-GY (åk 1, n=1500, åk 2, n =900) (Löwing M. , 2016, s. 222).

Beräkningar med tal i decimalform och tal i bråkform avslöjar om eleverna har lärt sig matematik i skolan och om de har lärt sig använda procedurer (Löwing M. , 2016).

4.3.4 Tal i procentform

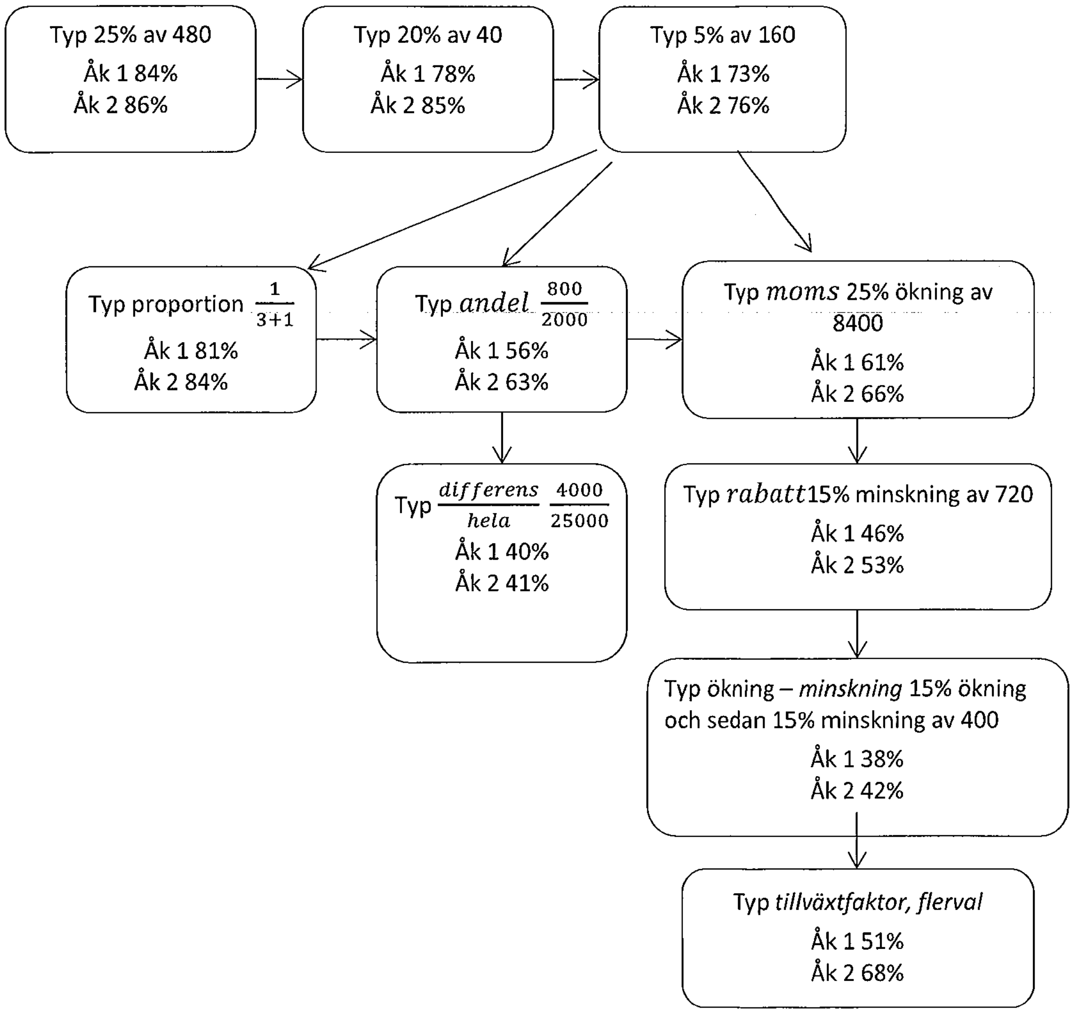
I vår vardag möter vi uppgifter där procent finns i reklamerbjudande, räntor, prisutveckling samt inom ekonomi och politik. För att kunna klara procenträkning krävs en god taluppfattning av tal i bråkform och tal i decimalform. Enligt Lgr 11 ska eleverna i årskurs 4–6 förstå procent begreppet och kunna klara enkla beräkningar i procent. För årskurs 7–9 ska eleverna kunna procent för att uttrycka förändringar och förändringsfaktor och kunna räkna procent i vardagsnära situationer inom olika ämnesområden. Enligt resultatet i Löwings (2016) rapport är hälften av eleverna (ca 53%) som lämnar grundskolan utan dessa kunskaper.

Löwing (2016) har redovisat resultatet ifrån kartläggningen av ca 1500 elever i åk 1 och ca 900 elever i åk 2 på gymnasiet inför skolstarten år 2013 med grundläggande kunskaper i matematik. Diagnos RP-Gy testar elevernas kunskap i procent. Här kommer beskrivning av uppgifterna och andel rätt besvarade uppgifter.

Uppgifterna 1–3 testar de grundläggande aspekterna i att räkna med procent och proportionalitet. För att kunna klara dessa uppgifter krävs att eleverna kan tolka olika vardagsituationer, använda sig av tolkning och ha grundläggande kunskaper i taluppfattning, tal i bråkform eller tal i decimalform. Var fjärde elev klarar inte uppgiften 5 % av 160.

Uppgifterna 4 och 5 testar vardagssituationer, där är lösningsfrekvensen 46 % på uppgift 4 och 40 % på uppgift 5. Uppgiften 6 och 7 testar djupare förståelse av procent begreppet. 50 % förstår innebörden av moms och där en procentuell förändring krävs som i uppgiften 7, där klarar endast en tredje del av eleverna detta. Uppgift 8 är flervalsalternativ som testar procentuell förändring. De eleverna som gjorde uppgifterna rätt i diagnosen använde sig inte av några anteckningar vilket innebär att de behärskar huvudräkning i procent vilket var målet (Löwing M. , 2016, ss. 225-226).

För att kunna analysera och diskutera resultatet i studieundersökningen, bifogas resultatscheman över elevernas svar i Löwings kartläggning av gymnasielevernas förkunskaper i grundläggande kunskaper i procent.



Figur 5. Resultatschema diagnos, RP-GY. (Löwing M. , 2016, s. 227).

4.4 Teoretisk bakgrund till problemlösning

Taflins avhandling (Taflin, 2007) under kapitel 1.1.2 beskriver teori bakom problemlösning. Hon refererar till Niss (2007) att det är svårt att hitta en naturlig teori att utgå ifrån när det gäller problemlösning eftersom den matematiska didaktiska forskningen har lånat sina teorier från andra vetenskapliga discipliner som matematik, psykologi, matematik, sociologi, filosofi, pedagogik.

Å andra sidan använde Taflin en definition av begreppen problemlösning och rika matematiska problem som Lester (2005) föreskriver. Hon formulerar i avhandlingen de sju kriterierna för rika matematiska problem under avsnittet 2.7.2 som ett exempel på hur problem skall ge goda förutsättningar för elever att lära sig matematik.

1. Problemet ska introducera till viktiga matematiska idéer eller vissa lösningsstrategier.
2. Problemet ska vara lätt att förstå och alla ska ha en möjlighet att arbeta med det.
3. Problemet ska upplevas som en utmaning, kräva ansträngning och tillåtas ta tid.
4. Problemet ska kunna lösas på flera olika sätt, med olika strategier och representationer.
5. Problemet ska kunna initiera en matematisk diskussion utifrån elevernas skilda lösningar, en diskussion som visar på olika strategier, representationer och matematiska idéer.
6. Problemet ska kunna fungera som brobyggare.
7. Problemet ska kunna leda till att elever och lärare formulerar nya intressanta problem. (Taflin, 2007, s. 56).

Det finnas flera andra forskare som har beskrivit vad som krävs för att man ska kunna lösa ett problem. Taflin (2007) refererar till Schoenfeld som har formulerat fyra villkor som han anser ska gälla för ett problem:

a. Problemet ska vara lätt att förstå.
b. Problemet ska kunna lösas på flera olika sätt.
c. Problemet ska introducera till viktiga matematiska idéer eller vissa lösningsstrategier.
d. Problemet ska leda till nya bra problem. (Taflin, 2007, s. 55)

Mattespetsgruppen har använt problemlösningsuppgifter i undervisningen enligt de ovannämnda kriterierna som Taflin beskriver i sin avhandling och som beskrivs av andra forskare som Schoenfeld. Nedan beskrivs ett exempel på hur eleverna i mattespestgruppen löste en av uppgifterna som var under kvaltävlingen från Högstadiets matematiktävling 2015/2016.

"Hur många fyrsiffriga palindromtal är delbara med fyra?"

Enligt Taflins kriteriet nr 1 att introducera problemet till viktiga matematiska idéer utgick eleverna ifrån att förklara själva begreppet palindromtal. Ett palindromtal "är ett tal som blir likadant om det läses baklänges, t.ex. 12 321.

Det andra kriteriet, att problemet var lätt att förstå, uppfylldes genom att eleverna fick veta vad begreppet palindromtal betyder. Vi läste uppgiften en gång till för att se om alla elever hade förstått uppgiften.

Enligt det tredje kriteriet skulle problemet vara en utmaning vilket uppfylldes genom att uppgiften tog tid att lösa och eleverna hade inte sätt den typen av uppgift tidigare.

Kriterier nr *4 att problemet ska kunna lösas på flera olika sätt, med olika strategier och representationer, och nr 5 att problemet ska kunna initiera en matematisk diskussion utifrån elevernas skilda lösningar, en diskussion som visar på olika strategier, representationer och matematiska idéer* uppfylldes genom vårt tillvägagångssätt att lösa problemet. Alla elever försökte självständigt läsa uppgiften och förstå problemet på egen hand. Därefter började diskussionen kring lösning/lösningar till det valda problemet. I diskussionen visade eleverna olika lösningar och strategier som representerade viktiga matematiska idéer. Eleverna använde olika huvudräkningsstrategier för att kunna lösa problemet. Lösningar på det utvalda problemet var att eleverna skrev först alla fyrsiffriga palindromtal så som 1001, 1111,1221,1331,1441,1551,1661,1771 etc. Därefter försökte eleverna komma på regeln kring delbarhet och de listade ut vilka tal som var delbara med 2,5,6,10. Vilka tal som var delbara med fyra var något nytt för eleverna. De försökte komma på reglerna själva genom att se fyrans tabell. Vissa tog och delade 4 i primtalsfaktorer där visade sig att $4 = 2 \cdot 2$. Det första de kom på var att talet måste vara jämnt. Därefter med hjälp av lärare introducerades regeln för tal delbara med 4. Ett tal är delbart med fyra, om de två sista siffrorna i talet är 00, eller om de två sista siffrorna är delbart med fyra. Nu återstod det att se vilka tal som har två sista siffror delbara med fyra dvs 04, 08, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40...

