



GÖTEBORGS UNIVERSITET

Problemlösning - Vad innebär det?

Åtta lärares resonemang om problemlösning i matematik i åk 4-6

Juliane Dornquast

Självständigt arbete L6XA1A

Handledare: Mikael R. Karlsson

Examinator: Peter Nyström

Rapportnummer: VT19-2930-029-L6XA1A

Titel: Problemlösning - Vad innebär det? - Åtta lärares resonemang om problemlösning i matematik i åk 4-6.

English titel: Problem-solving - What does it mean? - Eight teachers' reasoning about problem-solving in mathematics in year 4-6.

Författare: Juliane Dornquast

Typ av arbete: Examensarbete på avancerad nivå (15 hp)

Examinator: Peter Nyström

Rapportnummer: VT19-2930-029-L6XA1A

Nyckelord: Problemlösning, *för*, *om* och *genom* problemlösning, problem, matematik, matematikundervisning

Sammanfattning

Problemlösning i ämnet matematik i svenska skolor har utvecklats över tiden. I dagens skola ska en aktiv problemlösningsorienterad undervisning stå i fokus. Sättet att undervisa i problemlösning kan skiljas åt genom begreppen: *för*, *om* och *genom* (Wyndhamn, 1993).

Problemlösning *för* handlar om att lära sig de fyra räknesätten för att kunna lösa problem.

Problemlösning *om* avhandlar att lära sig i metod och strategi för att lösa problem.

Problemlösning *genom* innebär att undervisa om matematiska områden genom att lösa olika problem, där problemet står i centrum.

Syftet med den här studien var att utforska hur lärare i mellanstadiet tolkar fenomenet problemlösning och dess innebörd i matematikundervisningen samt hur lärare upplever arbetet med problemlösning i matematikundervisningen - *för*, *om* eller *genom*. I studien användes semi-strukturerade intervjuer som metod, där åtta lärare intervjuades. Sedan analyserades datan genom en innehållsanalys. Utfallen från datan visade att problemlösningens innebörd kan uppfattas på olika sätt och hade olika syften i matematikundervisningen. I fortsättningen visade det sig att sättet att undervisa - *för*, *om* eller *genom* - problemlösning skiljer sig åt mellan de olika lärarna. Därutöver påvisade den här undersökningen att lärare mestadels inte arbetar *genom* problemlösning i matematikundervisningen utan *för* och *om* problemlösning. Samtidigt var ett resultat att det finns en koppling mellan lärares uppfattning av problemlösning och sättet hur de undervisar problemlösning i matematik.

Innehållsförteckning

| | |
|---|-----------|
| 1. Inledning | 1 |
| 1.1. Problemlösning i läroplanerna - en kort historisk bakgrund | 2 |
| 2. Tidigare forskning & tillika teoretiskt ramverk | 3 |
| 2.1. Problemlösningens kärna | 4 |
| 2.2. Problemlösning i praktiken | 5 |
| 3. Syfte & frågeställningar | 8 |
| 4. Metod | 9 |
| 4.1. Metodval & tillvägagångssätt | 9 |
| 4.2. Dataanalys | 11 |
| 4.3. Urval | 11 |
| 4.4. Etiska aspekter | 12 |
| 4.5. Trovärdighet, pålitlighet & överförbarhet | 12 |
| 5. Analys & resultat | 13 |
| 5.1. Lärarnas syn på problemlösning | 13 |
| 5.1.1. Lärarnas olika definitioner av problemlösning | 13 |
| 5.1.2. Problems variationer | 15 |
| 5.2. Problemlösningens syfte | 17 |
| 5.2.1. Lärarnas intention att arbeta med problemlösning | 17 |
| 5.2.2. Lärarnas syn på elevers nytta av att arbeta med problemlösning | 19 |
| 5.3. Problemlösning i praktiken - för, om och genom | 21 |
| 6. Diskussion | 25 |
| 6.1. Problemlösningens innebörd | 25 |
| 6.2. Problemets individualitet | 26 |
| 6.3. Problemlösningens relevans | 27 |
| 6.4. Elevernas nytta | 27 |
| 6.5. Problemlösningens praktik - för, om och genom | 28 |
| 6.6. Slutsats & konsekvenser | 28 |
| 7. Vidare forskning | 29 |
| 8. Litteraturlista | 30 |
| 9. Bilagor | 32 |
| 9.1. Informationsblad & samtycke | 32 |
| 9.2. Intervjuguide | 33 |

1. Inledning

Begreppet *matematik* definieras i Nationalencyklopedin som “en abstrakt och generell vetenskap för problemlösning och metodutveckling” (NE, 2019). Den definitionen kan tolkas som innebörden av vad matematiken ska handla om, nämligen att lösa problem och hitta strategier för dem. I vardagen möter man varje dag matematik i olika situationer (Skolverket, 2017). Ändå är matematik ett abstrakt ämne och ställer många elever inför en stor utmaning under sin skoltid (Roos, 2019, 28 maj). Enligt mina egna erfarenheter associeras begreppet matematik med både rutinuppgifter i matematikboken och matematiska problem.

Både Skolverket (Skolverket, 2014) och NCM¹ (2010) betonar vikten av att eleverna ska ges möjligheten att utveckla sina problemlösningssjälvförmågor samt att öka deras nyfikenhet för matematik för en ökad kunskap och förståelse i matematik. Dock har resultaten från PISA² 2012 visat att svenska elever presterade under genomsnittet när det gällde problemlösning, kommunikation och resonemang än i rutinuppgifter (Skolverket, 2013). PISA-undersökningarna granskar bland annat elevernas kunskaper och färdigheter i ämnet matematik kring att analysera, förstå processer, tolka och reflektera samt förmågan att lösa problem. Länder som arbetar i stor utsträckning med problemlösning i undervisningen presterar bättre i internationella resultat (Sidenvall, 2019).

I matematik har problemlösning fått en central roll från och med 1980-talet (Löwing, 2016). Innan 1980-talet låg vikten på att lära sig begrepp och det matematiska innehållet utantill genom inläring. (Löwing, 2016). I dagens matematikundervisning står problemlösning i fokus (Karlsson & Kilborn, 2015). Wyndhamn, Riesbeck & Schoultz (2000) betonar att begreppet *problemlösning* har fått en speciell ställning i den förändrade synen inom ämnet matematik. I kursplanen 2011 (Skolverket, 2018) listas problemlösningssjälvförmågan som den första förmågan av fem som eleverna ska ges förutsättningar att utveckla: “formulera och lösa problem med hjälp av matematik samt värdera valda strategier och metoder”(s. 55). Den etablerade experten, i forskningsfältet problemlösning, professor Lester (1996) betonar att problemlösning inte bara handlar om ett krav i kursplanen utan också om att främja lust och stimulans bland elever.

Enligt mina egna erfarenheter kan undervisningssättet att arbeta med problemlösning i matematiken starkt variera beroende på vilken lärare som undervisar eller på vilken skola man är på. Jag mötte under mina VFU-perioder både lärare som använde den befintliga matematikboken i undervisningen när det gällde arbetet med problemlösning och lärare som aktivt planerade in lektioner med problemlösning. En grund för den skillnaden kan vara att till begreppen *problem* och *problemlösning* finns inga entydiga definitioner (Taflin, 2007) och därför lämnas utrymme till interpretation. Precis den definitionsfriheten och variationen att arbeta med problemlösning i matematikundervisning gav anledningen att genomföra den här studien för att öka förståelsen för hur lärare i mellanstadiet tolkar fenomenet problemlösning och hur de förverkligar problemlösning - *för*; *om* eller *genom*³ - enligt sina uppfattningar i matematikundervisningen.

¹ NCM - Nationellt Centrum för Matematikutbildning

² PISA - Programme for International Student Assessment

³ *för*, *om* eller *genom* - Se 2.2. Problemlösning i praktiken

1.1. Problemlösning i läroplanerna - en kort historisk bakgrund

Det här kapitlet beskriver den historiska bakgrunden av fenomenet problemlösning som centralt innehåll i läroplanerna. Fokuset ligger på Skolverkets utgivna läroplaner Lpo 62, Lpo 69, Lpo 80, Lpo 94 och Lgr 11 samt Skolverkets kommentarmaterial 2017 till kursplanen i matematik. Synen på problemlösning i ämnet matematik som centralt innehåll i styrdokumentet har förändrats över tiden. Den förändrade synen på lärandet i ämnet matematik kan kallas för en "reformering i matematikdidaktiken" (Ander, 2012, s. 44), där problemlösning i matematik står i fokus (Löwing, 2016).

Wyndhamn et al. (2000) sammanfattar i sin rapport "*Problemlösning som metafor och praktik*" en studie av styrdokument och klassrumsverksamhet i matematik och teknikundervisningen. I den rapporten beskrivs hur problemlösning som moment i skolan har förändrats i läroplanerna med fokus på Lpo 62 till Lpo 94. Att kunna de fyra räknesätten som teknik och lösa med deras hjälp problem och uppgifter var centralt i Lpo 69 och tidigare läroplaner. Fokuset låg på att undervisa *för* problemlösning, med andra ord problemlösning hade en överordnad roll i matematikundervisningen. Först från och med 1980-talet har problemlösning blivit ett centralt innehåll i ämnet matematik i grundskolans läroplan (Karlsson & Kilborn, 2015; Wyndhamn et al., 2000). Färdigformulerade frågor i läroböckerna som ska besvaras med hjälp av rätt val av räknesätt var centralt, med andra ord att undervisa *om* problemlösning. I läroplanerna Lpo 94 formulerades problemlösning första gången som en förmåga som eleverna ska utveckla. Problemlösning ses som ett verktyg för att kunna uppnå matematiskt tänkande samt att få en förståelse för matematiska språk, samband och kunighet samt att använda logiska tankegångar, med andra ord man lär sig *genom* problemlösning. Dock finns bara en generell formulering för den matematiska förmågan problemlösning i Lpo 94 enligt Wyndhamn et al. (2000). Medan i Lgr 11 (Skolverket, 2018) anges mer noggrant syftet med problemlösning i matematiken och det centrala innehållet sätts i relation till de olika förmågorna som till exempel problemlösningsförmågan. Skillnaden mellan Lpo 94 och Lgr 11 är huvudsakligen att det i Lpo 94 formulerade innehållet är öppet och innebär övergripande mål, vilket ger ännu mer utrymme till interpretation än i Lgr 11 (Löwing, 2016).

I grundskolans kursplan 2011 (Skolverket, 2018) formuleras problemlösning både som en förmåga: "formulera och lösa problem med hjälp av matematik samt värdera valda strategier och metoder" (s. 55), men även som ett centralt innehåll: "Strategier för matematisk problemlösning i vardagliga situationer." (s. 58). Kommentarmaterialet till kursplanen 2011 (Skolverket, 2017) i matematik uttrycker mer preciserat vad som menas med begreppet *strategier* som är en central del i problemlösningens processen: "Verktygen består av olika tillvägagångssätt för att lösa matematiska problem. I problemlösning ingår också att kunna tolka och formulera frågeställningar med matematiska uttrycksformer." (s. 25). Enligt Lgr 11 (Skolverket, 2018) kopplas de matematiska förmågorna eleverna ska utveckla dock inte till ett specifikt område i matematiken (Skolverket, 2018). Ytterligare menar Löwing (2016) att en kompetens bara kan utvecklas i samband med ett innehåll, hon betonar vidare att det fortfarande finns mycket utrymme för egen tolkning gällande problemlösning i undervisning bland lärare. Således kan det skiljas åt mellan att arbeta med problemlösning i matematikundervisningen, nämligen *för*, *om* och *genom* problemlösning (Wyndhamn et al., 2000).

2. Tidigare forskning & tillika teoretiskt ramverk

Nedan följer en redogörelse av tidigare forskning som är relevanta för den här studien. Denna forskning är också tänkt att utgöra ett teoretiskt ramverk. Forskning som presenteras i det här avsnittet kommer från forskare som är väl etablerade i forskningsfältet problemlösning, som bland annat Pólya, Lester, Schoenfeld, Wyndhamn och Wyndhamn et al. (Taflin, 2007).

Forskning i matematik fokuserar mestadels på kunskapsinhämtning i matematik, både den "formella/informella och den intuitiva"⁴ (Lester, 1996, s. 85). Problemlösning är en del av den kunskapen och är ett viktigt mål i matematikundervisningen (Lester, 1996). Dock tycks det inte finnas en självklart definition av begreppet *problemlösning* i matematik (Wyndhamn et al., 2000; Schoenfeld, 2016) vilket i sin tur ger utrymme till tolkningsfrihet. Den ungersk-amerikanska matematikern Pólya (1957) definierar problemlösning som en skicklighet som man måste praktisera för att kunna utveckla den. Han formulerar att: "Problemlösning är en praktisk verksamhet i likhet med t.ex. simning. Vi förvärvar allt slags praktisk skicklighet genom att härma, imitera och därefter öva och praktisera"(s. 25). Däremot påengterar Wyndhamn et al. (2000) att problemlösning är:

Att använda det man redan kan i matematik och har erfarenhet av sedan tidigare på ett nytt rationellt, systematiskt och logiskt sätt samt att göra medvetna tankeexperiment med syftet att tillägna sig ny kunskap. (s. 221)

Taflin (2007) definierar begreppet delvis i överensstämmelse med Lester (1996), att problemlösning betyder att den som ställs inför ett problem vill lösa det samt sträva efter att anstränga sig och inte ha en strategi, vilken är given för att lösa problemet. Hon betonar ytterligare vikten att välja problemet och lämpliga arbetsmetoder för att uppfylla förutsättningar för en problemlösning. Taflin (2007, s. 36) beskriver i sin avhandling problemlösning som en process:

Problemlösningssprocessen:

| Att välja uppgift | Att tolka uppgift | Att välja metod | Mål för problemlösningen |
|-------------------|---|-------------------|---|
| PROBLEM? | Förstå texten Uppfatta uppgiften som problem | Matematiska idéer | Utveckla kreativitet Uppfatta estetiska värden Formulera egna uppgifter Lära matematiska begrepp Lära matematiska metoder Utveckla ett matematiskt språk |

-----> Upp-
gift? Problem? Rikt problem? Tid

Figur 1: Olika steg i problemlösningssprocessen, att se om det är en uppgift eller ett problem, om det är ett problem är det då ett rikt problem? I slutet av schemat anges målet med problemlösningen. (Taflin, 2007, s. 36).

