



GÖTEBORGS UNIVERSITET

Tal i bråkform: del av en helhet

Eileen Tadi

Självständigt arbete L6XA1A

Examinator: Florenda Gallos Cronberg

Rapportnummer: [HT18-2930-011-L6XA1A]

Sammanfattning

Titel: Tal i bråkform: Del av en helhet.

English title: Number of fractions: Part of a whole

Författare: Eileen Tadi

Typ av arbete: Examensarbete på avancerad nivå (15 hp)

Examinator: Florenda Gallos Cronberg

Rapportnummer: HT18-2930-011-L6XA1A

Nyckelord: Matematik, kunskap, tal i bråkform, del av en helhet, elever, kunskapsinhämtning, mellanstadiet, årskurs 6, förmågor, geometriska figurer, uppdelning

Matematikämnet består av många olika områden där ett av dessa områden är tal i bråkform. Forskare är överens om att procedurer och begrepp relativt tal i bråkform är ett av de mest utmanande områden inom matematikämnet för elever. Elevers olika sätt att lösa uppgifter är något lärare behöver vara medvetna om för att skraddarsy sin undervisning på ett givande sätt för eleverna. Elevernas förmågor synliggörs baserat på vilka strategier de väljer att använda, vilka förkunskaper de har och vad de har för mental representation. För att få reda på hur elever löser uppgifter med tal i bråkform och hur vi kan förklara deras förmåga i att lösa uppgifter har 58 elever i årskurs sex från tre olika klasser i en skola deltagit i en undersökning där enkäter och intervjuer har varit studiens instrument. Genom enkäterna besvaras min första frågeställning och genom både enkät och intervju besvaras min andra frågeställning. Resultaten av enkäterna och intervjuerna visar att majoriteten av eleverna trots sin årskurs och den undervisning de har fått inte behärskar de kunskaper som krävs för att förstå delarnas och helheternas betydelse. Forskning lyfter begreppen konceptuell och procedurell kunskap som har visat stor betydelse för undersökningen genom att till viss del förklara elevers förmågor och svårigheter i att lösa uppgifter med tal i bråkform.

Tackord

Jag vill framföra ett stort och hjärtligt tack till alla elever som medverkat i denna undersökning och även bidragit till en intresseväckande, trevlig och givande upplevelse. Jag vill även tacka min handledare Thomas Linjefärd för det stöd och den support som jag fått under processens gång. Jag vill dessutom tacka min lärare Joakim Magnusson som varit till hjälp i min undersökning. Slutligen vill jag tacka alla mina närmaste som stöttat mig under hela arbetets gång.

Ni är helt fantastiska!

Eileen Tadi

Innehållsförteckning

1. Introduktion	1
1.1 Syfte och frågeställning.....	1
2. Teoretiskt ramverk	2
2.1 Sociokulturellt perspektiv	2
2.2 Mediering	2
2.3 Forskning.....	3
2.4 Styrdokument	5
3. Metod	5
3.1 Kvalitativ metod och datainsamling.....	5
3.1.1 Enkät.....	6
3.1.2 Intervju	6
3.2 Pilotstudie.....	7
3.3 Urval.....	7
3.4 Etiska överväganden	8
3.5 Val av uppgifter.....	8
3.6 Dokumentation och transkribering.....	9
3.7 Genomförande	9
3.8 Analysmetod.....	11
3.9 Validitet och reliabilitet.....	12
4. Resultat.....	12
4.1 Elevers lösningar från enkäten	12
4.2 Elevers svar från intervjun	18
4.2.1 Elev A.....	18
4.2.2 Elev B	18
4.2.3 Elev C.....	19
4.2.4 Elev D.....	20
4.2.5 Elev E	20
4.2.6 Elev F	21
5. Analys.....	21
6. Diskussion	27
6.1 Slutsats	29
6.2 Vidare forskning.....	30
7. Referenser.....	31
8. Bilagor	32

1. Introduktion

Under min tid som blivande lärare för elever i årskurs 4–6 har jag fått möjligheten att medverka i matematiklektioner där jag mött flera olika elever i årskurs 6 som inte når kunskapskraven inom matematikområdet tal i bråkform samt elever som stöter på olika svårigheter när de hanterar tal i bråkform.

Varför är tal i bråkform problematiskt och vilka svårigheter kan elever uppleva? Många frågor och funderingar fick sina svar i min första studie där rubriken på studien resulterade i; ”vad säger forskning om vilka svårigheter elever kan uppleva inom bråk” (Tadi, E. och Junuzovic, T., 2017). I studien undersöktes artiklar som tydde på att elever i mellanstadiet stöter på flertal olika svårigheter inom matematikområdet tal i bråkform. Lärare, som undervisar i matematik har till viss del också svårt för att tolka och förstå vissa användningar av tal i bråkform vilket dessvärre leder till att undervisningen inte hjälper eleverna att bemästra svårigheterna.

Utifrån min pilotstudie och mina observationer är begreppet *del av en helhet* inom tal i bråkform samt elevers svårigheter med detta område mitt fokus i detta examensarbete. Rationella tal eller tal i bråkform är ett mycket brett ämne inom skolmatematiken som består av olika delar såsom exempelvis: räkneoperationer, grafiska representationer och språkliga uttryck. Dessa delområden finns även som krav att uppnå i det centrala innehållet för elever i mellanstadiet. Forskning indikerar att inhämtning och utveckling av kunskap inom tal i bråkform initieras i tidig ålder hos barn. Vidare tyder forskning på att elever i mellanstadiet inte till fullo behärskar denna del av matematikämnet vilket i sin tur leder till att elever inte når upp till de mål för undervisningen som finns (Tadi & Junuzovic, 2017). Det är av stor vikt att lärare är medvetna om vilka svårigheter elever kan uppleva och stöta på inom matematikundervisningen för att tillgodose och även förhindra det faktum att elever inte behärskar och når kriterierna, i detta fall, tal i bråkform. Dessutom är det viktigt som lärare att först kunna se och veta hur elever löser en uppgift men även varför och vilka orsakerna är. Vilka olika problem upplever elever inom del av en helhet? Vilka är orsakerna? Vilka infallsvinklar berör hur elever löser en uppgift och varför i sådana fall?

1.1 Syfte och frågeställning

I denna studie läggs fokus på del av en helhet inom tal i bråkform.

Syftet preciseras i följande frågeställningar:

- Hur löser elever en uppgift med tal i bråkform?
- Vilka förmågor synliggörs när elever löser uppgifter med tal i bråkform?

2. Teoretiskt ramverk

Författarna av de artiklar och avhandlingar jag valt, är alla ense om att tal i bråkform är ett av de mer utmanande ämnena eleverna stöter på inom matematikämnet i skolan. Låg kunskap inom bråk i mellanstadiet förutspår brister i matematik, specifikt inom algebra där tal i bråkform tillhör. Under denna rubrik presenteras teoretiskt ramverk, där studien och dess syfte hör hemma.

2.1 Sociokulturellt perspektiv

Vygotsky är känd för sina arbeten om utveckling, lärande och språk där den sociokulturella traditionen har sin grund (Vygotsky, 1978 citeras i Säljö, 2012). Vygotsky intresserade sig av hur människans utveckling, både biologiskt och ur ett sociokulturellt perspektiv koopererades. Han nämner de högre psykologiska förmågorna som tänkande, avancerad problemlösning, språk, kreativitet och skapande vilka ses som speciella förmågor för människan. Vidare förklaras det att dessa speciella förmågor bör tolkas som uttryck för hur vår förmåga att exempelvis utveckla och använda kulturella kunskaper. Att läsa, skriva, räkna, resonera abstrakt och lösa problem anses vara kulturella till sin karaktär, dessa förmågor är vad människor utvecklar inom det sociokulturella perspektivet. Ett begrepp som förklarar hur vi individer inhämtar vår kunskap är appropriering. Inom matematikens ramar behöver vi individer appropriering för att utveckla vårt logiska tänkande. Matematiken kräver att människor ska kunna resonera abstrakt, göra beräkningar samt använda vår kunskap för problemlösning. Det sociokulturella perspektivet bidrar således till att kunna dra paralleller till matematikens, i detta fall tal i bråkform (Säljö, 2012).

2.2 Mediering

Vygotsky nämner begreppet mediering inom det sociokulturella perspektivet (Vygotsky, 1978 citeras i Säljö, 2012). Mediering omfattar olika redskap eller verktyg som människan använder sig av för att kunna förstå sin omvärld. Vidare innebär detta att människan även tillämpar sin förståelse genom att agera i den.

Enligt Vygotsky innebär mediering att vi kan lära via två olika slags redskap, språkliga och materiella. Ett språkligt redskap, även kallat för intellektuellt eller mentalt redskap kan bland annat bestå av symboler, teckensystem eller tecken som vi människor använder oss av för att kunna kommunicera med omvärlden och för att kunna tänka. Exempel på symboler och tecken kan vara siffror, räknesystem, bokstäver och begrepp. Begreppen kan exempelvis innebära en geometrisk figur eller symboliska tecken som + och -, vilka vidare har sina rötter i den kulturella utvecklingen. Han menar att vi människor använder oss av de kulturella redskapen för att förstå och analysera omvärlden, vidare menar han att det vi ser framför oss kan vi med hjälp av de språkliga redskapen förstå. I tillägg till detta syftar Vygotsky till att vi människor ser och tänker olika på ett kulturellt redskap beroende på samhället och det system vi lever i. Säljö (2012) exemplifierar detta genom att beskriva hur en geometrisk figur anses vara ett medierande redskap som har en kulturell gemenskap som vi människor implementerat på ett visst sätt och därför finner den naturlig i vår omvärld. Materiella eller fysiska redskap är således de redskapen vi behöver för att kunna utföra våra arbeten. Vi behöver i sin tur de fysiska redskapen eftersom de är beroende av de intellektuella redskapen. Säljö (2012) förklarar hur en bok är ett exempel på ett kulturellt redskap som innefattar både de intellektuella redskapen i form av alfabetet, symboler och siffersystem men också de fysiska redskapen på vilka de intellektuella redskapen kan sättas fast.

2.3 Forskning

Det är grundläggande för eleverna att behärska och ha kunskap inom tal i bråkform. Detta för att nå det matematiska lärandet och dess kunskapsinhämtning (Torbeyns, Schneider, Ziqiang, och Siegler, 2014). Stafylidou och Vosniadou (2004) beskriver i sin artikel om hur förkunskapen hos eleverna har en stor betydande roll i hur eleverna löser uppgifter med tal i bråkform. De menar att den tidigare erfarenheten av ett heltal tillämpas till tal i bråkform. Vidare beskrivs det att eleverna kan uppfatta tal i bråkform på ett inkorrekt sätt då de implementerar tidigare kunskap om heltalet in i tal i bråkform när det är skillnad mellan dessa i verkliga fallet. Detta i sin tur hämmar eleverna från att kunna lösa tal i bråkform på ett korrekt sätt. Ett exempel på detta är att eleven ser $\frac{1}{3}$ som en mindre del än exempelvis $\frac{1}{7}$, då siffran sju har ett större värde än siffran 3 i heltal. Eleverna ser nämnaren och täljaren som två separata heltal istället för att se dessa i förhållande och beroende av varandra, där tal i bråkform utgör ett gemensamt värde. Även Wilkins och Norton (2011) lyfter denna svårighet hos eleverna där de nämner hur elever uppfattar värdet hos tal i bråkform olika beroende på vilken siffra de ser. Där den siffra som har störst värde som ett heltal även ses som det största talet i bråkform.

Wilkins och Norton (2011) lyfter att elever behöver börja med att inhämta kunskap om helhetens delar och dess storlek innan de går över till helhetens utseende och innehåll av delarna. Författarna beskriver att genom att eleverna först behärskar delarnas värde och roll, möjliggör detta för eleverna att sedan behärska helhetens värde. Vidare innebär detta även att indelningen av helheten således blir enklare för eleven att förstå att del av en helhet alltid är lika stor som alla andra delar. I artikeln fokuserar författarna på hur elever delar in en helhet och vilka metoder de använder sig av. Författarna beskriver hur eleverna delar in en helhet på två olika sätt. Den första metoden kallas för *simultaneous partitioning* vilket innebär att eleverna delar in helheten på en och samma gång. Den andra metoden kallas för *equipartitioning* som i sin tur betyder att eleverna delar in helheten en bit i taget som sedan hjälper eleven att dela in resten av helheten. Den förstnämnda metoden syftar till att eleverna använder sin mentala representation. Författarna nämner en studie av Hunting i sin artikel som visar att indelning av en helhet ligger till grund att förstå konceptet med del av en helhet.

Wilkins och Norton (2011) lyfter hur elever svarar på uppgifter där de behöver dela in helheten i olika antal delar och uppgifter som behandlar begreppet *iterating* (upprepning). Med upprepning menar författarna att eleverna får uppgifter som syftar till att förstora en del av en helhet. Vidare förklarar författarna att elever som inte förstår förhållandet mellan uppdelning av en helhet och upprepning (förstoring) av helheten, resulterar i att endast förstora helheten trots att frågan syftar till att eleven ska dela in denna.

Cramer och Wyberg, (2009) skriver om hur elever tillämpar tidigare erfarenheter i nya kunskaper. Vidare förklaras det att elever ofta använder sig av strategier som de tidigare lärt sig med tal i bråkform, vilka de sedan implementerar in i andra delar av tal i bråkform. Författarna beskriver att elever kan implementera dessa strategier trots att de inte alltid fungerar. När eleverna inte vet eller förstår hur de ska lösa en uppgift, använder de sin tidigare erfarenhet eftersom det kommer eleverna närmast vad gäller lösning av uppgift. Cramer et al., (2009) lyfter även hur olika geometriska figurer konkretiserar och stöttar det abstrakta tänkandet hos eleverna. Vidare ska detta sedan ge eleverna en mental uppfattning av tal i bråkform likt det Wilkins et al., (2011) lyfter i sin artikel. Elever använder sig av sin mentala uppfattning vid när eleven ska lösa en uppgift. Dock motsäger författarna detta senare i

artikeln genom att belysa att elever inte alltid har det konkreta tänkandet för att sedan gå över till det abstrakta. Författarna förklarar vidare att elever använder sig av deras mentala representation för att kunna tänka och förstå det abstrakta inom tal i bråkform. I artikeln beskrivs det att elevernas förståelse inom del av en helhet förstärks genom att eleverna använder geometriska figurer för att räkna med tal i bråkform (2009). Cramer et al., menar att eftersom figurerna är olika i utseende, blir det därmed olika svårt för eleverna att dela in figurerna (2009). Elever som byggt upp sina mentala representationer förlitar sig ofta på dessa och därigenom använder de som utgångspunkt i sitt tänkande för tal i bråkform tillsammans med geometriska figurer. Cramer et al. förklarar vidare i artikeln att elever som inte byggt upp sig en mental uppfattning tenderar i att istället tänka tal i bråkform som heltal. Artikeln börjar med att först förklara att cirkelmodellen är en god utgångspunkt för eleverna att arbeta med dock påstår de senare i artikeln att det optimala är att använda sig av olika geometriska figurer. Malmer (2002) nämner ett exempel i sin bok om hur elever inte förstår att en halvcirkel också kan vara en hel då eleverna skuggar hela halvcirkeln när halva denna egentligen är en kvartscirkel.

