



GÖTEBORGS UNIVERSITET

Bråk behöver inte vara svårt

En kvalitativ intervjustudie kring lärares användning av laborativa material i bråkundervisningen.

Jenny Andersson

Självständigt arbete L6XA1A

Examinator: Peter Nyström

Rapportnummer: VT19-2930-021-L6XA1A

Sammanfattning

Titel: Bråk behöver inte vara svårt – En kvalitativ intervjustudie kring lärares användning av laborativa material i bråkundervisningen.

English title: Fractions do not have to be difficult – A qualitative interview study on teachers' use of manipulatives in fractional teaching.

Författare: Jenny Andersson

Typ av arbete: Examensarbete på avancerad nivå (15 hp)

Examinator: Peter Nyström

Rapportnummer: VT19-2930-021-L6XA1A

Nyckelord: matematikundervisning, laborativt material, laborativt arbetssätt, bråk, addition och subtraktion av bråk, konkret, abstrakt.

Studiens syfte är att bidra till kunskap om, och belysa hur det går att använda laborativa material vid undervisning om addition och subtraktion av bråk. Frågeställningarna som studien har som uppgift att besvara är följande: Vilka laborativa material använder matematiklärare vid undervisning om addition och subtraktion av bråk, hur och i vilken utsträckning menar lärarna att de används i undervisningen? Varför väljer matematiklärare att använda laborativt material vid undervisning om addition och subtraktion av bråk? I studien har empiri samlats in genom kvalitativa semistrukturerade intervjuer. Sex stycken intervjuer har genomförts med verksamma matematiklärare som undervisar i årskurs 4, 5 eller 6, från fyra skolor i Västsverige.

I resultatet framkom det att samtliga lärare använder laborativt material vid undervisning om addition och subtraktion av bråk, men i olika stor utsträckning. De vanligaste materialen visade sig vara bråkcirklar, bråkplank och tallinje. De laborativa materialen används av både lärare och elever. Lärarna använder det främst när de introducerar för eleverna på tavlan, medan eleverna använder det vid både enskilt arbete och grupparbete. Cirklar är den vanligaste figuren hos samtliga, men flera lärare lyfter fram att de försöker variera och inkludera även andra figurer. Materialet används oftare av de svagare eleverna som ännu inte har nått en abstrakt kunskapsnivå. Samtliga lärarna uppger att de vill att det laborativa materialet ska användas så länge behovet finns. Syftet till användningen handlar om att främja elevernas lärande genom att synliggöra deras tänkande, konkretisera och visualisera abstrakta begrepp, variera undervisningen och ta hänsyn till elevers olika lärandestilar. Genom att användningen dessutom stärker elevernas självförtroende leder det på sikt också till att lärandet främjas.

Innehållsförteckning

1. Inledning	1
2. Syfte	3
2.1 Frågeställningar	3
3. Bakgrund	4
3.1 Vad är laborativt material?	4
3.2 Styrdokument	5
4. Tidigare forskning	6
4.1 Undervisning och lärande om bråk	6
4.1.1 Begreppet bråk	6
4.1.2 Varför är bråk ett svårt matematikinnehåll?	6
4.2 Laborativt material	7
4.2.1 Vad krävs för en framgångsrik användning?	7
4.2.2 Förmåga att konkretisera och gynna samtliga elever?	9
4.3 Användning av laborativt material vid bråkräkning	10
4.4 Teoretiskt ramverk	11
5. Metod	12
5.1 Design	12
5.2 Verktyg	12
5.3 Urval och avgränsningar	12
5.4 Genomförande	14
5.5 Etiska ställningstaganden	14
5.6 Validitet och reliabilitet	15
5.7 Analysramverk	15
6. Resultat	16
6.1 Användning av laborativa material	16
6.1.1 Vilka material används vid bråkräkning?	16
6.1.2 Hur används materialen?	17
6.1.3 Vilka elever använder materialet?	19
6.1.4 Utsträckning	20
6.2 Syftet till användning	21
6.2.1 Främja elevernas kunskapsutveckling	21
6.2.2 Stärka elevernas självförtroende	22
7. Diskussion	24
7.1 Metoddiskussion	24
7.2 Resultatdiskussion	24
7.2.1 Vilka material används vid bråkräkning?	24
7.2.2 Hur används materialen?	25
7.2.3 Vilka elever använder materialet?	26
7.2.4 Utsträckning	27
7.2.5 Syftet till användning	27
8. Slutdiskussion	28
8.1 Slutsats	28
8.2 Vidare forskning	29
9. Referenslista	30
10. Bilagor	32
Bilaga 1 Intervjuguide	32
Bilaga 2 Bilder	34
Bilaga 3 Informationsbrev	36

1. Inledning

Matematikundervisningen handlar om så mycket mer än att få eleverna att räkna uppgift efter uppgift i läroboken. Undervisningen ska ge eleverna förutsättningar till att utveckla förtrogenhet med matematiska begrepp, finna användbara metoder och strategier, de ska få möjlighet att resonera och kommunicera matematik, och möta matematikens olika uttrycksformer (Skolverket, 2018).

Bråk är en viktig del av skolans matematikinnehåll, trots det är det många lärare som tycker det är svårt att undervisa om bråk, och många elever som har svårt att förstå bråk (Löwing, 2006). Goda kunskaper i bråk är väsentligt inför framtida matematikstudier, och kunskapen främjar utvecklingen av proportionellt tänkande. Kunskap om bråkbegreppet lägger grunden till att så småningom utvidga förståelsen till tal i decimalform och procenträkning, liksom algebra och ekvationer. En anledning till att många elever har svårt att förstå bråk kan handla om de olika representationer och tolkningar som finns. Bråk förekommer i olika situationer och kan uppfattas på olika sätt: som ett tal, som en del av en hel, som en del av ett antal, som en andel, som en proportion, som ett förhållande, eller som en skala. I och med att bråk kan tolkas på många olika sätt är det en utmaning för både lärare och elever att kunna upprätta ett samband mellan dessa så att eleverna skapar en djupare förståelse (Löwing, 2016; Clarke, Roche & Mitchell, 2010).

Under lärarutbildningen har jag läst två ämneskurser inom matematik, och har under den verksamhetsförlagda delen av utbildningen haft möjlighet att prova på att undervisa i matematik. Det har gett mig insikt i hur matematikundervisningen i årskurs 4-6 kan se ut, och det som slår mig är hur stark ställning läroboken har i undervisningen. Utifrån vad jag har sett används läroboken under varje lektion, även om den kompletteras med andra uppgifter och material, såsom laborativt. Då läroboken används i så stor utsträckning bidrar det till att eleverna ofta uppfattar undervisningen som abstrakt, men det går att undvika med hjälp av laborativt material (Malmer, 1999).

I det första självständiga arbetet valde jag och en klasskamrat att undersöka hur lärare kan planera för en varierad matematikundervisning i grundskolans senare år (Andersson & Eriksson, 2018). I studien kom vi fram till att lärare kan skapa variation på flertalet sätt, exempelvis genom att anpassa undervisningen till elevers olika lärandestilar, och/eller överväga vilken sorts material som ska användas. Det finns många material som lärare kan inkludera i undervisningen, men för att skapa en variation krävs att läraren växlar mellan olika material och användningssätt. Studien visade på att laborativt material på flera olika sätt kan användas för att variera och berika undervisningen, då materialet är visuellt, hjälper eleverna att gå från ett konkret till abstrakt tankesätt, går att anpassa till elevers olika lärandestilar, stärker matematiska begrepp och gör undervisningen roligare och mer inspirerande.

Då studien visade många positiva aspekter med ett laborativt arbetssätt gjorde det mig intresserad att undersöka och fördjupa mig i dess möjligheter. Forskning av bland annat Naiser, Wright och Capraros (2004), och Cramer, Post och delMas (2002), liksom mina egna erfarenheter, visar att bråk och särskilt addition och subtraktion av bråk är ett svårt ämnesområde för eleverna. För att avgränsa studien gjordes valet att undersöka hur lärare använder laborativt material i undervisningen om addition och subtraktion av bråk, och hur det går till. Eftersom bråk är ett komplext och abstrakt ämnesinnehåll kan det med fördel

konkretiseras och göras mer begripligt med hjälp av laborativt material. Min uppfattning är att laborativt material kan vara en bra resurs i undervisningen för samtliga elever, men det gäller att eleverna och framförallt läraren har tillräckliga kunskaper om materialet och dess användning för att lärandet inte ska försummas. Stein och Bovalino (2001) lyfter fram den problematiken som består i att om lärare inte har tillräckliga kunskaper i hur materialet ska användas kan det leda till att undervisningen uppfattas som lek och materialets bakomliggande idé går förlorad. De betonar även att användning av laborativa material inte i sig garanterar en bra och givande matematiklektion, utan det som är viktigt är hur materialet används. Det här är något som även Rystedt och Trygg (2013) påpekar, att det finns en risk att undervisningen med laborativt material tenderar att handla mer om att göra, än att förstå och lära. Det är således lärarens uppgift att vid planering av den laborativa undervisningen göra didaktiska val utifrån *vad* som ska läras, *varför* det ska läras, och *hur* det ska läras. Den här studien ska därför ta fasta på *hur* användningen av laborativt material ser ut, och *varför* lärare väljer att använda det i sin undervisning om addition och subtraktion av bråk.

2. Syfte

Syftet med denna studie är att bidra till kunskap om, och belysa hur det går att använda laborativa material vid undervisning om addition och subtraktion av bråk.

Studien har som mål att besvara följande frågeställningar:

2.1 Frågeställningar

- Vilka laborativa material använder matematiklärare vid undervisning om addition och subtraktion av bråk, hur och i vilken utsträckning menar lärarna att de används i undervisningen?
- Varför väljer matematiklärare att använda laborativt material vid undervisning om addition och subtraktion av bråk?

3. Bakgrund

I detta avsnitt kommer inledningsvis ges en definition av begreppet laborativt material, sedan följer en presentation och beskrivning av de laborativa material som kommer att diskuteras i studien. Slutligen ges en förklaring till hur styrdokumentet stödjer ett laborativt arbetssätt.

3.1 Vad är laborativt material?

I följande avsnitt kommer en presentation och beskrivning ges av de laborativa material som kommer att göras synliga i den här studien. För bilder på respektive material, se Bilaga 2.

Moyer-Packenham (2001) beskriver att **laborativt material** är föremål utformade för att representera ett abstrakt matematiskt innehåll på ett konkret sätt. De har både en visuell och fysisk funktion som aktiveras genom praktisk användning. Enligt Trygg (2014) är det vanligt att dela in materialet i tre grupper: *vardagliga föremål*, *pedagogiska material* och *spel*. Till gruppen *vardagliga föremål* ingår föremål som kan finnas i skolan eller naturen, exempelvis måttband, våg och kottar. *Pedagogiska material* är som namnet antyder speciellt framställda för att användas i matematikundervisningen, exempelvis cuisenairestavar, bråkcirklar och tiobasmaterial. Till gruppen *spel* ingår både traditionella spel såsom schack, men även digitala spel som Bingel.

Nationellt Centrum för Matematikutbildning, NCM, har till uppgift att stödja utvecklingen av matematikutbildning i skolan (NCM, u.å.). På NCM arbetar verksamma, eller före detta verksamma lärare, lärarutbildare, forskare och matematiker. De flesta av följande beskrivningar av laborativt material för bråkräkning är hämtade ifrån deras egna lektionsmaterial vid namn *Strävorna*.

Bråkcirklar (Figur 1) är ett laborativt material som kan användas för att visa samband mellan olika stora och olika antal bråkdelar (NCM, 2018a).

Bråkkvadrater (Figur 2) är liksom bråkcirklar och bråkplank användbara för att visa samband mellan olika stora och olika antal bråkdelar. Effektivt material för att visa att bråk kan ha olika storlek, och för att känna igen likvärdiga bråk.

Bråkplank (Figur 3) kan användas för att visa samband mellan olika stora och olika antal bråkdelar. Bråkplanket visar stambråkens förhållande till varandra, och ger en förståelse för att bråktal som ska adderas eller subtraheras måste ha samma nämnare (NCM, 2018b). Det finns flertalet namn för det här materialet, i den här studien kommer det att benämnas som *bråkplank* för att förenkla förståelsen.

Cuisenairestavar (Figur 4) är ett relationsmaterial som fokuserar på proportionella förhållanden. Det kan användas för att konkretisera del till helhet, helhet till del och del till del (Clarke m.fl., 2010).

Tallinje (Figur 5) är effektiv för att visa på relationen mellan naturliga tal och rationella tal i bråkform. Tallinjen kan visa och synliggöra likvärdiga bråk.

Tangram (Figur 6) är ett kvadratisk pussel som består av sju bitar. Pusselbitarna kan användas vid bråkräkning för att jämföra storleken på olika bråkdelar och visa proportionella förhållanden (NCM, 2017).

Bråkkuber (Figur 7) kan användas för att bekanta sig med bråkdelarnas storlek, känna igen likvärdiga bråk, addera och subtrahera bråk med samma eller olika nämnare och kan hjälpa till att synliggöra relationen del till helhet, helhet till del och del till del (Hand2mind, 2019).