⁴ *formella/informella och intuitiva* - Hur man får kunskap i matematik och hur de tillämpas (Lester, 1996, s. 85)

Lester (1996) definierar begreppet problemlösning i kontrast till Taflin (2007) och Pólya (1957) som ett verktyg för att utveckla matematiskt tänkande som en slags förbindelse mellan det abstrakta och vardagen. Han menar att: “Problemlösning kan ses som motor eller drivkraft i lärandet.” (s. 70). Att använda bara enkla fakta eller inlärdade metoder handlar inte om problemlösning utan problemlösning är mycket mer (Lester, 1996). Samma uppfattning har Schoenfeld (2013, 2016), han menar att problemlösning handlar om ett medel för att lära sig matematiskt tänkande. Således kan noteras att det finns olika definitioner av fenomenet problemlösning.

2.1. Problemlösningens kärna

I centrumet av en problemlösning står ett problem, som Wyndhamn et al. (2000, s. 42) betecknar som “objektet” i problemlösningensprocessen. I figur 2 visas skillnaden mellan olika typer av matematikuppgifter som Taflin anser finns i ämnet matematik (2007, s. 30). Dock är begreppet *problem* i relation till problemlösning i matematik inte klart definierad, betonar Taflin (2007) och Schoenfeld (2016). En textuppgift kan vara både och, en rutinuppgift eller ett problem, dock kan ett problem indelas i övriga problem eller rika problem (Taflin, 2007).

Uttryck för olika typer av matematikuppgifter



Figur 2. Skillnaden mellan olika typer av matematikproblem (Taflin 2007, s. 30)

Taflin (2007) menar att: “ett problem är individuellt och beroende på erfarenhet eftersom en uppgift som är ett problem för en person inte alltid är ett problem för en annan och en uppgift som varit ett problem som blivit löst sällan är ett problem vid ett senare tillfälle.” (s. 38). Med andra ord, den egna erfarenheten är avgörande för i vilken utsträckning ett problem kan handla om en utmaning för den enskilda eleven. Schoenfeld (2013) betonar i likhet med Taflin (2007) att ett problem är individuellt, han menar vidare att ett problem kan påverkas av individens kunskap under problemlösningensprocessen. Kraven som ställs till ett problem är bland annat att en person vill lösa eller behöva lösa det, att man inte vet innan hur man kan lösa problemet samt att det erfordras en ansträngning av problemlösare anser Taflin (2007) i linje med Lester (1996) och Pólya (1957). Pólya (1957) instämmer även att ett problem behöver innebära att vilja bli löst av eleverna, men däremot betonar han att eleverna måste förstå problemet för att kunna lösa det. Ytterligare anser Pólya (1957) att det inte alltid är elevernas fel att de inte förstår problemet utan läraren är ansvarig för valet av problemet, dock får problemet inte vara för lätt eller för svårt och ska kräva en viss ansträngning. En annan aspekt som han anser är viktigt är att problemet måste vara intressant (Pólya, 1957). Wyndhamn et al. (2000) menar att ett problem ska innehålla text och en fråga, den kan formuleras både explicit

och implicit. Dock poängterar Wyndhamn et al. (2000) att en fråga inte utgör ett problem utan att den som möter problemet måste även vilja lösa det samt att problemet måste stå i relation till elevens vardag. Även Wyndhamn et al. (2000) lyfter i linje med Skolverket (2014) att ett problem måste vara utmanande för eleverna. I kursplanens kommentarmaterial (Skolverket, 2017) formuleras att ett problem måste ställa elever inför en ansträngning, vidare poängteras att ett problem är inte en rutinuppgift och är av individuell karaktär. Dessutom betonas att problem kan sakna närheten till vardagen:

Matematiska problem är situationer eller uppgifter där eleverna inte på förhand känner till hur problemet ska lösas. Istället måste de undersöka och prova sig fram för att finna en lösning. Matematiska problem kan också beskrivas som uppgifter som inte är av rutinkaraktär. Oftast förekommer ett problem i en konkret situation som gör att eleverna behöver göra en matematisk tolkning av situationen. Ibland är problemen inom matematiska och saknar då direkt anknytning till en vardaglig situation. (Skolverket, 2017, s. 25)

Lester (1996) betonar ytterligare att ett problem måste vara av kvalificerat innehåll för problemlösning, han betecknar dem för "processproblem" i jämförelse med andra "en-steps och fler-steps textproblem" (s. 88). Han anser vidare att sådana problem finns för att utveckla strategier som kan generaliseras för att förstå, planera och lösa problem samt utvärdera sina olika försök, för att bli en bra problemlösare måste man kunna både att lösa och iaktta / utträta problem samt att systematiskt lösa många problem under en period (Lester, 1996). Lester & Mau (1993) betonar att sådana *rika problem* kräver ett samarbete bland eleverna. De poängterar ytterligare att det är svårt att hitta rika problem i de flesta läroböckerna eftersom de bara inkluderar rutinuppgifter, vilka inte kan likställas med de problemen som behövs för en problemlösning, därför ska man framställa egna problemlösningmaterial som är tillämpliga (Lester & Mau, 1993). Även Taflin (2007, s. 11) anser att det finns *rika problem*, men hon påpekar att det finns inga klara definitioner i litteraturen. Budskapen skiljer sig åt beroende på i vilket sammanhang problemet står i. Hon har kommit fram till att det behövs följande 7. kriterier för att ett problem kan benämnas för ett rikt problem:

1. Problemet ska introducera viktiga matematiska idéer eller vissa lösningsstrategier.
2. Problemet ska vara lätt att förstå och alla ska ha en möjlighet att arbeta med det.
3. Problemet ska upplevas som en utmaning, kräva ansträngning och tillåtas ta tid.
4. Problemet ska kunna lösas på flera olika sätt, med olika strategier och representationer.
5. Problemet ska kunna initiera en matematisk diskussion utifrån elevernas skilda lösningar, en diskussion som visar på olika strategier, representationer och matematiska idéer.
6. Problemet ska kunna fungera som brobyggare.
7. Problemet ska kunna leda till att elever och lärare formulerar nya intressanta problem.

(Taflin, 2007, s. 12)

2.2. Problemlösning i praktiken

Lester (1996) menar för att kunna förstå och möta livet därute behövs kunnighet och kontrollförmåga i matematiken. Fortsättningsvis menar han, som problemlösare utvecklar man förmågor för livet bland annat tankar, idéer och självförtroende: "Man lär sig att planera, upptäcka samband, förena det logiska tänkandet och skaffar sig beredskap att klara situationer i livet." (Lester, 1996, s. 69).

Sättet att undervisa i problemlösning i matematik kan urskiljas i tre olika sätt att undervisa problemlösning i matematik (Wyndhamn, 1993, s. 40), närmare bestämt *för*, *om* och *genom*:

Matematikundervisning för problemlösning

När det gäller matematikundervisningen *för* problemlösning handlar det om att undervisa i sinnet att lära sig matematik för att sen kunna lösa problem (Lester, 1983, citerad i Taflin, 2007, s. 40). Taflin menar vidare att det innebär att eleverna ska lära sig "transferprocessen", med andra ord "överföra den förvärvade kunskapen från en kontext till en annan". (Taflin, 2007, s. 40).

Matematikundervisning om problemlösning

Matematikundervisning *om* problemlösning innebär enligt Wyndhamn (1993) att lära sig strategier och metoder i för att kunna lösa olika problem. Taflin (2007) lyfter Pólyas (1957) fyra faser som han formulerar för att angripa ett problem i det sambandet - "1. Att förstå problemet. 2. Att göra upp en plan. 3. Att genomföra planen. 4. Att se tillbaka och kontrollera resultatet" (Pólya, s. 27) - och ger ytterligare exempel på strategier: "gissa och pröva, rita en bild, göra en lista eller tabell, tänka baklänges, söka mönster, logiskt resonemang eller att ställa upp en ekvation" (Taflin, 2007, s. 40). Dessutom är målet att eleverna ska hitta det riktiga räknesättet för att lösa färdigt formulerade problem i läroböckerna (Wyndhamn et al., 2000).

Matematikundervisning genom problemlösning

Undervisningssättet *via* problemlösning innebär enligt Wyndhamn (1993, s. 13) framförallt valet av problemet. Taflin (2007) betonar att det kan handla om ett problem som ska presentera ett speciellt matematiskt område och att strategierna som kommer upp för lösningen handlar om "respons på lösningen." (s. 41). Fokus ligger på att lösa problem utan rutinkaraktär och att hitta taktiker för att lösa problemet som gör den till en rutinuppgift (Taflin, 2007).

Problemlösning i undervisning innebär enligt Taflin (2007) möjligheten att tänka samt att inöva sig strategier för att kunna lösa olika problem genom "att tolka, genomföra problemlösningen, se tillbaka och kontrollera svaret samt formulär nya egna problem" (s. 42). Med andra ord att undervisa om problemlösning i enlighet med Pólyas (1957) sätt att arbeta med problemlösning. Pólya (1957) menar att om man vill utveckla problemlösningsförmågan, måste man både öka elevens intresse för problem men även skapa många tillfällen där eleverna kan imitera och träna. Att hjälpa eleverna att komma på en idé är det bästa vad en lärare kan göra anser Pólya (1957). Ytterligare finns en "heuristisk argumentation"⁵ enligt Pólya (1957, s. 114), där fokus ligger på att hitta lösningsvägen till en lösning för det aktuella problemet. Pólya betonar även att det finns inga strikta regler eller givna strategier som man måste använda sig av utan det handlar om improvisation. Att nå kunskapen kring problemet innebär som första steget en gissning och sen om man har hittat lösningen, utvecklar man full kunskap om lösningsvägen (Pólya, 1957). Även Taflin (2007) anser att problemlösning innebär en process. Att bearbeta olika problem under hela skolgången är en av de viktigaste aspekterna inom problemlösning. Att bearbetning av problem kan ta lång tid behövas inte ses som kritisk aspekt betonar Taflin. Taflin (2007) poängterar vidare att hon inte hittade bevis i litteraturen emot problemlösning utan bara ett kritiskt förhållningssätt till att undervisa i problemlösning som att hitta lämpliga uppgifter för problemlösning samt arbetet med det heuristiska arbetssättet som Pólya (1957) anser är viktigt för att angripa ett problem. Ett mål ska vara att eleverna har möjligheten att lösa många problem under hela skolgången och det inte ska ses som en nackdel att det tar

⁵ heuristisk argumentation - att upptäcka eller uppfinna problemets lösning på egen hand (Pólya, 1957)

lång tid att lösa problem betonar Taflin (2007). I arbetet med problemlösning anser Taflin (2007) är det viktigt att synliggöra den kognitiva processen och matematiska förmågorna som eleverna använder sig av och utvecklas. Vid problemlösning uppstår möjligheten att arbeta i grupp samt att skapa en relation mellan vardagen och matematik samt att tänka matematiskt. Taflin (2007) poängterar att lärarens inställning till problemlösning är avgörande för elevers lärande. Att problemlösning även innebär utrymme för elevers självbedömning och självkänedom i relation till matematikens kunskap menar Wyndhamn et al. (2000) som är en viktig aspekt i arbetet med problemlösning. Eleverna får även chansen att pröva sina egna kunskaper i matematik och därmed få en tilltro i sig själva.

Lester (1996) är i motsats till Pólya (1957) en förespråkare för att undervisa genom problemlösning. Han poängterar vikten av att eleverna utvecklar problemlösningsförmågor framförallt i trygghet och kreativitet. Han anser att det är eleverna och läraren tillsammans som ska skapa den förutsättningen till denna positiva miljön. Vinsten består i att eleverna har lättare att komma på nya idéer och tankar. En annan viktig aspekt som Lester (1996) benämner är att varje elev ska bli sedd och hörd under problemlösning, att visa respekt för den ansträngningen som eleven genomförde. Att stödja, uppmuntra och granska varandras idéer är avgörande för att utveckla resonemangsförmågan och att kunna skapa nya idéer. Lester poängterar även att genom en aktiv interaktion mellan eleverna ges chansen till att lyssna, uttrycka sina egna erfarenheter samt ställa frågor, det leder till ett eget tänkande och medvetenhet om strategier bland eleverna. Han menar att eleverna "tvingas" uttrycka sig genom ett aktivt tillfälle (Lester, 1996, s. 70). Gruppens storlek och sammansättning är en viktig aspekt, den får inte överstiga tre- fyra elever eftersom varje elev ska bli delaktig i gruppen enligt Lester (1996). Han anser vidare att den ska vara i sammansättning över en lång tid för att skapa trygghet och självförtroende i gruppen för att kunna utveckla sina egna förmågor. Den interaktion kan leda till en ökad kunnighet för alla deltagare i gruppen oberoende av vilken utvecklingsnivå de befinner sig i (Lester, 1996) samt att läraren får syn på elevernas befintliga kunskap. Lärarens uppgift är att visa för eleverna att problemlösning är roligt och viktigt att arbeta med. I arbetet med problemlösning menar han vidare att det är av vikt att variera problemlösning i förhållande till elevers intressen, erfarenheter samt förutsättningar. Eleverna får möta olika problemtyper med målet att kunna använda den kunskapen i verkligheten (Lester, 1996).

Schoenfeld (2013, s.12) menar att man inte kan lära sig i "vakuum" utan att inläring äger rum i en produktiv miljö, vilket innebär interaktion och normer, det står i linje med Lesters uppfattning. Även en miljö där eleverna känner sig trygga i att pröva nya idéer ska skapas vid problemlösningstillfällen. Att bjuda eleverna i alla situationer att förklara hur de tänker samt att tillåta alla strategier som kommer upp anser Schoenfeld (2016) som en viktig aspekt. I fortsättningen anser Schoenfeld att en annan viktig aspekt är att de använder problem liknande problemen i den reella världen (2016). Lesh & Harel (2003) betonar även att det finns signifikanta skillnader mellan problem i problemlösning och de flesta läroboksproblemen, med andra ord läroböckerna fokuserar på beräkningskunskaper. I det instämmer Sidenvall (2019), han menar att eleverna inte har tillräcklig tillgång till förutsättningar som krävs för att utveckla olika problemlösningsmetoder. Fortsättningsvis menar han att grunden ligger i att eleverna bara möter få problem i läromaterialet vilka egentligen behövs för att utveckla dessa förmågor för att lösa problem. Därtill kommer att eleverna inte ofta väljer de svåra uppgifterna och anser att alla uppgifter bör ha en given lösningsmetod, menar Sidenvall (2019). Ytterligare anser Sidenvall (2019) att läraren inte ska ge strategier för problemlösningen utan att eleverna själva ska utveckla dem under problemlösningsprocessen. Forskningen ovan visade att problemlösning är ett komplext begrepp. Den här uppsatsen försöker besvara frågan, hur lärare hanterar det i den praktiska verksamheten.

