INSTITUTIONEN FÖR DIDAKTIK OCH
PEDAGOGISK PROFESSION

PROBLEMLÖSNING I GYMNASIESKOLANS LÄROBÖCKER

En kvantitativstudie om problemlösningens fördelning i fyra läroboksserier.

Tim Magnusson

Uppsats/Examensarbete:	15 hp
Program och/eller kurs:	LAU395
Nivå:	Avancerad nivå
Termin/år:	Vt2019
Handledare:	Tomas Lingefjärd
Examinator:	Susanne Garvis

Abstract

Title:	Problem-solving in mathematics textbooks for upper secondary school
Author:	Tim Magnusson
Essay/Examination paper:	15 hp
Program and/or course:	LAU395
Level:	Second cycle
Semester/year:	Spring 2019
Supervisor:	Tomas Lingefjärd
Examiner:	Susanne Garvis
Keywords:	Textbook analysis, Problem-solving, Mathematics

The mathematics textbooks in Sweden are conveyors of content, ways of explaining, and often lesson plans. This study makes efforts to scrutinise the problem-solving contents of four different textbooks series which covers the curriculum for the technology and natural science programs in Swedish upper secondary school. The scrutinization uses definitions of mathematical-solving to divides all exercises in the textbooks into either routine exercises or one of four different kinds of problem-solving exercises. The result of that differentiation is used to compare the textbooks with focus on either, which math course, which part of the curriculum content, or which book series it is. The result shows that some book series has more prevalent problem-solving content, and certain types of problem-solving exercises are more prevalent in some courses, and in exercises relating to some parts of the curriculum content.

Innehåll

1 Inledning och bakgrund 1
1.1 Bakgrund 1
1.2 Syfte och frågeställning 3
2 Teoretiskt ramverk 4
2.1 Tidigare syn på problemlösning 4
2.1.1 Problemlösningens steg 4
2.1.2 Problemlösningskompetenser 5
2.2 Problemlösning i skolan 6
2.3 Läroboken och matematikundervisning 6
3 Metod 8
3.1 Definition av uppgiftstyper 8
3.1.1 Rutinuppgifter 9
3.1.2 Problemlösningsuppgifter 11
3.2 Sortering och analysmetod 14
3.3 Metoddiskussion 15
4 Bokserier 17
4.1 Origo 17
4.2 Exponent 18
4.3 Matematik M 18
4.4 Matematik 5000 19
5 Resultat 20
5.1 Resultatet utifrån en faktor 20
5.1.1 Problemlösning bokserier 20
5.1.2 Problemlösning kurs 23
5.1.3 Problemlösning temavis 25
5.2 Resultatet utifrån två faktorer 26
5.2.1 Kurs och bokserie 27
5.2.2 Kurs och tema 29
5.2.3 Bokserie och Tema 32

6 Analyserande diskussion 34
6.1 Analys och diskussion PLUF 34
6.2 Analys och diskussion PLMF 35
6.3 Analys och diskussion PLNV 35
6.4 Analys och diskussion RP 36
6.5 Slutdiskussion 37
Referenser 39
Appendix i
En faktors tabeller i
Jämförelser PLU utifrån bokserier i
Jämförelse PLU utifrån kurs i
Jämförelse utifrån tema ii
Två faktors tabeller iv
Kurs och tema antal/andel iv
Kurs och serie antal/andel v
Diagram som visa korrelationen mellan kurs och serie vi
Serie och Tema antal/andel vii
Diagram som visar olika kombinationer av korrelation viii
Samlingstabell ix
Kontroll kapitel xii

1 Inledning och bakgrund

1.1 Bakgrund

Den första april 2014 skrev Skolvärden ”Svenska 15-åringar presterar under OECD-snittet även när problemlösningsförmågan testas. Det visar resultatet av det kompletterande Pisa-prov som Skolverket presenterar i dag.” (Skolvärden, 2014) Resultatet som problemlösningstestet visade, är att svenska elevers undermåliga ämneskunskaper i matematik inte kompenseras med kreativitet och problemlösningsbegåvning. Där med står den svenska skolan inför utmaningen att åtgärda någon, eller några orsakande brister i matematikundervisningen. Med detta som bakgrund finns det ett intresse av och för problemlösning i skolan.

Undersökningar som PISA och TIMMS är för grundskolelever. Motsvarande undersökningar saknas för gymnasielever. De elever som går i gymnasiet har i de flesta fall genomgått den skola som resulterat i svenska elevers kunskapstapp. Där med finns det även relevans att undersöka vilka medel som finns i gymnasieskolan för att förbättra elevernas problemlösningsförmåga och där med ge de bättre förutsättningar inför framtiden.

E Brynjolfsson och A Mcafee två MIT forskare presenterar i boken *den andra maskin åldern* en framtid där fler och fler yrken tas över av robotar och datorer. Detta gör att en av de stora yrkesgrupperna som kommer finnas i framtiden är problemlösande ingenjörer inom IT och maskinteknik (Brynjolfsson & McAfee, 2015). Skolverket har formulerat en del av gymnasieskolans uppdrag som;

> Tillägnar sig goda kunskaper i de kurser som ingår i elevens studieväg och kan använda dessa kunskaper för vidare studier och i samhällsliv, arbetsliv och vardagsliv,
> kan använda sina kunskaper som redskap för att
> – formulera, analysera och pröva antaganden och lösa problem. (Skolverket, 2011, s. 19)

Med Skolverkets mål med utbildning och vissa forskares syn på framtiden är problemlösning och därmed undervisning av problemlösning en viktig samhällsfråga. I förlängningen är också redskap för undervisning av problemlösning av intresse.

Utöver detta så har problemlösning i *Läroplan, examensmål och gymnasiegemensamma ämnen för gymnasieskola 2011* en avgörande roll. Problemlösning finns som en huvudrubrik i det centrala innehållet, som en av de sju förmågorna ämnet skall utveckla och som ett betygskriterium. En undersökning av problemlösning är därför intressant sett ur matematikundervisningens perspektiv. Ämnesplanen för matematik i gymnasieskolan innehåller formuleringen ” Undervisningen i ämnet matematik ska ge eleverna förutsättningar att utveckla förmåga att: [...] formulera, analysera och lösa matematiska problem samt värdera valda strategier, metoder och resultat.” (Skolverket, 2011, s. 90)

I gymnasiets olika kurser i matematik finns det olika centralt innehåll dock finns det visst tema av huvudrubriker dessa är; Taluppfattning, aritmetik och algebra (TAA); Geometri (GT); Samband och förändring (SF), Sannolikhet och statistik (SS); Problemlösning (PL); Diskretmatematik (DM) (Skolverket, 2011, ss. 90-123). Dessa teman finns genomgående i alla kurser och att använda dessa rubriker som teman gör det enklare att jämföra olika kurser trots att de inte har samma centrala innehåll.

Svenska läromedel publicerade 2013 en rapport om användning och inköp av läromedel i skolan den visade att en stor andel av skolor inte hade tillgång till digitala läromedel även om de hade tillgång till dator (Svenska läromedel, 2013). Lärarnas Riksförbund (2015) publicerande en uppföljande rapport som visade att även om kostnadsposterna för digitala läromedel generellt sett ökat, har tillgången/användningen inte gjort det i samma utsträckning. Läroböcker är därför den formen av läromedel som de flesta elever har tillgång till under sin skolgång.

1.2 Syfte och frågeställning

Syftet med detta examensarbete är att undersöka läroböcker i matematik och hur de disponerar utrymmet i avseende problemlösning och hur läroböckerna förhåller sig till varandra.

- Hur ser fördelningen av uppgifter ut i naturprogrammets matematikläroböcker?

- Vad finns det för korrelation mellan problemlösning typer och bokserie och tema?

2 Teoretiskt ramverk

2.1 Tidigare syn på problemlösning

I forskningen på matematikläroböcker och problemlösning finns det flertalet olika ingångar. Det kan variera från att göra djupdykningar på ett fåtal uppgifter, till att analysera läroböcker i relation till styrdokument. Utöver det finns det också forskning som betraktar matematisk problemlösning, utan någon relation till läromedel utan som självständigt studieobjekt. Av dessa typer av forskning kommer ett utdrag av några av de med mest genomslag presenteras. När det gäller sådant som påverkas av nationella styrdokument kommer det vara svensk forskning som jag utgår från. När det gäller ren problemlösning undviker jag efter bästa förmåga att göra någon viktning av nationalitet.

2.1.1 Problemlösningens steg

Pólya (1957, s. xvi) var främst matematiker men gjorde också mycket av grunden till modern forskning i problemlösning. I *how to solve it* presenterar han metod(er) för matematisk problemlösning som kortfattat formuleras i fyra steg; (första) tolka problemet, (andra) planera din lösning, (tredje) utför din lösning, (fjärde) utvärdera din lösning.

Schoenfeld (1985) omformulerade senare Pólyas steg till sex faser; (första) Läsa och förstå problemet, (andra) analysera, (tredje) utforska, (fjärde) planera, (femte) utföra, (sjätte) kontrollera. Skillnaden på dessa två sätt att se på problemlösning här är steg mot faser. Jag tolkar Schoenfelds faser som något som problemlösaren kan växla mellan, medan jag ser Polyas steg mer som en envägs progression till lösningen.

En annan forskare som också omformulerade Pólyas steg är Lester. Till skillnad från Pólya och till viss del Schoenfeld beskriver Lester problemlösnings metoden utifrån ett klassrumsperspektiv där läraren skall spela en viktig roll i processen. De olika faser som Lester (1985) presenterar är; (första) Presentation av problemet, (andra) utförande, (tredje) diskussion och utvärdering. Till skillnad från det två första presenterade processerna så är Lesters steg inte lika självförklarande, för de inkluderar även lärarens roll i processen. Det krävs därför förtydligande. I det första steget så ska läraren, utöver presentation av problemet, även svara på frågor och ge anvisningar i hur arbetet skall struktureras. I det andra steget så ska läraren, medan elever arbetar med problemlösningsuppgiften, vid behov, stödja elever och uppmuntra ett visst utbyte av idéer. Läraren kan ge ett formativt stöd genom att ställa frågor som leder elever in på rätt väg. Som sista utväg kan läraren ge mer utförliga eller direkta ledtrådar till elever så att de lyckas lösa problemet. I det tredje steget skall eleverna först få diskutera egna och andras lösningar. Dessutom skall eleverna få försöka sig på generalisering av lösningar. Läraren skall sedan låta några elever visa sina lösningar för hela klassen. Läraren skall under presentationen pointera de viktigaste momenten. Som avslut skall läraren även demonstrera en möjlig generalisering av problemet (Lester, 1985).

2.1.2 Problemlösningskompetenser

Ryve (2006) gör i sin avhandling en sammanfattning av olika forskares syn på olika kompetenser. Kompetenserna som presenteras är *resurser*, *heuristik*, *kontroll*, *övertygelse* och *praxis*. Dessa begrepp behöver förklaras i relation till problemlösning och hur forskare använder dem, vilket Ryve gör. *Resurser* betyder, redskapen som problemlösaren kan använda, även begrepp, fakta, procedurer och färdighet räknas som resurser. *Heuristik* är de strategier som används för problemlösning, dessa är: arbeta baklänges, leta motsvarigheter, bryta ner och bygga om, specialisering, generalisering, ifrågasättande och sist visualiserande (Ryve, 2006).

Kontroll beskrivs som en av de viktigare kompetenserna och är nära relaterat till metakognition och självrannsakan. De exempel på aktiviteter en problemlösare bör göra är; planera, välja mål och delmål, övervakande och utvärderande av situationer, omformulera och överge planer när det behövs. Ryve (2006) visar även på hur forskningen har visat att förmågan att kontrollera problemlösningen är viktigare än många andra kompetenser för en lyckad problemlösare.

Övertygelse är ett begrepp som introducerades när forskningen visade att resurser och heuristik glömdes bort när problemlösare mötte verkliga problem. Tillämpat på problemlösning, betyder *övertygelse*, övertygelsen av individens relation till matematik och matematisk lärande. Tre exempel på när övertygelsen kan påverka möjligheten att lösa problem är när problemlösaren tror att; matematik har mycket eller lite att göra med riktigt tänkande och problemlösning, matematiska problem löser man direkt eller inte alls, enbart mycket kloka personer kan syssla med matematik på avancerad nivå (Ryve, 2006).

Praxis beskrivs som elevens integration i matematisk metod. Med det menas att eleven lär sig hur matematiker tycker, tänker, har för vanor och närmar sig matematik (Ryve, 2006). För att lösa problem behövs alla dessa kompetenser olika problem kan dock behöva mer eller mindre av en kompetens.

2.2 Problemlösning i skolan

I boken *Rika matematiska problem: inspiration till variation* definieras problemlösning som något i matematik som ” (1) en person vill eller behöver lösa, (2) personen ifråga inte har en på förhand given procedur för att lösa och (3) det krävs en ansträngning av henne eller honom att lösa” (Hagland, Hedrén, & Taflin, 2005, s. 27). Schoenfeld (1985) definierar istället att matematisk problemlösning är en uppgift som en elev är intresserad och engagerad i och söker lösning för. Dessutom måste eleven sakna *Resurser* för att lösa uppgiften.

Taflin presenterar i sin avhandling en syn på vad ett rikt matematiskt problem är.

1. Problemet ska introducera till viktiga matematiska idéer eller vissa lösningsstrategier.
2. Problemet ska vara lätt att förstå och alla ska ha en möjlighet att arbeta med det.
3. Problemet ska upplevas som en utmaning, kräva ansträngning och tillåtas ta tid.
4. Problemet ska kunna lösas på flera olika sätt, med olika strategier och representationer.
5. Problemet ska kunna initiera en matematisk diskussion utifrån elevernas skilda lösningar, en diskussion som visar på olika strategier, representationer och matematiska idéer.
6. Problemet ska kunna fungera som brobyggare mellan olika matematiska områden.
7. Problemet ska kunna leda till att elever och lärare formulerar nya intressanta problem. (Taflin, 2007, s. 56)

Denna lista kommer jag att använda för att se om några läroböcker använder dessa typer av problem för att behandla centralt innehåll. Första punkten kommer dock åsidosättas eftersom hur läraren väljer att introducera problemet kan inte analyseras genom bara att se på läroböcker.

2.3 Läroboken och matematikundervisning

Skolverket presenterade i en rapport den höga användningsgraden av läroböcker.

> Matematikundervisningen tycks vara det ämne som är mest beroende av en lärobok [..] Såväl innehåll, uppläggning som undervisningens organisering styrs av boken i påfallande hög grad. Matematik är för både elever och lärare kort och gott det som står i läroboken. Flera lärare säger själva att ”läroboken är oerhört styrande i matematik” (Skolverket, 2003, s. 28)

Johansson (2006) presenterar en empirisk studie som visar på att lärare till stor del tar upp koncept, exempel och uppgifter ur läroboken och på samma sätt som i läroboken. Vidare visar Johansson också att innehållet i läroböcker inte alltid överensstämmer med innehållet som specificeras av styrdokument. Dessutom visar hon på att individuellt arbete styrs av läroboken, och att i Sverige är stora delar av matematikundervisningen individuellt arbete (Johansson, 2006). I en skola där läroboken styr undervisningen till den grad som uppmärksammats, är innehållet i dessa böcker relevanta för matematikundervisningen genom hela skolgången.

3 Metod

Detta är i grunden en läroboksanalys med metoden kvalitativ innehållsanalys som första steg och en kvantitativ innehållsanalys som andra steg. Genom kvalitativ analys av läroböckerna och uppgifterna i dessa skall samtliga uppgifter klassificeras till någon av de tidigare preciserade uppgiftstyperna. Denna analys sker serievis, kursvis och kapitelvis. Det blir då möjligt att koppla ihop en grupp med uppgifter till ett eller några specifika centrala innehåll. Uppgifter kommer att sorteras i flera olika kategorier. Först avgörs om en uppgift är en problemlösningsuppgift eller om den inte är det, sedan avgörs vilken underkategori av uppgift den är. Denna undersökning använder sig av två huvudkategorier vilka är problemlösningsuppgifter (PLU) och rutinuppgifter (RU). För att kvantifiera uppgifter på ett entydigt sätt och för att vissa uppgifter som finns i läroböcker tillhör olika kategorier, kommer varje svar som efterfrågas räknas som en uppgift. Vilket betyder att uppgifter med a, b, c ... uppgifter kommer räknas som flera uppgifter. På så sätt kommer även uppgifter som frågar efter flera svar räknas som flera uppgifter, exempelvis beräkna arean och omkretsen på figuren.

3.1 Definition av uppgiftstyper

Schoenfeld visar i flera fall på hur synen på problem kan variera i ett stort spektrum.

> indeed, "problems" and "problem solving" have had multiple and often contradictory meanings through the years – a fact that makes interpretation of literature difficult. [...] The two poles of meaning indicated in the survey are nicely illustrated in two of Webster's definitions for the term problem:
> *Definition 1:* "in mathematics, anything required to be done, or requiring the doing of something"
> *Definition 2:* "A question ... That is perplexing or difficult" ´ (Schoenfeld A. H., 2016, s. 4)

Schoenfeld (2016) presenterar även ett annat sätt att se på problemlösning, problemlösning som en konstform. Där lösa svåra problem är kärnan av matematiken, och essentiellt för överhuvudtaget kunna lära sig matematik. Dessa tre definitioner visar att det är väsentlig skillnad på hur synen på problem kan variera. Därmed visar den också på vikten av en tydlig definition av problem för denna uppsats.

Definitionerna av problemlösning som de olika forskarna har alla relevans i något givet sammanhang. Flera av dem kan med fördel jämföras med problemlösningsmetoderna som presenterats, exempelvis definitionen som Hagland m.fl. använder kanske implicit innehåller tolkning som Schoenfeld och Pólya har med i sina lösningsmetoder. För att skapa entydighet i tolkning av uppgifter används en utökad definition, baserat på Haglands teoretiska ingång och Pólyas, Schoenfelds och Ryves praktiska ingång. Definitionen som jag kommer använda ser ut så här: Ett problem är något som

- en person vill eller behöver lösa
- personen måste tolka för att kunna lösa
- personen ifråga inte har en på förhand given procedur för att lösa
- det krävs en ansträngning av hen att lösa

Det är viktigt att framhålla att samma uppgift kan både vara och inte vara ett problem baserat på vilka resurser och kompetenser som individen som står inför uppgiften redan behärskar (Ryve, 2006).