3. 2 Styrdokument

Läroplanen är en mycket viktig del i skolans arbete, därför är det relevant att lyfta fram vad den säger om användningen av laborativa material i matematikundervisningen. Undervisningen i matematik ”ska bidra till att eleverna utvecklar intresse för matematik och tilltro till sin förmåga att använda matematik i olika sammanhang.” (Skolverket, 2018, s. 54)

I läroplanen för matematik nämns inte begreppet laborativt material men i syftestexten går det att läsa:

Undervisningen ska bidra till att eleverna utvecklar kunskaper för att kunna formulera och lösa problem samt reflektera över och värdera valda strategier, metoder, modeller och resultat. [...] Genom undervisningen ska eleverna ges förutsättningar att utveckla förtrogenhet med grundläggande matematiska begrepp och metoder och deras användbarhet. (Skolverket, 2018, s. 54)

Laborativt material skulle mycket väl kunna likställas till en metod, en modell eller sätt att lösa problem. Även om det inte explicit uttrycks i texten går det indirekt att förstå att laborativa material på ett naturligt sätt kan ingå i matematikundervisningen.

I läroplanens inledande kapitel lyfts fram att:

Skapande och undersökande arbete samt lek är väsentliga delar i det aktiva lärandet. Särskilt under de tidiga skolåren har leken stor betydelse för att eleverna ska tillägna sig kunskaper. [...] Skolan ska stimulera elevernas kreativitet, nyfikenhet och självförtroende samt deras vilja att pröva och omsätta idéer i handling och lösa problem. Eleverna ska få möjlighet att ta initiativ och ansvar samt utveckla sin förmåga att arbeta såväl självständigt som tillsammans med andra. (Skolverket, 2018, s. 7)

Det ger stöd till ett laborativt arbetssätt, då laborativt material i många fall har förmågan att på ett lekfullt sätt locka fram elevernas kreativitet och nyfikenhet (Rystedt & Trygg, 2013). Likaså bidrar det laborativa materialet till att eleverna får pröva olika arbetssätt och arbetsformer (Skolverket, 2018).

4. Tidigare forskning

I detta avsnitt följer en översikt av tidigare forskning som gjorts inom bråk, laborativt material och laborativt material i bråkundervisning. Nyare liksom äldre forskning har inkluderats, samt en blandning av nationella och internationella studier.

4. 1 Undervisning och lärande om bråk

Inledningsvis ges en introduktion och definition av bråkbegreppet, som följs av en förklaring till varför bråk ofta uppfattas som ett svårt ämnesinnehåll.

4. 1. 1 Begreppet bråk

Bråk förekommer i olika situationer och kan uppfattas på olika sätt: som ett tal, som en del av en helhet, som en del av ett antal, som en andel, som en proportion, som ett förhållande, eller som en skala (Löwing, 2016). Tal i bråkform definieras av Löwing (2017) enligt följande: ”När ett tal skrivs på formen $\frac{a}{b}$, där a och b är heltal.” (s. 250). Vidare betonar hon att det endast finns en regel för att kunna addera, subtrahera och jämföra tal i bråkform: ”Man kan bara addera, subtrahera eller jämföra bråk som har samma nämnare.” (Löwing, 2017, s. 242). För att förtydliga citatet utesluter det inte möjligheten att addera, subtrahera och jämföra bråk med olika nämnare, men det är enklare att först skriva om minst ett av bråktalen så att samtliga tal får gemensamma nämnare. Vid addition och subtraktion av bråk gäller räkneregeln att det enbart är täljarna från bråkuttrycken som adderas respektive subtraheras, medan nämnarna fortsätter att vara oförändrade (Sveider, 2016).

I vardagen och skolan kommer eleverna inte bara i kontakt med naturliga tal, utan även rationella tal som lägger grunden till en förståelse av tal i bråkform (Bergius, Hansson & Trygg, 2016). I vardagen är det vanligt att barnen utsätts för tillfällen då de exempelvis ska dela ett äpple i halvor, eller dela en chokladkaka med syskon eller kompisar, därför lär de sig ofta tidigt att dela rättvist. Tidigare användes bråk mer naturligt i vardagen genom att ange vikt eller mått (Löwing, 2016). Bråk har successivt ersatts av tal i decimalform, men det betyder inte att bråk ska uteslutas i skolans matematikundervisning. Kunskap om bråk lägger grunden för att eleverna senare ska kunna lära sig tal i decimalform och procenträkning, liksom algebra och ekvationer. Löwing (2016) betonar att det för en elev ibland kan vara svårt att se sambanden mellan bråkens olika uttrycksformer och det är därför viktigt att de får arbeta mycket med dem. Redan under de tidiga skolåren ska eleverna introduceras för bråkbegreppet, och i kursplanen för matematik står det uttryckt att talen i bråkform ska kopplas till sin användning i vardagliga situationer (Skolverket, 2018). Stigler och Hiebert (2009) studerade hur undervisningen skiljer sig mellan USA och Japan, och det visade sig att det i USA var vanligt att först introducera eleverna för addition av bråk med samma nämnare, för att sedan gå vidare till addition med olika nämnare. Även Löwing (2017) lyfter fram att det är vanligt att i undervisningen först introducera addition och subtraktion av bråk med samma nämnare.

4. 1. 2 Varför är bråk ett svårt matematikinnehåll?

En vanlig missuppfattning vad gäller bråk är att elever tror att en tiondel är större än en fjärdedel, eftersom tio är ett större tal än fyra (Bergius m.fl., 2016). Den här

missuppfattningen kan förklaras genom att när vi lär oss något nytt bygger vi på den kunskap som vi redan besitter. Eleverna är väl bekanta med heltal och dessa blir av naturliga skäl därför utgångspunkt i mötet med bråktal. Likaså menar Bergius m.fl. (2016) att det är vanligt att elever har svårigheter med att förstå att flera bråkuttryck kan ha samma värde, till exempel $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8}$. Även det faktum att en fjärdedel kan vara större än en halv, till exempel att en halv småkaka är mindre än en fjärdedels pizza. Det tyder på att elever som har den här typen av missuppfattning inte har förstått att delen bara kan jämföras med den helhet som den är en del av, och att inte bråk i sig representerar en viss storlek. Malmer (1999) menar att en bakomliggande orsak kan vara att det ofta är tårtbitar som används för att illustrera bråk. Hon betonar därför att det är viktigt att eleverna både får möta och räkna med bråk där helheten har olika utseende.

Inför operationer med tal i bråkform kan ytterligare en svårighet bli synlig om eleverna inte bemästrar vissa grundläggande begrepp, såsom nämnarens innebörd, täljarens innebörd och att varje tal i bråkform kan skrivas på oändligt många olika sätt (Löwing, 2016). Har eleverna inte förstått relationen mellan täljare och nämnare utan räknar med dessa var för sig kan det ställa till problem vid bråkräkning (Bergius m.fl., 2016). Clarke m.fl. (2010, s. 3) menar att det är vanligt att lärare ofta förklarar bråk enligt följande: ”Nämnanen talar om hur många delar det hela har delats i och täljaren talar om hur många av dessa man ska ta, räkna eller måla.”. Författarna påpekar att svårigheten med en sådan förklaring är att den inte går att generalisera för samtliga bråk, då den fungerar sämre vid bråk större än 1. Clarke m.fl. (2010, s. 3) ger istället ett förslag på vad de menar är en bättre förklaring: ”För ett bråk a/b är b namnet eller storleken på delen (”femtedelar” heter så därför att det behövs 5 lika delar för att fylla upp en hel) och a är antalet delar med det namnet eller den storleken.”. Cramer m.fl. (2002) lyfter fram att en orsak till att många yngre elever har svårigheter i att förstå bråk kan vara att de inte har tillräckligt många erfarenheter av bråk. Om eleverna får tillräckligt med tid för att befästa de grundläggande begreppen kan vanliga missuppfattningar senare undvikas.

4. 2 Laborativt material

Forskning om laborativt material lyfter fram dess positiva egenskaper i att kunna visualisera och konkretisera abstrakta begrepp, hjälper till att gå från konkret till abstrakt tankesätt, och bidrar till att engagera och inspirera. Följande avsnitt sammanfattar tidigare forskning inom området.

4. 2. 1 Vad krävs för en framgångsrik användning?

Lärares kunskaper och syn på laborativa material påverkar hur de används i undervisningen. I Quinns (1998) studie fick lärare svara på frågor om sin användning av laborativa material. I början av studien fick de svara på frågan vad de har för tilltro till att använda laborativa material i matematikundervisningen, på slutet fick de besvara samma fråga för att se om deras inställning hade förändrats under studiens gång. De fick även svara på om de tror att deras nya kunskaper och erfarenheter kommer att påverka deras framtida undervisning. Flera lärare hade redan från början en positiv tilltro till att använda laborativa material i undervisningen, de ansåg dem vara effektiva och menade att praktiska erfarenheter ökar behållningen och förståelsen av innehållet. Studien innebar att lärarna fick metodkurser där de blev introducerade för olika laborativa material och fick pröva på att använda dem (Quinn, 1998). På frågan huruvida deras nya kunskaper skulle påverka framtida undervisning var svaret ja.

Flera lärare uttryckte att de annars inte vetat vad det finns för typer av material, och än mindre hur de ska användas. Metodkurserna bidrog till att lärarna började känna sig mer erfarna med att använda materialet och förstå syftet.

Svaren från lärarna i Quinns (1998) studie visade att det var metodkurserna som bidrog till att lärarna fick förstärkt tilltro till materialet, att syftet blev tydligare och att de insåg det verkliga behovet av dem i undervisningen. En lärare uttryckte det så här: "I didn't realize that through manipulatives ... much more learning is involved." (s. 237). Sammanfattningsvis visar studien av Quinn (1998) på vikten av att lärare har tillräckliga kunskaper och erfarenheter om de laborativa materialens användning och funktion. De behöver känna till flera olika användningssätt, hur de kan introduceras och inse hur omfattande verktyg de faktiskt är. Genom att lärarna själva får pröva på och laborera med materialen ser de utvecklingsprocessen, och det bidrar i sin tur till att de uppmuntrar eleverna till att använda dem. "The recognition that these techniques are helpful to their own learning process should provide preservice teachers with an incentive to use similar techniques with their students." (Quinn, 1998, s. 238)

Stein och Bovalino (2001) genomförde en studie där de observerade lärare på en högstadieskola under lektioner när laborativa material användes i syfte att eleverna skulle utveckla matematiska idéer. Genom lektionsobservationerna kunde forskarna identifiera vilka faktorer som gjorde det möjligt för lärarna att planera och genomföra framgångsrika lektioner med hjälp av laborativt material. En av dessa faktorer handlar om vikten av att ha en genomtänkt undervisning och tydliga idéer om vad eleverna ska lära sig. De poängterar: "Simply using manipulatives does not guarantee a good mathematics lesson." (s. 356). Vilket innebär att bara en användning av laborativa material i sig inte garanterar en bra matematiklektion, då det ligger mycket arbete bakom att få ett positivt utfall av dess användning. Detta indikerar att det inte räcker att känna till fördelarna utan det gäller att ha kännedom om hur användningen ska gå till. Vet läraren inte hur materialet ska användas får det inte största möjliga effekt. Moyer-Packenham (2001) betonar att det är mer komplicerat än vad det kan verka att främja en effektiv användning av laborativt material.

En undervisning med laborativt material garanterar inte automatiskt kunskapsinläring, utan associeras ofta till *lek* och *en kul grej* (Rystedt & Trygg, 2013). Begreppet *Hands on – minds off* används för att symbolisera detta. *Hands on* innebär att det kan vara enkelt att skapa tillfällen för eleverna att laborera med materialet, men det får inte leda till att lärandet och förståelsen uteblir, *minds off*. "Laborativa material är ingen mirakelkur i sig utan läraren måste göra medvetna, didaktiska val." (s. 7). Det är lärarens uppgift att vid planering av den laborativa undervisningen göra didaktiska val utifrån *vad* som ska läras, *varför* det ska läras, och *hur* det ska läras. Det är genom det laborativa arbetet som eleverna ska upplysas om sambandet mellan den konkreta och abstrakta förståelsen, men för att uppnå detta behöver eleven stöd. Liksom Rystedt och Trygg (2013), hävdar Moyer-Packenham (2001) att arbetet med laborativt material tenderar att associeras med *kul* matematik, och roliga inslag för att bryta av den *riktiga* matematiken. Vidare skriver hon att det framkom att lärarna i studien kategoriserade olika inslag i matematikundervisningen till antingen *kul* eller *riktig* matematik. Det visade sig att användningen av laborativa material nästan alltid hamnade under kategorin *kul matematik*.

En annan faktor som Stein och Bovalino (2001) lyfter fram som bidrog till en framgångsrik användning av laborativa material, handlar om att lärare får möjlighet till att lära känna materialen, pröva på att använda dem, och få tid till att planera meningsfulla lektioner med dessa. De lärare i studien som såg de bästa resultaten hade planerat väl och förberett både

klassrummet och materialet för aktiviteten. Eleverna var indelade i grupper, materialet var framlagt och läraren hade en tydlig bild av hur grupperna tillsammans skulle kunna genomföra uppgiften. Stein och Bovalino (2001) lyfter fram att de framgångsrika lärarna visade sig ha två egenskaper: utbildning och förberedelse. Utbildningen var intensiv och förberedelserna både kognitiva och fysiska. Kognitiva eftersom de skulle utforska det matematiska innehåll som skulle behandlas, och fysisk eftersom klassrummet, materialet och elevgrupperna skulle förberedas

När lärare tar beslut i att använda laborativt material eller inte är det flertalet faktorer som övervägs. Hatfield (1994) undersökte i sin studie grundskollärares förtrogenhet med, tillgänglighet, och användning av elva stycken vanliga laborativa material, och lärarnas uppfattningar om vilka faktorer som är viktiga att beakta vid användning av laborativa material i matematikundervisningen. Resultatet visade på en begränsad användning av laborativa material hos de undersökta lärarna, och ett samband med minskad användning i förhållande till stigande årskurs. När det kommer till vilka faktorer lärarna ansåg har mest påverkan när de väljer att använda eller inte använda laborativa material, visade det sig att en stor del av lärarna ansåg att frågan om materialets tillgänglighet påverkade allra mest. Även överföring av lärande från konkret till abstrakt nivå och lärarkompetens har stor påverkan. Vad gäller lärarkompetens menar lärarna att deras kompetens i att använda materialet i undervisningen har stor påverkan i deras beslut. Den främsta anledningen till att matematiklärare inte använder laborativa material i större utsträckning, visade sig vara för att de anser att de inte har tillräcklig kompetens i att använda dem.

