



SAHLGRENSKA AKADEMIN

Institutionen för neurovetenskap och fysiologi
Sektionen för hälsa och rehabilitering
Enheten för logopedi

313

Utvärdering av nytt testmaterial för screening av räknesvårigheter hos grundskoleelever, årskurs 4–6

Åse Prodér
Lovisa Verner

Examensarbete i logopedi
30 högskolepoäng
Vårterminen 2018

Handledare
Jakob Åsberg Johnels

Utvärdering av nytt testmaterial för screening av räkningsvårigheter hos grundskoleelever, årskurs 4–6

Åse Prodér
Lovisa Verner

Sammanfattning: Det finns få testmaterial som har anknytning till den senaste forskningen angående relationen mellan symbolisk mängduppfattning och räkneförmågan. Föreliggande studies primära syfte var att utvärdera validitet och reliabilitet hos testmaterialet ”Diagnostiskt Test av Siffror och Aritmetik”. Materialet består av tre deltest och innefattar en sådan anknytning. Det sekundära syftet var att ta fram normer för instrumentet. I studien deltog 153 elever i grundskolan årskurs 4–6. Självskattningens ena subskala hade en god intern konsistens. Test-retest visade på acceptabel korrelation för deltesterna gällande symbolisk mängduppfattning och aritmetik. Vid jämförelse av testresultat mellan de klassificeringsgrupper som skapats av lärare påvisades en övergripande god korrespondens. Studien kunde också bekräfta att det fanns en stark korrelation mellan dessa två deltest. Normativa data för årskurs 4–6 togs fram. Slutsatsen blev att instrumentet har fått en första utvärdering och är, med vissa justeringar, redo för vidare prövning. Fler testmaterial med liknande inriktning efterfrågas.

Nyckelord: räkningsvårigheter, symbolisk mängduppfattning, aritmetik, testmaterial, grundskoleelever

Evaluation of a new test material for screening for mathematical disabilities in Swedish elementary pupils in 4th-6th grade

Abstract: Few test materials include the relation between symbolic magnitude processing and calculation abilities. The primary purpose of this study was to evaluate validity and reliability of the new test material “Diagnostiskt Test av Siffror och Aritmetik” which include this association. The secondary purpose of this study was to create norms. The study included 153 participants. One of the subscales in the subtest about self-rated mathematical ability showed good internal consistency. A test-retest of the other two subtests showed an acceptable correlation. A comparison between test results and teacher ratings of mathematical abilities showed a good compliance. This study could also confirm a strong correlation between these two subtests. Norm tables were created for grades 4-6. The conclusion of this study was that the instrument has been evaluated a first round and is, with some adjustments, ready for further evaluations. More test materials with similar focus are required.

Key words: mathematical disabilities, symbolic magnitude processing, arithmetic, test material, pupils

Matematik är en aktivitet som till stor del innefattar reflektion, problemlösning och kreativitet (Skolverket, 2011b). Redan tidigt i livet möter barn en omgivning som ständigt kvantifierar och jämför objekt. Det kan till exempel vara att den vuxne i en vardagssituation uppmärksammar att barnet skall ha två vantar och en mössa. I denna miljö kan barnets matematiska insikt börja ta form (Sheridan, Samuelsson & Johansson, 2009). Wood och Spelke (2005) visade i sin studie att den matematiska förmågan att översiktligt kunna urskilja mängder redan finns hos mycket små barn. I studien såg de bland annat att barn vid sex månaders ålder kunde diskriminera mellan åtta och fyra händelser.

Von Aster och Shalev (2007) beskriver ett barns matematiska utveckling genom en fyrtogsmodell. De menar att barnet först och främst har en mängduppfattning (steg 1). Denna mängduppfattning kan sedan verbalt benämnas (steg 2), därefter kan den verbala benämningen av en mängd representeras med en siffra, dvs symbolisk mängduppfattning (steg 3). Till sist kan dessa siffror ställas i relation till varandra på en mental tallinje (steg 4). Krajewski och Schneider (2008) framhåller en liknande stegmodell för att beskriva ett barns matematiska utveckling. De hänvisar till tre grundläggande steg som, till skillnad från Von Aster och Shalevs modell, utgår mer från verbala processer. Det första steget är då ett barn, vid ca två års ålder, börjar räkna utan en förståelse för ordens innebörd. Nästa steg är att barnet med ökad ålder (ca ett år senare) börjar få en förståelse för att dessa benämningar representerar en viss mängd. Till en början är denna förståelse oprecis, det vill säga att de förstår att "två" står för en liten mängd gentemot "hundra" som står för en stor mängd. Barnets förmåga till precis diskriminering utvecklas sedan stegvis med åldern. Det tredje steget innefattar förståelsen för delar och helheter, det vill säga att två olika mängder kan kombineras och bilda en ny mängd. Den matematiska utvecklingen kan också beskrivas utifrån talradsteorin (Johansson, 2013). Denna teori utgår först och främst ifrån en förståelse för talradsserien (det vill säga talens ordningsföljd, och att ett barn inte räknar "tjugo-nio"- "tjugo-tio", utan övergår till trettio). Talradsteorin poängterar även att förmågan till att identifiera siffror gör det möjligt att utveckla en mental talrad. Denna ger i sin tur möjligheten att göra enklare beräkningarna via hela tiotal, vilket gör att barnet reflekterar kring mängder på ett mer sofistikerat sätt (Johansson, 2013).

Arbetsminnet har en stor betydelse för utveckling av inläring, förståelse och resonering (Baddley, 2010). Dessa förmågor är i sin tur förutsättningar för ett matematiskt tänkande (Krajewski & Schneider, 2009). Baddleys modell av arbetsminnet består av fyra olika delar. Den centrala exekutiva funktionen reglerar och kontrollerar vår uppmärksamhet. Det visuospatiala skissblocket processar visuella input. Den fonologiska loop processar verbala och akustiska input. Slutligen samordnar den episodiska bufferten input från det visuospatiala skissblocket och den fonologiska loop med information från långtidsminnet. Enligt Krajewski och Schneider (2009) är den fonologiska loop avgörande i det första steget i den matematiska utvecklingen, då barnet verbalt börjar räkna. Däremot menar de att det är det visuospatiala skissblocket som är viktig vid andra steget när barnet skall koppla ihop de verbala benämningarna med en viss mängd.

En grundläggande förståelse för siffror samt en god verbal räkneförmåga i förskoleåldern anses ofta korrelera med en god aritmetisk förmåga (räkneoperationer utifrån de fyra räknesätten) senare i skolåldern (Jordan, Kaplan, Ramineni, Locuniak & García Coll, 2009; Aunio & Niemivirta, 2010). Enligt kunskapskraven för årskurs 3 (Skolverket, 2011b) bör eleverna bland annat ha uppnått matematiska förmågor såsom kunskap om naturliga tal, dess egenskaper och ordning, delar och helhet samt hur tal förhåller sig till varandra. De

skall också ha en grundläggande förståelse för de fyra räknesätten, kunna göra rimlighetsbedömningar och bedöma matematiska likheter samt ha en förståelse för likhetstecknets betydelse (Skolverket, 2011b). Göbel, Watson, Lervåg och Hulme (2014) menar att det är av stor vikt att barnet, i sin matematiska utveckling lär sig kopplingen mellan en skriven siffra och den mängd som siffran representerar. Denna förmåga kallas symbolisk mängduppfattning och är viktig för utveckling och förståelse för aritmetik (Göbel et al., 2014).

Det vardagliga livet för en vuxen person förutsätter i allra högsta grad en förståelse för siffror och matematiska uträkningar. Att kunna avläsa och förstå siffrornas innebörd vid adresser, telefonnummer, PIN-koder, skostorlekar, måttenheter, procent samt vid generell hantering av vardagsekonomi är några exempel på sådana situationer (McCloskey, M., 2007, refererad i Stockholms läns landsting, 2015). Butterworth (2005) skriver att svårigheter med matematik troligen är lika utbrett (ca 3,6-6,5%) som läs- och skrivrelaterade svårigheter. Dessutom hänvisar Butterworth till studier (Bynner & Parsons, 1997, refererad i Butterworth, 2005) vars resultat indikerar att matematiska svårigheter kan innebära lika stort funktionshinder som svårigheter inom litteracitet. Trots detta har det gjorts mycket mindre forskning om numeracitet än om litteracitet (Butterworth, 2005). Räknesvårigheter kan påverka flera olika aspekter i individens utveckling, både vad gäller personlighetsutveckling och självförtroende (Stockholms läns landsting, 2015). De individer som har räknesvårigheter har ofta en mer negativ inställning till matematik, vilket i sin tur kan leda till ångest och fobi för ämnet (Krinzinger & Kaufman, 2006, refererad i Kaufmann & von Aster, 2012). För att minimera dessa negativa konsekvenser är det viktigt att individens räknesvårigheter uppmärksammas tidigt (Stockholms läns landsting, 2015). Därmed kan det i samband med en utredning av räknesvårigheter vara viktigt att inkludera en självskattning av individens subjektiva upplevelse kring matematik för att få en heltäckande bild av psykosociala aspekter.

Termen *matematiksvårigheter* används ofta som ett paraplybegrepp för alla de svårigheter som kan uppstå inom matematik. Svårigheterna kan ha många olika uttryck och orsaker. Utifrån Von Aster och Shalevs modell (2007) kan orsakerna diskuteras och relateras till de olika utvecklingsstegen. Matematiksvårigheter skulle alltså potentiellt kunna utgå ifrån en svårighet med mängduppfattning (steg 1), språkliga förmågor (steg 2), förståelse för symboliska representationer (steg 3) och/eller reflektera kring en mental talrad (steg 4). Det råder dock ingen konsensus inom forskning och litteratur kring hur de olika matematiksvårigheterna bör benämnas, definieras och diagnostiseras.

I ”Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders”, femte upplagan (DSM-5) finns en övergripande diagnos för ”Specifika inlärningssvårigheter” som i sin tur kan specificeras till subkategorier för läs-, skriv- och matematiksvårigheter (American Psychiatric Association, 2013). En eventuell motivering till att placera dessa svårigheter under en diagnostisk kategori skulle kunna vara att samexistens av dessa är vanlig (Landerl & Moll, 2010; Moll, Kunze, Neuhoff, Bruder & Schulte-Körne, 2014). För att få diagnosen ”Specifika inlärningssvårigheter” skall personen ha visat svårigheter inom en eller flera av sex domäner (som övergripande handlar om ordavkodning, läsförståelse, stavning, grammatik, förståelse för mängder, sifferfakta, kalkylering och matematisk problemlösningsförmåga) under minst 6 månaders tid. Prestationen inom en domän skall vara lägre än genomsnittet för åldern och diagnostiseringen utgår ifrån att barnet har IQ över 70 (American Psychiatric Association, 2013).