3. Syfte & frågeställningar

Syftet med den här studien är att utforska hur lärare i mellanstadiet tolkar fenomenet problemlösning och dess innebörd i matematikundervisningen och hur lärare arbetar med problemlösning enligt sina egna tolkningar. Utifrån syftet har följande frågeställningar formulerats:

Hur definierar lärare innebörden av problemlösning?

Hur formulerar lärare syftet med problemlösning?

Hur upplever lärare elevernas nytta av problemlösning i matematik?

Hur upplever lärare sin problemlösningsundervisning - *för, om* eller *genom*⁶ - problemlösning?

⁶ *för, om* eller *genom* - Se 2.2. Problemlösning i praktiken

4. Metod

I det här kapitlet behandlas de metodologiska ansatserna som den här studien utgår ifrån. Till övervägande del beskrivs, motiveras och diskuteras metodens val samt tillvägagångssätt, dataanalys, urval samt etiska aspekter. I den här studien är forskningsobjektet lärarnas tolkningar av fenomenet *problemlösning* och hur de utifrån sina uppfattningar arbetar med problemlösning - *för, om* eller *genom* - i matematik. Meningen med den här undersökningen är att utgå från lärarnas egna upplevelser. Med andra ord det har inte tagits stöd från någon teori för att inte påverka slutresultatet i förväg.

4.1. Metodval & tillvägagångssätt

Målet med den här studien är att lyfta lärarnas uppfattningar kring fenomenet *problemlösning* i matematiken, därför valdes som metod kvalitativa intervjuer som tillhör den kvalitativa forskningen (Kvale & Brinkmann, 2009). I likhet med Denscombe (2017, s. 267) ser jag den metoden som “ett verktyg för empiriinsamlingen”, där de insamlade datan kommer i form av människors svar på forskarens frågor. Denscombe betonar vidare att forskningsintervjuer står i likhet med “självrapporering” där människors beteenden, tro och åsikter står i fokus (2017, s. 267). Forskningsprojekt som har som mål att få en djup förståelse om människors uppfattningar, känslor och erfarenheter inom ett område, är intervjuer predestinerade för (Denscombe, 2017). Vikten ligger på att ställa andrafrågor eller att kunna följa upp respondentens svar för att öka kvaliteten av datan (Kvale & Brinkmann, 2009). Kvale & Brinkmann (2009) betonar även att datans kvalitet är beroende av intervjuaren och dess ämneskunskap samt intervjuskicklighet.

I den här uppsatsen står den individuella upplevelsen inom forskningsfältet problemlösning i fokus, där den enskilde läraren ska komma till tals. Jag använde mig av den semi-strukturerade intervjun som Kvale & Brinkmann (2009, s. 30) även betecknar som en “halvstrukturerad livsvärldsintervju” som “söker få beskrivningar av intervjupersonens livsvärld i syftet att tolka de beskrivna fenomenets mening.” (Kvale & Brinkmann, 2009, s. 139). Dessutom innebär den intervjuformen både möjligheten till intervjus styrning till viss del, men också friheten att både intervjuaren och den intervjuade personen har möjligheten att vara flexibel i uppföljning av frågeställningen och sina svar under intervjun, i likhet med Denscombe (2017) ser jag en fördel i det. Ett av de typiska dragen av en semi-strukturerad intervju är bland annat att man utgår från färdigformulerade frågor inom ett visst ämne som ska besvaras (Kvale & Brinkmann, 2009). I mitt fall handlar det om hur lärare uppfattar problemlösning i matematik. Kombinationen av öppna och strukturerade komponenter i intervjun anser jag, matchar med mitt syfte i den här uppsatsen.

Sammanfattningsvis finns det för- och nackdelar med kvalitativa intervjuer som Denscombe (2017) listar som följande: En stor fördel med intervjuer är att de är lämpliga för att tillverka detaljerade - åsikter och idéer - data inom ett forskningsfält vilka ger en insikt i människors förståelse för saker och ting. Som nackdel anser han att validiteten i data bland intervjuer är relativt låg, för att människor snarare säger än vad de gör, han betonar vidare att vad man säger inte alltid stämmer överens med vad man gör. Således kan man inte utgå ifrån att datan ger en exakt bild av verkligheten. En annan nackdel är att intervjuaren kan påverka den personen som ska intervjuas. Det finns också svårigheten med att uppnå stabilitet i resultaten på grund av att den insamlade information i viss utsträckning är påverkad av innehåll och deltagare, därför är tillförlitligheten inte lika högt vid semi-strukturerade intervjuer som vid kvantitativa studier menar Denscombe (2017).

Utifrån Kvale & Brinkmann (2009) utformade jag en intervjuguide inom mitt forskningsfält (Bilaga 9.2.). Under den processen låg vikten på att formulera frågor i analogi med studiens syfte. Här benämner Kvale & Brinkmann (2009) vissa aspekter som man som forskare ska ta hänsyn till när man utforma en semi-strukturerad intervjuguide. Dessa är bland annat i vilken ordning frågorna ska ställas, att avgöra innan intervjun i vilken exakthet guiden ska följas samt formuleringen av frågorna. I överensstämmelse med Kvale & Brinkmann (2009, s. 146) anser jag att en bra forskningsfråga ska vara både “tematiskt till kunskapsproduktionen och dynamisk till att skapa en god intervjuinteraktion.”. I linje med Kvale & Brinkmann (2009) formulerade jag flera intervjufrågor för en forskningsfråga för att “få en varierad och rik information genom att närma sig ett ämne ur olika synvinklar” (s. 148), t.ex. handlar en forskningsfråga om problemlösningens relevans i ämnet matematik, vilket jag avhandlade i 3 frågor med syftet, viktighet och om elevernas nytta av att arbeta med problemlösning (Bilaga 9.2.). Intervjufrågorna formulerades i vardagsspråk samt försöktes att utforma de så korta och enkla som möjligt som Kvale & Brinkmann (2009) anser är en viktigt aspekt för kvalitativa intervjuer.

Intervjuerna genomfördes i var sin lärares klassrum efter skoldagen, således kunde intervjuerna realiseras i en lugn och tyst miljö. Informationen kring syftet med det här arbetet fick de medverkande lärarna både en tid innan intervjuerna och när de intervjuerna ägde rum, även kriterier för samtycket gavs plats innan de genomförde intervjuerna. I avsnittet Etiska aspekter (se 4.4.) som följer nedan framställs etiska riktlinjer som beaktades under den här studien. I början av de intervjuerna fick de åtta lärarna en introduktion bland annat om intervjuens inspelning samt att de fick ställa frågor, i överensstämmelse med Kvale & Brinkmanns (2009) gällande intervjuens genomförande. Jag använde mig av min mobiltelefon för att spela in intervjuerna, vilket fungerade på ett bra sätt. Den sista frågan som de medverkande fick var om de ville lägga till någonting för att inte lämna respondenter efter intervjun med frågor, synpunkter eller i oro (Kvale & Brinkmann, 2009). Intervjuerna är i genomsnitt 35 minuter långa, dock varierade de i sin längd, den kortaste intervjun är 24:41 min lång och den längsta intervjun är 42:57 min.

Målet med den här studien var att lyfta åtta lärares resonemang om problemlösning. Trots att urvalsgruppen är så liten anser jag att studien lyfter intressanta data som kan vara en utgångspunkt för vidare forskning inom forskningsfältet. Dock finns kritiska aspekter i metodanvändningen som är bra att ta hänsyn till. Att formulera frågorna enligt undersökningens syfte var svårt att genomföra, eftersom man kan inte veta hur de intervjuade personerna kommer att uppfatta de frågorna. Frågeställningens innebörder verkade delvis vara svårt för respondenterna att förstå vilket krävde en förklaring av intervjuaren för att tydliggöra frågan vilket kan ha lett till en påverkan av svaren i de utfallen. Direkt under de genomförda intervjuerna fanns också kritiska aspekter som kunde ha påverkat studiens resultat, här är det framförallt intervjustilen och maktförhållande till de intervjuade personer som kan lyftas. Kvale & Brinkmann (2009) menar att intervjuer handlar om en maktrelation där intervjuare bland annat har makten att ställa frågor, bestämma frågornas uppföljning och leda samtalet. Samtalet är av instrumental karaktär och kan vara manipulativt eftersom intervjuares mål är att inhämta information utan att den intervjuade personen är medveten om det (Kvale & Brinkmann, 2009), vilket i sin tur kan påverka resultatet på det sättet att respondenterna inte kunde yttra det vad de ville lyfta i förhållande till tematiken. Vid dataanalysen kan forskarens personlighet och bakgrund påverka analysen av datan och därmed också resultat av studien (Denscombe, 2017), med andra ord att analysen inte kan hanteras på ett objektivt sätt. Dock anser jag att intervjuernas data och deras bearbetning lyfter lärarnas resonemang om problemlösning och dess innebörd som kan ses som en insyn hur lärare resonerar kring problemlösning.

4.2. Dataanalys

Analysprocessen började med att transkribera de bandade intervjuerna. I likhet med Denscombe (2017) anser jag att det underlättar identifieringen av budskap vilket i sin tur underlättar jämförelsen och analysen av datan i själva analysdelen. Transkriberingen av åtta intervjuer var mycket tidskrävande, men jag anser att jag har kommit materialet mycket nära vilket underlättade den senare analysen som jag anser är en fördel i linje med Denscombe (2017). Denscombe (2017) menar om intervjun innehåller oviktig information som inte tillhör till tematiken, behöver den delen inte transkriberas utan bara citat som har relevans. I överensstämmelse med hans syn på detta (Denscombe, 2017) genomförde jag transkriberingen. Efter att alla transkriberingar var genomförda, hade jag 56 sidor utskrivet material som underlag för studiens analys. Jag har valt att analysen har sin utgångspunkt i en innehållsanalys med induktiv ansats, där de kategorierna i analysdelen har kommit fram under analysen av det befintliga materialet (Kvale & Brinkmann, 2009). För att få en helhetssyn av materialet, läste jag först hela texten och försökte hitta nyckelord, textdelar och citat som var relevanta för min undersökning. Texterna kodades först i form av färgkodning för nyckelord som bland annat problemlösning, problem, för/genom problemlösning, elevernas nytta och så vidare. Sedan försöktes att definiera kategorier som visade sig i texten med utgångspunkt i respondenternas svar vilka i sin tur kodades i samma färg som de tillhörande nyckelorden, för att visualisera citat som tillhör de uppkommande kategorierna, det gjorde jag i likhet med Denscombes beskrivning av en innehållsanalys (Denscombe, 2017). På det sättet fortsatte jag och fick fram 3 olika kategorier samt underteckningar som är relevanta för mina frågeställningar i den här uppsatsen. De uppkommande citaten för varje kategori och underrubrik skrev jag in i den här uppsatsen, efteråt analyserades materialet genom en jämförelse (se kapitel 5 Resultat & Analys).

4.3. Urval

För att undersöka relativt "utforskade" ämnen kan man använda sig av ett mindre urval, så kallade "explorativa urval" för att hitta nya idéer eller teorier (Denscombe, 2017, s. 58). Detta står i likhet med min ambition för den här studien, nämligen att genom ett mindre urval undersöka forskningsfältet problemlösning, vilket är ett fält som redan forskades mycket i, utan att t.ex. kunna definiera en entydig definition för den (Taflin, 2007; Schoenfeld 2013/2016). I min studie gjordes ett urval av åtta lärare från tre olika kommuner med hjälp av bekvämlighetsurval. I linje med Denscombe (2017) anser jag att kriterierna för den typen av urval är av fördel för min undersökning, nämligen att urvalsgruppen var lätt tillgänglig, det gick snabbt, var billigt och enkelt. Fast jag hade bestämt mig för två meriter som måste vara givna för att de intervjupersonerna kunde vara med i den här studien, nämligen att deltagare är utbildade matematiklärare samt att de undervisar i ämnet matematik i åk. 4-6. Jag försökte att hitta respondenterna med hjälp av tre olika sätt, nämligen kännedom, genom bekanta lärare och genom att skicka ut informationsbladet till olika skolor, dock har det tredje sättet inte lett till framgång. Storleken av urvalsgruppen med åtta lärare anser jag är rimligt med tanken på att den studien har bara en begränsad omfattning, fast den ligger under det minsta antalet av tio som Kvale & Brinkmanns (2009) anser är lämpligt för intervjustudier.

4.4. Etiska aspekter

Forskning som utgår från människornas i form av frågeformulär kräver under hela arbetet en etisk och moralisk granskning (Denscombe, 2017). Under min forskningsstudie har jag valt att förhålla mig till de etiska riktlinjerna för samhällsvetenskapliga forskning som beskrivs av Vetenskapsrådet (2002), Denscombe (2017) och Kvale & Brinkmann (2009).

Forskningsarbetets olika faser behöver olika etiska förhållningssätten. Här kan som exempel benämnas intervjumomentet, där det kan uppstå stress eller en annan psykologisk skada under intervjun bland respondenterna. Ett annat moment, där man måste överväga etiska frågor, är t.ex. analysen av materialet, frågor som kan uppstå i det momentet bland annat hur djupt ska analysen gå eller hur längre datan ska lagras (Denscombe, 2017). Enligt Kvale & Brinkmann (2009, s. 96) är det därför viktigare att lära sig att se och bedöma hela tiden under forskningens gång för att kunna reflektera över vad som är aktuellt i det enskilda momentet, än att oreflekterad begränsa sig till enstaka etiska regler. Ytterligare formulerar Kvale & Brinkmann (2009) etiska krav som att informera intervjuade person kring forskningens syfte och genomförande men även att deltagandet är frivilligt med rättigheten att avbryta medverkan. Här är det viktigt att hitta balansen mellan att ge för mycket information eller missa viktiga aspekter som är avgörande för den intervjuade personen (Kvale & Brinkmann, 2009). I mitt fall informerade jag lärarna i vilket syfte undersökningen genomförs. Ytterligare informerade jag om både intervjuns genomförande och anonymiseringen av personliga uppgifter (Bilaga 9.1.). Dock bestämde jag mig för att inte ge för mycket information inför intervjun gällande syftet för att inte påverka resultatet av studien. I likhet med Kvale & Brinkmann som anser att man i vissa fall kan lämna full information efter undersökningen (2009), bestämde jag mig för att ge mer information till intervjuade personer efter intervjun. Därutöver benämner Kvale & Brinkmann (2009) att anonymiseringen kan vara både ett skydd för intervjupersonernas integritet men också att forskaren har möjligheten att tolka utsagorna utan att gå en motsats i den tolkningen. Således kan riktlinjerna ses som ett verktyg med syftet att hålla möjliga skador bland intervjuade personerna så lågt som möjligt. (Kvale & Brinkmann, 2009).