4. 2. 2 Förmåga att konkretisera och gynna samtliga elever?

Laborativa material ger eleverna möjlighet att se och röra matematik och inte bara se och höra den, med andra ord konkretisera mer abstrakta innehåll. Moch (2001) menar att många problem kan undvikas genom att låta eleverna arbeta med konkreta material inom ett visst matematikinnehåll, innan de arbetar med det på en mer abstrakt nivå. Moyer-Packenham (2001) undersökte hur lärare använder laborativa material för att undervisa i matematik. I studien beskriver hon att en fördel med laborativt material är att det ger eleverna en visuell överblick, och kan hjälpa dem att gå från ett konkret till abstrakt tankesätt.

Stein och Bovalino (2001) menar att laborativa material inte automatiskt ger en matematisk förståelse utan förser eleverna med ett konkret sätt att länka abstrakta uppgifter till redan befintliga kunskaper, för att ge det nya innehållet en mening.

Manipulatives can be important tools in helping students to think and reason in more meaningful ways. By giving students concrete ways to compare and operate on quantities, such manipulatives as pattern blocks, tiles, and cubes can contribute to the development of wellgrounded, interconnected understandings of mathematical ideas. (Stein & Bovalino, 2001, s. 356)

Citatet visar på att laborativa material kan vara viktiga verktyg i att hjälpa elever att tänka och motivera på mer meningsfulla sätt. Genom att ge eleverna konkreta sätt att jämföra och manövrera på kvantiteter, kan laborativa material såsom *pattern blocks*, pussel, plattor och kuber bidra till utvecklingen av välgrundade, sammanlänkade förståelser av matematiska idéer (Stein & Bovalino, 2001).

Det är vanligt att lärare använder laborativt material i syfte att göra lärandet roligare, något som visade sig i Moyer-Packenham (2001) studie. Både elever och lärare visade uppskattning över arbetet med materialet, då eleverna var aktiva och intresserade under de lektioner där laborativa material användes. Det visade sig att arbetet främjade elevernas lärande, och en lärare uttryckte att hon tror att eleverna lär sig genom att ha kul på lektionerna. Moch (2001) menar att det laborativa materialet bidrar till att inspirera och engagera eleverna. I hennes studie visade det sig att de elever som tidigare inte velat delta i undervisningen blev mer entusiastiska och såg fram emot att lära sig när de fick arbeta med laborativt material.

I studien av Cramer m.fl. (2002) undersöktes elevernas lärande genom att de delades in i två grupper och undervisades utifrån olika arbetssätt, den enda gruppen hade ett traditionellt arbetssätt och den andra gruppen ett laborativt. Det traditionella sättet innebar att eleverna fick göra beräkningar med hjälp av papper och penna, medan det laborativa arbetssättet innebar arbete med flertalet laborativa material och växlingar mellan olika representationsformer. Undersökningen visade betydande skillnader mellan de båda grupperna. Det visade sig att de elever som undervisats utifrån det laborativa arbetssättet, jämfört med eleverna från det traditionella arbetssättet, hade starkare begreppsförståelse, bättre förmåga att storleksbedöma bråk, och kunde generalisera och använda sin kunskap i andra områden.

4. 3 Användning av laborativt material vid bråkräkning

Bråk är ofta svårt för eleverna att förstå, och lärare behöver hitta effektiva sätt att undervisa om bråk. Naiser m.fl. (2004) studie hade som syfte att identifiera effektiva strategier för lärare att använda vid bråkundervisning. Om eleverna finner ämnet intressant och spännande är chansen stor att deras lärande förbättras. Studiens resultat delades upp i olika kategorier. Kategori ett handlar om strategier för att engagera, kategori två handlar om lärandestilar, kategori tre handlar om klassrumsmaterial, och kategori fyra handlar om att främja tänkande och reflektion. Mest intressant är kategori tre som berör vilka material läraren använder i undervisningen för att utföra aktiviteten och för att förklara begreppen. Resultatet visade att olika klassrumsmaterial användes beroende på läraren, men det var tydligt att i de klassrum som laborativa material inte förekom visade eleverna inte ett aktivt deltagande. Det framkom också att när eleverna inte använde laborativa material var de ofokuserade och höll på med annat som inte hörde till lektionen.

Lärarna gjorde lektionerna mer engagerande genom att eleverna fick praktiska erfarenheter av att använda laborativa material (Naiser m.fl., 2004). Det visade sig att materialet har många fördelar, genom att bidra till en aktiv lektion och vara ett effektivt sätt för eleverna att representera sitt tänkande, materialet bidrar även till att synliggöra elevernas lärande. Okunskap och bristande kompetens anses vara orsaken till att laborativa material inte används i högre utsträckning. Författarna menar att bråkundervisningen skulle gynnas om eleverna gavs fler möjligheter att arbeta med laborativa material.

Moyer-Packenham (2001) undersökte hur lärare använder laborativa material för att undervisa i matematik. Lärarna i studien beskrev att de använde laborativa material för att bland annat konkretisera likvärdiga bråk, och vid addition och subtraktion av bråk. De vanligaste materialen för bråkräkning hos de undersökta lärarna i USA var tangram, cuisinairstavar och bråktavlor. I de flesta fall använde eleverna materialen utifrån lärarens instruktioner och fick

därför inte möjlighet att utforska dem själva. Lärarna hade delade synsätt vad gäller syftet med att använda laborativa material i undervisningen. Några uttryckte att det gav en variation i undervisningen, andra lärare menade att de fungerade som visuell modell vid introduktion av nya begrepp och för att förstärka och berika elevernas begreppsförståelse. En lärare uttryckte att det är ett konkret sätt för eleverna för att förstå ett nytt område, men efter ett tag lär de flesta sig att tillämpa regeln utan det konkreta materialet. Vilket innebär att det är ett hjälpmedel för eleverna att gå från ett konkret till ett abstrakt tankesätt. Det visar sig att det finns samband mellan lärares uppfattningar av matematik, lärares uppfattningar av laborativa material och syften till att använda dem. Vad gäller lärares uppfattning om laborativa material uttrycker hon det enligt följande "A teacher's beliefs are intertwined with her/his actions." (Moyer-Packenham, 2001, s. 191).

4. 4 Teoretiskt ramverk

Analysen av empirin i denna studie utgår ifrån Heddens (1986) teori om tre olika faser eleverna genomgår i förståelsen och tillägnandet av matematiska begrepp. Den första fasen benämner han *Concrete stage*, andra fasen *Representational stage* och sista fasen *Abstract stage*. Eleverna kommer att ta sig igenom de olika faserna olika fort, vilket är helt naturligt. Vad som sker under de olika faserna förklaras här nedan.

Concrete stage: Introduktion av ett matematiskt begrepp sker med hjälp av laborativt material. Genom meningsfulla aktiviteter får eleverna möjlighet att utforska begreppet.

Representational stage: Det matematiska begreppet representeras med hjälp av bilder som symboliserar det laborativa materialet i förra stadiet. Eleverna får möjlighet att visa att de kan visualisera och kommunicera begreppet på en bildnivå.

Abstract stage: Här används matematiska symboler för att uttrycka begreppet. Eleverna visar sin förståelse av begreppet genom att använda ett matematiskt språk.

5. Metod

Följande avsnitt är ämnat för att presentera studiens metod, verktyg, vilka urval och avgränsningar som tillämpades, hur studien genomförts, etiska ställningstaganden, reliabilitet, validitet och analysramverk.

5. 1 Design

Utifrån studiens syfte och frågeställningar gjordes valet att genomföra kvalitativa intervjuer, då jag ville nå intervjupersonerna på djupet och få fylliga och nyanserade svar. Enligt Bryman (2011) är fördelar med kvalitativa intervjuer att tillvägagångssättet är flexibelt, och tyngden läggs på att lyfta fram intervjupersonernas egna uppfattningar och synsätt, vilket stämmer överens med studiens syfte.

Intervjuer kan genomföras med olika slags struktur (Bryman, 2011). Jag valde att använda en semistrukturerad intervjuform, vilket innebär att intervjuerna är öppna och inte helt styrda av en fråge- eller intervjuguide. I intervjuerna utgick jag ifrån intervjuguiden, men beroende på intervjupersonens svar kunde jag variera frågornas ordningsföljd och ställa de frågor som dök upp under pågående intervju. Intervjuformen bidrog till att intervjuerna rörde sig i lite olika riktningar beroende på intervjupersonernas olika intressen och ståndpunkter.

5. 2 Verktyg

Intervjuguiden (se Bilaga 1) strukturerades utifrån tre frågetyper: inledande öppna frågor, mellanliggande frågor och avslutande frågor (Bryman, 2011). De inledande frågorna gav svar på bakgrundsinformation och de avslutande frågorna bidrog till att knyta samman intervjun, men det var under de mellanliggande frågorna som störst vikt lades ner.

Valet gjordes att även inkludera fotografier (se Bilaga 2) till vissa av intervjufrågorna då jag var intresserad av intervjupersonernas kunskap om, syn på och inställning till några olika laborativa material för bråkräkning. Enligt Bryman (2011) kan fotografier bidra med flera positiva aspekter, såsom leda till meningsfulla diskussioner, hjälpa intervjupersonerna att reflektera kring bekanta saker och minnas bortglömda objekt eller subjekt. Fotografierna bidrog till ett djup i diskussionerna och det var betydligt enklare att diskutera olika laborativa material när det fanns en bild att peka på och samtala kring. Fotografierna bidrog också till att säkerställa att vi talade om samma material, då flera material har olika namn.

5. 3 Urval och avgränsningar

Sex stycken matematiklärare från årskurs 4, 5 och 6 på fyra skolor i Västsverige intervjuades under våren 2019. Skolorna skiljde sig åt vad gäller geografisk placering, har elever med olika socioekonomisk bakgrund, och varierande andel elever med utländsk bakgrund. Tre av skolorna är kommunala och en är fristående. Både ett bekvämlighets- och målinriktat urval tillämpades i studien (Bryman, 2011). Ett bekvämlighetsurval tillämpades i början då jag inledde med att kontakta en skola som jag kände till väl, men därefter gjordes ett målinriktat urval.

Kraven för de lärare som skulle väljas ut var att de var behöriga matematiklärare för årskurs 4-6. Det val som stod bakom de lärare som senare valdes ut styrdes inte utifrån ålder, kön, etnisk tillhörighet, antal års erfarenhet, i vilken utsträckning de använder laborativa material i bråkundervisningen eller liknande. Avgränsning gjordes till sex stycken intervjuer då jag utifrån ett tidsperspektiv och studiens omfattning ansåg att det inte skulle vara möjligt att genomföra fler. Tabell 1 nedan ger en överblick över urvalsgruppen, lärarnas namn är fiktiva för att öka konfidentialiteten.

Tabell 1.

Bakgrundsinformation om urvalsgruppen.

Namn	Josefine	Greta	Charlotte	Lena	Linda	Susanne
Antal års erfarenhet	1 år	35 år	2 år	20 år	15 år	3,5 år
Utbildning	Läro- utbildning	Läro- utbildning	Läro- utbildning	Läro- utbildning	Läro- utbildning	Läro- utbildning
Vidare- utbildning inom matematik	Nej	Ja, mattelyftet + en ytterligare	Nej	Ja, mattelyftet	Ja, mattelyftet	Nej

Josefine undervisar i en årskurs 4, och uttrycker själv ett stort intresse för att undervisa i matematik och poängterar att det är hennes favoritämne. Samtidigt upplever hon det också som en utmaning då det är stor spridning kunskapsmässigt mellan eleverna i klassen.

Greta undervisar i en årskurs 6, och säger att hon tycker det är roligt att undervisa i matematik. Hon har deltagit i matematiklyftet och gått en vidareutbildning inom matematik vid namn ”Matte att leka med”.

Charlotte undervisar i en årskurs 5, och uttrycker även hon att det är roligt men utmanande att undervisa i matematik. Det är roligt när eleverna får aha-upplevelser men en utmaning att nå de som har svårt för matematik och försöka förklara så att de förstår. En annan utmaning är att planera undervisningen så att den passar för elever på alla kunskapsnivåer.

Lena undervisar i en årskurs 4 och berättar att hon tycker det är väldigt roligt att undervisa i matematik. Hon uttrycker en stor entusiasm för ämnet och påpekar att det är ett levande ämne som lätt kan kombineras och integreras med andra ämnen. Hon har deltagit i matematiklyftet.

Linda undervisar i en årskurs 6, hon säger att det är roligt att undervisa i matematik och tycker att det har blivit roligare ju fler år hon har arbetat. Hon säger att hon har jobbat nerifrån och uppåt i åldrarna eftersom hon började med de små barnen för att slutligen arbeta på högstadiet. Hon menar att det synliggjorde den röda tråden som följer i skolan, och fick henne att inse hur viktiga grunderna är för att resten ska fungera. Linda har liksom Greta och Lena deltagit i matematiklyftet.