Cramer, K., Wyberg, T., Leavitt, S. (2008) fokuserar i sin artikel på addition och subtraktion med tal i bråkform vilket inte hör hemma i denna studie. Trots det uppmärksammar även denna artikel cirkelmodellens funktion hos elevernas mentala bild och hur den hjälper elever att tänka inom tal i bråkform. Slutsatsen av artikeln och deras studie blir även här att cirkelmodellen gynnar elevernas inhämtning av kunskaper inom del av en helhet.

Siegler, R., Fazio, L., Bailey, D., Zhou, X (2012) lyfter olika teorier på varför elever löser uppgifter på olika sätt. Författarna nämner även hur konceptuell och procedurrell kunskap avgör vilka strategier elever använder med tal i bråkform. När det kommer till att skugga en del av en helhet i två figurer, tenderar elever ofta i att dela in den ena figuren korrekt men inte den andra. Detta trots att båda figurerna behandlar samma typ av operation. Dock kan den enda skillnaden mellan figurerna vara att ena ska delas in i exempelvis $\frac{1}{3}$ och den andra i $\frac{1}{4}$. Elever som saknar konceptuell kunskap stöter ofta på detta problem då de saknar korrekt sätt att tänka med. Dessa elevers val av strategier är således begränsade på grund av brist på konceptuell kunskap. Dessutom beskriver författarna även hur språkliga skillnader kan ha ett inflytande på elevers tidigare kunskap. En av skillnaderna som elever i exempelvis Asien har, är att de namnger nämnaren först och sedan täljaren då vi gör tvärtom genom att säga en fjärdedel. Vidare lyfter författarna att det är viktigt att använda sin konceptuella kunskap i form av begrepp. De fortsätter beskriva att det även är viktigt att använda sitt arbetsminne och sin kunskap från vad ett heltal är för att nå den procedurrella kunskapen inom tal i bråkform. Dunham (2008) nämner i sin avhandling om hur procedurrella och konceptuella kunskaper är beroende av varandra. Hon menar att konceptuell kunskap innebär att man har en större förståelse för matematikens koncept och dess operationer och varför, eleven kan i detta fall tolka och förstå en matematisk uppgift vare sig denna är i text, bild eller i tal. Medan en procedurrell kunskap handlar mer om att exempelvis memorera en handling. Detta kan exemplifieras genom att en elev delar in en fjärdedel korrekt för att hen har memorerat att den rätta handlingen för denna uppgift, men förstår inte varför det fungerar på detta sätt. Cohen (2012) lyfter i sin avhandling att förståelsen av del av en helhet har en betydande roll i hur man löser uppgifter med tal i bråkform. Han beskriver att när samma typ av tal i bråkform upprepas i flera olika uppgifter är det således enklare för eleven att förstå eller svara rätt, även om förståelse inte finns. I kontrast till detta menar han att elever har svårare för att lösa uppgifter när nämnaren och täljaren

ändras i tal i bråkformen. Detta kan även kopplas till det procedurella tänkandet där eleven upprepar och memorerar strategier istället för att implementera dessa.

2.4 Styrdokument

Riksdagen har lagt ansvar på den svenska skolan, att den ska ge alla elever förfogande till kunskaper i matematik. För att tillgodose elevers behov och för att lärare ska veta hur verksamheten ska formuleras har vi ett verktyg, styrdokumentet. Denna ska användas som en form av verktyg för lärare och dess undervisning, för att på bästa sätt vägleda lärare genom sin roll (Löwing och Kilborn, 2002). I *läroplanen för grundskolan samt för förskoleklassen och fritidshemmet, 2011* finns det centralt innehåll som punktvis beskriver vad lärare ska undervisa om och till en viss del, på vilka sätt.

I årskurs 4–6 framgår ”taluppfattning och tals användning” som en av rubrikerna inom matematikämnet. Där synliggörs även följande delar som är centrala i undervisningen;

- Rationella tal och deras egenskaper.
- Tal i bråk- och decimalform och deras användning i vardagliga situationer.
- Tal i procentform och deras samband med tal i bråk- och decimalform.

Kunskapskraven för betyget E i slutet av årskurs 6 nämner olika krav som eleverna behöver uppnå. Några av de krav som passar in i denna studie är;

”Eleven kan använda i huvudsak fungerande matematiska metoder [...] och lösa rutinuppgifter inom aritmetik [...] med tillfredställande resultat” Skolverket, 2011.

3. Metod

I följande rubrik förklarar jag utförligt vilka metoder jag valt i min undersökning. Undersökningen för detta arbete innehåller kvalitativ metod vilket innebär analys av strukturerade data i form av intervjuer och enkäter. Detta beskrivs tydligt i efterföljande text. Vidare ligger erfarenheter från VFU och pilotstudie som grund till val av metod och val av frågeställningar. Urval, genomförande av datainsamling och data beskrivs nedan och kapitlet avslutas sedan med arbetets empiri, dess val av inkludering samt exkludering av data, etiska överväganden och slutligen validitet och reliabilitet.

3.1 Kvalitativ metod och datainsamling

I detta arbete använder jag mig av både enkäter och intervjuer, urvalet för min studie är ett så kallat bekvämlighetsurval då personerna som deltar är från min VFU skola. Eftersom metoden fokuserar elevers förståelse av grafiska representationer av tal i bråkform passar både enkät i form utav uppgifter och semistrukturerade intervjuer. För att besvara mina frågeställningar delade jag ut enkäter där eleverna fick tolka och svara på uppgifter om del av en helhet. Semistrukturerade intervjuer använde jag mig sedan av för att kunna analysera elevens hantering av uppgifterna, för att få en djupare bild samt för att kunna besvara mina frågeställningar. Enkäter och intervjuer utfördes sammanlagt av tre klasser i årskurs 6, min studie består därmed av cirka **58** enkätsvar och **6** intervjuer. Denna studie är skapad som en kvantitativ enkät och en kvalitativ intervjustudie. En kvantitativ forskning består av en forskningsstrategi där fokus främst ligger mer på siffror än ord, så kallat kvantifiering (Bryman, 2016). I

tillägg till detta innebär kvalitativ forskningsstrategi att den är induktiv, tolkande och konstruktionistisk.

3.1.1 Enkät

En enkät används för det mesta i samband med en intervju som instrument för att samla data för en undersökning. Bryman (2016) beskriver hur båda metoderna kan ses som likartade då båda innehåller ett frågeformulär, den enda skillnaden mellan dessa är att en enkät inte har en närvarande intervjuare på plats som kan ställa frågor eller förklara sin fråga tydligt för respondenten. Därför har jag i min studie använt mig av intervju som ett komplement för min enkätundersökning. Det är av stor vikt att enkätens frågor är formulerade på ett enkelt sätt för att både förstå och kunna besvara. I min undersökning handlar det om matematik och elever. Det innebär att frågorna behöver vara formulerade till den grad att eleverna förstår och känner sig förstådda.

Enkäter som respondenten själva fyller i är till fördel då det är snabbare att administrera, det går att både skicka eller dela i ett stort antal. Detta sparar tid, dock är det viktigt att vara medveten om att beroende på enkät och hur dessa skickas ut till respondenten tar det därmed olika lång tid att få tillbaka dem. Det kan ta upp till flera veckor (Bryman, 2016). Eftersom jag var på plats under tiden eleverna fyllde i enkäten, behövde jag således inte vänta lång tid innan jag fick tillbaka enkäterna. Längre ner i detta kapitel beskrivs det så kallade *intervjuareffekten*, detta är något som elimineras vad gäller enkäter. Respondenten påverkas till följd därutav inte av intervjuaren eller andra faktorer då enkäten är ett instrument som används självständigt av respondenten (Bryman, 2016). Dock förekommer även nackdelar hos enkäter då man inte kan hjälpa respondenten vid behov då detta ligger som ett av de viktigaste kraven för en enkät. Vidare kan man heller inte ställa uppföljningsfrågor för att få ett fördjupat svar samt att man inte kan ställa vilka frågor som helst då alla frågor inte passar in i en enkät. Beroende på vad man undersöker kan vissa frågor anses vara oviktiga för respondenten vilket leder till att frågan antingen inte får trovärdiga svar eller att den inte blir besvarad.

3.1.2 Intervju

Bryman (2016) beskriver olika former av intervjuer i sin bok, det finns olika sorters intervjuformer där en av dem kallas för *semistrukturerad intervju*, vilket är den intervjuform jag använder mig av. En semistrukturerad intervju innebär att intervjuaren har en samling av frågor som kan förklaras som en typ av frågeguide. Ordningsföljden på frågorna kan även variera, vilket jag behövde göra då jag hade olika områden att fokusera på beroende på vilken elev jag intervjuade. Vidare innebär semistrukturerad intervju att det i tillägg till intervjun, även går att ställa ytterligare frågor som en form utav uppföljningsfrågor, detta i samband med de svar intervjuaren uppfattar vara viktiga för sin studie. Vilket också var något jag behövde göra för att få en tillräcklig klar bild som möjligt.

Respondenten i en intervju kan trots allt påverkas av intervjuaren av olika faktorer. Intervjuareffekten som nämns tidigare i detta arbete är benämningen för de olika faktorernas påverkan från intervjuaren. Dessa faktorer kan hålla sig mellan kön, etnisk bakgrund och socioekonomisk status (Bryman, 2016). Vidare kan även interaktionen mellan intervjuaren och respondenten spela stor roll, dock är många av faktorerna olika beroende på vad som observeras och undersöks. Eleverna som deltog i min intervju var bekanta med mig och min tillvaro, vilket förminskar risken för att eleverna ska känna sig otrygga, till en viss del. Samspelet mellan en intervju och enkät som instrument för en undersökning fungerar ansevärt tillsammans och är de metoder jag valt att använda.

Intervjuerna spelades in via en mobiltelefon för att sedan transkriberas till text. För att på ett tydligare sätt illustrera elevernas citat i resultatet, bifogar jag exempelsvar skapade av mig, som motsvarar elevernas svar. Detta för att ta hänsyn till de etiska principerna då jag inte kan redovisa elevernas egna svar. De sex eleverna namnges som A, B, C, D, E, och F. Anledningen till att eleverna namnges med bokstäver är för att anonymisera deras identitet. Alla elever fick börja med att läsa sina svar från enkäten och gå igenom dessa innan intervjun skulle börja. Vid varje citat står det vilken uppgift eleven pratar om inom parantes.

3.2 Pilotstudie

En pilotstudie fungerar som en form av första provstudie där arbetet görs i en betydligt mindre skala än en fullständig studie som denna. Syftet med en pilotstudie är därmed att kontrollera en viss typ av frågeställning tillsammans med ett instrument, vilket kan vara ett frågeformulär eller hur en undersökning genomförs. I tillägg till detta är även en pilotstudie, ett bra sätt att kontrollera funktionen hos de olika delarna i forskningsprocessens och om de är relevanta för studien (Öqvist Seimyr, 2011) Pilotstudien som jag genomfört behandlar två frågeställningar, dessa är; *”hur uppfattar elever en bråkuppgift beroende på hur frågan uttrycks?”* och *”vilka svårigheter inom tal i bråkform förekommer hos eleverna?”*. Enkäterna som användes i denna studie deladelades ut i helklass där eleverna fick vara anonyma i sina svar om så önskades. Undersökningen gjordes i en skola där tre klasser i årskurs sex fick vara med och delta, sammanlagt 58 elever. Enkäterna bestod av matematiska uppgifter inom tal i bråkform där både slutna och öppna frågor användes då eleverna fick möjlighet att svara på olika sätt. Vidare använde jag mig även av intervjuer med semistrukturerad roll då formulering av frågorna och dess ordningsföljd varierade mellan mig och respondenterna (Bryman, 2011). Till denna pilotstudie var ovan nämnda metoder relevanta då enkäterna innehöll uppgifter som eleverna fick svara på medan intervjuerna gav en fördjupad inblick på hur eleverna tänkt och tyckt i anknytning till enkäten. Enkäterna påvisade bortfall genom att många av frågorna, i detta fall uppgifter, täckte andra delar än mitt egentliga fokus. Detta resulterade till att enkäterna jag använder för denna studie innehåller uppgifter där fokus endast ligger i del av en helhet. Trots detta, bistod bortfallet i pilotstudiens enkäter genom att ge mig en bredare förtrogenhet till både hur metoden fungerar i denna typ av studie, men också hur en enkät används inom matematiken. Pilotstudien mynnade ut i att jag fick en större medvetenhet kring vad jag vill skriva om samt att den övergick till att vara ett relevant och rikt underlag inför denna litteraturstudie då de behandlar samma ämne. Vidare åskådliggör pilotstudien hur lång tid, enkäterna respektive intervjuerna, tar att utföra i förhållande till studien.

3.3 Urval

Urvalsgruppen i mitt examensarbete är elever från tre olika klasser i årskurs 6. Urvalet baseras på att jag har undervisat eleverna i dessa klasser under VFU perioden då jag också kunnat kommunicera med både ansvarig lärare och elever vad gäller undervisningen i matematik och tal i bråkform. Vidare var undervisningen i matematik anpassad efter det nationella provet inom matematik då provet närmade sig. Detta gjorde det rimligt för mig att utföra enkäterna och intervjuerna bland eleverna i klasserna då tal i bråkform var något eleverna kände igen och till viss del var trygga med. Glaser och Strauss (1967) nämner det så kallade teoretiskt urval, som också är en form av målstyrt urval. Detta urval beskrivs som en datainsamling som först samlas in, kodas och slutligen analyseras. Vidare bestäms sedan vilken information som ska samlas in och var informationen finns, detta för att utveckla teorin i samband med

att det framkommer olika mönster. På samma sätt fungerar mitt arbete då jag började med att samla in empiriska data, jag avkodade denna empiri och slutligen analyserade jag den. Enkäterna som användes för denna undersökning mynnade ut i ett antal bortfall då några elever inte svarade på vissa uppgifter i enkäten. Vidare kunde eleverna även hinna samtala med sina klasskamrater om intervjun vilket påverkar både bortfall och analysen.