Termen *Specifika räknesvårigheter* används av World Health Organisation i dess diagnosklassificering ICD-10 (International Statistical Classification of Diseases and Related Health Problems - Tenth Revision). *Specifika räknesvårigheter* definieras enligt följande:

“Avser en specifik försämring av matematiska färdigheter som inte kan skylas på psykisk utvecklingsstörning eller bristfällig skolgång. Räknesvårigheterna innefattar bristande förmåga att behärska basala räknefärdigheter såsom addition, subtraktion, multiplikation och division snarare än de mer abstrakta matematiska färdigheter som krävs i algebra, trigonometri, geometri och komplexa beräkningar.” (Socialstyrelsen, s. 216, 2017)

Specifika räknesvårigheter används många gånger synonymt med termerna dyskalkyli och matematiska inlärningssvårigheter (Stockholms läns landsting, 2015). En oenighet kring terminologi återfinns såväl i svensk som i engelsk litteratur. Termer som ofta förekommer i engelska forskningsstudier är “dyscalculia” (Kaufman & Von Aster, 2013), “mathematical disabilities” (Rouselle & Noel, 2007) och “developmental dyscalculia” (Butterworth, 2005; Feigenson, Dehaene & Spelke, 2004; Landerl, Bevan & Butterworth, 2004; Kuhn, 2015; Von Aster & Shalev, 2007). Föreliggande studie kommer att göra direkta översättningar av de begrepp som används i de engelska referenserna samt studera räknesvårigheter oavsett om de är specifika eller om de förekommer i samband med andra svårigheter. Kuhn (2015) beskriver i en översiktsartikel en sammantagen symtombild av räknesvårigheter som karaktäriseras av; svårigheter att processa mängder¹, svårigheter att koppla siffror till underliggande kvantiteter², svårigheter att plocka fram aritmetiska fakta³ och kvarstående omogna räknestrategier⁴. Detta refererar han till som “developmental dyscalculia” och de fyra aspekterna kommer presenteras ingående nedan.

1. Svårigheter att processa mängd. Feigenson et al. (2004) menar att det finns två icke-verbala kärnsystem för att processa mängder; “Approximate Number System” (ANS) och “Objekt Tracking System” (OTS). ANS används när man skall bedöma större kvantiteter mer översiktligt och OTS används när man snabbt skall avgöra den exakta mängden vid mindre kvantiteter (så kallad subitiserings). Begränsningar inom dessa kärnsystem skulle kunna vara en orsak till dyskalkyli (Feigenson et al., 2004). Det finns dock studier, inklusive en omfattande översiktsartikel, som inte kunnat påvisa en sådan koppling (De Smedt, Noël, Gilmore & Ansari, 2013). Funktionerna i ANS och OTS kan relateras till steg 1 (mängduppfattning) i den matematiska utvecklingen beskriven av von Aster och Shalev (2007) och steg 2 (koppla verbala benämningar till mängder) enligt Krajewski och Schneider (2008).

2. Svårigheter att koppla siffror till underliggande kvantiteter. Göbel et al. (2014) menar att förmågan att identifiera siffror kan användas som en förutsägande faktor för den senare utvecklingen av aritmetisk förmåga. Att symbolisk mängduppfattning anses vara viktig för utveckling av aritmetik bekräftas även av andra studier (De Smedt et al., 2013; Jordan et al., 2009; Nosworthy, Bugden, Archibald, Evans & Ansari, 2013; Rouselle och Noël, 2007; Vanbinst, Ghesquière, Smedt & Ansari, 2016). Svårigheter att koppla siffror till underliggande kvantiteter kan relateras till steg 3 (förståelse för symbolisk mängduppfattning) enligt von Aster och Shalev (2007).

3. Svårigheter att plocka fram aritmetiska fakta. Ett befast minne av en räkneoperation (till exempel att $1+1=2$) och som därmed inte kräver en uträkning, brukar kallas för en förmåga att plocka fram aritmetiska fakta (LeFevre, Berrigan, Vendetti, Kamawar,

Bisanz, Skwarchuk & Smith-Chant, 2013). Enligt LeFevre et al. (2013) samt Passolunghi och Siegel (2004) kan en bristande inhibering av den exekutiva funktionen i arbetsminnet leda till svårigheter att plocka fram aritmetiska fakta. Det skulle också kunna vara en sekundär problematik utifrån svårigheter att koppla siffror till underliggande kvantiteter, vilket stöds av funktioner som kopplats till det visuospaciala skissblocket (Krajewski & Schneider, 2009). Slutligen kan funktionsnedsättningar i den episodiska bufferten eventuellt innebära svårigheter att samordna input från det visuospaciala skissblocket och den fonologiska loopen med information från långtidsminnet (Baddley, 2010), vilket skulle kunna påverka räkneförmågan. Svårigheter med att plocka fram aritmetiska fakta kan relateras till steg 4 (koppla siffror i relation till varandra på en mental tallinje) enligt von Aster och Shalev (2007).

4. Kvarstående omogna räknestrategier. Vid utvecklingen av den aritmetiska förmågan går vanligtvis barnet så småningom vidare till mer sofistikerade strategier. Det kan till exempel vara att bryta ner talet till mindre enheter eller hämta kunskap från långtidsminnet (Johansson, 2013). Ostad (1997,1999) menar att barn med dyskalkyli fortsätter att använda de omogna räknestrategierna även i en högre ålder. Det kan till exempel vara att räkna på fingrar, räkna verbalt samt rita och räkna prickar. Dessa svårigheter kan relateras till steg 4 (koppla siffror i relation till varandra på en mental tallinje) enligt von Aster och Shalev (2007) samt till steg 3 (segmentering och manipulering av mängder) enligt Krajewski och Schneider (2008).

I fokusrapporten från Stockholms läns landsting (2015) återfinns en liknande beskrivning av räknesvårigheter som Kuhn (2015) har gjort. Det är dock viktigt att notera att personer med räknesvårigheter är en heterogen grupp och kan ha ett eller flera av dessa karaktärsdrag (Träff, Olsson, Östergren & Skagerlund, 2017).

Fonologisk medvetenhet brukar betonas som en grundläggande och avgörande förutsättning för utvecklingen av läsförmågan (Magnusson, Naucclér & Reuterskiöld, 2008). Korrelationen mellan symbolisk mängduppfattning och aritmetisk förmåga liknar på många sätt den korrelation som finns mellan fonologisk medvetenhet och ordläsningsförmåga (Göbel et al., 2014; Vanbinst et al., 2016). Mängduppfattning kan testas både icke-symboliskt och symboliskt. Det vanligaste sättet att mäta icke-symbolisk mängduppfattning är genom att man skall avgöra vilken av två rutor som innehåller flest prickar. Symbolisk mängduppfattning däremot mäts oftast utifrån att man skall avgöra vilket av två tal (till exempel 5 eller 8) som är störst (Nosworthy et al., 2013). Huruvida fokus bör ligga på symbolisk eller icke-symbolisk mängduppfattning när man vill studera förmågan att processa mängd i relation till aritmetisk förmåga var något som Rousell och Noël (2007) tittade närmare på. De fann i sin studie att barn med matematiska svårigheter enbart hade svårigheter med att jämföra symboliska mängder. Att korrelationerna mellan icke-symboliska uppgifter och aritmetisk förmåga inte är tillräckligt konsekventa framhävs också i översiktsartikeln av De Smedt et al. (2013). De ifrågasätter huruvida de förmågor som mäts med icke-symboliska uppgifter faktiskt är kritiska för den matematiska förmågan som är relevant i skolan. Nosworthy et al. (2013) för ett liknande resonemang som Rouselle och Noël (2007) och studerade huruvida processande av mängd kan användas för att förklara aritmetiska svårigheter, samt om en förändring av ett barns processande av mängd sker med stigande ålder. Studien visade att både icke-symbolisk och symbolisk mängduppfattning korrelerade med aritmetisk förmåga. I en regressionsanalys kunde dock enbart prestation i symbolisk mängduppfattning förklara unik varians i aritmetisk

förmåga (Nosworthy et al., 2013). I och med att en likvärdig korrelation för både symbolisk och icke-symbolisk mängduppfattning i relation till aritmetisk förmåga kunde observeras av Nosworthy et al. (2013), skulle en anpassning av uppgifter kunna göras utifrån åldersgrupp. En sådan anpassning kan ses i studien av Krajewski och Schneider (2008) där de valde att testa icke-symbolisk mängduppfattning för förskolebarn eftersom symboliska representationer vanligen inte är etablerade vid denna ålder. Ett av Skolverkets kunskapskrav för årskurs 1–3 är att eleverna besitter en uppfattning om det matematiska positionssystemet (Skolverket, 2011b). Det är därmed motiverat att använda sig av symboliska representationer för att studera elevers mängduppfattning från och med årskurs 4.

Hastighetsaspekter vid räknsvårigheter har också uppmärksammats. När Landerl et al. (2004) utförde matematiktester på 8-9 åringar kunde de se att barn med matematiska svårigheter inte hade fler fel än jämnåriga utan att de var signifikant långsammare ibland annat deltest kring symbolisk mängduppfattning och aritmetik. Liknande resultat kunde Passolunghi och Siegel (2004) se när de utförde matematiktest på 10-åringar med dyskalkyli. Detta skulle kunna förklaras utifrån Ostads teori (1997,1999) kring att barn med dyskalkyli inte har etablerat de mer tidseffektiva räknestrategierna vid aritmetik utan är kvar i de omogna räknestrategierna. I och med detta skulle man kunna anta att tidsbegränsade test fångar upp elever med räknsvårigheter på ett effektivt sätt.

Specialpedagogiska skolmyndigheten (2016) samt fokusrapporten från Stockholms läns landsting (2015) framhäver att det idag att inte finns några nationella riktlinjer för vem som skall utreda räknsvårigheter och inte heller vad den bör innehålla. Detta återspeglas av att det ser väldigt olika ut gällande utredningsmöjligheter i Sveriges regioner. Oavsett om det är aktuellt med vidare utredning eller inte är det viktigt att pedagogiska kartläggningar och insatser kring räknsvårigheter utförs (Stockholms läns landsting, 2015). Utifrån statistik från Talkliniken, Danderyds sjukhus, har man kunnat se ett samband med att det med stigande ålder blir lättare att diagnostisera specifika räknsvårigheter. Idag görs utredningar på Talkliniken i Stockholm från och med årskurs 4 (Stockholms läns landsting, 2015).