Susanne undervisar i två stycken årskurs 6, och uttrycker att det är roligt att undervisa i matematik. Hon nämner att det är ett utav hennes favoritämnen och att det är någonting hon vill utveckla på skolan.

5. 4 Genomförande

Intervjuerna initierades genom att lärare kontaktades via e-post och telefon, de som var intresserade av att delta kontaktades igen och en tid för intervju bokades in. Med hjälp av dessa kommunikationsformer fick deltagarna information om studien, men valet gjordes att inte skicka ut intervjufrågorna i förväg för att deltagarna inte skulle kunna förbereda sina svar. Intervjuerna genomfördes på deras arbetsplatser i en miljö som deltagarna själva valde, samtliga platser var lugna utan störningsmoment där det gick att samtala ostört. Innan intervjuerna fick deltagarna läsa igenom informationsbrevet (se Bilaga 3) och skriva under för att ge sitt samtycke till att delta i studien, och godkänna att intervjun spelades in. Intervjuerna började med inledande frågor om lärarnas bakgrund, utbildningar och nuvarande arbete, för att sedan övergå till mellanliggande frågor med koppling till studiens forskningsfrågor, och rundades av med en kort avslutande del. Samtliga intervjuer tog ca 30 minuter vardera.

Intervjuerna spelades in för att fånga intervjupersonernas exakta formuleringar, för att ingen information skulle missas och för att kunna genomföra en noggrann analys av materialet i efterhand. Efter varje intervju noterades i enlighet med Bryman (2011), hur intervjun gått, var den genomfördes, miljön och eventuellt andra upplevelser. Ljudinspelningen gjorde det möjligt för mig att vara lyhörd på intervjupersonens svar, kunna ställa spontana följdfrågor och få möjlighet att kunna gå igenom svaren i efterhand. Varje intervju har efter hand transkriberats, lästs igenom och analyserats. Löpande har empirin analyserats för att kunna relateras till befintlig forskning och teori.

5. 5 Etiska ställningstaganden

Genom studien har hänsyn tagits till individskyddskravet, som tillsammans med forskningskravet ingår i de forskningsetiska principerna (Vetenskapsrådet, 2002). Mer konkretiserat kan individskyddskravet uttryckas till *informationskravet*, *samtyckeskravet*, *konfidentialitetskravet* och *nyttjandekravet*. *Informationskravet* säkerställdes genom att intervjupersonerna innan intervjuerna genomfördes, informerades både muntligt och skriftligt via ett informationsbrev om studiens syfte, genomförande, villkor för deltagande, och vad den insamlade datan skulle komma att användas till.

I informationsbrevet (se Bilaga 3) tillfrågades om deltagande i studien, och genom att skriva under blanketten samtyckte intervjupersonerna till sitt deltagande. I brevet framgick information om frivillighet att delta och möjlighet till avbrott utan några vidare konsekvenser. Efter att ha fått deltagarnas samtycke har studien tagit hänsyn till *samtyckeskravet* (Vetenskapsrådet, 2002). I studien har samtliga personuppgifter avidentifierats genom att lärarna har fått fiktiva namn, skolornas namn och geografiska placering nämns inte utan enbart att skolorna är belägna i Västsverige. Alla uppgifter har förvarats så att ingen obehörig har kunnat ta del av dem. Dessa åtgärder bidrog till att säkerställa *konfidentialitetskravet*. *Nyttjandekravet* innebär att data som samlats in används till forskningsändamålet och inte till andra icke-vetenskapliga syften, i informationsbrevet framgick att allt insamlat material endast skulle användas i forskningssyfte.

5. 6 Validitet och reliabilitet

Reliabilitet handlar om forskningsresultatets tillförlitlighet, och i vilken utsträckning resultatet kan reproduceras vid andra tidpunkter och av andra forskare (Kvale & Brinkmann, 2009). För att öka möjligheten att replikera studien har tillvägagångssättet noggrant beskrivits, likaså hur intervjupersonerna valts ut. En styrka med kvalitativa intervjuer är att de synliggör personliga uppfattningar och synsätt, men som intervjuare finns en risk att jag kan ha påverkat intervjupersonernas framställning, och de kan ha ändrat sina svar eller sin uppfattning under intervjun. Reliabiliteten ökade i och med att samtliga intervjuer genomfördes och transkriberades av mig.

Validitet handlar om giltighet, sanningshalt och styrkan i ett yttrande, och är ett mått på hur väl studiens resultat stämmer överens med verkligheten (Kvale & Brinkmann, 2009). Samtliga lärare som deltagit i studien är behöriga och verksamma matematiklärare, vilket var ett krav för att få delta. Validiteten i den här studien stärktes genom att frågeställningar och intervjuguide diskuterades tillsammans med en klasskamrat. Likaså bidrog frågeordningen till att ytterligare stärka validiteten, då jag valde att fråga intervjupersonerna om hur de undervisar om addition och subtraktion av bråk innan jag ställde frågan om några laborativa material förekommer i undervisningen. Eftersom flera av lärarna nämnde laborativt material redan på den första frågan styrker det sanningshalten i deras uttalanden.

5. 7 Analysramverk

I analysen av resultatet har Heddens (1986) modell om de tre faserna använts, liksom tidigare forskning (se mer under rubrik 4).

6. Resultat

I detta kapitel presenteras insamlat material från de sex intervjuerna. Resultatet kommer sedan i efterföljande diskussionsavsnitt att analyseras i relation till tidigare forskning och teoretiskt ramverk. De huvudrubriker som kommer att presenteras är *Användning av laborativa material* och *Syftet till användning*. Under *Användning av laborativa material* presenteras vilka material lärarna använder, hur dessa används i undervisningen, av vilka elever de används, och i vilken utsträckning de vill att eleverna ska använda dem. Under *Syftet till användning* ger lärarna sin förklaring till varför de använder laborativa material i sin undervisning om addition och subtraktion av bråk.

6. 1 Användning av laborativa material

Detta avsnitt innehåller en sammanställning av lärarnas samlade svar kring användningen av laborativa material i sin undervisning om addition och subtraktion av bråk. Först presenteras vilka material lärarna använder, sedan hur dessa används i undervisningen, av vilka elever de används, hur tillgängligt materialet är, och slutligen i vilken utsträckning lärarna vill att eleverna ska använda dem.

6. 1. 1 Vilka material används vid bråkräkning?

När var och en av lärarna fick frågan om de använder laborativa material i sin undervisning om addition och subtraktion av bråk, och i så fall vilka material, fick jag följande svar. Josefine uppger att hon använder laborativt material såsom stora magnetiska bråkcirklar, mindre magnetiska bråkcirklar, bråkplank och små whiteboardtavlor. Stora magnetiska bråkcirklar är något som Greta också säger att hon använder, men också bråkplank även det magnetiskt för att lätt kunna sättas upp på tavlan. Utöver det har eleverna i Gretas klass varsitt mindre bråkplank på papper och en linjal med bråktal utplacerade på en tallinje (se Bilaga 2, bild 5).

Även Charlotte berättar att hon använder stora magnetiska bråkcirklar, och en uppsättning med mindre bråkcirklar. Till de elever som behöver mer stöd finns ett material i form av runda pizzor i olika bråkdelar som kommer ifrån specialpedagogen. Samtliga elever har även eget material i form av bråkcirklar som följt med läroboken. Liksom de andra använder Lena stora magnetiska bråkcirklar i sin undervisning, men i viss mån även mindre bråkcirklar.

När Linda får frågan om vilka material hon använder vid addition och subtraktion av bråk, börjar hon med att säga:

Alltså jag använder nog det mer när jag introducerar bråk, när jag jobbar med hur stor är en halv, och en fjärdedel och jämför och lägger på varandra och lite sådär. Och inte så mycket just när jag jobbar med addition och subtraktion och bråk.

De material som används under introduktion och i viss utsträckning även under addition och subtraktion av bråk är: bråkplank, runda magnetiska pizzor, men också bråkcirklar i olika storlekar. Eleverna har även fått tillverka egna bråkplank att kunna ha på bänken.

För Susanne är det bråkplanket som används mest, både i en större magnetisk version för tavlan men också en mindre variant som fungerar som en lathund för eleverna. Olika tallinjer har hon tillverkat själv av papper som hon laminerat och sedan fäst ett snöre och en pärla på

för att göra det tydligare för eleverna. Bråkcirklar används också, men inte magnetiska utan i papper även dem egentillverkade genom en utskrift från datorn som lamineras. Till en början användes cuisenairstavar, men eftersom de inte gav önskad effekt så valde hon att inte arbeta med dem mer under det här arbetsområdet.

Det framkom att samtliga sex lärare använder laborativt material i sin bråkundervisning, om än i olika stor utsträckning. De vanligaste materialen visade sig vara bråkcirklar, bråkplank, och tallinje.

6. 1. 2 Hur används materialen?

När lärarna fick frågan om hur de olika laborativa materialen används i klassrummet vid arbete med addition och subtraktion av bråk, framkom följande svar.

Josefine berättar att de laborativa materialen används både av henne under genomgångar, av eleverna vid grupparbete och vid enskilt arbete. Vid genomgång av addition och subtraktion använder hon främst de magnetiska bråkcirkelarna, och hon säger att de får sitta kvar på tavlan under hela arbetsområdet för att för ska finnas tillgängliga för eleverna att använda och studera. Hon säger: ”Jag tänker att om de ser mycket på tavlan så kanske de lägger märke till det i sitt undermedvetna.”. Hon berättar att de mindre bråkcirkelarna mest används av några enskilda elever vid enskilt arbete för att konkretisera vid addition och subtraktion. Likaså används bråkplanket mest vid enskilt arbete. Alla elever har en varsin mindre whiteboardtavla som de kan måla och kladda på, eller så kan hon måla på den för att visa eleverna om de behöver hjälp. Hon menar att det mycket blir cirklar av enkelhet, eftersom eleverna går i fyran och läroboken använder sig av det. Men hon poängterar att de pratar om andra geometriska figurer, och kompletterar med uppgifter som handlar om andra figurer för att eleverna inte ska tro att bråk bara handlar om cirklar. Hon uppmanar eleverna att måla mycket och använda sin whiteboardtavla.

Greta berättar att det laborativa materialet används både vid genomgång när hon exempelvis instruerar addition av bråk för eleverna på tavlan, men också av eleverna vid enskilt arbete. De stora bråkcirkelarna och bråkplanket med magneter använder hon främst vid instruktioner på tavlan, men eftersom de får sitta kvar på tavlan kan eleverna vid behov gå fram och använda det eller låna med det till bänken. Alla elever har fått eget material i form av bråkplank i pappersform, och en linjal med tallinje som de kan använda vid enskilt arbete. Precis som Greta förklarar Charlotte att de stora magnetiska bråkcirkelarna främst används av henne när hon instruerar framme på tavlan.

Och jag lät ju de här cirklarna sitta uppe på tavlan, och framförallt i fyran när vi började gå igenom bråk så satt de på tavlan. Och då gjorde jag så att jag satte ihop liksom en tredjedel och två sjättedelar, och så att man såg att en tredjedel är två sjättedelar [...] så att de mixade och matchade jag lite. Och det gick ju barnen själva fram och pillade med också, flyttade runt och sådär.

Om det är någon elev som inte har förstått under instruktionen så berättar Charlotte att hon brukar förklara det en gång till för den eleven, och använder då oftast pizzorna eller de stora bråkcirkelarna för att förtydliga. Hon berättar också att hon brukar rita för att eleverna ska förstå, och istället för cirklar ritar hon kvadrater eftersom hon menar att det är enklare och blir tydligare än att rita cirklar.

Lena berättar att hon använde bråkcirklarna på följande sätt när hon introducerade addition och subtraktion av bråk.

Ja när vi gick igenom det då tog jag först väldigt enkelt jag hade en liten grupp då, en del som hade det ganska svårt så jag var tvungen att vara, då hade jag de här bråkcirklarna. [...] Alltså en fjärdedel där plus två fjärdedelar och så vad det blir, tre fjärdedelar. Så mycket konkret.

Hon fortsätter att berätta:

Ja men vi hade de här bråkcirklarna där, just för att se det tydligt att två fjärdedelar är lika mycket som en halv. Alltså det är jättesvårt att tänka i huvudet för många, mycket att man ritar också det brukar jag säga till dem att de ritar. Men vi hade de här på tavlan så när en del gjorde additioner till exempel en tolfedel plus tre tolfedelar, så fick de ändå även om det var så enkelt, ändå sätta upp på det tavlan och se vad det blir. För det är svårt om man inte har hittat den tekniken att man bara adderar nämnaren då, eller täljaren däruppe menar jag.

Utöver bråkcirklarna säger hon att hon ritar mycket för eleverna för att konkretisera, och ritar då hellre chokladkakor än tårter. Hon säger:

För det är nästan lättare att dela in det i delar, jag kan inte rita heller och när man ska göra femtedelar i en cirkel så har jag lite svårt att de blir lika stora då, men om man har mer raka så är det enklare. Så chokladkakan tycker jag är att föredra framför tårtan.

Eleverna får olika synsätt genom att de får arbeta med bråk i olika former menar Lena. Utöver de stora magnetiska bråkcirklarna finns det även mindre bråkcirklar som eleverna kan arbeta med själva, men hon säger själv att dessa inte har kommit till användning särskilt mycket i nuvarande klass, eftersom det istället har blivit så att eleverna har kommit fram och lånat de stora bråkcirklarna från tavlan. Linda betonar att det krävs viss förförståelse innan eleverna kan börja arbeta med addition och subtraktion av bråk.