Eleverna hjälpte varandra att komma fram till lösningen på uppgiften. En av de strategier som användes för att lösa uppgiften föreslogs av en elev. Förslaget var att skriva alla tvåsiffriga tal som är delbara med fyra och därefter skriva de två sifforna spegelvänd tex

04	4004
08	8008
12	2112

Alla tyckte att det var en bra strategi och löste uppgiften med hjälp av den. De fyrsiffriga palindromtal som är delbara med 4 är: 4004, 8008, 2112, 6116, 4224, 8228, 2332, 6336, 4444, 8448, 2552, 6556, 4664, 8668, 2772, 6776, 4884, 8888, 2992, 6996.

Utifrån detta problemet formulerade elever nya intressanta problem vilket ledde till att eleverna kom fram till att utöka palindromtal till t ex. femsiffriga, sexsiffriga tal som är delbara med fyra vilket uppfylldes kravet för kriteriet nr 7 där *problemet ska kunna leda till att elever och lärare formulerar nya intressanta problem.* (Taflin, 2007, s. 56)

Mattespetsgruppen var inte styrd av boken eller något läromedel. Tiden till att lösa problemen var inte begränsad. Det viktigaste var att eleverna hade förstått problemet och lösningen/lösningarna.

5. Design, metoder och tillvägagångsätt

5.1 Aktionsforskning i praktiken

Denna studie har drag av aktionsforskning eftersom den skrivs av en person som själv har sett ett problem på skolan. Forskaren ville lösa detta problem genom att forska och ta del av forskningsteorier som finns kring själva problemet och implementera dessa teorier och forskningsresultat i praktiken.

Aktionsforskningen har sin utgångspunkt i praktiken där forskare försöker skapa relationen mellan praktiskt tänkande och praktiskt handlande. Enligt Rönnerman (2004) försöker aktionsforskare förändra eller utveckla den verksamheten man arbetar i genom sin forskningsinsats och samtidigt få kunskap om hur förändringen kan gå till.

Uppdraget att utveckla ämnet matematik på skolan ingick i min förstelärartjänst där jag bland annat organiserade en mattespetsgrupp. I den gruppen utfördes undervisningen genom problemlösning. Eftersom brister i baskunskaper upptäcktes hos eleverna i vanliga klasser var tanken att undersöka om sättet att undervisa i mattespetsgruppen påverkade elevernas grundläggande kunskapsutveckling i matematik.

Aktionsforskning samt de aktuella forskningsresultaten i ämnesdidaktiska analyser i baskunskaper i matematik ligger som grund till denna studie. Resultaten och slutsatsen från denna studie kan bidra till en förändring eller utveckling i matematikundervisningen såväl på undersökningsskola som att skaffa verktyg till de andra undervisande lärarna att förbättra matematikundervisningen i sina klassrum.

5.2 Studiens undersökningsmetoder

Studien är en jämförelsestudie och resultatet används för att kunna uppfylla studiens syfte och besvara frågeställningar hur eleverna utvecklar baskunskaper i matematik beroende av vilket typ av undervisningen de har. Metoden är mest relevant för att se eventuella skillnader i resultatet från början av läsåret och i början av vårterminen där eleverna antingen har haft undervisning under höstterminen i sina ordinarie klasser eller utmanats av problemlösningsuppgifter i sin undervisning. All data från resultaten går att jämföra med resultaten på nationell nivå där samma diagnoser utförts med ett stort antal deltagare. För att kunna göra jämförelser mellan studieresultat och forskningsresultat från Löwing (2016) kartlades elevernas resultat i baskunskaper i båda undersökningarna via Diamantdiagnoser. Vid utförandet av diagnoserna följdes instruktionerna som finns i handledningen till *Diamantdiagnoser.* Skillnaden mellan denna studieundersökning och Löwings var antalet deltagare. Studiens undersökningsresultat utgick ifrån cirka 100 elever medan Löwings undersökning (Löwing M. , 2016, s. 163) hade cirka 18 000 elever.

5.2.1 Matematikundervisning i de vanliga klasserna

Med vanliga klasser menas de klasser som har ordinarie matematikundervisning med ordinarie lärare. Skolan har använt matematikboken *Mattedirekt* (Carlsson, 2016) för alla årskurser i minst 7 år. Mattedirekt har använts i flera år för att följa den röda tråden genom olika årskurser samt för att det finns lagom svåra uppgifter i boken vilket blir mer anpassat för eleverna. Textuppgifter och problemlösningsuppgifter är det som saknas mest i boken. Uppgifterna är uppbyggda med procedurell uträkning den testar metod och begrepp inom olika områden i matematik. Matematiklärare följer matematikbokens upplägg, annat material och matematikaktiviteter och matematikundervisningen består oftast av korta eller långa genomgångar. Förkunskapstester eller diagnoser används ibland på skolan, dock inte kontinuerligt. Skolan använder endast ALP testet frekvent under de senaste 5 åren. ALP test testar elevernas kunskaper i matematik och är knutet till elevernas läsförståelse. I matematikbokens upplägg finns det en diagnos där elevernas kunskaper testas i det berörda området. Vanliga klasser 6A, 6B, 9A, 9B har haft varierande kunskapsnivåer i matematik från betyget F till A. Det fanns elever i dessa klasser med A eller B i matematik och som inte valde mattespetsgruppen. Åk 6 har två klasser med stor skillnad i matematikkunskaper. En av de klasserna har flera duktiga elever och de flesta klarar målen i matematik för respektive årskurs. Den andra klassen har flera som inte når målen. Sammanlagt finns det en stor variation i matematikkunskaper i de två klasserna i årskurs 6. Årskurs 6 hade samma lärare under hela mellanstadieperioden och den läraren är en behörig matematiklärare. Eftersom undervisande lärare i matematik för åk 6 var samma lärare under längre period skapades trygghet och positiv stämning i klassen på matematiklektionerna. Eleverna från årskurs 9 hade också varierande kunskapsnivåer. Det fanns några få elever som inte klarade målen i matematiken i åk 9 och det finns flera duktiga elever med A i betyg i vanliga klasser åk 9. Eleverna i årskurs 9 har haft två undervisande lärare på mellanstadiet, en obehörig och en behörig samt två undervisande lärare på högstadiet en obehörig och en behörig. Den behöriga läraren i högstadiet undervisade klasser i åk 8 och åk 9. Om läraren inser elevernas problematik brukar läraren ta detta på allvar och försöka få eleverna att förstå uppgifterna. För de elever som inte når målen i åk 6 och åk 9 fanns ett stöd organiserat av skolan i form av stödlärare, där eleven kunde få en extra matematiklektion per vecka.

5.2.2 Matematikundervisning i mattespetsgruppen

Mattespetsgruppen är en grupp som eleverna har valt att komma till inom ramen av elevens val. Under läsåret 2015–2016 bildades två mattespetsgrupper inom elevensval: en för högstadiet och en för mellanstadiet. Det fanns tio elever från högstadiet som gick till gruppen: en elev från årskurs 7, 6 elever från årskurs 8 och 3 elever från årskurs 9. En av de tio eleverna hade extra matematiklektioner i mattespetsgruppen eftersom den fanns tidigare som extra frivilligt tillfälle, en gång i veckan. Sammansättningen i mattespetsgruppen mellanstadiet var ganska homogen. Av de tolv elever från mellanstadiet gick de flesta i årskurs 6 förutom tre elever från årskurs 4. De flesta av dessa elever hade erfarenhet av mattespetsgruppen sedan tidigare.
För att kunna välja mattespetsgruppen ställde skolan kravet att eleverna hade betyget A eller B i matematik förgående terminen. I den gruppen har eleverna löst problemlösningsuppgifter från matematiktävlingar som HMT (Högstadiets matematiktävling), Sigma Åtta, Pytagoras Quest, Pangea, Kängurutävlingen etc. Eleverna i mattespetsgruppen har haft en timmas undervisning per vecka under en hel termin.

5.3 Studiens undersökning

Studiens undersökning har utförts i två steg.
Steg 1 - elevernas förkunskaper testades i vanliga klasser och i mattespetsgruppen i början av läsåret.
Steg 2 - baskunskaper i matematik testades efter en tid av matematikundervisningen som eleverna har haft i sina vanliga klasser eller i mattespetsgruppen.

5.3.1 Studiens upplägg - steg 1

Den första undersökningen utfördes i början av läsåret 2015–2016. I september månad under vecka 36 informerades undervisande lärare i åk 6 ock åk 9 samt eleverna i dessa klasser om undersökningens plan och syfte. Samma information tilldelades eleverna i gruppen "elevens val" dvs mattespetsgruppen. Under vecka 38 och vecka 39 löste eleverna uppgifter från *Diamantdiagnoser. Diamantdiagnoser* är som nämns i avsnitt 4 ett diagnostiskt material i matematik för grundskolelever åk1-9, som hjälper undervisande lärare i matematik att kartlägga elevernas förkunskaper och ge stöd vid bedömningen och planeringen av matematikundervisningen. Det fanns fyra olika diagnoser i grundläggande kunskaper i matematik som eleverna har testat. Diagnoserna omfattade multiplikation, tal i decimalform, tal i bråkform och procent.

Undersökningen i mattespetsgruppen utfördes genom att eleverna gjorde en diagnos i taget och räknade så mycket de kunde i 15 minuter. Diagnoserna delades ut i den ordningen: multiplikation, tal i decimal form, tal i bråkform, och procent. När det gäller undervisande lärare från vanliga klasser ställdes samma krav vid utförandet av diagnoserna; tiden för utförandet var 15 minuter och ordningen på utdelningen av diagnoserna var densamma. Den begränsade tiden var 15 minuter att utföra diagnoserna för att om eleverna behärskade automatiserade additions, subtraktions, multiplikations och division tabeller och om de har haft bra förkunskaper och strategier att lösa uppgifterna borde det inte ta mer än 15 minuter att lösa dem. De elever som behövde betydligt mer tid än 15 minuter ger en indikation på att de har generellt mindre bra strategier. De som inte har automatiserat additions -, subtraktions -, multiplikations - och divisionstabeller behöver andra hjälpmedel som fingrar eller annat material. Elever som använder betydligt längre tid bedöms sakna tillräckliga kunskaper för att behärska den här typen av uppgifter (se Löwing (2016)).

Efter rättningen skapades Excel-filer med en sammanställning av resultatet för samtliga grupper. De rätt besvarade uppgifterna markerades med 1, de fel besvarade uppgifterna med 0 och de som lämnade sina diagnoser utan svar markerades med blank ruta i sammanställningen. Totalt räknades antal rätt besvarade uppgifter i procent. Det finns ett medelvärde i procent för hela gruppen (se bilaga nr 1).

5.3.2 Studiens upplägg - steg 2

Gemensamt för alla klasser på undersökningskolan är att eleverna använder matematikboken "Mattedirekt". Matematikboken ligger som grund för all undervisning. "Mattedirekt" är uppbyggd genom att varje kapitel har en grön kurs där både begrepp och metod presenteras för berörda områden. Efter grön kurs finns det en diagnos som kontrollerar elevernas kunskaper i berörda områden. Efter diagnosen kan eleverna välja att arbeta med blå kurs som är en repetitionskurs eller röd kurs som är en fördjupningskurs inom berörda områden. Boken har en stor del uppgifter som tränar metod- och begreppsförmåga och en del problemlösningsuppgifter. Uppgifter som testar resonemang finns inte i stor utsträckning i boken ”Mattedirekt”. Det finns inte heller så många svåra text-eller problemlösningsuppgifter i boken. Fokus ligger på metod- och begreppsförmåga. Efter varje kapitel finns det kapitelprov där eleverna testar kunskaper i de berörda områdena.