4.5. Trovärdighet, pålitlighet & överförbarhet

Forskningens trovärdighet grundar sig i validitet och reliabilitet som handlar huruvida forskning verkligen mäter det som ska mätas, enligt syftet och datans stabilitet (Bryman, 2002). I linje med Denscombe (2017, s. 420) valde jag att använda begreppen *trovärdighet* för validitet och *pålitlighet* för tillförlitlighet, därtill kommer att han använder för generaliserbarhet begreppet *överförbarhet*.

Inom det kvalitativa forskningsfältet är det en svårighet att bedöma trovärdigheten om man utgår från kvantitativ forsknings villkor enligt Denscombe (2017). Han lyfter vidare att svårigheten framförallt ligger i bristen att kunna kontrollera kvaliteten av forskning eftersom det inte är möjligt att upprepa forskning inom det sociala fältet, med andra ord finns det inte ett absolut sätt att visa trovärdigheten. Pålitligheten handlar om att synliggöra studiens procedur genom att redovisa hela processen med transparens och noggrannhet (Denscombe, 2017), vilket jag tog hänsyn till under hela arbetet med den här uppsatsen. Denscombe (2017) menar även att generaliseringen inom kvalitativ forskning är svårt att realisera för att det handlar om forskning med fokus på individnivå och med litet utfall, därför ska man utgå från en annan synvinkel när man samtalar om generalisering, nämligen om "överförbarheten" (Lincoln & Guba, 1985 citerad i Denscombe, 2017, s. 422). Processen handlar om att läsaren av forskningen ska avgöra om "informationen i studien är jämförbar med andra liknande fall" (Denscombe, 2017, s. 422).

5. Analys & resultat

I det här kapitlet sammanfattas och analyseras målgruppens intervju svar. Således har kapitlet syftet att ge svar på de frågeställningarna som ställdes i den här uppsatsen tidigare. Sammanlagt är det åtta utbildade och verksamma lärare i årskurs 4-6 som har undervisat mellan 10 och 40 år i ämnet Matematik på olika skolor i tre kommuner, i Kungsbacka, i Göteborg stad och i Marks kommun. Deltagarna blev anonymiserade med siffrorna 1-8 och kommer att presenteras i form av en förkortning L1 = Lärare 1, L2 = lärare 2, L3 = lärare 3, L4 = lärare 4, L5 = lärare 5, L6 = lärare 6, L7 = lärare 7 och L8 = lärare 8 i det här avsnittet. Valet av kodningen med siffrorna gjordes för att underlätta hanteringen av den insamlade datan i målgruppen.

Rubrikindelningen gjordes enligt de befintliga uppfattningarna om matematisk problemlösning och presenteras i form av tre kategorier som följer nedan. Kategorierna uppstod i linje med lärarnas uppfattning kring problemlösning. Jag valde att sammanfatta och analysera resultaten av varje rubrik i slutet av rubriken.

5.1. Lärarnas syn på problemlösning

I den här kategorin presenteras två underrubriker som belyser lärarnas syn på fenomenen *problemlösning* och *problem*.

5.1.1. Lärarnas olika definitioner av problemlösning

I den här studien ger lärarna en definition av vad problemlösning innebär i deras vardag och verksamheterna de jobbar i. Definitionerna som har kommit fram är av olika karaktär. Däremot hade nästan alla lärare en liknande uppfattning om att problemlösning innebär att ställa sig framför ett problem samt att lösa det, men bara några poängterar vikten av att problemlösning innebär att använda olika strategier för att komma fram till svar. Lärarna menar med *olika strategier*, metoder som eleverna ska använda sig av för att lösa de olika problemen. Ytterligare betonar vissa lärare att det inte får vara för lätt att lösa problemet, med andra ord att lösa problemen på rutin, utan att det ska ställa eleverna inför en utmaning.

I det nedanstående citat skiljer L5 - när hen pratar om problemlösningens innebörd - mellan sig själv personligen och sin roll som lärare. När hen lyfter sin individnivå betonar hen att det inkluderar att hitta olika smarta vägar - metoder - för att kunna lösa ett problem medan hen upplever att som lärare handlar problemlösning mer om att lyfta elevers kunskaper och tankar för att sen kunna hjälpa eleverna att vidareutveckla sina redan befintliga kunskaper inom problemlösning. Här benämner hen att det finns effektivare lösningar vilket kan innebära att L5 anser att de lösningarna eleverna kommer fram till inte är tillräckligt utvecklade för att kunna lösa problem. Fortsättningsvis menar L5 att det finns en passande strategi för ett problem vilket inte instämmer i de andra lärarnas resonemang kring problemlösningens innebörd. Ytterligare lyfter L5 att problemlösning i matematik handlar om att synliggöra elevernas kunskap om problemlösning. Den aspekten benämner inte de andra lärarna i det här sambandet.

Vad är problemlösning? Alltså sätt att hitta olika smarta vägar till att komma fram till en lösning. Tycker jag för mig och för mig som lärare handlar det mycket om att kunna förstå barnens olika sätt att ta sig fram och kunna leda de till mer effektiva lösningar eller visar de många olika sätt pratar vi om i min klass mycket.

Vilken strategi passar till vilket problem? (L5)

Det är när barn får flera faktorer som ska leda fram till en lösning och vägen dit kan ha flera olika vägar och där man kanske måste lösa ett delproblem för att komma vidare till nästa. (L7)

L7 betonar däremot att lösa problem kan innefatta flera delmoment - deluträkningar - för att komma till ett svar, med andra ord att problemlösning inte bara handlar om att lösa en rutinuppgift som man kan lösa snabbt. Hen anser alltså att det krävs flera steg i uträkningen av problem för att det kan definieras som en problemlösning. Problemlösning handlar således om att tänka i logisk följd för att komma fram till en lösning. L3 betonar - i nedanstående citat - att det också kan finnas olika svar för ett problem vilket de ovanstående lärarna inte explicit benämner. Att skapa egna problem tillhör också till problemlösning, både att lösa och att skapa problem handlar om problemlösning menar L3. Detta kan innebära att hen anser att främja nya tankar och idéer genom att skapa egna problem och således ger eleverna möjligheten att få en djupare förståelse för att lösa olika problem. Problemlösning kan definieras som ett arbetsätt att utveckla matematiskt tänkande. Ytterligare anser hen att problemlösning är att hitta lösningar både själv men också tillsammans med andra. Med andra ord, L3 menar att arbeta med problemlösning i undervisnings innebär både att arbeta själv och i grupp. Problemlösning innebär således enligt L3, en social aktivitet där man tillsammans kommer fram till lösningar. Den aspekten benämner inte de andra lärarna explicit i sambandet med definitionen av begreppet problemlösning.

Dels att kunna hitta lösningar både själv men även med andra tillsammans, ser att det finns olika lösningar på problem och då kunna skapa egna problem också, tänker jag. Både kunna lösa och kunna skapa och kunna liksom att det finns olika sätt att tänka tycker jag är också väldigt viktigt.(L3)

Däremot anser L8 att definitionen för begreppet problemlösning framförallt handlar om saker som barnen möter i vardagen och att de sakerna måste appliceras in i matematikundervisningen. Problemlösning sätts i ett allmänt sammanhang. Det skiljer sig med tydlighet från de andra lärarnas syn på innebörden av problemlösning. Hen anser att kopplingen till vardagen utgör en problemlösning, att man använder matematik i livet.

Oh det kan vara vardaglig liksom om jag ska sätta upp en tapet så måste jag veta hur mycket tapet jag ska ha då måste jag räkna ut det. Det är en problemlösning. (L8)

Således kan konstateras att lärarna har olika ståndpunkter om innebörden av problemlösning, dock är nästan alla överens att problemlösning handlar om att man ställs inför ett problem och ska lösa det. Den största skillnaden mellan de olika utfallen är att några lärare använder problemlösning som ett verktyg för att lära sig olika strategier medan andra anser att problemlösning i matematik framförallt handlar om vardagsanknytning. Dock anser bara några att problemlösning innefattar en process som man måste gå igenom för att komma till lösningen för att utveckla matematiskt tänkande. Problemlösning kan även användas för att synliggöra elevernas problemlösningskunskaper, således ett kommunikationsmedel för att få en förståelse för elevens vetande, anser en lärare.

5.1.2. Problems variationer

I samtalen synliggörs komplexiteten med innebörderna av begreppet *problem* och *lämpliga problem* för problemlösningen. Att definiera lämpliga problem för problemlösningssuppgifter ställde vissa lärare inför en utmaning. Därtill kommer att alla intervjuade lärare i mer eller mindre utsträckning använder sig i arbetet med problemlösning av problemen som finns i läromedlen. Ett annat mönster som genomsyrar alla åtta uppfattningar är, att nästan alla lärare anser att ett problem måste innehålla fakta och en frågeställning i form av text, vilket kan leda till en lösning.

Först ska den innehålla text så jag måste förstå vad problemet är och sen ska den innehålla fakta och sen en frågeställning. (L6)

Den måste innehåller givetvis viktig information som eleverna plockar ut från uppgiften men det får inte var mer information än att det blir ett problem kvar. Det måste innehålla en fråga. (L1)

I de ovanstående citaten visas att L6 och L1 anser att ett problem måste innehålla både fakta och en frågeställning i textform. Ytterligare lyfter L6 att man måste förstå vad problemet innebär, med andra ord anser hen att texten måste vara begriplig för att kunna få en förståelse för problemet. L1 anser däremot som en viktigt aspekt att ett problem måste innehålla viktigt information som eleven kan använda sig av vid lösningen, men hen anser att den informationen måste ha en begränsning, det får inte vara för mycket eller för lite information så att ett problem blir kvar. Med andra ord problemet måste vara anpassat till elevens kunskapsnivå, så att den kan använda den informationen men samtidigt stå inför en utmaning. Ett problem är därmed individuellt enligt L1. Ett annat krav utifrån intervjuerna är att det inte får finnas för mycket information i problemet eftersom då är det inte längre ett problemlösningssproblem. Med andra ord, problemets utformning är avgörande. I det instämmer L1 - i den nedanstående citatet - hen anser att problemets utformning är väldigt viktigt. Ytterligare betonar L1 att ett problems innehåll kan inkludera olika områden, med andra ord att många problem för problemlösning behandlar olika matematiska områden i ett och samma problem samtidigt. Ergo kan konstateras att uppfattningar varierar kring kriterier som ska ställas till ett lämpligt problem. Medan den ena läraren tycker att det viktigaste är att eleven förstår problemet, anser den andra läraren att vikten ligger på att ge inte för mindre eller för mycket information.

Det är viktigt hur man utformar ett problem. Så det finns många problem som behandlar flera områden givetvis i samma problem. (L1)

I samtalet betonar L2 även - som ett annat krav till ett lämpligt problem - att textuppgifter i matteboken handlar inte om de rika problemen som måste användas för problemlösning. Det nedanstående citatet visar hur L2 ser på lämpliga problem. Hen anser att man som person kanske tänker först på de textuppgifterna i matteboken, när man tänker på problemlösning och kan uppfatta de som relevanta problemuppgifter. Ytterligare anser hen att det är inte de problemen som är användbara för problemlösning. Dock yttrar L2 sitt bekymmer över att man inte så ofta använder de rika problemen i skolan, hur man skulle göra det. Det inkluderar att L2 själv inte så ofta använder de benämnda rika problemen - där man har olika lösningsvägar och olika svar i ett och samma problem - i arbetet med problemlösning. Med andra ord, L2 har kunskap om dilemmat att hitta rika problem i matematikböckerna, men använder själv materialet för problemlösning ur läromaterialet i sitt arbete med eleverna.

Alltså många gånger, så är det så här att man kanske kan tänka, på första hand som problemlösning, de här lästall uppgifterna i matteboken men det är ju inte problemlösning egentligen. Tänker jag ett problem är väl de här rika problem som man kan ha många olika lösningar och den typen av problemlösning kanske man inte jobbar så jätte mycket med i skolan som man hade önskat. Men ett problem där man behöver göra alltså olika steg för att komma fram till ett svar och gärna sådana problem som är så rika att det finns liksom olika lösningar eller olika svar på ett problem och det är inte så ofta de möter i läromedelsböckerna. (L2)

Däremot benämner L4 att ett problem kan vara av olika karaktär, men framförallt procent för åldersgruppen åk. 4-6. Hen knyter problemlämpligheten till elevernas vardag. Den läraren inkluderar elevers vardag i klassrummet genom att använda deras intresse t.ex. att handla. I samtalet med L4 anges exempel på enkla en-stegs problem. L4 anser att enkla procentuppgifter är lämpliga för problemlösning i den åldersgruppen. Med andra ord, den läraren har ett annat krav på ett lämpligt problem för problemlösning, nämligen elevernas intressen. Hen ser som fördel med dessa problem att kunna motivera eleverna i arbetet med problemlösning. Dock står det i kontrast till alla andra deltagande lärare i den här studien som anser att ett lämpligt problem för problemlösning krävs ännu mer än bara vardagsnärligheten. I jämförelse med lämpliga problemlösningssuppgifter benämner några lärare en definition för rutinuppgifter. L1 betonar att en rutinuppgift inte kräver en uträkning i flera steg och att man kommer fram till bara ett svar. Hen (L1) anger explicit bland annat procent för sådana rutinuppgifter. Ytterligare betonar L1 att det handlar om en-steg uppgifter och inte fler-steg som hen anser som ett krav för lämpliga problem. På de två exemplen ser man tydligt hur lärarnas uppfattningar i målgruppen skiljer sig åt i sambandet med kriterier för ett lämpligt problem.