Först och främst tänker jag att barnen behöver ha en bra grund i bråk, att de vet vad de olika delarna är och att de kan se dem framför sig. Så att de sen när de ska addera dem eller subtrahera dem kan se att en fjärdedel är en större bit än en åttondel, hur mycket större och sådär, så att de kan verkligen jämföra dem. Och sen ritar jag mycket, jag använder inte så mycket laborativt material men jag ritar väldigt mycket.

Hon berättar att hon använder materialet på tavlan vid genomgång, och att eleverna vid enstaka tillfällen får arbeta med det själva, men hon ger inga exempel på hur det går till. Linda betonar att det är viktigt att ha tänkt igenom noga vad eleverna ska lära sig för att de inte ska uppfatta det laborativa materialet som en rolig grej att bygga.

I Susannes klass använder eleverna bråkcirklarna väldigt konkret. Hon säger:

Jo de fick ha bråkcirklar, så till exempel två femtedelar fick de ha och så fick de lägga ihop tre femtedelar, så fick de se aha då blir det en hel och liksom så vidare. De fick hålla på och bygga upp de här bråkcirklarna och så.

Tallinje används också mycket, och hon förklarar att det finns tallinjer med olika gradering beroende på uppgifterna. För eleverna blir det väldigt tydligt eftersom de med hjälp av snöret och pärlan kan flytta pärlan det antal steg som additionen visar.

Och även på tallinje fick de ha, så om vi har en hel då fyra fjärdedelar är en hel så fick de 'ah okej två fjärdedelar och så en fjärdedel' ah då såg de just det då blir det tre fjärdedelar. Så även tallinjen jobbade vi mycket med, och sen återigen lite beroende på hur långt de hade kommit i

förståelse för det och så, så fick de gå vidare eller några fick va kvar ganska länge nästintill hela arbetsområdet när vi jobbade med det, att de fick va kvar med laborativt material eller de här bråkcirklar och tallinje och det.

Det magnetiska bråkplanket förklarar hon användes på tavlan mest i början av arbetsområdet när hon skulle introducera addition och subtraktion av bråk för eleverna, men eleverna fick använda det om de ville så vid enstaka tillfällen lånade någon elev materialet. Däremot så har samtliga elever en mindre version av bråkplanket i papper som fungerar som en lathund, Susanne menar att det är ett bra material för att tydliggöra storleksförhållanden mellan stambråken.

Även en sån här liten bråktavla, en hel är samma sak som två andredelar, tre tredjedelar, fyra fjärdedelar att de behövde den som en, lite som man har en multiplikationstabell så fick de ha en liten bråktavla på sina bänkar.

Susanne lyfter fram att de hittills bara adderat och subtraherat bråktal med samma nämnare. Vad gäller användningsfrekvensen säger hon att de har en längre matematiklektion på fredagar då de laborativa materialen används mest, men det används även under övriga lektioner.

Sammanfattningsvis går det att konstatera att de laborativa materialen används av både lärare och elever. Lärarna använder främst det när de introducerar för eleverna på tavlan, medan eleverna använder det vid både enskilt arbete och grupparbete. Svaren pekar på att cirklar är den vanligaste figuren hos samtliga, men flera lärare lyfter fram att de försöker variera och inkludera även andra figurer.

6. 1. 3 Vilka elever använder materialet?

På frågorna om hur tillgängligt det laborativa materialet är, om alla elever använder det eller om det används mer av vissa, svarade lärarna enligt följande.

Josefine säger att materialet givetvis kan användas av alla elever, och att det förvaras i ett särskilt skåp i klassrummet där det är lättillgängligt. Hon förklarar att det ofta är samma elever som hämtar materialet, för hon menar att de som redan har det abstrakta tänkandet ser bilder i huvudet utan att behöva använda konkret material. ”Det här är för att synliggöra för dem som behöver få en bild på det.” Greta svarar att materialet finns tillgängligt i klassrummet så det är bara för eleverna att hämta, men det är framförallt vissa elever som använder det eftersom inte alla har behovet. ”De finns ju bara att ta fram. Sen är svårigheten att de som behöver det vill inte ha det.”

Charlotte berättar att materialet förvaras i ett skåp framme vid tavlan i klassrummet och eleverna kan hämta det när de vill. Liksom Greta lyfter Lena fram att det endast är vissa elever som använder det laborativa materialet, eftersom inte alla anser att de har behov av det. Även om hon menar att det ibland hade varit bra för alla att använda det. Linda betonar att det är hon som tar fram laborativt material om hon känner att det behövs under lektionen, eleverna måste därför prata med henne om de skulle vilja använda något. ”För det är inte så att de går i skåpen, utan jag tar fram det om jag känner att det behövs.”

I början av arbetsområdet använde alla elever i Susannes klass laborativt material. Hon sa att de först hade en introduktion av alla material, då fick eleverna testa på dem för att alla skulle

ha fått använda dem minst en gång. Sen blev det successivt att några släppte materialet tidigt medan andra ville ha det kvar. Hon sa att vissa elever länge hade det vid sidan om när de satt och räknade. Under hela arbetsområdet med bråk så fanns materialet tillgängligt i klassrummet, eleverna kunde därför gå och hämta det om behovet fanns.

6. 1. 4 Utsträckning

En av frågorna handlade om i vilken utsträckning lärarna vill att eleverna ska använda det laborativa materialet, då framkom följande svar. Josefine tycker det är väldigt önskvärt att eleverna använder materialet så länge som de behöver det, och menar att de till slut kommer att hitta en strategi för att använda metoderna utan material, att de kan tänka i de bilderna ändå. Hon menar att det tar lite längre tid med materialen men att det måste få vara så i början tills de lärt sig. ”Ja för alltså det är klart att de får använda det när de behöver det, men då tycker de själva att de inte behöver det och att det bara är onödigt.”

Greta säger att hon tycker att det är väldigt bra att eleverna använder laborativt material för då förstår de innehållet. ”Nu vet de ju att en femtedel är mindre än en fjärdedel men då måste de ha jobbat mycket med det och visat och tittat, annars förstår de det inte.”. Hon lyfter också fram att svårigheten är att de som hon anser behöver använda laborativt material inte vill använda det. Charlotte berättar att hon vill att eleverna ska använda det så mycket som det behövs, men att de ibland slarvar med materialet för att de inte ser värdet i att använda det, och känner att de förstår ändå. ”Men jag hade nog gärna sett att de lite mer tar för sig där, att de vågar visualisera det på det sättet, för det är nog fler som behöver det än som gör det.”

Det laborativa materialet ska användas så mycket som eleverna behöver, säger Lena. Hon menar att det ibland kan vara så att de som har svårt för matematik tycker det är pinsamt att de behöver använda material, men hon är glad över att det inte har varit så i hennes klass utan vem som helst kan använda material om de känner för det. ”De ska använda det om de behöver det, och inte att det blir pinsamt för att man inte fattar utan det är helt naturligt att man har sånt material.”

Linda har en annan inställning än övriga tillfrågade lärare och betonar att hon inte vill att eleverna ska bli beroende av materialet, utan släppa det så snabbt som möjligt. Hon säger:

Jag vill det (att eleverna använder laborativt material) i ett första skede och sen vill jag att de ska lära sig att se det i huvudet så att de kan använda kunskapen, för att de måste komma till det abstrakta och kunna se det framför sig. [...] att man kan släppa materialet och ha det med sig ut i inuti, så därför pratar vi jag brukar säga det till eleverna att du måste försöka se det här och ibland har jag lektioner när jag inte tar fram det och säger 'nu försöker vi se det här framför oss i huvudet'. För att tydliggöra att man måste försöka se det själv inuti och göra inre bilder.

Att alla elever åtminstone en gång har testat på att använda materialet är något som Susanne tycker är viktigt. ”Även de som redan från början kanske hade förståelse för det, men att det liksom kanske blir mer tydligt för dem. Så jag ville att alla skulle testa på i alla fall, det ville jag.”. Sen poängterar hon att de såklart inte är tvungna att använda material hela tiden, men hon säger att alla eleverna tyckte det var roligt, även de som redan hade kunskaper ville få laborera med materialet. Målet är att materialet ska hjälpa eleverna att greppa innehållet och få en djupare förståelse.

6. 2 Syftet till användning

I detta avsnitt ger lärarna sin förklaring till varför de väljer att använda laborativa material i sin undervisning om addition och subtraktion av bråk. När lärarna fick frågan varför de använder materialet gick det att urskilja två framstående anledningar: för att främja elevernas kunskapsutveckling, och för att stärka elevernas självförtroende.

6. 2. 1 Främja elevernas kunskapsutveckling

Josefine uttrycker anledningen till att eleverna använder laborativt material så här:

Då synliggörs vad det är de håller på med och det blir enklare för dem att tänka. Med konkret material får de hjälp att tänka det abstrakta och det gynnar deras kunskapsutveckling i längden för att då lär de sig och så har man gjort det många gånger så kommer man till slut kunna det utan till.

Josefine ger exempel på uppgifter eleverna nyligen fått som handlade om bråktal och som de skulle lösa på olika sätt, ett av dessa sätt var med hjälp av konkret material. Uppgifterna genomfördes tillsammans med syftet att eleverna skulle utveckla sin kommunikativa förmåga, men även kunna lösa ett problem och förklara lösningen på olika sätt. Att användningen av laborativa material gynnar samtliga elever är något som Greta hävdar:

Det är ibland sådär att om de inte förstår är det alltid det här att visa, då kan man också rita i början. Nu krävs det i sexan till exempel att de skall kunna ställa upp och visa en uträkning på det, och att de ska omvandla. När det står i början en tolfedel plus en fjärdedel [...] det är inte lätt, så det måste vara konkret, och det kan jag tänka det har vi inte jobbat med på ett tag så det har de glömt bort.

Charlotte menar att det laborativa materialet visualiserar bråket på ett tydligare sätt:

Ja men det är väl just det, att på ett tydligare sätt visualisera bråken, att visa att det inte är bara en siffra utan att det står för någonting. Inte bara liksom att det står en siffra och ett streck och så en siffra under, så att det liksom är lite mer att man kan ta på det på något sätt. Okej en tredjedel betyder att det är en av tre delar, sådär.

Elevernas utveckling gynnas av det laborativa materialet, och särskilt de lite svagare eleverna berättar Charlotte. Det hon har märkt är hur stor betydelse språket har, och hon försöker anpassa sitt språk för att nå alla elever. Vissa har svårt att förstå innebörden av en tredjedel eller en fjärdedel och så vidare, och hon brukar därför istället säga att det är en av tre delar, en av fyra delar och så vidare.

Lena menar att det laborativa materialet gör undervisningen mer visuell, hon lyfter fram att undervisningen måste ta hänsyn till alla elevers olika lärandestilar. Det är viktigt att eleverna får laborera, jämföra, testa sig fram, utforska, komma på saker själva, och därmed få möjlighet att förstå innehållet på ett annat sätt än bara med siffror. Hon säger:

Det här när man 'ah nej men titta det här är lika mycket... nej det här är inte lika mycket, nej då är det...' att de diskuterar och tänker matte, inte bara att det blir 'så här är det' utan 'men kolla här' att de får tid att utforska, och möjlighet att utforska. Det hade de inte gjort om de bara hade haft siffrorna sådär. Det är så roligt när de kommer på såna där grejer 'ah kolla det här är lika mycket, titta den är lika stor som den' eller så. Så det blir lite aha-upplevelser.

Användningen av laborativa material menar hon främjar alla elevers inläring. Vissa använder det längre och andra kortare tid, men oavsett betonar hon att det är en stor hjälp för dem att få se det konkret innan de når en abstrakt nivå. Hon lyfter fram att materialen är en hjälp när eleverna ska lära sig begrepp och utveckla det matematiska språket, och hon är själv noga med att hon använder rätt begrepp i klassrummet för att eleverna ska ta efter och använda begreppen på ett naturligt sätt. Hon säger att det var under matematiklyftet som hon fick ögonen för hur viktigt språket är. Eleverna får ofta sitta tillsammans i par eller mindre grupper och arbeta med materialet och det gynnar deras kommunikation. Lena menar att gruppindelningen är väl genomtänkt och kan var utformade för olika syften, som till exempel kan hon para ihop två elever som är på olika nivåer kunskapsmässigt för att den ena ska förklara för den andra, eller är de på samma nivå och ska lista ut uppgiften tillsammans.

Linda menar att eftersom det blir väldigt abstrakt att prata om en fjärdedel och inte visa vad en fjärdedel är, så är det nödvändigt att antingen rita eller konkretisera med det laborativa materialet. Detta för att vara säker på att alla elever vid start åtminstone har sett samma bild för att kunna skapa en gemensam grund ”Man har ingen aning om vad barnen ser inne i sitt huvud om du säger en fjärdedel, men då har du i alla fall presenterat en bild så kan du hoppas att många ändå har med sig den.”. Vad gäller huruvida materialet gynnar elevernas kunskapsutveckling så är hon helt övertygad om att det gör det. Linda liksom Charlotte och Susanne, menar att det laborativa materialet bidrar till att eleverna kommunicerar matematik, vilket gör det till ett effektivt material i syfte att utveckla den förmågan. Linda säger:

Alltså ofta när man använder laborativt material så får man syn på hur de kommunicerar matte, så det kanske ibland är syftet att jag ska höra hur de pratar matematik och att få dem att prata matematik. För det är lättare för dem att prata om ett konkret material ibland än att prata om en fråga eller liksom ett mattetal, det blir fler samtal. Speciellt om man har tänkt igenom noga sina egna frågeställningar så att det finns vissa som blir... att det kanske finns flera rätta svar eller att de kan läsa det på många olika sätt, eller att det blir lite klurigare så att de kan utmana varandra lite grann i sina tankar.