3.4 Etiska överväganden

Forskning är både betydelsefullt och behövligt för oss individer. Vi har därför olika krav på hur och vad man ska tänka på när det gäller hur forskning utövas. Det är av stor vikt att vara medveten om de olika riktlinjer och regler som finns att följa vid en forskning eller studie. Enligt Vetenskapsrådet (2002) finns de fyra olika huvudkraven som är grundläggande och viktiga att fundera över;

1. Informationskravet: ”Forskaren skall informera de av forskningen berörda om den aktuella forskningsuppdragets syfte.” (s.7)
2. Samtyckeskravet: ”Deltagare i en undersökning har rätt att själva bestämma över sin medverkan.” (s.9)
3. Konfidentialitetskravet: ”Uppgifter om alla i en undersökning ingående personer skall ges största möjliga konfidentialitet och personuppgifterna skall förvaras på ett sådant sätt att obehöriga inte kan ta del av dem.” (s.12)
4. Nyttjandekravet: ”Uppgifter insamlade om enskilda personer får endast användas för forskningsändamål.” (s.14)

De fyra huvudkraven har jag tagit hänsyn till i min studie då eleverna som i detta fall är deltagarna av undersökningen är de berörda. Eleverna fick information om undersökningens syfte och dess innehåll. Vidare har elevernas uppgifter på ett varsamt sätt förvarats då obehöriga inte kunnat ta del av dessa. I tillägg till detta har även information och uppgifter om eleverna endast använts för min undersökning. Alla elever har självfallet fått bestämma om sin medverkan, samt blivit informerade om denna rättighet.

3.5 Val av uppgifter

Genom att använda mig av enkäter fick jag en överblick av elevernas kunskaper inom del av en helhet. Inom utbildningsvetenskap är det svårt att välja andra metoder än enkät eller intervju när vi vill identifiera elevers svar och hur de löser uppgifter inom tal i bråkform. Uppgifterna i enkäterna är anpassade till elever i årskurs 6, jag har dels jämfört med elevernas matematikbok och med de nationella proven. Därefter har jag konstruerat de grafiska representationerna i enkäten själv. Enkäten består av uppgifter i form av frågor där eleverna får möjlighet att svara genom att skugga en del av en helhet, ringa in rätt svar och genom att rita helheten och sedan skugga. Enkäten består dessutom av frågor som uttrycks i både som matematiska uttryck som ” $\frac{1}{3}$ ” men även i text som, ”en tredjedel” (se Bilaga 2).

Enkäten består alltså av både textuppgifter och uppgifter där elever får skugga en del av en helhet. Sådana uppgifter finns att hitta i elevernas matematikböcker som illustrerar både geometriska figurer men också textuppgifter med tal i bråkform.

3.6 Dokumentation och transkribering

Dokumentationen för detta arbete är intervjuernas inspelning samt enkätsvaren. Dokumentation av enkätsvaren gjordes genom att elever fick svara skriftligt på enkäterna medan intervjuerna spelades in och dokumenteras genom att eleverna muntligt fick förklara och svara på frågor. Intervjusvaren transkriberades och dokumenteras i form av citat och fördjupande svar från eleverna angående enkätsvaren.

3.7 Genomförande

Efter mitt första examensarbete var det lätt att bestämma vad nästa arbete skulle handla om, tal i bråkform. Jag har med hjälp av tidigare erfarenheter, tidigare arbete, pilotstudie, handledare, litteratur och LLU från VFU skolan diskuterat och kommit fram till hur arbetets gång ser ut.

Det började med att leta fram ett syfte och en frågeställning för arbetet, vad ska preciseras och varför? Det är viktigt att kunna precisera för sig själv och vara medveten om varför man är ute efter just ett område, dessutom är det även viktigt att man finner ett intresse för området för att man själv ska motiveras genom arbetets gång. Mitt första arbete handlade också om tal i bråkform, dock handlade den om vilka sorts svårigheter elever kan uppnå. Arbetet innehöll artiklar vilka påvisade olika svårigheter elever kan stöta på inom tal i bråkform vilket ledde till att jag fick intresse av att fokusera på en av dessa, alltså del av en helhet. Efter att ha tänkt noga på vad jag vill fokusera på inom del av en helhet kom jag fram till ett utkast av frågeställningar;

1. *Hur bemöter elever en uppgift?*

2. *Vilka möjliga orsaker ligger bakom elevernas hantering av uppgifter eller Hur tänker elever när de hanterar en uppgift?*

Dessa frågeställningar resulterade, med hjälp av handledaren, till;

1. *Hur löser elever en uppgift med tal i bråkform?*

2. *Vilka förmågor synliggörs när elever löser uppgifter med tal i bråkform?*

Efter att frågeställningarna och syftet var färdiga kunde jag därmed anpassa enkäten (se bilaga 2) och intervjun (se bilaga 3) till dessa. Därefter kontaktade jag skolan jag skulle besöka respektive klassföreståndare för de tre klasserna i årskurs 6. Skolan jag besökte var den skola jag hade min VFU i, där jag skapat relation med både lärarna i årskurs 6 men även eleverna. Innan kursen för detta arbete började, visste jag redan om vilken skola och vilka elever jag skulle använda mig av i denna studie. Jag hade en uppfattning om vilket ämne och område jag skulle fokusera på, samt vilka metoder jag skulle använda mig av. Därför gick jag tidigt ut med att dela ut föräldrabrev (se bilaga 1) till eleverna där jag berättade om mig själv men främst för att få föräldrars godkännande till att kunna utföra enkäten och intervjun med barnet samt för att få godkännande om elevernas namn på enkäten. Detta för att det kan dröja lång tid innan föräldrar och elever lämnar in sina intyg.

När alla intyg var inlämnade besökte jag skolan igen för att dela ut enkäterna till eleverna. Jag fick börja med att förklara i helklass för eleverna vad enkäten innebar och innehöll, dels vad syftet med denna enkät var. Eftersom eleverna var bekanta med mig och min tillvaro i klassrummet skapades även en trygg atmosfär i miljön vilket ledde till att eleverna kände sig trygga med att ha mig i klassrummet

och de fick även ställa frågor om det behövdes. Efter min presentation av enkäten var eleverna vid detta tillfälle väl medvetna om varför och vad enkäten bestod av då även klassföreståndaren tidigare förklarat för eleverna om enkäten. Kort därefter delades enkäten ut och tog cirka 15–25 min för eleverna att bli färdiga med. Under enkätens gång var jag medverkande i klassrummen i form av observation, för att både se till att eleverna svarar självständigt på enkäterna men också för att finnas till hjälp vid behov. När eleverna var klara med sina enkäter fick de själva gå fram och lämna den i en låda och sedan fortsätta med sitt eget arbete. Detta upprepades i resterande två klasser, sammanlagt tog det fem dagar tills att alla enkäter var insamlade och klara. När enkäterna väl var färdiga kunde jag sammanställa dessa för att sedan gå vidare till intervjuerna. Eftersom namnen på eleverna fanns med i enkäterna (vilket var obligatoriskt för att jag som intervjuare sedan ska veta vem jag ska intervjua), kunde jag enkelt bestämma vilka elever jag ville intervjua. Jag valde att intervjua två elever från varje klass, alltså sammanlagt sex elever. Jag valde att kategorisera elevernas svar beroende på hur de besvarat sina enkäter då två elever svarade rätt på nästan alla uppgifter och visade god kunskap om tal i bråkform, två elever visade ganska bra kunskap då vissa svar var korrekta och vissa svar inte var korrekta. Dessutom valde jag ut två elever som svarade fel på nästan alla uppgifter. Anledningen till varför jag valde att tänka på detta sätt var för att jag skulle kunna få en tillräcklig klar bild som möjligt utifrån olika perspektiv och kunskapsnivåer.

Jag kontaktade därefter min LLU som är klassföreståndare för en av klasserna i årskurs 6 och berättade för henne vilka elever som jag hade planerat att intervjua. Eftersom eleverna och lärarna, under denna period var upptagna med det nationella provet behövde jag således anpassa mina intervjuer till deras schema och planeringar. Detta resulterade i att jag behövde vänta i flera dagar mellan intervjuerna och fick flika in intervjuer då tiden fanns.

Syftet med intervjuerna var att fokusera djupare på elevernas svar från enkäterna, där jag som intervjuare skulle ställa frågor till eleverna samtidigt som de hade tillfälle att uttrycka hur de tänkt under enkätens gång. Jag fick till att börja med hjälp av en vän att undersöka hur lång tid en intervju skulle ta och även hur ljudet fungerade under intervjun. Förundersökningen som gjordes resulterade i att en intervju skulle ta ungefär 15 till 30 minuter beroende på vilken enkät och elev som intervjuas. Innan intervjuerna började fick jag givetvis presentera mig och innehållet av intervjun, även om eleverna hade fått information tidigare (se Bilaga 1). Där gick jag även igenom de etiska reglerna (Vetenskapsrådet, 2002), som gäller och när intervjuerna skulle starta samt avslutas.

Eleverna fick en och en följa med mig till ett grupprum med fönster där miljön bestod av flera soffor i en cirkel och ett bord i mitten. På bordet låg min mobiltelefon, elevens enkät, ett vitt papper, två pennor och två glas med vatten. Innan intervjun skulle börja var det viktigt att återigen informera eleven vad som förväntas och varför. Varje elev fick sitta diagonalt till vänster om mig, sofforna gjorde det bekvämt och tryggt för eleverna då de kunde sätta sig bekvämt på soffan istället för en stol. Att skapa en tillitsfull relation till respondenten är det första man bör göra innan en intervju, eftersom jag redan skapat en relation till eleverna behövde jag inte lägga ner lika mycket tid på att göra detta under tillfället.

Jag förklarade för eleverna hur vi börjar intervjun, hur den kommer gå till, vilka sorts frågor jag kommer ställa och hur vi sedan avslutar denna. Eleverna fick möjlighet att ställa frågor innan intervjun började om de ville. Ljudinspelningen gjordes genom min mobiltelefon som låg på bordet mellan mig och eleven, jag informerade eleven innan jag aktiverade inspelningen. För varje elev som skulle

medverka i intervjun varierade frågorna då det berodde på hur eleverna hade svarat och löst uppgifterna, därför kallas min typ av intervju för semistrukturerad intervju. Intervjun började med att eleverna fick tillbaka sina enkäter som de fyllt i där de även fick kolla igenom sina svar, detta för att de ska minnas tillbaka till hur de hade svarat och hur enkäten såg ut. När de gick igenom enkäten började jag alltid med frågan ”hur kändes enkäten för dig?” till alla elever.

Intervjun innehöll öppna frågor där eleverna fick möjlighet att svara fritt i hur de kände och tänkte, detta för att de inte skulle bli begränsade i sina svar och för att jag skulle hålla mig balanserad genom hela intervjuns gång. Frågorna jag ställde fokuserade på de olika uppgifterna från enkäten (se Bilaga 3). Mellan dessa huvudfrågor kunde jag ibland ställa ytterligare andra frågor som berör uppgiften, svaret eller en följd av diskussionen mellan mig och intervjusubjektet.

3.8 Analysmetod

Eleverna som deltog i denna studie går i årskurs 6 men har alla olika förkunskaper och förutsättningar för inläring inom matematikämnet. Därför varierar även deras svar i enkäter och intervjuer. Detta medför att elevernas enkätsvar mynnade ut i att flera olika svar hittades, trots det kunde jag kategorisera svaren i grupper för att sedan kunna hitta samband och sammanställa dessa. I början var det svårt att veta hur jag skulle sammanställa enkäterna och vad jag ska fokusera på i enkätsvaren för att sedan veta vilka elever jag skulle intervjuja.

För att kunna se mönster och kunna tematisera elevernas olika svar i olika kategorier började jag med att klippa ut alla uppgifter med deras svar efter sifferordning. Jag klippte ut uppgift 1 till 5 och sorterade dessa i varsin hög. Tillslut hade jag fem högar med 58 svar var, som sedan placerades ut och undersöktes noggrant. Kategoriseringen gick ut på att först fördela rätt och fel svar, därefter placerade jag ut alla fel svar bredvid varandra för att sedan hitta mönster mellan dessa. Elevernas rätta svar låg därmed inte i fokus då dessa inte var intressanta att analysera. Denna process gjordes om om 5 gånger för varje hög av uppgifter. Metoden fungerade och var gynnsam för min analys för att hitta mönster och samband mellan de olika fel svaren. I resultatet redovisas därefter svaren och dess uppgifter på ett likartat sätt där uppgifterna är fördelade. Under varje uppgift beskrivs elevernas olika typer av svar som hade sorterats. Enkäterna svarar på min första fråga där elevernas olika sätt att lösa uppgifter med tal i bråkform illustreras. Resultatet i sin tur visar elevernas olika svar och med hjälp av intervjun kan vi undersöka elevernas förmåga i att lösa uppgifter med tal i bråkform. Detta genom att uppmärksamma elevernas olika felaktiga svar för att sedan förstå hur elever löser uppgifter och vad som hindrar eller möjliggör eleverna från att lösa den korrekt.

I resultatet kategoriseras de olika svaren under varje uppgift. För att kunna återkoppla till mitt syfte och mina frågeställningar på ett tydligare sätt kommer elevernas förmågor och svar att kategoriseras flexibelt enligt mitt teoretiska ramverk beroende på vad forskning säger. Mitt teoretiska ramverk används således som metod för analys. De nedanstående punkterna är kategorier som baseras på elevernas fel svar och vilka förmågor som synliggörs när de löser uppgifter med tal i bråkform.

- Helhetens lika stora delar.
- Elevernas mentala uppfattningar.
- Elevernas förståelse av textuppgifter.
- Förhållandet mellan tal i bråkform och dess värde, samt dess konkreta figur.

- Elevers olika sätt att dela in en geometrisk figur.