Ja, ett problem. Då är det just det här... man tar olika exempel framför allt procent det är så klockrent för de är så gamla nu, så många av barnen får då utan sina föräldrar in till Gbg med kompisar eller Borås och handlar, ofta köper dem kläder men det verkligen så som jag säger att de ofta köper kläder och det ofta det är rea, 10% rea, 50% rea, så det är jättemycket sådana exempel vi har i åk. 6 här. Procent framförallt. Det funkar jättebra. Så om de köper för 25% rabatt en fin tröja då är de jätte glada, så det funkar. (L4)

Ja men en rutinuppgift för mig är ju mycket kring huvudräkningsuppgifter, de fyra räknesätten, det kan vara tex. enhetsomvandlingar, alltså där du bara ge ett svar. Det kan vara bråk, absolut, procent och så vidare, men det kanske inte kräver att visa en uträkning i flera steg eller så utan att det är helt enkelt så det som du lär dig (L1)

Sålunda varierar det starkt vilka problem de intervjuade lärarna använder när de jobbar med problemlösning i undervisningen. Det beror delvis på den egna uppfattningen om vad ett lämpligt problem är men också på att hitta lämpliga problem, så kallade *rika problem*. De lärarna som arbetar i åk. 6, nämner även att de använder sig av gamla nationella prov i matematik för att lösa de problemlösningssuppgifterna som finns där inne. De lärarna använder de proven medvetet för att träna in både skicklighet - för att kunna lösa de problemen i förberedelse inför de nationella proven i matematik - och för att visualisera kunskapskraven för eleverna. Dock är intentionen till det steget inte att öka matematiskt tänkande utan att förbereda eleverna för de kommande proven.

Vi använder till exempel gamla nationella matematikproven 2014/2015 för att träna problemlösning, det använder vi hela tiden. (L4)

Utifrån intervjuerna kan konstateras att alla lärare använder uppgifterna i läroböckerna - både vanliga textuppgifter och uppgifter i form av utmaningar - i arbetet med problemlösning, fast att några är medvetna om att de inte motsvarar rika problem. Som i citatet nedan kan ses, är L4 väldigt nöjd med den matematikboken hen använder i matematikundervisningen, framförallt med den problemlösningssdelen i matematikboken, förutom om det behövs extra träning för eleverna i vissa områden, då löser L4 det på ett annat sätt. Utifrån det kan konstateras att L4 kommer att använda den matematikboken som underlag för att arbeta med problemlösning, eftersom hen anser att de problemen som finns där inne är lämpliga. Det bestyrker påståendet att ett problem är individuellt men samtidigt att uppfattningar är individuella om vad ett lämpligt problem är för någonting.

Den matteboken vi har är jag jättenöjd med det här, det finns bra delar i den med problemlösning som vi använder självklart, men sen mycket som jag vet att de behöver träna på och då löser jag det själv. (L4)

Ergo kan noteras att lärarnas resonemang kring problems innebörd har en stark variation. Några lärare tycker att det krävs en uträkning i flera steg och att det måste finnas flera lösningar till ett problem. Ett annat kännetecken som benämndes, är att det inte får vara bara en enkel uträkning utan att det krävs en utmaning bland problemlösare. En del använder i det sammanhanget begreppet *rika problem* som innefattar kriterier som ett problem måste uppfylla för att kan vara ett rikt problem. Här skiljer sig dock interpretationerna av begreppet, medan några lärare tycker att enkla en-steg procentuppgifter handlar om rutinuppgifter, tolkar andra de uppgifterna som lämpliga för problemlösning. Därtill kommer att alla lärare använder sig av textuppgifter i den använda matematikboken samt läromaterialet som de flesta anser som lämpliga för problemlösning. Bara en lärare betonar att de inte ofta handlar om de rika problemen som behövs för problemlösning. Med andra ord, ett problem måste inte vara ett problem för den ena men kan vara ett problem för någon annan. Således kan sammanfattas att ett problem är individuellt i sig, men också problemets lämplighet är individuell för den enskilda läraren.

5.2. Problemlösningens syfte

I den här kategorin redogörs lärarnas intention att arbeta med problemlösning. Därutöver presenteras lärarnas åsikter gällande elevers nytta av problemlösning i matematik.

5.2.1. Lärarnas intention att arbeta med problemlösning

Utifrån den befintliga datan kan noteras som ett syfte med problemlösning att lära sig att lösa olika problem. Intervjuerna genomsyras med anspråk på att problemlösning syftar på att kunna använda den förmågan i vardagen, med andra ord i livet. De intervjuade lärarna anger några situationer för att exemplifiera den aspekten. De lärarna anger några exempel där eleverna kan hamna i och behöver använda den kunskapen som man har lärt sig i och med problemlösningssarbetet. Således rör sig ett syfte som lärarna har kommit fram till att skapa en bro mellan ämnet matematik och vardagen.

Att klara sig längre fram och framför allt också att visa på att matematiken är det du behöver. Synliggöra att matematik finns överallt. (L8)

L8 yttrar att matematik finns precis överallt omkring oss och det är därför vi ska lära oss problemlösning. Hen menar genom problemlösning gör man som lärare matematik begriplig för barnen. Ytterligare resonerar L8 att eleverna ska arbeta med problemlösning för att klara sig längre fram i

livet, eftersom hen anser att eleverna behöver matematik för att kunna klara vardagen. Således anser L8 att arbetet med problemlösning kommer att förbereda eleverna för livet. Den vardagsanknytningen lyfter också L5 som visas i citatet nedan. Därtill betonar L5 ännu mer explicit att syftet är att eleverna ska få med sig så många olika strategier som möjligt för att kunna lösa så många olika situationer som möjligt. Ytterligare menar L5 att det också handlar om att dra paralleller till andra ämnen i detta sammanhang. Med andra ord, problemlösning genomsyrar alla ämnen, men också hela livet. Det handlar om att lära sig förmågan att ställa sig för olika utmaningar och kunna lösa dem. Således upplever de lärarna problemlösningen som ett verktyg i undervisningen för att lära eleverna kunskap om att hitta olika lösningar i olika situationer.

Det är det viktigaste som finns. Det handlar om: Problemlösning är livet! liksom. Det handlar om att hitta olika strategier på att lösa olika situationer och dra paralleller liksom i andra ämnen sammanhang också. Det är ju det här. (L5)

Däremot menar L7 att en intention med problemlösning är att gå lite utanför det klassiska, att inte arbeta med vardagsanknytning utan att göra däremot så kallade *kluringar*. Det står i kontrast till de lärarna som anser att problemlösning ska ses som ett verktyg för att skapa ett samband mellan matematik och vardagen. Syftet med problemlösning lyfter L7 som ett verktyg, där man ska använda sig av logiskt tänkande för att få en djupare förståelse för matematik. Problemlösningens framkommande står i relation till olika steg, prövning eller en bedömning av problemet. I samtalet lyfter den läraren att hen anser att problemlösning syftar till att utveckla logiskt tänkande. Att kunna bygga upp matematisk kunskap som kan användas igen vid en senare tidpunkt.

Att gå lite utanför det här klassiska. Du måste klura lite grann eller att barnet inte direkt förstår lösningen utan det kräver en bedömning, att man sätta in sig lite djupare in i uppgiften och man måste kanske pröva lite olika sätt att komma fram. Jag tycker att det bygger på att man ska liksom hitta lite sekvenser för att komma fram till en lösning och när man har kommit på de så kan applicera det på kanske mattetal eller problem som kommer senare. (L7)

Även L3 anser som ett syfte med problemlösning att kunna utveckla matematiskt tänkande samt att tänka kreativt. De förmågorna utvecklas över tiden, därför är det viktigt att man arbetar med problemlösning under sin hela skoltid, betonar L3. Till det resonemanget kan den läraren ha kommit, för att hen upplever att eleverna har utvecklat de ovan benämnda förmågorna desto mer de har arbetat med problemlösning i undervisningen. Alltså är en intention att arbeta med problemlösning, utvecklingen av matematiskt kunnande bland eleverna samt att tänka nytt, logiskt och smart. Den utvecklingen handlar således om en process över tiden.

Det är väl för att kunna utveckla sitt matematiska tänkande och tänka kreativt och det blir också så, hur länge man håller på med desto bättre blir man. De förmågorna utvecklas över tiden och därför är det viktigt att hålla på med problemlösning hela tiden i skolan. (L3)

Bara en lärare lyfter i det sambandet kunskapskraven i matematik som ett syfte. L2 menar att arbeta med problemlösning betyder att eleverna ska få möjligheten att utveckla förmågorna som står i kursplanen. Speciellt benämns följande aspekter: att kunna formulera egna problem, skapa egna problem samt att lösa givna problem. Således är den läraren medveten om de förmågorna som eleverna ska utveckla i årskurs 4-6 och yttrar det som en plikt att arbeta med i undervisningen. Att ut-

veckla förmågor som att kunna kommunicera och resonera, betonar hen ännu mer. Här upplever hen att problemlösning framförallt handlar om kommunikationen med varandra och att kommunicera matematik med varandra. Därur kan konstateras att L2 upplever i arbetet med problemlösning att hens elever kommunicerar och resonerar vid de tillfällena. Således är en annan intention i arbetet med problemlösning att eleverna samtalar och diskuterar matematik samt målet att eleverna ska uppfylla kunskapskraven i ämnet matematik.

Syftet är ju det med kunskapskraven. Så det är ett syfte att säkerställa kunskapskraven att eleverna får det de ska med sig, att man ska formulera egna problem, skapa egna problemen också löser givna problem och sen att helt enkelt kommunicera matematik med varandra blir i problemlösning, tycker jag, resonerar och kommunicerar tillsammans med någon. (L2)

Utav de åtta lärarna skilde sig uppfattningar åt kring problemlösningens syfte, på det sättet att fem lärare gör anspråk på att problemlösningens intention är att skapa en förbindelse till det verkliga livet. Att kunna använda den matematiska kunskapen för att kunna hantera olika situationer i vardagen och samhället. I det sammanhanget betonar några av de att man ska lära sig att göra korrekta val angående strategier eller metoder. Således är problemlösning ett medel för att skapa detta samband. Däremot anser tre lärare att det handlar om att lära sig matematik utanför det klassiska. Att det handlar om att utveckla matematiska förmågor där eleverna får tänka djupare och utanför boxen. Ett annat syfte med problemlösning är att få eleverna att kommunicera och resonera matematik med varandra, alltså handlar problemlösning också om en interaktion med varandra där man utvecklar matematiskt tänkande samt att tänka kreativt. Även kunskapskraven benämner en lärare i sambandet med problemlösningens syfte i matematik.

5.2.2. Lärarnas syn på elevers nytta av att arbeta med problemlösning

Inom vilka områden eleverna har nytta av att arbeta med problemlösning i matematik upplever de intervjuade lärarna olika. Utifrån datan ser man dock att alla åtta lärare upplever att problemlösning ger en stor vinst för eleverna i ämnet matematik. Delvis upplever lärarna att eleverna har nytta åt båda håll, med rutinuppgifter och problemlösning. De menar att rutinuppgifterna hjälper eleverna att lösa olika problem men också tvärtom att kunna lösa problem hjälper eleverna i arbetet med rutinuppgifter. Alltså att båda moment har nytta av varandra, men är också beroende av varandra menar lärarna. Båda två är beståndsdelar i matematik och tillhör därför för eleverna till ämnet matematik och kan leda till en utveckling i matematisk kunskap. Dock menar L6 mer explicit att det behövs baskunskap för att kunna lösa olika problem, det implicerar att hen anser att utan grundläggande matematisk kunskap kan eleverna inte lösa problem. Att det är en grundförutsättning för att kunna arbeta med problemlösning i matematik, det yttrar inte de andra lärarna i den här målgruppen explicit.

Ja, eleverna har njutning att arbeta med problemlösning i matematiken. Baskunskaperna behövs ju för att vi ska göra problemlösning och tvärtom också. Jag tror att den kombo är självklart för barnen. Problemlösning är en del av matten. (L6)

Läraren L2 menar att man kan se det genom att eleverna får använda sig av sina matematiska förkunskaper - som de har tagit till sig sedan innan - vid de problemlösningstillfällena. Vridning och vändning av olika problem gör att eleverna får en djupare förståelse i matematik betonar L2 ytterli-

gare i samtalet. Elevernas nytta av problemlösning är således att kunna använda den befintliga kunskapen i matematik som de redan har och använda den till att lösa problem och kan på det sättet utveckla ännu mer djupare kunskap. Med andra ord, den använda kunskapen struktureras genom logiskt tänkande om till ett nytt matematiskt kunnande.

Absolut! Jag kan se det genom att de får använda mycket matematik och inte bara vad vi gör nu. Att de får använda kunskap som de har tagit till sig sedan innan. Genom att vrida och vända på olika saker så är det klart att man får en djupare matematisk förståelse. (L2)

Däremot upplever L8 att elevernas nytta innefattar att de blir bättre problemlösare i sig, alltså att de löser olika problem snabbare och smidigare med tiden. I det nedanstående citatet förklarar L8 på ett exempel där eleverna har blivit bättre i att lösa problem genom att hade arbetat med en speciell bokserie som handlar om att lösa olika mysterier. Läraren påpekar att eleverna var duktiga på problemlösning för att de har jobbat mycket med problemlösning i undervisningen. Eleverna hade även goda resultat på de nationella matematikproven. Dock menar hen att det var ett par år sedan hon jobbade på det sättet och att hon jobbade då två timmar per vecka med problemlösning istället för bara en gång per vecka som i den nuvarande situationen. Således är det avgörande för elevers nytta hur ofta de arbetar med problemlösning i undervisning. Därmed kan noteras att ett regelbundet arbete med problemlösning leder till att bli en bra problemlösare. I detta resonemang instämmer inte alla lärare i målgruppen utan bara en del menar att eleverna blir snabbare och snabbare på att lösa olika problem, men eleverna får även mer förståelse hur de ska tänka för att lösa problem. Därtill kommer att eleverna får en bättre förståelse och medvetenhet för hela problemlösningsprocessen samt de strategierna dem använder sig av i problemlösning. Ytterligare beskriver L8 att materialet hen använde sig av tyckte eleverna om att arbeta med, med andra ord det var en motivation för eleverna att arbeta med matematik i undervisningen. Därur kan konstateras att intentionen att arbeta med problemlösning kan vara att motivera eleverna samt att väcka intresset för matematik, dock måste man säga att den läraren har inte fortsatt att arbeta med den boken trots att hen har upptäckt att de eleverna som jobbade med den boken var bättre i problemlösning än de eleverna hen har just nu. Grunden kan vara att hen har inte upptäckt det under den tiden utan nu när hen jämför elevgrupperna.