3.1.1 Rutinuppgifter

Rutinuppgifter är kortfattat de uppgifter som läromedlen använder som mängdträning, där eleven använder en procedur eller metod som hen tidigare har lärt sig. Differentieringen mellan RU bygger på hur uppgifterna är presenterade i läromedlen. I detta avsnitt av uppsatsen kommer det beskrivas hur de olika uppgiftstyperna ser ut och även hur det är tänkt att lösa uppgiften och därmed visa hur sorteringen av uppgifter fungerar i praktiken.

Procedurs- eller begreppsuppgifter (PB)

Procedursuppgifter är av karaktären att eleven utan någon större ansträngning vet vad som frågas efter och det finns en procedur för att lösa, exempelvis en uppgift av typen: beräkna $6 + 4 \cdot 3$. Uppgiften går att lösa bara genom att kunna räkneregler och grundläggande aritmetik därför sorteras den som PB. Begreppsuppgifter löses med kunskaper om det matematiska språket exempelvis

> Ange vad i uttrycket 5a + 8 som är
> a) variabelterm och konstantterm
> b) koefficient och variabel (Szabo, Origo : matematik. 1c, 2011, s. 59)

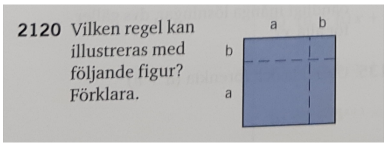
Ovanstående uppgift går att lösa genom att kunna och hantera begreppen som nämns. Dessa uppgifter är kognitivt enkla och går fort att lösa. Det finns även kognitivt svåra uppgifter, eller uppgifter som tar längre tid att lösa som faller i kategorin PB. Exempelvis

”$Bestäm\ samtliga\ asymtoter\ till\ kurvan\ y = \frac{3x^2-3}{x-1}$" (Szabo, Origo : matematik. 4, 2013, s. 131)

Denna uppgiften kräver att man kan räkna ut gränsvärden och handskas väl med algebra. Dock bara på ett sätt som har använts tidigare, eftersom jag har gjort antagandet att uppgiftslösaren förfogar över alla tidigare procedurer i läroboken, faller även den i PB.

Bilduppgifter (BU)

Dessa uppgifter hade krävt heuristiken visualisering och de hade fallit inom ramen för en problemlösningsuppgift. Uppgifterna kräver att eleven analyserar en bild eller en uppsättning bilder för att lista ut vad som skall lösas eller hur det skall lösas. Alternativt uppgifter som frågar efter en bild eller figur som svar. En BU är som den i figur 1



Figur 1 uppgift ur Origo 2c (Szabo, 2013, s. 131)

Uppgiften i figur 1 visar det som ofta kallas första kvaderingsregeln, $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$. För att kunna svara uppgiften krävs det att uppgiftslösare kan kvadreringsreglerna dessutom krävs det att uppgiftslösaren analyserar bilden och ser att arean för hela figuren kan beskrivas som basen gånger höjden (a+b)(a+b) och som varje fyrhörning för sig $a^2 + 2ab + b^2$. Om uppgiftslösaren kan alla regler, krävs det enbart att hen analyserar bilden för att besvara frågan. ”En triangel har i ett koordinatsystem hörn i punkterna (2,5), (1,1) och (4,7). Rita en figur och beräkna triangelns omkrets” (Gennow, Gustavsson, & Silborn, 2018, s. 229). Denna uppgift har två svar dels att rita figuren och del beräkna omkretsen. Det första svaret är att rita en figur, detta faller naturligt i kategorin BU. Det andra svaret kräver att man beräknar omkretsen, det gör man genom att använda en given formel för avståndet mellan punkterna i hörnen och addera upp dessa.

Textuppgifter (TU)

Textuppgifter är de uppgifter som kräver att eleven läser en något längre text för att antingen sortera ut vilken information som behöver användas eller vad som frågas efter. Det kan även vara en uppgift som frågar efter en förklaring och där med kräver en självständigt formulerad lösning. Ett exempel på TU;

> En parkerad bil börjar rulla nedför en backe så att den
> på tiden t sekunder rullar s meter där $s = 0{,}30t^2$.
> a) Bestäm bilens hastighet när den rullat i 4,0 sekunder. (Gennow, Gustafsson, & Silborn, 2012)

I detta exempel krävs det att uppgiftslösaren först och främst läser och tolkar uppgiften. Sedan krävs det att eleven kommer ihåg sträckformeln $s = vt$ från tidigare i kapitlet. När det är gjort är det bara kvar att stoppa in värdena i formeln $0{,}30 \cdot 4^2 = v \cdot 4$ och sedan lösa för v, sedan svarar 1.2 m/s.

3.1.2 Problemlösningsuppgifter

Alla problemlösningsuppgifter måste först uppfylla tidigare definition av problemlösning. Därefter kategoriseras uppgifterna enligt innehållet i uppgiften. För alla PLU krävs det att lösaren besitter kompetenserna som Ryve presenterade. I detta avsnittet presenterar jag hur de olika PLU ser ut och även hur man löser dessa, med extra fokus på vilka kompetenser som är viktiga för just den uppgifts typen.

Problemlösningsuppgift utan förankring (PLUF)

I denna kategori behöver eleverna i stor utsträckning förlita sig på kompetensen *resurser*. Denna kategori presenteras utan något innehåll utanför matematikämnet, typiska uppgifter är bevis när där det saknas tidigare liknande bevis beskrivna. Ett exempel är ”Visa att $\sin 4a = 4\sin a \cos^3 a - 4\sin^3 a \cos a$ " (Sjunnesson, Smedhamre, & Holmström, 2012, s. 48)

Denna uppgift är inte förankrad i naturvetenskapen eller i verkligheten utanför matematik, men kräver att uppgiftslösaren. Handskas väl med trigonometriska identiteter och även algebra. Det första uppgiftslörasaren måste göra är att tolka uppgiften. Sedan måste hen använda *kontroll* och *heuristik* för att planera på vilka sätt det går att visa. Sist måste lösare använda de *resurser* hen besitter för att antingen skriva om högerledet eller vänster ledet så att likheten visas. Inget av dessa steg är trivialt, dessutom saknas det en på förhand bestämd metod att göra detta. Det gör att denna uppgiften är PLUF

Problemlösningsuppgift med verklighetsförankring (PLMF)

Denna kategori baseras på vardags innehåll för att presentera uppgiften. Eleven behöver ofta handskas väl med kompetensen *övertygelse* för att kunna nära sig en PLMF, eftersom fokus flyttas från ren matematik till verkligheten kan dessa uppgifter troligtvis upplevas som kognitivt svårare än PLUF. Utöver detta behöver eleven använda sina kunskaper och förståelse från vardagslivet för att lösa uppgiften. En annan är när man använder verkliga exempel för att introducera problemet exempelvis

> Ett uppladdningsbart batteri räcker vid en viss förbrukning 10 timmar.
> Batteriet kan som medelvärde återuppladdas 700 gånger med en standardavvikelse på 50 gånger.
> Vilken totala livslängd kan man garantera för batteriet om man vill att max 10% av batterier skall ligga under den garanterade livslängden? (Alfredsson, 2013, s. 158)

Det första problemlösaren möter är begrepp som vanligtvis inte förekommer i matematiken, därför måste *övertygelsen* vara med, det vill säga hen måste veta att det går att lösa uppgiften med matematik och att hen själv är kapabel till detta. Där efter måste lösaren tolka vad som ges för information i texten och hur den kan användas. Problemlösaren måste sedan använda sina *resurser* och sin *kontroll* för att komma fram till, att det borde gå att lösa genom en täthets funktion för normalfördelning. Ty i texten står det något om standardavvikelse som ger att, materialet är normal fördelat. När det väl är avklarat måste lösaren använda sig av den mycket svårhanterliga funktionen $\int_a^b \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$, hitta alla gränser och värden för att sedan lösa med digitala verktyg för utifrån det som finns i boken går det inte att lösa förhand.

Problemlösning med naturvetenskapligförankring (PLNV)

Denna kategori är i stort sätt samma som PLMF förutom att eleven använder kunskaper, formler eller dylikt som behandlas i något av ämnena Fysik, Biologi eller Kemi. Alternativt uppgifter som använder naturvetenskapliga områden för att introducera själva uppgiften.

Typiska uppgifter är uppgifter som använder exempelvis sträcka, acceleration, bakterietillväxt eller sönderfall i innehållet. Exempelvis

> Vismut sönder faller till tallium med en sönderfallshastighet av 32% per minut. Tallium sönderfaller till bly med sönderfallshastigheten 15% per minut. Det bly som bildas är stabilt och sönderfaller inte. Vid ett laboratorieförsök utgår vi från en viss mängd ren vismut. Vi betecknar mängderna av vismut och tallium med A respektive B vid den tidpunkt då sönderfallet pågått i t minuter. Förändringshastigheten hos mängden tallium kan då beskrivas differentialekvationen $\frac{dB}{dt} = 0{,}32A - 0{,}15B$.
>
> a) Beteckna mängden bly med C och ställ upp differentialekvationen som beskriver förändringshastigheterna hos mängderna av vismut och bly. (Szabo, Larson, Viklund, & Dufåker, 2013, s. 139)

Likt föregående uppgift möter uppgiftslösaren ord som inte kommer från matematiken, i detta fall kommer det istället från fysik. I övrigt är början av beskrivningen av lösningen nästan identisk. Men här får problemlösaren en instruktion i att hen skall ställa upp en differentialekvation. Hade det varit en ordinär differentialekvation hade det inte varit något problem utifrån tidigare exempel. Men här skall en differentialekvation ställas upp utifrån en annan. Det har inte gjorts tidigare i bokserien och problemlösaren måste därför hitta på ett sätt att göra detta. Därför är *praxis* extra viktigt, lösaren måste verkligen tänka som en matematiker på ett sätt som är relativt avancerat.

Rika matematiska problem (RP)

Denna kategori är definierad i ett föregående avsnitt. Ett enkelt exempel på en sådan uppgift är när eleven skall konstruera en uppgift och lösa den själv. Exempelvis ”a) Rita en graf med minst 5 hörn som innehåller en Eulerväg men inte en Eulerkrets.” (Szabo, Larson, Viklund, & Dufåker, 2013, s. 84)

Detta problemet faller i RP och inte i PLUF av den primära anledningen att det finns, bokstavligt talat, oändligt många lösningar. Dessutom kan lösningarna vara alltifrån en relativt enkel graf till en för alla betraktare oförståelig graf. Det första en lösare måste göra är att förstå begreppen graf, hörn, Eulerväg, och Eulerkrets. Sedan måste lösaren med *heuristik* finna något sätt för hen att lösa problemet. När någon metod är funnen måste lösare använda de *resurser* som krävs.

3.2 Sortering och analysmetod

Varje uppgift kommer utifrån ett klassificeringssystem med hierarkisk ordning att placeras i de olika uppgiftskategorierna. Ordningen är relevant för att inte av misstag klassificera en RU som en PLU. Varje uppgift kommer att klassificeras genom att använda följande algoritm;

(1) uppfyller den kriterierna för en problemlösningsuppgift?
→ Vid ja, vidare till (5). Vid nej vidare till (2)

(2) Går den att lösa med procedurer eller begreppsförståelse?
→ Vid ja, uppgiften är PB. Vid nej vidare till (3)

(3) Går den att lösa med bildtolkning eller bildskissning och kända procedurer och begrepp?
→ Vid ja, uppgiften är BU. Vid nej vidare till (4)

(4) Måste den lösas genom att tolka och förstå texten?
→ Vid ja, uppgiften är TU. Vid nej klassificeras uppgiften som ”annat”.

(5) Är det ett rikt problem?
→ Vid ja, uppgiften är RP. Vid nej vidare till (6)

(6) Används naturvetenskapliga kursinnehåll?
→ Vid ja, uppgiften är PLNV. Vid nej vidare till (7)

(7) Används verklighetsförankring?
→ Vid ja, uppgiften är PLMF. Vid nej uppgiften är PLUF.

Genom denna algoritm skapas ett underlag för kvantitativ innehållsanalys. Detta underlaget ska sedan analyseras utifrån olika faktorer. Dessa faktorer är centralt innehåll, bokserie, uppgiftstyp och kurs. Detta kommer ske i två faser. En genomgång när helhetsbilden analyseras och en när PLU analyseras sinsemellan. Utöver att klassificera uppgifterna kommer varje kapitel tillskrivas ett av de teman som presenterats tidigare. Detta kommer ske utifrån huvudinnehållet i kapitlet. Även om flera centrala innehåll kan behandlas i samma kapitel.

Exempelvis så krävs det i många fall algebra för att lösa uppgifter oavsett vad kapitlet strävar efter att lära ut, men är det ett kapitel om geometri tillskrivs kapitlet temat GT.

När alla klassificerings steg är genomförda och uppgifterna sorterade. Beräknar jag relativ frekvens av både helheten och av delgrupp. Detta betyder finner jag att det finns a stycken uppgifter i kategorin PLUF, som hör till temat TAA i kurs Ma1c i bokserien Exponent, kommer a att beräknas som andel av alla olika subgrupper. Där efter kommer andelar inte antal användas som mått.

3.3 Metoddiskussion

För att diskutera hur väl lämpad den valda metoden är för uppsatsens syfte, vill jag lägga fram några brister först för att sedan beskriva hur dessa handskats med. Det för mig mest uppenbara problemet är, att i klassificeringsprocessen finns det subjektivitet automatiskt inkluderat. Detta har jag försökt att minimera genom att utgå från varje aktuell läroboks serie. Med hänsyn till huruvida en uppgift är PLU avgörs bland annat av förkunskaper. Antagandet är att allt som presenterats tidigare, som i exempel eller teorigenomgångar, finns att tillgå för att lösa uppgiften. Det betyder inte att kunskaper för att lösa uppgiften inte får presenteras innan uppgiften för att det skall kunna vara en PLU. Men uppgiften skall inte kunna lösas på samma sätt som tidigare uppgifter lösts. På detta sätt reduceras vikten av min egen tolkning av svårighetsgrad för elever. Vilket i sin tur leder till en ökad reliabilitet hos uppsatsen. Klassificeringsprocessen är dock fortfarande till viss del subjektiv och eventuellt beroende av dagsform och vana av att analysera uppgifter. Därför har jag slumpat ut tre kapitel att gå igenom igen, efter alla andra kapitel är klara. Resultatet av den kontrollen finns i appendix. Det fanns ingen skillnad i antal eller fördelning av PLU. Dock finns det en skillnad i RU. Där det hittades totalt sju uppgifter till, antalet PB minskade med en, BU oförändrad och TU ökade med åtta.

Det finns även ett visst problem med att jämföra läroböcker som inte alla följer samma struktur. Där exempelvis vissa har mycket gruppaktiveter och spel eller dylikt och andra inte har det i samma utsträckning. Problemet här är att det är svårt att applicera klassificeringsalgoritmen på denna typ av uppgifter. Att inkludera tolkning av dessa uppgifter i uppsatsen skulle öka behovet av min egen tolkning, och därmed minska reliabiliteten. Av denna anledning har inga uppgifter som kräver andra elever, eller uppgifter som kräver någon form av externt material, förutom de som tillåts på nationella prov i relevant kurs inkluderats.

Några ifrågasättbara val som bör försvaras är valet att låta varje svar motsvara en uppgift och att kategorisera RU även om underkategorierna av RU inte ingår i resultatet eller analysen. Att kategorisera RU görs dels för att öka vanan att kategorisera uppgifter, men framför allt för att minimera risken att en PLU missas av algoritmen. En för snabb analys av en PLU skulle kunna resultera i att uppgiften mekaniskt placeras i RU. Måste varje RU istället fortsätta bearbetas för att se vilken typ RU den är. Då det möjligt att se att den faktiskt uppfyller kriterierna för PLU trots att det missats i första steget. I början av metoden skrevs att entydighet var anledning för att låta varje svar motsvara en uppgift. Det är en viktig anledning till valet men inte hela anledningen. Orsaken till att det är en svaghet att göra så, är att det är ett ingrepp i undersökningsmaterialet. Läroböckerna använder uppgifter som de uppgifter som är numrerade, där med avviks det från deras eget sätt att använda begreppet på. Vissa läroböcker delar dock upp varje fråga i egen numrerad uppgift, andra har flera följdfrågor tillhörande samma nummer. Att utjämna den skillnaden mellan böckerna är ett tillräckligt starkt skäl att utföra klassificeringen i enlighet med metoden. Dessutom finns flera uppgifter med upplägget att följdfrågor eller vissa av delfrågorna faller i olika uppgiftstyper och kategorier. Hade uppgifterna inte delats upp efter svar, hade fler värderingar av uppgifter varit nödvändigt, exempelvis när en numrerad uppgift har lika delar PLUF och PLNV, hur skall då uppgiften kategoriseras.

Det forskningsetiska principerna har mindre relevans i denna uppsats än en intervjustudie alla de fyra kraven som Vetenskapsrådet (2002) ställer upp är informationskrav, samtyckeskrav, konfidentialitetkrav och nyttjandekrav. Dessa krav behandlar primärt förhållande till privat och känslig information forskning bör hålla. Denna uppsats använder sig av offentlig och okänsliga källor i form av läroböcker. Dock finns det några etiska ställningstagande som måste göras. För det första bör jag framställa källor och information så objektivt som möjligt. Det gör jag efter bästa förmåga både i bokserier, resultat och analyserande diskussion. Dessutom ingår det att efter bästa förstånd använda tidigare forskning, citat och referenser på ett så uppriktigt sätt som möjligt. Det har jag gjort, alla eventuella diskrepanser mellan min användning av forskning och forskarens intention beror på oförmåga, inte uppsåt.

4 Bokserier

Läromedlen som används som underlag är de läroböcker som är skrivna för GY11; och som omfattar någon av kurserna; Ma1c, Ma2c, Ma3c, Ma4 eller Ma 5; De finns som del av en serie för alla relevanta kurser; De utges av ett av de fem största läromedelsförlagen. De fem största förlagen och deras bokserier är; Gleerups, Exponent; Liber, Matematik M; Sanoma Utbildning, Origo; Natur & kultur, Matematik 5000; Studentlitteratur, saknar en hel bokserie för gymnasiets alla kurser (Ingidsen-Olsson, 2019). Här en kort genomgång av utformning och disposition av de bokserier som analyserats. I den mån som är möjlig presenteras de skäl som kan finnas för potentiella avvikelser eller missvisande resultat. Som grund används bokseriernas egna beskrivningar. Därför kommer det i beskrivningarna finnas vissa egna förtydliganden i parentes och kursivt.

4.1 Origo

I början av varje kapitel finns en kort introduktion till varje ämne, vilka förkunskaper som krävs, centrala innehåll som kapitlet behandlar, vad du skall kunna efter kapitlet och någon eller några uppgifter som relaterar till kapitlet (Szabo, 2011).