3.9 Validitet och reliabilitet

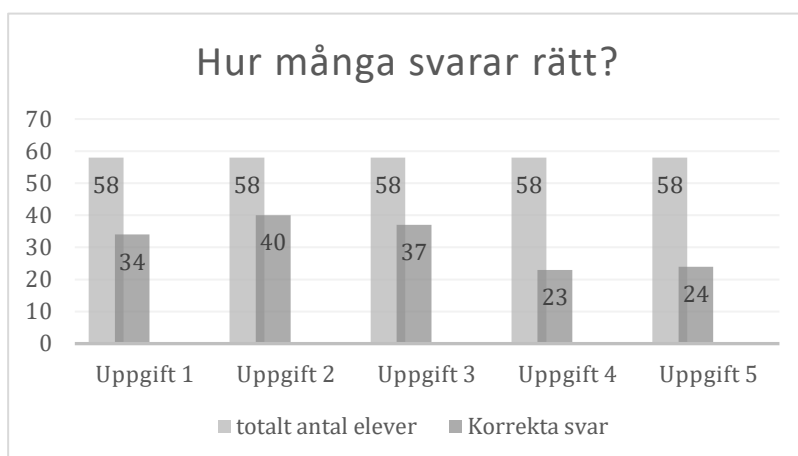
De metoder jag valt för att undersöka mina frågeställningar leder till att jag dels får syn på hur elever löser en uppgift men även genom intervjuer där uppgifterna diskuteras i förhållande till elevernas olika förmågor i att lösa uppgifterna. Validiteten i denna undersökning är i sin tur hög då jag får fram det resultat jag eftersträvar. Dock är validiteten beroende av reliabiliteten, är den ena hög är den andra likaså och tvärtom. De instrument och val av uppgifter i enkäterna, samt frågor vid intervjun svarar på mitt syfte som preciseras i frågeställningarna. Enkätsvaren behandlar frågan om hur eleverna löser uppgifter med tal i bråkform medan intervjun tillsammans med analys och sammanställning av enkät-svaren mynnar ut i vilka förmågor som synliggörs när elever löser uppgifter med tal i bråkform. Reliabiliteten för arbetet blir därigenom hög den också, instrumenten jag valt och val av metod samt innehåll leder till att jag kunde samla in min empiri både tidsmässigt och innehållsmässigt. Dock hade jag kunnat skala ner antalet uppgifter i enkäten då det hade räckt för att besvara mitt syfte för studien.

4. Resultat

I detta kapitel går jag noggrant igenom resultat från både enkäter och intervjuer. Jag börjar med att lägga fokus på elevernas olika lösningar av uppgifter från enkäterna där jag fokuserar på min första frågeställning; hur löser elever en uppgift med tal i bråkform? Enkäterna består av fem uppgifter vilka jag delar upp och tydligt redovisar var och en av uppgifterna tillsammans med en beskrivning på hur eleverna löser dem. Bilder på hur enkätens olika uppgifter ser ut innan eleverna svarar finns att se i kapitlet med bilagor (se Bilaga 2). Efter enkäternas resultat ligger fokus på intervjuerna, där olika citat som är betydelsefulla och avgörande i förhållande till enkäterna redovisas, dessa analyseras och diskuteras för nästa frågeställning; vilka förmågor synliggörs när elever löser uppgifter med tal i bråkform? Några av elevernas lösningar bifogas under varje uppgift som exempel på hur de löser uppgifterna.

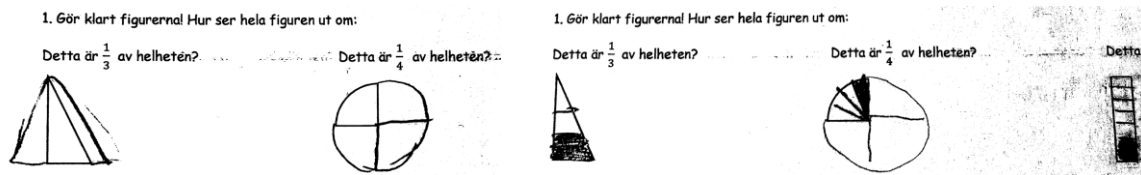
4.1 Elevers lösningar från enkäten

I tabellen visas det hur många elever som svarat fel respektive rätt på uppgifterna.



Tabell 1: Hur många svarar rätt?

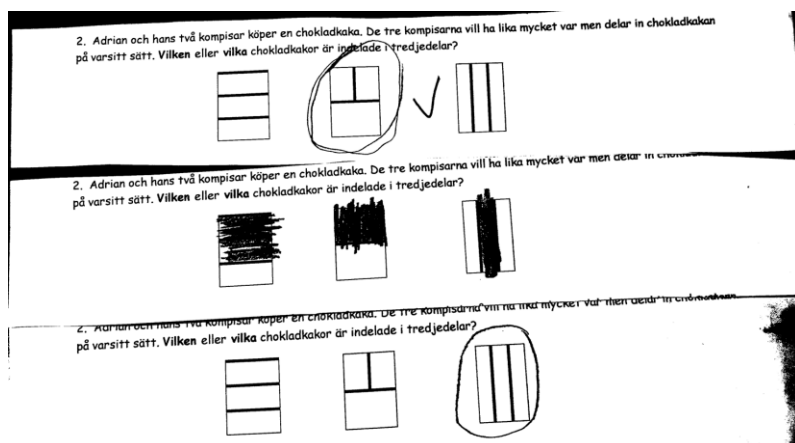
Uppgift 1



Figur 1: Elevers lösningar av uppgift ett

I denna uppgift visar 34 av 58 (se tabell 1) elever god kunskap i alla tre frågor och svarar korrekt. Resterande elever har svarat fel på två olika sätt vilka förklaras på följande sätt; elevernas slutgiltiga figur resulterar i att helheten innehåller olika stora delar av de geometriska figurerna som i detta fall är delar. Eleverna delar istället in de framställda delarna av en helhet i det antal delar som tal i bråkform visar.

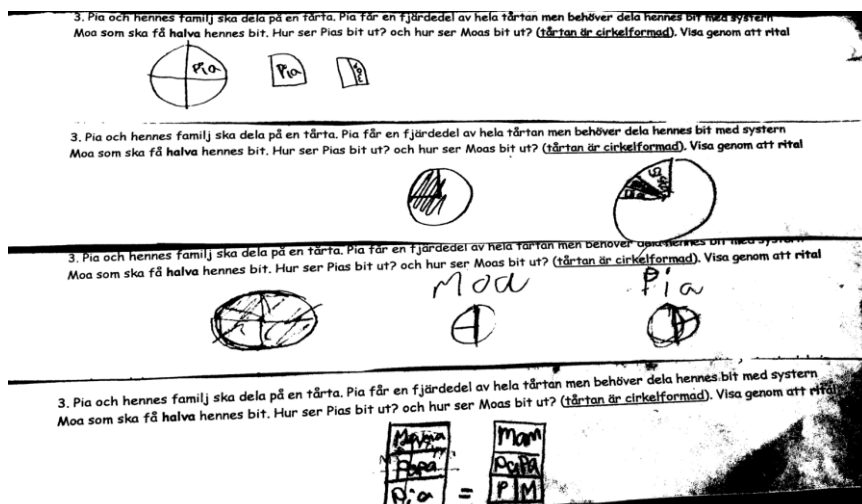
Uppgift 2



Figur 2: Elevers lösningar av uppgift två

Denna uppgift visar att 40 av 58 (se tabell 1) elever svarar rätt medan resterande elever svarar fel även här på tre olika sätt vilka förklaras genom; eleverna svarar genom att fylla i de tre chokladkakornas delar istället för att visa vilken eller vilka som är korrekt indelade i tredjedelar. Vidare svarar eleverna genom att ringa in den mittersta chokladkakan. Slutligen kunde eleverna svara genom att endast ringa in den tredje chokladkakan med lodräta linjer.

Uppgift 3

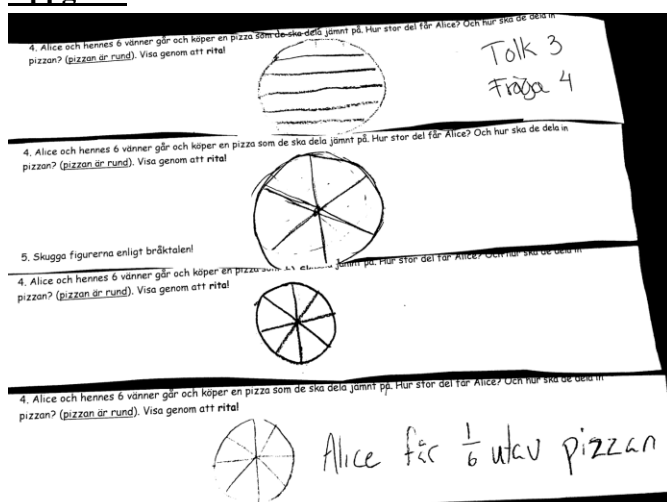


Figur 3: Elevers lösningar av uppgift tre

Den tredje uppgiften resulterade i att 37 av 58 elever (se tabell 1) svarar korrekt medan resterande elever ger felaktiga svar i form av sju olika lösningar. Dessa förklaras på följande sätt;

eleverna ritar en fyrkantig tårta trots att uppgiften uppmärksammar att tårtan är cirkelformad. Eleverna delar in en fyrkantig tårta och dessutom i tredjedelar istället för fjärdedelar då Pia ska ha en fjärdedels bit av tårtan. Vissa elever delar in den cirkelformade tårtan i fel antal delar då Pia och Moa får varsin fjärdedel istället för åttondel. Andra elever ser Pia, ”system” och Moa som tre personer vilket leder till att fjärdedelen delas in i tre delar istället. Vidare visar några av eleverna endast hur stor del Pia får som är en fjärdedel. Eleven kan med tal i bråkform visa att Pia och Moa får varsin åttondel, men kan inte visa detta genom att rita den cirkelformade tårtan, alltså grafiskt. Slutligen svarar eleverna genom att dela in tårtan i rätt antal fjärdedelar men delar in Pias fjärdedel felaktigt då Moa får en rektangulär figur istället för att båda ska få varsin cirkelsektor, (eleven drar en rak vågrät linje från cirkelbågen över till basens räta sida)

Uppgift 4



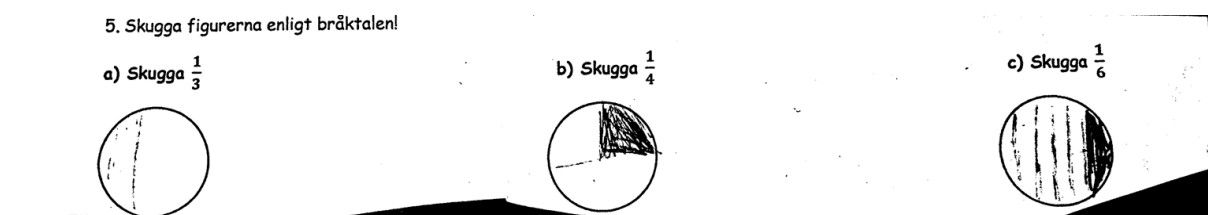
Figur 4: Elevers lösningar av uppgift fyra.

Uppgift fyra lyder enligt ovan resulterade i 23 av 58 elever svarade rätt (se tabell 1). Sex av 58 elever räknas som bortfall då de sex eleverna inte svarat på frågan. Resterande elever ger felaktiga svar i form av tre olika svar i form av att eleverna delar in pizzan korrekt grafiskt i cirkelsektorer, dock i sex delar, alltså sjättedelar. Dels i form av att eleverna delar in pizzan korrekt grafiskt i cirkelsektorer, dock i åtta delar, alltså åttondelar. Eleverna kunde även svara genom att dela in pizzan i raka vågräta linjer från ena cirkelbågen till den andra, dessutom i sex delar.

Uppgift 5 (se Bilaga 2)

Den femte och sista uppgiften ser ut som på bilden ovan, dock kommer resultaten här redovisas i fem olika delar då jag utgår ifrån figurerna. Detta innebär att jag börjar med cirkelnas olika resultat och slutligen kvadraten/romben. Totalt svarade 24 av 58 elever rätt genom att skugga rätt antal delar och dela in figurerna på korrekt sätt (se tabell 1). Resterande elever gav olika felaktiga svar beroende på figur. Dessa svar kommer redovisas för varje figur, jag börjar med cirkeln.

Geometrisk figur: Cirkeln



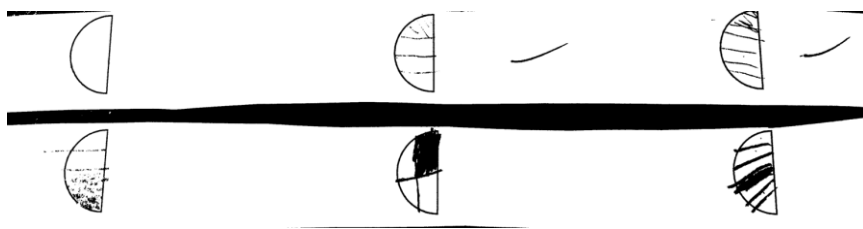
Figur 5: Elevers lösningar av uppgift fem, cirkeln

Alla elever svarade rätt när de skulle skugga $\frac{1}{4}$, detta innebär att eleverna endast svarat felaktigt vid skuggning av $\frac{1}{3}$ och $\frac{1}{6}$ av cirkeln.

Felaktiga svar vid $\frac{1}{3}$ av cirkeln: Eleverna delar in figuren i tre delar dock i form av lodräta och vågräta linjer vilket leder till att delarna inte är lika stora. Eleverna kunde även dela in figuren i halvcirklar, alltså två delar.

Felaktiga svar vid $\frac{1}{6}$ av cirkeln: Eleverna delar in figuren i sex delar dock i form av lodräta och vågräta linjer vilket leder till att delarna inte är lika stora. Vidare kunde eleverna dela in figuren i åtta delar istället för sex delar. Slutligen kunde eleverna svara genom att dela in figuren i fem delar istället för sex delar.

Geometrisk figur: Halvcirkeln



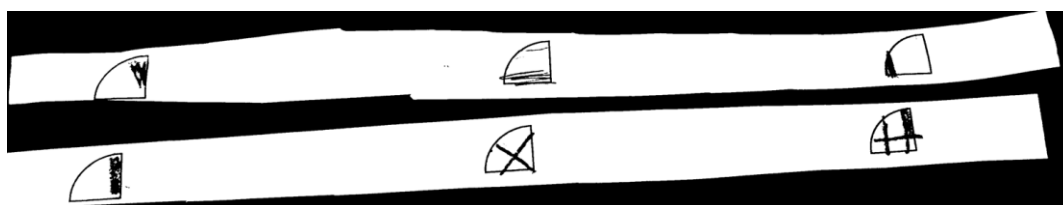
Figur 6: Elevers lösningar av uppgift fem, halvcirkeln

Felaktiga svar vid skuggning av $\frac{1}{3}$ av halvcirkeln: Eleverna delar in figuren genom att dra vågräta **eller** lodräta linjer vilket leder till att delarna inte blir korrekt fördelade. Eleverna svarade även genom att dela in figuren i två delar istället för tre delar. Vidare kunde eleverna lägga till en egen mittpunkt i halvcirkelns yta och dra linjer likt fördelning av en hel cirkel.

Felaktiga svar vid skuggning av $\frac{1}{4}$ av halvcirkeln: Eleverna delar in figuren genom att dra vågräta **eller** lodräta linjer vilket leder till att delarna inte blir korrekt fördelade. Eleverna kunde svara genom att dela in figuren i fem delar istället för fyra delar samt genom att lägga till en egen mittpunkt i ytan och dra linjer likt fördelning av en hel cirkel.