Susanne säger också att när hon hör eleverna resonera och diskutera får hon möjlighet att se var de behöver stöttning och kan flika in och hjälpa dem vidare. Liksom de andra lärarna ser Susanne att elevernas kunskapsutveckling främjas i och med användningen av laborativt material. För de elever som har ett behov av att arbeta konkret och kunna se och ta på det har det verkligen varit en uppenbarelse, menar hon. Till skillnad från de andra lärarna lyfter Susanne fram att hon använder det laborativa materialet i syfte att variera sin undervisning och försöka nå fram till samtliga elever. Hon poängterar att elever lär sig på så många olika sätt, därför försöker hon variera undervisningen så mycket som det går med hjälp av olika arbetssätt.

6. 2. 2 Stärka elevernas självförtroende

Josefine betonar även att det laborativa materialet är viktigt i syfte att stärka elevernas självförtroende.

Om de sitter i matteboken och så kan de inte lösa nånting om de istället börjar måla upp då blir det också att de känner att jag kan faktiskt lösa det här, ja visst jag får använda lite konkret material men det är inget dåligt med det. Så det är också faktiskt lite med deras självförtroende, det blir det också.

Bra självförtroende är något som Josefine betonar som viktigt när det gäller matematik, och självförtroendet hänger mycket ihop med huruvida eleven tycker ämnet är kul eller inte. Hon säger:

Dels gynnar det kunskapsutvecklingen såklart men också deras självförtroende för det blir väldigt mycket i matten, alltså har man bra självförtroende i matte då tycker man det är roligt. Och det blir tvärtom, alltså går det aldrig bra i matten du får alltid dåligt på prov eller det går alltid dåligt i matteboken, eller du kommer ingen vart då blir det inte roligt. Men med lite konkret material så kan de ändå lösa ganska många uppgifter och komma framåt och få lite mer självförtroende.

Liksom Josefine nämner även Linda att hon märker att elevernas självförtroende gynnas positivt av att de använder materialet.

För när de har jobbat mycket med konkret material när de är små också så kan de ändå tänka att bråk... jag fattar bråk. Och då har de med sig det självförtroendet vilket kan vara väldigt viktigt. [...] då känner de att de kan det, och de förstår detta 'och här har jag en halv och här har jag en fjärdedel' och jag lägger den på och jag ser att det saknas en halv, att det liksom... då känner de att jag kan bråk, det är inte så svårt. En del går in (med inställningen att) det här är jättesvårt och då låser det, eller det kan låsa vissa elever så att de inte vågar riktigt testa eller försöka eller komma längre.

Sammanfattningsvis är det tydligt att syftet till användningen handlar om att främja elevernas lärande genom att synliggöra deras tänkande, konkretisera och visualisera abstrakta begrepp, variera undervisningen och ta hänsyn till elevers olika lärandestilar. Genom att användningen dessutom stärker elevernas självförtroende leder det på sikt också till att lärandet främjas.

7. Diskussion

Följande avsnitt kommer att inledas med en metoddiskussion, som sedan följs av en resultatdiskussion där huvudresultatet förklaras djupare, argumenteras och kopplas till tidigare forskning och teoretiskt ramverk.

7. 1 Metoddiskussion

Att använda kvalitativa intervjuer som metod fungerade väl för att uppfylla mitt syfte och besvara frågeställningarna. Om fler personer deltagit i studien, eller om intervjuerna hade varit mer ingående hade jag fått ett resultat med högre tillförlitlighet och möjlighet till generalisering. Studiens omfattning hindrade mig från att göra en mer djupgående undersökning. Generalisering handlar om huruvida resultatet kan överföras till andra personer och situationer (Kvale & Brinkmann, 2009). Från den här studien går det inte att dra några generella slutsatser om hur resultatet förhåller sig till övriga landet. För att öka tillförlitligheten hade triangulering kunnat tillämpas i studien. Bryman (2011) beskriver att triangulering innebär att mer än en metod används och det undersökta studeras utifrån flera synvinklar. Ofta kombineras en kvalitativ metod med en kvantitativ för att de ska stärka varandra och därmed öka resultatets tillförlitlighet. Kvale och Brinkmann (2009) poängterar att även om en ökning av resultatets reliabilitet är eftersträvansvärt får det inte motverka kreativitet och variation hos intervjuaren. Vilket kan tolkas som att reliabiliteten bör tas hänsyn till i studier men inte helt styra dess genomförande.

Efter att några genomförda intervjuer noterades att intervjuguiden behövde finslipas något för att intervjuerna skulle generera rätt data, och således kunna besvara frågeställningarna. De tre sista intervjuerna kom därför att generera djupare svar eftersom min intervjuteknik hade förbättrats, och därmed en medvetenhet kring hur frågorna skulle ställas och vilka följdfrågor som krävdes för att nå målet. För att undvika detta scenario hade intervjuguiden kunnat testas i en pilotstudie för att säkerställa att alla frågorna var väl genomtänkta och välformulerade. Vidare framkom det inte hos alla lärare hur de konkret använder det laborativa materialet, det var väldigt få som gav exempel. Det kan mycket väl ha att göra med min intervjuteknik, liksom hur jag ställde frågor och följdfrågor. Hade lärarna ombetts att exemplifiera hade de med stor sannolikhet säkert gjort det. Vid urvalet ställdes inte frågan om huruvida lärarna använde laborativt material i bråkundervisningen eller inte, utan det visade sig vara en tillfällighet att samtliga lärare som undersöktes använder laborativt material i sin undervisning.

7. 2 Resultatdiskussion

I följande del förs en diskussion kring resultatet utifrån tidigare forskning och teoretiskt ramverk.

7. 2. 1 Vilka material används vid bråkräkning?

Sammanfattningsvis visade det sig att de sex intervjuade lärarna använder liknande material i sin undervisning om addition och subtraktion av bråk. Samtliga lärare uppgav att bråkcirklar i någon form används i undervisningen, om än i olika stor utsträckning. Likaså visade sig bråkplanket vara populärt, fyra av lärarna använder dem antingen i mindre eller större format,

eller båda två. Vad gäller tallinje så är det flera som nämner att de använder det i samband med bråk, men det är endast Susanne som ger konkreta exempel på hur tallinjen kommer till användning under addition och subtraktion av bråk. Moyer-Packenham (2001) menar att de vanligaste laborativa materialen för bråkräkning hos lärare i USA är tangram, cuisenairestavar och bråktavlor. Tangram eller cuisenairestavar var inget material som användes av lärarna i den här studien. Däremot var tangram något som de flesta lärare ställde sig positiva till att använda, men de hade ingen kunskap om att det går att använda vid addition och subtraktion, och än mindre hur det skulle kunna gå till.

Det visade sig att cirklar hade en oerhört stark ställning i bråkundervisningen, då samtliga lärare uppgav att de används i någon form i undervisningen. Hos två av lärarna, Charlotte och Lena, visade det sig dessutom att det är det enda laborativa material som de använder, medan Josefine menar att cirklar är det som används allra mest. Charlotte lyfter däremot fram att hon brukar rita mycket som komplement till det fysiska materialet, och då uppger hon att hon ritar kvadrater istället för cirklar eftersom det är enklare och tydligare. Lena säger också att hon ritar mycket och då föredrar hon *chokladkakor* framför *tårtor* av enkelhet, eftersom hon menar att de är lättare att dela in och få delarna lika stora. Utifrån deras svar är det tydligt att de använder andra geometriska figurer såsom kvadrater eller rektanglar av enkelhet, och inte med syftet att variera representationsformer, eller motverka att elever fastnar i en felaktig uppfattning om att bråk är kopplat till en viss form eller figur.

Josefines förklaring till att det blir mycket cirklar är också av enkelhet, eftersom eleverna går i fyran och för att läroboken använder sig av det. Däremot poängter hon att de pratar om andra geometriska figurer och kompletterar med uppgifter som handlar om andra figurer för att eleverna inte ska tro att bråk bara handlar om cirklar. Detta bekräftas av Malmer (1999) som menar att *tårtbitar* ofta används för att illustrera bråk. Hon säger samtidigt att det inte är fel att använda cirklar, men risken finns att elever fastnar allt för mycket vid formen och tror att bråk bara kan relateras till cirklar. Det är viktigt att eleverna både får möta och räkna med bråk där helheten har varierande utseende, för att de inte ska få en felaktig uppfattning om att bråk i sig representerar en viss storlek (Bergius m.fl., 2016). I Charlotte och Lenas undervisning framgår det endast att eleverna får möta en annan geometrisk figur, men inte huruvida de får räkna med dem. Det här är något som kan anses som problematiskt då risken finns att eleverna får en uppfattning som är missvisande och på sikt kan vara svår att motarbeta.

7. 2. 2 Hur används materialen?

Det visade sig att samtliga lärare använder de laborativa materialen vid introduktion av nya begrepp, vilket gör att eleverna får en bild av det som möjliggör skapandet av inre bilder. Detta stämmer väl överens med Heddens (1986) första fas *concrete stage*, som handlar om att eleverna får möjlighet att konkretisera nya begrepp med hjälp av material. Josefine, liksom Charlotte, Lena och Linda lyfter även fram att de i nästa steg ritar bilder för att konkretisera begreppet. Det går i linje med den andra fasen *representational stage*, som innebär att eleverna får visualisera på en bildnivå.

Susanne säger att eleverna hittills bara har adderat och subtraherat bråktal med samma nämnare, och från Lenas exempel visar det sig att de inte heller kommit längre än till operationer med samma nämnare. Det är endast Greta som beskriver att materialet används vid addition av bråk med olika nämnare, till exempel en tolfteedel plus en fjärdedel. Därför är det

svårt att dra någon slutsats om på vilket sätt materialet används vid addition eller subtraktion av bråk med olika nämnare. Enligt Stigler och Hiebert (2009) är det i USA vanligt att först introducera eleverna för addition av bråk med samma nämnare, för att sedan gå vidare till addition med olika nämnare. Även Löwing (2017) skriver att det i bråkundervisningen är vanligt att inleda med addition och subtraktion av bråk med samma nämnare.

Precis som Sveider (2016) betonar, är en kritisk aspekt vid addition av bråk att det endast är täljarna från bråkuttrycken som adderas, medan nämnarna fortsätter att vara oförändrade. Under intervjuerna var det enbart en lärare, Lena, som nämnde detta i termer av att det är svårt för eleverna om de inte har hittat tekniken att det bara är täljaren som ska adderas. Lärarna ställdes inte frågan vad som är kritiskt när elever ska lära sig addition och subtraktion av bråk, men eftersom det ingår i räknereglererna för både addition och subtraktion är det ändå intressant att inte fler lärare betonade det i sina svar.

Lärarna ställdes inte heller frågan om de kopplar undervisningen till vardagliga situationer, men det framkom i svaren från Charlotte, Linda och Lena. Charlotte lyfte fram att hon associerar bråk till att dela lika eftersom det är bekant för eleverna, till exempel dela en pizza i lika stora bitar. Linda lyfte fram att hon kopplar bråk till procent tidigt eftersom eleverna har kunskap om procent på grund av batterisymbolen på mobilen. Lena brukar arbeta med jämförelse och rättvisa när det gäller bråk, eftersom hon menar att rättvisa och orättvisa är något som eleverna har koll på, och det är effektivt eftersom eleverna kopplar det till sin vardag. Att koppla undervisningen till vardagliga situationer är något som Skolverket (2018) och Löwing (2016) lyfter fram. Löwing (2016) menar att rättvisa är effektivt att koppla till bråk då det ofta är något som eleverna har med sig från yngre år och därför har en förståelse för. De flesta har en förståelse för att storleken av en halv är beroende på ingångsvärdet.

Linda menar att eleverna måste inneha vissa grundläggande kunskaper innan de kan börja med operationer av bråk, och lyfter fram att de behöver ha kunskap i storleksförhållanden och proportionella samband mellan olika bråktal. Löwing (2016) och Bergius m.fl. (2016) bekräftar att grundläggande begrepp såsom nämnarens och täljarens innebörd, och relationen dem emellan är nödvändiga förkunskaper. Eleverna behöver tillräckligt med tid för att befästa de grundläggande begreppen, och därmed undvika vanliga missuppfattningar (Cramer m.fl., 2002). Linda är också den av lärarna som betonar vikten av att ha en genomtänkt undervisning och mål med varje lektion. Dels för att inte det laborativa materialet ska förvandlas till en rolig grej och användas till lek, men också för att eleverna ska få möjlighet att utveckla de kunskaper som det är tänkt. Rystedt och Trygg (2013) liksom Stein och Bovalino (2001) skriver om detta, och poängterar att bara en användning av laborativa material garanterar inte i sig en bra matematiklektion, utan läraren måste göra medvetna didaktiska val kring lektionsinnehållet utifrån de tre frågorna *vad*, *hur* och *varför*.

7. 2. 3 Vilka elever använder materialet?