Varje kapitel avslutas med; en eller flera ¤ uppgifter som är temauppgifter och skall hjälpa att nå de högre betygs kriterierna; En historisk genomgång av något som relaterar till matematikens kulturhistoria; Ett avsnitt med problem och undersökningar (*som inte alltid uppfyller uppsatsens kriterier av problemlösningsuppgifter)*, med större uppgifter som skall träna på problemlösning; en sammanfattning i form av en tankekarta; Blandade uppgifter med uppgifter från alla delkapitel och alla nivåer; Ett test med uppgifter dels utan och dels med grafräknare (Szabo, 2011).

Varje avsnitt presenteras med en teorigenomgång följt av lösta exempel med förklaringar, och tips hur du kan använda grafritande verktyg för att lösa uppgifter. I varje avsnitt är uppgifterna indelade i tre (*godtyckliga*) nivåer som alla har problemlösningsuppgifter. Det finns även öppna uppgifter som inte har ett entydigt svar. Varje delkapitel avslutas med *resonemang och begrepps uppgifter* (*diskussionsfrågor)* (Szabo, 2011).

Allt detta har ett undantag och det är i Origo 5. Där finns ett kapitel helt tillägnat problemlösning. Det kapitlet har två delkapitel, ett som är teoretisk genomgång för problemlösnings metodik, det andra är en rad svåra uppgifter med tanken att det skall krävas längre beräkningar och redovisningar.

4.2 Exponent

I början av varje kapitel finns en kort introduktion av innehållet i kapitlet, någon eller några småkluriga uppgifter, en lista med vilka centralt innehåll kapitlet behandlar. Därefter finns ett avsnitt som går igenom och repeterar uppgifter från tidigare kurser. I slutet av varje kapitel finns det tester som testar varje delkapitel, med olika nivåer av svårighetsgrad (Gennow, Gustafsson, & Silborn, 2017).

Varje delkapitel börjar med en teoretisk genomgång som relaterar till innehållet och avslutas med några uppgifter som skall ge eleven möjlighet att reflektera och diskutera samt en eller flera utmaningar. Varje avsnitt börjar med en kort teorigenomgång och lösta exempel. I avsnittet finns uppgifter uppdelade efter två sätt, dels *öva I, öva II* och *öva III* samt ett stjärnsystem. *Öva I* är tänkta som begreppsuppgifter och procedursuppgifter. Ö*va II* är tänkta att träna på flera förmågor. Ö*va III* upplagda som större eller svårare uppgifter. Stjärnsystemet representerar svårighetsgrad (*godtyckligt*). Utöver detta finns det utspritt i boken, gruppaktiviteter, utmaningar och reflekteringsuppgifter (Gennow, Gustafsson, & Silborn, 2017).

4.3 Matematik M

I början av varje kapitel presenteras målen med kapitlet. Sedan följer en kort historisk genomgång och viktiga begrepp som behandlas i kapitlet. Varje kapitel avslutas med en sammanfattning, ett test med uppgifter med och utan räknare. Det sista i kapitlet, är blandade uppgifter med olika svårighetsgrad. I denna bokserie finns inga avsnitt utan boken är enbart uppdelad i delkapitel. Varje delkapitel börjar med en teorigenomgång, med lösta exempel. I genomgången finns också textrutor med definitioner och satser som tydligt visar vad matematiken bygger på (Sjunnesson, 2012).

Alla vanliga uppgifter är färgsorterade efter svårighetsgrad (*godtycklig*), insprängt i kapitlen finns det; *aktivitets uppgifter*, där eleven praktiskt skall använda matematik i olika form exempelvis spel; *tankenötter* som skall ge stimulans; det finns även *kommunicera* uppgifter där eleven övar matematisk kommunikation. I varje kapitel finns; en större *upptäck och visa* uppgift som är en tema uppgift som är uppdelad i en enkel inledning och en avslutande del där eleven skall generalisera något matematiskt samband; ett test med uppgifter tänkt för både med och utan räknare; Det finns även en sammanfattning och blandade uppgifter av olika svårighetsgrad. I flera av kapitlen finns även digitala rutan som är beskrivningar och uppgifter som är tänkta att lösa med digitala verktyg som exempelvis kalkylblad (Sjunnesson, 2012).

4.4 Matematik 5000

I början av varje kapitel presenteras det centrala innehåll som kapitlet behandlar och har någon introducerande aktivitet som rör kapitlet. Varje kapitel avslutas med; en uppsättning sant eller falskt påståenden; en sammanfattning; en checklista på vad du skall kunna efter kapitlet; en diagnos; blandade uppgifter som rör kapitlet; blandade uppgifter som rör kapitlet och alla tidigare kapitel. De flesta delkapitlen har ett temaavsnitt som har uppgifter som är speciellt inriktade för NV eller TK programmen. I slutet av varje bok finns det även repetitionsuppgifter till varje kapitel. (Alfredsson, 2011)

Varje avsnitt börjar med en teoretisk genomgång oftast med något påtagligt exempel och fortsätter med flera lösta uppgifter. I avsnitten är uppgifterna uppdelade i a, b och c svårighetsgrad. Insprängt i kapitlen finns det fem olika typer av aktiviteter; *Upptäck*, uppgifterna är gjort så att eleven stegvis skall upptäcka ett matematiskt samband; *Undersök*, uppgifterna är strukturerade så att eleven får se att matematiken stämmer ofta med grafiska metoder; *Diskutera*, uppgiften går alltid ut på att eleven skall samarbeta med andra och resonera/diskutera sig fram till korrekt svar; *Laborera*, en matematisk laboration som kräver extra material; *Modellera*, eleven ska använda sig av egna antaganden och lösa en uppgift som relaterar till verkligheten på något sätt. (Alfredsson, 2014)

5 Resultat

Totalt sett har nästan 40 000 uppgifter i 20 läroböcker inspekterats och kategoriserats. I detta avsnittet ska dessa uppgifter presenteras utifrån flera olika faktorer. Varje faktor kommer presenteras. Efter en kort presentation av RU kommer PLU presenteras som helhet istället för uppdelat subgrupper. PLU kommer att separeras och jämföras utifrån varje Problemlösning typ relaterat till faktorerna. Varje del kommer visas i en tabell både med det totala antalet uppgifter och andelen i varje aspekt. Alla siffror som det hänvisas till, som inte finns med i kapitlet finns i appendix.

5.1 Resultatet utifrån en faktor

5.1.1 Problemlösning bokserier

Tabell 1 Alla kapitels olika uppgifter typer summerade för de olika bokserierna. Uppgiftstyperna är beräknad som en andel av totalen av varje bokserie

Förlag	PB	BU	TU	PLUF	PLMF	PLNV	RP	Summa
Exponent	4099	1122	2741	824	356	140	59	9341
Matematik M	4812	1377	2638	743	334	128	54	10086
Origo	3436	1395	2484	778	373	134	131	8731
Matematik 5000	2935	1164	2230	614	349	153	52	7497
Andel								
Exponent	43,88%	12,01%	29,34%	8,82%	3,81%	1,50%	0,63%	
Matematik M	47,71%	13,65%	26,16%	7,37%	3,31%	1,27%	0,54%	
Origo	39,35%	15,98%	28,45%	8,91%	4,27%	1,53%	1,50%	
Matematik 5000	39,15%	15,53%	29,75%	8,19%	4,66%	2,04%	0,69%	

Sett till antalet uppgifter så är det stor skillnad på de olika bokserierna där Matematik M har ca 35% större andel uppgifter än Matematik 5000. Det är dock tillsynes inte några stora skillnader i andelen av uppgifter mellan bokserierna. Det syns att PB är vanligare bland Exponent och Matematik M än Origo och Matematik 5000, och BU är ovanligare på samma sätt. Betraktar vi RU mot PLU syns skillnaderna i tabellen tydligare.

Tabell 2 Rutinuppgifter och problemlösningsuppgifter summerat för varje bokserie

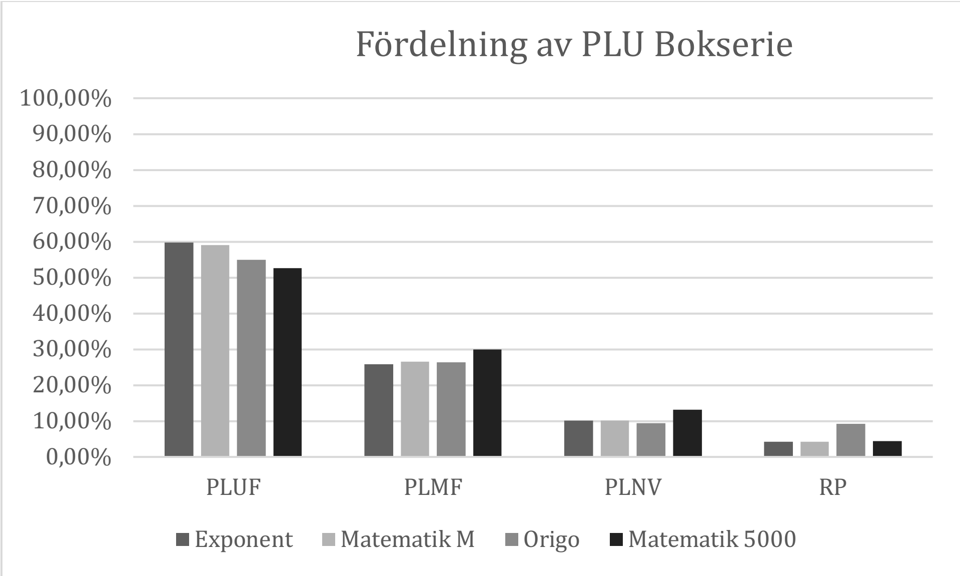
Förlag	RU	PLU
Exponent	85,24%	14,76%
Matematik M	87,52%	12,48%
Origo	83,78%	16,22%
Matematik 5000	84,42%	15,58%

Då syns det att det är väsentlig skillnad mellan bokserierna. Den största skillnaden är mellan Matematik M och Origo där det skiljer nästan 4 procentenheter i PL. För att beräkna ut den procentuella skillnaden mellan två procent satser använder man sig av formeln $\frac{Procentsats\ 1 - Procentssats\ 2}{Procentsats\ 2} \rightarrow \frac{Origo - Matematik\ M}{Matematik\ M} = \frac{16{,}22 - 12{,}48}{12{,}48} \approx 30\%$ Vilket betyder att Origo har 30% större andel PL uppgifter än Matematik M. Byter man plats på procentsatserna får man i stället hur många procent mindre Matematik M har jämfört med Origo. Gör man på samma sätt för alla bokserier och stoppar in i en tabell blir det lätt att jämföra den procentuella skillnaden mellan serierna för alla PLU.

Tabell 3 Jämförelse av förhållandet mellan alla problemlösningsuppgifter och bokserier

PLU	Exponent	Matematik M	Origo	Matematik 5000
Exponent	0,00%	18,27%	-8,97%	-5,24%
Matematik M	-15,45%	0,00%	-23,03%	-19,88%
Origo	9,86%	29,92%	0,00%	4,10%
Matematik 5000	5,53%	24,81%	-3,94%	0,00%

När tabellen är upplagd på det sättet syns det att det skiljer 18% mellan de två bokserier med minst andel PLU. Det är även relevant att se hur fördelningen ser ut mellan bokserierna och de olika typer av PLU.



Figur 2 De olika problemlösningsuppgifternas andel av totalt antal problemlösningsuppgifterna i en bokserie

När PLU är separerade i typer syns det hur fördelningen av PLU är. Då framgår det att PLUF hos samtliga serier överstiger hälften av alla PLU, där Exponent är har nästan 60% vilket är flest av bokserierna. Betraktar man istället PLMF har sticker Matematik 5000 ut med nästan 12% större andel än Matematik M. Gällande PLNV Sticker Origo och Matematik 5000 ut, på lägsta och största andelen. De största procentuella skillnaderna ses på RP där Origo ensam sticker ut mycket med mellan 107,8% och 116,2% större andel än de övriga bokserierna. Överlag finns det dock en tydlig trend att andelen PLUF > PLMF > PLNV>RP för samtliga bokserier.

5.1.2 Problemlösning kurs

Sorteras resultatet utifrån vilken kurs angivet i både antal och andel ser det ut så här:

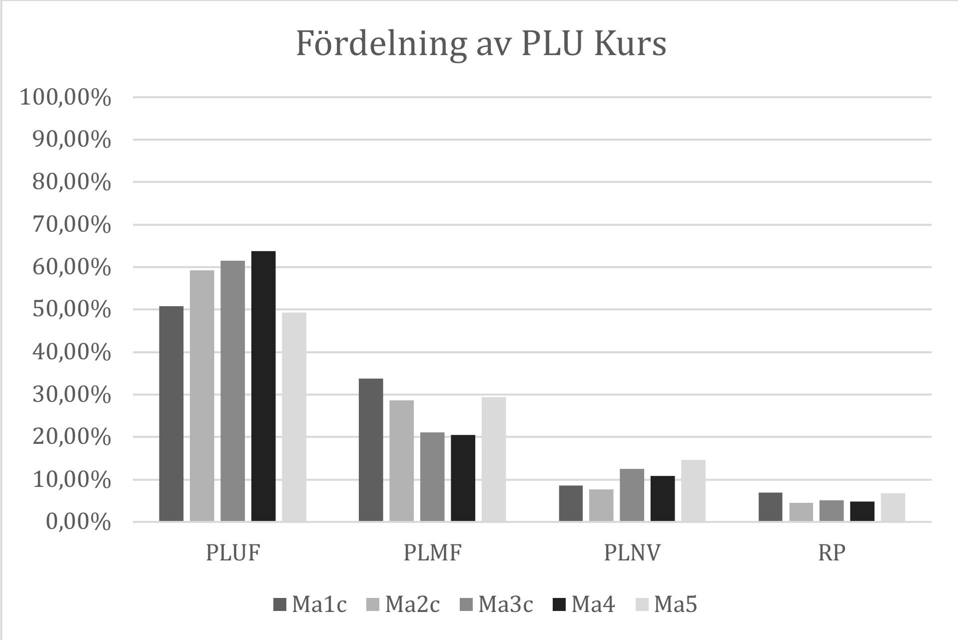
Tabell 4 Alla kapitels olika uppgiftstyper summerade för de olika kurserna. Uppgiftstyperna är beräknade som en andel av totalen av varje bokserie

Kurs	PB	BU	TU	PLUF	PLMF	PLNV	RP	Summa
Ma1c	4110	737	2071	603	401	101	82	8105
Ma2c	3624	1337	2446	666	322	86	51	8532
Ma3c	3337	1386	1978	524	180	106	43	7554
Ma4	3176	1124	1791	699	225	119	52	7186
Ma5	1528	492	1970	497	297	147	68	4999
Andel								
Ma1c	50,71%	9,09%	25,55%	7,44%	4,95%	1,25%	1,01%	
Ma2c	42,48%	9,95%	20,21%	3,90%	1,84%	0,50%	0,30%	
Ma3c	44,18%	11,77%	19,05%	3,47%	1,17%	0,69%	0,28%	
Ma4	44,20%	10,04%	17,78%	4,86%	1,52%	0,82%	0,36%	
Ma5	30,57%	5,81%	24,69%	4,97%	2,83%	1,44%	0,68%	

Gällande totala antalet uppgifter per kurs minskar de med ökande kurs med undantag från Ma2c som sticker ut som kursen som har totalt sätt flest uppgifter. Det finns också en trend att PB minskar med ökande kurs, även detta med Ma2c som undantag. I övrigt krävs det lite mer specialiserade sätt att betrakta data på för att få ut relevant information. Betraktas RU och PLU mot varandra syns det att Ma5 har avsevärt större andel PLU än de övriga kurserna men även att Ma3c har minst av alla kurser.

Tabell 5 Rutinuppgifter och problemlösningsuppgifter summerat för varje kurs

	RU	PLU
Ma1c	85,35%	14,65%
Ma2c	86,81%	13,19%
Ma3c	88,71%	11,29%
Ma4	84,76%	15,24%
Ma5	79,82%	20,18%



Figur 3 De olika problemlösningsuppgifternas andel av totalt antal problemlösningsuppgifter i en kurs

Alla kurser har en Majoritet av PLUF där Ma4 har nästan 64 procentenheter. Vilket är nästan 35% mer än Ma5. Gällande PLMF utmärker sig Ma3c och Ma4 med runt 20 procentenheter där de andra kurserna har runt 30 procentenheter. Ma1c har störst andel PLMF med mellan 15% och 64% större andel än de övriga kurserna. PLNV relativt PLUF och PLMF ovanliga uppgifter. Vilket gör att skillnaderna mellan kurserna inte framgår lika tydligt diagrammet. Det syns att Ma2c har minst andel av dessa uppgifter. De övriga kurserna har mellan 11% och 91% större andel. Även mellan Ma3c och Ma5 skiljer 34% procent. På liknande sätt är det med RP där Ma2c har minst andel. Även om skillnaderna till de övriga kurserna i det fallet är mellan 5% och 52%. Ma1c har störst andel men är väldigt nära Ma5 som hade behövt 3% till för att ha lika stor andel.

5.1.3 Problemlösning temavis

Sorterat utifrån de tema som kapitlen behandlar ser uppgifterna ut så här:

Tabell 6 Alla kapitels olika uppgifter typer summerade för de olika kurserna. Uppgiftstyperna är beräknad som en andel av totalen av varje tema

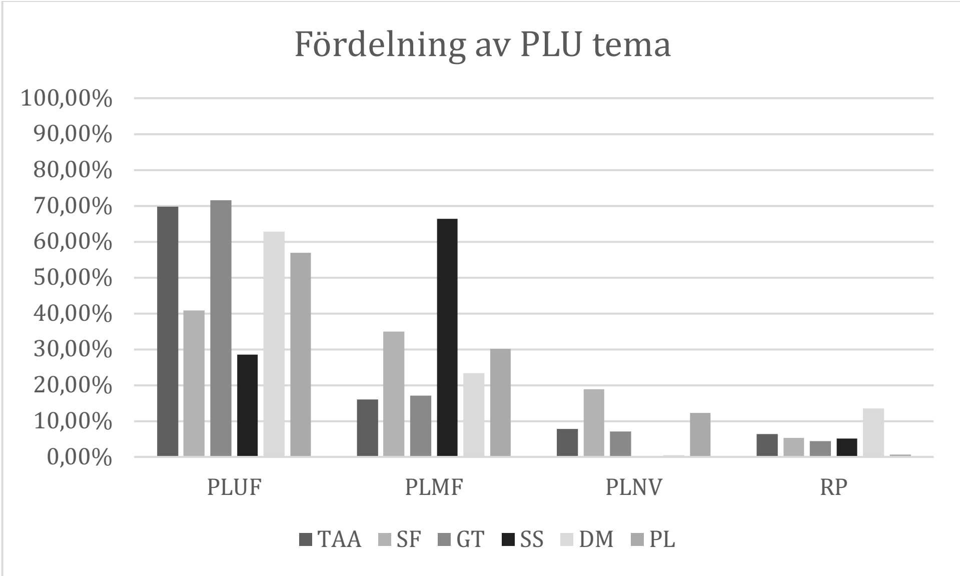
Tema	PB	BU	TU	PLUF	PLMF	PLNV	RP	Summa
TAA	4918	606	1779	695	159	77	64	8298
SF	3313	1265	2880	579	496	268	75	8876
GT	1816	1168	918	489	117	48	30	4586
SS	537	340	799	106	246	0	19	2047
DM	826	333	1098	262	97	2	56	2674
PL	273	19	220	153	81	33	2	781
Andel								
TAA	59,27%	7,30%	21,44%	8,38%	1,92%	0,93%	0,77%	
SF	37,33%	14,25%	32,45%	6,52%	5,59%	3,02%	0,84%	
GT	39,60%	25,47%	20,02%	10,66%	2,55%	1,05%	0,65%	
SS	26,23%	16,61%	39,03%	5,18%	12,02%	0,00%	0,93%	
DM	30,89%	12,45%	41,06%	9,80%	3,63%	0,07%	2,09%	
PL	34,96%	2,43%	28,17%	19,59%	10,37%	4,23%	0,26%	

Det första som bör tydliggöras här är att gällande DM och PL finns kapitel med det fokuset enbart i Ma5. SS finns enbart i Ma1c och Ma2c och Ma 5 har inte heller TAA eller GT. Vilket naturligt gör att det finns färre uppgifter i de temana.

Tabell 7 Rutinuppgifter och problemlösningsuppgifter summerat för varje tema

	RU	PLU
TAA	88,01%	11,99%
SF	84,02%	15,98%
GT	85,09%	14,91%
SS	81,88%	18,12%
DM	84,41%	15,59%
PL	65,56%	34,44%

Med undantag från PL som avviker avsevärt från de övriga temana är fördelningen mellan RU och PLU ungefär samma som för alla andra jämförelser som gjorts då alla ligger på ca 85 $\pm$ 5 procentenheter RU och PLU ca 15 $\pm$ 5 procentenheter.



Figur 4 De olika problemlösningsuppgifternas andel av totalt antal problemlösningsuppgifterna i ett tema

Fördelningen av PLUF är grovt upp delad i 3 grupper, TAA och GT med runt 70 procentenheter, DM och PL med ca 60 procentenheter och SF och SS med mellan 28 och 41 procentenheter. Den största skillnaden är mellan GT och SS där GT har 150% större andel PLUF än SS. I PLMF särskiljer sig SS med 66,31 procentenheter. TAA som har minst, har 15.98 procentenheter. Med en procentuell skillnad av mellan 90% och 315% mer än de övriga temana. I PLNV har SS totalt 0 procentenheter och DM har 0.48 procentenheter. Den låga andelen resulterar i de största procentuella skillnaderna av alla jämförelser i uppsatsen. Där alla temana som har större andel, har mellan 1363% och 3841% större andel av PLNV än DM. Alla teman har odefinierat procentuellt större andel än SS för att den saknar några uppgifter. Även SF har uppenbart större andel än de övriga med 18,90 procentenheter som är 54,06% större andel än PL. Vad som gäller RP har DM nästan 13,43 procentenheter och PL 0,74 procentenheter, de övriga ligger mellan 4,39 och 6,43 procentenheter.

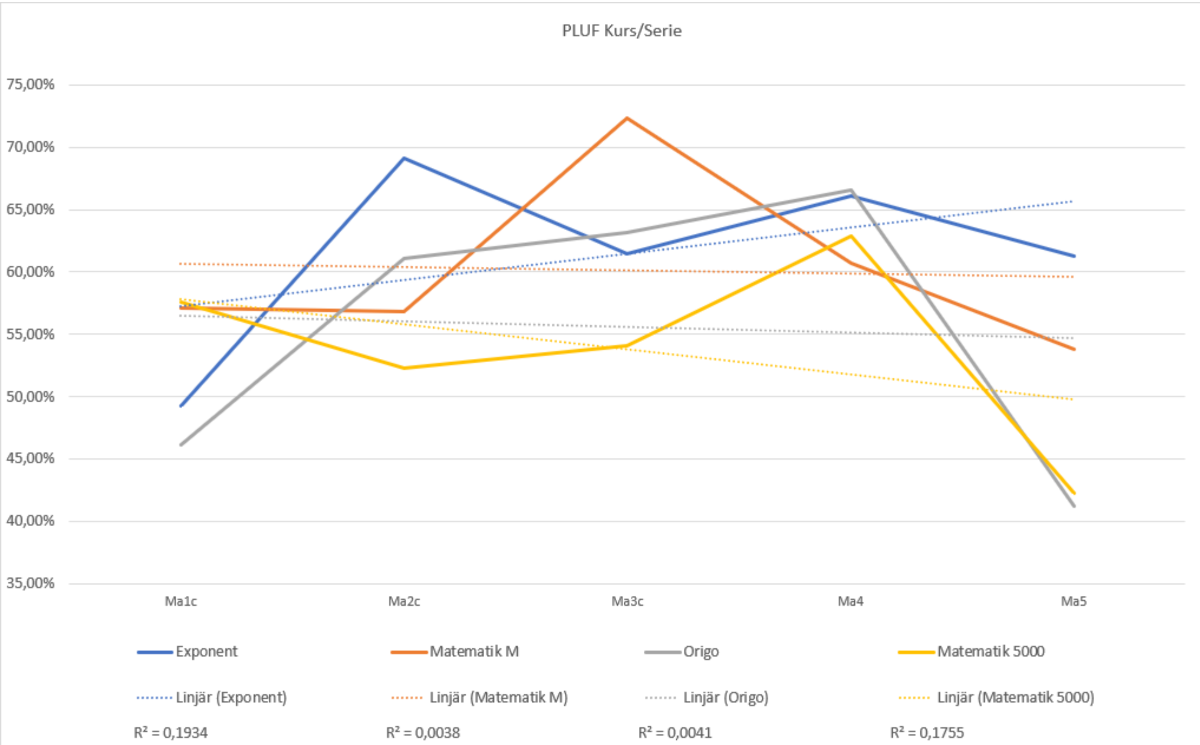
5.2 Resultatet utifrån två faktorer

Av de tre faktorer som har används för att gruppera, kan man bilda tre två faktorers jämförelser. Det vill säga om Kurs/Tema och Tema/Kurs visar på samma relationer, vilket det gör bara utifrån olika perspektiv. Eftersom det är en progression i matematikkurser, kan kurs betraktas som en ordinalskala. I detta kapitlet kommer dessa tre presenteras och det kommer kortfattat beskriva de förhållanden som framträder mest vid en analys. Determinationskoefficienten R^2

kommer även i största möjliga mån presenteras och förklaras. R^2 är ett mått på hur stor avvikelse, från en linjärregressionslinje baserat på minstakvadratmetoden, de faktiska observationerna är. Detta mått varierar från 0 till 1, där 0 är ingen korrelation och 1 är absolut korrelation. Det är viktigt att veta att R^2 inte visar på orsakssamband, det ger ett mått på förklaringsgraden av något förhållande. Exempelvis $R^2 = 0{,}3$ betyder att 30% av ökningen eller minskningen av storlekskillnaden av andelar skulle kunna förklaras av den oberoende variabeln på x axeln. Determinationskoefficienten har likt alla statistiska mått svårare att säga något när det som undersökts är få, eftersom små förändringar av antalet förändrar andelen mer, än om det som undersökts är många. Vi fortsätter följa strukturen att varje typ av PLU blir uppmärksammad var för sig.

5.2.1 Kurs och bokserie

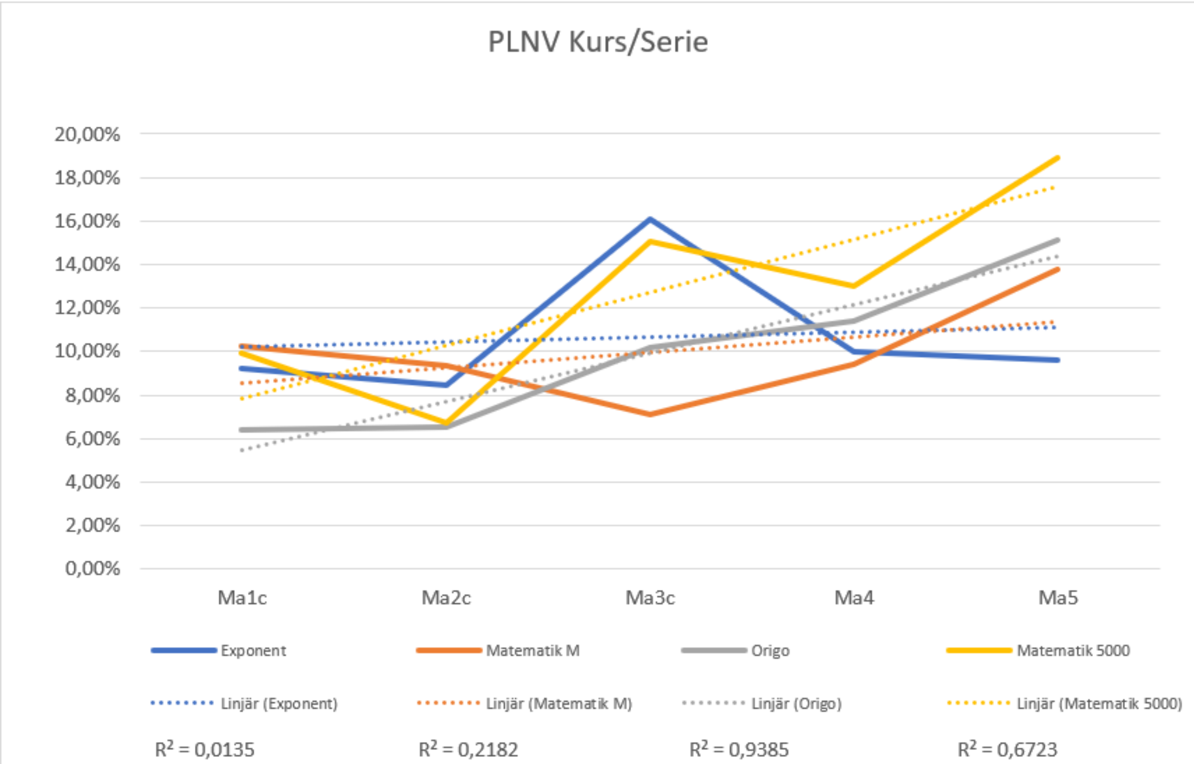
Följande diagram har kursen på x-axeln och på y-axeln andelen av PLU för angivengiven PLU typ.



Figur 5 Andel problemlösningsuppgifter utan förankring som varje bokserie har i varje kurs, med linjärregression och determinationskoefficienten angiven

Resultaten visar på att det är stor variation i PLUF och andel mellan de olika kurserna. Dock visar R^2 att det vekar finnas viss korrelation mellan PLUF och kurs i fallen Matematik 5000 och Exponent. Korrelationen är dock mycket liten. I fallet Matematik 5000 är det en negativ korrelation. Vilket betyder att för varje kurs minskar andelen av PLUF av PLU. I fallet Exponent är det en positiv korrelation som betyder det motsatta. Överlag är det svårt säga utifrån regressionen att kurs har en avgörande roll i andelen PLUF. Utifrån diagrammet synd det dock att Ma1c och Ma5 tenderar till att ha en liten andel PLUF.

Gällande PLMF finns det åter igen två serier som verkar ha en svag negativ korrelation. Tendenserna för Ma1c och Ma5 tenderar till att ha relativt stor andel PLMF. Överlag har andelen PLMF lite att göra med vilken kurs bokserien behandlar. Motsvarande diagram som för PLUF finns att betrakta i Appendix.



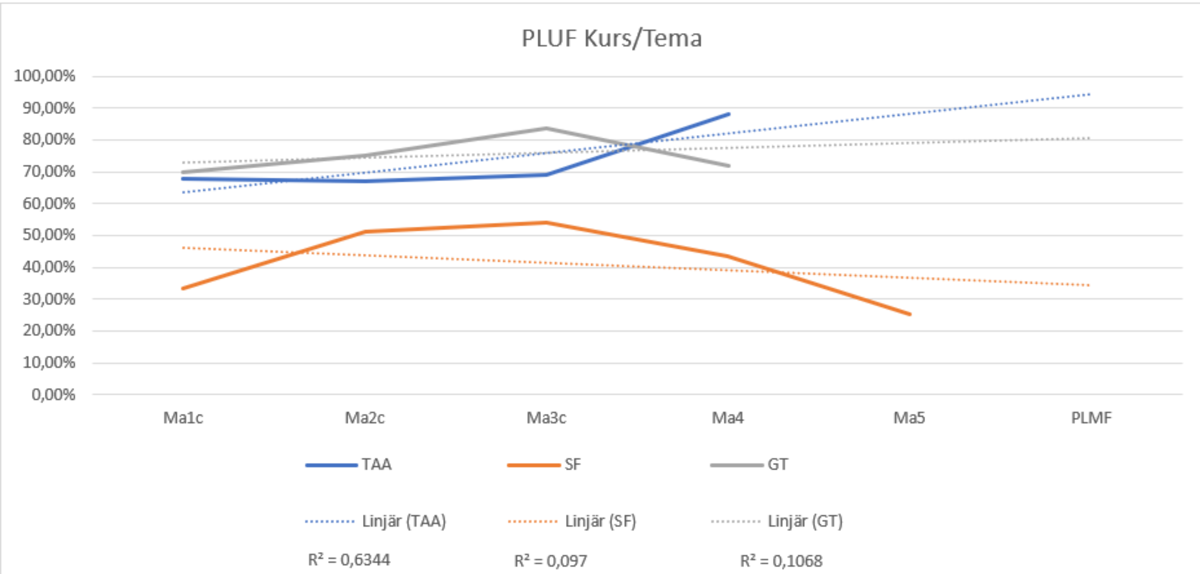
Figur 6 Andel problemlösningsuppgifter med naturvetenskaplig förankring som varje bokserie har i varje kurs, med linjärregression och determinationskoefficienten angiven

PLNV är det fallet där de flesta bokserier ökar sin andel vid högre kurser. Origo har så mycket som $R^2 = 0{,}94$ vilket är väldigt nära perfekt korrelation. Exponent som befinner sig i den andra delen av spektrumet har nästan ingen korrelation alls mellan kurs och PLNV med $R^2 = 0{,}01$. Överlag finns det en stark korrelation mellan PLNV och kurs och bokserie.

Korrelationen av RP i varje bokserie beroende på kurs är väldigt nära noll för alla bokserier utan Matematik 5000 där det finns ett svagt positivt förhållande. Motsvarande diagram som PLNV och PLUF finns i appendix

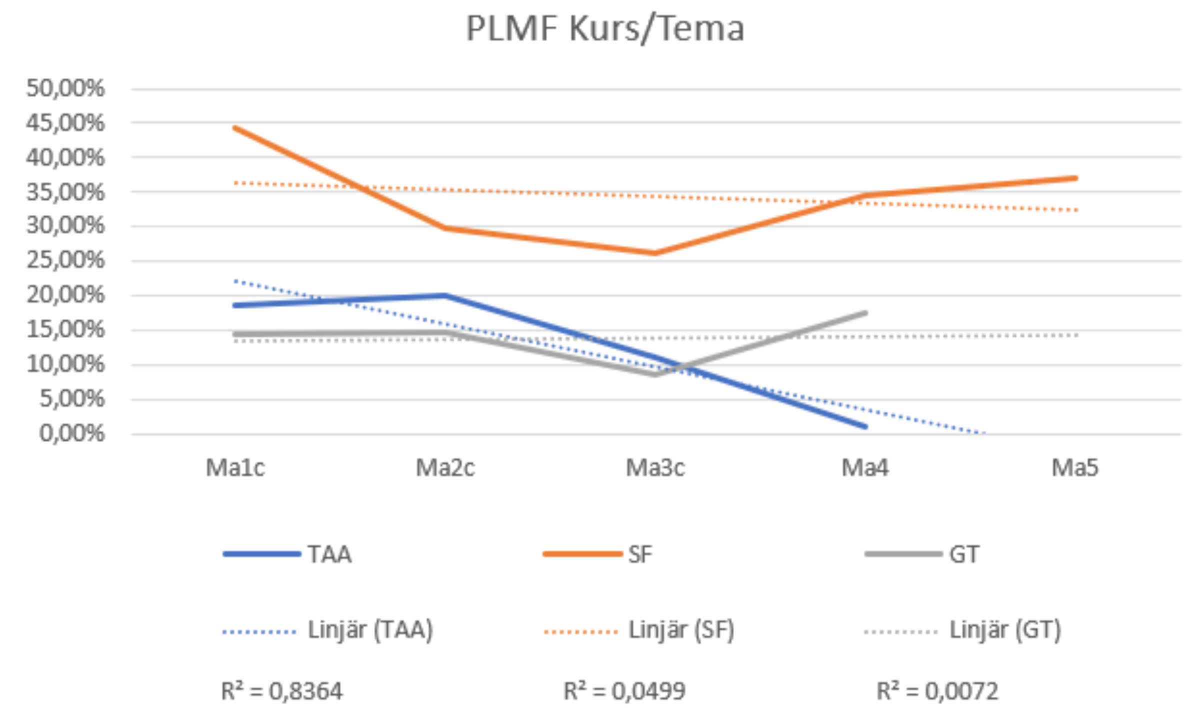
5.2.2 Kurs och tema

Följande diagram har kurs på x axeln och på y-axeln andelen av PLU för angiven PLU typ. Eftersom temana PL och DM enbart finns i Kurs 5 går det inte att få en korrelation mellan dessa. SS fins enbart i kurs 1c och 2c därför kommer korrelationen mellan dessa alltid vara 1 och där med ointressant, därför kommer detta avsnitt endast behandla TAA, SF och GT.



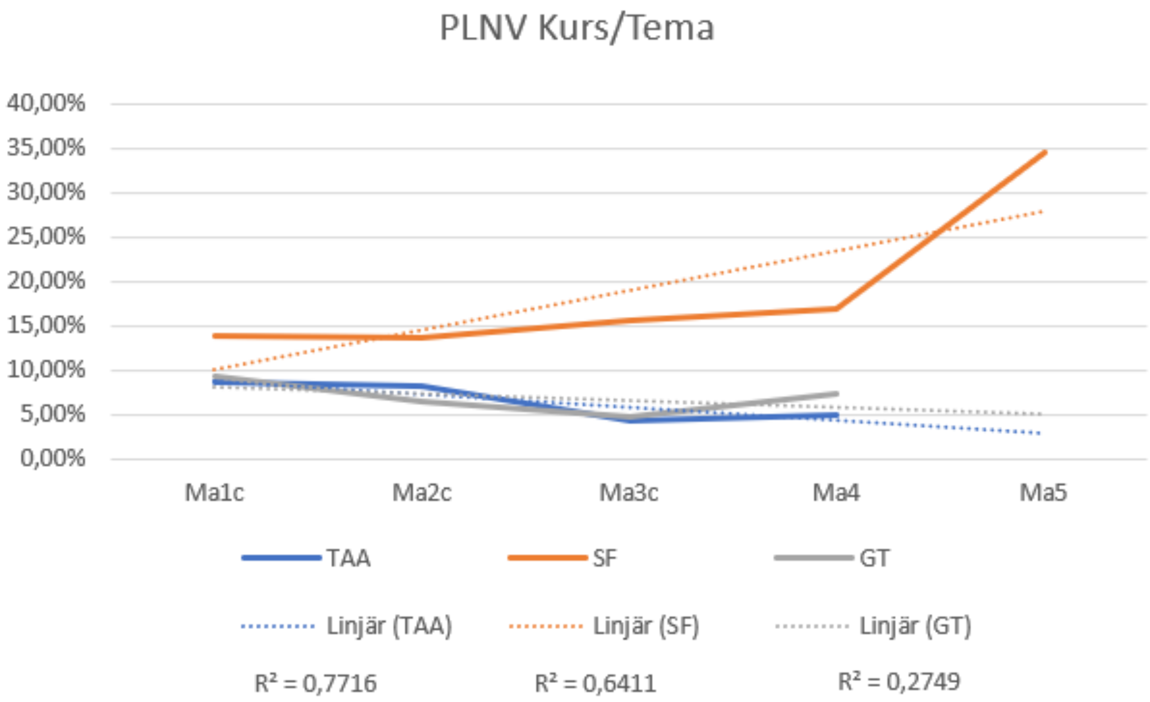
Figur 7 Andel problemlösningsuppgifter utan förankring som relevanta teman har i varje kurs, med linjärregression och determinationskoefficienten angiven

Korrelationen av PLUF är nära samma för SF och GT, skillnaden är att GT har positiv korrelation och SF har en negativ korrelation. Deras korrelation är dock liten. Där kurs har en relativt hög korrelation med TAA.



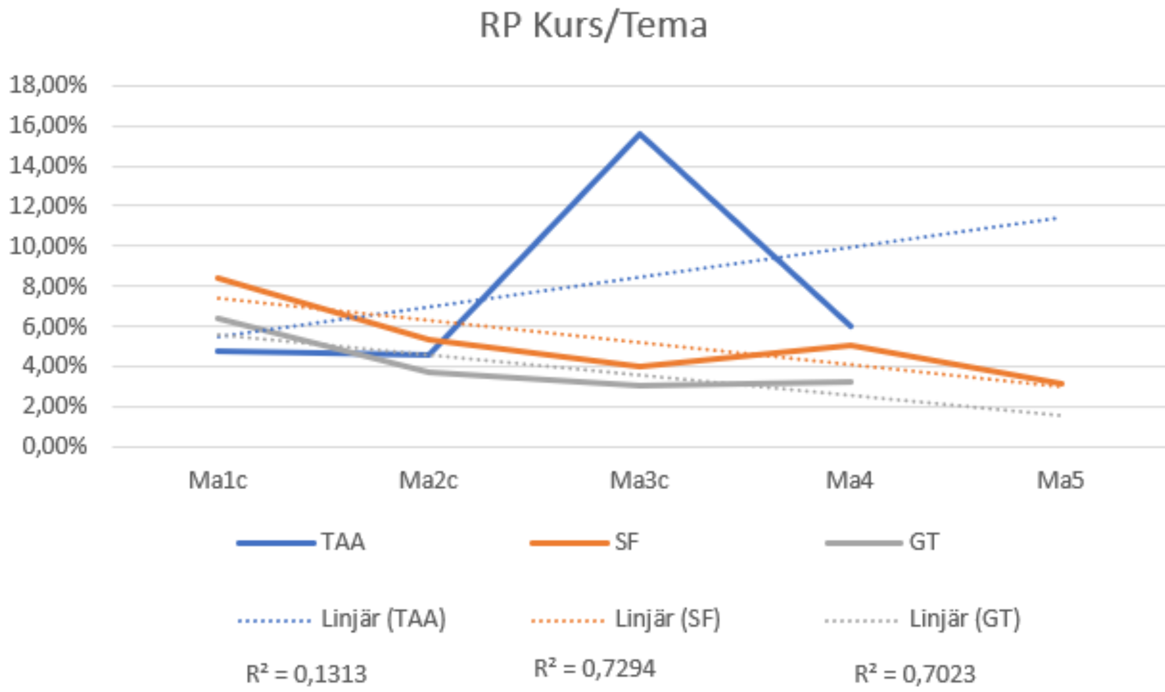
Figur 8 Andel problemlösningsuppgifter med förankring som relevanta teman har i varje kurs, med linjärregression och determinationskoefficienten angiven

Både GT och SF har lågt R^2 värde. Deras andel PLMF har därför svag korrelation till vilken kurs. Medan TAA har en stark negativ korrelation. Det betyder att ju längre fram i matematikundervisningen eleverna befinner sig desto mindre är chansen att stöta på PLMF i temat TAA.



Figur 9 Andel problemlösningsuppgifter med naturvetenskaplig förankring relevanta teman har i varje kurs, med linjärregression och determinationskoefficienten angiven

Alla kurser och teman korrelation i PLNV. TAA med stark negativ, GT svagt negativ och SF med starkt positiv. SF starka korrelation hade varit ännu starkare om det stora hoppet i andel mellan Ma4 och Ma5 inte funnits där. Det hoppet visar att andelen PLNV ökar ojämnt mycket därför anpassades även flera andra linjer till SF, där en exponentiellregressionslinje gav determinationskoefficienten är 0,7083 jämfört med 0,6411 i till den linjära. Det visar att sambandet är mer exponentiellt än linjärt.



Figur 10 Andel rika problem de relevanta teman har i varje kurs, med linjärregression och determinationskoefficienten angiven

I RP är SF och GT de som visar på stark negativa korrelation till kurs. Medan TAA har en svag positiv korrelation. Där hoppet i Ma3c gör att lutningen på regressionslinjen blir så pass hög som den är och att korrelationen är så låg som den är.

5.2.3 Bokserie och Tema

I detta avsnittet får determinationskoefficienten lite annan innebörd. I de tidigare avsnitten var x-axel av typen ordinalskala, x-axeln är i det här fallet en nominalskala och går därför inte att rangordna. Betydelsen av R^2 skall därför läsas som, betydelsen av bokserie för andelen av de olika typerna av uppgifter. Där ett högt värde betyder att det spelar liten roll och ett lågt värde betyder att det spelar större roll. Tre anledningar till att detta inte skall ses som ett lika säkert samband är, för det första, det är färre värden på x-axeln. För det andra är detta inte det tänkta användningsområdet för R^2 och bör därför tolkas försiktigare. Den sista anledningen är att regressionslinjens lutning måste tolkas i varje situation. Finns det exempelvis stor lutning på regressionslinjen betyder det att det är stor skillnad mellan bokserierna, då skulle andelen öka eller minska med bokserien. På samma sätt med låg lutning och med hög korrelation spelar det därför mycket liten roll vilken bokserie som väljs.

Beräkningarna av PLUF visar att PL har $R^2 = 0{,}3536$, regressionslinjen har lutningen -0,1157. Medan TAA har liten variation $R^2 = 0{,}6354$ och en lutning -0,0283 vilket är en storleksordning mindre. Det betyder att TAA är mycket mindre beroende av bokserie än vad PL är. PL är den kategorin som sticker ut mest här överlag med samband som finns, men de är svaga i både PLMF och PLNV. PL har dock mycket litet beroende till bokserier i RP. Andelen RP varierar istället kraftigast med bokserie i temat DM, där $R^2 = 0{,}7749$ och lutningen är hög jämfört med de övriga temana.

Tabell 8 Visar determination koefficienten och regressionslinjen med Bokserie som oberoende variabel.

PLUF			PLMF		
Tema	R^2	Lutning	Tema	R^2	Lutning
TAA	0,6354	-0,0283	TAA	0,3673	0,0057
SF	0,1075	-0,0146	SF	0,1264	0,1264
GT	0,2961	-0,0122	GT	0,6474	0,0074
SS	0,0242	-0,0107	SS	0,0175	0,0078
DM	0,1326	-0,0108	DM	0,4456	-0,0218
PL	0,3536	-0,1157	PL	0,3446	0,0922
PLNV			RP		
Tema	R^2	Lutning	Tema	R^2	Lutning
TAA	0,2259	0,0113	TAA	0,1476	0,0113
SF	0,067	0,0049	SF	0,1093	-0,0063
GT	0,364	0,0027	GT	0,0131	0,0021
SS	N/A	N/A	SS	0,0406	0,0029
DM	0,1771	-0,0018	DM	0,7749	0,0344
PL	0,4561	0,0233	PL	0,0011	0,0002

6 Analyserande diskussion

Det återstår att besvara forskningsfrågorna. Den första frågan kan anses besvarad i resultat delen. Den andra frågan kräver lite mer analys än presentationen gjort i resultatet.

6.1 Analys och diskussion PLUF

PLUF är den problemlösningsuppgiftstypen som kräver mest *resurser* och *heuristik*. Baserat på de ca 3000 lösta uppgifter som faller inom den kategorin enligt mina definitioner. Det byggs på att många av de uppgifter som lösts, mer eller mindre måste lösas genom att använda flera olika *resurser* samtidigt, eller genom att vara kreativ med vilken(a) *heuristiker* som används. Eftersom att över hälften av alla PLU är av typen PLUF måste det nästan vara medvetet från författarnas sida att lägga så stort fokus på att öva just dessa kompetenser mer än andra.

Andelen av PLUF har små gemensamma trender över bokserier och kurs. Ett är att mellan Ma4 och kurs Ma5 minskar andelen, i vissa fall till och med drastiskt. En annan trend är också att Ma1c tenderar att ha en relativt låg andel PLUF. För att förklara minskningen från Ma4 till Ma5 noterar vi att TAA är ett av de teman som har högst andel PLUF, och att TAA inte finns som centralt innehåll i Ma5. Det förklarar eventuellt lite av denna minskning. Tolkningen som jag gör är att PLUF används mer som ett sätt att genom problemlösning lära elever de *resurser* och den *heuristik* som krävs för att bli en god problemlösare. Ma5 är den avslutande kursen av gymnasiematematiken, det leder till att en större andel av uppgifterna förlitar sig på att *heuristiken* och *resurserna* inte behöver läras ut. Istället får problemlösaren i större utsträckning tränas på de övriga kompetenserna. Samma förklaring kan användas för Ma1c om man ser på den kursen som en repetition, kontroll och förlängning av grundskolematematiken. Stora delar av grundskolans matematik finns direkt repeterad i Ma1c exempelvis grundskolans ”Funktioner och räta linjens ekvation. Hur funktioner kan användas för att, såväl med som utan digitala verktyg, undersöka förändring, förändringstakt och samband” (Skolverket, 2018). motsvaras av Ma1c ”Begreppen funktion, definitions- och värdemängd samt egenskaper hos linjära funktioner samt potens- och exponentialfunktioner.” (Skolverket, 2018). Det finns flera liknade formuleringar för de båda kurserna. Vilket om min förra tolkning av hur läromedlen använder PLUF stämmer, förklarar det även varför andelen PLUF ser ut som den gör i Ma1c. Analyseras sambandet mellan bokserie och tema spelar det ingen statistisksignifikant roll vilken bokserie som väljs i kategorin PLUF.

6.2 Analys och diskussion PLMF

PLMF kräver kompetensen *övertygelse* i större utsträckning just för att PLMF per definition kräver att problemlösaren skall möta verkligheten utanför matematiken och det är i det sammanhanget Ryve (2006) lyfter fram vikten av *övertygelse*. Men PLMF kräver även mer färdighet i kompetensen *kontroll* än PLUF. Det är dock baserat på ostrukturerade i iakttagelser som jag gjort under processen. Ty det är lättare att falla i fällan att börja lösa uppgiften på fel sätt, för många matematiska begrepp är dolda bakom andra formuleringar. Då måste problemlösaren ofta dela upp uppgiften eller helt avfärda den tänkta *heuristiken*.

Det tydligaste sambandet som framträtt gällande PLMF är att kategorin SS är det i särklass vanligaste temat. Det beror förmodligen delvis på hur naturligt det är för författare, att formulera uppgifter som bygger på verkligheten i sannolikhet och statistik. Statistik allt är den grenen inom matematiken som har närmst anknytning till verkligheten. Det är även så att PLMF är den typ av uppgift som är minst beroende av bokserie och kurs. Även om PLMF har större andel i Ma1c, Ma2c och Ma5 än Ma3c och Ma4. Att det är större andel PLMF i Ma1c och Ma2c förklaras genom att det är bara i Ma1c och Ma2c som temat SS finns. Det blir därför naturligt att de kurserna som behandlar SS kommer ha större andel PLMF. Förklaringen för Ma5 är att det är den avslutande kursen därför finns det färre *resurser* att lära ut och *heuristik* bör vara mer approprierat. Det ger utrymme för att de övriga kompetenserna skall få appliceras i större utsträckning.

6.3 Analys och diskussion PLNV

PLNV är som tidigare nämnt väldigt lika PLMF, dock med en stor skillnad. Möjligheten att använda sina kompetenser i PLMF beror på övning och erfarenheter från verkligheten. Medan PLNV beror på övning och kunskaper tillägnade i andra skolämnen. Det gör denna kategori unik, eftersom svårighetsgraden av en uppgift kan beror på hur väl eleven har approprierat kunskaper från externa faktorer. Det har dock enligt min sorterings algoritm inte fått spela någon roll. Det gjorde det svårt för mig, som vet vad som gå igenom för innehåll i de olika fysikkurserna och när det rimligtvis görs, att åsidosätta att uppgiften borde vara lätt med fysikämnets kunskaper bakom sig.

Av de samband som finns I PLNV är det tydligaste korrelationen mellan PLNV och Temat SF. Där PLNV var mellan 54,06% och 3840,68% vanligare i SF än de övriga. Det tyder på att SF är ett tema som lämpar sig mer till uppgifter av naturvetenskaplig karaktär. Förklaringen jag finner till det är vad som ryms i det centralt innehåll som berör SF. I samband och förändring ingår alla funktioner som behandlas i gymnasiematematiken. Funktioner är det föredragna sättet att beräkna samband i naturvetenskapen. Vilket enligt mig ger en stark förklaring till varför så är fallet. Det är även så att det finns ett samband mellan Kurs och PLNV, ju senare i gymnasieskolans matematik som uppgiften kommer ifrån ju större tendens finns det till att det är en PLNV. Min förståelse av det är att, eftersom eleverna har läst fler kurser i de naturvetenskapliga ämnena, är det lättare för författarna till böckerna utnyttja de kunskaperna för att öva eleverna i problemlösning. Men också det att centrala innehållet pekar mer på att använda naturvetenskap exempelvis så är ett innehåll i Ma1c ” Matematisk argumentation med hjälp av grundläggande logik inklusive implikation och ekvivalens samt jämförelser med hur man argumenterar i vardagliga sammanhang och inom naturvetenskapliga ämnen” (Skolverket, 2018). I Ma5 finns liknade formulering ”Användning och lösning av differentialekvationer med digitala verktyg inom olika områden som är relevanta för karaktärsämnena.” (Skolverket, 2018). I Ma1c är formuleringen vardagliga sammanhang och inom naturvetenskapliga ämnen, I Ma5 är formuleringen karaktärsämnena. Skillnaden som synd där att i Ma1c skall det som diskuteras vara mer övergripande och gälla allt möjligt utanför matematiken. I Ma5 skall det relatera till karaktärsämnena vilka är just de ämnen som jag har använt som grund för att definiera PLNV. Håller sig en författare till de centralt innehåll som finns, kommer det vara naturligt att PLNV är vanligare i Ma5 än tidigare kurser.

6.4 Analys och diskussion RP

RP är den typ av uppgift som är bredast sett utifrån kompetenser. Ser man på *resurser* och *Heuristik*, framgår det utifrån punkt fyra av definitionen av RP, ”Problemet ska kunna lösas på flera olika sätt, med olika strategier och representationer” (Taflin, 2007, s. 56) att eleven måste handskas med både *Heuristik* och olika *resurser* väl för att kunna lösa uppgifter som uppfyller det kriteriet. När ett problem skall kunna lösas på flera olika sätt blir också *kontroll* av avsevärd vikt. För att planera, och lägga upp delmål för att lösa ett RP. I kompetensen *övertygelse* ingår det att problemlösaren skall veta att en uppgift tar tid att lösa. Det ingår även i punkt tre ”Problemet ska upplevas som en utmaning, kräva ansträngning och tillåtas ta tid” (Taflin, 2007, s. 56). *Praxis,* den sista kompetensen som Ryve presenterade, relaterar till de sista tre punkterna på Taflins (2007) lista. Dessa punkter kräver att problemet möjliggör en matematisk diskussion, fungerar som länk mellan olika matematik kategorier och möjliggör nya problem. Alla de tre punkterna kräver att problemlösaren kan tänka som en matematiker på något sätt vilket är grundpremissen bakom *praxis.*

De mest som framträder mest angående RP är hur överrepresenterat det är i DM. RP är mellan 109% och 1706% vanligare i DM än i de övriga temana, dock står det fortfarande enbart 2,09 procentenheter av alla uppgifter i DM. Men även i temat PL sticker ut där det istället handlar om underrepresentation. RP i PL står enbart för 0,74 procentenheter av uppgifterna. Vilket är mellan 88% och 94% mindre andel än de övriga temana. Det som är unikt med denna observationen är att både PL och DM finns enbart som kapiteltema i Ma5, och de temana befinner sig i extrem punkterna av andel RP av PLU. Det och alla andra resultat antyder för mig att Ma5 är en kurs som skiljer sig från de övriga kurserna, det gör den på flera olika sätt. Utöver att Ma5 är den sista gymnasiekursen har den också ett litet antal olika teman i centralt innehåll, jämfört med de övriga kurserna. Det gör att om en ett tema i Ma5 har någon egenhet blir den förstärkt när Ma5 analyseras med statistiska metoder. RP är också den PLU typen där det spelar störst roll vilken bokserie som används, eller snarare där en bokserie särskiljer sig exceptionellt från de övriga tre. Origo författare verkar, utifrån att de har över 100% större andel, haft ett visst fokus på den typen av öppna uppgifter som krävs att räknas som RP. Vad det beror på kan jag inte ens gissa, det är dock värt att notera. Med risk att förminska mitt resonemang kring RP är det dock viktigt att ha i åtanke att RP är den ovanligaste av PLU, vilket gör att även om det är stora procentuella skillnader. Är skillnaden i antal uppgifter inte så stora. Faktum är att det är i medelantalet RP per kapitel är ca 3, jag vill inte dra för stora slutsatser utifrån det resultatet.

6.5 Slutdiskussion

En baktanke hos mig rörande denna uppsats har hela tiden varit att göra det möjligt för verksamma lärare att välja det bästa läromedlet, innehållet eller kursen för att undervisa problemlösning. Arbetets gång har gjort att jag studerat flera olika relationer av problemlösning. Hade dessa varit tydliga hade min baktanke kunnat bli besvarad, i alla fall för min egen räkning. Det är med viss besvikelse jag är tvungen att fastslå att det bästa läromedlet för problemlösning beror på. Det beror på, vilken typ av problemlösnings uppgift som faktiskt är bäst för eleverna. Det beror också på hur fördelningen av RU mot PLU bör se ut, det var inget som denna uppsats gjorde någon ansträngning att undersöka. För att göra denna uppsats intressantare är det därför en av de saker som bör undersökas. Det beror även på vilken typ av PLU som faktiskt uppfyller syftet med matematikundervisningen som skolverket beskriver att elever ska

> Tillägnar sig goda kunskaper i de kurser som ingår i elevens studieväg och kan använda dessa kunskaper för vidare studier och i samhällsliv, arbetsliv och vardagsliv, kan använda sina kunskaper som redskap för att – formulera, analysera och pröva antaganden och lösa problem. (Skolverket, 2011, s. 19)

Denna formulering var en av de saker som fick mig att intressera mig för problemlösning. Framför allt delen om samhällsliv och arbetsliv. Tidigare har min syn på skolan varit relativt smal, där anledningen att lära ut matematik har varit mest med avseende att eleverna skall bli duktiga på matematik. Med synen att elever ska tillgodogöra kompetenserna som krävs för att bli duktiga i på problemlösning, inte för att problemlösning hjälper till att bli bättre på matematik, men för att problemlösning hjälper eleverna i framtida yrken och även för att kunna hantera problemen som samhället ställer framför dem. Behövs en bra strategi för att för att välja ett effektivt sätt att göra det på. Denna uppsats har gjort en ansträngning att visa en bild av hur uppgifter är fördelade och hur relationerna i läroböcker ser ut. Det behövs mer forskning för att undersöka hur den informationen skall användas.

Genom uppsatsen har det skrivit mycket om andel. Det har alltid varit en andel av antal. Däremot har en tidsandel aldrig diskuterats. Det beror på begränsningar av tid och utrymme. En RU kommer som en regel ta längre tid att lösa än en PLU, vilket gör att för varje PLU utsätter eleven för mer tid av matematik än för en RU. Där finns det utrymme för en akademisk diskussion av passande tidsallokering av problemlösning. Med tanke på att så mycket annat centralt innehåll än problemlösning skall behandlas ligger den frågan kanske tillochmed på myndighetsnivå.

Som sista forskningsförlag vill jag lyfta fram eleven. Det hade varit intressant att veta vilket(a) läromedel, tema och uppgifttyp som elever gynnas mest av. Både i avseende vilket som är med stimulerande men även vilka som har störst positiv effekt på lärande. För utan elevfokus spelar det liten roll vad som är mest matematiskt intressant eller vad som är mest viktigt för samhället. Allt måste nå fram till Eleven.

Referenser

Alfredsson, L. (2011). *Matematik 5000 Kurs 2c blå Lärobok.* Stockholm: Natur och kultur.

Alfredsson, L. (2013). *Matematik 5000. Kurs 4 blå, Lärobok* (1:a uppl.). Stockholm: Natur & Kultur.

Alfredsson, L. (2014). *Matematik 5000. Kurs 3c blå, Basåret. Lärobok* (1:a uppl.). Stockholm: Natur & Kultur.

Brynjolfsson, E., & McAfee, A. (2015). *Den andra maskinåldern : arbete, utveckling och välstånd i en tid av lysande teknologi* (1:a uppl.). (J. Nordqvist, Övers.) Göteborg: Daidalos.

Gennow, S., Gustafsson, I.-M., & Silborn, B. (2012). *Exponent : matematik för gymnasiet. 3c* (1:a uppl.). Malmö: Gleerups.

Gennow, S., Gustafsson, I.-M., & Silborn, B. (2013). *Exponent : matematik för gymnasiet. 5* (1:a uppl.). Malmö: Gleerups utbildning.

Gennow, S., Gustafsson, I.-M., & Silborn, B. (2017). *Exponent : matematik för gymnasiet. 1c* (2:a uppl.). Malmö: Gleerups.

Gennow, S., Gustavsson, I.-M., & Silborn, B. (2018). *Exponent : matematik för gymnasiet 2c* (2:a uppl.). Malmö: Gleerups.

Hagland, K., Hedrén, R., & Taflin, E. (2005). *Rika matematiska problem : inspiration till variation* (1:a uppl.). Stockholm: Stockholm.

Hedrén, R., Taflin, E., & Hagland, K. (Januari 2005). Vad menar vi med rika problem och vad är de bra till? *Nämnaren*, ss. 36-41.

Hernvall, A.-L. (den 1 April 2014). *Skolvärden*. Hämtat från Skolvärden: http://skolvarlden.se/artiklar/svenska-elever-underpresterar-aven-i-problemlosning

Ingidsen-Olsson, J. (den 22 Mars 2019). Email 22 Mars. <johan.ingildsen-olsson@slff.se>. Stokholm: Svergies läromedelsförfattares förbund-SlFF.

Johansson, M. (2006). *Teaching mathematics with textbooks : a classroom and curricular perspective.* Luleå: Luleå Univerity of Technology.

Lena, A. (2011). *Matematik 5000. Kurs 2c blå, Lärobok* (1. utg. ed.). Stockholm: Natur & kultur.

Lester, F. K. (1985). Methodological Considerations In Research on Mathematical Problem-Solving Instruction. i E. A. Silver, & E. A. Silver (Red.), *Teaching and Learning Mathematical Problem Solving* (ss. 41-69). New York: Routledge.

Lärarnas riksförbund. (2015). *Kostnadsökning eller kvalitetsminskning- En rapport om kommunernas kostnader för läromedel.* Stockholm: Lärarnas Riksförbund.

Pólya, G. (1945). How to solve it : a new aspect of mathematical method. Princeton, New jersy, Usa: Princeton Univ. Press.

Pólya, G. (1957). *How to solve it : a new aspect of mathematical method* (2:a uppl.). New york, New york, USA: Princton University press.

Ryve, A. (2006). *Approaching mathematical discourse : two analytical frameworks and their relation to problem solving interactions.* Västerås: Department of Mathematics and Physics, Mälardalen University.

Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving.* Orlando, FL: Academic Press.

Schoenfeld, A. H. (2016). Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense Making. (H. L. Coleman, Red.) *Journal of education, 196*(2), 1-38.

Sjunnesson, J. (2012). *Matematik. M 1c* (2. uppl. uppl.). Stockholm: Liber.

Sjunnesson, J. (2012). *Matematik. M 2c* (1. uppl. ed.). Stockholm: Liber.

Sjunnesson, J., Holmström, M., & Smedhamre, E. (2013). *Matematik M 4* (1:a uppl.). Stockholm: Liber.

Sjunnesson, J., Smedhamre, E., & Holmström, M. (2012). *Matematik. M 3c* (1:a uppl.). Stockholm: Liber.

Skolverket. (2003). *Lusten att lära - med fokus på matematik.* Skolverket.

Skolverket. (2011). *Läroplan, examensmål och gymnasiegemensamma ämnen för gymnasieskola 2011.* Stockholm: Skolverket.

Skolverket. (2018). Hämtat från https://www.skolverket.se/undervisning/gymnasieskolan/laroplan-program-och-amnen-i-gymnasieskolan/gymnasieprogrammen/amne?url=1530314731%2Fsyllabuscw%2Fjsp%2Fsubject.htm%3FsubjectCode%3DMAT%26tos%3Dgy&sv.url=12.5dfee44715d35a5cdfa92a3 den 22 Maj 2019

Skolverket. (2018). Hämtat från https://www.skolverket.se/undervisning/grundskolan/laroplan-och-kursplaner-for-grundskolan/laroplan-lgr11-for-grundskolan-samt-for-forskoleklassen-och-fritidshemmet?url=1530314731%2Fcompulsorycw%2Fjsp%2Fsubject.htm%3FsubjectCode%3DGRGRMAT01%26tos%3Dgr%26p den 22 Maj 2019

Svenska läromedel. (2013). *Skolans bortglömda fråga, Mer tid för lärande. .* Svenska Läromedel.

Szabo, A. (2011). *Origo : matematik. 1c* (2. uppl. uppl.). Stockholm: Bonnier Utbildning.

Szabo, A. (2012). *Matematik Origo. 2c* (2. uppl. ed.). Stockholm: Sanoma utbildning.

Szabo, A. (2013). *Origo : matematik. 4* (2:a uppl.). Stockholm: Sanoma utbildning.

Szabo, A., Larson, N., Viklund, G., & Dufåker, D. (2013). *Matematik Origo 5.* Stockholm: Sanoma Utbildning.

Szabo, A., Larson, N., Viklund, G., Dufåker, D., & Marklund, M. (2012). *Origo : matematik. 3c* (2:a uppl.). Stockholm: Sanoma utbildning.

Taflin, E. (2007). *Matematikproblem i skolan – för att skapa tillfällen till lärande.* Umeå: Department of Mathematics and mathematical statistics, Umeå University.

Vetenskapsrådet. (2002). *Forskningsetiska principer inom humanistisk-samhällsvetenskaplig forskning.* Stockholm: Vetenskapsrådet.

Appendix

En faktors tabeller

Jämförelser PLU utifrån bokserier

PLUF	Exponent	Matematik M	Origo	Matematik 5000
Exponent	0,00%	1,25%	8,75%	13,67%
Matematik M	-1,24%	0,00%	7,41%	12,26%
Origo	-8,05%	-6,90%	0,00%	4,52%
Matematik 5000	-12,02%	-10,92%	-4,32%	0,00%

PLMF	Exponent	Matematik M	Origo	Matematik 5000
Exponent	0,00%	-2,69%	-2,00%	-13,60%
Matematik M	2,76%	0,00%	0,71%	-11,22%
Origo	2,04%	-0,71%	0,00%	-11,84%
Matematik 5000	15,74%	12,63%	13,43%	0,00%

PLNV	Exponent	Matematik M	Origo	Matematik 5000
Exponent	0,00%	-0,14%	7,28%	-22,50%
Matematik M	0,14%	0,00%	7,43%	-22,39%
Origo	-6,79%	-6,92%	0,00%	-27,76%
Matematik 5000	29,03%	28,84%	38,42%	0,00%

RP	Exponent	Matematik M	Origo	Matematik 5000
Exponent	0,00%	-0,25%	-53,75%	-3,90%
Matematik M	0,25%	0,00%	-53,64%	-3,66%
Origo	116,23%	115,69%	0,00%	107,80%
Matematik 5000	4,06%	3,80%	-51,88%	0,00%

Jämförelse PLU utifrån kurs

PLU	PLU (av alla)	UF	MF	NV	RP
Ma1c	14,65%	50,80%	33,78%	8,51%	6,91%
Ma2c	13,19%	59,20%	28,62%	7,64%	4,53%
Ma3c	11,29%	61,43%	21,10%	12,43%	5,04%
Ma4	15,24%	63,84%	20,55%	10,87%	4,75%
Ma5	20,18%	49,26%	29,44%	14,57%	6,74%

PLUF	Ma1c	Ma2c	Ma3c	Ma4	Ma5
Ma1c	0%	-14%	-17%	-20%	3%
Ma2c	17%	0%	-4%	-7%	20%
Ma3c	21%	4%	0%	-4%	25%
Ma4	26%	8%	4%	0%	30%
Ma5	-3%	-17%	-20%	-23%	0%

PLMF	Ma1c	Ma2c	Ma3c	Ma4	Ma5
Ma1c	0%	18%	60%	64%	15%
Ma2c	-15%	0%	36%	39%	-3%
Ma3c	-38%	-26%	0%	3%	-28%
Ma4	-39%	-28%	-3%	0%	-30%
Ma5	-13%	3%	39%	43%	0%

PLNV	Ma1c	Ma2c	Ma3c	Ma4	Ma5
Ma1c	0%	11%	-32%	-22%	-42%
Ma2c	-10%	0%	-38%	-30%	-48%
Ma3c	46%	63%	0%	14%	-15%
Ma4	28%	42%	-13%	0%	-25%
Ma5	71%	91%	17%	34%	0%

RP	Ma1c	Ma2c	Ma3c	Ma4	Ma5
Ma1c	0%	52%	37%	45%	3%
Ma2c	-34%	0%	-10%	-5%	-33%
Ma3c	-27%	11%	0%	6%	-25%
Ma4	-31%	5%	-6%	0%	-30%
Ma5	-2%	49%	34%	42%	0%

Jämförelse utifrån tema

PLU	PLU av alla	PLUF	PLMF	PLNV	RP
TAA	11,99%	69,85%	15,98%	7,74%	6,43%
SF	15,98%	40,83%	34,98%	18,90%	5,29%
GT	14,91%	71,49%	17,11%	7,02%	4,39%
SS	18,12%	28,57%	66,31%	0,00%	5,12%
DM	15,59%	62,83%	23,26%	0,48%	13,43%
PL	34,44%	56,88%	30,11%	12,27%	0,74%

PLU	TAA	SF	GT	SS	DM	PL
TAA	0,00%	-24,94%	-19,61%	-33,84%	-23,11%	-65,19%

SF	33,23%	0,00%	7,11%	-11,85%	2,44%	-53,62%
GT	24,39%	-6,64%	0,00%	-17,71%	-4,36%	-56,70%
SS	51,15%	13,45%	21,52%	0,00%	16,22%	-47,38%
DM	30,05%	-2,39%	4,56%	-13,96%	0,00%	-54,72%
PL	187,24%	115,60%	130,93%	90,04%	120,86%	0,00%

PLUF	TAA	SF	GT	SS	DM	PL
TAA	0%	71%	-2%	144%	11%	23%
SF	-42%	0%	-43%	43%	-35%	-28%
GT	2%	75%	0%	150%	14%	26%
SS	-59%	-30%	-60%	0%	-55%	-50%
DM	-10%	54%	-12%	120%	0%	10%
PL	-19%	39%	-20%	99%	-9%	0%

PLMF	TAA	SF	GT	SS	DM	PL
TAA	0%	-54%	-7%	-76%	-46%	-47%
SF	119%	0%	104%	-47%	73%	16%
GT	7%	-51%	0%	-74%	-39%	-43%
SS	315%	90%	288%	0%	269%	120%
DM	46%	-33%	36%	-65%	0%	-23%
PL	88%	-14%	76%	-55%	43%	0%

PLNV	TAA	SF	GT	SS	DM	PL
TAA	0%	-59%	10%	NaN	1514%	-37%
SF	144%	0%	169%	NaN	3841%	54%
GT	-9%	-63%	0%	NaN	1363%	-43%
SS	-100%	-100%	-100%	NaN	-100%	-100%
DM	-94%	-97%	-93%	NaN	0%	-96%
PL	59%	-35%	75%	NaN	2458%	0%

RP	TAA	SF	GT	SS	DM	PL
TAA	0%	22%	47%	26%	-52%	765%
SF	-18%	0%	21%	3%	-61%	611%
GT	-32%	-17%	0%	-14%	-67%	490%
SS	-20%	-3%	17%	0%	-62%	589%
DM	109%	154%	206%	162%	0%	1706%
PL	-88%	-86%	-83%	-85%	-94%	0%

Två faktors tabeller

Kurs och tema antal/andel

(angiven av uppgifter som uppfyller både tema och kurs)

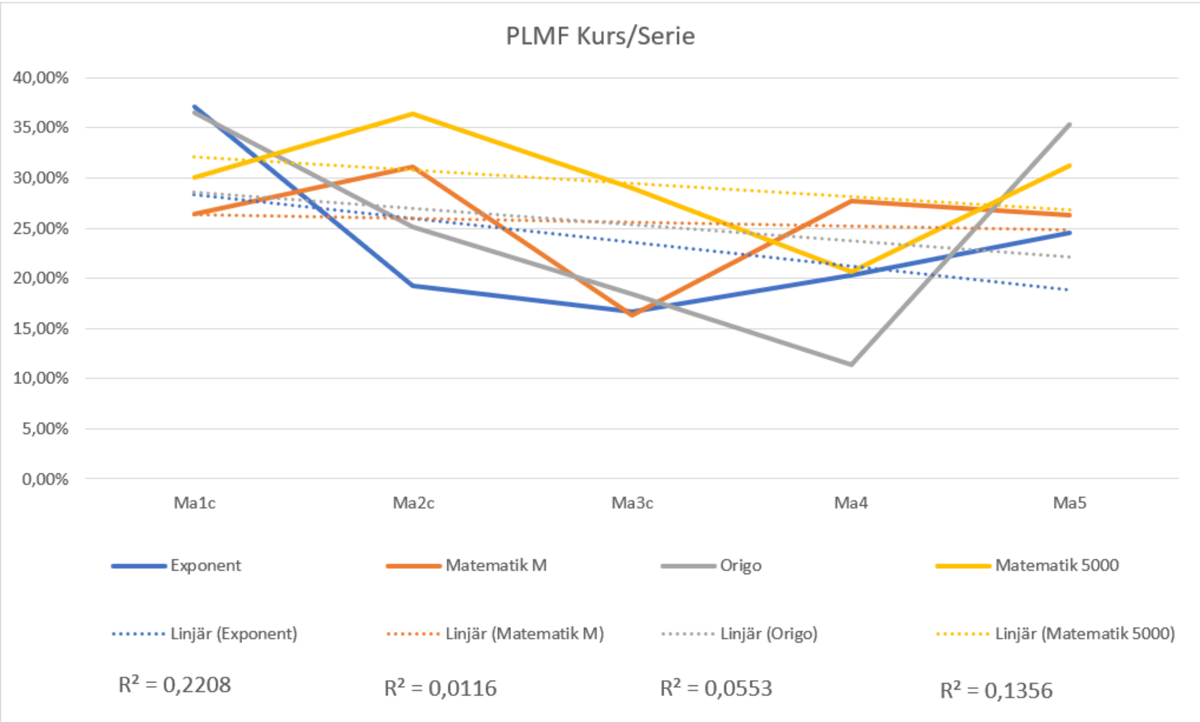
PLUF							PLUF						
Kurs/Tema	TAA	SF	GT	SS	DM	PL	Kurs/Tema	TAA	SF	GT	SS	DM	PL
1c	371	135	164	66	0	0	1c	67,95%	33,42%	69,79%	27,73%	0,00%	0,00%
2c	333	115	163	54	0	0	2c	67,00%	51,11%	75,12%	29,19%	0,00%	0,00%
3c	62	324	137	0	0	0	3c	68,89%	54,18%	83,54%	0,00%	0,00%	0,00%
4	248	204	245	0	0	0	4	87,94%	43,31%	72,06%	0,00%	0,00%	0,00%
5	0	82	0	0	262	153	5	0,00%	25,47%	0,00%	0,00%	62,83%	56,88%
PLMF							**PLMF**						
Kurs/Tema	TAA	SF	GT	SS	DM	PL	Kurs/Tema	TAA	SF	GT	SS	DM	PL
1c	102	179	34	158	0	0	1c	18,68%	44,31%	14,47%	66,39%	0,00%	0,00%
2c	100	67	32	123	0	0	2c	20,12%	29,78%	14,75%	66,49%	0,00%	0,00%
3c	10	156	14	0	0	0	3c	11,11%	26,09%	8,54%	0,00%	0,00%	0,00%
4	3	163	59	0	0	0	4	1,06%	34,61%	17,35%	0,00%	0,00%	0,00%
5	0	119	0	0	97	81	5	0,00%	36,96%	0,00%	0,00%	23,26%	30,11%
PLNV							**PLNV**						
Kurs/Tema	TAA	SF	GT	SS	DM	PL	Kurs/Tema	TAA	SF	GT	SS	DM	PL
1c	47	56	22	0	0	0	1c	8,61%	13,86%	9,36%	0,00%	0,00%	0,00%
2c	41	31	14	0	0	0	2c	8,25%	13,78%	6,45%	0,00%	0,00%	0,00%
3c	4	94	8	0	0	0	3c	4,44%	15,72%	4,88%	0,00%	0,00%	0,00%
4	14	80	25	0	0	0	4	4,96%	16,99%	7,35%	0,00%	0,00%	0,00%
5	0	111	0	0	2	33	5	0,00%	34,47%	0,00%	0,00%	0,48%	12,27%
RP							**RP**						
Kurs/Tema	TAA	SF	GT	SS	DM	PL	Kurs/Tema	TAA	SF	GT	SS	DM	PL
1c	26	34	15	14	0	0	Ma1c	4,76%	8,42%	6,38%	5,88%	0,00%	0,00%
2c	23	12	8	8	0	0	Ma2c	4,63%	5,33%	3,69%	4,32%	0,00%	0,00%
3c	14	24	5	0	0	0	Ma3c	15,56%	4,01%	3,05%	0,00%	0,00%	0,00%
4	17	24	11	0	0	0	Ma4	6,03%	5,10%	3,24%	0,00%	0,00%	0,00%
5	0	10	0	0	56	2	Ma5	0,00%	3,11%	0,00%	0,00%	13,43%	0,74%

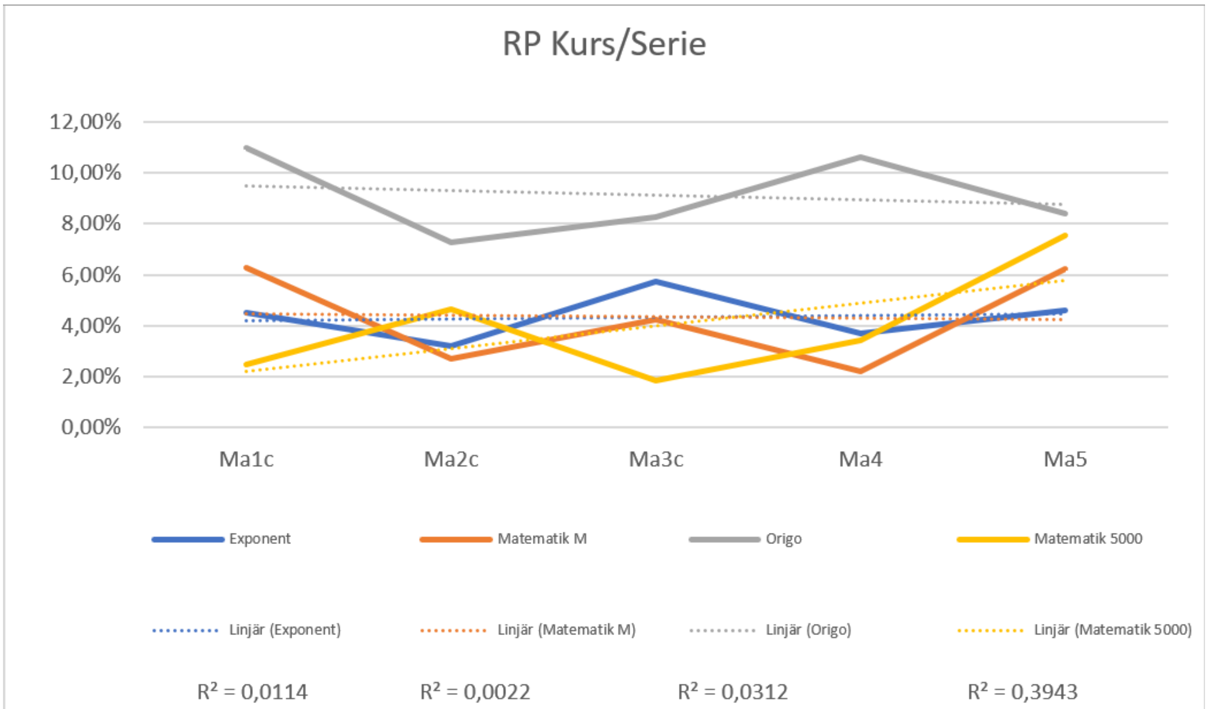
Kurs och serie antal/andel

(angiven av uppgifter som uppfyller både serie och kurs)

PLUF					**PLUF**				
Kurs/serie	Exponent	Matematik M	Origo	Matematik 5000	Kurs/serie	Exponent	Matematik M	Origo	Matematik 5000
1c	219	173	181	163	1c	49,21%	57,10%	46,17%	57,60%
2c	172	146	168	180	2c	69,08%	56,81%	61,09%	52,33%
3c	107	102	168	147	3c	61,49%	72,34%	63,16%	54,04%
4	179	193	163	164	4	66,05%	60,69%	66,53%	62,84%
5	147	129	98	123	5	61,25%	53,75%	41,18%	42,27%
PLMF					**PLMF**				
Kurs/serie	Exponent	Matematik M	Origo	Matematik 5000	Kurs/serie	Exponent	Matematik M	Origo	Matematik 5000
1c	165	80	143	85	1c	37,08%	26,40%	36,48%	30,04%
2c	48	80	69	125	2c	19,28%	31,13%	25,09%	36,34%
3c	29	23	49	79	3c	16,67%	16,31%	18,42%	29,04%
4	55	88	28	54	4	20,30%	27,67%	11,43%	20,69%
5	59	63	84	91	5	24,58%	26,25%	35,29%	31,27%
PLNV					**PLNF**				
Kurs/serie	Exponent	Matematik M	Origo	Matematik 5000	Kurs/serie	Exponent	Matematik M	Origo	Matematik 5000
1c	41	31	25	28	1c	9,21%	10,23%	6,38%	9,89%
2c	21	24	18	23	2c	8,43%	9,34%	6,55%	6,69%
3c	28	10	27	41	3c	16,09%	7,09%	10,15%	15,07%
4	27	30	28	34	4	9,96%	9,43%	11,43%	13,03%
5	23	33	36	55	5	9,58%	13,75%	15,13%	18,90%
RP					**RP**				
Kurs/serie	Exponent	Matematik M	Origo	Matematik 5000	Kurs/serie	Exponent	Matematik M	Origo	Matematik 5000
1c	20	19	43	7	1c	4,49%	6,27%	10,97%	2,47%
2c	8	7	20	16	2c	3,21%	2,72%	7,27%	4,65%
3c	10	6	22	5	3c	5,75%	4,26%	8,27%	1,84%
4	10	7	26	9	4	3,69%	2,20%	10,61%	3,45%
5	11	15	20	22	5	4,58%	6,25%	8,40%	7,56%

Diagram som visa korrelationen mellan kurs och serie





Serie och Tema antal/andel

(angiven av uppgifter som uppfyller både serie och tema)

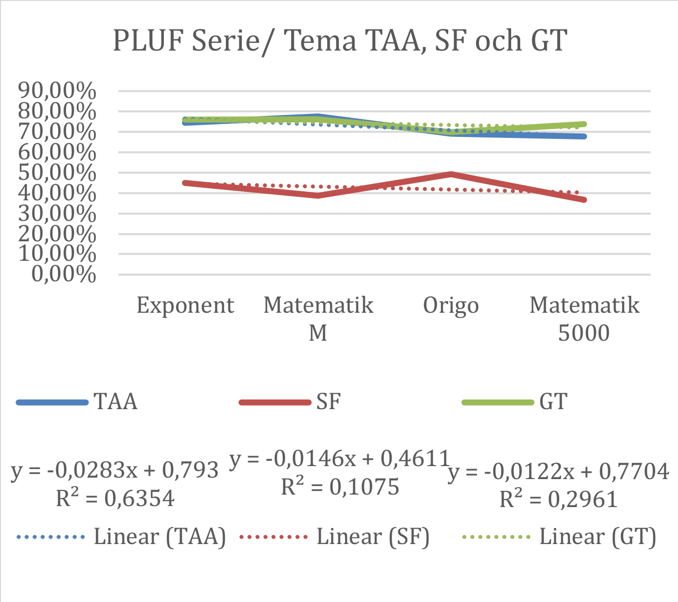
PLUF							PLUF						
Serie/Tema	TAA	SF	GT	SS	DM	PL	Serie/Tema	TAA	SF	GT	SS	DM	PL
Exponent	273	222	167	29	67	66	Exponent	74,39%	45,03%	75,91%	25,89%	63,21%	81,48%
Matematik M	201	174	208	37	68	51	Matematik M	77,61%	38,84%	76,19%	40,22%	67,33%	62,96%
Origo	275	267	144	19	58	15	Origo	69,10%	49,26%	69,90%	19,00%	58,00%	21,43%
Matematik 5000	265	197	190	35	69	21	Matematik 5000	67,77%	36,69%	73,93%	29,41%	62,73%	56,76%

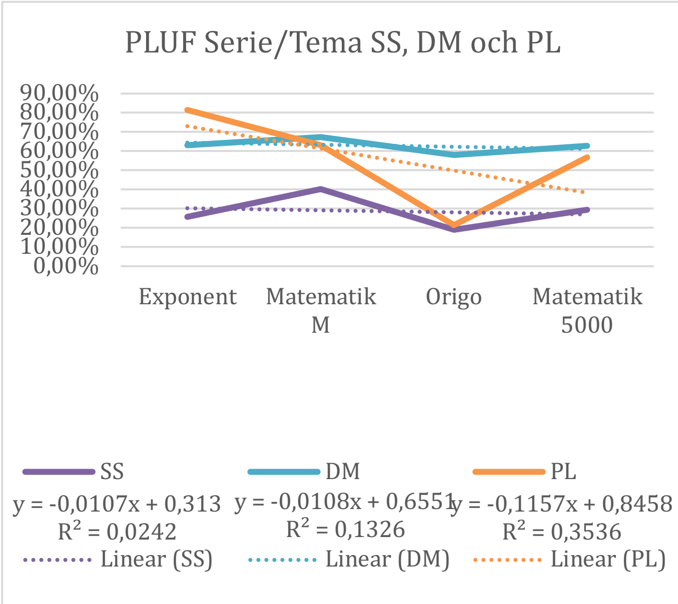
PLMF							PLMF						
Serie/Tema	TAA	SF	GT	SS	DM	PL	Serie/Tema	TAA	SF	GT	SS	DM	PL
Exponent	55	153	31	78	31	8	Exponent	14,99%	31,03%	14,09%	69,64%	29,25%	9,88%
Matematik M	37	169	36	51	20	21	Matematik M	14,29%	37,72%	13,19%	55,43%	19,80%	25,93%
Origo	57	148	31	73	23	41	Origo	14,32%	27,31%	15,05%	73,00%	23,00%	58,57%
Matematik 5000	66	214	41	79	23	11	Matematik 5000	16,88%	39,85%	15,95%	66,39%	20,91%	29,73%

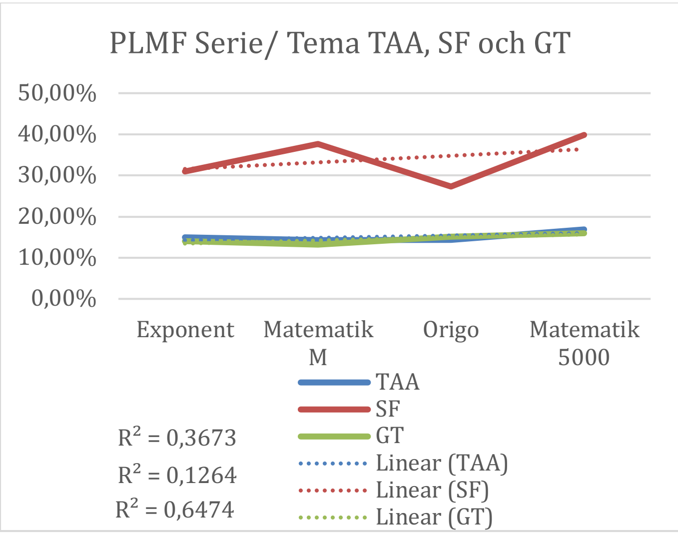
PLNV							PLNV						
Serie/Tema	TAA	SF	GT	SS	DM	PL	Serie/Tema	TAA	SF	GT	SS	DM	PL
Exponent	29	89	14	0	1	7	Exponent	7,90%	18,05%	6,36%	0,00%	0,94%	8,64%
Matematik M	11	87	21	0	0	8	Matematik M	4,25%	19,42%	7,69%	0,00%	0,00%	9,88%
Origo	22	83	15	0	1	13	Origo	5,53%	15,31%	7,28%	0,00%	1,00%	18,57%
Matematik 5000	44	113	19	0	0	5	Matematik 5000	11,25%	21,04%	7,39%	0,00%	0,00%	13,51%

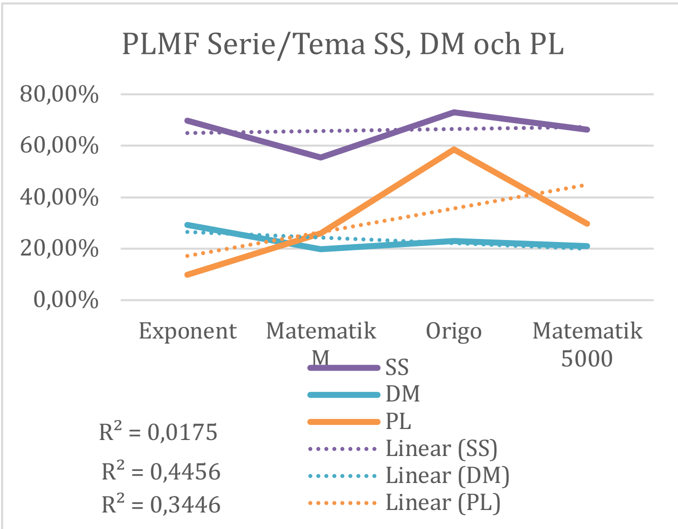
RP							RP						
Serie/Tema	TAA	SF	GT	SS	DM	PL	Serie/Tema	TAA	SF	GT	SS	DM	PL
Exponent	10	29	8	5	7	0	Exponent	2,72%	5,88%	3,64%	4,46%	6,60%	0,00%
Matematik M	10	18	8	4	13	1	Matematik M	3,86%	4,02%	2,93%	4,35%	12,87%	1,23%
Origo	44	44	16	8	18	1	Origo	11,06%	8,12%	7,77%	8,00%	18,00%	1,43%
Matematik 5000	16	13	7	5	18	0	Matematik 5000	4,09%	2,42%	2,72%	4,20%	16,36%	0,00%

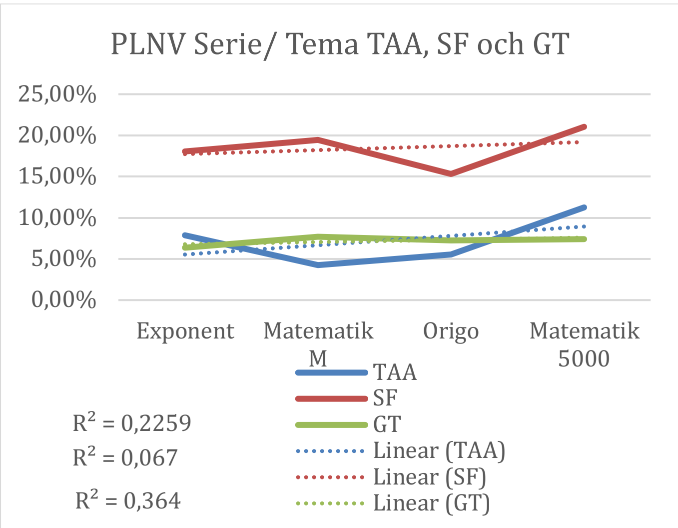
Diagram som visar olika kombinationer av korrelation

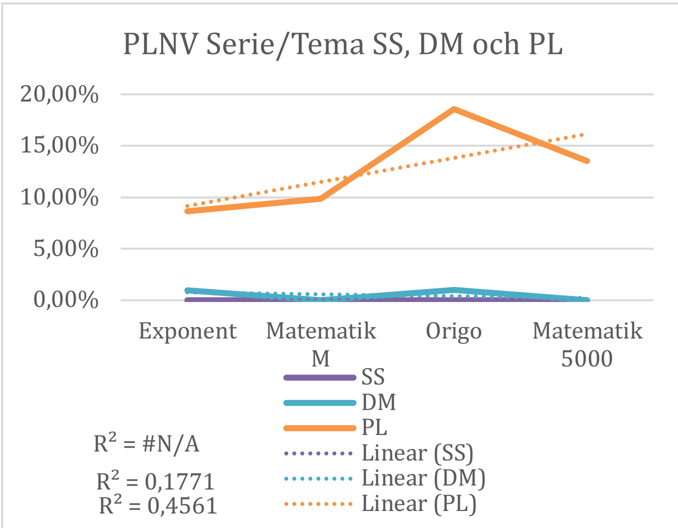


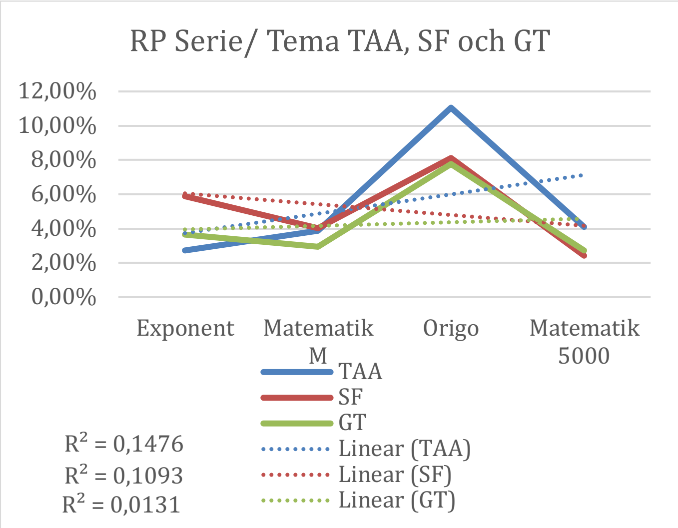


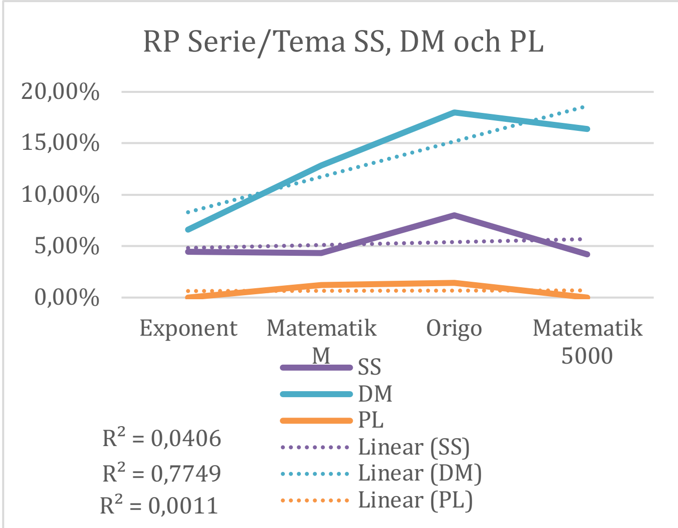












Samlingstabell

Här finns samanställningen av alla uppgifter i varje tema, bokserie och kurs representerade.

Kurs	Förlag	Tema	Titel	PB	BU	TU	PLUF	PLMF	PLNV	RP
Ma1c	Gleerups	TAA	Exponent 1c Kap 1 Taluppfattning	390	0	126	90	15	9	2
Ma1c	Gleerups	TAA	Exponent 1c Kap 2 Algebra	365	12	150	39	14	8	3
Ma1c	Gleerups	GT	Exponent 1c Kap 3 Geometri	179	59	64	33	15	7	5
Ma1c	Gleerups	SF	Exponent 1c Kap 4 Procent	175	3	120	5	35	11	0
Ma1c	Gleerups	SF	Exponent 1c Kap 5 Funktioner	145	40	105	25	19	6	6
Ma1c	Gleerups	SS	Exponent 1c Kap 6 Sannolikhetslära och statistik	102	42	138	27	67	0	4
Ma2c	Gleerups	SF	Exponent 2c Kap 1 Räta linjen	81	85	107	16	5	7	3
Ma2c	Gleerups	TAA	Exponent 2c Kap 2 Algebra	332	20	83	36	10	1	1
Ma2c	Gleerups	SF	Exponent 2c Kap 3 Ickelinjära ekvationer och funktioner	268	75	183	38	9	3	2
Ma2c	Gleerups	TAA	Exponent 2c Kap 4 Logaritmer och exponentialekvationer	155	37	118	26	13	10	1
Ma2c	Gleerups	GT	Exponent 2c Kap 5 Geometri	86	60	102	54	0	0	0
Ma2c	Gleerups	SS	Exponent 2c Kap 6 Statistik	46	23	120	2	11	0	1
Ma3c	Gleerups	SF	Exponent 3c Kap 1 Funktioner och grafer	311	26	109	24	5	5	2
Ma3c	Gleerups	SF	Exponent 3c Kap 2 Derivata	205	44	147	18	2	7	1
Ma3c	Gleerups	SF	Exponent 3c Kap 3 användning av derivata	123	86	82	25	12	5	5
Ma3c	Gleerups	SF	Exponent 3c Kap 4 Primitiva funktioner och enkla integraler	92	14	35	10	6	9	1
Ma3c	Gleerups	GT	Exponent 3c Kap 5 Trigonometri	107	62	106	30	4	2	1
Ma4	Gleerups	GT	Exponent 4 Kap 1 Trigonometri	184	119	93	50	12	5	2
Ma4	Gleerups	TAA	Exponent 4 Kap 2 Bevisföring och standard gränsvärden	92	11	33	13	3	1	1
Ma4	Gleerups	SF	Exponent 4 Kap 3 Deriveringsregler och differentialekvationer	10	42	96	19	16	8	2

Kurs	Förlag	Tema	Titel	PB	BU	TU	PLUF	PLMF	PLNV	RP
Ma4	Gleerups	SF	Exponent 4 Kap 4 Integraler	162	62	141	28	24	13	3
Ma4	Gleerups	TAA	Exponent 4 Kap 5 Komplexa tal	159	102	80	69	0	0	2
Ma5	Gleerups	DM	Exponent 5 Kap 1 mängdlära	82	6	56	32	10	1	1
Ma5	Gleerups	DM	Exponent 5 Kap 2 Talteori	40	48	65	5	7	0	0
Ma5	Gleerups	DM	Exponent 5 Kap 3 Kombinatorik och Grafteori	54	39	157	30	14	0	6
Ma5	Gleerups	SF	Exponent 5 Kap 4 Samband och förändring	7	1	65	14	20	15	4
Ma5	Gleerups	PL	Exponent 5 Kap 5.1–5.4 Problemlösning	62	0	37	12	4	1	0
Ma5	Gleerups	PL	Exponent 5 Kap 5.5 Problemlösning	85	4	23	54	4	6	0
Ma1c	Liber	TAA	Matematik M1c Kap 1 Taluppfattning och aritmetik	443	7	72	54	12	7	3
Ma1c	Liber	TAA	Matematik M1c Kap 2 Algebra och ekvationer	290	12	91	32	5	0	1
Ma1c	Liber	GT	Matematik M1c Kap 3 Geometri	106	93	56	43	5	6	6
Ma1c	Liber	SF	Matematik M1c Kap 4 Samband och förändring	198	62	170	22	32	18	6
Ma1c	Liber	SS	Matematik M1c Kap 5 Sannolikhet och statistik	107	55	106	22	26	0	3
Ma2c	Liber	TAA	Matematik M2c Kap 1 Algebra	320	27	147	47	17	2	1
Ma2c	Liber	GT	Matematik M2c Kap 2 Geometri	244	142	103	45	11	6	1
Ma2c	Liber	SF	Matematik M2c Kap 3 Funktioner	206	69	169	38	27	16	4
Ma2c	Liber	SS	Matematik M2c Kap 4 Statistik	114	53	102	15	25	0	1
Ma2c	Liber	N/A	Matematik M2c Kap 5 Repetition	99	12	68	1	0	0	0
Ma3c	Liber	GT	Matematik M3c Kap 1 Trigonometri	107	98	65	32	6	2	0
Ma3c	Liber	TAA	Matematik M3c Kap 2 Algebra	493	64	37	21	3	2	2
Ma3c	Liber	SF	Matematik M3c Kap 3 Derivator	202	176	175	23	7	3	2
Ma3c	Liber	SF	Matematik M3c Kap 4 Talet e och integraler	170	92	155	25	7	3	2
Ma3c	Liber	N/A	Matematik M3c Kap 5 Repetition	100	59	37	1	0	0	0
Ma4	Liber	GT	Matematik M4 Kap 1 Trigonometri	369	73	120	88	14	7	1
Ma4	Liber	SF	Matematik M4 Kap 2 Derivator	179	53	145	34	58	14	1
Ma4	Liber	SF	Matematik M4 Kap 3 Integraler	112	44	100	22	16	9	2
Ma4	Liber	TAA	Matematik M4 Kap 4 Komplexa Tal	268	56	96	47	0	0	3
Ma4	Liber	N/A	Matematik M4 Kap 5 Repetition	111	17	75	2	0	0	0
Ma5	Liber	DM	Matematik M5 Kap 1 Mängdlära och kombinatorik	94	59	134	17	12	0	10
Ma5	Liber	DM	Matematik M5 Kap 2 Talteori	233	3	98	51	8	0	3
Ma5	Liber	SF	Matematik M5 Kap 3 Differentialekvationer	78	27	163	10	22	24	1
Ma5	Liber	PL	Matematik M5 Kap 4 Fördjupad integral och differentialkalkyl	116	8	68	16	8	5	1
Ma5	Liber	PL	Matematik M5 Kap 4 Omfångsrika problem	0	0	16	35	13	3	0
Ma5	Liber	N/A	Matematik M5 Kap 5 Repetition	53	16	70	0	0	1	0
Ma1c	Sanoma	TAA	Origo 1c Kap 1 Tal	378	13	126	23	15	3	8
Ma1c	Sanoma	TAA	Origo 1c Kap 2 Algebra och ekvationer	353	28	125	48	17	5	7
Ma1c	Sanoma	SF	Origo 1c Kap 3 procent	73	10	111	15	31	5	10
Ma1c	Sanoma	SF	Origo 1c Kap 4 Funktioner	149	103	82	45	27	9	9
Ma1c	Sanoma	SS	Origo 1c Kap 5 Statistik	20	52	72	4	24	0	3
Ma1c	Sanoma	SS	Origo 1c Kap 6 Sannolikhet	29	15	122	1	17	0	2
Ma1c	Sanoma	GT	Origo 1c Kap 7 Geometri och bevis	115	113	72	45	12	3	4
Ma2c	Sanoma	TAA	Origo 2c Kap 1 Algebra och andragradsekvationer	241	53	89	52	9	6	5
Ma2c	Sanoma	TAA	Origo 2c Kap 2 Ekvationer och Ekvationssystem	124	27	83	37	6	3	1
Ma2c	Sanoma	TAA	Origo 2c Kap 3 Logaritmer	130	31	62	36	9	5	6
Ma2c	Sanoma	GT	Origo 2c Kap 4 Geometri	112	109	65	29	13	4	5

Kurs	Förlag	Tema	Titel	PB	BU	TU	PLUF	PLMF	PLNV	RP
Ma2c	Sanoma	SS	Origo 2c Kap 5 Statistik	46	59	96	14	32	0	3
Ma3c	Sanoma	TAA	Origo 3c Kap 1 Algebraiska uttryck	241	52	98	15	1	0	10
Ma3c	Sanoma	SF	Origo 3c Kap 2 Ändrings kvot och derivata	60	63	67	15	10	6	4
Ma3c	Sanoma	SF	Origo 3c Kap 3 deriverings regler	143	10	120	31	16	10	2
Ma3c	Sanoma	SF	Origo 3c Kap 4 Extremvärden, grafen och derivatan	41	88	85	30	6	0	2
Ma3c	Sanoma	SF	Origo 3c Kap 5 Integraler	99	48	69	41	15	10	2
Ma3c	Sanoma	GT	Origo 3c Kap 6 Trigonometri	68	124	57	36	1	1	2
Ma4	Sanoma	TAA	Origo 4 Kap 1 Matematiska bevis	0	6	51	25	0	0	0
Ma4	Sanoma	GT	Origo 4 Kap 2 Trigonometri	285	104	135	34	5	7	5
Ma4	Sanoma	SF	Origo 4 Kap 3 Deriveringsregler och differentialekvationer	175	14	105	22	16	11	5
Ma4	Sanoma	SF	Origo 4 Kap 4 Asymptoter, kurvritning och integraler	89	109	11	43	7	10	9
Ma4	Sanoma	TAA	Origo 4 Kap 5 Komplexa Tal	245	60	122	39	0	0	7
Ma5	Sanoma	DM	Origo 5 Kap 1 Talteori	94	4	117	37	4	0	4
Ma5	Sanoma	DM	Origo 5 Kap 2 Mängder kombinatorik och grafer	54	76	205	21	19	1	14
Ma5	Sanoma	SF	Origo 5 Kap 3 Differentialekvationer	71	20	110	25	20	22	1
Ma5	Sanoma	PL	Origo 5 Kap 4 Omfångsrika problem	1	4	27	15	41	13	1
Ma1c	Natur och kultur	TAA	Matematik 5000 1c Kap 1 Aritmetik och Tal	493	18	163	30	13	4	0
Ma1c	Natur och kultur	SF	Matematik 5000 1c Kap 2 Procent	68	4	244	4	27	2	2
Ma1c	Natur och kultur	TAA	Matematik 5000 1c Kap 3 Algebra	370	20	264	55	11	11	2
Ma1c	Natur och kultur	GT	Matematik 5000 1c Kap 4 Geometri	78	128	103	43	2	6	0
Ma1c	Natur och kultur	SF	Matematik 5000 1c Kap 5 Grafer och funktioner	99	189	226	19	8	5	1
Ma1c	Natur och kultur	SS	Matematik 5000 1c Kap 6 Sannolikhet och Statistik	8	63	152	12	24	0	2
Ma2c	Natur och kultur	TAA	Matematik 5000 2c Kap 1 Algebra och linjära modeller 1.1, 1.3	256	50	97	37	9	5	2
Ma2c	Natur och kultur	SF	Matematik 5000 2c Kap 1 Algebra och linjära modeller 1.2	98	35	81	17	12	4	1
Ma2c	Natur och kultur	TAA	Matematik 5000 2c Kap 2 Algebra och icke linjära modeller 2.1, 2.2, 2,4	401	115	284	62	27	9	6
Ma2c	Natur och kultur	SF	Matematik 5000 2c Kap 2 Algebra och icke linjära modeller 2.3	44	16	38	6	14	1	2
Ma2c	Natur och kultur	GT	Matematik 5000 2c Kap 3 Geometri	102	175	86	35	8	4	2
Ma2c	Natur och kultur	SS	Matematik 5000 2c Kap 4 Statistik	119	64	163	23	55	0	3
Ma3c	Natur och kultur	TAA	Matematik 5000 3c Kap 1.1 1.2 Algebra och funktioner	185	23	67	26	6	2	2
Ma3c	Natur och kultur	SF	Matematik 5000 3c Kap 1.3 Algebra och funktioner	61	23	53	11	9	4	1
Ma3c	Natur och kultur	SF	Matematik 5000 3c Kap 2 Förändringshastigheter och derivator	187	71	163	33	28	15	0
Ma3c	Natur och kultur	SF	Matematik 5000 3c Kap 3 Kurvor och integraler	218	83	189	38	33	17	0
Ma3c	Natur och kultur	GT	Matematik 5000 3c Kap 4 Trigonometri	124	80	62	39	3	3	2
Ma4	Natur och kultur	GT	Matematik 5000 4 Kap 1 Trigonometri och formler	136	75	75	42	21	2	2
Ma4	Natur och kultur	GT	Matematik 5000 4 Kap 2 Trigonometri och grafer	171	45	49	31	7	4	1
Ma4	Natur och kultur	SF	Matematik 5000 4 Kap 3 Derivator och integraler	204	73	168	36	26	15	2
Ma4	Natur och kultur	TAA	Matematik 5000 4 Kap 4 Komplexa tal	225	59	96	55	0	13	4
Ma5	Natur och kultur	DM	Matematik 5000 5 Kap 1 Diskretmatematik I	76	64	143	41	12	0	12
Ma5	Natur och kultur	DM	Matematik 5000 5 Kap 2 Diskretmatematik II	99	34	123	28	11	0	6
Ma5	Natur och kultur	SF	Matematik 5000 5 Kap 3 Derivator och integraler	121	44	102	22	18	18	3
Ma5	Natur och kultur	SF	Matematik 5000 5 Kap 4 Differentialekvationer	99	32	142	11	39	32	1
Ma5	Natur och kultur	PL	Matematik 5000 5 Kap 5 Omfångsrika problemsituationer	9	3	49	21	11	5	0

Kontroll kapitel

Kurs	Titel	PB	BU	TU	PLUF	PLMF	PLNV	RP	Summa
	Första gången								
Ma2c	Origo 2c Kap 3 Logaritmer	130	31	62	36	9	5	6	279
Ma1c	Origo 1c Kap 2 Algebra och ekvationer	353	28	125	48	17	5	7	583
Ma3c	Exponent 3c Kap 3 användning av derivata	123	86	82	25	12	5	5	338
	Andra gången								
Ma2c	Origo 2c Kap 3 Logaritmer	132	31	65	36	9	5	6	284
Ma1c	Origo 1c Kap 2 Algebra och ekvationer	351	28	129	48	17	5	7	585
Ma3c	Exponent 3c Kap 3 användning av derivata	122	86	83	25	12	5	5	338
	Skillnad i antal								
Ma2c	Origo 2c Kap 3 Logaritmer	2	0	3	0	0	0	0	5
Ma1c	Origo 1c Kap 2 Algebra och ekvationer	-2	0	4	0	0	0	0	2
Ma3c	Exponent 3c Kap 3 användning av derivata	-1	0	1	0	0	0	0	0
	Skillnad i andel								
Ma2c	Origo 2c Kap 3 Logaritmer	2%	0%	5%	0%	0%	0%	0%	2%
Ma1c	Origo 1c Kap 2 Algebra och ekvationer	-1%	0%	3%	0%	0%	0%	0%	0%
Ma3c	Exponent 3c Kap 3 användning av derivata	-1%	0%	1%	0%	0%	0%	0%	0%