Felaktiga svar vid skuggning av $\frac{1}{6}$ av halvcirkeln: Eleverna delar in figuren genom att dra vågräta **eller** lodräta linjer vilket leder till att delarna inte blir korrekt fördelade. Eleverna kunde även dela in figuren i sju delar istället för sex delar. Även här kunde eleverna lägga till en egen mittpunkt i ytan och dra linjer som i en hel cirkel.

Geometrisk figur: Kvartscirkeln



Figur 7: Elevers lösningar av uppgift fem, kvartscirkeln

Felaktiga svar vid skuggning av $\frac{1}{3}$ av kvartscirkeln: Eleverna delar in figuren genom att dra vågräta **eller** lodräta linjer vilket leder till att delarna inte blir korrekt fördelade. Eleverna kunde svara genom att dela in figuren i två cirkelsektorer istället för tre.

Felaktiga svar vid skuggning av $\frac{1}{4}$ av kvartscirkeln: Eleverna delar in figuren genom att dra vågräta **eller** lodräta linjer vilket leder till att delarna inte blir korrekt fördelade. Eleverna delar in figuren med en lodrät linje först och en vågrät linje tvärsöver vilket resulterar i fyra delar, dock olika stora.

Felaktiga svar vid skuggning av $\frac{1}{6}$ av kvartscirkeln: Eleverna delar in figuren genom att dra vågräta eller lodräta linjer vilket leder till att delarna inte blir korrekt fördelade. Även här kunde eleverna svara genom att först utse en mittpunkt i figurens yta och sedan dra linjer till figurens sidor likt en korrekt fördelning av en hel cirkel.

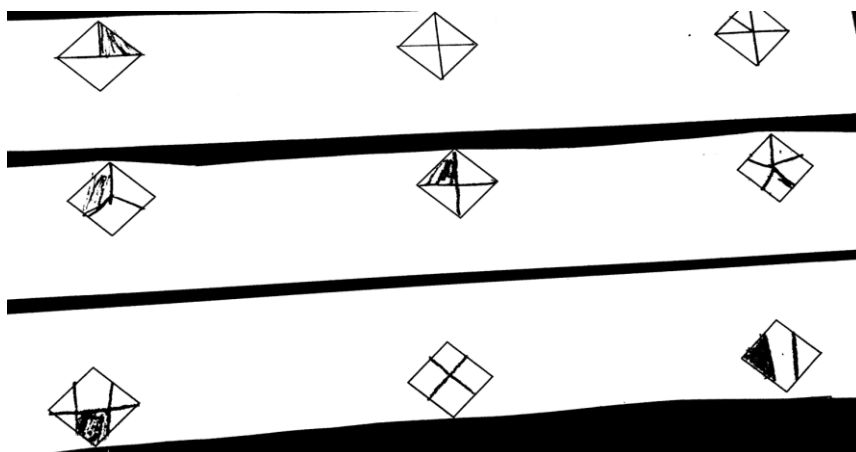
Geometrisk figur: Rektangeln



Figur 8: Elevers lösningar av uppgift fem, rektangeln

Felaktiga svar vid skuggning av $\frac{1}{3}$ av rektangeln visades genom att eleverna kunde dela in figuren i olika stora delar eller dela in figuren i två lika stora delar. Felaktiga svar vid skuggning av $\frac{1}{4}$ av rektangeln visades genom att eleverna kunde dela in figuren i olika stora delar här också. Slutligen kunde felaktiga svar vid skuggning av $\frac{1}{6}$ av rektangeln visas genom att eleverna skuggar hela figuren utan att dela in den i sjättedelar.

Geometrisk figur: Romb



Figur 9: Elevers lösningar av uppgift fem, romben

Felaktiga svar vid skuggning av $\frac{1}{3}$ av romben: Eleverna kunde svara genom att skugga rätt antal delar, dock på fel sätt som kunde resultera i ojämna storlekar mellan delarna. Vidare kunde eleverna dela in romben genom att sätta en mittpunkt och sedan dra linjer ut mot sidorna.

Felaktiga svar vid skuggning av $\frac{1}{6}$ av romben: likt indelningen av $\frac{1}{3}$ av romben, gör eleverna samma fel här och delar in romben i ojämna delar som på fel sätt.

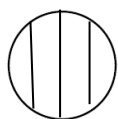
4.2 Elevers svar från intervjun

Elevernas enkätsvar var utgångspunkten för val av elever inför intervjun. Sammanlagt valdes sex elever ut från de tre klasserna beroende på hur deras enkätsvar var. Intervjuerna fungerade som en utveckling och fördjupning av enkäten då eleverna fick möjlighet att utveckla sina svar och tankar kring enkäten och sina egna svar. Här kommer citat från eleverna att presenteras där dessa är betydelsefulla för studien i anknytning till enkäterna. De som intervjuades i studien var elever som hade svarat på enkäten, allteftersom denna intervju är en fortsatt uppbyggnad av enkäterna.

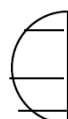
4.2.1 Elev A

Eleven har svarat rätt på alla uppgifter förutom vissa delar av uppgift 5. Eleven har svarat felaktigt under uppgiften där eleven behöver skugga $\frac{1}{4}$ och $\frac{1}{6}$ av både halvcirkeln och cirkeln. Eleven har svarat rätt när hen ska dela in och skugga $\frac{1}{3}$ och $\frac{1}{6}$ av cirklarna samt $\frac{1}{3}$ av halvcirkeln. Dock har eleven svarat som på nedanstående figurer. Eleven beskrev att enkäten var enkel och att det kändes bra att svara på uppgifterna. När eleven uttrycker och beskriver sina svar visar hen en säkerhet i sina svar som hen sedan har en förklaring till.

Exempelsvar:



Figur 10: Cirkel indelad med lodräta linjer



Figur 11: Halvcirkel indelad med vågräta linjer.

Eleven förklarar att ”det är viktigt att delarna är lika stora.” Hen pratar om uppgift 5. När eleven ska förklara varför hen har delat in cirkeln enligt figur 11 förklarar eleven att ”sidorna blir lite större än de delarna i mitten eftersom den är rund, jag ville liksom testa på lite olika former.” Eleven känner sig nöjd med sina svar och bekräftar detta då eleven säger att hen känner sig säker på sina svar.

4.2.2 Elev B

Eleven svarar rätt på alla uppgifter förutom på nummer 4 där eleven har delat in pizzen i åtta delar istället för sex delar. Vidare svarar eleven fel på vissa av uppgifterna under uppgift 5 där eleven ska skugga och dela in figurerna i tredjedelar och sjättedelar. Felsvaren består av liknande svar som hos elev A där alla figurer under $\frac{1}{6}$ och $\frac{1}{3}$ är indelade med antingen lodräta eller vågräta linjer. Dock svarar eleven rätt när hen ska skugga och dela in de olika figurerna i fjärdedelar.

Eleven känner sig ganska nervös under tiden och svarar med en skakig röst. Hen känner sig osäker under intervjuens gång men uttrycker trots detta, säkerhet och bekvämlighet i sina svar på enkäten. Eleven förklarar att hen är van vid att skugga och arbeta med tal i bråkform när det kommer till talet $\frac{1}{4}$ men inte med de andra talen i bråkform. Vidare visar eleven att hen är medveten om hur många delar

figuren ska innehålla och delas in i men att hen inte vet hur figuren ska delas in i antalet delar som talet i bråkform visar.

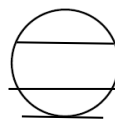
Under intervjun säger eleven ”*Jag vet att pizzan skulle delas in i sju pizzabitar men jag kunde inte dela in pizzan i lika stora sju delar så jag delade in den i åtta delar istället*” hen pratar om uppgift 4. Lite senare under intervjun bekräftar eleven att hen är osäker gällande uppgift 4 ”*Jag var osäker på hur jag skulle dela in den men jag visste hur många delar jag skulle dela in den i.*” Eleven förklarar även att hen känner sig mer säker när hen ska dela in de olika geometriska figurerna i fjärdedelar. I slutet av intervjun berättar eleven att hen inte är van vid att dela in och skugga olika geometriska figurer ”*Jag känner mig mer säker på figurerna där jag skulle dela in en fjärdedel.*”

4.2.3 Elev C

Eleven svarar rätt på endast uppgift 1 samt på en tredjedel av uppgift 5. Under uppgift 5 svarar eleven rätt när hen ska dela in de tre rektanglarna i antalet delar. Eleven svarar även rätt när hen ska dela in två cirklar i tredjedelar och fjärdedelar. Resterande figurer delas in felaktigt i form av lodräta och vågräta linjer. Eleven svarar fel på uppgift 2 genom att endast ringa in den mittersta chokladkakan som inte är fördelad i tre jämna delar, istället för de andra två. Eleven svarar inte på uppgift 3 och 4 som är textfrågor.

Eleven gungar fram och tillbaka medan hen svarar och uttrycker en osäkerhet i sina svar när det kommer till nästan alla svar. Hen kan inte förklara bestämt och säkert hur hen tänkte vid respektive uppgift utan kan ge ett svar som sedan ändras till ett annat svar. Eleven visar osäkerhet främst relativt de uppgifter hen svarat rätt på, rektanglarna. Där har eleven svarat rätt och delat in rektanglarna i rätt antal delar, dock känner eleven att hen hade velat ändra på de svaren då hen anser dem som fel svar. När eleven får frågan om varför, svarar hen att rektanglarna inte är indelade i lika stora delar som de andra figurerna (som egentligen är fel).

Exempelsvar:



Figur 12: kvartscirkel indelad med vågräta linje

Figur 13: romb indelad med lodräta linjer

Figur 14: Halvcirkel indelad med lodräta linjer

Figur 15: Cirkeln indelad med vågräta linjer

Eleven förklarar under intervjun att chokladkakan i mitten under uppgift 2 ser ut att ha likadana delar. Vidare berättar eleven att hen inte förstår uppgift 3 och 4. Hen fortsätter genom att säga;

”*Jag vet inte hur jag ska svara på frågorna och hur jag ska visa hur jag tänker på de frågorna. På den fjärde uppgiften visste jag heller inte hur jag skulle dela in pizzan i sex delar.*”

När vi kommer till uppgift 5 förklarar eleven anledningen till varför hen delade in cirkeln som figur 16 visar. ”När jag delade in cirkeln i sex längder med raka sträck kände jag att delarna delades in i lika stora bitar, men om jag hade delat in cirkeln i tårtbitar hade delarna aldrig blivit lika stora.”

4.2.4 Elev D

Eleven svarar rätt på alla uppgifter förutom på uppgift 1, 4 och några av figurerna under fråga 5. Under uppgift 1 fyller eleven in delarna i antalet delar som talet i bråkform visar istället för att lägga till delar för att göra helheten fullständig. Vidare svarar eleven fel på uppgifter 4 genom att dela in pizzen i sex delar istället för sju delar. På uppgift 5 har eleven svårt för att dela in figurerna likt de andra eleverna. Hen delar in figurerna genom att dra lodräta och vågräta linjer vilket gör att helheterna blir ojämnt fördelade.

Eleven känner sig osäker på hens svar och kommenterar hur svårt hen har för matematikämnet. Eleven är trots detta lugn och ärlig med hur hen tänker och vad hen inte förstår. Frågorna och följdfrågorna under intervjun leder till olika svar från eleven.

När eleven förklarar sitt svar för uppgift 1 menar hen att hen inte förstod frågan, men att hen antog att figurerna skulle delas in i de antal delar som bråket visar. Eleven förklarar hur hen tänk under uppgift 4 genom att säga ”sex vänner ska dela på en pizza... lika då.” När vi sedan pratar om uppgift 5 bekräftar eleven att det varit svårt till en viss del. Vidare förklarar eleven att hen hade problem med att dela upp figurerna, dock var rektangeln enkel att dela in enligt eleven. Eleven berättar att hen är van vid att dela in en figur i fyra delar och att det var svårt att dela in i det andra antalet delar. Eleven förklarar även att halvcirkeln var mycket svår att dela in, speciellt i sjättedelar.

4.2.5 Elev E

Eleven svarar rätt på alla uppgifter förutom uppgift 3 och en del av uppgift 5. Under uppgift 3 konstruerar eleven en rektangulär tårta istället för en rund tårta trots att detta står med i frågan. Eleven fortsätter och delar in tårtan i tre delar istället för fyra delar. Enligt eleven får Pia och Moas föräldrar, två tredjedelar. Den tredjedel som är över får Pia och Moa dela på. Under uppgift 5 delar eleven in figurerna på samma sätt som de andra eleverna. Hen gör detta genom att dra lodräta och vågräta linjer istället för att dela in halvcirkeln, kvartscirkeln och cirkeln i cirkelsektorer likt en pizzabit eller en tårtbit.

Eleven uttrycker sig tydligt och säker i sina svar, hen förklarar och ifrågasätter uppgifterna och texten på frågorna genom att vara bestämd i sina svar. Eleven uttrycker en förvirrad känsla när hen pratar om uppgift 3 då hen förklarar hur frågan kan besvaras på ett annat sätt än vad den begär. Vidare är eleven nöjd med sina svar, dock tycker hen att vissa av figurerna under uppgift 5 var svåra att dela in när det gällde $\frac{1}{6}$. Eleven förklarar varför och hur hen har svarat under uppgift 3;

”Jag försökte men jag kunde inte dela en fjärdedel på två. Det står ju att Moa och Pia ska få varsin halva, hur ska de få varsin halva av en fjärdedel om tårtan är rund? Den måste ju vara fyrkantig så som jag har målat den. Eller jag tyckte att det var lättare att göra så.”

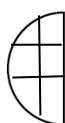
Vidare förklarar eleven att det var lätt att dela in rektanglar och cirklar under uppgift 5, till skillnad från att dela in halvcirkeln och kvartscirkeln.

4.2.6 Elev F

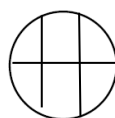
Eleven svarar rätt på endast uppgift 2 och en viss del av uppgift 5. Eleven undviker att svara på uppgift 1 då hen även förklarar att hen inte känner igen den typen av uppgift. Under uppgift 3 gör eleven rätt genom att rita en rund tårta och dela in tårtan i fjärdedelar dock får systrarna Pia och Moa inte varsin åttondel utan eleven delar in fjärdedelen genom att dra ett sträck tvärs över biten istället för från spetsvinkeln. Eleven tolkar uppgift 4 genom att rita en rund pizza och dela in denna i åtta delar istället för sju bitar och sedan dela ut pizza till sex vänner och spara två bitar. När det kommer till uppgift 5 delar eleven in rektanglarna och alla figurer under $\frac{1}{4}$ korrekt medan de andra figurerna delas in felaktigt i form av både lodräta och vågräta linjer.

Eleven känner sig säker när hen svarar på frågorna dock blir svaren lite osäkra när hen undersöker fråga 4 och räknar antalet pizza delar och antalet vänner. Hen bestämmer sig slutligen för att hen gjort rätt och känner sig nöjd efter att ha räknat och tänkt efter. Eleven uttrycker osäkerhet inför uppgift 1 då hen även förklarar att sådana typer av uppgifter inte känns bekanta. När eleven ska förklara svaren under uppgift 5 känner sig hen nöjd och trygg i sina svar, eleven uttrycker en känsla av stolthet och tycker att hen gjort bra ifrån sig då hen funnit ett mönster i att dela in figurerna på samma sätt.

Exempelsvar:



Figur 16: Halvcirkel indelad i rutor



Figur 17: Cirkel indelad i rutor



Figur 18: Pia och Moas tårtbit

Eleven förklarar att hen inte har något minne av att ha använt och arbetat med olika figurer i förhållande till tal i bråkform. När eleven pratar om uppgift 1 säger hen; *”Den första kunde jag inte göra för jag har aldrig gjort en sådan uppgift tidigare.”* Vidare talar eleven om varför och hur hen tänkt gällande uppgift 3, *”Jag delade in Pias bit i två delar helt enkelt, då fick hennes syster en halv.”* När vi kommer till uppgift 4 förklarar eleven enligt följande; *”Man ska dela in pizzen i 5 delar, en två tre fyra fem... nej sju, eller vänta... jag menar sex delar.”*

Vidare förklarar eleven att hen delat in cirkeln (se figur 18) med två lodräta linjer och en vågrät linje under uppgift 5. Hen fortsätter sedan och förklarar att hen delat in resterande figurer på liknande sätt.

5. Analys

För att förstå och kunna förklara förmågan i hur elever löser en uppgift med tal i bråkform behöver vi veta vad eleverna inte förstår först. Genom att kategorisera de olika mönster som uppkommit från både enkäterna och intervjuerna går det att se brister i hur elever inte äger förmågan till att lösa en uppgift. Detta leder till medvetenheten om vilka förmågor de elever som svarar rätt, äger. På detta sätt går det

även att förklara förmågan i att lösa en uppgift i tal i bråkform. Analysen kategoriseras beroende på uppgifter likt resultatet, till detta kommer de olika tematiserande kategorierna som nämns i analysmetoden, att tillämpas beroende på vad uppgifterna behandlar för kunskaper och förmågor.

Uppgift 1, 2 och 5

Resultaten av enkäterna visar att eleverna inte behärskar det faktum att delarna av en helhet alltid måste vara lika stora. Denna brist visar eleverna främst i uppgift 1,2 och 5 där de får möjlighet att både konstruera en helhet med hjälp av en del (uppgift 1), ringa in de rätt figur som är indelad i tredjedelar (uppgift 2) samt dela in och skugga geometriska figurer på egen hand (uppgift 5). Uppgifterna baseras på kunskap om att alla delar ska vara lika stora och att kunna se förhållandet mellan talets värde och talets värde i en konkretiserad figur. De flesta eleverna visar att de känner till uppgift 2 där de ringar in rätt svar och visar därmed att de är medvetna om att delarna ska vara lika stora. Detta genom att inte ringa in den mittersta figuren. Dock kan samma elever visa att de inte kan dela in figurerna i uppgift 5 då delarna i de figurerna inte blir lika stora. Det går därför inte att avgöra om eleverna är medvetna om att delar av en helhet alltid måste vara lika stora, bara av att se svaren från uppgift 2 då detta inte går ihop med svaren från uppgift 5. Ligger denna obalans i att frågorna uttrycks på olika sätt och att eleverna får möjlighet till att svara på olika sätt?

Många faktorer kan spela roll i elevernas svar. Elev A som var en av respondenterna i min intervju, är även en av de elever som väljer att dela in både cirklar och halvcirklar i lodräta och vågräta linjer vilket inte är korrekt. Samtidigt förklarar elev A att det är viktigt att delar är lika stora. Där visar eleven att hen är medveten om att delarna ska vara lika stora, trots hens felaktiga svar under uppgift 5. Vidare förklarar eleven att anledningen till varför hen har delat in figurerna i lodräta och vågräta linjer, är logisk. Sidorna av cirkeln är lite större än längderna i mitten som är längre och smalare. Detta i sin tur är en logisk förklaring för eleven då hen uppfattar delarna som lika stora i ytan. Denna typ av förklaring fick jag höra flera gånger av olika elever som svarat på samma sätt. Vad ligger bakom denna tanke? Är det undervisningen som påverkat eleverna att tänka på detta sätt? Eller är det deras logiska tänkande? Elevernas felaktiga svar behöver dock inte baseras på okunskap om att delarna av en helhet behöver vara lika stora.

Elev B nämner att hen känner sig mer säker på figurerna som skulle delas in i en fjärdedel. Detta innebär att både bråket $\frac{1}{6}$ och figurerna skapar förvirring hos eleverna. Det handlar alltså inte om att eleven inte behärskar eller vet att delarna ska vara lika stora, utan det handlar om vad eleven har för förkunskaper och vad eleverna arbetat med i skolan som vidare tillämpats i inläringen. Många lärare använder de ”vanliga” geometriska figurerna (kvadrat, rektangel, cirkel) i sin undervisning med tal i bråkform. Vilket leder till att elever påverkas av att plötsligt få en uppgift där en halvcirkel eller en kvartscirkel ska delas in och skuggas. Vidare är en fjärdedel, en av de vanligaste tal i bråkform som elever arbetar med. En fjärdedel av en kvadrat blir således det eleven kan och förstår, medan en sjättedel av en halvcirkel inte blir lika konkret. I tillägg till detta nämner även elev B att de i klassen ofta får arbeta med fjärdedelar och att de uppgifter jag gav ut i enkäterna var mer främmande. Detta kan möjligtvis vara en kommentar som eleven nämner till sitt försvar, däremot kan kommentaren vara sann och ett svar till varför eleverna behärskar den delen av enkäten mer än de andra. Flera av eleverna kunde skugga figurerna med rätt antal delar dock på fel sätt då delarna inte var lika stora och inte korrekt indelade. Det innebär att eleverna är medvetna om nämnaren och täljarens roll i tal i bråkform. Eleverna vet att $\frac{1}{6}$ innebär att figuren behöver delas in i sex delar. Elev F beskriver under intervjun hur hen har delat in en cirkel i sjättedelar och varför. Eleven förklarar att eftersom hen delade in cirkeln i

sex delar på ett visst sätt (med en rak vågrät linje och två lodräta linjer nedåt tvärsöver), gjorde hen på samma sätt på alla figurer där en sjättedel skulle delas och skuggas in. Här kan man se mönstret i hur eleven tänker. Eleven har kommit på ett logiskt sätt att dela in en figur där hen har sett ett mönster i att dra en vågrät linje och sedan två lodräta nedåt och känner sig därmed säker. Detta har hen upprepat då hen uppfattat metoden i att dela in som både korrekt och logisk. Elevens förklaring kan mycket väl stämma in i de andra elevernas svar där man kan se liknande mönster som upprepas i de olika figurerna. Under intervjun med elev D känner sig eleven osäker i sina svar samtidigt som hen var ärlig med vad som var svårt i uppgifterna. Eleven nämner att hen haft problem med att dela upp figurerna och att hen inte visste hur figurerna skulle delas upp. Eleven fortsätter genom att berätta att hen är van vid att dela in figurer i fyra delar. Denna förklaring stämmer överens med hur elev B känner sig säker i att dela in figurer i fjärdedelar. Det kan alltså ligga i undervisningen och att eleverna arbetat med fjärdedelar och dess indelning av figurer mer än de andra talen i bråkform. Elevernas svar på enkäterna och intervjuerna tyder även att de geometriska figurerna inte känns igen av eleverna. Enkäterna visade bortfall i form av att elever inte svarade på uppgifter där halvcirkeln, kvartscirkeln eller romben skulle delas in. Samtidigt gav intervjuerna bekräftelse i detta i form av att eleverna kunde kommentera de figurerna som främmande figurer.

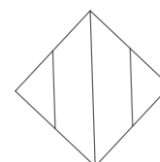
Elev E nämner att hen tyckte det var lätt att dela in rektanglarna och cirkelarna under uppgift 5, men inte kvartscirkeln, halvmånen och romben. Denna kommentar kunde upprepas flertal gånger av andra elever under intervjuerna vilket även intygar den faktor att eleverna inte känner sig bekväma i att arbeta med uppgifter som behandlar de ”okända” geometriska figurerna. I resultatet visar enkätsvaren att endast sju elever hade svårt för att skugga rektanglarna under uppgift 5. Till skillnad från de andra resultaten är siffran för de antal elever som hade svårt för denna uppgift, låg. Både kommentarer från eleverna under intervjun och elevernas svar på enkäten bekräftar och uppmärksammar att eleverna har goda kunskaper inom rektangelns område och indelningen av denna. Vidare ser vi mönster i att indelningen av en rektangel består av raka linjer, antingen lodräta eller vågräta. Elevers erfarenheter av denna metod tillämpas därmed när det kommer till cirkelarna. Vilket också kan vara en anledning till varför eleverna delar in en cirkel med lodräta och vågräta linjer.

Elev C förklarar hur hen tänkte vid indelning av cirkeln som följande; ”När jag delade in cirkeln i sex längder med raka sträck kände jag att delarna delades in i lika stora bitar, men om jag hade delat in cirkeln i tårtbitar hade delarna aldrig blivit lika stora.” att eleven i detta fall känner sig mer säker i att dela in cirkeln genom raka linjer kan bero på elevens tidigare erfarenheter. Dock nämner eleven själv att hen är medveten om att det går att dela in cirkeln i tårtbitar, alltså cirkelsektorer. Betydelsen av denna kommentar leder till att eleven inte är medveten om helhetens delar och dess storlek, samt kravet av att delarna ska vara lika stora. Undervisningen av tal i bråkform, uttryckta i geometriska figurer ska bidra till att eleverna får syn på att delarna ska vara lika stora. Dock brister elevernas kunskap i detta då både enkäter och deras kommentarer under intervjun påvisar denna oförmåga. Under uppgift 2 kunde elever skilja mellan de två figurer som visar korrekt indelade tredjedelar och den mittersta figuren som visar icke korrekt indelning av figuren. Vissa elever kunde dock göra tvärtemot och endast ringa in den mittersta figuren. Detta kan dels bero på att eleverna uppfattat frågan fel där de antagit att den figur som visar fel indelning ska ringas in eller att de helt enkelt ser den som korrekt. Anledningen till varför denna uppgift finns i början av enkäten beror på att kunna se mönster i hur eleverna löser den uppgiften i jämförelse med uppgifterna i uppgift 5. Båda uppgifterna behandlar helhetens lika stora delar där elevernas kunskaper om att delarna ska vara lika stora, synliggörs i uppgift 2. Om eleverna får rätt på den uppgiften, innebär det i sin tur att eleverna begriper att delarna ska vara lika stora. Dock är detta inte generaliserbart när det kommer till att analysera enkäterna då mönster mellan dessa två

uppgifter inte kunna hittas på detta sätt. Elever kunde svara fel på ena och rätt på den andra, av olika skäl.

Elev C svarade däremot under intervjun att den mittersta figuren under uppgift 2 ser ut att ha likadana delar som varandra. Detta betyder således att eleven uppfattar delarna som likastora och är därför ett skäl till varför eleven ringar in denna. Enkätsvaren från uppgift 1 visar att eleverna antingen svarar rätt genom att fullborda helhetens delar tillsammans på ett korrekt sätt dels genom att eleverna konstruerar delarna olika stora eller genom att dela in den angivna delen i antalet delar som tal i bråkform visar. Elev D och elev F förklarar att uppgift 1 var svår att förstå, vad är det frågan om och vad vill uppgiften ha för svar? Elev F fortsätter genom att förklara att hen inte har arbetat med denna typen av uppgift där endast en del av en helhet är given och att eleverna behöver fullborda helheten.

Därmed var detta en anledning till att eleven inte svarat på uppgiften. Denna förklaring kan vara en anledning till varför elever inte svarat på uppgiften samt varför elever svarade fel. Dock kan även misstolkning av texten vara en anledning då flera elever kunde istället dela in delen i exempelvis tredjedelar istället för att förstå att delen är en av tredjedelarna. Elev D bekräftar detta påstående med sin kommentar om att hen inte förstod frågan och att hen antog att den rätvinkliga triangeln under uppgift 1 skulle delas in i tredjedelar. Eleven visar trots allt att hen är medveten om vad $\frac{1}{3}$ representerar och vad den står för. Elevers olika sätt att dela in en geometrisk figur ligger framförallt hos elevernas tidigare erfarenheter där undervisningen i skolan spelar stor roll, dess mentala uppfattningar av hur en geometrisk figur både ser ut samt att helhetens delar ska vara lika stora. Dessa kategorier och förmågor i att lösa uppgifter saknas hos eleverna som svarar fel vilka uppmärksammas både genom resultat av enkäter och intervjuer med eleverna. Ytterligare en aspekt som bemärktes i resultaten av enkäterna och även från intervjuerna, var romben och dess fördelning. Många av eleverna såg romben som en udda geometrisk figur att dela in. Romben är precis likadan som en kvadrat, skillnaden var att kvadraten stod på ett av hörnen vilket därmed ser ut som en romb. Elever kunde dela in kvadraten eller romben i detta fall, genom att dra linjer från ena vinkeln till den andra och sedan fortsätta på samma sätt mellan sidorna (se figur 10). I kontrast till hur andra elever hade svarat där de elever som svarat rätt, förstod att figuren delar in i antingen liksidiga trianglar för att få ut fjärdedelar. Samt rektanglar eller kvadrater för att hitta tredjedelar och sjättedelar. Under intervjun frågades eleverna om de känner igen figuren nedan. De elever som inte hade delat in romben på korrekt sätt svarade att de inte känner igen figuren. Medan de elever som svarade rätt svarade antingen att de inte känner igen den eller att det är en romb samt en kvadrat.



Figur 19: exempelsvar från eleverna, romb.

Uppgift 3 och 4

Uppgift 3 och 4 behandlar också helhetens lika stora delar då elever behöver kunna dela in en egen konstruerad figur enligt instruktionerna från uppgiften. Till skillnad från de andra uppgifterna står talets värde i textform. Elever behöver i detta fall använda både sin mentala uppfattning om hur en fjärdedel ser ut i bråkform, vad den innebär och hur den konstrueras i en geometrisk figur. Eleverna behöver även behärska textuppgiftens instruktioner och dess information som behövs för att kunna lösa uppgiften. Vidare tillämpas även kategorin om att ha förståelse för förhållandet mellan talets värde och dess konkreta figur, under denna uppgift. Vad som lyfts från enkäternas svar under uppgift 3 är dels att eleverna kunde konstruera en rektangulär form av tårtan istället för en cirkulär form, trots att uppgiften anger denna information för eleven.