Samtliga lärare uppger att det inte är alla elever som har ett behov av att använda laborativt material. Josefine menar att materialet är till för att synliggöra för de elever som behöver få en bild på det, och som hon uttrycker inte har det abstrakta tänkandet. I förhållande till Heddens (1986) tre faser innebär det att dessa elever redan är på den tredje fasen, *abstract stage* och därmed har nått ett mer abstrakt tankesätt. Susanne förklarar att till en början använde samtliga elever laborativt material för att de skulle ha testat på det, men successivt blev det att eleverna släppte taget om det och kunde räkna utan det. Precis som Heddens (1986) säger kommer eleverna att ta sig igenom de olika faserna olika snabbt och det är helt naturligt.

Greta säger att materialet finns tillgängligt för eleverna, men hon uttrycker en svårighet i att de elever som behöver materialet inte vill ha det. Lena är den som lyfter upp att det ibland kan vara så att de som har svårt för matematik tycker det är pinsamt att behöva använda material, däremot berättar hon att det inte har varit så i hennes klass utan alla elever använder material i den utsträckning de vill. Moch (2001) liksom Moyer-Packenham (2001) visar på att laborativa material i många fall inspirerar och engagerar eleverna. En anledning till att det inte är så i Gretas klass skulle möjligtvis kunna ha att göra med det som Quinn (1998) säger att lärarens syn och inställning till materialet påverkar användningen. Har läraren kunskap om materialet bidrar det i sin tur till att de uppmuntrar eleverna att testa på och använda dem. Min tolkning är att eleverna på något sätt tycker det är pinsamt eller töntigt att behöva använda konkret material. Det kan ha med klassrumsklimatet att göra, men det kan definitivt bero på att eleverna går i årskurs 6 och därför börjar bli mer medvetna om sina förmågor liksom utvecklingsområden och jämför sig med klasskamraterna.

7. 2. 4 Utsträckning

Vad gäller i vilken utsträckning lärarna vill se att eleverna använder materialet är Josefine, Greta, Charlotte, Susanne och Lena eniga, och menar att materialet ska användas så länge som eleverna behöver det. Linda är däremot tydlig med att säga att hon vill att eleverna använder det i ett första skede, men att de sedan ska lära sig att se det i huvudet. Hon förtydligar att det är viktigt att de kommer till det abstrakta tänkandet och kan se det framför sig genom inre bilder. För att knyta an till Heddens (1986) teori innebär det att Linda relativt snabbt vill klara av de två första faserna för att komma till den tredje *abstract stage*. Jag har uppfattningen att det inte är en god idé att skynda på för mycket då vissa elever inte hinner nå en djupare förståelse, utan behöver vara kvar på fas ett eller två ett tag till. Steget från konkret till abstrakt matematik bör inte tas för snabbt.

7. 2. 5 Syftet till användning

Det framgår att den främsta anledningen till varför lärarna väljer att använda laborativa material vid addition och subtraktion av bråk, är för att de ser alla positiva effekter som materialet ger. Charlotte och Lena menar att materialet visualiserar bråktalen för eleverna, och Josefine säger att hon uppmuntrar eleverna att använda laborativt material eftersom det då synliggörs för dem vad det är de håller på med, och hon menar att det blir enklare för dem att tänka. Det här är något som bekräftas av både Moyer-Packenham (2001) och Naiser m.fl. (2004). De pekar på att materialet är effektivt i syfte för eleverna att representera sitt tänkande och synliggöra sitt lärande. Josefine menar även att genom materialet får eleverna hjälp att tänka det abstrakta, och som Lena betonar att det är en stor hjälp för dem att få se det konkret innan de når en abstrakt nivå. Hatfield (1994) liksom Moyer-Packenham (2001) betonar precis det de säger, att det laborativa materialet är ett stöd för eleverna att gå från ett konkret till ett abstrakt tankesätt.

Greta och Linda säger att det är nödvändigt att konkretisera med hjälp av material eftersom innehållet annars blir för abstrakt för eleverna. Susanne påpekar att för de elever som har ett behov av att arbeta konkret och kunna se och ta på det har det verkligen varit en uppenbarelse. Susanne lyfter även fram att hon använder laborativt material i syfte att variera undervisningen. Enligt Rystedt och Trygg (2013) är det ett argument för att använda ett laborativt arbetssätt, även Moyer-Packenham (2001) visar att det är en vanlig anledning.

Susanne säger även att det är ett uppskattat inslag på fredagens längre lektion. Hennes svar stämmer överens med det Moyer-Packenham (2001) skriver att arbetet med laborativt material tenderar att associeras med *kul* matematik, och roliga inslag för att bryta av den *riktiga* matematiken. Däremot visar det sig i Susannes fall att materialet inte används i form av någon belöning, och inget tyder på att hon gör skillnad på *kul* och *riktig* matematik, utan det handlar om att eleverna helt enkelt uppskattar när de får arbeta med det laborativa materialet. Moch (2001) menar att det laborativa materialet ofta bidrar till att inspirera och engagera eleverna, vilket det har gjort i Susannes klass. Slutligen lyfter Linda och Josefine fram att det laborativa materialet är positivt i syfte att stärka elevernas självförtroende. Genom att de får bättre självförtroende i matematik leder det till att lärandet främjas.

8. Slutdiskussion

Detta avsnitt är till för att sammanfatta och diskutera studiens viktigaste resultat, och knyta an till studiens syfte och frågeställningar.

8. 1 Slutsats

Syftet med den här studien är att bidra till kunskap om, och belysa hur det går att använda laborativa material vid undervisning om addition och subtraktion av bråk. Jag anser att min empiri har gjort det möjligt att besvara frågeställningarna: Vilka laborativa material använder matematiklärare vid undervisning om addition och subtraktion av bråk, hur och i vilken utsträckning menar lärarna att de används i undervisningen? samt Varför väljer matematiklärare att använda laborativt material vid undervisning om addition och subtraktion av bråk?

Naiser m.fl. (2004) menar att bråkundervisningen skulle gynnas om eleverna gavs fler möjligheter att arbeta med laborativa material, Moch (2001) pekar enbart på fördelar med att låta eleverna arbeta med begreppen på ett konkret plan innan de når ett abstrakt tänkande, och Cramer m.fl. (2002) visar att eleverna lär sig bättre när de får använda laborativt material. Enligt Heddens (1986) genomgår eleverna tre faser för att nå en abstrakt förståelse, och i den här processen har läraren en viktig roll i att guida eleverna till att i slutändan nå en djupare förståelse av de matematiska begreppen.

I början hade jag en uppfattning om att bråk är ett svårt ämnesområde för eleverna, i samband med intervjuerna bekräftade de flesta lärare att det stämmer. Charlotte berättade att bråk är ett område som de flesta elever tycker är svårt. Hon förklarade att många elever har svårt att greppa vad bråk är, och framför allt tar det ett tag innan alla har fått en förståelse. Linda berättade att det är ett område som skiftar väldigt mycket, samtidigt som det finns vissa som tycker bråk är jättelätt finns det andra som har jättesvårt att förstå det. Hon menar att anledningen till varför en del elever tycker det är svårt är för att de inte kan se det framför sig. Samtidigt påpekar samtliga lärare att laborativt material bidrar till att visualisera bråken och konkretisera för eleverna, vilket gör att området inte längre uppfattas som lika svårt när de får möjlighet att arbeta konkret.

Det visade sig att alla lärare som undersöktes använder laborativa material i undervisningen, det hade dock varit intressant att inkludera någon lärare som inte använder det och fått med denna persons synvinkel. Hatfield (1994) menar att den främsta anledningen till att lärare inte

väljer att använda laborativt material är på grund av att de inte anser sig ha tillräcklig kompetens i att använda dem. Utifrån intervjuerna gick det att urskilja att samtliga lärare skulle vilja lära sig mer om hur det går att använda konkret material. Linda uttryckte att det är viktigt att själv ha testat på och laborerat med materialen, för hon menar att om hon som lärare inte är trygg med ett material så tar hon inte heller fram det till eleverna. Det här är något som bekräftas av Quinn (1998), vars studie betonar vikten av att lärare har tillräckliga kunskaper och erfarenheter om de laborativa materialens användning och funktion.

Forskning visar på positiva effekter av en användning av laborativt material, och enligt Skolverket (2018) ska eleverna få pröva på olika arbetssätt och arbetsformer. Slutligen, vad kan lärare göra för att vända uppfattningen om att bråk är ett svårt ämnesinnehåll? En lösning kan helt enkelt vara att börja använda laborativt material i matematikundervisningen. Avslutningsvis anser jag att studien har bidragit till en ökad förståelse i hur det går att använda laborativa material vid undervisning om addition och subtraktion av bråk, och förslag på både material och arbetsformer har inkluderats.

8. 2 Vidare forskning

Under arbetets gång har andra intressanta frågeställningar dykt upp som skulle vara spännande att undersöka vidare. Då den här studien har undersökt lärares användning av laborativt material för specifikt ämnesområdet addition och subtraktion av bråk, vore det intressant att ta reda på hur frekvent användningen är vid annat matematiskt innehåll. Det skulle även vara intressant att genomföra en längre studie och då även undersöka om det laborativa materialet bidrar till ett effektivare lärande, genom att förslagsvis mäta elevers kunskaper före användningen av material, för att sedan jämföra med resultatet efter användning. Att även få med elevernas syn på användningen av laborativa material skulle vidga förståelsen och leda forskningen i en annan riktning.

9. Referenslista

- Andersson, J., & Eriksson, L. (2018). *Planera för varierad matematikundervisning*. Opublicerat manuskript.
- Bergius, B., Hansson, Å., & Trygg, L. (2016). *Blå strävor – matematik i många små steg*. Göteborg: Nationellt centrum för matematikutbildning (NCM), Göteborgs universitet.
- Beta Pedagog. (u.å.). *Bråkcirklar med bråktal* [digital bild]. Hämtad från <https://www.betapedagog.se/ak-4-6/matematik/allt-inom-matematik/brackcirklar-med-braktal>
- Beta Pedagog. (u.å.). *Bråkkvadrater* [digital bild]. Hämtad från <https://www.betapedagog.se/ak-4-6/matematik/allt-inom-matematik/brackkvadrater-51>
- Beta Pedagog. (u.å.). *Bråkstaplar Bråkmakarna* [digital bild]. Hämtad från <https://www.betapedagog.se/ak-f-3/matematik/allt-inom-matematik/brakstaplar-brakmakarna>
- Beta Pedagog. (u.å.). *Bråktavla* [digital bild]. Hämtad från <https://www.betapedagog.se/ak-f-3/matematik/taluppfattning/braktavla-51>
- Beta Pedagog. (u.å.). *Cuisenairestavar Trä* [digital bild]. Hämtad från <https://www.betapedagog.se/ak-4-6/matematik/allt-inom-matematik/cuisenairestavar-tra>
- Bryman, A. (2011). *Samhällsvetenskapliga metoder*. (2., [rev.] uppl.) Malmö: Liber.
- Clarke, D. M., Roche, A., & Mitchell, A. (2010). Tio sätt att göra bråk levande. *Nämnanen*, (2), 1-11.
- Cramer, K. A., Post, T. R., & delMas, B. C. (2002). Initial fraction learning by fourth- and fifth-grade students: A comparison of the effects of using commercial curricula with the effects of using the rational number project curriculum. *Journal for Research in Mathematics Education*, 33(2), 111-144. doi: <https://doi.org/10.2307/749646>
- Hand2mind. (2019). *Rainbow Fraction Tower® Equivalency Cubes, Set of 51*. Hämtad 2019-05-09 från <https://www.hand2mind.com/item/rainbow-fraction-tower-equivalency-cubes-set-of-51/1255>
- Hatfield, M. M. (1994). Use of Manipulative Devices: Elementary School Cooperating Teachers Self-Report. *School Science and Mathematics*, 94(6), 303-309.
- Heddens, J. W. (1986). Bridging the Gap Between the Concrete and the Abstract. *The Arithmetic Teacher*, 33(6), 14-17.
- Hill, L. (2014). Fraction Fun with Tangrams. *Teaching "Tails"*, [Blogg], 9 januari. <https://myteachingtails.wordpress.com/2014/01/09/fraction-fun-with-tangrams/> [2014-01-09]
- Kvale, S., & Brinkmann, S. (2009). *Den kvalitativa forskningsintervjun*. Lund: Studentlitteratur.
- Löwing, M. (2006). *Matematikundervisningens dilemma: Hur lärare kan hantera lärandets komplexitet*. Lund: Studentlitteratur.
- Löwing, M. (2016). *Diamant – diagnoser i matematik: ett kartläggningsmaterial baserat på didaktisk ämnesanalys*. Göteborg: Acta universitatis Gothoburgensis.
- Löwing, M. (2017). *Grundläggande aritmetik: matematikdidaktik för lärare*. (Andra upplagan). Lund: Studentlitteratur.
- Malmer, G. (1999). *Bra matematik för alla: Nödvändig för elever med inlärningssvårigheter*. Lund: Studentlitteratur.
- Moch, L. P. (2001). Manipulatives work! *The Educational Forum*, 66(1), 81-87. doi: 10.1080/00131720108984802