Screeningmaterial kan användas som ett första steg vid utredning av räknsvårigheter. Ett av de screeningmaterial som idag används på vissa skolor och på psykolog- och logopedmottagningar, är det som är utformat av Adler (2007). Denna screening innefattar: sifferstrukturer, schema för tal, enkla räkneoperationer, komplexa räkneoperationer, aritmetiska tecken, symbolisk mängduppfattning/talbegrepp, geometriska figurer, spatiala relationer, spatialt minne, placeringsförmåga, tidsplanering och tidsbegrepp. Kartläggningen är av kvalitativ art och alla elever inom respektive åldersram (7-9 år, 11-15 år och 16-17 år) för screeningen bör klara samtliga uppgifter (Adler, 2007). Enligt fokusrapporten från Stockholms läns landsting (2015) bör dock Adlers screeningmaterial ersättas eller kompletteras. Varför så är fallet utvecklas inte i rapporten. Skolverket erbjuder också ett diagnosmaterial, Diamanten, som stöd för att kartlägga elevers matematiska kunskaper. Det första deltestet inom aritmetik har som syfte att studera om eleven besitter kunskaper om grundläggande taluppfattning. Testet bygger på att eleven individuellt och muntligt skall lösa tio stycken uppgifter som har koppling till räkning, räkneordning och enkel aritmetik genom konkretisering av föremål. Testet tar ca 5–10 minuter och bör utföras i förskoleklass och senast i årskurs 1. Nästkommande deltest involverar grundläggande aritmetikuppgifter (Skolverket, 2011a). Diagnosmaterialet Diamanten mäter alltså inte elevernas symboliska mängduppfattning. Dessutom är inte materialet syftat till senare årskurser. I

förhållande till dagens forskning där kopplingen mellan symbolisk mängduppfattning och aritmetisk förmåga betonas (De Smedt et al., 2013; Feigenson et al., 2004; Göbel et al., 2014; Jordan et al., 2009;; Kuhn, 2015; Nosworthy et al., 2013; Roussell & Noel, 2007; Vanbinst et al., 2016) bör testmaterial med denna koppling tillgängliggöras. Det kan också vara önskvärt att kunna utföra en tidseffektiv screening på helklass för att på så sätt fånga upp de elever som tidigare inte har uppmärksammats kunna ha räkneshårigheter.

Diagnostiskt Test av Siffror och Aritmetik (DTSA) är ett nytt testmaterial utformat av Jakob Åsberg Johnels. Testet består av tre delar. Det första deltestet ”Självskattning” syftar till att mäta elevens subjektiva upplevelse av sin matematiska förmåga, förmågor relaterade till matematik samt andra skolämnen. Det andra deltestet ”Symbolisk mängduppfattning” syftar till att eleven skall jämföra storleken på symboliska kvantiteter (siffror). Slutligen syftar det tredje deltestet ”Aritmetik” till att mäta elevens förmåga att utföra räkneoperationer med räknesätten addition och subtraktion. Deltesterna ”Symbolisk mängduppfattning” och ”Aritmetik” är tidsbegränsade till två minuter vardera, vilket potentiellt bidrar till en tidseffektiv screening som fångar upp hastighetsaspekter som diskuterats ovan. Testresultatet baseras på antal korrekta svar per tidsenhet. DTSA är tänkt att kunna användas vid screening i helklass på grundskolelever i årskurs 4, 5 och 6 samt kunna ingå i en individuell kartläggning av barn där det föreligger en misstanke om räkneshårigheter (J Åsberg Johnels, personlig kommunikation, 10 november, 2017).

Det primära syftet i föreliggande studie var att utvärdera om testmaterialet DTSA kan användas för att testa räkneförmågan hos elever i grundskolan årskurs 4, 5 och 6. För utvärdering av testmaterialet DTSA var validitet och reliabilitet i fokus. Validering innebär att studera huruvida testmaterialet mäter det som det avser att mäta (Wallén, 2011), det vill säga om DTSA mäter elevernas räkneförmåga. För att studera detta användes lärarklassificeringar och lärarbedömningar rörande matematikförmåga och måluppfyllelse, vilka ställdes i relation till elevernas testresultat på DTSA. En korrespondens mellan dessa mått tolkas som stöd för validiteten hos DTSA. Reliabilitetsprövning innebär att studera om testmaterialet uppvisar liknande värden vid olika mättillfällen (Wallén, 2011), det vill säga att testresultat från DTSA är tillförlitligt. För att studera reliabilitet gjordes mätning av intern konsistens av deltestet ”Självskattning” och utförande av test-retest av deltesterna ”Symbolisk mängduppfattning” och ”Aritmetik”. Det sekundära syftet var att undersöka om samtliga deltest korrelerade med varandra samt att ta fram data för en första normering av testet DTSA. Föreliggande studie utgick från följande frågeställningar:

1. Hur ser den interna konsistensen ut för deltestet ”Självskattning”?
2. Hur ser korrelationen ut vid test-retest av deltesterna ”Symbolisk mängduppfattning” och ”Aritmetik”?
3. Finns det en signifikant skillnad i medelvärde gällande testresultat på respektive deltest mellan de klassificeringsgrupper som skapats av lärarna?
4. Finns det en signifikant skillnad i medelvärde gällande testresultat mellan de elever som av lärarna bedömts riskera att inte uppnå målen i matematik och resterande elever?
5. Korrelerar resultaten från respektive deltest i DTSA med varandra, för respektive årskurs?
6. Hur ser resultat och spridning ut för årskurs 4, 5 och 6 på de tre deltesterna?

Metod

Deltagare

Tre kommunala grundskolor i Göteborgs, Lerums och Alingsås kommun kontaktades i slutet av 2017. Skolan i Göteborgs kommun låg i stadsdelen Lundby, med ca 52 000 invånare och en procentandel med eftergymnasial utbildning på 35,5% (Statistiska centralbyrån refererad i Göteborgs stadsledningskontor, 2017). Lerums kommun har ett likvärdigt invånarantal som stadsdelen Lundby, med 41 000 invånare och en procentandel med eftergymnasial utbildning på 38,5% (Statistiska centralbyrån, 2018a). Slutligen har även Alingsås ett likvärdigt invånarantal som stadsdelen Lundby och Lerums kommun, med ca 40 000 invånare med en procentandel eftergymnasial utbildning på 32,9% (Statistiska centralbyrån, 2018a). I Sverige ligger procentandelen med eftergymnasial utbildning på 34,9% (statistiska centralbyrån, 2018b).

Inklusionskriterierna för eleverna var att de gick i årskurs 4-6, följer grundskolans läroplan samt lämnat in en samtyckestalong med vårdnadshavares signatur om godkännande för elevens deltagande i studien. I studien deltog även lärare. Inklusionskriterierna för lärarna var att de var ansvariga matematiklärare för den klass som testades. Utifrån dessa förutsättningar tillämpades ett bekvämlighetsurval. Inga exklusionskriterier tillämpades.

Totalt skickades 331 brev till vårdnadshavare ut till tolv klasser. Detta resulterade sedan i att tio klasser med sammanlagt 153 elever deltog i föreliggande studie. Det var 69 elever från årskurs 4, 48 elever från årskurs 5 och 36 elever från årskurs 6. Av alla elever som deltog i studien var det 17,6 % som talade fler än ett språk, 11,8 % som har/hade haft kontakt med logoped och 17,1 % som har/hade haft kontakt med specialpedagog. Av de 331 utskickade breven var det totalt 178 elever som föll bort på grund av följande anledningar. 129 elever lämnade inte in någon samtyckestalong och deltog inte heller i studien. Tjugofem elever var frånvarande trots inlämnat samtycke från vårdnadshavare. Tretton elever utförde testningen utan samtycke (detta för att de önskade att få delta) men fick räknas bort när samtyckestalong inte inkom i efterhand som planerat. Sex elever lämnade in samtyckestalong men vårdnadshavaren tackade nej till att eleven skulle delta. Tre elever avbröt testningen och en elev utförde endast två av tre testdelar. Slutligen noterades även ett materialfel för en elev på ett utav deltesterna. Det blev inget bortfall på grund av att lärarklassificering eller lärarbedömning saknades för eleverna.

Det var sammantaget sju lärare som deltog i föreliggande studie. Samtliga lärare hade undervisat klassen i minst en termin. Det var tre olika lärare som skattade för eleverna i årskurs 4, två olika lärare för årskurs 5 och ytterligare två olika lärare för årskurs 6.

Material

Testmaterialet DTSA består av tre deltest; ”Självskattning”, ”Symbolisk mängduppfattning” och ”Aritmetik”. För närvarande är en manual för testmaterialet under arbete.

Självskattning. Skattningen består av 15 påståenden fördelat på en A4-sida. Påståendena kan delas in i två olika subskalor; ”Matematiska svårigheter” (påstående 1–8) och ”Associerade svårigheter” (påstående 9–12) och de tre sista (påstående 13-15) är av kvalitativ karaktär och hanteras inte som en subskala. Subskalan ”Matematiska svårigheter” utgör

lejonparten av deltestet. Tre av påståendena i denna subskala handlar om upplevelser kring matematik och hur man hanterar de eventuella svårigheterna. Tre påståenden handlar om förmågan att plocka fram aritmetiska fakta. Ett påstående är relaterad till omogna räknestrategier. Slutligen handlar det sista påståendet om den visuella upplevelsen av siffror. Subskalan "Associerade svårigheter" handlar om visuospatiala förmågor (såsom klockan och lokalsinne). I påstående 13 ställs de självupplevda matematiksvårigheterna i relation till andra skolämnen, och påstående 14 och 15 syftar till att fånga upp information kring självupplevda svårigheter gällande läsning och stavning. För att besvara samtliga påståenden har eleven tre svarsalternativ att välja mellan, vilka representeras av tre rutor. Svarsalternativen är "Stämmer inte", "Stämmer ganska bra" och "Stämmer helt". Elevens uppgift är att kryssa rutan för det svar som de upplever passar bäst för respektive påstående. Påståendena är formulerade på ett sådant sätt att alla handlar om att värdera huruvida man har en svårighet eller inte. Viktigt att notera är att påstående 9 justerades efter att två klasser från årskurs 6 ($n=31$) hade testats. Detta gjordes eftersom det upptäcktes att den hade en motsatt formulering i jämförelse med resterande påståenden. Den nya versionen av deltestet användes vid resterande testningar under studien.

Symbolisk mängduppfattning. Deltestet innefattar totalt 84 uppgifter fördelat på nio hophäftade A4-sidor, varav den första sidan är en framsida för deltestet. På denna framsida finns skriftlig information om testets tillvägagångssätt och övningsexempel. Testet utgår ifrån att eleven skall markera med ett kryss vilket av två tal som är störst. Det finns 12 uppgifter på varje sida. På den första sidan begränsas talen till ental, vid sida två blandas ental och tiotal och från och med sida tre blandas tiotal och hundratal. Testet innehåller även en jämförelse av två tal som är likadana (323 och 323). Detta var inte ett medvetet val utan ett produktionsfel. Testresultaten baseras på hur många korrekta uppgifter eleven hinner göra under två minuter.

Aritmetik. Deltestet innefattar totalt 48 räkneuppgifter fördelat på fem hophäftade A4-sidor, varav den första sidan är en framsida för deltestet. På denna framsida finns skriftlig information om testets tillvägagångssätt och övningsexempel. Av totalt 48 uppgifter är 27 av dessa additionsuppgifter och resterande 21 subtraktionsuppgifter. På varje sida finns 12 subtraktions- och additionsuppgifter blandade. På de två första sidorna av deltestet begränsas talen till ental och tiotal medan det från och med sida tre även involverar hundratal. För varje räkneuppgift får eleven tre svarsalternativ att välja mellan, där rätt svar skall ringas in. Testresultaten baseras på hur många korrekta uppgifter eleven hinner göra under två minuter.