Undervisande matematiklärare måste utföra pedagogiska planeringar och lägga dem i skolans gemensamma databas Infomentor. Undervisningen i vanliga klasser på undersökningsskolan består till största delen av lärarens genomgångar, elevernas möjligheter att lösa uppgifter som finns i matematikboken och att fråga läraren om hjälp. Ibland kan eleverna göra andra aktiviteter som finns i lärarhandledningarna eller extra uppgifter som finns i form av övningsblad. Undervisningen följer bokens upplägg. Det kan förekomma att man bokar datorer och använder digitalt material som finns tillgängligt för att träna färdigheter i metod och begrepp inom berörda områden. De undervisande matematiklärarna i mellanstadiet brukar kontinuerligt ta upp elevernas missuppfattningar och visa deras misstag under genomgångarna. Däremot brukar undervisande matematiklärare på högstadiet ha genomgångar som kan bli långa och till och med ta en hel lektion.

Elever i mattespetsgruppen använde problemlösningsuppgifter från de matematiktävlingar som fanns tillgängliga och uppgifterna var anpassade efter åldern. På vilket sätt tävlingsuppgifter användes beskrevs även i avsnittet 4. 4. Mellanstadieelever använde främst problemlösningsuppgifter från Pangea avsedda för åk 4, åk 5 och åk 6, och Kängurutävlings uppgifter ”Benjamin” avsedda för åk 5-7. Likheter mellan Pangea och Känguruuppgifterna är att uppgifterna är problemlösningsbaserade och svaren är i form av svarsalternativ från a-e. Skillnaden är att Pangeas uppgifter är lagom svåra och anpassade för varje årskurs från åk 3 till och med åk 9 medan Känguruuppgifterna har tre olika svårighetersgrader och de är avsedda för blandade åldrar.

Högstadieeleverna använde främst HMT:s (Högstadiets matematiktävling) uppgifter, Sigma Åtta och Pythagoras Quest. Sigma Åttans uppgifter är avsedda endast för åk 8 medan uppgifterna i Pythagoras Quest och HMT är avsedda från åk 7 - 9. Det svåraste uppgifterna är HMTs uppgifter, där djupare förståelse krävs av begrepp, metod och resonemang och eleverna måste redovisa sina svar och visa kommunikationsförmåga. De flesta uppgifter i HMT berör uppgifter om tal, geometri och algebra. Mer om problemlösningsuppgifter och matematiktävlingar kan läsas i avsnitten 3. 2 och 4. 4.

I början av vårterminen 2016, under januari månad genomfördes steg 2, dvs en uppföljningskartläggning där samma elever som i steg 1 i undersökningen testades med diagnoser i multiplikation, tal i decimal form, tal i bråkform och procent. Diagnoserna i andra undersökningen testade samma kunskaper som diagnoser i den första undersökningen.

För att underlätta jämförelsen i resultaten och analysen gjordes undersökningen på samma sätt dvs undersökningen i mattespetsgruppen utfördes så att eleverna tog en diagnos i taget och räknade i 15 minuter, så mycket som de kunde. Diagnoserna delades ut i ordningen: multiplikation, tal i decimal form, tal i bråkform, och procent. När det gäller vanliga klasser ställdes samma krav till de undervisande lärarna vid utförde av undersökningen, att eleverna utförde diagnoserna var och en i 15 minuter däremot var det inte viktigt i vilken ordningen de delades ut. Detta skedde under loppet av en vecka.

Diagnoserna genomfördes i vanliga klasser av undervisande matematiklärare och i mattespetsgrupp av mig själv. Allt resultat samlades in och fördes in i Excel-fil genom samma princip (se bilaga nr 1).

5.4 Analys av data

Denna undersökningsstudie använde *Diamantdiagnoser* för att de diagnoserna och deras förkunskapsstruktur ger möjligheten att skapa en sambandsanalys om hur bristande kunskaper i ett visst område påverkar elevernas resultat när komplexiteten ökar. Diagnoserna är uppbyggda genom att analysera resultatet på elev- och gruppnivå. Lösningfrekvens per uppgift och elev ger information om hur elev/klass löser en specifik uppgift och hur eleverna/klasserna behärskar vissa begrepp i respektive områden de testas. Den didaktiska ämnesteorin ligger till grund för diagnoserna.

För att kunna svara på frågan om undervisningen genom problemlösningen i mattespetsgruppen ökar elevernas baskunskaper i matematik jämfördes och analyserades all datainsamlingen från resultaten från diagnoser i steg 1 och i steg 2 mellan undersökningsgrupper på skolans nivå. Samtidigt jämfördes och analyserades studiens resultat i baskunskaper i matematik med Löwings (2016) forskningsresultat på nationell nivå.

Analysen utfördes genom att jämföra resultaten där eleverna svarade rätt med låg lösningsfrekvens. I diagnoser där uppgifter i multiplikation testades hade eleverna mest svårt med multiplikation när ena faktor är 6,7 8, och 9. De svåraste uppgifterna i division var uppgifter i kortdivision med decimaltal i svaren. När det gäller rationella tal hade eleverna svårt med addition och subtraktion med bråktal med olika nämnaren, med bråk i blandad form och med division med bråk där nämnaren är ett bråktal. De svåraste uppgifterna i diagnosen "tal i decimalform" var uppgifter i delningsdivision och innehållsdivision. När det gäller diagnoser med procentuppgifter var förändringsfaktor det svårast momentet för eleverna. En mer detaljerad analys av uppgifter med låg lösningsfrekvens finns i avsnitt 7.1.

5.5 Undersökningens trovärdighet och tillförlitlighet

Studien utfördes med ett fåtal klasser och ett hundratal elever. Studiens resultat från undersökningsgrupper med hjälp av ämnesdidaktisk analys på individ/gruppnivå synliggjorde eventuella brister i grundläggande kunskaper i matematik på den berörda skolan. Detta hjälpte de undervisande lärarna att planera och utforma matematikundervisningen.

Å andra sidan hittades mönster i svaren som kan analyseras på klass, skolans och nationellnivå. Eftersom resultaten från nationell nivå har haft betydligt större antalet undersökningsgrupper kan dessa mönster vara mer generella.

Jag kunde i viss mån påverka valet av problemlösningsuppgifter och därmed ge en extra möjlighet till elever i mattespetsgruppen att utveckla baskunskaper i matematik. Riskerna att undervisa mer om baskunskaper minimerades eftersom undervisningen utfördes på så sätt att man löste problemlösningsuppgifter från matematiktävlingar. Fokus var att lyfta problemlösningsuppgifter och inte baskunskaper i matematik. Problemlösningsuppgifter från matematiktävlingar innehåller inte uppgifter med samma karaktär som uppgifterna från diagnoserna, där baskunskaper testades i multiplikation, tal i decimalform, tal i bråkform och procent. Tävlingsuppgifter övar alla förmågor som metod, begrepp, resonemang, kommunikation inom allt centralt innehåll i matematik som taluppfattning och talanvändning, geometri, algebra, samband och förändring och sannolikhet och statistik. Det krävs en djupare förståelse av begreppen inom alla områden samt olika strategier för att lösa tävlingsproblemen. Dessa uppgifter övar inte specifikt grundläggande kunskaper.

I de vanliga klasserna utfördes steg 1 av diagnoserna på en lektion utan någon förberedelse. Eleverna har inte gått igenom eventuella fel efter resultaten av diagnosen. Undersökningssteg 2 utfördes i de vanliga klasserna under en ordinarie matematiklektion. Det är värt att nämna att mattespetsgruppen har lagts ner under vårterminen 2016 för att underlätta vid schemaläggning. Detta kan påverka resultaten eftersom det var svårt att samla samma grupp av elever igen för att utföra undersökningssteg 2.

Antalet elever minskade vid andra försökstillfället, delvis på grund av frånvaro från skolan och delvis på grund av att de inte lämnade sina diagnoser. Bortfall i steg 2 räknas till ca 5 % i jämförelse med steg 1. Till bortfallet räknades också de diagnoser som lämnades blankt eller att det bara fanns ett svar från hela diagnosen. Anledningen till sådana var troligtvis omotiverade elever och de lämnade diagnoserna kunde därför inte visa deras riktiga kunskaper utan gav en indikation på ett ointresse hos eleverna att utföra diagnosen. Detta var mest aktuellt i de vanliga klasserna där eleverna ansåg att det var onödigt att utföra samma typ av uppgifter som de gjorde i början av läsåret.

5.6 Etiska övervägande

Enligt Vetenskapsrådet (Vetenskapsrådet, 2002) bör man uppfylla fyra krav vid en forskningsstudie: informationskravet, samtyckeskravet, konfidentialitetskravet och nyttjandekravet.

Information om undersökningen och dess syfte och villkor delades ut till undervisande matematiklärare i de vanliga klasserna, till eleverna i de vanliga klasserna och till eleverna i mattespetsgruppen. Det framgick i informationen att deltagandet är frivilligt samt att deltagare har rätt att avbryta sin medverkan när som helst under undersökningstiden.

Ett samtycke från förmyndaren behövs inte i undersökningen för att alla inlämnade diagnoser är anonyma. Detta medför att samtyckeskravet är uppfyllt.

Eftersom att diagnoser är anonyma finns det inte några specifika personuppgifter som borde sparas på ett sätt att obehöriga inte kan ta del av information därför uppfylls konfidentialitetskravet.

Nyttjandekravet uppfylldes genom att all insamlad data användes i forskningssyfte. Resultatet kommer att återkopplas till den deltagande skolan i form av föreliggande uppsatsen.

6. Resultat utifrån studiens frågeställningar

Resultaten presenteras här, där svar specificeras utifrån grundläggande kunskaper i multiplikation, tal i bråkform, tal i decimalform och procent. För att besvara studiens frågeställningar och underlätta analysen presenteras resultaten i början av undersökningen och i slutet av undersökningen. Underlag för analysen presenteras i form av tabeller som finns i bilaga 1.

6.1 Multiplikation och division

Beskrivning av resultaten har tagits från tabell 1 och tabell 2 som finns i bilaga 1. Resultaten visade att uppgifterna i multiplikation förbättrades till en viss del i uppgifterna 2a, 3a, 3b, och 4a för samtliga klasser i åk 6. Eleverna från vanliga klasser åk 6 och från mattespetsgruppen åk 6 lämnade färre blanka svar och svarade istället rätt på uppgifterna 3a, 3b och 4a i slutet av undersökningen. En väsentlig förbättring med 17 procentenheter skedde hos mattespetsgruppen åk 6 i uppgift 3b.