Jag hittade sådana mysterium-böcker och så ska de lösa problem och så kommer de vidare. Då fattade de inte ens att det är matte på något vis utan det är bara roliga mysterier men det var bara för att jag hittade sådana roliga läromedlen. De hade väldigt bra på nationella proven sen. Just är det lite häftigt också, de hade liksom 2 lektioner per vecka i stället för bara 1, de hade mer. De var duktiga på problemlösning. De blev liksom, så det är klart. Vissa grejer/moment som kommer om och om igen i äntligen. (L8)

I det instämmer L1, att elevernas nytta är att bli motiverade att arbeta med problemlösning. Hen menar att arbeta med problemlösning, ökar elevernas motivation, kreativitet och självförtroende. Att lösa kluriga problem som kändes i början för svåra men sen kan lösa dem, kan leda till en lyckokänsla bland eleverna. Den känslan kan jämföras med den emotionen som man får när man har vunnit en guldmedalj, den känslan bevaras för eleverna upplever L1. Således kan noteras att problemlösning är en aktivitet där eleverna blir motiverade att arbeta med matematik och tron på sig själv och sin kunskap. Den tron och utvecklade kunskapen kan eleverna leda vidare i sitt matematiskt tänkande.

Absolut! Det klart att man känner det, att eleverna utvecklas, det känner de själva också, tror jag många gånger. Sen kan det ju vissa lektioner vara kluriga uppgifter som de kanske tycker att det är svåra och så men samtidigt så blir det som oerhört, de blir så glada och det vet man ju själv när man har suttit med problem länge och tyckte det var klurigt och sen så lyckas man att lösa det. Så ger ju det en jättegod känsla, det är nästan så att man har vunnit högsta guldmedalj så och det ju den där känslan som är så fantastisk som gör också att man blir uthållig. (L1)

Det faktum kan det konstateras utifrån intervjuerna att alla lärare upplever att deras elever har nytta av att arbeta med problemlösning i matematik. En del lärare anser att elevernas nytta består av att bli bättre i matematiskt sammanhang, att kunna använda och fördjupa alla räknesätten, strategier och metoder, men också att problemlösningen utvecklar barnens grundläggande matematik. En del ur målgruppen menar att eleverna lär sig matematiskt tänkande, att tänka logiskt och tänka nytt. En del lärare ser elevernas nytta i att de blir skickligare med att lösa problem, så att de blir goda problemlösare. Att motivera eleverna och att de kan utveckla tron på sig själv och goda känslor i arbetet med problemlösning är en annan nytta eleverna har enligt målgruppens svar.

5.3. Problemlösning i praktiken - *för, om och genom*

I den här kategorin presenteras hur de intervjuade lärarna arbetar med problemlösning i matematikundervisning. De insamlade datan visade att alla åtta lärare upplever att undervisa för, om och genom problemlösning. Ytterligare berättar alla lärarna att de aktivt planerar in - i mindre eller större utsträckning - problemlösningsektioner. Enligt den intervjuade målgruppen innebär de lektionerna att eleverna arbetar aktivt med problemlösning där vikten ligger på att lyfta olika lösningsstrategier för eleverna. I samtalen anser ett litet antal lärare att de - i mindre eller större utsträckning - aktivt arbetar med grupper om tre-fyra elever. Resten av de åtta lärarna yttrar att de framförallt arbetar med EPA - metoden vid de problemlösningstillfällena, men dock i olika form. Enligt målgruppen inkluderar den EPA - metoden att eleverna först arbetar ensam, sen i par och sen har de en diskussion i helklass. I samtalet berättar t.ex. L2 att klassen aktivt jobbar med problemlösning en gång per vecka med problemlösning. Vid det tillfället kan det vara matte-grupper om tre och tre eller EPA-metoden. Fortsättningsvis menar L2 att de grupperna har samma sammansättning under 6-8 veckor. Det aktiva samarbetet upplever eleverna själva som givande i arbetet med problemlösning, anger L2. En grund kan vara att grupparbetet med samma gruppuppställning under en period, skapar en trygg och positiv miljö. Eleverna vågar att dela sina tankar och idéer angående lösningsvägen och lösningen. L2 menar vidare att eleverna arbetar tillsammans med tre problem under 45min per vecka i den problemlösningsektionen. Med andra ord, för L2 är problemlösning ett aktivt samarbete där alla elever får möjligheten att komma till tals för att lösa tillsammans ett problem. Därtill kommer att eleverna får mycket matematisk kunskap och nya idéer i interaktion med varandra. L2 arbetar därutöver med elevernas självvärdering, vilket ökar det eget ansvaret för lärandet bland eleverna.

Vi har samma upplägget, så varje tisdag har vi veckans problem. Nu har vi matte-grupper då jobbar de tre och tre och då är det samma grupp under 6-8 veckor kanske och annars har vi veckans problem och då jobbar man EPA metoden, så vi varvar de två. Då är det faktiskt så att eleverna utvärderar själva och de tycker att de tränar bäst problemlösning när de jobbar tillsammans i matte-grupperna och då löser de tre uppgifter tillsammans. Det är bra att variera. Jag gör lite både, jag gör antingen mattegrupperna eller veckans problem. (L2)

Läraren L6 upplever däremot att hans elever aktivt arbetar ungefär 3x20 minuter eller mindre med problemlösning i veckan. I kontrast till L2 upplever den läraren att hen uppdelar de problemlösningstillfällena och arbetar med EPA-metoden i stället för grupperna. Vid de momenten upplever hen att fokus ligger på att gå genom 2 strategier för att lösa ett problem och att klassen hittar den tredje strategin. Det instämmer inte i L2 upplevelse att arbeta med problemlösning i matematik. Därtill kommer att L6 upplever att de mestadels använder problemen från matematikboken eller gamla nationella proven, vilket hen själv inte uppskattar. Man kan konstatera att tiden eleverna aktivt arbetar med problemlösning är i både fall ganska låg. Dock arbetar L2 mer interaktivt vid de tillfällena där eleverna har tid och plats att diskutera och tänka över olika lösningar. Däremot kan det tyckas att L6 inkluderar de problemlösningstillfällena i den vanliga matematiken utifrån arbetet i matematikboken. Det vill säga om det kommer upp ett problem i matematikboken, kommer eleverna att snabbt gå igenom problemet själv, sen i par där man sitter och sen i klassen. I jämförelse med L2s arbete kan noteras att eleverna inte har tillräckligt tid att diskutera problemet eller kunna tänka efter. Därtill kommer att möjligheten att vrida och vända problemet under den tiden är ganska låg. Därmed kan eleverna inte få den matematiska inputen som de behöver för att utveckla problemlösningens förmågan. En annan aspekt som man kan konstatera är att eleverna inte förklarar sina strategier vid de tillfällena utan läraren går genom två strategier på tavlan medan bara en strategi lyfts från klassen. Det står i kontrast till L2s sätt att arbeta med problemlösning, där eleverna själva styr lösningsstrategierna.

Vi får mycket material ifrån olika böckerna. Jo, det ligger nog 3x20min per veckan på problemlösning genomsnitt. Ofta blir det att jag går efter läromedlet, men nu i sexan har det också blivit mycket gamla nationella prov att vi jobbar med i klassen och sen så gör vi lösningar. Men boken är grunden. Tyvärr! Ja planerar så att välja ut något problem som finns då kanske jag går genom, två strategier på tavlan och sen så hitta vi ytterligare tre strategier i gruppen så. Först gör det själv och sen att de pratar med den bredvid och sen tar jag det i hela klassen så. EPA. (L6)

Ännu mindre anger L7 att hen arbetar med problemlösning i matematik i jämförelse med L2 och L6 ovan. Hen berättar i samtalet att klassen arbetar ungefär två gånger a 45 minuter per månad aktivt med problemlösning, annars jobbar klassen med den vanliga matematikboken. L7 anser explicit att hen är inte så bra på att inkludera problemlösning i den vanliga matematiken utan att hen planerar in de två lektionerna. Fortsättningsvis resonerar L7 att eleverna också möter problemlösning i matematikboken samt ibland i extra böcker med kluringar. Därur kan noteras att de eleverna inte arbetar så mycket med problemlösning i undervisningen som det skulle vara önskvärt. Tiden läggs på den vanliga matematiken som handlar om att arbeta kapitelvis i matematikboken i den klassen i stället för att inkludera problemlösning. Att inte sprida ut problemlösning i undervisningens vardag betyder att lärarna inte undervisar genom problemlösning. Dock anser alla lärare att problemlösning handlar om att ha extra tillfällen eller att möta de problemen i matematikboken.

Jag skulle nog säga att genomsnittet kan vara två gånger i månaden kanske 40-45min på gången. Då jobbar jag EPA och sen jobbar vi med den vanliga matten. Jag är kanske inte så bra på att sprida ut problemlösningen i vardagen utan ibland har vi liksom lektioner som vi bara jobbar med problemlösning och sen så får de möta problemlösning i matten då som dukar upp i till exempel utmaningar eller extra böcker som är lite mer kluriga. (L7)

Således kan noteras att alla lärare väljer att aktivt arbeta med problemlösning i matematik ungefär 45 minuter i veckan eller mindre. Vid de tillfällena planerar lärarna in lektioner eller sekvenser där de i klassen går genom olika strategier för att lösa olika problem. Med andra ord, fokus ligger på att lära ut strategierna snarare än att undervisa genom problemlösning. Därtill kommer att bara tre av åtta lärare anger att delvis arbeta med grupper om tre-fyra elever, resten arbetar mestadels med den EPA - metoden. Grupparbete skiljer sig åt EPA på det sättet att EPA verkar snabbt kunna inkluderas i den vanliga matematiken medan grupparbetet kräver en genomtänkt planering innan, där det gäller gruppans sammansättning och hur lärare ska lägga upp lektionen. Grupparbetet ger utrymme till ett interaktivt lärande medan EPA verkar vara en mindre form av interaktionen i klassen. Ett mönster som genomsyrar hela undersökningen är att alla lärare är - i mindre eller större utsträckning - styrda av matematikböckerna, både vid de benämnda problemlösningstillfällena och i den vanliga matematiken. Det syns också i samtalet med L8, hen upplever att arbeta med problemlösning - för och genom - , men dock framförallt i matematikboken. Dock anser L8 att de kapitlen i matematikboken som heter problemlösning handlar om den problemlösningen som eleverna ska arbeta med. Däremot anser L8 att arbeta genom problemlösning betyder att inkludera matematik i andra ämnen som t.ex. NO. Således kan man notera att L8 arbetar nästan alltid med matteboken, vilket innebär att den interaktionen som L2 - i det ovanstående citatet - upplever är viktig i problemlösning, den får inte de eleverna i klassen från L8. Eleverna missar därmed den interaktionen och den kommunikationen som behövs för att bli en bra problemlösare.

Det är nu både och. Därför för att det finns vissa avsnitt som heter problemlösning. Det finns i läroböcker och det här och då kan man ju undervisa liksom med problemlösning att ge de färdiga men sen emellan åt när vi har, speciellt när det är NO också när man är ute. "Hur högt är det här trädet? Problemlösning genom då. Tror nog att det är både och. Läroböcker har nästan alltid problemlösning så tar jag därifrån. Läroböcker styr väldigt mycket! (L8)

Även L2 anser att hen arbetar både och - för och genom - , men i jämförelse med L8 anser L2 att hen inkluderar andra områden i de problemlösningstillfällena för att lyfta vissa matematiska områden igen för eleverna. I samtalet yttrar L2 att eleverna kan på så sätt använda redan befintliga kunskap i problemlösning, men det kan också inkluderas nya områden som kommer längre fram. Alltså kan konstateras att hen medvetet använder problemlösning som ett verktyg för både att gå genom tidigare moment och att introducera nya områden.

Jo, det sättet som vi har kommit fram hur vi jobbar är ju att vi jobbar både och, tänker jag. Jag försöker ibland alltså att man tar in många andra moment i problemlösningen som till exempel, vi jobbade 2 månader sen med geometri och omkrets, area och då kanske lyfter in det igen i en problemlösning för att repetera det området till exempel att kunna använda som vi redan vet via problemlösningssituation. Så gör jag mycket, att jag liksom tar in olika delar som jag vet, det här var längre sen eller det här ska vi jobba med om två veckor, jag lyfter in det redan nu fast vi inte haft någon genomgång om det för att de får nosa på vissa område. (L2)

Läraren L3 anser i jämförelse med L2 att klassen aktivt arbetar med problemlösning i sig, med andra ord fokus ligger på att gå genom olika strategier för olika problem, alltså - om - problemlösning. Ytterligare menar L3 att när eleverna jobbar med matematikboken och rutinuppgifter är det lite både - för och genom - problemlösning, att det är svårt att skilja åt - för och genom - problemlösning. Med andra ord, upplever hen att matematikboken ger de förutsättningarna att arbeta med - för

och genom - problemlösning. Det står i kontrast till L2 som anser att - genom - problemlösning innebär att introducera nya eller repetera gamla områden i matematik.

Jag försöker nog att jobba aktivt med problemlösning i sig. "Nu är det problemlösning vi jobbar med" sen tycker jag om man jobbar med rutinuppgifter eller man jobbar med matteboken så är det liten både och, så det är inte möjligt att skilja det rakt av men i den vanliga rutinen kan man också hitta smarta strategier om det är en slags problemlösning, det är väl det är. (L3)

Även L6 upplever att de arbetar både och, men är - i jämförelse med andra utfall i studien - medveten om att arbeta alldeles för lite - genom - problemlösning. Ett problem som L6 lyfter i det här sambandet är, att klassen är för stor med 27 elever för att arbeta - genom - problemlösning, med andra ord hen upplever att det inte är realiserbart och genomförbart, därför följs den vanliga matematikboken. Den aspekten som hen lyfter som en grund varför hen följer mestadels boken, anger också andra lärare i målgruppen som en grund varför de inte arbetar så mycket - genom - problemlösning utan mestadels med de enstaka strategilektionerna och i matematikboken. På grund av klassens storlek upplever L6 att eleverna utbildas - för - problemlösning och inte - genom - .