Läroformulär. Formuläret var framtaget av författarna till föreliggande studie och bestod av två delar som var fördelade på två A4-sidor. Detta formulär användes för att kunna se om den fanns en korrespondens mellan lärarnas klassificering och bedömning av elevernas matematiska förmåga och elevernas testresultat på DTSA. Enligt J. Åsberg Johnels (personlig kommunikation, 10 november 2017) skulle valideringen efterlikna den som tidigare användes vid validering av lästestet Ordkedjor (Jacobson, 1999). En klassificering av detta slag motiverades utifrån att lärare borde ge de mest tillförlitliga bedömningarna kring elevernas matematiska förmåga. På den första delen skulle de matematikan-svariga lärarna klassificera om elevens matematiska förmågor tillhör årskursens "Nedersta 25%", "Mittersta 50%" eller "Översta 25%". Lärarens uppgift var att kryssa rutan för den klassificeringsgrupp som de upplever passar bäst för respektive elev. Den andra delen av formuläret var en lärarbedömning som gav kompletterande information kring

eleven relaterat till Skolverkets kunskapsmål. Den bestod av två frågor kring huruvida eleven riskerar att inte uppnå kunskapsmålen, där den ena frågan var riktad till målen i matematik och den andra frågan var riktad till målen i andra skolämnen. Om det fanns en risk för detta markerades det med ett kryss. Om den matematikansvariga läraren inte hade kännedom kring hur eleven presterar i andra skolämnen hade den aktuella läraren som uppgift att ta reda på detta.

Brev till vårdnadshavare. Brevet bestod av en A4-sida och innehöll information om studien, ett kort frågeformulär samt en samtyckestalong. Frågeformuläret innehöll bland annat frågor om kontakt med logoped och specialpedagog. Vårdnadshavaren kunde fylla i om en eventuell kontakt är pågående eller avslutad samt vad kontakten grundade sig på. Frågeformuläret innefattade även frågor kring syn, språk i hemmet samt vilket språk som eleven behärskar bäst. Samtyckestalongen skulle fyllas i med elevens namn, datum, ort samt vårdnadshavares underskrift. Denna information samlades in för att beskriva urvalet.

Apparatur. För tidtagning under testningen användes en standardapplikation för klocka, timer, alarm och tidtagarur tillhörande Iphone 6.

Tillvägagångssätt

Då skolan i Lerums kommun kunde erbjuda ett stort deltagarantal bokades ett informationsmöte med författarna och hela arbetslaget för mellanstadieklasserna i december 2017. Under mötet fick arbetslaget information om studien och dess syfte, vad som skulle ske under testningarna samt vad som förväntades av lärarna. Det överlämnades också kuvert med brev till vårdnadshavare till de sex klasser som skulle delta i studien (ca sju veckor innan testning). De andra två skolorna önskade att inte ha något informationsmöte vilket gjorde att författarna mejlade ut skriftlig information, likvärdig den som presenterades på mötet med skolan i Lerums kommun. Brev till vårdnadshavare skickades ut till dessa skolor digitalt via mejl (ca fyra till sju veckor innan testning). Det var sedan lärarnas uppgift att skriva ut och skicka hem breven och att samla in dem. Samtyckestalongerna överlämnades till testledarna vid testtillfället. Utifrån önskemål skickades lärarformuläret ut digitalt till skolorna i Lerums och Alingsås kommun medan skolan i Göteborgs kommun fick den i fysisk form när testledarna var på plats vid testtillfället. Vissa lärarformulär fylldes i och lämnades in vid testtillfället, medan andra fylldes i innan eller efter och lämnades in digitalt (scannat och mejlat).

Författarna till föreliggande studie var testledare i samtliga testningar. Testningarna utfördes mellan vecka 3 och 10 (år 2018) och varje testtillfälle tog max 30 minuter. Vid testtillfället klargjordes först vilka elever i klassen som hade lämnat in samtycke och därmed kunde delta i studien. Elever utan samtycke togs om hand av ansvarig klasslärare, om eleverna själva inte gärna önskade att delta. Oftast var det bara testledarna och deltagarna som befann sig i klassrummet men vid några av testningarna var läraren. Testningen utfördes i grupp och klassrumsmiljö. Som introduktion till testningen blev eleverna först informerade om vad en logoped arbetar med, studiens syfte samt deras roll i studien. Testledarna beskrev också för eleverna att deras testresultat kommer vara anonymt.

Genomgående för varje testning utfördes först deltestet "Självskattning", följt av deltestet "Symbolisk mängduppfattning" och avslutades med deltestet "Aritmetik". Skattningen

utfördes innan de andra deltesterna för att elevernas subjektiva uppfattning om sin matematiska förmåga inte skulle påverkas av prestationen på de andra deltesterna. En av testledarna läste upp skattningens påståenden. Syftet med detta var både att underlätta för de som har lässvårigheter men också för att eftersträva en gemensam tidsram för deltestet. Varje elev fick kryssa i ett eget självskattningsformulär. Eleverna ombads att enbart kryssa i en ruta för respektive påstående och inte kryssa mellan eller i två rutor. Det tog ca fem minuter att besvara deltestet "Självskattning". Vid två tillfällen (för två olika klasser) beskrev läraren att en elev behövde särskild stöttning vid utförandet av skattningen. Detta godkändes av testledarna vid båda tillfällena. Deltestet "Självskattning" samlades in innan deltestet "Symbolisk mängduppfattning" delades ut. En av testledarna presenterade testet och läste upp beskrivningen på dess framsida. Innan start svarade testledaren på eventuella frågor. Det fanns en strävan om att uppmärksamma eleverna på att det fanns två tal som var lika i detta deltest och att man då skulle kryssa båda talen. Testet klockades och eleverna fick vända på första sidan vid tidtagningens start. Vid avslutad tid (två minuter) ombads eleverna lägga ner sina pennor samt att lägga ihop sitt testhäfte. Deltestet "Symbolisk mängduppfattning" samlades in innan deltestet "Aritmetik" delades ut, vilket utfördes på samma sätt som föregående deltest. Två klasser från årskurs 4 (n=35), vilket motsvarar 22,9% av det totala antalet deltagare, testades en andra gång (test-retest) fem veckor senare. Utöver att skattningen uteslöts utfördes den andra testningen på samma sätt som vid första testtillfället.

Poängsättning: För deltestet "Självskattning" kunde svarsalternativen resultera i olika poängvärden; "Stämmer inte" = 0 poäng, "Stämmer ganska bra" = 1 poäng och "Stämmer helt" = 2 poäng. Om två rutor var markerade på samma påstående bedömdes det till medelvärdet (1). Det bedömdes på samma sätt om krysset var satt på linjen mellan rutorna. Deltestet "Symbolisk mängduppfattning" kunde ge ett resultat mellan 0–84 poäng och deltestet "Aritmetik" kunde ge ett resultat mellan 0–48 poäng. Vid produktionsfelet i "Symbolisk mängduppfattning" (två lika tal i samma uppgift) gavs det enbart poäng om eleven hade kryssat i båda talen. Hade en elev svarat fel på en uppgift i deltestet "Aritmetik", som kan ha varit på grund av att räknesätten blandats ihop, noterades även detta. Samtliga deltest poängsattes och kontrollerades av båda testledarna. Poängsättningen utfördes genomgående samma dag som testningen utfördes.

Etiska aspekter

Inga känsliga uppgifter (till exempel rörande medicinska diagnoser eller etnisk härkomst) efterfrågades och studien innehöll inte heller någon form av intervention. Detta innebär att etikprövning för studien inte har varit nödvändig. Procedurerna följer dock noggrant de principer för etiskt acceptabel forskning, såsom det formulerats i Helsingforsdeklarationen (Milton, 2002). Testblanketterna innehöll elevernas namn men vid datainsamlingen avidentifierades dessa och gjordes om till koder. Samtliga testblanketter samt kodnyckel förvarades separat och inlåsta på Göteborgs Universitet.

Databearbetning

Analyserna av data genomfördes i IBM SPSS Statistics, version 25. En deltagare besvarade inte påstående 5 i "Självskattning". Detta hanterades genom att imputera ett värde baserat på medelvärdet av deltagarens övriga svar inom samma subskala. Medelvärdet

togs fram genom att dividera den aktuella poängsumman för subskalan med antal påståenden. Efter imputering blev all data för "Självskattning" fullständig för samtliga deltagare. Varje påstående i skattningen registrerades separat. Samtliga deltest i DTSA gav upphov till kontinuerliga data. Både antal rätt och antal fel i deltesterna "Symbolisk mängduppfattning" och "Aritmetik" sparades som två separata variabler. Signifikansnivån sattes genomgående till $p < ,05$. Alla korrelationsanalyser bedömdes utifrån Cohens riktlinjer enligt följande: svagt samband: $r = 0,10-0,29$; medelstarkt samband: $r = 0,30-0,49$; starkt samband $r = 0,50-1,0$ (Cohen, 1988).

För att besvara frågeställning 1 utfördes en Cronbach's alpha. Detta för att undersöka skattningens interna konsistens, det vill säga om enheterna i de tänkta subskalorna (påstående 1–8 samt 9–12) faktiskt kunde hanteras som skalor. För att besvara frågeställning 2 utfördes en Pearsons korrelationsanalys mellan deltagarnas resultat på deltesterna "Symbolisk mängduppfattning" och "Aritmetik" mellan första och andra testtillfället. Ett beroende t-test gjordes också för att studera eventuell ökning eller minskning i medelvärde vid test re-test. För att besvara frågeställning 3 behövde det tas fram ett medelvärde för respektive deltagare för de subskalor i deltestet "Självskattning" som visade på intern konsistens. Om klassificeringsgrupperna skulle behandlas separat för varje årskurs fanns det en risk för att de jämförande grupperna blev små. För att se om klassificeringsgrupperna kunde slås ihop mellan årskurserna gjordes en korstabell med mätning genom tvåvägs chi-två-test (χ^2). Detta för att se om det var en signifikant skillnad i andel deltagare från årskurs 4, 5 och 6 som skattades att tillhöra en viss klassificeringsgrupp. Efter det gjordes en envägs ANOVA mellan lärarnas klassificeringsgrupper för att jämföra medelvärdena på testresultaten för respektive deltest i DTSA. Tukey valdes för post hoc-test. För att besvara frågeställning 4 gjordes en jämförelse med Mann-Whitney U för att se om det fanns en signifikant skillnad i medelvärde på testresultat mellan gruppen elever som bedömdes att riskera att inte uppnå målen i matematik och gruppen som inte bedömdes som det. För att besvara frågeställning 5 användes medelvärdet från subskalan "Matematiska svårigheter" i deltestet "Självskattning" för att kunna ställa resultaten från skattningen i relation till resultaten på deltesterna "Symbolisk mängduppfattning" och "Aritmetik". Därefter utfördes Pearsons korrelationsanalys mellan samtliga deltest för respektive årskurs. För att besvara frågeställning 6 togs deskriptiva data fram (medelvärde, standardavvikelse och stanine) för respektive årskurs och deltest. En informell observation av testsituationen och testbeteende inkluderades även i resultatet som ett komplement till kvantitativ utvärdering av testmaterialet.

Resultat

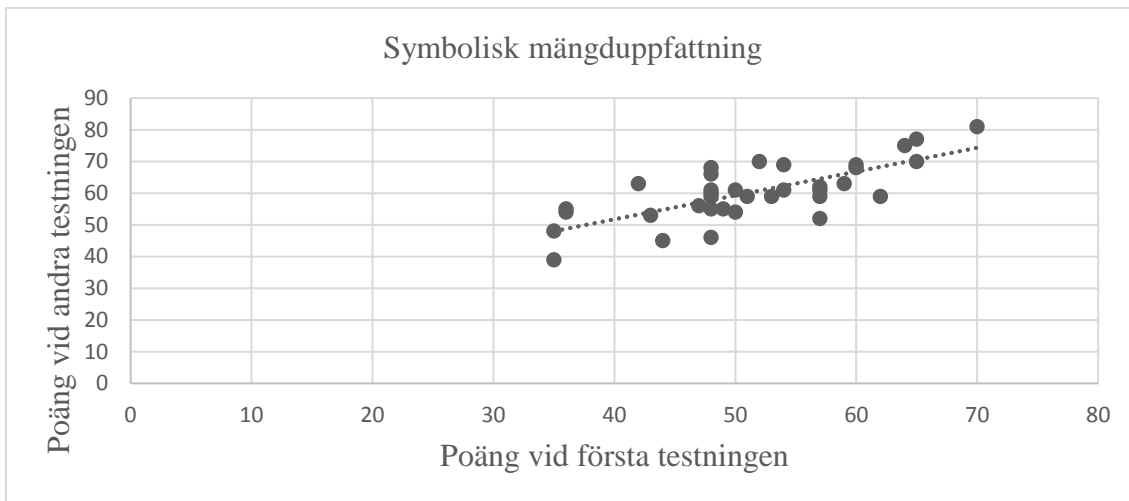
Intern konsistens

Cronbach's alpha visade på en god intern konsistens ($\alpha = ,82$) för subskalan "Matematiska svårigheter" i deltestet "Självskattning". Resultatet indikerade att dessa påståenden mäter samma sak och därmed kunde hanteras som en skala. Den andra subskalan "Associerade svårigheter" visade på en oacceptabel ($\alpha < ,5$) intern konsistens ($\alpha = ,38$). Vid borttagande av ett eller flera påståenden från denna subskala var värdet fortfarande för lågt och oacceptabelt. Denna subskala kunde därmed inte betraktas som en skala och därför inte heller användas vidare i föreliggande studie. Ett medelvärde för subskalan "Matematiska svårigheter" i deltestet "Självskattning" visade på ett medelvärde som var högre än värdet för subskalan "Associerade svårigheter" i deltestet "Självskattning".

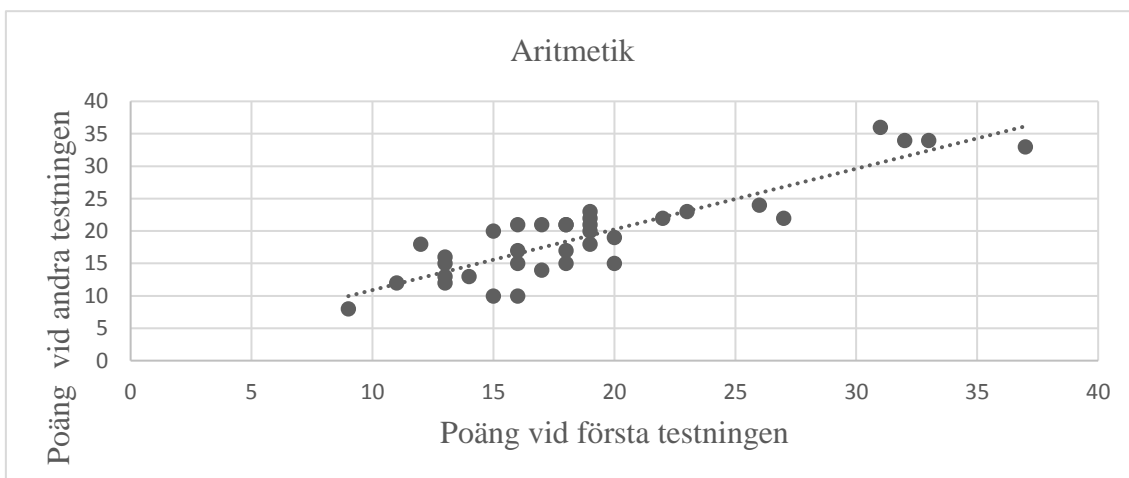
righeter” (som i resultatredovisningen fortsättningsvis kommer att benämnas som “Självskattning”) togs fram för samtliga deltagare och utifrån dessa kunde denna subskala ställas i relation till deltesterna ”Symbolisk mängduppfattning” och ”Aritmetik”.

Test re-test

Pearsons korrelationsanalys mellan första och andra testningen av deltestet ”Symbolisk mängduppfattning” visade på en stark signifikant positiv korrelation ($r = 0,74, p <,01$). För deltestet ”Aritmetik” visade Pearsons korrelationsanalys på en stark signifikant positiv korrelation ($r = 0,89, p <,01$). Vidare visade ett beroende t-test mellan resultaten från första och andra testningen för deltestet ”Symbolisk mängduppfattning” att det fanns en signifikant ökning av deltagarnas medelvärde ($t [34] = -8,09, p <,01$). För deltestet ”Aritmetik” fanns det inte någon signifikant skillnad mellan första och andra testningen ($t [34] = -,58, p = ,57$).



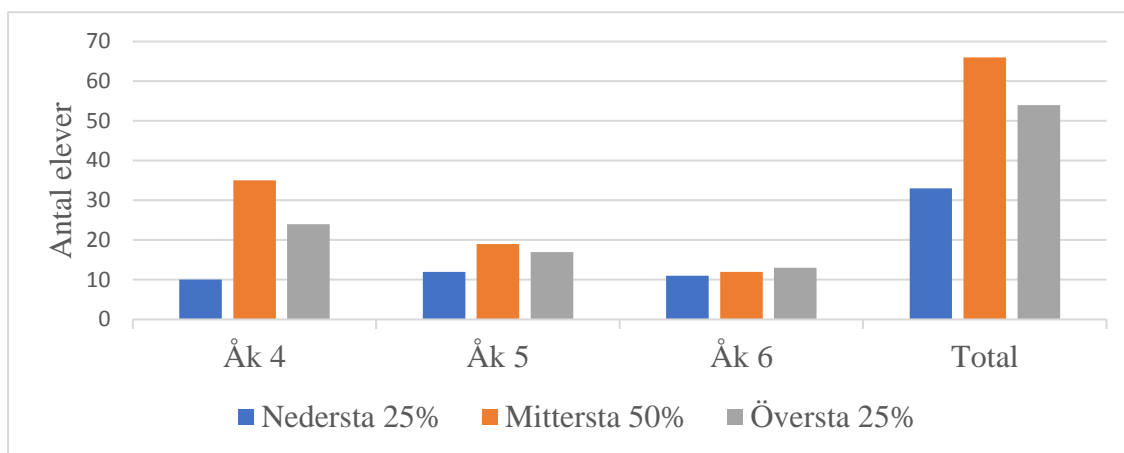
Figur 1. Korrelation mellan poäng från första och andra testningen på deltestet ”Symbolisk mängduppfattning” för elever (N=35) från årskurs 4.



Figur 2. Korrelation mellan poäng från första och andra testningen på deltestet ”Aritmetik” för elever (N=35) från årskurs 4.

Jämförelse av testresultat utifrån lärarklassificeringen

Enligt figur 1 finns det utifrån lärarformulären en något sned fördelning av det totala antalet deltagare i föreliggande studie. Tvåvägs chi-två-test visade dock att det inte fanns någon signifikant skillnad mellan årskurserna för klassificeringsgrupperna ($\chi^2 = 5,1$, $p = ,28$). Utifrån detta resultat slås årskurserna samman vid jämförande av medelvärde mellan de tre klassificeringsgrupperna.



Figur 3. Lärarnas klassificering av elevernas matematiska förmågor utifrån om de tillhör årskursens "Nedersta 25%", "Mittersta 50%" och "Översta 25%" för respektive årskurs samt totalt.

Jämförelse med envägs ANOVA visade att det fanns en signifikant skillnad mellan klassificeringsgrupperna "Nedersta 25%", "Mittersta 50%" och "Översta 25%" för deltesterna "Självskattning" ($F [2, 150] = 49,05$, $p < ,01$), "Symbolisk mängduppfattning" ($F [2, 150] = 5,78$, $p < ,01$) och "Aritmetik" ($F [2, 150] = 32,89$, $p < ,01$). I tabell 1 presenteras medelvärde och standardavvikelse på de olika deltesterna för respektive klassificeringsgrupp. I tabell 2 presenteras signifikansvärden från Tukey post-hoc. Resultaten visade att deltagarna som klassades att tillhöra "Översta 25%" konsekvent presterade bättre på DTSA än "Nedersta 25%" och "Mittersta 50%". Dock var det inte signifikanta skillnader mellan "Nedersta 25%" och "Mittersta 50%" ($p > ,05$).

Tabell 1.

Klassificeringsgruppernas medelvärde och standardavvikelse för respektive deltest.

	Självskattning	Symbolisk mängduppfattning	Aritmetik
Nedersta 25 %	6,0 (3,4)	55,3 (10,6)	17,2 (5,7)
Mittersta 50 %	2,6 (2,1)	55,4 (11,5)	20,3 (6,1)
Översta 25 %	1,0 (1,3)	61,6 (10,2)	27,3 (6,5)

Tabell 2.

Signifikansvärde vid Tukey post-hoc.

	Självskattning	Symbolisk mängduppfattning	Aritmetik
Nedersta - Mittersta	< 0,01	1,00	0,06
Mittersta - Översta	< 0,01	0,01	< 0,01
Nedersta - Översta	< 0,01	0,03	< 0,01

Jämförelse av testresultat utifrån lärarbedömningen

De matematikansvariga lärarna bedömde sammantaget att 16 elever riskerar att inte uppnå kunskapsmålen i matematik. Fyra av dessa gick i årskurs 4, sex gick i årskurs 5 och de sista sex gick i årskurs 6. Tvåvägs chi-två-test visade att det inte fanns någon signifikant skillnad mellan årskurserna på variabeln ($\chi^2 = 3,3, p = ,20$). Mann-Whitney U test visade att det fanns en signifikant skillnad i medelvärde på testresultat mellan denna grupp som riskerar att inte uppnå målen i matematik och resterande deltagare för deltestet "Självskattning" ($p < ,01$), "Symbolisk mängduppfattning" ($p < ,01$) och "Aritmetik" ($p < ,01$), på så sätt att de generellt sett hade mer självskattade problem med matematik och lägre poäng på de två testerna. Vidare visade resultatet att 15 av de 16 deltagarna också skattades att riskera att inte uppnå kunskapsmålen i andra skolämnen vid sidan av matematik. Dessutom kunde det ses att 9 av dessa 15 deltagare också har besvarat i deltestet "Självskattning" att de upplever svårigheter med läsning och/eller stavning.

Korrelation mellan deltesterna

Pearsons korrelationsanalys mellan deltesterna "Självskattning" och "Symbolisk mängduppfattning" visade på en svag signifikant negativ korrelation för årskurs 4 ($r = -,25, p < ,05$), en medelstark signifikant negativ korrelation för årskurs 5 ($r = -,32, p < ,05$) och en stark signifikant negativ korrelation för årskurs 6 ($r = -,54, p < ,01$). Korrelationsanalys mellan deltesterna "Självskattning" och "Aritmetik" visade på en medelstark signifikant negativ korrelation för årskurs 4 ($r = -,44, p < ,01$) och en stark signifikant negativ korrelation för både årskurs 5 ($r = -,52, p < ,01$) och årskurs 6 ($r = -,64, p < ,01$). Korrelationsanalys mellan deltesterna "Symbolisk mängduppfattning" och "Aritmetik" visade på en stark signifikant positiv korrelation för årskurs 4 ($r = 0,60, p < ,01$), årskurs 5 ($r = ,53, p < ,01$) och för årskurs 6 ($r = ,75, p < ,01$).

Normering

I tabell 3 presenteras medelvärden och standardavvikelser på varje deltest för respektive årskurs samt gränsvärden för stanine.

Tabell 3.

Medelvärde av testpoäng, standardavvikelse och stanine för varje årskurs för deltesterna "Självskattning", "Symbolisk mängduppfattning" och "Aritmetik".

	Självskattning			Symbolisk mängduppfattning			Aritmetik		
	Åk 4	Åk 5	Åk 6	Åk 4	Åk 5	Åk 6	Åk 4	Åk 5	Åk 6
	(n = 69)	(n = 48)	(n = 36)	(n = 69)	(n = 48)	(n = 36)	(n = 69)	(n = 48)	(n = 36)
Medelvärde (s)	2,6 (2,3)	2,9 (3,0)	2,9 (3,8)	53,8 (9,0)	55,8 (9,8)	67,1 (11,4)	20,1 (6,6)	21,1 (6,2)	27,2 (7,9)
Stanine 1	6–16	12–16	14–16	0–35	0–30	0–40	0–10	0–9	0–9
Stanine 2	6	8–11	10–13	36–41	31–44	41–54	11–13	10–13	10–17
Stanine 3	5	5–7	5–9	42–48	45–51	55–59	14–15	14–16	18–22
Stanine 4	4	4	3–4	49–51	52–55	60–62	16–18	17–19	23–25
Stanine 5	3	3	2	52–57	56–58	63–72	19–20	20–23	26–30
Stanine 6	2	1	1	58–60	59–60	73–77	21–24	24–26	31–32
Stanine 7	1	1	0	61–65	61–68	78–83	25–30	27–28	33–38
Stanine 8	0	0	0	66–70	69–74	84	31–33	29–34	39
Stanine 9	0	0	0	71–84	75–84	84	34–48	35–48	40–48

Informella observationer under testningarna

Under studien noterades det några intressanta aspekter kring testsituationen och testbeteende. Generellt var det några elever som gick ifrån testmaterialet under testningen för att antingen hämta eller vässa sin penna. Vid utförande av deltestet ”Självskattning” uttryckte flera deltagare att det var svårt att välja ett av svarsalternativen. Däremot var det endast ca 5 deltagare som inte besvarade deltestet på ett korrekt sätt, utan satte sina kryss mellan rutorna eller kryssade i två. Vid utförande av deltestet ”Symbolisk mängduppfattning” var det ca 10 elever som stannade upp för att fråga testledarna om hur de skulle besvara uppgiften med de två lika talen i deltestet. En högpresterande elev i årskurs 4 beskrev att hen upplevde att det tog längre tid för hen att komma fram till vilket av talen 51 och 52 som var störst. På deltestet ”Aritmetik” var det ingen deltagare i föreliggande studie som hade mer än sex fel. De fyra deltagare som hade allra lägst resultat på deltestet hade som mest fyra fel. Det kunde även noteras vid utförandet av deltestet ”Aritmetik” att det var ca 5 elever som noterades räkna på sina fingrar under testningen. Slutligen fanns det också en lärare som uttryckte en svårighet med att bedöma somliga elevers matematiska förmåga. Läraren uttryckte en osäkerhet kring en elev som enligt hen var relativt nyanländ och därmed svår att bedöma.

Diskussion

Det primära syftet med föreliggande var att utvärdera huruvida testmaterialet DTSA kan användas för elever i årskurs 4, 5 och 6 som följer grundskolans läroplan. Det sekundära syftet var att undersöka om dess deltest korrelerade med varandra samt att ta fram data för en första normering av testet. Av självskattningens två olika subskalor var det enbart ”Matematiska svårigheter” som hade en acceptabel intern konsistens, vilket gjorde att endast denna subskala av skattningen kunde användas i studien. Test re-test för deltesterna ”Symbolisk mängduppfattning” och ”Aritmetik” visade på en stark signifikant korrelation. Signifikanta skillnader i medelvärde på testpoäng kunde ses mellan majoriteten av klassificeringsgrupperna i förväntad riktning. Med undantaget att det inte fanns någon signifikant skillnad mellan ”Nedersta 25%” och ”Mittersta 50%” på deltesterna ”Symbolisk mängduppfattning” och ”Aritmetik”. Deltestet ”Självskattning” i relation till de andra deltesterna visade på en signifikant negativ korrelation. Det vill säga att de som skattade sig lågt på självskattningen om matematiksvårigheter presterade högt i de andra två deltesterna. Styrkan på denna korrelation varierade från svag till stark beroende på årskurs. Deltesterna ”Symbolisk mängduppfattning” och ”Aritmetik” visade på en stark positiv korrelation. Studiens sekundära syfte var också att ta fram medelvärden, spridning och staninevärden, vilket resulterade i en första normering av DTSA.

Subskalan ”Matematiska svårigheter” i deltestet ”Självskattning” visade på god intern konsistens, vilket ger stöd till deltestets reliabilitet. Den innehöll konkreta påståenden som satte matematikförmågan i ett sammanhang och därmed troligtvis blev enkla att resonera kring. Subskalan ”Associerade svårigheter” kunde inte användas på grund av för låg och oacceptabel intern konsistens. Föreliggande studie kan därmed inte bekräfta att den räkneförmåga som mättes i studien är kopplad till svårigheter med andra visuospatiala förmågor. Den låga interna konsistensen på subskalan ”Associerade svårigheter” skulle delvis kunna bero på att det är svårt för barn att reflektera kring sina spatiala förmågor.

Därmed hade det kunnat vara relevant att mäta dessa förmågor objektivt istället. I denna subskala hade också påstående 9 "Jag kan klockan" till en början en motsatt formulering än de övriga påståendena. Detta noterades och ändrades efter att två klasser i årskurs 6 testats (31 elever) för att ge deltestet "Självskattning" en mer enhetlig form. Detta bidrog till att för varje påstående innebär svarsalternativet "Stämmer inte" att eleven inte har några självupplevda svårigheter. Dock kunde det konstateras att denna negation blev svår för eleverna att ta ställning till. Det uppkom nämligen frågor kring detta påstående vid näst intill samtliga av de resterande testningarna.

Det framgick även i föreliggande studie att påstående 13 "Jag har svårare med matematik än med andra skolämnen" inte kunde användas eftersom det blev tvetydigheter med vad påståendet faktiskt gav för information, formuleringen "andra skolämnen" blev möjligen för vag och svårtolkad. Flera deltagare uttryckte också att det var svårt att välja en av rutorna i skattningen. För att hantera svårigheten med att välja ett svarsalternativ i deltestet "Självskattning" skulle möjligen en Visuell Analog Skala (VAS) kunna ersätta de tre svarsalternativen som nu finns. Merkel och Malviya (2000) har konstaterat att en Visuell Analog Skala kan användas av barn från 6 års ålder.

I föreliggande studie gjorde test-retest på 22,9% av deltagarna. Korrelationsanalysen visade att båda deltesterna "Symbolisk mängduppfattning" och "Aritmetik" hade en stark korrelation mellan de två testtillfällena, vilket ger stöd till deltesternas reliabilitet. Vid andra testningen hade eleverna också signifikant bättre resultat på deltestet "Symbolisk mängduppfattning". Detta skulle kunna ha påverkats av att barnen sedan första testningen blivit bekanta med testsituationen och materialet. Vid test-retest är dock denna inlärningseffekt vanlig (McArthur, 2007). Detta är viktigt att ha i åtanke särskilt vid utvärdering av en intervention eftersom det indikerar att barn i den aktuella åldern förbättras i sin prestation om de testas ytterligare en gång även utan intervention. Det kan tänkas att deltestet "Symbolisk mängduppfattning" är känsligare för en förbättring i poäng då det tar betydligt kortare tid att utföra en uppgift i detta deltest jämfört med deltestet "Aritmetik" där varje uppgift kräver en uträkning. Det skulle därmed kunna innebära att man hinner betydligt fler uppgifter även om man bara blivit något snabbare på att jämföra tal. Eleverna hade också under denna femveckorsperiod haft ordinarie matematikundervisning vilket skulle kunna ha påverkat till ett bättre resultat.

Utifrån lärarnas klassificeringsgrupper kunde det konstateras att DTSA fångade upp skillnader i räkneförmåga eftersom det fanns signifikanta skillnader i medelvärde på testpoäng mellan majoriteten av grupperna i förväntad riktning. Detta tolkas som stöd till validiteten hos testmaterialet DTSA. Lärarna bedömde också att sammanlagt 16 elever riskerar att inte uppnå målen i matematik. Dessa sågs ha ett signifikant högre medelvärde på deltestet "Självskattning" och lägre medelvärde på deltesterna "Symbolisk mängduppfattning" och "Aritmetik". Således stödjer detta resultat att testmaterialet DTSA har förmågan att urskilja elever med matematiska svårigheter. Det var 15 av de 16 elever som bedömdes att riskera att inte uppnå målen för både matematik och andra skolämnen. Orsakerna till varför man riskerar att inte uppnå målen i skolan är inte något som denna studie har tagit del av. Det skulle bland annat kunna handla om elever som faller inom ramen för "Specifika inlärningssvårigheter" enligt DSM-5, där man har svårigheter inom flera domäner (läs-, skriv- och matematiksvårigheter). Men det skulle också kunna handla om elever där det finns andra utomstående faktorer som påverkat elevens skolgång och prestationsförmåga.

Oavsett orsak så kunde det utifrån resultaten i föreliggande studie konstateras att det var få elever som endast hade räknesvårigheter.

Att det inte fanns någon signifikant skillnad mellan klassificeringsgrupperna "Nedersta 25%" och "Mittersta 50%" på deltesterna "Symbolisk mängduppfattning" och "Aritmetik" skulle kunna bero på testmaterialets egenskaper samt studiens valideringsmetod. Det kan bland annat ha varit svårt för lärare att klassificera somliga elever. Det skulle till exempel kunna handla om elever som ligger på gränsen mellan två olika klassificeringsgrupper. Detta är dock svårt att undvika oavsett antal klassificeringsgrupper. Lärarna fick i föreliggande studie klassificera eleverna till tre grupper och liknande uppdelning använde Jacobson (1999) för validering av lästestet Ordkedjor. Aunio och Niemivirta (2010) använde däremot fyra grupper i sin lärarklassificering (validering), vilket dessutom var baserat på deltagarnas betyg i matematik. I föreliggande studie var det enbart årskurs 6 som blir tilldelade betyg (Skolverket, 2017), vilket gjorde att betyg blev problematiskt att använda om valideringen ska vara likvärdig för samtliga årskurser. Om föreliggande studie hade använt fler klassificeringsgrupper skulle det innebära fler gränser för lärarna att behöva ta ställning till. En annan orsak till att det skulle kunna ha varit svårt för lärare att klassificera vissa elever är om det finns bristande kunskaper om enskilda elevers matematiska förmågor. I föreliggande studie fanns det till exempel några elever i en fjärdeklass som enligt läraren var relativt nyanlända till Sverige och där läraren själv uttryckte en osäkerhet kring deras matematiska förmågor. I och med denna osäkerhet skulle dessa klassificeringar kunna bli missvisande. Lärarformuläret skulle därmed kunna vidareutvecklas, till exempel genom att tillhandahålla ett svarsalternativ likt "eleven kan inte bedömas korrekt eftersom..." där lärarna får fylla i anledningen. I och med detta skulle dessa bedömningar kunna uteslutas vid validering, om det förefaller vara relevant. Ett alternativt sätt att validera testmaterialet skulle kunna ha varit att jämföra DTSA:s testresultat med ett annat test som också innefattar mätning av symbolisk mängduppfattning. Begränsningen med en sådan metod skulle dock vara att sådana test ännu inte är etablerade i Sverige. Det finns således ingen "gold standard"-metod för utredning att relatera resultaten till vid en prövning av validiteten.

Föreliggande studie påvisade signifikanta korrelationer mellan samtliga deltestet, vilket innebär att de är relaterade till varandra på ett förväntat sätt. En stark korrelation mellan symbolisk mängduppfattning och aritmetisk förmåga kunde konstateras för samtliga årskurser. I och med detta kan föreliggande studie bekräfta sambandet mellan dessa förmågor, vilket framhävs av tidigare forskning (De Smedt et al., 2013; Göbel et al., 2014; Nosworthy et al., 2013; Rousell & Noël, 2007; Vanbinst et al., 2016).

Man skulle kunna spekulera kring om en korrelation av detta slag är känslig för egenskaper hos testmaterialet och testsituationen, som genomfördes via gruppscreening. Det materialfel (samma tal: 323-323) som fanns i deltestet "Symbolisk mängduppfattning" justerades inte under studien eftersom att ändra en siffra skulle innebära en förändring av innehåll. Författarna försökte istället vara noga med att uppmärksamma deltagarna på detta. Trots detta var det (färre än 10) elever som mitt under testningen frågade hur man skulle gå tillväga vid uppgiften. Materialfelet återfanns först vid uppgift 61. Eftersom medelvärdet för både årskurs 4 och 5 var under 60 var det troligen få deltagare som påverkades av materialfelet. I deltestet "Symbolisk mängduppfattning" skulle det också kunna tas mer hänsyn till distansen mellan de tal som skall jämföras. Enligt Nuerk, Kaufmann, Zoppoth, Willmes & Dannemiller (2004) avgörs svårighetsgraden vid jämförelser

av symboliska mängder framför allt av hur närliggande de två talen är. Detta blev även bekräftat under föreliggande studie då det var en högpresterande elev i årskurs 4 som beskrev att det tog längre tid för hen att komma fram till vilket av talen 51 och 52 som var störst. Det hade varit intressant för framtida forskning att undersöka detta på ett systematiskt sätt. Om man hade velat ha en stigande svårighetsgrad av testuppgifter skulle man kunna ha två tal med större distans vid de inledande uppgifterna och stegvis ha uppgifter med mindre distans vidare i testet, alternativt ha två olika test med olika svårighetsgrad. Slutligen är det viktigt att påminna om baksidan med testning i grupp, där man som testledare har mindre möjlighet att stödja och kontrollera barnets beteende i testsituationen. Bland annat var det ett antal barn som under testningen till exempel behövde vassa sin penna. Det är därför viktigt att tolka enskilda resultat med försiktighet och att noggrant och individuellt följa upp barn som presterat svagt för att på ett mer detaljerat sätt förstå vad det låga resultatet beror på. Det är möjligt att korrelationen mellan symbolisk mängduppfattning och aritmetik skulle kunnat ha varit ännu starkare om dessa egenskaper inte funnits i testmaterialet och /eller i testsituationen.

I deltestet ”Aritmetik” fanns det några uppgifter (18 av totalt 48) som innehöll svarsalternativ som var rätt för både addition och subtraktion av talen i uppgiften. Det kunde noteras att 32,9%, av alla de som hade svarat fel kan ha gjort detta på grund av att räknesätten blandades ihop. Dock kan det inte konstateras att svarsalternativen har samma påverkan på alla elever. Det skulle kunna finnas olika strategier för hur man tar sig an uppgiften och variationer på hur mycket den enskilda eleven fokuserar på svarsalternativen vid uträkning. Dessa eventuellt vilseledande svarsalternativen skulle kunna uteslutas, eller studeras mer systematiskt i fortsatt forskning. Överlag var det ingen deltagare i föreliggande studie som hade mer än sex fel och de fyra deltagare som hade allra lägst resultat på deltestet ”Aritmetik” hade som mest fyra fel. Det var få av dessa som hade fler fel än de elever som hade högt antal poäng. De hade alltså bara hunnit färre uppgifter. Deltagare som har svårigheter att plocka fram aritmetiska fakta skulle behöva göra utförlig uträkning för varje uppgift. Detta kan bekräfta det som Landerl et al. (2004) samt Passolunghi och Siegel (2004) såg i sina studier, dvs. att de med matematiska svårigheter sällan har fler fel än andra, utan istället är signifikant långsammare. Under studien noterades även att fyra deltagare använde fingerräkning vid deltestet ”Aritmetik” och enligt Ostad (1997, 1999) kan detta vara vanligt förekommande hos de med dyskalkyli.

Enligt J. Åsberg Johnels (personlig kommunikation, 10 november, 2017) förväntades inga eller väldigt få elever hinna utföra alla uppgifter under testets tidsbegränsning, för att utesluta takeffekt. Det kunde dock noteras att sex elever (4%) faktiskt hann utföra samtliga uppgifter i deltestet ”Symbolisk mängduppfattning”. Om DTSA i framtiden dessutom skall användas för äldre elever än i årskurs 6 skulle säkerligen antalet uppgifter behöva utökas för att bibehålla testets känslighet.

Den mest avgörande faktorn för bortfall av deltagande elever var att samtyckeslängor saknades. Orsaker till detta kan möjligen härledas till hur skolpersonal och elever fått information om studien. I och med ett stort engagemang från lärarna på skolan i Lerums kommun hölls ett informationsmöte med hela arbetslaget för mellanstadiet. Då fick de information om studien muntligt och skriftligt. Det var också denna skola som bidrog med det största antalet deltagande elever. Den skola med det minsta antalet deltagande elever var den i Göteborgs kommun. En orsak till detta kan vara att författarna endast hade haft kontakt med rektor och information om studien hade tilldelats digitalt. Det

skulle kunna innebära ett lägre engagemang hos lärarna att få eleverna att lämna in samtyckestalong samt delta i studien. Gällande skolan i Alingsås kommun hade författarna direkt kontakt med lärarna, dock tilldelades även de information om studien digitalt. Trots detta kunde vi se ett större antal deltagande elever från skolan i Alingsås kommun än från skolan i Göteborgs kommun. Detta skulle kunna bekräfta att det varit avgörande hur engagerade lärarna har varit för studien för det slutliga antalet deltagande elever från respektive skola. Denna information måste tas i beaktande när representativiteten i den undersökta elevgruppen bedöms.

Föreliggande studie har resulterat i att DTSA har fått en första normering. För att DTSA ska få en fullständig normering skulle det behövas ta större hänsyn till urval av deltagare. Det hade varit önskvärt med ett större antal deltagare samt ett strategiskt urval för att normeringen ska vara helt generaliserbar. Det hade också varit relevant att samla in data kring elevernas åldrar. Normering utifrån ålder används ofta vid andra etablerade testmaterial som används av logopedier i klinisk verksamhet. Nuvarande normering presenterar testresultat utifrån årskurs, vilket inkluderar en åldersspridning upp till ett år. Det blir därmed svårt att urskilja utvecklingen av räkneförmågan som kan finnas inom samma årskurs. Det kan dock finnas andra fördelar med att DTSA har normeringar utifrån årskurs. Det skulle till exempel kunna innebära att testmaterialet blir lättare för lärare att använda i skolmiljö. Testmaterialet skulle till exempel kunna användas som en screening av utvecklingen av räkneförmågan hos en helklass under ett läsår, om den utförs inledande och avslutande av läsåret.

En tidseffektiv kartläggning av räkneförmågan utifrån DTSA eller liknande material skulle alltså kunna användas på åtskilliga sätt. Både vid screening av helklass och som en del av en utredning kring räknsvårigheter. Eftersom räkneförmågan är involverad i flera skolämnen som i till exempel slöjd, hemkunskap, fysik med mera kan följderna av räknsvårigheter bli vida (Stockholms läns landsting, 2015). Utredning av räknsvårigheter är därför av stor vikt för att kunna ge väl motiverade och riktade insatser. Utredningen skulle också kunna ge implikationer kring vilken mängd och typ av träning som blir aktuell samt implementering av alternativa hjälpmedel. Detta kan i sin tur innebära en ökad motivation till skolarbete och ge positiva konsekvenser för det psykosociala måendet. Om en elev har svårigheter med symbolisk mängduppfattning skulle fokus för intervention kunna vara att arbeta med kunskap och förståelse för siffror och deras relation till varandra. Det handlar om allt ifrån jämförelser av mängder, att koppla siffror till specifika mängder, förståelse för positionssystemet och tallinjen. I interventionen kan exempelvis olika spel och applikationer användas för detta (Elofsson, Gustafson, Samuelsson & Träff, 2016).

Föreliggande studie kan utifrån utvärdering av validitet och reliabilitet bekräfta att deltesterna ”Symbolisk mängduppfattning” och ”Aritmetik” i DTSA fungerar i huvudsak väl för elever i årskurs 4-6 och att det kan, med vissa justeringar, användas. En viktig riktning för framtida utvärdering är, förutom det som har framkommit ovan, att utvärdera om materialet kan användas för grupper där det föreligger en misstanke kring kliniskt signifikanta räknsvårigheter. Utifrån sådana studier skulle man vidare kunna studera hur spridningen ser ut inom denna grupp. Man skulle också kunna studera huruvida det finns några särskilda karaktärsdrag samt om dessa går att kategorisera. Dock är det viktigt att ha i åtanke att det aktuella testmaterialet endast bedömer två typer av matematiska svårigheter; jämförande av symbolisk mängd samt aritmetisk förmåga, vilket gör att detta

testmaterial är särskilt intressant att använda när man vill ta reda på om svårigheterna har sin grund i en bristande symbolisk mängduppfattning eller inte. Vidare forskning inom räknesvårigheter är önskvärt framförallt för att personer med dessa svårigheter skall kunna få forskningsbaserade utredningar och väl motiverat stöd, riktade insatser och hjälp i sin vardag.

Referenser

- Adler, B. (2007). *Dyskalkyli & Matematik: En handbok i dyskalkyli*. Kristianstad: NU-förlaget.
- American Psychiatric Association. (2013). *Diagnostic and statistical manual of mental disorders*. American Psychiatric Association.
- Aunio, P., & Niemivirta, M. (2010). Predicting children's mathematical performance in grade one by early numeracy. *Learning and Individual Differences, 20*(5), 427-435. DOI: 10.1016/j.lindif.2010.06.003
- Baddeley, A. (2010). Working memory. *Current Biology, 20* (4), R136-R140.
- Butterworth, B. (2005). Developmental dyscalculia. In J. Campbell (Red.), *Handbook of mathematical cognition* (s. 455-467). New York, NY: Psychology Press.
- Cohen, J. (1988). *Statistical power analysis for the behavioral sciences 2nd edn*. Routledge.
- De Smedt, B. P., Noël, M., Gilmore, C., & Ansari, D. (2013). How do symbolic and non-symbolic numerical magnitude processing skills relate to individual differences in children's mathematical skills? A review of evidence from brain and behavior. *Trends in Neuroscience and Education, 2*(2), 48-55. DOI: 10.1016/j.tine.2013.06.001
- Elofsson, J., Gustafson, S., Samuelsson, J., & Träff, U. (2016). Playing number board games supports 5-year-old children's early mathematical development. *Journal of Mathematical Behavior, 43*, 134-147. DOI: 10.1016/j.jmathb.2016.07.003
- Feigenson, L., Dehaene, S., & Spelke, E. (2004). Core systems of number. *Trends In Cognitive Sciences, 8*(7), 307-314. DOI: 10.1016/j.tics.2004.05.002
- Göbel, S., Watson, S., Lervåg, A., & Hulme, C. (2014). Children's arithmetic development: It is number knowledge, not the approximate number sense, that counts. *Psychological Science, 25*(3), 789-98. DOI: 10.1177/0956797613516471
- Göteborgs stadsledningskontor. (2017). *Göteborgsbladet 2017*. Göteborg
- Jacobson, C., (1999) *LäsKedjor-2*. Hogrefe Psykologiförlaget AB.
- Johansson, B. (2013) *Matematik i förskola och förskoleklass*. Malmö: Kunskapsföretaget.
- Jordan, N., Kaplan, D., Ramineni, C., Locuniak, M., & García Coll, C. (2009). Early Math Matters: Kindergarten Number Competence and Later Mathematics Outcomes. *Developmental Psychology, 45*(3), 850-867. DOI: 10.1037/a0014939
- Kaufmann, L., & von Aster, M. (2012). The diagnosis and management of dyscalculia. *Deutsches Ärzteblatt international, 109*(45), 767-78. DOI: 10.3238/arztebl.2012.0767
- Krajewski, K., & Schneider, W. (2008). Early development of quantity to number word linkage as a precursor of mathematical school achievement and mathematical difficulties: Findings from a four-year longitudinal study. *Learning and Instruction, 19*(6), 513-526. DOI: 10.1016/j.learninstruc.2008.10.002
- Krajewski, K., & Schneider, W. (2009). Exploring the impact of phonological awareness visual-spatial working memory, and preschool quantity-number competencies on

- mathematics achievement in elementary school: Findings from a 3-year longitudinal study. *Journal of Experimental Child Psychology*, 103(4), 516-531. DOI: 10.1016/j.jecp.2009.03.009
- Kuhn, J. (2015). Developmental Dyscalculia Neurobiological, Cognitive, and Developmental Perspectives. *Zeitschrift Fur Psychologie-Journal Of Psychology*, 223(2), 69-82. DOI: 10.1027/2151-2604/a000205
- Landerl, K., Bevan, A., & Butterworth, B. (2004). Developmental dyscalculia and Basic numerical capacities: A study of 8-9-year-old students. *Cognition*, 93(2), 99-125.
- Landerl, K., & Moll, K. (2010). Comorbidity of learning disorders: Prevalence and familial transmission. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 51(3), 287-294. DOI: 10.1111/j.1469-7610.2009.02164.x
- LeFevre, J. A., Berrigan, L., Vendetti, C., Kamawar, D., Bisanz, J., Skwarchuk, S. L., & Smith-Chant, B. L. (2013). The role of executive attention in the acquisition of mathematical skills for children in Grades 2 through 4. *Journal of Experimental Child Psychology*, 114(2), 243-261. DOI: 10.1016/j.jecp.2012.10.005
- Magnusson, E., Nauclér, K., & Reuterskiöld, C. (2008) Språkstörning i skolåldern. I L. Hartelius, U. Nettelbladt & B. Hammarberg (Red.), *Logopedi* (s. 157). Lund: Studentlitteratur.
- McArthur, G. (2007). Test-retest effects in treatment studies of reading disability: The devil is in the detail. *Dyslexia*, 13(4), 240-252.
- Merkel, S. & Malviya, S. (2000). Pediatric pain, tools and assessment. *Journal of perianesthesia nursing*, 15 (6), 408-414. DOI: 10.1053/jpan.2000.19504
- Milton, A. (2002). Världsläkarförbundets Helsingforsdeklaration. *Läkartidningen*, (11), 1214-1216.
- Moll, K., Kunze, S., Neuhoff, N., Bruder, J., & Schulte-Körne, G. (2014). Specific learning disorder: Prevalence and gender differences. *PLoS ONE*, 9(7). DOI: 10.1371/journal.pone.0103537
- Nosworthy, N., Bugden, S., Archibald, L., Evans, B., & Ansari, D. (2013). A Two-Minute Paper-and-Pencil Test of Symbolic and Nonsymbolic Numerical Magnitude Processing Explains Variability in Primary School Children's Arithmetic Competence. *PLoS One*, 8(7). DOI: 10.1371/journal.pone.0067918
- Nuerk, H., Kaufmann, L., Zoppoth, S., Willmes, K., & Dannemiller, James, L. (2004). On the Development of the Mental Number Line: More, Less, or Never Holistic With Increasing Age? *Developmental Psychology*, 40(6), 1199-1211. DOI: 10.1037/0012-1649.40.6.1199
- Ostad, S. (1997). Developmental differences in addition strategies: A comparison of mathematically disabled and mathematically normal children. *The British Journal of Educational Psychology*, 67 (3), 345-57.
- Ostad, S. (1999). Developmental progression of subtraction strategies: A comparison of mathematically normal and mathematically disabled children. *European Journal of Special Needs Education*, 14(1), 21-36. DOI: 10.1080/0885625990140103
- Passolunghi, M. C., & Siegel, L. S. (2004). Working memory and access to numerical information in children with disability in mathematics. *Journal of experimental child psychology*, 88(4), 348-367. DOI: 10.1016/j.jecp.2004.04.002
- Rousselle, L., & Noël, M. P. (2007). Basic numerical skills in children with mathematics learning disabilities: A comparison of symbolic vs non-symbolic number magnitude processing. *Cognition*, 102(3), 361-395. DOI: 10.1016/j.cognition.2006.01.005

- Sheridan, S., Pramling Samuelsson, I., & Johansson, E. (2009). *Barns tidiga lärande: En tvärsnittsstudie om förskolan som miljö för barns lärande* (Göteborg studies in educational sciences, 284). Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis. Tillgänglig: https://gupea.ub.gu.se/bitstream/2077/20404/1/gupea_2077_20404_1.pdf
- Skolverket. (2011a). *Diamant - ett diagnosmaterial i matematik*. Hämtad 2018-04-03, från <https://www.skolverket.se/bedomning/bedomning/bedomningsstod/matematik/diamant-1.196205>
- Skolverket. (2011b). *Kursplan i matematik för grundskolan*. Hämtad, från <https://www.skolverket.se/om-skolverket/publikationer/visa-enskild-publikation?url=http%3A%2F%2Fwww5.skolverket.se%2Fwtpub%2Fws%2Fskolbok%2Fwubext%2Ftrycksak%2FRecord%3Fk%3D2643>
- Skolverket. (2017) *Betygssättning*. Hämtad 2018-03-27, från <https://www.skolverket.se/bedomning/betyg>
- Socialstyrelsen. (2017). *Internationell statistisk klassifikation av sjukdomar och relaterade hälsoproblem – Systematisk förteckning, svensk version 2017 (ICD-10-SE)*. Hämtad 2018-04-03, från <http://www.socialstyrelsen.se>
- Specialpedagogiska skolmyndigheten. (2016). *Vad finns skrivet och hur definieras dyskalkyli inom forskningen?* Hämtad 2018-01-22, från <https://www.spsm.se/stod/fraga-en-radgivare/fragor-och-svar/fragor-och-svar/vad-finns-skrivet-och-hur-definieras-dyskalkyli-inom-forskningen/>
- Statistiska centralbyrån. (2018a). *Kommuner i siffror (Alingsås – Lerum)*. Hämtad 2018-04-27, från <http://www.scb.se/hitta-statistik/sverige-i-siffror/kommuner-i-siffror/#?region1=1489®ion2=1441>
- Statistiska centralbyrån. (2018b). *Kommuner i siffror (Göteborg – Sverige)*. Hämtad 2018-04-27, från <http://www.scb.se/hitta-statistik/sverige-i-siffror/kommuner-i-siffror/#?region1=1480®ion2=00>
- Stockholms läns landsting. (2015). *Fokusrapport: Dyskalkyli*. Stockholm: Stockholms läns landsting.
- Träff, U., Olsson, L., Östergren, R., & Skagerlund, K. (2017). Heterogeneity of developmental dyscalculia: cases with different deficit profiles. *Frontiers in psychology*, 7, (2000), 1-15. DOI: 10.3389/fpsyg.2016.02000
- Vanbinst, K. D., Ghesquière, P., Smedt, B., & Ansari, D. (2016). Symbolic numerical magnitude processing is as important to arithmetic as phonological awareness is to reading. *PLoS ONE*, 11(3), 1-11. DOI: 10.1371/journal.pone.0151045
- Von Aster, M., & Shalev, R. (2007). Number development and developmental dyscalculia. *Developmental Medicine & Child Neurology*, 49(11), 868-873. DOI: 10.1111/j.1469-8749.2007.00868.x
- Wallén, G. (2011). *Vetenskapsteori och forskningsmetodik*. Lund: Studentlitteratur
- Wood, J., & Spelke, E. (2005). Infants' enumeration of actions: Numerical discrimination and its signature limits. *Developmental Science*, 8(2), 173-181. DOI: 10.1111/j.1467-7687.2005.00404.x