Exempel på uppgifter där resultaten förbättrades för åk 6 är:

3a		3b	
$6 \cdot 30 =$ __	$4 \cdot 50 =$ __	$7 \cdot$ __ $= 42$	$6 \cdot$ __ $= 54$
$60 \cdot 9 =$ __	$80 \cdot 6 =$ __	$9 \cdot$ __ $= 54$	$7 \cdot$ __ $= 49$
$7 \cdot 70 =$ __	$90 \cdot 8 =$ __	$8 \cdot$ __ $= 72$	$9 \cdot$ __ $= 63$

4a

56 / 8 = __	72 / 9 =
63 / 7 = __	64 / 8 = __
81 / 9 = __	49 / 7 = __

Vid jämförelse av resultaten i multiplikation i början av undersökningen och i slutet av undersökningen visade det sig att följande uppgifter inte hade någon förbättring/försämring utan var ungefär samma. Det var uppgifterna i del 1a, 1b för samtliga klasser åk 6.

Det är värt att nämna att det finns en del uppgifter där elevernas svarsfrekvens var lägre i början av undersökningen jämfört med slutet av undersökningen, dock var andelen fel besvarade uppgifter högre i slutet av undersökningen jämfört med början av undersökningen. Detta gällde uppgifterna i del 2b och 4b för samtliga klasser i åk 6.

Vanliga klasser åk 9 visade ett förbättrat resultat i multiplikation på uppgifterna från del 3a och 3b. Mattespetsgruppen från åk 9 förbättrade däremot sina resultat i uppgifterna del 1a, 2b, 3b och 4b. Andel rätt besvarade uppgifter i del 4b förbättrades med 43 procentenheter jämfört med resultatet i början av undersökningen för mattespetsgruppen åk 9.

Eleverna från vanliga klasser åk 9 hade ungefär samma lösningsfrekvens på uppgifterna i multiplikation del 4a, 4b i början och i slutet av undersökningen. Ett oförändrat resultat för eleverna från mattespetsgruppen åk 9 var på uppgifterna i multiplikation del 2b, 3a och 4a.

Andel obesvarade uppgifter ökade för eleverna från vanliga klasser åk 9 i följande uppgifter i multiplikation i del 1a, 2a, 2b och 3a och dessa uppgifter hade eleverna från vanliga klasser lägre lösningsfrekvens i slutet av undersökningen än i början av undersökningen. Det är endast eleverna från mattespetsgruppen åk 9 som inte hade försämrade resultat, istället hade eleverna antingen samma resultat eller ett förbättrat resultat.

Uppgifterna från diagnosen i multiplikation är uppbyggda på det sättet att svårighetsgraden ökar med nästkommande uppgift enligt förkunskapsstruktur och ämnesdidaktiska analys som beskrivs i teoriavsnitt 4.1 och 4.2 ovan. De svåraste uppgifterna är i del 4b vilket resultatet bekräftade. Eleverna från vanliga klasser åk 6, mattepetsgruppen åk 6 och vanliga klasser åk 9 hade svårt med diagnosuppgifter i del 4b och en eller ingen gjorde rätt på en av de uppgifterna. De flesta elever från de tre grupperna lämnade blanka svar på uppgifterna i del 4b. Uppgifterna i del 4b testade eleverna på kortdivision med decimaltal i svaret samt likhetstecknets betydelse.

Bästa resultatet visade mattespetseleverna från åk 9 med förbättring på alla uppgifter från 86 % till 92 % i lösningsfrekvens. Det är värt att nämna att dessa elever svarade på uppgifterna del 4b med 63 % rätt där eleverna från vanliga klasser åk 6, mattespetsgruppen åk 6 hade lösningsfrekvensen 1 % och eleverna från vanliga klasser åk 9 hade lösningsfrekvensen 0 %.

Exempel på uppgifter där resultaten förbättrades för mattespetsgruppen från åk 9 är:

4b

19 / 6 = 3+___   57 / 8 = 7+ __
26 / 8 = 3+ __   75 / 9 = 8+ __

47/ 5 = 9+ __   85 / 9 = 9+

Sammanfattningsvis behärskar eleverna från vanliga klasser åk 6 och mattespetsgruppen åk 6 multiplikation bättre i slutet av undersökningen jämfört med resultaten i början av undersökningen. Det är påtagligt att samtliga klasser åk 6 och vanliga klasser åk 9 hade en minskning i svarsfrekvens ju längre de kom i diagnosen, dvs. att flest rättbesvarade uppgifterna var från del 1a och minst rättbesvarade var från del 4b.

6.2 Tal i bråkform

Beskrivningen av resultatet är hämtat från tabell 3 och tabell 4 som finns i bilaga 1. Vid jämförelse av resultaten i tal i bråkform upptäcktes en förbättring från vanliga klasser åk 6 och mattespetsgruppen åk 6 med andel rättbesvarade uppgifter från 1 - 9. Uppgifterna testade grundläggande kunskaper i addition med tal i bråkform med samma nämnare, addition med tal i bråkform med olika nämnare och subtraktion med tal i bråkform med samma nämnare. Analysen visade att eleverna från mattespetsgruppen åk 6 hade en förbättring med 37 procentenheter i addition och subtraktion med tal i bråkform med samma nämnare. Eleverna från vanliga klasser åk 6 hade också en förbättring med 17 procentenheter på samma uppgifter.

Från och med uppgifterna 10 - 24 besvarade eleverna från vanliga klasser åk 6 och mattespetsgruppen åk 6 med låg lösningsfrekvens, 0 %. Med stigande nummer av uppgifterna från 10 - 24 ökade blanka svar. Uppgifterna 21–24 lämnade nästan alla elever från samtliga klasser åk 6 obesvarade. De svåra uppgifterna för samtliga klasser åk 6 testade grundläggande kunskaper i multiplikation med tal i bråkform och division med tal i bråkform. De svåraste uppgifterna 21–24 för samtliga klasser åk 6 var division med tal i bråkform.

Exempel på de svåra uppgifterna för samtliga klasser åk 6 är:

10) $\frac{3}{4}-\frac{1}{2}=$ 11) $\frac{3}{5}-\frac{1}{3}=$ 12) $2\frac{2}{3}-\frac{3}{4}=$

13) $8\cdot\frac{1}{2}=$ 14) $\frac{1}{3}\cdot 6=$ 15) $4\cdot\frac{5}{8}=$

19) $\frac{4}{5}\big/2=$ 20) $\frac{1}{4}\big/3=$ 21) $1\frac{3}{5}\big/4=$

22) $1\big/\frac{1}{5}=$ 23) $\frac{4}{5}\big/\frac{1}{5}=$ 24) $\frac{1}{4}\big/\frac{2}{5}=$

Eleverna från vanliga klasser åk 9 förbättrade sina resultat i uppgifterna 1 - 3 som handlade om addition med tal i bråkform med samma nämnare samt uppgifterna 13 - 18 där kunskaper testades i multiplikation med tal i bråkform. Mattespetsgruppen åk 9 löste sämre på uppgifterna 1 – 12 i slutet av undersökningen än i början av undersökningen. Mattespetsgruppen åk 9 löste bättre på uppgifterna än eleverna från vanliga klasser åk 9 i multiplikation med tal i bråkform och division med tal i bråkform. Mattespetsgruppen åk 9 hade lösningsfrekvens på uppgifterna 16 - 18 med 79 % rättbesvarade och uppgifterna 22 - 24 med 38 % rättbesvarade.

Sammanfattningsvis hade alla undersökningsgrupper dvs vanliga klasser åk 6, mattespetsgruppen åk 6, vanliga klasser åk 9, mattespetsgruppen åk 9 svårt med tal i bråkform. Eleverna kunde lösa uppgifterna i addition och subtraktion av bråk med samma nämnare. När det kommer till bråk i blandadform, och addition och subtraktion av bråk med olika nämnare började detta bli svårt för dem. Olika försök med felaktiga svar gavs när eleverna multiplicerade med bråk. De flesta lämnade diagnosen utan att svara på avsnittet division med tal i bråkform. De största framstegen visade mattespetseleverna från åk 9 i beräkningar av division med tal i bråkform med lösningsfrekvensen 38 % rättbesvarade medan eleverna från samtliga klasser åk 6 och vanliga klasser åk 9 hade lösningsfrekvensen 0 % på samma uppgifter.

6.3 Tal i decimalform

Tabell 5 och tabell 6 som finns i bilaga 1 ligger till grund för beskrivning av resultatet i tal i decimalform. Uppgifterna 1 - 6 testade grundläggande kunskaper i addition med decimaltal, uppgifterna 7 - 12 testade subtraktion med tal i decimalform, uppgifterna 13 - 18 testade multiplikation med tal i decimalform, uppgifterna 19 - 24 testade division med tal i decimalform.

Samtliga klasser i åk 6 dvs eleverna från vanliga klasser och mattesetsgruppen visade en förbättring i resultatet i tal i decimalform i slutet av undersökningen jämfört med början av undersökningen. Mattespetsgruppen åk 6 hade ett rejält förbättrat resultat i beräkningar med tal i decimalform på uppgifterna 13 - 21. Lösningsfrekvensen för eleverna från mattespestgruppen åk 6 på uppgifterna 13 - 15 var 53 % rättbesvarade medan vanliga klasser åk 6 hade 25 % rättbesvarade. Förutom multiplikation med decimaltal visade mattespesteleverna stor förbättring i uppgifterna i division med decimaltal dvs uppgifterna 19–21 där lösningsfrekvensen för eleverna från mattestpestgruppen åk 6 var 50 % rättbesvarade och vanliga klasser hade 22 % rättbesvarade.

Ett tydligt mönster framgår mellan grupperna där eleverna från samtliga klasser åk 6 svarade rätt på de flesta uppgifterna fram till uppgift 13 och därefter avtar lösningsfrekvensen fram till uppgift 24. Slutligen lämnade fler elever från samtliga klasser åk 6 blanka svar på uppgifterna 23 - 24 där grundläggandekunskaper testades i division med tal mindre än 1.

Exempel på de svåra uppgifterna för vanliga klasser åk 6 är:

17) $0{,}5 \cdot 1{,}6 =$	18) $1{,}1 \cdot 3{,}30 =$	
19) $8{,}25 / 2 =$	20) $0{,}16 / 4 =$	
22) $0{,}16 / 0{,}8 =$	23) $4 / 0{,}1 =$	24) $3{,}6 / 0{,}01 =$

Eleverna från vanliga klasser åk 9 och mattespetsgruppen åk 9 hade förbättrat resultat i addition med tal i decimalform. Andel rätt besvarade uppgifter avtar med stigande nummer av uppgifterna för samtliga klasser åk 9. Det visade sig att de svåraste uppgifterna för vanliga klasser åk 9 var multiplikation och division med tal i decimalform där några få elever besvarade rätt på uppgifterna 16 - 24. Mattespetsgruppen åk 9 hade lösningsfrekvensen 50 % rättbesvarade på de svåraste uppgifterna 22 - 24 från hela diagnosen där vanliga klasser från åk 6 och vanliga klasser åk 9 hade lösningsfrekvens 17 % respektive 18 % rättbesvarade på samma uppgifter.

Sammanfattningsvis hade alla grupper förbättrat sina resultat i tal med decimalform där resultatet från mattespetsgruppen åk 6 förbättrades bäst. Alla undersökningsgrupper visade att resultatets lösningsfrekvens avtar med stigande uppgiftsnummer, dock med olika startpunkt i avtagandet. De svåraste uppgifterna 22–24 för samtliga undersökningsgrupper var i division med tal mindre än 1.