Jag önskar att det skulle var genom problemlösning men jag är själv med 27 elever så blir det mycket problemlösning på en individuell nivå som vi lyfter till pararbete som lyfter till allmän kunskap men jag känner mig ensam när jag har 27 elever. Sådana saker men det tycker jag ofta inte hinner så att jag utbildar för problemlösning men drömmen är att göra det genom problem, så jag följer boken. (L6)

Således kan noteras att alla åtta utfallen skiljer sig åt hur de upplever att arbeta *för*, *om* och *genom* problemlösning i matematiken. Dock kan poängteras att det finns ett mönster som genomsyrar hela undersökningen, nämligen att alla åtta lärare kopplar i första hand problemlösning till en undervisning där det ligger fokus på olika strategier, vilket framförallt motsvarar att undervisa - om - problemlösning. Därtill kommer att sex lärare upplever att problemlösning i matematikboken innebär att undervisa *för* och *genom* problemlösning, vilket står i kontrast till två lärare som inte anser att det handlar om - genom - problemlösning, utan de anser att undervisa - genom - handlar om att t.ex. introducera ett nytt område i matematiken med hjälp av problemlösning. Utifrån resultaten kan ytterligare noteras att flera lärarna i studien upplever att de inkluderar olika matematiska områden i de problemlösningssmomenten, där man aktivt arbetar med problemlösning. Dock ger ingen lärare ett exempel på att inkludera problemlösning i den vardagliga matematiken för att introducera ett nytt moment t.ex. vid en genomgång utan bara i de problemlösningsslektionerna. En annan aspekt som har kommit fram i datan är att vissa lärare lyfter att klassens storlek spelar en roll i upplägget av problemlösning i undervisningen, hur och hur ofta lärare kan ha problemlösning i undervisningen är beroende på elevers antal, anser de lärarna. De poängterar att det är svårt att ha den interaktionen i klassrummet med t.ex. 27 elever. Den aspekten lyfter inte alla lärare i samtalet. Så uppfattningar kring att arbeta med problemlösning *för*, *om* eller *genom* kan upplevas på många olika sätt.

6. Diskussion

I det kapitlet diskuteras studiens resultat i relation till uppsatsens syfte samt det teoretiska ramverket. Syftet med den här studien var att lyfta åtta lärares resonemang om fenomenet *problemlösning* och dess innebörd i matematikundervisningen. Därutöver syftar den här uppsatsen på att belysa hur lärare utifrån sina egna uppfattningar arbetar med problemlösning *för*, *om* eller *genom* i undervisningen. Inledningsvis avhandlas studiens resultat genom att sätta de framtagna utfallen i relation till tidigare forskning. I slutet presenteras konsekvenserna som den här studien ledde till.

6.1. Problemlösningens innebörd

Ett syfte med den här uppsatsen var att lyfta lärarnas resonemang kring problemlösning i ämnet matematik. Utfallen i den här studien gav samma bild som redan finns i tidigare forskning, nämligen att begreppet problemlösning inte kan tilldelas en entydig definition (Taflin, 2007; Wyndhamn et al., 2000; Schoenfeld, 2016). Därtill kommer att de framtagna utfallen visade att lärarnas egna resonemang kring problemlösning stämmer överens med hur de upplever undervisningen om problemlösning i matematik. Dock är samtliga lärare överens att problemlösning innebär att lösa ett problem, det står i likhet med bland annat Pólya (1957), Taflin (2007) och Lester (1996). Datan visade att den största avvikelsen mellan de olika utfallen är att ett visst antal lärare gör anspråk på att problemlösning handlar om att lära sig olika strategier medan andra hälften anser att problemlösning framförallt handlar om vardagsanknytning och därmed synliggörande av matematik för eleverna.

Flera lärare i den här studien anser att eleverna ska lära sig olika metoder för att bli bra problemlösare, vilket står i linje med Pólya (1957) och Taflin (2007). Pólya (1957) menar att problemlösning är en praktik som man måste träna för att kunna utveckla den förmågan, det står i linje med den utfallsgruppen som anser att problemlösning måste tränas via att lära sig olika strategier. I det instämmer även Taflin (2007), hon menar att eleverna lär sig matematiska begrepp, metoder och språk. Däremot poängterar Lester (1996) och Schoenfeld (2013/2016) att det inte bara handlar om att lära sig strategier utan att problemlösning handlar om mycket mer än det, nämligen en process där man utvecklar matematiskt tänkande. Att problemlösning handlar om en process med olika delmoment poängterar ett litet antal utfall i studien. I studien fanns även utfall som anser att det finns en mest hållbar strategi eller bara en passande strategi för ett problem, det står i kontrast till Pólyas (1957) heuristiska argumentation och Lesters (1996) åsikt att i en problemlösning finns inga givna strategier utan att det handlar om en process, där under processen avgörs vilken strategi används.

Några lärare menar att problemlösning är ett verktyg som sätter matematik i ett sammanhang, det står delvis i linje med Lester (1996) som anser att genom att arbeta med problemlösning kan barnen utveckla matematiskt kunnande för livet. Han menar ytterligare att problemlösning är bron mellan det abstrakta och elevers vardag (Lester, 1996). Dock ser Lester (1996) på det faktum i ett större sammanhang där eleverna ska lära sig att tänka nytt och logiskt medan de lärarna i studien ser det mer pragmatiskt att eleverna lär sig matematik som de sen kan använda i vardagen, t.ex. när eleverna handlar kläder. Således kan man notera att utfallsgruppens åsikter inte instämmer hela vägen ut med Lesters (1996) uppfattning om det. En annan definition som lyftes i utfallsgruppen är att problemlösning i matematik handlar om att synliggöra elevernas kunskap, således ett verktyg för lärare i matematikundervisning för att få syn på elevers kunnande för vidareutveckling. Det står i linje med Lester (1996) som menar att under grupparbetet finns möjligheten att få syn på elevernas kunskap. Således kan man som lärare bedöma varje elevs kunskapsnivå för att sedan skapa förutsättningar för att kunna utveckla den. Ytterligare kan lyftas att inga lärare yttrade explicit i intervju-

erna angående problemlösningens definition att problemlösning handlar om ett verktyg som alltid tillhör till matematik för att lära sig matematiskt och logiskt tänkande, utan alla lärarna ser det som ett extra moment i matematik som man måste lära ut till barnen genom att t.ex. gå genom olika strategier, det står i kontrast till Lester (1996), Schoenfeld (2013/2016) och Nationalencyklopedins begreppsförklaring för matematik. Även Wyndhamn et al. (2000) anser att matematikundervisningen skulle utgå från problemlösning istället för att det är bara ett moment i undervisningen. Således kan man konstatera att problemlösningens innebörd är individuell och därmed variationsrik.

6.2. Problemets individualitet

I problemlösningens centrum befinner sig ett problem som är avgörande för hela problemlösningssprocessen, som det poängteras i tidigare forskning. Dock finns inga entydiga definitioner i forskning kring problemets innebörd (Taflin, 2007; Schoenfeld, 2016). Samma utfall visade sig i studien, vad som utgör anspråket till ett lämpligt problem för problemlösning är individuellt. Dock är alla intervjuade lärare eniga om att ett problem för en problemlösning måste innehålla fakta och en frågeställning i form av text, vilka kan leda till en lösning. Det står i likhet med tidigare forskning. Vissa lärare betonar även att problemlösning inte bara innebär att lösa lätta problem utan att eleverna ska ställas för en utmaning. Det är i enighet med bland annat Lester (1996), Wyndhamn et al. (2000) och Taflins (2007) uppfattning om ett problem. De menar även att ett problem får inte vara för lätt eller svårt, utan problems utformningen är avgörande för hela processen. I det instämmer ett litet antal utfall i studien, nämligen att problemets utformning har en central roll i problemlösning. Att ett problem måste väcka intresset och vara bekanta menar Pólya (1957) och Wyndhamn et al. (2000), i det påståendet instämmer en del av utfallen.

Ett mönster som genomsyrar datan är att alla intervjuade lärare använder sig av problem från matteboken och läromaterialet, vilket Lesh & Harel (2003), Sidenvall (2019) och Taflin (2007) anser som inte tillfredsställande för problemlösning. Att arbeta med problemen i matteboken innebär att eleverna inte kan utveckla problemlösningensförmågan betonar Lesh & Harel (2003) samt Sidenvall (2019). Det lyfter även ett litet utfall i datan, att textuppgifter i läromaterialet inte handlar om de rika problemen som krävs för problemlösning. De lärarna menar fortsättningsvis att rika problem behöver innebära olika steg för att lösa det. I den synen instämmer Lester (1996), han menar att problem för problemlösning innefattar inte bara en-stegs och fler-stegs textproblem utan ett sådant problem kräver ett kvalificerat innehåll. Dock använder ett visst antal i målgruppen explicit en-steg problem för att arbeta med problemlösning i matematik. Således kan man konstatera att de eleverna som arbetar med de problemen i undervisning kommer inte att utveckla de förmågorna i tillfredsställande omfattning som det krävs enligt kursplanen (Skolverket, 2018).

Att problemen kan ha flera olika svar, anser ett litet utfall i studien som ett krav när begreppet problem definieras. Det poängterar Taflin (2007) i sina sju kriterier för rika problem som en punkt samt att problem ska kunna leda till att man kan skapa nya intressanta problem, det står i enighet med ett litet antal lärare i studien. Även Lester & Mau (1993) anser att rika problem behöver innefatta ett speciellt innehåll. Utifrån intervjuerna har framkommit att man inte ofta arbetar med sådana problem i skolan, det står i linje med Sidenvall (2019) som anser att eleverna arbetar för lite med de problemen som krävs för att utveckla problemlösningensförmågan. Sammanfattningsvis kan poängteras att utformningen av problemen eleverna arbetar med i problemlösning i skolan är avgörande för elevens kunskapsutveckling i problemlösning och därmed i matematik.

6.3. Problemlösningens relevans

En frågeställning i den här studien var i vilket syfte lärare arbetar med problemlösning i matematik. Ett centralt syfte som eleverna ska utveckla anges i den nuvarande läroplanen Lgr 11 (Skolverket, 2018), nämligen att lösa problem, lära sig olika strategier och att formulera problem. Dock i vilken intention lärare använder problemlösning är icke desto mindre av olika karaktär. Ett visst antal lärare upplever att problemlösning skapar en bro mellan matematiken och det verkliga livet, med andra ord att problemlösning sätter matematik i ett sammanhang. Det står i linje med Lester (1996), han menar att man lär sig genom problemlösning viktiga förmågor som planering, att kunna se samband samt logiskt tänkande som behövs i livet. I det instämmer ett mindre antal lärare i studien som även anser att problemlösningens intention är att eleverna ska tänka nytt, utanför boxen. Dock anser de lärarna som upplever att elevernas nytta innebär kopplingen mellan matematik och vardagen, att det handlar om att sätta de matematiska räknesätten i ett sammanhang och inte att utveckla logiskt tänkande för livet som Lester anser som en viktigt intention i arbetet med problemlösning (Lester, 1996). Ytterligare ett utfall som har kommit fram är att problemlösning gör matematik synlig för eleverna, det är i linje med Lesters (1996) uppfattning att man dagligen möter olika problem som ofta handlar om matematik. Som Lester (1996) instämmer bara ett litet antal i studien att eleverna utvecklar självförtroende, kreativitet och nya idéer samt ett matematiskt tänkande i arbetet med problemlösning. Ett annat syfte som har kommit fram utifrån datan är att eleverna kan i interaktion med varandra utveckla kommunikations- och resonemangsförmågan som är i enighet med Lesters (1996) och Schoenfelds (2013) syn på problemlösning. Utifrån studiens utfall kan konstateras att syftena med problemlösning i matematik kan ha olika utgångspunkter dock framförallt handlar det om att använda matematik i olika sammanhang i vardagen men också i matematiken i sig.

6.4. Elevernas nytta

Med hänsyn till den befintliga historiska bakgrunden av problemlösning i de svenska läroplanerna har kommit upp frågan om eleverna har nytta av att arbeta med problemlösning. I de läroplanerna (Wyndhamn, et al., 2000; Löwing, 2016) har problemlösning fått ett centralt huvudmoment under de senaste åren. Taflin (2007) betonar vidare att hon inte hittade bevis i litteraturen emot problemlösning utan bara ett kritiskt förhållningssätt till att undervisa i problemlösning. I det instämmer alla utfall i studien, nämligen att eleverna har nytta av att arbeta med problemlösning i matematikundervisning, vilket därmed besvarar den frågan för den här uppsatsen. Dock varierar delvis uppfattningarna kring elevernas fördelar i arbetet med problemlösning. De flesta utfallen upplever att eleverna blir bättre problemlösare, vilket står i linje med Pólya (1957) och Lester (1996). De anser att man blir skickligare över tiden när man regelbundet arbetar med problemlösning. Att tänka matematisk och att fördjupa matematisk kunskap genom att arbeta med problemlösning i undervisningen, är ett annat utfall som kunde konstateras enligt datan. Bara ett litet utfall menar även att eleverna blir motiverade och utveckla självförtroende genom problemlösning i undervisningen. I de två ovanstående aspekterna instämmer Lester (1996) och Schoenfeld (2013). De poängterar att problemlösning inte bara handlar om att bli en bra problemlösare utan även att eleverna får möjligheten att utveckla självförtroende, bli kreativa samt att bli stimulerade och motiverade i ämnet matematik. Således kan konstateras att utfallen visade att elevernas nytta i arbetet med problemlösning i undervisningen ligger i att framförallt utveckla matematiska kunskaper i olika utsträckning.

6.5. Problemlösningens praktik - *för, om och genom*

Ett annat syfte med den här studien var att undersöka hur lärare förverkligar problemlösning - *för, om eller genom* - i matematikundervisning, enligt sina resonemang om problemlösning. I dagens skolan ska fokus ligga på en aktiv problemlösningsorienterad undervisning, alltså undervisning genom problemlösning för att utveckla matematiskt kunnande (Karlsson & Kilborn, 2015; Wyndhamn et al., 2000). Utifrån studien visade dock samtliga utfall att alla lärare anser att arbeta - *för, om och genom* - problemlösning. I vilken utsträckning detta sker, är därmed skiftande enligt målgruppens svar. Utfallen visade att de skapar extra tillfällen där de aktivt arbetar med problemlösning, där fokus ligger på att lära ut olika strategier genom att lösa problem. Det anser Taflin (2007) och Wyndhamn (1993) som att arbeta *om* problemlösning, där eleverna får ett tillfälle där de kan träna olika strategier. Taflin (2007), Pólya (1957) och Lester (1996) poängterar vikten att eleverna behöver regelbundna tillfällen där de arbetar med problemlösning, vilket inte återspeglas i utfallen av den här studien. Ett litet antal lärare arbetar vid de problemlösningstillfällena med grupper om tre och tre elever, medan resten av lärare arbetar enligt EPA. De lärarna anger att ofta använder bankkamraterna för pararbetet, vilket står i kontrast till Lester (1996) och Schoenfeld (2013) som poängterar vikten av gruppens sammansättning och att arbeta i en positiv och trygg miljö med problemlösning där eleverna vågar att yttra sina strategier och tankar. De betonar att grupperna ska inte vara större än tre-fyra elever i en grupp, för att alla elever är delaktiga och kommer till tals.