Elev E som var en av de elever som svarat på detta sätt förklarar under intervjun att hen försökte, men kunde inte dela en fjärdedel på två. Eleven berättar vidare att systrarna Pia och Moa ska få varsin halva av en fjärdedel men att detta inte är möjligt genom att illustrera en cirkelformad tårta. Tårtan behöver således vara rektangulär eller likt en kvadrat för att kunna visa hur Pia och Moas bitar ser ut. Eleven visar här att hen förstår texten och frågans information samt instruktioner. Eleven har inga svårigheter med förståelsen av texten, dock påverkas eleven av hens mentala uppfattning om hur en tårta bör se ut i detta fall. Vidare går det att fundera över hur vi individer tänker olika vad gäller redskap i vardagen. En mental representation av en tårta enligt mig är rund medan hos en annan individ kan en tårta uppfattas och endast som en fyrhörning. Med hänsyn till att eleverna kan uppfatta både en pizza och en tårta som olika i form, valde jag därför att ha med information om vilken form både pizzen och tårtan har.

Trots detta var det omöjligt för elev E som redan bestämt sig för att tårtan inte kan vara runt om den ska delas in i flera delar. Både uppgift 3 och 4 går ut på att eleverna behöver konstruera en cirkelformad figur. Dock är instruktionerna i texterna olika uttryckta då uppgift 3 förklarar tårtan som **cirkelformad** medan uppgift 4 förklarar pizzen som **rund**. Eleven som intervjuades och hade format tårtan som en rektangel, hade däremot format pizzen rund. Detta kan också vara en motivering till elevernas resultat. Båda uppgifterna har samma syfte i geometrisk form, dock uttrycka på olika sätt. Här kan det vara viktigt att båda uppgifterna ska uttrycka den geometriska formen på samma sätt för att eleverna ska kunna återkoppla och relatera tillbaka. Under intervjuerna talades det ofta om uppgift 3 och uppgift 4 i samma mening. Eleverna kände att båda uppgifterna liknade varandra då båda är uttryckta som textuppgifter. Elev C talar om att hen inte förstår båda uppgifterna och att det var svårt att visa hur hen tänker kring dessa. Här går det att dra en parallell till elevernas uppfattning av textuppgifter och dess förmåga i att kunna bearbeta texten för att sedan kunna visa deras svar i både skrift och bild. Elev F som delar in Pia och Moas tårtbit på fel sätt (se resultat, elev F) kallar trots detta delarna för halvor. Eleven är säker på sitt svar och ser inget fel med att ha delat in fjärdedelen som hen gjort.

”Jag delade in Pias bit i två delar helt enkelt, då fick hennes syster en halv” – Elev F. Helhetens lika stora delar spelar roll i elevens citat där eleven inte är medveten om att delarna ska vara lika stora. Eleven har en uppfattning av vad en halv är och tar inte hänsyn till storleken på bitarna, och heller inte formen på bitarna. Även här visar eleven att hen förstår frågan och dess syfte, förmågan ligger i vilken kunskap eleven tillämpat med tal i bråkform. Enkätsvaren resulterar samt i att eleverna kunde dela in Pia och Moas del i fel bråkform, en fjärdedel istället för en åttondel. Eleverna har i detta fall delat en halvcirkel i två, istället för en kvartscirkel i två. Detta kan tolkas olika beroende på hur eleven ställer sig till svaret. Vidare har enkätsvaren visat att några elever endast visar hur stor del Pia får, och i tillägg till detta konstruerat en fjärdedel vilket inte är korrekt som slutgiltigt svar. Dock stämmer det att Pia får en fjärdedel först, som sedan ska delas in i två halvor. Är frågan i uppgiften uttryckt på ett sätt som gör att eleven misstolkar den eller är det en miss från eleven? Har eleven glömt slutföra sitt svar på uppgiften och gått vidare till nästa uppgift? För samma elever kan faktiskt svara rätt på de andra uppgifterna. Trots dessa funderingar hade många elever svårt för att dela in kvartscirkeln under uppgift 5, vilket är det eleverna behöver göra i uppgift 3 också. Därför kan paralleller dras dem emellan, kvartscirkeln är inte lika bekant för eleverna och leder således till fel svar.

Elevernas förståelse av textuppgiften speglas även på svar som kunde bestå av en fjärdedels tårtbit indelad i tre delar istället för två. Eleverna som hade svarat på detta sätt hade uppfattat ”system” som en tredje person då det egentligen syftar på Moa, systemen Moa. Ett sådant fel i uppgiften påvisar ingenting om eleven förståelse av tal i bråkform eller geometriska figurer då eleverna som hade svarat på detta sätt svarade rätt i alla delar av uppgiftens moment förutom att delarna var tre istället för två.

Förmågan och kunskapen i att kunna lösa uppgiften finns hos eleven. Ytterligare en spekulering utifrån elevernas svar på enkäten är att vissa elever kunde räkna ut och svara i bråkform att Pia och Moa får varsin åttodel. Dock kunde inte några av eleverna visa detta genom att konstruera en geometrisk figur. Förmågan i att se förhållandet mellan tal i bråkform och dess konkreta figur är således en av de kategorier som uppmärksammas i ett sådant svar.

Uppgift tre behandlar likt resterande uppgifter i enkäten, del av en helhet och dess lika stora delar. Eleverna ska som tidigare nämnt kunna uttrycka sig i bråkform och i figur. Det som skiljer uppgift 3 med de andra uppgifterna är att denna letar efter en sjundedel. Det handlar om Alice och hennes 6 vänner, vilka ska dela på en rund pizza. Eleverna behöver i sin tur först förstå att det handlar om sju personer för att sedan kunna dela in pizzan i rätt antal delar. Enkäterna visade här att eleverna kunde dela in pizzan korrekt sätt grafiskt dock i antingen 6 eller 8 delar istället för 7. Orsaken bakom dessa svar kan variera. Det kan dels bero på att eleverna missat att räkna med Alice som en av de personer som ska dela på pizzan, dels att indelning av ett udda tal som siffran 7 är svårt när elever behöver tänka på att dela den runda pizzan i lika stora delar. Dock kunde eleverna dela in det udda talet 3 i figurerna. Elev B förklarar att hen är medveten om att pizzan skulle delas in i sju bitar men att hen inte visste eller kunde dela in pizzan i lika stora sju delar, där delar eleven istället in pizzan i åtta delar. Elevens svar på enkäten liknar många andra elevers svar då det var få elever som svarat rätt. Att dela in en figur i lika stora sjundedelar kan vara svårt för en individ med färdigheter inom tal i bråkform också. För att då ta den enklare vägen och kunna ge ett någorlunda svar på frågan väljer eleverna att dela in pizzan i åtta delar istället.

Elev B är i detta fall medveten om vad uppgiften vill ha för svar, hen begriper även hur många delar uppgiften är ute efter men kan inte dela in figuren i udda antal delar. Däremot förklarar elev C att hen inte visste hur pizzan skulle delas in, i sex delar. Här har eleven inte förstått att det handlar om sju vänner och istället uteslutit Alice som en av dem. En förvirring av hur många delar pizzan ska delas in i var något många elever stötte på under den uppgiften. Kan det bero på att alla uppgifter förutom den behandlar $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ och $\frac{1}{6}$? Och att det då uppstår förvirring från elevens perspektiv? Finns det en konstruktionsgeometrisk bakgrund? Eller har det med textuppgiftens läsförståelse att göra? Under intervjun med elev F som uttryckte en osäker känsla i hans förklaring får vi se att eleven inte är säker på hur många delar pizzan skulle delas in i. Eleven hade svarat genom att konstruera en rund pizza och dela denna i sex delar. När eleven ska förklara hur hen gjort, läser hen först frågan tyst för sig själv och samtidigt undersöker på sitt svar. *"Man ska dela in pizzan i 5 delar, en två tre fyra fem... nej sju delar! eller vänta... jag menar sex delar."* Eleven undersöker sin pizza och säger genast fem delar, sedan läser hen texten och säger sju vilket är korrekt. Men när eleven sedan räknar delarna på pizzan igen inser hen att det är sex delar, och bestämmer sig för det svaret trots att hen läste att uppgiften handlar om sju personer. Genom att eleven blir förvirrad och tar lång tid på sig att bestämma sig för vilket svar hen ska ge kan man heller inte utesluta elevens kunskap och förmåga i att förstå uppgiften. En intervju kan påverka eleverna på olika sätt där många faktorer spelar roll. Eleverna kan känna sig stressade i just det tillfället och kan bli distraherade av situationen och miljön.

Elevernas tidigare erfarenheter och deras kunskaper speglar på hur de kommenterar deras svar, samt hur de svarar på sina enkäter. Dock utmärker sig inte någon elevs svar och lösning ifrån de andra, det är ofta en grupp av elever som gör samma fel och förklarar den på samma sätt. Detta innebär samtidigt att det kan ligga i undervisningen då alla tre klasser har samma lärare inom matematikämnet och således får samma typ av utbildning. Däremot har eleverna olika inlärningsprocesser och förmågor i att både förstå och lösa en uppgift då vi alla tänker på vårt sätt.

6. Diskussion

Studien innefattar enkäter och intervjuer, där fokus ligger i del av en helhet inom tal i bråkform. Många mönster och intressanta kopplingar mellan intervjuerna och elevernas svar på enkäten har synliggjorts. Del av en helhet är något inte alla elever i skolan behärskar, men en stor del av kunskapen inom matematikämnet. Med hjälp av teoretiskt ramverk och tidigare forskning kan vi försöka förklara elevernas förmåga i att lösa uppgifter med tal i bråkform.

Eftersom att enkäten består av geometriska figurer, symboler, bokstäver och siffror har de enligt Vygotsky sina rötter inom de kulturella redskapen. Eleverna använder i sin tur av kulturella redskap för att begripa vad som står på pappret (enkäten) och vad uppgifterna syftar till (Säljö, 2012). Genom att eleverna tänker, ser och använder sin mentala uppfattning använder de i sin tur sitt intellektuella redskap. Genom att eleven använder sig av symboler, geometriska figurer och bokstäver för att nå en lösning använder hen sig av de fysiska redskapen. Detta innebär att min enkät på likartat sätt som en bok är ett kulturellt redskap där de intellektuella redskapen är beroende av de fysiska redskapen (2012). Om samhället inte hade socialiserat in oss i vad de geometriska figurerna innebär och hur de ser ut, hade vi således inte kunnat se de på ett visst sätt som vi gör. Vi vet hur en kvadrat ser ut och vi föreställer oss denna genom vår mentala uppfattning, därmed förväntar vi oss se den på ett visst sätt också. Eleverna som inte kände igen romben och inte insåg att den lika gärna hade kunnat vara en kvadrat (då den enda skillnaden var att den stod på ett av sina hörn), har på samma sätt sin bild av denna. De har en mental uppfattning av hur en kvadrat ser ut och hur den står, en romb blir således en annan typ av figur för eleven vilket leder till att eleven inte kan dela in denna på samma sätt. Här kan man även koppla till att eleverna kunde dela in de olika figurerna på ett inkorrekt sätt som blev ett mönster som eleven följde och använde i många av figurerna. Med detta menar vi att eleverna kunde rita ett kors för att dela in rektangeln, detta kors blev därmed ett mönster som eleven tillämpar i alla figurer då det på detta sätt hen lärt sig att dela in en figur. Både Cohen (2012) och Dunham (2008) beskriver detta tänkande som procedurell kunskap då eleverna möjligtvis kan ha memorerat en handling från tidigare erfarenheter. Eleverna upprepar och memorerar samma strategi att använda i olika uppgifter trots att den inte är funktionell för de olika uppgifterna. Detta kan mycket möjligt stämma över med författarna då eleverna kunde uttala sig på liknande sätt. Detta genom att eleverna förklarade under intervjun att de delat in en figur på ett sätt eftersom de delat in tidigare figurer på samma sätt. Vad beror då detta på? Ligger det i undervisningen? Eller i elevernas matematikbok? Som tyvärr inte alltid behandlar tal i bråkform i en tillräcklig stor grad för att eleverna ska hinna behärska och arbeta med sådana typer av uppgifter. Det handlar då om att som lärare finna en balans mellan undervisning och det läromedel eleverna tar del av, samt läroplanen och dess kriterier. Även Cramer et al. (2009) menar på att elever ofta tenderar på att upprepa en redan inlärd regel, i detta fall att dela in en fyrhörning genom ett kors i figuren. Denna typ av strategi kan även spegla på varför eleverna delade in cirklarna och de andra figurerna på fel sätt. Eleverna kunde i upprepade fall dela in figurerna i raka sträck, lodrätt och vågrätt. Orsaken kan även här bero på både förkunskaper och hur elever memorera och tillämpar andra strategier i sina svar. Eleverna kunde genom att dela in en figur visa att de inte behärskar det faktum att delarna behöver vara lika stora. Ett sådant svar kunde visas i nästan alla uppgifter då alla uppgifter behandlar del av en helhet och dess indelning. Wilkins och Norton (2011) uppmärksammar denna oförmåga genom att beskriva hur elever kan ha svårt för att förstå delarnas värde och roll i helheten. Eleven förstår inte förhållandet mellan iterering (upprepning) och uppdelning i detta fall. I analysen diskuterar jag hur eleverna kunde dela in en pizza i åtta delar istället för sju, detta kan grunda sig i att

eleven ser nämnaren och täljaren som självständiga heltal istället för ett sammansatt tal i bråkform. Stafylidou et al. (2004) beskriver denna problematik hos eleverna som en ofta förekommande problematik. De menar att eleverna ser nämnaren och täljaren som två separata heltal vilka utgör egna värden (2004). Eleverna kan i detta fall med pizzan ha tänkt att $\frac{1}{7}$ står för 1+7 vilket ger de 8 bitar sammanlagt. Wilkins och Norton (2011) lyfter som tidigare nämnt begreppet *simultaneous partitioning* som innebär att eleverna delar in en helhet på samma gång genom att ha en mental uppfattning eller representation av vad ett tal i bråkform illustrerar i en geometrisk figur. Vissa elever som deltog i enkäten kunde svara genom att uttrycka sig i bråkform, exempelvis $\frac{1}{8}$ men inte rita upp figuren och dess delar. Detta kan betyda att eleverna saknar en mental uppfattning och därmed inte vet hur de ska visa talet i bråkform i grafisk form. Elevernas svar på enkäterna, visade att kvartscirkeln och halvcirkeln var svåra att dela in, möjligt är det att eleverna ser dessa geometriska figurer som helheter då dessa i en cirkel egentligen är delar. Malmer (2002) lyfter ett exempel på hur elever stöter på detta inom tal i bråkform eftersom risken för att bli ”fixerad” i hur man delar in en cirkel är stor, om man överanvänder cirkeln som instrument i sin undervisning.

Cramer et al. (2009) lyfter även att elever kan ha svårt för att dela in figurer då de har olika utseenden. På samma sätt kan eleverna därför ha svårt för att dela in och skugga en kvartscirkel eller en halvcirkel då de är olika andra figurer men också för att eleverna inte arbetat med dessa tidigare. Cramer et al. (2009) beskriver samt att elever ofta tenderar i att förlita sig på sina mentala representationer vilket leder till den självsäkerhet eleverna i intervjun uttrycker trots deras inkorrekta svar. Det innebär även att elever ser sina svar som en självklarhet och enda lösning då de heller inte hade andra alternativ att lösa uppgifterna med.

Många av artiklarna och avhandlingarna förklarar cirkeln som en modell som gynnar eleverna och dess inläring med tal i bråkform. De menar på att cirkeln är ett bra instrument och geometrisk figur som hjälper eleverna att få en god uppfattning i hur helheten kan delas in. Många av elevsvaren och intervjuerna i min undersökning visar istället att cirkeln delas in på inkorrekt sätt. Detta får mig att fundera på om cirkeln inte använts tillräckligt mycket i elevernas undervisning eller om de helt enkelt inte tillämpat detta?

Hur kommer det sig att det föreföll naturligt för majoriteten av eleverna att dela in en cirkel genom att dra raka sträck? Orsaken bakom detta kan i stort sätt ligga i det forskarna säger i sina artiklar och avhandlingar, dock tror jag starkt på att undervisningen behöver förbättras och konkretiseras för eleverna genom att använda olika geometriska figurer. Vidare tror jag även på att fokus på konceptuell kunskap är av stor vikt för eleverna, för att vidga deras strategier i att lösa uppgifter samt för att skapa en större förståelse för matematikens koncept. Det innebär att eleverna inte ska fortsätta att endast memorera en handling utan främst förstå varför (Dunham, 2008). Slutligen är sammanställningen av resultatet de förmågor som eleverna saknar för att lösa uppgifter med tal i bråkform. Vilket på samma sätt förklarar vilka förmågor de som svarar korrekt har. Genom att illustrera elevers brister får man samtidigt reda på vilka delar man ska satsa på och därmed vilka åtgärder som behövs för att gynna elevernas kunskapsinhämtning.

6.1 Slutsats

Studiens frågeställningar har besvarats med hjälp av min undersökning, mina instrument och mitt resultat. Min första frågeställning ”Hur löser elever uppgifter med tal i bråkform?” besvaras genom att eleverna svarar på uppgifterna i enkäten. Genom att se elevernas svar och sammanställa dessa i både en analys och en diskussion får man syn på hur de svarar. Via enkäterna i anslutning till intervjuerna synliggjordes även elevernas förmågor när de löser uppgifter med tal i bråkform vilket är min andra frågeställning.

Resultatet visar att elever löser uppgifter med tal i bråkform på flera olika sätt beroende på vad de implementerat från sin undervisning, men också vilka mentala uppfattningar eleverna har. Vidare visar resultatet att elever som löser uppgifterna med tal i bråkform på ett inkorrekt sätt ibland är medvetna om vad som är rätt och fel men behöver stöd i att veta vilka strategier de ska använda vid exempelvis indelning av en geometrisk figur. Att använda sig av olika geometriska figurer är något eleverna behöver i sin undervisning med tal i bråkform då många elever inte visste hur de skulle svara på grund av att figurerna uppfattades som främmande eller okända. Elevernas förmågor synliggjordes och förklarades muntligt under intervjuerna då eleverna fick förklara hur de svarat och varför. Eleverna bekräftar att de inte arbetat med de givna figurerna i skolan, medan andra känner igen dem. Vidare förklaras det hur eleverna tillämpar sina tidigare kunskaper när de löser en uppgift. Cramer et. al (2009) uppmärksammar en orsak för elevernas fel svar genom att förklara hur elever ofta kan upprepa en redan inlärd regel. Detta är logiskt och även relevant för elevernas fel svar samt deras förklaringar under intervjuerna. Att alla delar ska vara lika stora i en helhet var heller inte solklart för alla elever vilket synliggörs vid elevernas svar. Genom att sex elever intervjuades fick även felaktiga enkätsvar sina orsaker då eleverna förklarade sina svar. Det är givet att eleverna bör ha mer, bättre och tydligare undervisning i skolan då de går sin sista termin i årskurs 6. Det innebär att eleverna behöver behärska del av en helhet i tal i bråkform, vilket inte alla har förmågor för.

Eleverna som intervjuades visade att de har lätt för att memorera ett sätt att dela in en figur och sedan tillämpa detta sätt i alla olika geometriska figurer, utan att förstå att det är fel. Vilket är vad Cramer et. al (2009) menar med redan inlärd regel. Vidare kan man även dra den slutsats att geometriska figurer är olika svåra att dela in beroende på hur de ser ut. Elevernas förmågor i att dela in och skugga figurerna varierar beroende på hur bekant respektive obekant figuren är för eleven. Dock visar eleverna genom den muntliga kommunikationen att figurerna inte känns igen. Förmågorna som synliggörs visas således genom de fel svaren som diskuteras. Genom att få syn på elevernas fel svar, synliggörs även deras oförmågor. Alltså de förmågorna de saknar i att lösa uppgifter med tal i bråkform. Detta skapar således en medvetenhet i att veta vad eleverna behöver hjälp med och vilka förmågor som behöver arbetas med.

Förmågor som synliggjordes genom denna undersökning är således; förmågan i att kunna dela in en helhet i lika stora delar, att veta hur och på vilka olika sätt en geometrisk figur kan delas in korrekt, att kunna arbeta med olika geometriska figurer, att kunna tolka en textuppgift och kunna konkretisera ett tal i bråkform i form av en figur, att se samband och mönster genom uppgifterna och att förstå delen och helhetens roll. Dessa förmågor synliggörs hos eleverna som svarar korrekt, och visas även saknas hos de elever som svarar inkorrekt. Självfallet är orsakerna olika och av olika skäl, dock är det av stor vikt att eleverna får rätt sorts matematikundervisning med tal i bråkform, med det material och stöd som behövs. Detta för att eleverna ska utveckla sin kunskap och sina förmågor i att lösa uppgifter med tal i bråkform.

6.2 Vidare forskning

För att öka reliabiliteten och validiteten och för att få en större medvetenhet kring hur elever löser uppgifter och hur förmågor ur olika perspektiv synliggörs, kan man välja ett större område att undersöka med fler skolor och elever. Något som hade varit intressant är även hur lärare ser på dessa förmågor och hur de ställer sig till detta. Enligt mina observationer och denna studie är det viktigt att veta vilka svårigheter som finns och vilka förmågor eleverna använder sig av genom att tänka och förklara. Detta för att som lärare veta hur det går att förhindra eller bemöta med rätt undervisning och instrument för eleverna. Tal i bråkform är ett stort område inom matematikämnet, vilket kräver mycket från både läraren och elevens sida. Dock är det intressant och betydelsefullt att veta hur läraren undervisar och hur eleverna tar till sig kunskapen.

7. Referenser

- Bryman, A. (2016). *Samhällsvetenskapliga metoder*. (Upplaga 3). Stockholm: Liber.
- Cohen, S. (2012). *Piecing together parts of the whole: The benefits of using hands-on experiences when teaching students fractions* (Thesis, Elementary education math science och technology, 1510576) United states, New York: Hofstra University. Hämtad från: <https://searchproquest-com.ezproxy.ub.gu.se/docview/1017546447/abstract/743C37AE3C3A4007PQ/1?accountid=11162>
- Cramer, K., och Wyberg, T. (2009) Efficacy of different concrete models for teaching the part-whole construct for fractions. *Mathematical thinking and learning*, 11:4, 226-257. doi: 10.1080/10986060903246479
- Cramer, K., Wyberg, T., och Leavitt, S. (2008) The role of representations in fraction addition and subtraction. *Mathematics teaching in the middle school*, 13(8), 490-496. doi:
- Dunham, J. M. (2008) *Comparing fractions: The impact of three instructional strategies on procedural and conceptual knowledge development* (Thesis, 3326510) United states, Ohio: Union institute and university. Hämtad från: <https://search-proquest-com.ezproxy.ub.gu.se/docview/304820920?accountid=11162>
- Lundgren, U.P., Säljö, R. och Liberg, C. (red.) (2012). *Lärande, skola, bildning: [grundbok för lärare]*. (2., [rev. och uppdaterade] utg.) Stockholm: Natur och kultur.
- Löwing, M. och Kilborn, W. (2002). *Baskunskaper i matematik: för skola, hem och samhälle*. Lund: Studentlitteratur.
- Malmer, G. (2002). *Bra matematik för alla: nödvändig för elever med inlärningssvårigheter*. (2. uppl.) Lund: Studentlitteratur
- Patel, R. och Davidson, B. (1994). *Forskningsmetodikens grunder: att planera, genomföra och rapportera en undersökning*. (2. uppl.) Lund: Studentlitteratur.
- Seimyr Öqvist, G. *Vetenskapsmetodik* [PowerPoint-presentation]. Hämtad från: https://ping-pong.ki.se/public/pp/public_courses/course05887/published/1289756281091/resourceId/3959718/content/infoweb/node-2610658/vetenskapsmetodik.pdf
- Siegler, S.R., Fazio, K.L., Bailey, H.D., och Zhou, X. (2012) Fractions: the new frontier for theories of numerical development. *Trends in cognitive sciences*, 17(1), 13–19. doi: 10.1016/j.tics.2012.11.004
- Stafylidou, S., och Vosniadou, S. (2004) The development of students understanding of the numerical value of fractions. *Learning and instruction*, 14, 503–518. doi: 10.1016/j.learninstruc.2004.06.015
- Säljö, R. (2012). Den lärande människan – teoretiska traditioner. I U.P Lundgren, R. Säljö, C. Liberg (Red.), *Lärande, skola, bildning: grundbok för lärare* (s. 139–199). Stockholm: Natur och Kultur.
- Tadi, E., och Junuzovic, T. (2017). *Vad säger forskning om vilka svårigheter elever kan uppleva inom bråk?* (HT17-2930-L6XA1G-126). Göteborg: Institution för pedagogik och specialpedagogik, IPS, Göteborgs universitet.
- Torbeyns, J., Schneider, M., Ziqiang, X., och Siegler, S. R. (2014). Bridging the gap: Fraction understanding is central to mathematics achievement in students from three different continents. *Learning and instruction*, 37, 5–13. doi: 10.1016/j.learninstruc.2014.03.002
- Vetenskapsrådet. (2002) *Forskningsetiska principer inom forskning*. [Elektronisk resurs]. Stockholm: vetenskapsrådet.
- Wilkins, M. L. J, och Norton, A., (2011) The splitting loope. *National council of teachers of mathematics*, 42(4), 386–416. doi: 10.5951/jresematheduc.42.4.0386

8. Bilagor

Bilaga 1: Föräldrabrev

Hej alla föräldrar!

Mitt namn är Eileen och jag kommer från Göteborgs Universitet där jag läser till grundskollärare för elever i årskurs 4-6. I början av terminen praktiserade jag på Alboskolan i ungefär 5 veckor, och fick därmed chansen att träffa Era barn. Jag har lyckats skapa en liten relation till de flesta och känner barnen hyfsat bra nu!

Min praktik avslutades och nu har jag påbörjat min sista kurs, vilket är examensarbetet. I arbetet kommer jag fokusera på **tal i bråkform** inom matematikämnet, detta innebär även att jag behöver använda mig av olika metoder för att kunna samla in data inför mitt arbete.

Metoderna jag hade tänkt använda är **enkät** och **intervju**, enkäterna kommer bestå av uppgifter inom bråktal och intervjuerna kommer göras efter enkäterna. Dock kommer endast 6-10 elever att intervjuas där frågor och dess svar kommer att diskuteras.

Eleverna kommer inte behöva ange personuppgifter eller känslig information, det enda jag kommer behöva från era barn är deras namn på enkäterna. Dock kommer detta inte visas offentligt, utan det är för att **jag** ska veta vem jag ska intervjua!

Eftersom detta är ett examensarbete är det ett krav från Göteborgs Universitet att jag först ber Er föräldrar om tillåtelse innan jag utför enkäter och intervjuer med Era barn.

Bocka in ditt svar och lämna in till klassläraren senast.....

Ja, mitt barn får delta i denna studie

Nej, mitt barn får inte delta i denna studie

Namn:

Klass:

Bilaga 2: Enkät

1. Gör klart figurerna! Hur ser hela figuren ut om:

Detta är $\frac{1}{3}$ av helheten?



Detta är $\frac{1}{4}$ av helheten?



Detta är $\frac{1}{6}$ av helheten?



2. Adrian och hans två kompisar köper en chokladkaka. De tre kompisarna vill ha lika mycket var men delar in chokladkakan på varsitt sätt. Vilken eller vilka chokladkakor är indelade i tredjedelar?

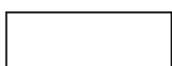
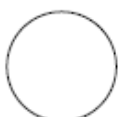


3. Pia och hennes familj ska dela på en tårta. Pia får en fjärdedel av hela tårten men behöver dela hennes bit med systern Moa som ska få halva hennes bit. Hur ser Pias bit ut? och hur ser Moas bit ut? (tårten är cirkelformad). Visa genom att rita!

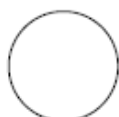
4. Alice och hennes 6 vänner går och köper en pizza som de ska dela jämnt på. Hur stor del får Alice? Och hur ska de dela in pizzan? (pizzan är rund). Visa genom att rita!

5. Skugga figurerna enligt bråktalen!

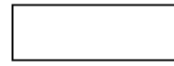
a) Skugga $\frac{1}{3}$



b) Skugga $\frac{1}{4}$



c) Skugga $\frac{1}{6}$



Bilaga 3: Intervjuguide

Namn:

Klass:

Intervjuguide

Vi undersöker uppgift:

Hur kändes enkäten:

Vad tycker du om tal i bråkform:

1.

Vilket värde har talet?

Vad innebär frågan för dig?

Berätta hur du kom fram till svaret?

Varför tror du det?

Varför bestämde du dig för det? Är du säker på det?

Har du använt dessa figurer tidigare?

2.

Vilket värde letar vi efter?

Vad behövde du göra i denna uppgift?

Berätta hur du kom fram till svaret?

Varför tror du det?

Varför bestämde du dig för det?

Är du säker på det?

3.

Vilket tal i bråkform letar vi efter?

Vad innebär frågan för dig?

Berätta hur du kom fram till svaret?

Varför tror du det?

Varför bestämde du dig för det?

Är du säker på det?