6.4 Tal i procentform

Tabell 7 och tabell 8 som finns i bilaga 1 presenterar resultatet i tal i procentform för samtliga undersökningsgrupper. Vid jämförelse av resultaten i tal i procentform visade det sig att samtliga klasser åk 6 hade en förbättring där de elever som lämnade blanka svar vid första undersökningstillfälle svarade rätt på samma uppgifter i slutet av undersökningen. Eleverna från mattespetsgruppen åk 6 presterade betydligt bättre än eleverna från vanliga klasser åk 6 i samtliga uppgifter. Det är alltså mattespetsgruppen åk 6 som utvecklades mest i beräkning av procent under undersökningsperioden. Gemensamt för alla undersökningsgrupper åk 6 var att ingen kunde lösa uppgiften 10. Det visade sig att eleverna hade sedan tidigare inte stött på begreppet förändringsfaktor i undervisningen eller att de har arbetat med liknande uppgifter.

Exempel på den svåraste uppgiften för samtliga klasser åk 6 är:

Uppgift 10) Priset på ett datorspel som tidigare kostat 400 kr höjs med 15 %. På det priset får Anna 15 % rabatt. Hur mycket ska Anna betala?
Svar: ______________________________

Eleverna från mattespetsgruppen åk 9 ökade andel rättbesvarade uppgifter i diagnosen i tal i procentform från 30 % i början av undersökningen till lösningsfrekvens 70–80 % rättbesvarade på samma uppgifter i slutet av undersökningen. Jämfört med vanliga klasser åk 9 presterade eleverna från mattespetsgruppen åk 9 bättre i uppgifterna 7–10 i slutet av undersökningen. Lösningsfrekvensen för vanliga klasser på dessa uppgifter var mellan 9 – 23 % rättbesvarade medan lösningsfrekvensen för mattespetseleverna var 70–80 % rättbesvarade på samma uppgifter.

Andel elever som lämnade blanka svar från vanliga klasser åk 9 ökade från och med uppgifterna 7–10. Mattespetsgruppen åk 9 löste uppgiften 10 med 80 % rätt medan de andra eleverna från undersökningsgrupper för åk 6 lämnade blankt svar. Eleverna från vanliga klasser åk 9 svarade på samma uppgift med lösningsfrekvensen 9 %.

Gemensamt för alla klasser var att andel rättbesvarade uppgifter avtar med stigande nummer av uppgifter oavsett gruppens förbättring jämfört med resultaten från början av undersökningen. Det var flera som lämnade blanka svar med stigande uppgiftsnummer i alla klasser förutom mattespetsgruppen åk 9.

6.5 Sammanfattning av resultaten

Sammanfattningen uppdelas utifrån resultaten på respektive diagnos.

Sammanfattningsvis behärskar eleverna från vanliga klasser åk 6 och mattespetsgruppen åk 6 multiplikation bättre i slutet av undersökningen jämfört med resultaten i början av undersökningen. Det finns några markanta förbättringar i resultaten. Tex eleverna från vanliga klasser åk 6 har förbättrat resultat i multiplikationen där ena faktor är 7, 8 och 9 från 75% till 92% rättbesvarade (se bilaga 1, tabell 1 och tabell 2, uppgift 3a). Samma typ av uppgifter har eleverna från vanliga klasser åk 9 svarat sämre på, från 88% till 76% rättbesvarade. Mattespetsgruppen åk 6 och åk 9 hade på dessa uppgifter 97 % respektive 100 % rättbesvarade. Det är påtagligt att samtliga klasser åk 6 och vanliga klasser åk 9 hade en minskning i svarsfrekvens ju längre de kom i diagnosen, dvs att de flest rättbesvarade uppgifter var från del 1a och minst rättbesvarade var från del 4b. Uppgifterna i del 4b testade eleverna i kortdivision med decimaltal i svaret samt likhetstecknets betydelse. Andel rätt besvarade uppgifter i kortdivision, del 4b förbättrades med 43 procentenheter jämfört med resultatet i början av undersökningen för mattespetsgruppen åk 9 medan andra undersökningsgrupper på samma uppgift hade 0 % eller 1 % rättbesvarade (se bilaga 1, tabell 1 och tabell 2, uppgift 4b).

När det gäller rationella tal hade alla undersökningsgrupper åk 9 svårt med tal i bråkform. Eleverna kunde lösa uppgifterna i addition och subtraktion av bråk med samma nämnare. När det kommer till bråk i blandad form, och addition och subtraktion av bråk med olika nämnare började detta bli svårt för dem. Olika försök med felaktiga svar gavs när eleverna multiplicerade med bråk. De flesta lämnade diagnosen utan att svara på avsnittet division med tal i bråkform. Mattespetsgruppen åk 9 hade även försämrat resultat i tal i bråkform men jämfört med andra undersökningsgrupper var de ändå betydligt bättre (se bilaga 1, tabell 4, uppgifter 1–9). De största framstegen visade mattespetseleverna från åk 9 vid beräkning av uppgifter i division med tal i bråkform med lösningsfrekvens 38 % rättbesvarade medan eleverna från samtliga klasser åk 6 och vanliga klasser åk 9 hade lösningsfrekvensen 0 % på samma uppgifter (se bilaga1, tabell 3 och tabell 4, uppgifter 22–24).

Alla undersökningsgrupper hade förbättrat sina resultat i tal med decimalform där resultatet från mattespetsgruppen åk 6 förbättrades mest. Alla undersökningsgrupper visade att resultatets lösningsfrekvens avtar med stigande uppgiftsnummer, dock med olika startpunkt i avtagandet. De svåraste uppgifterna 22 - 24 för samtliga undersökningsgrupper var uppgifter i division med tal mindre än 1. Dessa uppgifter löstes bäst av eleverna från mattespetsgruppen åk 9 med 63 % rättbesvarade (se bilaga 1, tabell 6, uppgifter 22–24).

Gemensamt för alla undersökningsgrupper åk 6 var att ingen kunde lösa uppgiften 10 i diagnosen tal i procentform (se bilaga 1, tabell 7, uppgift 10). Det visade sig att eleverna inte tidigare stött på begreppet förändringsfaktor i undervisningen eller arbetat med liknande uppgifter. Andel elever som lämnade blanka svar från vanliga klasser åk 9 ökade från och med uppgifterna 7–10. Mattespetsgruppen åk 9 löste uppgiften 10 med 80 % rätt medan de andra eleverna från undersökningsgrupper för åk 6 lämnade ett blankt svar. Eleverna från vanliga klasser åk 9 svarade på samma uppgift med lösningsfrekvens 9 %. Mattespetsgruppen åk 9 hade bättre resultat än eleverna från vanliga klasser åk 9 i alla diagnoser.

Avslutningsvis var det gemensamt för alla klasser att andel rättbesvarade uppgifter avtar med stigande uppgiftsnummer oavsett gruppens förbättring jämfört med resultaten från början av undersökningen. Det var flera som lämnade blanka svar med stigande uppgiftsnummer i alla klasser förutom mattespetsgruppen åk 9.

7. Analys

Vid jämförelsen av resultaten i början och i slutet av undersökningen mellan en mattespetsgrupp åk 6 och vanliga klasser åk 6 samt en mattespetsgrupp åk 9 och vanliga klasser åk 9 visade det sig alla undersökningsgrupper förbättrades vid besvarande av en deluppgift som de hade testats. Mattespetsgrupper åk 6 och åk 9 hade bättre resultat jämfört med de andra grupperna i nästan alla diagnoser. Attespetsgrupperna visade sämst resultat i diagnos med bråktal (se avsnitt 6.5).

7.1 Ämnesdidaktisk analys av studiens resultat i relation till andra studier

Studiens resultat relateras till aktuellt forskningsresultat i grundläggande kunskaper i matematik. Löwing (2016) visar hur eleverna har lyckats på nationell nivå genom att de testades bland annat i grundläggande kunskaper i multiplikation, division, tal i bråkform, tal i decimalform och tal i potensform. Analysdelen jämför resultaten i uppgifterna i multiplikation, division, tal i bråkform och tal i decimalform, tal i procentform där eleverna har lägsta lösningsfrekvens. Syftet var att jämföra hur eleverna från undersökningsgrupper lyckades lösa de svåra uppgifterna med resultatet från Löwings forskningsrapport.

7.1.1Multiplikation och division

Eleverna från mattespetsgruppen åk 6 presterade bättre än eleverna från vanliga klasser åk 6 i alla uppgifter i multiplikation/division, förutom uppgifterna i del 4b där samtliga grupper i åk 6 hade lösningsfrekvens 1% rättbesvarade uppgifter. Eleverna från mattespetsgruppen åk 9 löste alla uppgifter bättre i diagnosen i multiplikation/division jämfört med eleverna från vanliga klasser åk 9.

Både studiens resultat och Löwings forskningsrapport (2016, s. 136) visar att eleverna har generellt svårt med multiplikation där den ena faktorn är 6, 7, 8, och 9.

Tabell 1. Resultatet i diagnosen i multiplikation och division

	Resultat Löwing 2016 Åk 6	Resultat Löwing 2016 Åk 7	Vanliga klasser Åk 6 Vt 2016	Mattespetsgruppen Åk 6 Vt 2016	Vanliga klasser Åk 9 Vt 2016	Mattespetsgruppen Åk 9 Vt 2016
$6 \cdot 80$	55 %	42 %	85%	96%	71%	100%
$7 \cdot \_ = 42$	60 %	49 %	84%	100%	74%	100%

Eleverna från samtliga undersökningsgrupper hade bättre resultat på uppgifterna (t ex. $6 \cdot 80$ och $7 \cdot \_ = 42$) än eleverna från Löwings studie. Eleverna från vanliga klasser åk 6 ock åk 9 visade att de hade svårare med multiplikationsfakta med faktorer 7, 8, 9 som i sin tur ledde till sämre resultat i division med 7, 8 och 9. Om man missar uppgifterna i multiplikation med faktor 7 som tex $7 \cdot 8$ blir det fel vid beräkning av talen $7 \cdot 80$. De bristerna kommer att ge svårigheter vid division där nämnaren är 7 som tex 56/7. Det finns ett samband mellan multiplikationsfakta och skriftlig multiplikation och division. Bristande kunskaper i multiplikationsfakta leder till försämrad prestation i skriftlig multiplikation och division. Detta faktum bekräftas av sambandsanalysen i multiplikation (se avsnitt 3.2.4).

Det är tydligt att eleverna från samtliga klasser åk 6 och vanliga klasser åk 9 hade svårt med kort division med decimaltal i svaren i uppgiftsgrupp 4b i diagnosen. Uppgifter i del 4b där eleverna testades i kortdivision med decimal i svaren hade mattespestgruppen åk 9, 63 % rätt besvarade. Resultatet påverkas delvis av att eleverna inte behärskar multiplikationsfakta med faktorer 6, 7, 8 och 9 och delvis på grund av att eleverna inte har stött på liknande uppgifter under vanliga matematiklektioner. Eleverna i åk 6 har inte stött på uppgifter i kort division med svar som decimaltal utan de fick räkna kort division med rest i svaren. Denna uppgift (19/6 = 3 +_) är ett exempel där de allra flesta svarade 3 och rest 1 utan att de tänkte på likhetstecknet betydelse. Det är ett område som matematiklärare borde tänka på vid planeringen av matematikundervisning.

Å andra sidan hade eleverna från mattespetsgrupperna åk 6 och åk 9 ett bättre resultat i grundläggande kunskaper i multiplikation där undervisningen bedrivs genom problemlösningsuppgifter.

7.1.2 Rationella tal

Eleverna från mattespetsgruppen åk 9 har svarat bäst på uppgifterna i beräkningar i tal med bråkform jämfört med vanliga klasser åk 6 och åk 9 och mattespetsgruppen åk 6. Resultaten nedan kommer från de svåraste uppgifterna där eleverna testades i beräkningar av tal i bråkform och en jämförelse gjordes med resultaten från Löwings (2016) forskningsrapport.

Tabell 2. Resultatet i diagnosen i rationella tal

Uppgifter	Löwing 2016 Åk 8	Löwing 2016 Gy åk 1	Vanliga klasser Åk 6 Vt 2016	Mattespetsgruppen Åk 6 Vt 2016	Vanliga klasser Åk 9 Vt 2016	Mattespets-gruppen Åk 9 Vt 2016
$\frac{3}{4}+\frac{1}{8}$	42%	65 %	3 %	5%	32%	62%
$\frac{3}{4}-\frac{1}{2}$	40 %	62 %	0%	0%	16%	71%
$1\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{5}$	19 %	36 %	3%	0%	24%	71%
$\frac{2}{5}\Big/\frac{3}{4}$	9 %	28%	0%	0%	0%	38%

Det visar sig att mattespetseleverna har presterat bättre än eleverna från Löwings forskningsrapport åk 8 och Gy åk 1. Tabellen visar tydligt att undersökningsgrupperna hade svårt med bråkberäkning. Det visade sig att det även är svårt för eleverna på nationell nivå med beräkningar i bråk med tal i bråkform med olika nämnare, med bråk i blandad form och med division med bråk där nämnaren är ett bråktal.

Uppgifter i Diamantdiagnoser RB6, RB7 är enkla att lösa för de eleverna som har en god talluppfattning och som behärskar de vanligaste strategier för huvudräkning med naturliga tal. Löwing (2016). Eleverna från mattespetsgruppen åk 9 har relativt god taluppfattning och huvudräkningsstrategi som de har fått genom att de löste fler problemlösningsuppgifter.

Att lösningsfrekvenser är nästan lika i diagnoserna tal i decimalfrom, tal i bråkform och procent är inte förvånade eftersom de tre diagnoserna testar områden som relaterar till varandra. Förståelse av de enskilda begreppen kräver övergripande förståelse av sambanden mellan de. Troligtvis har de eleverna som behärskar dessa begrepp löst alla tre diagnoser (Löwing M. , 2016).

7.1.3 Tal i decimalform

Enligt tabell 39 i Löwing (2016, ss. 216-217) visar resultaten att det är samma andel elever som har svårigheter med tal i decimalfrom som andelen som inte behärskar tal i bråkform. De tre begreppen tal i bråkform, tal i decimalform och procent testar nära relaterade samband och begrepp. Det är inte konstigt att se mönster i de tre områdenas lösningsfrekvens som är relaterad till varandra.

Ett resultat i jämförelse mellan min undersökningsgrupp och Löwings undersökningsgrupp visas nedan. Jämförelsen utförs mellan de svåra uppgifterna i diagnosen AD-GY.

Tabell 3. Resultatet i diagnosen tal i decimalform:

Typ av uppgiften	Löwing Gy åk 1	Löwing GY åk 2	Vanliga Klasser åk 6	Mattespets-gruppen Åk 6	Vanliga Klasser Åk 9	Mattespets-Gruppen Åk 9
1,56–0,57	78%	82%	42%	69%	44%	96%
9·1,5	71%	75%	25%	53%	37%	92%
0,16/4	50%	51%	22%	50%	30%	83%
0,16/0,8	35%	37%	17%	28%	18%	63%

I analysen framgår att uppgiften 1,56 – 0,57, har eleverna från vanliga klasser åk 6 och åk 9 ungefär samma resultat vilket tyder att ingenting har hänt från åk 6 till åk 9 i resultatet och att eleverna inte behärskar huvudräkningsstrategier. Resultatet är lägre jämfört med på nationell nivå. Eleverna från mattespetsgruppen åk 6 hade 69 % i lösningsfrekvens vilket är lägre än jämfört med Löwings resultat. Det bästa resultatet visar mattespetsgruppen åk 9 med 96% rätt besvarade. Skillnaden är stor mellan mattespets åk 6 och 9.Der tyder på eleverna i åk 6 inte har befästat baskunskaper i decimaltal oavsett att de var undervisade genom problemlösning.

Uppgiften 9·1,5 löste eleverna från vanliga klasser med låg lösningsfrekvens, 25 % för åk 6 och 37 % åk 9 där man kunde använda sig av matematiska räkneregler och räknelagar. Eleverna från Löwings rapport åk 1 och åk 2 på gymnasiet hade nästan samma resultat med lösningsfrekvens 71% för åk 1 och 75% för åk 2. Det bästa resultatet i hela jämförelsen hade mattespetsgruppen åk 9.

Uppgiften i delningsdivisions, 0,16/4 hade gymnasieelever åk 1 och åk 2 nästan samma resultat där hälften kunde svara på den uppgiften. Hälften av eleverna i mattespetsgruppen åk 6 kunde svara på den uppgift med samma lösningsfrekvens som gymnasieeleverna. Eleverna från vanliga klasser åk 6 och åk 9 hade ännu lägre lösningsfrekvens, 22 % för åk 6 och 30 % för åk 9 rättbesvarade på den typen av uppgiften. Det bästa resultatet i den typen av uppgiften hade mattespetsgruppen med 83 % rättbesvarad.

De svåraste uppgifterna i diagnosen tal i decimalform var uppgiften med innehållsdivision dvs 0,16/0,8 där gymnasieelever åk 1 och åk 2 hade återigen samma resultat med lösningsfrekvens 35% respektive 37 %. Vanliga klasser hade lösningsfrekvensen 17 % för åk 6 och 18 % för åk 9. Deras resultat är lågt och ganska nära varandra. Det bästa resultatet hade återigen mattespetsgruppen åk 9 med lösningsfrekvens 63 % rättbesvarade. Låg lösningsfrekvens betyder att eleverna inte behärskar beräkningar inom de fyra räknesätten.

7.1.4 Tal i procentform

För att klara procenträkning krävs en god taluppfattning av tal i bråkform och tal i decimalform. Att räkna med procent har sitt ursprung i bråkräkning och att räkna med andelar. Detta kan betyda att de elever som har klarat diagnoserna i bråkräkning och tal i decimalform borde kunna lösa uppgifter i diagnosen i procent. De som hade svårt med bråkräkning och beräkningar i tal i decimalform skulle ha svårt med procenträkning för att de inte har tillräckliga goda förkunskaper att klara de uppgifterna.

För att kunna jämföra studiens resultat med liknande forskningsstudier gjordes ett urval av uppgifterna som anses vara svåra för de flesta eleverna i undersökningsgrupper. Uppgifterna 3, 4, 5, 6 och 7 valdes.

3. I en by i Schweiz talar 452 personer franska, 800 personer tyska och 748 personer italienska. Hur många procent av alla i byn talar tyska? Svar: ………………………
4. Ett par jeans kostar 720 kr. Man får 15% rabatt. Hur mycket får man då betala? Svar: ………………………
5. Lisas månadslön är 25 000 kr. När skatten är dragen har Lisa 21 000 kr kvar. Hur många procent av lönen betalar hon i skatt? Svar: ………………………
6. En dator kostar 8 400 kr utan moms. Man får också betala 25% moms. Hur mycket kostar datorn när momsen är inräknad? Svar: ………………………
7. Priset på en skjorta som tidigare kostat 400 kr höjs med 15%. På det priset får Erik 15% rabatt. Hur mycket får Erik betala? Svar: ………………………………

Tabell 4. Resultatet i diagnosen i procent:

Typ av uppgiften	Löwing Gy åk 1	Löwing GY åk 2	Vanliga Klasser åk 6 vt 2016	Mattespets-gruppen Åk 6 Vt 2016	Vanliga Klasser Åk 9 Vt 2016	Mattespets-Gruppen Åk 9 Vt 2016
3	56 %	63%	19%	44%	36%	70%
4	46%	53%	19%	33%	9%	80%
5	40%	41%	22%	44%	23%	70%
6	61%	66%	22%	66%	18%	80%
7	38%	42%	0%	0%	9%	80%

Uppgift 3 svarade mattespetsgruppen åk 6 rätt med lösningsfrekvens 44 %. Låga resultat hade vanliga klasser åk 6 och åk 9 med lösningsfrekvens 19% för åk 6 och 36% för åk 9. Det bästa resultat av alla dessa undersökningsgrupper hade mattespetsgruppen åk 9 med 70% rätt besvarade.

Uppgift 4 svarade mattespetsgruppen återigen bäst, med 80 % rätt besvarade. Drygt hälften av gymnasieleverna kunde lösa den typ av uppgiften. Lägsta resultat hade återigen vanliga klasser åk 6 med 19 % rätt besvarade och 9 % rätt besvarade för åk 9.

Uppgift 5 var en svår uppgift för nästan alla undersökningsgrupper förutom mattespestgruppen åk 9 som hade lösningsfrekvens 70 %. Gymnasieleverna och mattepetsgruppen åk 6 hade ca 40% i lösningsfrekvens. Lägsta resultat hade vanliga klasser åk 6 och åk 9 med ca 20 % rättbesvarade.

Uppgift 6 har (har gymnasielever nästan samma lösningsfrekvens nästan samma lösningsfrekvens gymnasieleverna åk 1 och åk 2 samt mattespetsgruppen åk 6 md ca 66% och vanliga klasser ca 20% rätt besvarade. Det bästa resultatet hade mattespetsgruppen åk 9 med 80% rätt besvarade.

Uppgift 7 var svårast och vanliga klasser åk 6 och mattespestgruppen åk 6 hade inget rätt svar för att de inte har haft undervisning i procentuell förändring och förändringsfaktor. Gymnasieleverna hade ca 40% i lösningsfrekvens medan mattespetsgruppen åk 9 hade bäst resultat med lösningsfrekvens 80 % rätt besvarade.

Mattespestgruppen åk 9 hade bäst resultat i alla uppgifter jämfört med andra undersökningsgrupper dvs gymnasielever åk 1 och åk 2 från Löwings kartläggning och vanliga klasser åk 6 och 9 samt mattespetsgruppen åk 6.

8.Diskussion

Eftersom eleverna som undervisades genom problemlösningen fick det bästa resultatet i jämförelsestudie, kommer detta undervisningssättet att diskuteras. Vad var anledningen till att eleverna från mattespetsgruppen kunde lösa uppgifterna bättre i grundläggande kunskaper i multiplikation, division, tal i decimalform, tal i bråkform och procent? Var det som var mest avgörande att eleverna hade särskilda matematiska förmågor i mattespetsgruppen eller att undervisningen genom problemlösning gav de redskap att klara uppgifterna med ett bra resultat? Varför eleverna från alla klasser inte visade lika bra resultat i diagnosen med bråktal är en fråga som skall diskuteras.

I metoddiskussion diskuteras effekter av metodval eftersom undersökningsstudien i viss mån är en aktionsforskningsstudie. Fördelar och nackdelar med metodvalet nämns i diskussionsdelen. Denna studie är även en jämförelsestudie och den metoden diskuteras i avsnittet.

Diskussion av analysen kommer att presentera de viktiga aspekterna som undervisande lärare i matematik kan tänka på för att förbättra elevernas resultat i baskunskaper i matematik.

Utifrån denna studies resultat och slutsatser kan andra studier göras. Detta nämns i ett avsnitt om vidare forskning. Hur hela forskningsstudien utvecklade mig som matematiklärare tas upp i delen " Personliga reflektioner"

8.1.Diskussion av analysen

8.1.1 Ämnesdidaktisk teori och didaktisk ämnesanalys

Didaktisk ämnesanalys ligger till grund för studiens resultatanalys. Det betyder att elevernas kunskaper kartläggs med avseende på vilken utsträckning eleverna i olika åldrar behärskar ett visst innehåll. Ovan beskrevs resultaten av de uppgifterna där eleverna hade lägst lösningsfrekvens och uppgifterna som eleverna lämnade obesvarade. Enligt studiens resultatanalys hade eleverna mest svårt med:

Multiplikation: multiplikation med ena faktorn 6, 7, 8, och 9.
Division: kortdivision där svaret är i decimalform
Rationella tall: addition och subtraktion med olika nämnaren, blandat form, division med tal i bråkform
Tal i decimalform: division med tal mindre än 1
Tal i procent form: uppgifterna med förändringsfaktor

Dessa resultat tyder på att de strukturscheman som *Diamantdiagnoser* bygger på stämmer då lösningsfrekvenserna avtar med stigande uppgifter i diagnoserna. Det som inte eleverna behärskar väl borde matematiklärare ta i anspråk vid planeringen, utformningen och utvärderingen av matematikundervisningen. Det är viktigt att elever lämnar grundskolan med goda baskunskaper i matematik för att kunna vidareutveckla sina matematikkunskaper på gymnasiet och på universitetsnivå. Baskunskaper är grundläggande kunskaper i matematik som eleverna även behöver för att kunna hantera vardagliga situationer i omgivningen.

8.1.2 Matematikundervisning genom problemlösning

Resultaten visar att ytterligare undervisningstid med fokus på problemlösning kan vara gynnsamt för elevernas kunskapsutveckling även när det gäller elevernas grundläggande kunskaper i tal och tals användning, trots att detta innehåll alltså inte fokuserats specifikt. Enligt Löwing (2016) är undervisningen genom problemlösning beroende av elevernas grundläggande kunskaper och brister i de kunskaperna riskerar att påverka elevernas problemlösningsförmåga.

Problemlösningsförmågan utvecklas under lång tid och eleverna behöver lösa många problem under hela skolgången. Detta är en viktig del av undervisningen enligt Lester (1996) och Taflin (2007) Genom problemlösning lär sig eleverna att tänka matematiskt vilket i sin tur hjälper dem att använda dessa kunskaper i vilken situation som helst. Lester (2007) poängterar att genom problemlösningsuppgifter får man djupare förståelse för matematiska begrepp och metoder. Resultatet här visar att de elever som löste problemlösningsuppgifter från matematiktävlingarna (HMT, Pangea, Pythagoras Quest, Kängurutävlingen (se avsnitt 3. 2. 4) fick djupare kunskaper i begrepp och metoder för att lösa uppgifter där grundläggande kunskaper testas.

Undervisning genom problemlösning stimulerade eleverna att lära sig matematik, vilket var syftet med matematiktävlingarna och mattespetsgruppen. För att ge goda förutsättningar för elever att lära sig matematik tillfredsställdes de sju kriterierna för problemuppgifter som beskrevs i avsnittet 4.4. Problemlösningsuppgifter stimulerade elevernas engagemang och eleverna kunde upptäcka nya matematiska begrepp, procedurer, och strategier. Den typen av undervisningen gynnade elever med särskilda matematiska förmågor.

Anledningen att alla undersökningsgrupper hade svårt med bråktal kan vara att eleverna inte behärskar följande tre grundläggande begrepp: nämnarens innebörd, täljarens innebörd, och att varje tal i bråkform kan skrivas på oändligt många olika sätt. Enligt Löwing (2016) kan de som behärskar följande tre grundläggande begrepp förstå och utföra de flesta operationer i beräkningar med tal i bråkform. Mattespetsgrupper åk 6 och åk 9 hade inte heller så bra resultat i diagnos med tal i bråkform. Orsaken kan vara att de inte heller behärskar de tre ovan nämnda begreppen eller att de problemlösningsuppgifterna inte tar upp tal i bråkform.

8.2 Metoddiskussion

Fördelen av metodvalet att skriva en jämförelsestudie är att det finns möjlighet att jämföra effekter av olika typ av matematikundervisning genom att testa samma grundläggande kunskaper i början och i slutet av undersökningen och analysera elevernas resultat. Diagnoserna i multiplikation, division, tal i bråkform, tal i decimalform samt procent konstruerades av erfarna ämnesdidaktiker som har erfarenhet och kunskap i ämnesdidaktik. Den ämnesdidaktiska strukturen i uppgifterna gav en klarare bild avförkunskapens betydelse för inlärningen. Med hjälp av den ämnesdidaktiska analysen förklarades resultaten och analyserades i vilken utsträckning eleverna i åk 6 och åk 9 behärskade baskunskaper i matematik. Förutom att jämföra resultat mellan undersökningsgrupper gav det möjlighet att jämföra resultaten på nationell nivå där flera tusen elever undersöktes i samma grundläggande kunskaper av erfarna forskare.

Samma förutsättningar gavs till alla undersökningsgrupper genom att eleverna fick samma diagnoser, samma tid till utförande, och att diagnoserna utfördes under samma tidsintervall. Underlaget till studiens ämnesdidaktiska analyser i denna studie bestod av ett hundratal elever vilket ger ett säkrare resultat för att kunna analysera och dra slutsatser på individ, -grupp och skolnivå.

Valet att i viss mån utföra aktionsforskning var en naturlig följd av mitt uppdrag som förstelärare i matematik där skolan ställde kravet att en utveckling i ämnet skulle ske. Eftersom aktionsforskning har sin utgångspunkt i praktiken försökte jag utveckla ämnet genom en forskningsinsats för att få kunskaper om hur utvecklingen gick till och vad som skedde under arbetsgången. För att starta utvecklingen gjordes först en kartläggning för att se var problemet ligger. Problemet var att de äldre eleverna på skolan, dvs. elever på högstadiet konstant fick fel på enkla uppgifter i form av räknefel. Bedömningsunderlaget till elevernas betyg visar brister i grundläggande begrepp och metod. Som erfaren lärare i matematik insåg jag problemet med att eleverna grundläggande kunskaper inte blev bättre år efter år.

Att utveckla matematikundervisning innebär att förändra undervisningssituationen för att åstadkomma bättre resultat i matematik. Mattespetsgruppen som redan fanns på skolan användes som en pilotstudie i aktionsforskningen som undersökte om undervisning genom problemlösning ger bättre effekter på elevernas resultat i grundläggande matematikkunskaper. För att ytterligare utveckla denna typ av studie skulle djupare intervjuer kunna utföras, som Löwing (2016) utförde i sin forskningsrapport för att få svar på varför eleverna gör de fel som de gör. Anledningen till att jag inte valde att utföra djupare intervjuer var att jag använde mig av Löwings (2016) resultat i jämförelsestudien och min forskningsfråga var inte att undersöka varför eleverna gör fel.

8.3 Lärarperspektivet

Problemet med de bristande kunskaperna i multiplikation/division kommer att kvarstå på högstadiet och gymnasiet i den vanliga matematikundervisningen så länge man försätter arbeta på ett sätt där eleverna förkunskaper inte testas. Det är viktigt att lärarna inser problemet att eleverna har bristande förkunskaper i multiplikation/division även i högre årskurser som tex gymnasiet. Det är viktigt att förkunskapsdiagnoser används för att matematiklärarna skall kunna planera sin undervisning utifrån problematiken. Löwing (2016) visar att de elever som inte behärskar multiplikationsfakta kommer ha svårt med generaliseringen av multiplikation vid matematikinlärningen. Detta påverkar troligen även elevernas problemlösningsförmåga negativt.

Löwing (2016) beskriver i sin rapport att vissa kommuner har valt att göra upprepade kartläggningar av elevernas kunskaper. Både kartläggning och upprepande kartläggning är dock ingen given metod till förbättrade resultat. Det är inte så enkelt att åstadkomma till förbättringen även om lärare blir medvetna om elevernas brister. Löwings forskning grundar sig på ett stort antal deltagande elever från Uppsala kommun. Uppsala kommun satsade på matematik i grundskolan och utbildade lärare i grundläggande aritmetik inklusive rationella tal. Kommunen ville följa upp kunskaper med hjälp av Diamantdiagnoserna då undersökningen gjordes 2008 för första gången i årskurserna F-8. Kartläggningen upprepades 2010 i årkurserna F-5 och 2012 i årskurs 2 och årskurs 4. Analysen av diagnoserna ska ge verktyg till skolans ledning och lärare och vara som ett stöd för att hjälpa eleverna där de har mest brister. Det är otroligt viktigt i de yngre åldrarna att eleverna får en bra grund för försatta matematikinlärning. Löwing refererar till Hattie (2009), som menar att

"...elevernas framgång i matematik beror till stor del på lärarens arbetssätt och att lärarens arbetssätt speglar lärarens förhållningssätt till matematikämnet och till undervisningen. Att förändra förhållningsätt och arbetssätt kan ta tid och kräver en del tålamod. Förändring behöver ses som en långsiktig process" (Löwing M. , 2016, s. 181).

Enligt studiens resultat samt resultat från andra studier så som Löwing (2016) visade det sig att vissa kritiska aspekter där eleverna har mest svårt i baskunskaper i matematik var samma. Matematiklärare kan tänka på dessa aspekter vid planering och utformning av matematikundervisning i syfte att förebygga kvarstående brister i baskunskaper i matematik.
Dessa kritiska aspekter är:
Multiplikation- multiplikation med ena faktorn 6, 7, 8, och 9.
Division- kortdivision där svaret är i decimalform
Rationella tall-addition och subtraktion med olika nämnaren, blandat form, division med tal i bråkform
Tal i decimalform-division med tal mindre än 1
Tal i procent form-uppgifterna med förändringsfaktor

8.4 Vidare forskning

Denna undersökningsstudie visade hur undervisning genom problemlösning påverkade resultatet i elevernas grundläggande kunskaper i multiplikation, division, tal i bråkform, tal i decimalform och procent. Det skulle vara intressant att se vad en målmedveten undervisning genom användning av *Diamantdiagnoser* för att kartlägga elevernas grundläggande kunskaper och ämnesdidaktiska analyser har för effekter på utvecklingen av problemlösningsförmågan. För att utföra denna typ av studien behöver forskare bli kunnig i ämnesdidaktiska teorier, och ämnesdidaktiska analyser.

En annan typ av undersökning skulle kunna utföras där vanliga klasser, utan några mattespetsgrupper som i studiens fall, undervisas genom problemlösning. För att elever ska bli framgångsrika problemlösare måste lärare acceptera att utvecklingen går långsamt och att det är ett långsiktigt mål. I detta fall är det viktigt att undervisande lärare kan undervisa genom problemlösning.

8.5 Personliga reflektioner

Jag fick tjänsten som förstelärare på min skola och därmed ett uppdrag att utveckla matematikundervisningen på skolan. Vi var tio lärare som tillhörde matematikinstitutionen och tillsammans försökte vi göra en systematisk analys av vårt arbete och se över våra behov och våra planer. Vi planerade att skapa en räknestuga på skolan där alla matematiklärare var med och deltog. Eleverna som behövde hjälp fick olika tider att komma till räknestugan. En annan del av skolans utveckling var klassbesök. I samråd med undervisande lärare planerade vi olika lektioner i klasserna, genomförde och analyserade efteråt. Jag fick en överblick över alla elever och deras olika nivåer i matematik. Den insatsen är en del av ett kollegialt lärande.

En del av utvecklingsarbetet var att de elever som tyckte om matematikämnet tilldelades en extra timme i veckan. Vi hade format en "mattespetsgrupp", en grupp elever med särskilda matematiska förmågor på skolan. I början var det elever från högstadiet som var med i den gruppen. Vi började träna på gamla problemlösningsuppgifter från matematiktävlingar redan under hösten 2013. Eleverna från mattespetsgruppen deltog på olika matematiktävlingar som Högstadiets matematiktävling (HMT), Pythagoras Quest, Pangea och Kängurutävlingen. Eleverna tyckte om den timmen, de lärde sig att lösa nya problemlösningsuppgifter och de förbättrade sina resonemang. I inledningen ovan beskrevs att mattespestgruppen utökades med två extra tillfällen, ett tillfälle för mellanstadieelever och ett tillfälle för högstadieelever. Nästa steg var att mattespetsgruppen kunde väljas under elevens val. Det är värt att nämna att bland de mattespetselever som hade utmärkt sig, gick två elever till finaltävling i Pangea matematiktävling. Det är en elev i åk 8 som gick till finalen under år 2016 och en elev från åk 9 som gick till finalen under år 2017. Dessa två elever utvecklade sina matematiska förmågor på lektioner i mattespetsgruppen vilket ledde till att de var bland 20 bästa elever i sin årskurs i hela Sverige.

Tabell 4:

Resultaten av grundläggande kunskaper i tal i bråkform i början och slutet av undersökningen

	Årskurs 9 Vanlig klass Ht 2016	Årskurs 9 Vanlig klass Vt 2017	Årskurs 9 Mattespetsgrupp H 2016	Årskurs 9 Mattespetsgrupp Vt 2017
n=	27	25	7	10
1-3				
Rätt svar	73%	95%	100%	88%
Fel svar	25%	1%	0%	12%
Blankt svar	2%	4%	0%	0%
4-6				
Rätt svar	33%	32%	81%	62%
Fel svar	52%	48%	19%	38%
Blankt svar	15%	20%	0%	0%
7-9				
Rätt svar	52%	53%	100%	88%
Fel svar	19%	27%	0%	12%
Blankt svar	29%	20%	0%	0%
10-12				
Rätt svar	17%	16%	90%	71%
Fel svar	26%	39%	10%	17%
Blankt svar	57%	45%	0%	12%
13-15				
Rätt svar	19%	24%	62%	71%
Fel svar	25%	20%	24%	17%
Blankt svar	56%	56%	14%	12%
16-18				
Rätt svar	9%	21%	38%	79%
Fel svar	22%	20%	62%	4%
Blankt svar	69%	59%	0%	17%
19-21				
Rätt svar	8%	4%	0%	4%
Fel svar	20%	5%	53%	42%
Blankt svar	72%	91%	47%	54%
22-24				
Rätt svar	6%	0%	28%	38%
Fel svar	22%	8%	19%	50%
Blankt svar	72%	92%	53%	12%

Tabell 5:

Resultaten av grundläggande kunskaper i tal i decimalform i början och slutet av undersökningen

	Årskurs 6 Vanlig klass Ht 2016	Årskurs 6 Vanlig klass Vt 2016	Årskurs 6 Mattespetsgrupp Ht 2016	Årskurs 6 Mattespetsgrupp Vt 2016
n=	40	33	12	12
1-3				
Rätt svar	67%	76%	67%	89%
Fel svar	30%	24%	33%	11%
Blankt svar	3%	0%	0%	0%
4-6				
Rätt svar	68%	68%	69%	81%
Fel svar	27%	32%	22%	19%
Blankt svar	5%	0%	9%	0%
7-9				
Rätt svar	63%	84%	81%	94%
Fel svar	27%	10%	11%	6%
Blankt svar	10%	6%	8%	0%
10-12				
Rätt svar	33%	42%	56%	69%
Fel svar	46%	30%	36%	28%
Blankt svar	21%	28%	8%	3%
13-15				
Rätt svar	20%	25%	22%	53%
Fel svar	29%	30%	36%	25%
Blankt svar	51%	45%	42%	22%
16-18				
Rätt svar	0%	21%	8%	42%
Fel svar	27%	16%	42%	22%
Blankt svar	73%	63%	50%	36%
19-21				
Rätt svar	0%	22%	14%	50%
Fel svar	11%	10%	33%	8%
Blankt svar	89%	68%	53%	42%
22-24				
Rätt svar	0,8%	17%	19%	28%
Fel svar	8%	13%	31%	22%
Blankt svar	91,2%	70%	50%	50%

Tabell 6:

Resultaten av grundläggande kunskaper i tal i decimalform i början och slutet av undersökningen

Uppgifter Se bilaga nr 1	Årskurs 9 Vanlig klass Ht 2016	Årskurs 9 Vanlig klass Vt 2017	Årskurs 9 Mattespetsgrupp Ht 2016	Årskurs 9 Mattespetsgrupp Vt 2017
n=	26	27	8	8
1-3				
Rätt svar	86%	94%	96%	100%
Fel svar	13%	6%	4%	0%
Blankt svar	1%	0%	0%	0%
4-6				
Rätt svar	81%	81%	100%	100%
Fel svar	13%	19%	0%	0%
Blankt svar	6%	0%	0%	0%
7-9				
Rätt svar	65%	57%	96%	96%
Fel svar	27%	41%	4%	4%
Blankt svar	8%	2%	0%	0%
10-12				
Rätt svar	47%	44%	88%	96%
Fel svar	29%	46%	12%	4%
Blankt svar	24%	10%	0%	0%
13-15				
Rätt svar	35%	37%	96%	92%
Fel svar	22%	48%	4%	8%
Blankt svar	43%	25%	0%	0%
16-18				
Rätt svar	29%	20%	63%	100%
Fel svar	28%	40%	37%	0%
Blankt svar	43%	40%	0%	0%
19-21				
Rätt svar	26%	30%	71%	83%
Fel svar	17%	30%	25%	13%
Blankt svar	57%	40%	4%	4%
22-24				
Rätt svar	13%	18%	75%	63%
Fel svar	13%	30%	25%	25%
Blankt svar	74%	52%	0%	12%

Tabell 7:

Resultaten av grundläggande kunskaper i procent i början och slutet av undersökningen

Uppgifter Se bilaga nr 1	Årskurs 6 Vanlig klass Ht 2016	Årskurs 6 Vanlig klass Vt 2017	Årskurs 6 Mattespetsgrupp Ht 2016	Årskurs 6 Mattespetsgrupp Vt 2017
n=	38	27	12	9
1				
Rätt svar	89%	78%	92%	100%
Fel svar	3%	22%	0%	%
Blankt svar	8%	0%	8%	0%
2				
Rätt svar	13%	56%	17%	88%
Fel svar	74%	37%	66%	12%
Blankt svar	13%	7%	17%	0%
3				
Rätt svar	13%	48%	33%	88%
Fel svar	32%	44%	42%	12%
Blankt svar	55%	8%	25%	0%
4				
Rätt svar	47%	67%	66%	88%
Fel svar	14%	19%	8%	12%
Blankt svar	39%	24%	26%	0%
5				
Rätt svar	28%	41%	42%	88%
Fel svar	38%	48%	33%	12%
Blankt svar	36%	11%	25%	0%
6				
Rätt svar	3%	19%	50%	44%
Fel svar	43%	56%	33%	56%
Blankt svar	55%	25%	17%	0%
7				
Rätt svar	11%	19%	17%	33%
Fel svar	34%	44%	58%	56%
Blankt svar	55%	37%	25%	11%
8				
Rätt svar	11%	22%	33%	44%
Fel svar	34%	41%	50%	44%
Blankt svar	55%	37%	17%	11%
9				
Rätt svar	6%	22%	25%	66%
Fel svar	29%	41%	50%	23%
Blankt svar	65%	37%	25%	11%
10				
Rätt svar	0%	0%	8%	0%
Fel svar	38%	63%	75%	89%
Blankt svar	62%	37%	17%	11%

Tabell 8:

Resultaten av grundläggande kunskaper i procent i början och slutet av undersökningen

Uppgifter Se bilaga nr 1	Årskurs 9 Vanlig klass Ht 2016	Årskurs 9 Vanlig klass Vt 2017	Årskurs 9 Mattespetsgrupp Ht 2016	Årskurs 9 Mattespetsgrupp Vt 2017
n=	27	22	10	8
1				
Rätt svar	100%	73%	30%	70%
Fel svar	0%	23%	0%	10%
Blankt svar	0%	4%	70%	20%
2				
Rätt svar	70%	73%	30%	60%
Fel svar	22%	9%	0%	20%
Blankt svar	8%	18%	70%	20%
3				
Rätt svar	7%	23%	3%	60%
Fel svar	74%	36%	0%	20%
Blankt svar	19%	41%	70%	20%
4				
Rätt svar	74%	82%	30%	80%
Fel svar	4%	14%	0%	0%
Blankt svar	22%	4%	70%	20%
5				
Rätt svar	56%	68%	10%	80%
Fel svar	33%	14%	20%	0%
Blankt svar	11%	18%	70%	20%
6				
Rätt svar	37%	36%	0%	70%
Fel svar	44%	41%	30%	10%
Blankt svar	19%	23%	70%	20%
7				
Rätt svar	11%	9%	30%	80%
Fel svar	41%	50%	0%	0%
Blankt svar	48%	41%	70%	20%
8				
Rätt svar	26%	23%	30%	70%
Fel svar	26%	36%	0%	10%
Blankt svar	48%	41%	70%	20%
9				
Rätt svar	22%	18%	30%	80%
Fel svar	26%	41%	0%	0%
Blankt svar	52%	41%	70%	20%
10				
Rätt svar	7%	9%	0%	80%
Fel svar	44%	32%	30%	0%
Blankt svar	49%	59%	70%	20%