Ett annat utfall, vilket genomsyrar alla svar är att alla lärare använder läromaterialet i problemlösning. Ett större antal av målgruppen anser att problem som finns i matteboken inkluderas både arbetet *för* och *genom* problemlösning. Det står bara delvis i linje med Taflin (2007) och Wyndhamn (1993). Att arbeta i matematikböckerna anser Taflin (2007) och Wyndhamn (1993) handlar om att arbeta *för* och *om* problemlösning, men inte *genom* som de lärarna upplever det. Fokus ligger på att kunna lösa olika problem samt att hitta det riktiga räknesättet för att lösa problem. Sidenvall (2019) och Lesh & Harel (2003) menar även att matematikboken inkluderar bara få problemlösningssuppgifter som kunde utveckla elevernas problemlösningförmågan. Ett litet antal lärare lyfter att de inkluderar medvetet andra matematiska områden i problemlösning, dock bara en lärare använder problemlösning för att ibland introducera ett nytt område i matematik. Att arbeta genom problemlösning innebär att använda olika problem där det behandlas eller introduceras olika områden i matematik, dock innefattar det uppgifter utan rutinkaraktär med andra ord, inte de problemen som finns i läroböckerna eller läromaterialet (Taflin, 2007; Lester, 1996). Därtill betonar Taflin (2007) och Lester (1996) att problemets utformning har en viktig roll i undervisningen genom problemlösning. Dock kan man utifrån studiens resultat konstatera att undervisningen är för mycket styrd av läroböckerna på grund av olika orsaker bland annat tidsbrist och klassens storlek. Sammanfattningsvis kan noteras att alla lärare arbetar för mindre *genom* problemlösning i matematik utan fokus ligger mest på att inkludera enstaka problemlösningssuppgifter, där fokus ligger på att lära ut olika strategier och metoder vilket i sin tur innebär att undervisa *om* problemlösning.

6.6. Slutsats & konsekvenser

Syftet med den här studien var att belysa lärarnas resonemang om problemlösning i matematik samt i vilken utsträckning lärare undervisar för, om eller genom problemlösning. Med utgångspunkt i studiens datan kan man slutligen notera att i dagens skolan finns för lite undervisning genom problemlösning i matematiken utan är fortfarande styrd av läromaterialet, vilket inkluderar undervisning för och om problemlösning. Det står i kontrast till Skolverkets och forskningens syn hur dagens matematikundervisning egentligen skulle se ut för att eleverna får möjligheten att utveckla matematiskt

tänkande. Studiens utfall speglar de resultaten som svenska eleverna fick i PISA - undersökningen 2012, nämligen att de presterade lägre i problemlösningsförmågorna än i rutinuppgifter. Ett problem i det sambandet som genomsyras hela studien är att lärarna följer mestadels läromaterialet i matematik - förutom enstaka problemlösningslektioner om metoder - vilket inte kan ge de förutsättningarna som behövs för att ha en problemlösningsorienterad undervisning än mindre att eleverna kan utveckla de förmågorna som anses behövas för att utveckla ett matematiskt tänkande. Trots att ett litet antal lärare är medvetna om problemlösningens vikt i undervisningen och har kunskap om problemets utformning, följer de fortfarande mestadels matteboken i matematikundervisningen istället för att ändra sitt undervisningssätt. Några lärare poängterar i detta sambandet klassens storlek och tidsbrist som en grund för att arbeta för mindre genom problemlösning i undervisning. Det instämmer i mina egna erfarenheter att matematikundervisningen i skolan starkt kan variera. En annan aspekt som lyfts är att några lärare poängterar svårigheten att hitta rika problem eller skapa förutsättningar för grupparbetet, vilket kan vara orsaker varför dagens matematikundervisning är i så stor utsträckning styrd av matematikböckerna. Ytterligare lyfts att lärarnas olika resonemang om problemlösning och lämpliga problem återspeglas i sina sätt att undervisa problemlösning. Det bekräftar tidigare forsknings (Taflin, 2007) resultat att problemlösningens innebörd varierar på grund av lärarnas inställning till problemlösning samt mina egna erfarenheter i mötet med problemlösning i matematikundervisningen. Dock anser alla lärare att problemlösning är av stor vikt i matematik, vilket inte återspeglas i deras undervisning i matematik. Därför anser jag att det behövs ytterligare forskning i forskningsfältet som har sin utgångspunkt i praktisk forskning, där fokuset ligger på hur lärare kan förverkliga matematikundervisning genom problemlösning samt hur lärare kan stödjas i undervisning genom problemlösning.

7. Vidare forskning

I likhet med Schoenfeld (2016) anser jag att mycket av det teoretiska arbetet med problemlösning och problemlösande strategier redan har gjorts i tidigare forskning. De återstående problemen är mer av praktisk och implementerande natur. Därför anser jag att det behövs vidare forskning inom följande områden:

- Forskning om lärares uppfattningar kring problemlösning och hur de realiserar dessa uppfattningar i verkligheten.
- Hur kan lärare stödjas i undervisning *genom* problemlösning?
- Vilket material ska användas i en undervisning *genom* problemlösning?
- Hur upplever lärare läromedlens styrning i problemlösning i matematik?

8. Litteraturlista

- Ander, M. (Red.). (2012). *Matematik för lärare*. Malmö: Gleerups Utbildning AB.
- Bryman, A. (2002). *Samhällsvetenskapliga metoder*. Stockholm: Liber AB.
- Denscombe, M. (2017). *Forskningshandboken: för småskaliga forskningsprojekt inom samhällsvetenskaperna*. Lund: Studentlitteratur.
- Karlsson, N. & Kilborn, W. (2015). *Problemlösning och matematisk modellering*. Malmö: Gleerups AB.
- Kvale, S. & Brinkmann, S. (2009). *Den kvalitativa forskningsintervjun*. Lund: Studentlitteratur AB.
- Lesh, R. & Harel, G. (2003). *Problem Solving, Modeling, and Local Conceptual Development, Mathematical Thinking and Learning*, 5(2-3), 157-189.
doi:10.1080/10986065.2003.9679998
- Lester, F. K. & Mau, S. T. (1993). Teaching Mathematics via Problem Solving: A Course for Prospective Elementary Teachers. *Learning of Mathematics*. 13(2), 8-11.
Hämtad 2019-05-19 från [bhttps://www.jstor.org/stable/40248078](https://www.jstor.org/stable/40248078)
- Lester, F. K. (1996). Problemlösningens natur. I G. Emanuelsson, K. Wallby, B. Johansson & R. Ryding (Red.), *Matematik - ett kommunikationsämne* (s. 85-91). Göteborg: Författarna och Nämnamnaren.
- Löwing, M. (2016). *Diamant - diagnoser i matematik: ett kartläggningsmaterial baserat på didaktisk ämnesanalys*. Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.
Hämtad 2019-05-07 <https://gupea.ub.gu.se/handle/2077/47607>
- Nationalencyklopedin NE. (2019). *Matematik*. Hämtad 2019-04-07 från <https://www.ne.se/sök/?t=uppslagsverk&q=matematiska+problemlösning+>
- NCM - Nationellt Centrum för Matematikutbildning. (2010). *Problemlösning*. Hämtad 2019-04-07 från <http://ncm.gu.se/3636>
- Pólya, G. (1957). *Problemlösning. En handbok i rationellt tänkande*. Stockholm: Norstedts Akademiska Förlag.
- Roos, H. (2019, 28 maj). Elevers upplevelser kan utveckla undervisningen i matematik. *forskning.se*. Hämtad 2019-06-05 från <https://www.forskning.se/2019/05/28/elevers-upplevelser-kan-utveckla-undervisningen-i-matematik/>
- Schoenfeld, A. H. (2013). Reflections on problem solving theory and practice. *Mathematics Enthusiast*, 10(1-2), 9-34. Hämtad 2019-05-19 från <https://scholarworks.umt.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1258&context=tme>
- Schoenfeld, A. H. (2016). Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense Making in Mathematics (Reprint). *Journal of Education*, 196(2), 1-38.
[doi.org/ 10.1177/002205741619600202](https://doi.org/10.1177/002205741619600202)
- Sidenvall, J. (2019). *Lösa problem. Om elevers förutsättningar att lösa problem och hur lärare kan stödja processen*. (Dissertation). Umeå: Umeå Universitet.
- Skolverket (2013). *PISA 2012 - 15-åringars kunskaper i naturvetenskap, läsförståelse och matematik*. Stockholm: Skolverket. Hämtad 2019-04-17 från <https://www.skolverket.se/publikationsserier/ovriga-trycksaker/2013/pisa-2012-sammanfattning-av-rapport-398>
- Skolverket (2014). Modul Problemlösning. *Vad är ett problem?* Stockholm: Skolverket. Hämtad 2019-04-07 från https://larportalen.skolverket.se/#/modul/1-matematik/Grundskola/425_problemlösning%20åk4-6
- Skolverket (2017). *Kommentarmaterial till kursplanen i matematik*. Stockholm: Skolverket.
- Skolverket (2018). *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011, reviderad 2018*. Stockholm: Skolverket.

- Taflin, E. (2007). *Matematikproblem i skolan - för att skapa tillfällen till lärande*. (Doctoral Dissertation, Department of Mathematics and Mathematical Statistics). Umeå: Umeå Universitet.
- Vetenskapsrådet. (2002). *Forskningsetiska principer inom humanistisk-samhällsvetenskaplig forskning*. Stockholm: Vetenskapsrådet. Hämtad 2019-04-16 från https://www.gu.se/digitalAssets/1268/1268494_forskningsetiska_principer_2002.pdf
- Wyndhamn, J. (1993). *Problem-solving revisited, On school mathematics as a situated practice*. (Doctoral thesis, Linköping University, Faculty of Arts and Sciences) Linköping: Linköpings universitet.
- Wyndhamn, J., Riesbeck, E. & Schoultz, J. (2000). *Problemlösning som metafor och praktik*. Linköping: Institutionen för tillämpad lärarkunskap. Linköpings universitet.

9. Bilagor

9.1. Informationsblad & samtycke

Information och samtycke:

Hej!

Jag heter Juliane och är lärarstudent som går sista terminen på grundlärarprogrammet åk. 4-6. Jag har påbörjat mitt examensarbete på Göteborgs Universitet. Examensarbetet handlar om problemlösning i matematik. Syftet med den här studien är att få en ökad förståelse kring lärares uppfattningar om problemlösning i matematikundervisningen åk. 4-6 samt deras interpretation av begreppet. Därtill är ett annat skäl att få syn på hur lärare arbetar utifrån sina egna uppfattningar med problemlösning i undervisningen.

Deltagandet är frivilligt och du har rätt att avbryta din medverkan. Det handlar om en intervjustudie som inspelas för att underlätta hanteringen med materialet efteråt. Intervjun tar cirka 20-30min. Materialet används bara för min studie och anonymiseras i examensarbetet.

Ett stort tack för hjälpen!

Med vänliga hälsningar

Juliane Dornquast

Datum

Namn av deltagare

9.2. Intervjuguide

Intervjuguide

Vad innebär en matematisk problemlösning? Lärarnas uppfattningar om problemlösning i matematik i åk 4-6.

Bakgrund:

Hur länge har du jobbat som lärare? Hur länge har du jobbat som matematiklärare?
I vilken årskurs jobbar du i?

Individnivå:

- 1) Kan du ge en definition av vad en matematisk problemlösning är enligt dig?
- 2) Vad skulle ett lämpligt problem för en matematisk problemlösning innehålla enligt dig? Kan du ge ett exempel?
- 3) Vad är syftet med att undervisa i problemlösning enligt dig? Undervisar du för eller genom problemlösning? (Kan du ge exempel och förklara vad är skillnaden mellan de två undervisningssätten enligt dig?)
- 5) Hur arbetar du med problemlösning i undervisningen? Kan du ge exempel på sådana undervisningar? **Följdfrågor:** Hur ofta jobbar du med problemlösning per vecka? Hur planerar du problemlösning? Hur väljer du lämpliga problem? Finns det strategier du använder dig av? Arbetar eleverna i grupp eller enskilt? Får alla elever samma uppgifter?
- 6) Kan du beskriva din roll som lärare under problemlösningsektionerna?
- 7) Hur guidar du eleverna att lösa problem och motivera sina svar? Kan du ge exempel? (Läsa, förstå, planera, genomföra, redovisa, rimlighet)
- 8) Hur får du syn på elevernas tankeprocesser under problemlösning? (Redovisar eleverna uppgifterna?)
- 9) Hur får du som lärare fram en kommunikation bland eleverna kring problemlösningar?
- 10) Varför tror du är det viktigt att undervisa i problemlösning i matematik?
- 11) Upplever du att eleverna har njutning att arbeta med problemlösning i matematiken? Om ja, kan du beskriva på vilket sättet?
- 12) Har du anpassat undervisningssättet enligt de olika läroplanerna under de senaste åren (Lgr 80/94/2011/2017)? (Hur har det varit innan - Hur är det nu)
- 13) Upplever du att det finns svårigheter att undervisa i problemlösning? Om ja, Vilka finns och hur hanterar du dem?

På skolnivå:

Finns det ett sätt ni jobbar med för att integrera problemlösning i matematik i undervisningen på skolan?

Finns det ett sätt ni arbetar med problemlösning på skolan?

Finns förslag från skolledning/första lärare hur ni ska arbeta med problemlösning på skolan?

Samarbetar / samplanerar ni i arbetslaget kring problemlösning?

Gjorde ni en fortbildning kring problemlösning i matematik? Om ja, vilken?

14) Vill du lägga till någonting?