- Moyer-Packenham, P. (2001). Are we having fun yet? How teachers use manipulatives to teach mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 47(2), 175-197.
- Naiser, E. A., Wright, W. E., & Capraro, R. M. (2004). Teaching Fractions: Strategies Used for Teaching Fractions to Middle Grades Students. *Journal of Research in Childhood Education*, 18(3), 193-198. doi: 10.1080/02568540409595034
- NCM. (2017). *Tangram i fyra färger*. Hämtad 2019-05-09 från http://ncm.gu.se/media/stravorna/2/a/2AC4AC_tangram_4_farger.pdf
- NCM. (2018a). *Bråkcirkel och tallinje*. Hämtad 2019-05-09 från http://ncm.gu.se/media/stravorna/2/a/2A_brakcirkel_o_tallinje.pdf
- NCM. (2018b). *Bråkplank och tallinje*. Hämtad 2019-05-09 från http://ncm.gu.se/media/stravorna/2/a/2A_brakplank_o_tallinje.pdf
- NCM. (u.å.). *Om NCM*. Hämtad 2019-05-22 från <http://ncm.gu.se/om-ncm>
- Quinn, R. J. (1998). The Influence of Mathematics Methods Courses on Preservice Teachers' Pedagogical Beliefs Concerning Manipulatives. *Clearing House*, 71(4), 236-238.
- Rystedt, E., & Trygg, L. (2010). *Laborativ matematikundervisning: vad vet vi?* (1. uppl.) Göteborg: Nationellt centrum för matematikutbildning (NCM), Göteborgs universitet.
- Rystedt, E., & Trygg, L. (2013). *Matematikverkstad: en handledning för laborativ matematikundervisning*. (2. rev. uppl.). Göteborg: Nationellt centrum för matematikutbildning (NCM), Göteborgs universitet.
- Sagitta. (u.å.). *Bråklinjal* [digital bild]. Hämtad från <https://www.sagitta.se/artikel.php?id=3644#.XOVoty-HK8o>
- Skolverket. (2018). *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011: reviderad 2018*. (5:e uppl.) Hämtad från <https://www.skolverket.se/publikationsserier/styrdokument/2018/laroplan-for-grundskolan-forskoleklassen-och-fritidshemmet-reviderad-2018>
- Stein, M. K., & Bovalino, J. W. (2001). Manipulatives: One piece of the puzzle. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 6(6), 356-359.
- Stigler, J. W., & Hiebert, J. (2009). *The Teaching Gap: best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom*. (1st Free Press trade pbk. ed.) New York: Free Press.
- Sveider, C. (2016). *Lärares och elevers användande av laborativt material i bråkundervisningen i skolor 4-6 – Vad görs möjligt för eleverna att erfara?* (Licentiatuppsats, Linköpings universitet, Institutionen för beteendevetenskap och lärande). Linköping: LiU-Tryck. Hämtad från <http://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:910366/FULLTEXT01.pdf>
- Trygg, L. (2014). Undervisning med laborativa material. I K. Wallby, U. Dahlberg, O. Helenius, J. Häggström & A. Wallby (Red.), *NämnaTematema 10 – Matematikundervisning i praktiken* (s. 176-183). Göteborg: Nationellt centrum för matematikutbildning (NCM), Göteborgs universitet.
- Vetenskapsrådet. (2002). *Forskningsetiska principer inom humanistisk-samhällsvetenskaplig forskning*. Stockholm: Vetenskapsrådet.

10. Bilagor

Bilaga 1 Intervjuguide

- Uppllys om att deltagandet är frivilligt och att läraren kan avbryta intervjun när som helst.
- Påminn om att intervjun spelas in för att viktig information inte ska missas eller missuppfattas.

Inledande frågor:

- Hur länge har du arbetat som lärare?
- Vilket universitet studerade du på? När tog du examen?
- Har du gått några vidareutbildningar sedan du blev klar?
- Hur många olika skolor har du arbetat på?
- I vilken årskurs undervisar du i matematik just nu?
- Vilken lärobok använder ni i matematik?
- Hur tycker du det är att undervisa i matematik?

Mellanliggande frågor:

- Hur upplever du elevernas inställning till matematik?
 - Märker du någon skillnad när det kommer till bråk?
- Upplever du att eleverna har svårt att förstå bråk?
 - Då särskilt addition och subtraktion av bråk?
- Hur undervisar du om addition och subtraktion av bråk?
- Använder du någon form av laborativt material i undervisningen?
 - Påverkas användningen av elevernas kunskap/inställning till bråk?

→ JA

- **Vilka** material använder du?
 - Vill du ge exempel?
 - Har du tillverkat några material själv någon gång?
- **Hur** används de olika materialen? (Ge gärna exempel)
 - Vid vilka tillfällen? (Till exempel vid genomgång, enskilt arbete)
 - Får alla elever använda det eller används det endast av vissa elever?
 - Finns material tillgängligt för elever att hämta när de vill?
 - I vilken utsträckning vill du att eleverna ska använda det?
- **Varför** använder du dem?
 - Kan du se att användningen gynnar elevernas kunskapsutveckling? I så fall på vilket sätt?
 - Använder du materialet i syfte att eleverna ska träna på vissa förmågor? (Till exempel kommunikativ, resonemang, begrepp...)
- Var lärde du dig att använda materialet på det sättet? (Till exempel lärobok, vidareutbildning, matematiklyftet, genom att läsa på själv, kollegor...)

- Skulle du vilja lära dig mer om hur det går att använda laborativt material?
- Hur introducerar du nya material för eleverna? (genomgång, eget utforskande...)
- Använder du laborativt material även vid annat matematiskt innehåll? (kommer inte användas i resultatet, bara intressant att få reda på)
- Visa bilder på olika laborativa material för bråkräkning (som vi inte har pratat om tidigare)
 - Känner du igen det här materialet?
 - Tror du det skulle vara bra att använda vid bråkräkning?
 - Skulle du kunna tänka dig att använda det?

→ NEJ

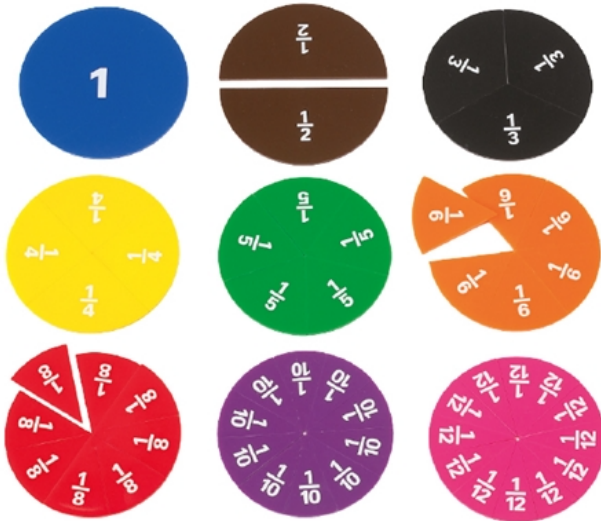
- **Varför inte?** (attityder, okunskap, tid, finns inte tillgängligt, ser ingen anledning...)
 - Konkretiserar du på annat sätt? I så fall hur?
- Använder du laborativt material i relation till annat matematiskt innehåll? (kommer inte användas i resultatet, bara intressant att få reda på)
- Vad skulle behövas för att du skulle börja använda laborativt material vid bråkräkning?
- Vet du vilka olika material för bråkräkning som finns?
 - Vill du ge exempel?
- Har du använt laborativt material för bråkräkning tidigare? (Till exempel på annan skola)
 - Om ja, varför använder du inte dessa i nuläget?
- Har du kommit i kontakt med laborativt material för bråkräkning till exempel på universitetet, vidareutbildning, matematiklyftet eller liknande?
- Visa bilder på olika laborativa material för bråkräkning
 - Har du sett några av de här förut?
 - Tror du de skulle vara bra att använda vid bråkräkning?
 - Skulle du kunna tänka dig att använda det?

Avslutande frågor:

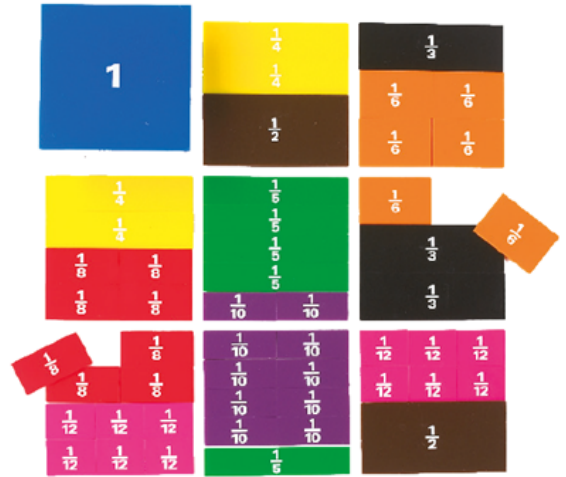
- Har du några råd skulle du vilja dela med dig av när det gäller att använda laborativa material vid bråkräkning?
- Kan jag kontakta dig om det är något jag missat eller om något är oklart?
- Några frågor?

Tack för att du har tagit dig tid!

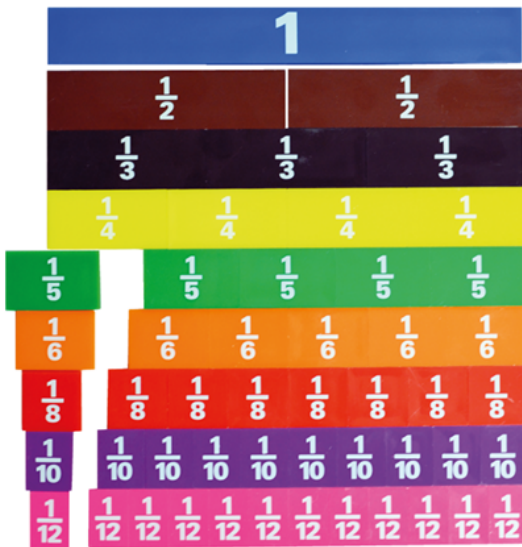
Bilaga 2 Bilder



Figur 1 (Beta Pedagog, u.å.)



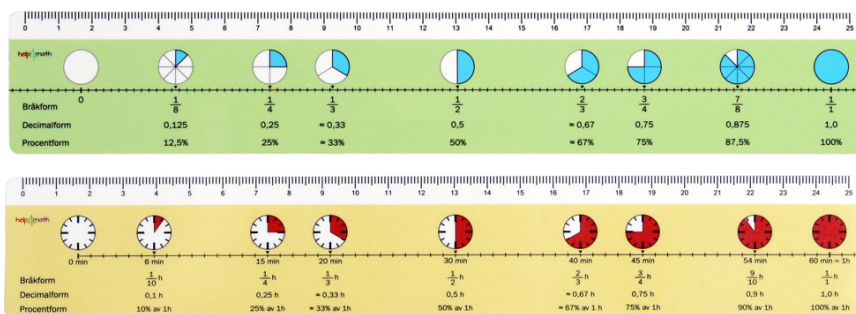
Figur 2 (Beta Pedagog, u.å.)



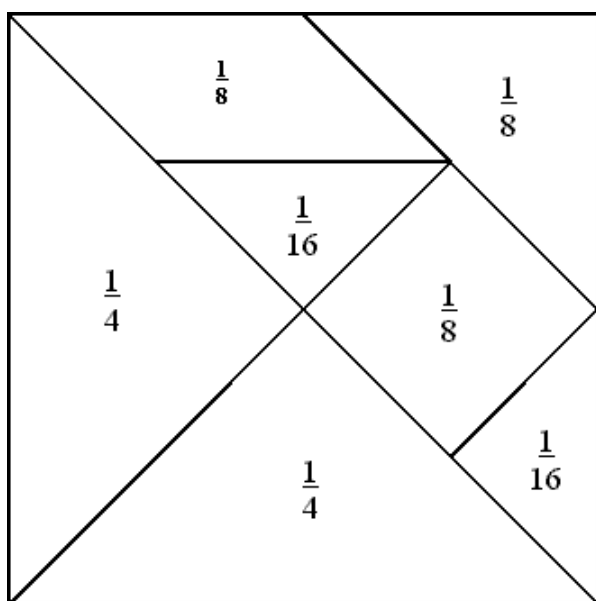
Figur 3 (Beta Pedagog, u.å.)



Figur 4 (Beta Pedagog, u.å.)



Figur 5 (Sagitta, u.å.)



Figur 6 (Hill, 2014)



Figur 7 (Beta Pedagog, u.å.)



**GÖTEBORGS
UNIVERSITET**

Information och samtycke om deltagande i intervjustudie

Hej!

Mitt namn är Jenny Andersson, jag studerar sista terminen på grundlärarprogrammet årskurs 4-6 vid Göteborgs universitet. Just nu genomför jag mitt examensarbete med inriktning mot matematik. Syftet med studien är att undersöka hur lärare undervisar om subtraktion och addition av bråk.

Data samlas in genom kvalitativa intervjuer av sex matematiklärare som undervisar i årskurs 4, 5 eller 6. Är du behörig matematiklärare med erfarenhet av undervisning i bråk och är intresserad av att delta i studien, kontakta mig via e-post eller telefon.

Deltagande i studien innebär att en intervju kommer att äga rum på din arbetsplats, om inget annat önskas. Intervjun beräknas att ta omkring 30 min. Det är helt frivilligt att delta i studien, och du kan när som helst avbryta ditt deltagande utan att ange orsak.

Det insamlade materialet kommer endast att användas i forskningssyfte och behandlas konfidentiellt, vilket innebär att intervjuerna kommer att oidentifieras och behandlas i enlighet med Sekretesslagen.

Med ditt godkännande kommer intervjun att spelas in för att kunna bearbetas i efterhand. Materialet kommer att förvaras så att ingen obehörig får tillträde till det.

Jag samtycker härmed till att delta i denna intervjustudie:

Datum/Ort

Namnunderskrift

Namnförtydligande

Har du frågor är du välkommen att kontakta mig eller min handledare.
Tack på förhand!

Jenny Andersson
Telefon:
E-post:

Handledare:
Telefon:
E-post: