GÖTEBORGS UNIVERSITET

INSTITUTIONEN FÖR PEDAGOGIK
OCH SPECIALPEDAGOGIK

NUMICON -

ETT TAKTILT OCH VISUELLT LABORATIVT MATERIAL FÖR ATT FRÄMJA ANTALSUPPFATTNING

- en interventionsstudie om fyra elever i specifika matematiksvårigheter

Lillian Greek

Sairah Hasan

Uppsats/Examensarbete:	15 hp
Program och/eller kurs:	Examensarbete inom Speciallärarprogrammet
Nivå:	Avancerad nivå
Termin/år:	VT/2019
Handledare:	Ann-Louise Ljungblad
Examinator:	Ernst Thoutenhoofd

Abstract

Uppsats/Examensarbete:	15 hp
Program och/eller kurs:	Examensarbete inom Speciallärarprogrammet
Nivå:	Avancerad nivå
Termin/år:	VT/2019
Handledare:	Ann-Louise Ljungblad
Examinator:	Ernst Thoutenhoofd

Nyckelord: *Numicon*, antalsuppfattning, specifika matematiksvårigheter, dyskalkyli, akalkyli, interventionsstudie

---

Syfte: Studiens syfte är att pröva Numicon, ett interventionsmaterial som är framtaget för att stödja elever i matematiksvårigheter utvecklingen av antalsuppfattning samt utveckla ny specialpedagogisk och didaktisk kunskap kring antalsuppfattning som är betydelsefull för vår blivande roll som speciallärare. Nedanstående forskningsfrågor utforskar hur interventionen tar sig uttryck i undervisningen:

- Hur tar sig eleverna an materialet?
- Vilka möjligheter och hinder visar sig i interventionen?
- Vilka erfarenheter utvecklar vi som speciallärare av att genomföra denna interventionsstudie?

Studien omfattade 4 elever i specifika matematiksvårigheter, två elever i årskurs 3 och två elever i årskurs 9.

Teori: Ett sociokulturellt perspektiv valdes för att utforska Numicons laborativa material som artefakter. I interventionsstudien riktades sökljuset mot hur lärarens mediering i mötet med elevers proximala utvecklingszon kan stödja en utveckling av elevernas antalsuppfattning.

Metod: Fallstudien som metod utsågs som ett lämpligt angreppssätt. Genom videofilmning kunde såväl lärarnas som elevernas arbete under interventionsstudien observeras och analyseras. För att se genombrott eller hinder i den proximala utvecklingszonen hos de fyra eleverna i interventionsstudien valdes Asp Onsjös begrepp *Öppning* och *Stängning*.

Resultat: Interventionsmaterialet *Numicon* bidrog till lyckade insatser hos de fyra eleverna i studien. Samtliga elever gjorde framsteg och ökade antalsuppfattningen. *Numicons* laborativa material är en artefakt vars olika färger och former hjälpte eleverna att finna talkombinationer och se likheter och skillnader. Interventionsmaterialet *Numicon* höjde samtliga elevers abstraktionsnivå så att deras kunskaper och förmågor lättare befästes. Vidare såg vi vikten av relationernas betydelse för elevernas lärande. Genom att arbeta med såväl dialog och kommunikation som taktilt och visuellt material över tid, kunde eleverna i specifika matematiksvårigheter göra framsteg. Studien visar att med rätt insatser, förtroendefulla relationer och respekt ökas elevernas interaktion i matematikundervisningen. Vi fann att dialogen har betydelse för att hjälpa eleverna att skapa sin egen kunskap. Studien bidrar med ny kunskap om hur speciallärare kan stödja elever i specifika svårigheter att utveckla sin antalsuppfattning.

Förord

Vi, Lillian och Sairah är två matematiklärare för olika stadier. Lillian är lärare i matematik på en särskild undervisningsgrupp för högstadiet och Sairah är lärare för låg och mellanstadiet. Vi har båda haft ett djupt intresse för att stödja elever att förstå och övervinna hinder i matematik. Vårt intresse förde oss samman när vi gick speciallärarutbildning i Göteborg.

Eftersom vi tillsammans täcker och kompletterar alla stadier på skolan kändes det givande att lära av varandras erfarenheter med elever från olika stadier i denna studie. Vi såg under studiens gång såväl likheter som skillnader mellan elever som befann sig på lågstadiet och på slutet av högstadiet, vilket fördjupade våra diskussioner och berikade våra erfarenheter inför vårt yrke som speciallärare med inriktning matematik.

Stort tack vill vi ge till våra fyra elever och deras föräldrar som gett oss sitt förtroende och samtycke till att få filma denna interventionsstudie.

Tack till våra rektorer som stöttat, uppmuntrat och trott på oss under resans gång.

Slutligen vill vi hjärtligen tacka vår handledare Ann-Louise Ljungblad som undervisat oss i den matematiska inriktningen på speciallärarutbildningen vid Göteborgs universitet. Ann-Louise fångade tidigt upp våra funderingar kring vårt dilemma att undervisa elever i specifika matematiksvårigheter. Parade ihop oss båda och sådde tidigt ett frö om en interventionsstudie redan under vår inriktning. Vi vill ödmjukt även tacka Ann-Louise för den möda och tid hon lagt för att handleda oss igenom detta arbete, långt innan vi ens själva visste om studiens syfte. Utan hennes handledning hade detta arbete inte kunnat vara möjligt.

Lillian Greek och Sairah Hasan

Göteborg 2019-05-23

Innehållsförteckning

1. Inledning

Enligt barnkonventionen (UNICEF, 2009) har alla barn rätt till en likvärdig undervisning som främjar deras potential. Utbildningen ska förbereda eleverna för ett ansvarsfullt liv i framtiden samt ett jämställt liv med förståelse för samhället. Undervisningen ska således utveckla möjligheter för barnets fysiska och psykiska förmågor och kunnande. Ljungblad och Lennerstad (2012) betonar vikten av en matematikundervisning där eleverna känner sig respekterade i klassrummet och där läraren möter varje elevs personliga behov. Eleven har således rätt att komma till tals och få uppleva att undervisningen vill deras bästa.

Gervasoni och Lindenskov (2011) betonar att om läraren har höga men realistiska förväntningar på eleverna samt en kvalitativ undervisning som inkluderar alla, så kan alla lära sig matematik. Författarna problematiserar också att viljan ofta finns för att alla elever skall få en kvalitativ undervisning, men att det kan brista i praktiken. Ibland kan det handla om resursbrist men till stor del beror det på okunskap hos skolans personal om hur matematikundervisning bäst genomförs. Även i Salamancadeklarationen (2006) poängteras vikten av en kvalitativ matematikundervisning för alla elever. Vidare understryker deklarationen att en acceptabel undervisningsnivå med en pedagogik som kan sörja för att alla lär sig funktionell matematik, är alla barns rättigheter. Denna rättighet har inte fullt ut realiserats i matematikundervisningen, eftersom skolor ensidigt sett till barnens svårigheter och förbisett de möjligheter som finns.

> Skolorna måste finna vägar när det gäller att med lyckat resultat ge undervisning åt alla barn, däribland dem som har svåra skador och funktionshinder.
>
> (Salamancadeklarationen, 2006, s. 16)

Vidare framhåller Salamancadeklarationen (2006) vikten av att sprida kunskap om hur skolorna kan arbeta för att uppnå en kvalitativ undervisning för alla elever. En grundläggande aspekt är att skolledarna är skyldiga att säkerställa de anställdas kompetens och ge dem lämplig utbildning. På nationell nivå genomförde Skolverket (2016) 2012–2016 en stor matematiksatsning - *Matematiklyftet*, där 76% av alla matematiklärare vidareutbildade sig under ett år. Satsningen har lett till att matematiklärare säger sig ha en mer varierande undervisning, blivit mer medvetna om sin och elevernas roll i klassrummet samt har ett mer kritiskt förhållningssätt till undervisningsmetoder. Däremot har inte satsningen på skolnivå lett till en gemensam utveckling av undervisningen. Trots alla matematiksatsningar som gjorts genom åren är det fortfarande många elever som inte når betyg. År 2018 var det cirka 11,4% elever som inte nådde målen för E i matematik i årskurs 9 (Skolverket 2018d).

Skolforskningsinstitutet (2018) arbetar mot en mer kvalitativ undervisning genom att göra forskningsresultat tillgängliga och användbara för lärare. I deras rapport om klassrumsdialoger, understryks vikten av samspel mellan lärare och elev i matematiska samtal. Samtidigt problematiseras svårigheten med att engagera alla elever, då deras förmågor och erfarenheter skiljer sig åt. En aspekt som lyfts fram är att i det matematiska samtalet behöver eleven få mer spelrum. För att underlätta för läraren att lägga undervisningsnivån rätt, har Skolverket tagit fram *Bedömningsstöd i matematik* för såväl grundskolan (2018a) som grundsärskolan (2017a, 2017b). Grundskolans kartläggningsmaterial - *Diamant* är omfattande och täcker alla olika områden och årskursnivåer i matematik (Skolverket, 2019). Det finns även ett kartläggningsmaterial för nyanlända (Skolverket, 2018a), som också kan användas för elever som uppvisar matematiksvårigheter, eftersom instruktionerna är korta och har bildstöd. I grundsärskolans kartläggningsmaterial - *Gilla matematik* (Skolverket, 2017a, 2017b) fokuseras på grundläggande aspekter av antalsuppfattning. I de två sistnämnda kartläggningsmaterialen betonas vikten av att läraren sitter med eleven som skall kartläggas och för ett samtal. Skolverket (2018a) har även gett ut nationellt bedömningsstöd i taluppfattning för årskurs 1–3, vilket är obligatoriskt att använda för årskurs 1. Detta material är tänkt för att lärare tidigt ska hitta elever i behov av stöd i matematik.

Lunde (2011) visar i sin forskningsöversikt att elever i matematiksvårigheter använder sig av såväl enklare som färre strategier för att lösa matematiska uppgifter. Forskningen visar att elever i generella matematiksvårigheter också kan prestera lågt i andra ämnen. Det skiljer sig mot elever i specifika matematiksvårigheter (dyskalkyli) där det rör sig om en specifik svårighet inom den grundläggande antalsuppfattning som gör att hen inte lär sig (jfr. Butterworth; 2000, Mazzocco, 2007). Vidare understryker Lunde vikten av att dyskalkyli tas på allvar i skolan, vilket innebär att betydande insatser behöver utvecklas. Även Dowker (2012) betonar vikten av att hitta elever i specifika matematiksvårigheter tidigt så att de slipper att misslyckas och tvivla på sina matematikkunskaper.

Sjöberg (2006) pekar på att 20 procent av matematiklektionerna i svensk skola försvinner till förmån för andra aktiviteter, vilket missgynnar elever som behöver lång tid att ta till sig matematiskt stoff. Därutöver tar han upp att många elevers arbetsinsats blir låg, eftersom de misslyckats under en längre tid utan att skolan lyckats kartlägga och bemöta elevens undervisningsbehov. Elever som ständigt misslyckas i matematik kan således utveckla emotionella blockeringar (Dowker, 2012). Lunde (2011) beskriver hur vissa elever stagnerar i sin matematikutveckling när de börjar i årskurs 4 då eleverna arbetar med en utvidgad antalsuppfattning och nya områden i matematik.

Specialpedagogiska skolmyndigheten, SPSM (2018) beskriver att trots att matematik är det ämne flest elever kämpar med för att få godkända resultat i, får de som skolmyndighet få förfrågningar om stöd från skolor i hur undervisningen kan anpassas och utformas. SPSM betonar att en pedagogisk utredning är till stor hjälp för att förstå vilka utmaningarna är för eleven. Engström (2017) framhåller att trots att alla är eniga om vikten att upptäcka elever som riskerar att utveckla matematiksvårigheter, får de elever som behöver särskilt stöd i matematik otillräckligt stöd och kvalitén är ofta låg. Den undervisning dessa elever får är sällan anpassad efter deras specifika förutsättningar att ta till sig matematiken. Vidare skriver Engström att de elever som behöver längre tid på sig för att befästa kunskaperna inte hinner med det stoff de skall lära sig. Det i sin tur betyder att de får allt sämre förutsättningar att klara av matematiken. Bynner och Parsons (1997) understryker att elever som uppvisar en svag matematisk förmåga kan uppleva större svårigheter att klara vardagen än elever med svag läsförmåga. Neuman (2013) belyser samma problematik och efterlyser ett paradigmskifte i den grundläggande aritmetiken och betonar att det är möjligt att utveckla en ny modern aritmetikundervisning som kan möta elever som uppvisar svårigheter inom den grundläggande antalsuppfattningen.

En rådande problematik är att en stor grupp elever inte får delta i en kvalitativ matematikundervisning som kan möta deras behov. Inspiration till denna studie kommer ifrån Gervasoni och Lindenskovs (2011) vision om att elever som hållits utanför en kvalitativ matematikundervisning nu borde få rätt till en undervisning som möter dem på deras villkor.

> Some students have special rights to mathematics education due to the fact that they have been excluded from accessing quality mathematics programs and learning environments.
>
> (Gervasoni & Lindenskov, 2011, s. 320).

I denna interventionsstudie följer vi fyra elever i specifika matematiksvårigheter och undersöker hur matematikundervisning kan utformas inom området *antalsuppfattning*, i syfte att öka tillgängligheten till ämnesinnehållet för eleverna.

2. Syfte

Denna interventionsstudie riktar fokus mot fyra elever i specifika matematiksvårigheter som utretts inom olika diagnoser som autism, ADHD och lindrig utvecklingsstörning. Dessa elever går i årskurs 3 och 9 och gemensamt är att de uppvisar en svag antalsuppfattning.

Syftet är att pröva interventionsmaterialet *Numicon* som är framtaget för elever i matematiksvårigheter i syfte att stödja utvecklingen av deras antalsuppfattning. Med hjälp av följande forskningsfrågor utforskar vi hur interventionen tar sig uttryck i undervisningen:

- Hur tar sig eleverna an materialet?
- Vilka möjligheter och hinder visar sig i interventionen?
- Vilka erfarenheter utvecklar vi som speciallärare av att genomföra denna interventionsstudie?

Syftet med denna interventionsstudie är således att utveckla ny specialpedagogisk och didaktisk kunskap kring antalsuppfattning som är av vikt för vår kommande yrkesroll som speciallärare i matematik.

3. Bakgrund

Här i bakgrundskapitlet problematiserar vi på nationell nivå hur situationer ser ut för elever i matematiksvårigheter. Dessutom lyfter vi fram exempel på rådande specialpedagogiska och didaktiska dilemman speciallärare har att hantera i sin undervisning.

3.1 Anpassningar och stöd

Enligt SFS (2018: 1098) säger skollagen att det skall finnas en garanti om att tidiga stödinsatser sätts in i förskoleklass och lågstadiet. Om lärare efter att ha använt det nationella bedömningsstödet *Taluppfattning* (Skolverket, 2018a), befarar att eleven inte kommer att uppnå kunskapskraven för matematik skall stöd sättas in.

> … eleven skall skyndsamt ges stöd i form av extra anpassningar inom ramen för den ordinarie undervisningen. Stödet ska ges med utgångspunkt i elevens utbildning i dess helhet, om det inte är uppenbart obehövligt.
>
> (SFS, 2018:1098, s. 3)

Även Skolverket (2018b) poängterar i läroplanen för grundskolan och läroplanen för grundsärskolan (Skolverket, 2018c) att alla elever har rätt till en likvärdig utbildning, där undervisningen skall anpassas efter individens behov och kompetenser samt gynna det fortsatta lärandet, så att elevernas förmågor och kunnande utvecklas. Dessutom har skolan enligt Skolverket ett åliggande att särskilt stödja de elever som av en eller annan anledning har svårigheter i att nå utbildningens mål. För både grundskola och grundsärskola gäller för matematik att eleverna skall ”kunna använda sig av matematiskt tänkande för vidare studier och i vardagslivet” (Skolverket, 2018a, s.7; Skolverket, 2018b, s. 8).

Skolverket (2014, 2018a) poängterar att för att eleven skall kunna nå målen skall skolan så lång det är möjligt, ge de elever som har svårt att nå målen de extra anpassningar och särskilt stöd som behövs. Exempel på ett särskilt stöd kan vara att regelbundet få arbeta med en speciallärare i matematik och på så sätt få tillgång till specialpedagogiskt stöd eller att arbeta i en särskild undervisningsgrupp. Ljungblad (2016a) betonar vikten av att göra en pedagogisk och didaktisk kartläggning med en helhetsbild av elevens lärmiljö för att därefter kunna göra en analys av hur insatserna skall utformas.

Enligt Skolverket (2017c) har andelen elever med åtgärdsprogram stadigt sjunkit sedan läsåret 2012/2013. Skolinspektionen (2016) lyfter fram att svenska skolor endast lyckats med att identifiera en tredjedel av elevernas sammantagna behov samt att skolorna sätter in åtgärder utan att först analysera hur behovet ser ut. Kring denna problematik betonar skolinspektionen vikten av att rektorer ser till att skolan har tillräcklig kompetens och tid som behövs för att säkerställa elevernas behov. Samuelsson och Hallström (2016) rekommenderar genomförandet av en pedagogisk kartläggning för att se vad eleven bemästrar och inte bemästrar. Det är inte vanligt att åtgärdsprogrammen prioriterar att elever lär sig resonera kring matematik, vilket kan vara gynnsamt understryker Samuelsson och Hallström.

3.2 Introduktion av elever i studien samt vårt specialpedagogiska fokus

Under utbildningen till speciallärare inom matematik upptäckte vi efter kartläggning, två elever vardera som fortfarande inte funnit fungerade räknestrategier i talområdet 0–10.

3.2.1 Lillians elever

Lillian som arbetat som matematiklärare i 12 år, varav 2 år i särskild undervisningsgrupp för elever inom autismspektrum, fick 2015 två elever i årskurs 7 som saknade fungerande räknestrategier inom talområdet 0 - 10. Jag, Lillian kände att mina redskap för att stödja dessa två elever, som kallas Erik och Saga i studien, saknades och bestämde mig för att läsa till speciallärare i matematik. För elever i matematiksvårigheter kan det vara ett hinder i matematikarbetet att inte kunna se och skapa egna inre bilder av exempelvis antalsuppfattningen (Ljungblad, 2003c). Under min studiegång har jag fått fler redskap för att kunna stödja denna grupp elever.

Erik var diagnostiserad inom både autism och dyskalkyli. Specifika räknesvårigheter (dyskalkyli) beskrivs av Dowker (2012) som en svårighet i antalsuppfattning och hantera tal. Eleven uppvisar svårigheter i att snabbt tolka samt uppfatta siffror, tal och antal. Det gjorde att Erik behövde stödinsatser i ämnet matematik eftersom han saknade grundläggande antaluppfattning inom talområdet 1–10.

Saga var diagnostiserad inom såväl autism, ADHD som dyskalkyli – på gränsen till akalkyli. Diagnosen akalkyli innefattar enligt Dowkers (2012) definition svåra specifika matematiksvårigheter och innebär en avsaknad av förmågan att lära sig matematik. Även Saga behövde stödinsatser i ämnet matematik eftersom hon saknade grundläggande antaluppfattning i talområdet 1–10.

I elevernas åtgärdsprogram framkom behovet av en tydliggörande pedagogik som har visuellt stöd som grund samt att förutsägbara aktiviteter var nödvändigt. Erik och Saga fick individanpassade uppgifter samt stöd i att strukturera och planera sitt arbete. Vad gäller matematik, skedde undervisningen i mindre sammanhang, med endast dessa två elever, samt stödpersonal eller lärare. Undervisningen skulle ge eleverna verktyg att klara vardagen, till exempel använda telefonen som miniräknare, få en förståelse för vad pengar räcker till samt arbeta med förståelse för talens storlek.

3.2.2 Sairahs elever

Under speciallärarutbildningens gång fick jag, Sairah två elever i årskurs 3 som uppvisade specifika matematiksvårigheter (Dowker, 2012). Elever kallas i den här studien för Gustav och Sandra, som var integrerade tillsammans i en vanlig klass på grundskolan. Gustav och Sandra har inskrivet i sina åtgärdsprogram att de ska ges möjlighet att arbeta med en gemensam assistent som stödjer deras skolarbete, samt få stöd av specialläraren.

Gustav har en diagnos inom autismspektrum, och uppvisar svårigheter i samtliga skolämnen. I matematik saknar han grundläggande taluppfattning för sin ålder. Gustav hade relativt lätt att koppla siffor med antal till exempel att antalet 5 hör ihop med siffran 5, men saknade grundläggande antalsuppfattning inom talområdet 0–10 vid interventionsstudiens start.

Sandra har en lindrig utvecklingsstörning och undervisas enligt grundsärskolans läroplan (2011). Sandra är fåordig och uttrycker sig med enstaka ord eller i korta meningar. Hon behövde stödinsatser i samtliga skolämnen. I ämnet matematik saknade hon grundläggande taluppfattning för sin ålder. Sandra har kämpat från att lära sig siffror till att förstå att ett visst antal kan kopplas till siffrorna. När Sandra lärde sig ramsräkna uppstod stora komplikationer i antalsuppfattning i talområdet 0–5, eftersom hon inte förstod sambandet mellan addition och subtraktion.

3.2.3 Interventionsstudiens utgångspunkt

Både kollegor och vi har aktivt arbetat med ovanstående anpassningar och stödinsatser, men kunde inte se någon markant utveckling av elevernas antalsuppfattning. Trots att vi arbetat som matematiklärare i många år, kände vi att vi utan framgång eller tillräcklig kunskap famlade oss fram kring hur vi didaktiskt skulle arbeta med elever i specifika matematiksvårigheter. Under vår utbildning till speciallärare i matematik kom vi i kontakt med interventionsmaterialet *Numicon* (Dalvang, 2006). Vi fann materialet intressant med tanke på vårt kommande yrke som speciallärare i matematik. Forskning visar att det är viktigt att arbeta med konkret material om elever uppvisar matematiksvårigheter och *Numicon* är ett sådan material (Dalvang, 2006; SPSM, 2017).

Vi blev inspirerade av interventionsmaterialet *Numicon* och dess möjlighet att både visuellt och taktilt stödja elever i specifika matematiksvårigheter och deras utveckling av antalsuppfattning. Därefter beslöt vi att pröva materialet med fyra elever samt göra en interventionsstudie kring hur vi arbetade med materialet. Tidigt förstod vi att den optimala metoden för att kunna följa utvecklingen av vår undervisning, var att videofilma denna interventionsstudie med det laborativa materialet *Numicon*. Valet av eleverna gjordes utifrån de specifika matematiksvårigheter som de uppvisade inom en grundläggande antalsuppfattning. Dessutom gav oss material möjlighet att möta eleven på ett respektfullt sätt och utveckla en trygg lärmiljö. Ljungblad (2016a, 2016b) betonar att forskning har visat hur betydelsefullt det är med trygga och tillitsfulla lärare-elevrelationer för att uppnå en kvalitativ undervisning. Vår strävan i undervisningen och interventionsstudien har också varit att möta eleverna på ett jämlikt plan, ansikte mot ansikte.

I matematikdidaktisk forskning brukar begreppet taluppfattning användas, men i denna studie har vi valt att använda begreppet antalsuppfattning på grund av att vi riktar sökljuset mot hur eleverna arbetar med antal. Enligt Ljungblad och Lennerstad (2012) definieras begreppet antalsuppfattning som att smidigt kunna förstå hur siffror rör sig i positionssystemet och bildar olika antal. En god antalsuppfattning innebär också att eleven förstår ett antal som en helhet som kan delas upp i olika delar. I denna studie används således begreppet antalsuppfattning.

4 Tidigare forskning

I detta kapitlet presenteras tidigare forskning som är relevant i relation till interventionsstudiens syfte och de elever som deltar i interventionsstudien. Inledningsvis beskrivs forskning kring de diagnoser som eleverna utretts inom. Därefter redovisas forskning kring antalsuppfattning och matematiksvårigheter.

4.1 Diagnoser

En diagnos kan liknas vid en etikett på ett tillstånd. Diagnosen bör vara vägledande för att förstå en konkret person snarare än uppfattas som en begränsande stereotyp (Blamires, 1999).

4.1.1.Autism

Enligt Jakobsson och Nilsson (2011) har personer inom autismspektrumtillståndet ofta en svag central koherens, det vill säga svårt att foga samman delar till en helhet och se sammanhanget utan fokuserar istället på detaljer. Aspeflo (2010) lyfter att de dessutom ofta uppvisar svårigheter när det gäller att handskas med nya situationer, flexibilitet, planera och besluta, lösa problem samt ofta visar prov på en svårighet i att kommunicera på ett sätt som flertalet är vana vid.

Aspeflo (2010) beskriver att många personer inom autismspektrumtillstånd har svårt att förstå det talade språket. Dessa personer kan uppvisa en större verbal förmåga än de verkligen har, eftersom de inte alltid förstår meningen med alla ord de använder. Jakobsson och Nilsson (2011) skildrar hur personer inom autismspektrumtillståndet kan uppvisa svårigheter med att generalisera, då varje situation är unik och olik. Bejerot och Nordin (2014) beskriver att majoriteten har en normal begåvning, däremot är ofta begåvningsprofilen ojämn. Författarna tillägger att personer inom autismspektrumtillstånd ofta har en komorbiditet, det vill säga att flera funktionsvariationer och psykiatriska diagnoser uppträder tillsammans.

4.1.2 ADHD

ADHD kännetecknas enligt diagnosverktyget DSM IV (Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders, 2000) av fyra grundläggande kriterier *koncentrationssvårigheter, hyperaktivitet, impulsivitet och påverkan på de exekutiva funktionerna*, som American Psychiatric Association tagit fram (Kutscher, Attwood & Wolff, 2010).

En koncentrationssvårighet visar sig som en svårighet att koncentrera sig där personen lätt blir distraherad av olika intryck. Det kan också innefatta en svårighet att organisera samt hålla igång eller avsluta uppgifter. (Kutscher, Attwood & Wolff, 2010). Kutscher m.fl. poängterar att ADHD påverkar de exekutiva funktionerna, det vill säga hämningsförmåga, arbetsminne, framsynthet, vilket konkret kan förstås som att leva här och nu med svårighet att förutse sina handlingar, kunna planera, växla mellan olika aktiviteter samt skilja mellan känslor och fakta.

4.1.3 Utvecklingsstörning

När diagnosen utvecklingsstörning fastställs görs en utredning som innehåller en psykologisk utredning, medicinsk utredning, pedagogisk utredning och social utredning. Inom fältet utvecklingsstörning är komorbiditet vanligt (Ineland, Molin & Sauer, 2017).

IQ-tester används för att definiera en människans intelligens. När resultatet på IQ-tester understiger värdet 70 anses detta visa på en utvecklingsstörning. Utvecklingsstörning har flera olika definitioner, men gemensamt för alla definitionerna är att det finns en svårighet att ta in och bearbeta information och kunskap, en intelligensnedsättning samt svårighet att klara sin vardag på egen hand. Enligt Världshälsoorganisationen (WHO, 2011) klassifikationssystem ICD –10 innebär utvecklingsstörning en påverkan på den intellektuella, sociala, kognitiva, språkliga och motoriska förmågan. Den här studien kommer endast att ta upp lindrig utvecklingsstörning. Lindrig utvecklingsstörning innebär en social och kommunikativ förmåga som ger möjlighet till ett fungerande självständigt liv. Den hindrar oftast inte förmågan att kunna lära sig läsa, skriva och räkna enkla uppgifter (Ineland, Molin & Sauer, 2017). Sumner, Pratt och Hill (2016) beskriver att lindrig utvecklingsstörning påverkar elevernas förmågor och kunnande genom att de lär sig långsammare och har sämre korttidsminne.

Spooner, Root, Browder och Saunders (2018) genomförde en analys av 63 studier om matematikundervisning det senaste årtiondet för elever som uppvisar måttlig och svår utvecklingsstörning. När de studerade undervisningssituationen fann de att lärarna upplevde att det var svårt att undervisa dessa elever, eftersom lärarna kände att de inte hade tillräcklig kunskap. Genom att relatera till elevernas vardag hjälper deras upplevda erfarenheter till att applicera nyfunna matematiska strategier. Att generalisera genom att använda autentiska sammanhang kan således stödja elevens lärande. Utifrån studiernas resultat tycker sig Spooner m.fl. se nya bevis på att elever som uppvisar svår eller måttlig utvecklingsstörning kan lära sig matematik.

4.2 Forskning inom antalsuppfattning

Fokus för vår interventionsstudie ligger på antalsuppfattning. Vi har därför valt att lägga tyngdpunkten på forskning som belyser detta område.

4.2.1 Antalsuppfattning

Skolverkets (2018) riktlinjer för förskolans matematikundervisning lyfter fram att eleverna skall lära sig hur naturliga tal, positiva tal, används för att ange ett antal såsom 1, 2 och 3. Dessutom kan tal vara ordningstal - första, andra, tredje och så vidare. Vidare behöver barn utveckla en förståelse för att ett tal kan vara en hel mängd exempelvis antalet 5, likväl som en del av ett antal 5 + 3 = 8.

Redan tidigt börjar barnet experimentera med siffror och antal vid möten med olika föremål genom att sortera och omsortera dem (Hannula, 2005). Barnen lär sig att se mönster och sätta ihop dem till ett antal. Genom att samtala med barnet om deras erfarenheter lär sig barnen att förstå att antalet kan se olika ut, det vill säga antalet 5 kan vara 5 russin eller 5 äpplen. Innan barnet kan räkna abstrakta antal behöver de visualisera antalet. Då använder de flesta barn sina fingrar eller konkreta föremål (Neuman, 1993, 2013; Anghileri, 2006). Det är naturligt för barn att använda fingrarna som hjälpmedel för att avlasta arbetsminnet vid räkning av räkneorden. När barnet räknar upp ett antal på sina fingrar prickar varje finger av ett uppräknat ord och sista fingret talar om uppgiftens svar, det vill säga antalet i en mängd.

Vidare behöver eleven kunna se skillnad mellan ett *ordinaltal* och ett *kardinaltal*. Neuman (1993) beskriver ordinaltal som ett numeriskt system där symbolerna kommer i ordning. Ordinaltalet är således exakt ett mer än det tal som kommer före och exakt ett mindre än det tal som kommer efter. Det sista uttalade räkneordet vid en uppräkning kallas för kardinaltal. Ett kardinaltal står följaktligen för det antal som räknats i en mängd. Ljungblad och Lennerstad (2012) pekar dessutom på att det, när en abstrakt tallinje upprättas, är viktigt att kunna skilja på ordinaltal och kardinaltal för att verkligen förstå hur talens delar och helhet relaterar till varandra. För att förstå vad tal och antal står för behöver eleverna också kunna tänka in siffrorna i ett positionssystem. Här kan det uppstå problem i matematik när eleverna saknar djupare förståelse för hur positionssystemet är uppbyggt betonar Ljungblad och Lennerstad (2012). Svårigheten ligger i att relatera ett antal till positionssystemet samtidigt som elever behöver jämföra och förstå antalen i jämförelse med andra tal.

Elever som uppvisar matematiksvårigheter kan med en kunnig pedagog utveckla förståelse för ett antal och dess samband till positionssystemet (Dowker 2012; Ljungblad & Lennerstad, 2012; Lunde, 2011). Dock är det viktigt att uppmärksamma att dessa elever inte spontant fokuserar på antal vid problemlösning (Hannula, 2005). Problematiken uppstår när de på egen hand skall tolka ett antal i positionssystemet. Det kan innebära att kunna se att 110 består både av ett hundratal och ett tiotal men även utav 11 tiotal. Denna elevgrupp, som inte spontant fokuserar på antal, behöver genomtänkt matematikdidaktisk undervisning för att undvika att matematiksvårigheter uppstår (Ljungblad, 2003c). Lunde (2011) tar upp att det som vanligtvis uppfattas som enkel aritmetik, den grundläggande räkningen, är en komplicerad och sammansatt process som fordrar förståelse för större/mindre, platsvärde (ental/tiotal) samt behovet att minnas aritmetiska regler.

Anghileri (2006) betonar liknande didaktiska aspekter och trycker på att praktiskt arbete med talkamraterna 1 – 10 behövs för att bygga upp aritmetiken, till exempel 8+_=10. Flexibiliteten att snabbt kunna kombinera de tio talkamraterna ligger till grund för beräkningar av höga tal. Neuman (1993) betonar vikten av att utgå från hela antalet för att sedan finna dess delar. Genom att analysera antalet 10 på olika sätt kan eleven finna att dess delar kan vara 5+5, 8+2 eller 3+7 och så vidare. På så sätt kan eleven utveckla sin antalsuppfattning och sina matematiska strategier.

Neuman (2013) förtydligar att observationer av elever från förskoleklass till gymnasiet visar på att det är avsaknandet av talföreställningar samt förståelse för hur de fyra räknesätten hänger ihop som ligger bakom specifika matematiksvårigheter. Danielsson, Modin och Neuman (2015) förklarar att den metod vi i västvärlden använder, så kallad *syntesmetoden* innebär att kunna härleda nya talfakta som eleven redan lärt sig. Elever i specifika matematiksvårigheter tar inte till sig talfakta och gör därmed få eller inga härledningar (Neuman, 1993). Neuman (2013) understryker att tabellträning inom addition och subtraktion som är vanligt förekommande i skolan, därmed inte hjälper denna elevgrupp. Istället borde antalsuppfattning, det vill säga hur de tio bastalen i vårt decimalsystem kan delas upp i olika delar, tillsammans med en betoning på räkningens och räkneordens innebörd vara det fundamentala i de lägre årskursernas aritmetikundervisning, så kallad *analysmetod*. Anghileri (2006) förklarar att god antalsuppfattning börjar med att eleven kan flytta sig längs tallinjen och kunna räkna uppåt respektive nedåt från vilken plats som helst längs den. Anghileri betonar även att arbete med pärlor på ett band kan hjälpa att överbrygga från fungerade fingerräkning till att abstrahera högre tal med konkret material. Efter att ha erövrat talkombinationer 1–10, kan även talräkning mellan 11 och 19 skapa svårighet när eleven ska lära talens namn och innebörd. Därför kan arbetet med talen upp till 20 kombineras med talräkning och visuella aktiviteter för att öka talens förståelse. Anghiliera förtydligar att ett grundläggande arbete med till exempel pärlband på 20 pärlor kan bli starkare och stödja en övergång att se abstrakta antal, än att enbart ta stöd av fingrarna. På så sätt kan eleven med hjälp av olika kombinationer och utforskande arbetssätt se antal högre än 10 och utveckla sin antalsuppfattning.

4.2.1.1 Fingerräkning

Neuman (1993) påvisar att talen 0–10 har stor betydelse som byggstenar i decimalsystemet. Enligt Danielsson m.fl. (2015) är det viktigt att kunna laborera och manipulera talen 0–10 så att eleverna uppfattar talens struktur, för att så småningom kunna föreställa sig talen. De poängterar att det finns två skilda sätt att använda fingrarna vid räkningen. Ett framgångsrikt sätt har fingerräknare som använder fingrarna för att representera antal inom talområde 1–10. Barnen använder sina fingrar eftersom det ökar förståelsen för vad de gör. Fingrarna hjälper till att skapa modellmängder som till exempel det *odelade talet 5.* Genom att låta handens 5 fingrar bli odelad och stå för en hel mängd är det lätt att skapa grupperingar, till exempel 5 + 1, 2, 3 eller 4 ental. Så småningom släpper denna grupp elever sina fingerar och börjar abstrahera och se antal utan fingrarnas hjälp. Genom att skapa dessa modellmängder så blir uppräkning och nedräkning inom addition och subtraktion i talområde 6–10 inte svårare än inom talområde 0–5.

Elever som däremot använder fingerräkning med upp eller nedräkning som sin främsta metod, blockerar möjligheten till att utveckla såväl huvudräkning och överslagsräkning som sitt aritmetiska tänkande. Detta är en återvändsgränd och som leder till matematiksvårigheter (Danielsson m. fl., 2015). Neuman (1993) visar i sin forskning hur elever i specifika matematiksvårigheter hamnar i en fingerräkning där de lägger till eller drar ifrån en i taget och kan inte släppa sina fingrar för att räkna inom det grundläggande antalsområdet 1–20. Detta sätt att räkna på fingrarna skiljer sig således mot de elever som funnit djupare förståelse för räkning med sina fingrar och förstår att alla fingrar kan variera och vara alla siffror lyckas underlätta lämnandet av de konkreta fingrarna och utveckla abstraktare talbegrepp (Ljungblad & Lennerstad, 2012).

4.3 Specifika matematiksvårigheter

Dowker (2012) tar i sin forskningsöversikt upp flera studier kring elever i specifika matematiksvårigheter. Ett exempel är Butterworth (2000) som uttrycker att alla föds med en talmodul, att hjärnan är genetiskt programmerad att kunna uppfatta numorisiteter upp till 4 eller 5. Olsson, Östergren och Träff (2016) fann att elever i specifika matematiksvårigheter långsammare uppfattade antal på 4–5 prickar, jämfört med kontrollgruppen, vilket tyder på att de har ett mindre subtitiseringsområde. En sådan matematisk förmåga att genast kunna avgöra ett litet antal föremål i en mängd med upp till 5 föremål kallas att *subitisera*. Användandet av fingrar har en väsentlig roll för förmågan att räkna och aritmetiska färdigheter skall utvecklas. Danielsson m.fl. (2015) beskriver att barn i 2-årsåldern kan uttrycka att 2 objekt är 2 stycken och barn i 3-årsåldern kan göra detsamma med 3 objekt utan att först räkna dem. Genom att de sedan räknar kända grupperingar som 5 fingrar, kan subitiseringen utökas till att gälla även större tal. I Japan får eleverna hjälp att vidga sin förmåga till utökad subitisering genom att träna på att skapa modellmängder (Danielsson m.fl. 2015).

Ljungblad (2016a) gör en översikt med en helhetsbild där hon utifrån ett didaktiskt perspektiv visar på mångfalden av svårigheter inom fältet matematiksvårigheter. Hon delar in matematiksvårigheter i *primära* och *sekundära* matematiksvårigheter. De primära matematiksvårigheterna innebär att elevens matematiklärande är komplicerat, eftersom eleverna uppvisar svårigheter inom en grundläggande antalsuppfattning samt svårigheter att se inre bilder och uppfatta elementära matematiska mönster. När det gäller sekundära matematiksvårigheter är det andra primära faktorer som leder till komplikationer i matematik. Det kan röra sig om koncentration, perception, arbetsminne, kognition, uppmärksamhet och läs och skrivsvårigheter. Dessutom kan flera svårigheter uppträda samtidigt. Paulsson (2007) pekar på vikten av att ha en inre bild av en tallinje, för att framgångsrikt kunna abstrahera matematiska begrepp. Olsson, Östergren och Träff (2016) visar i sin undersökning att elever i matematiksvårigheter har en försämrad distinkthet på den mentala tallinjen. Även Ljungblad och Lennerstad (2012) belyser svårigheten i att elever kan jämföra stora tal utan att kunna koppla dem till antal och positionssystemet, vilket leder till att de får svårt att förstå hur talen relaterar till varandra. Paulsson lyfter fram att de inre bilderna på tallinjen kan se olika ut från person till person, vilket läraren bör vara medveten om.

Mazzoco (2007) problematiserar att forskare sällan särskiljer på allmänna och specifika matematiksvårigheter, vilket leder till att de slutsatser som dras vid olika studiers resultat inte stämmer för någon av grupperna. Vidare visar Mazzocco på behovet av en tydligare definitionerna av specifika matematiksvårigheter och allmänna matematiksvårigheter, eftersom såväl allmänna som specifika matematiksvårigheter medför hinder i såväl utbildning som i det dagliga livet. Gersten, Clarke och Mazzocco (2007) pekar på bristen av samarbete mellan olika discipliner som studerar matematiksvårigheter. De tar också upp den markanta skillnaden på antal studier om läs- och skrivsvårigheter och matematiksvårigheter. Mazzocco lyfter fram att specifika matematiksvårigheter, (dyskalkyli) och allmänna matematiksvårigheter är olika benämningar som innebär olika grader av matematiksvårigheter. Vidare betonar Mazzocco att gruppen allmänna matematiksvårigheter är större än gruppen i specifika matematiksvårigheter.

Dowker (2012) påtalar att dyskalkyli är en lärsvårighet i matematik som det råder delade meningar om. Butterworth och Yeo (2010) beskriver att en del forskare anser att det utmärkande för dyskalkyli är grundläggande svårigheter att förstå antal medan en del forskare anser att det snarare beror på brister i korttids- eller långtidsminnet, sekvenserings-förmåga, spatiala förmågor eller språkförmågor. Vidare uttrycker Butterworth och Yeo att forskare som utgår från kognitiva förklaringsgrunder anser att dyskalkyli egentligen beror på dyslexi, eftersom dyslektiker ofta har problem, såväl med korttidsminnet som visuell-spatial svårighet. Dessutom finns problem med uppmärksamhet, språk och organisation, vilket de anser är förklaringen till försenad matematikinlärning. Elever som uppvisar matematiksvårigheter på grund av sin dyslexi kan dock med rätt stöd utvecklas i matematik, på ett sätt som personer i specifika matematiksvårigheter inte kan, betonar Butterworth och Yeo. Butterworth och Regiosa (2007) påvisar att forskning gällande dyskalkyli estimeras ligga mellan 3,6% och 6,4 % av den forskning som görs inom matematik. Vidare framhåller Griffin (2007) betydelsen av att matematiksvårigheter upptäcks tidigt och adekvat hjälp med något matematikprogram sätts in innan eleven blir desillusionerad och får en känsla av otillräcklighet. Vikten av att ha strategier för hur elever med dyskalkyli kan få hjälp, är något som även Gifford och Rockliffe (2012) understryker vikten av.

Dowker (2012) lyfter fram hur elever i specifika matematiksvårigheter utför matematiska beräkningar mindre effektivt. Elever som uppvisar dyskalkyli utför beräkningar med matematiska färdigheter och aritmetiska resonemang, likvärdigt barn och ungdomar som ligger på samma aritmetiska nivå, det vill säga ligger räkneförmågan på årskurs 2:s nivå, kan de jämföras med en åttaårings aritmetiska resonemang. Vidare uttrycker Butterworth och Yeo (2010) att personer med dyskalkyli således uppvisar svårigheter med såväl antalsuppfattning som matematiska procedurer. Forskarna understryker att denna svaga matematiska förmåga ger större besvär i vardagen än en svag läsförmåga.

4.3.1 Akalkyli

Ardila och Roselli (2002) förklarar att akalkyli ofta definieras som betydande svårigheter i såväl skriftliga som muntliga beräkningar. Det medför en oförmåga att begripa och utföra grundläggande aritmetiska operationer. Det inbegriper såväl svårigheter i förståelse för vad namnen på siffror representerar, en bristande förmåga att memorera matematiska fakta för att senare kunna använda dem samt förståelse för de hur de skall användas. Dowker (2012) lyfter fram att akalkyli kan uttryckas som svårigheter att hantera aritmetik i korttidsminnet utan att ha några andra svårigheter med korttidsminnet. Det leder till en svårighet att hålla mer än en aritmetisk fakta i korttidsminnet. Vidare beskriver Dowker att skador på vissa områden i vänster hjärnhalvan medför en oförmåga att se och förstå antal. Gersten m.fl. (2007) påvisar att även om modern teknik kommit fram till att matematiskt tänkande styrs från flera delar av hjärnan, har det visat sig att aritmetisk beräkning är samlat till ett visst område i hjärnan. Butterworth (2000) hävdar att det i hjärnan finns speciella kretsar som systematiserar numerositeter, det vill säga antalet föremål i en mängd, vilket han kallar för en talmodul. Om dessa processer inte utvecklas som de skall, kan det leda till "antalsblindhet". Simon och Rivera (2007) lyfter ett varningens finger mot att tro att hjärnan är statisk och att vissa kretsar står för numeriskt tänkande. De påpekar att forskningen är gjord på vuxna och med stor sannolikhet skulle få ett annat resultat på barn.

Oavsett att det inom fältet matematiksvårigheter råder delade meningar om specifika matematiksvårigheter så finns det en grupp som uppvisar specifika svårigheter i antalsuppfattning inom talområde 1 – 20 (Dowker, 2012; Lunde, 2011).

4.4 Visuellt och taktilt material

Många elever kan ha svårt att abstrahera inre bilder eller till och med saknar inre bilder eller tal (Paulsson, 2007). Med hjälp av strukturerade matematiska bilder kan arbetet att abstrahera underlättas. Dessa bilder kan utveckla elevernas processtänkande samtidigt som den höjer deras förmåga att ta sig an matematiska problem på en mer abstrakt nivå (Ljungblad & Lennerstad, 2012).

Jones och Tiller (2017) lyfter fram att elever som har tillgång till såväl visuellt som taktilt material förstår matematik bättre, eftersom det dels kan engagera och dels göra det lättare att komma ihåg informationen. Konkret och visuellt material kan bli en brygga mellan det informella och det formella och har visat sig vara särskilt effektiv för att gå från det konkreta till det abstrakta. Jones och Tiller betonar att när konkret material används är det viktigt att anpassa såväl material som undervisning till elevens utvecklingsnivå.

Dalvang (2006) beskriver att den matematiska idén bakom *Numicon* grundas i att barn behöver lära sig matematiskt språk och matematiska begrepp. För att kunna förstå instruktioner eller tala om tanken bakom en lösning behövs ett matematiskt språk. Det är först när eleven kan förklara hur hen tänkt som läraren kan vara säker på att hen förstått. Genom att använda *Numicon* får eleven möjlighet att höra, använda och se matematiska begrepp. *Numicon* är designat för att stötta barns olika sätt att lära sig.

- lära sig genom att göra
- lära sig genom att se
- lära sig genom att utforska mönster

Namnet *Numicon* kommer från engelskans *number* och *icon* – och betonar således bilden av ett antal. *Numicon* är ett visuellt och taktilt material som består av antalen 1–10. Varje antal representeras av en bricka med egen färg. Brickorna är dessutom uppbyggda med hål där antal representerar siffran. Arbete med *Numicon* sker lättast på en vit platta med piggar. Piggarna passar in i Numiconbrickornas hål. Detta gör att det blir lätt att bygga upp tal på varandra då talbrickorna sitter fast på plattan. Det finns även grå Numiconbrickor, där eleven inte får hjälp av att färg representerar en viss siffra.

Bild 1: Numicon 1-10

Bild 2: Grå Numicon 1-10

Numicon innehåller en hel låda med olika laborativa material samt en tydlig handledning. Lärarhandledningen är uppbyggd som en interventionsstudie, där varje kategori arbetas med parallellt och övningarna bygger på varandra. Varje aktivitet är väl beskriven hur läraren kan undervisa just det matematiska momentet under en lektion. Därefter följer nästa moment och så vidare i en ökad svårighetsgrad. Dessutom övas, genom diskussion med kamrater, förmågan att generalisera och resonera. Detta kombinerat med möjligheten att uppleva mönster, talföljder, antal, hur tal förhåller sig till varandra och räkna både sensoriskt och visuellt har visat sig var till hjälp för elever med särskilda behov. Forskning visar (Dalvang, 2006) att *Numicon* stöttar utvecklingen av inre mentala bilder och antalsuppfattning för elever i matematiksvårigheter.

Ljungblad (2019) poängterar vikten av att bygga meningsfulla relationer med eleverna. Läraren skall besitta såväl ledarskap, didaktisk kompetens som förmåga att bygga relationer med eleven. Genom att ta eleverna på allvar möjliggörs en relationell undervisning. Ljungblad och Lennerstad (2011) framhåller att skolorna bör skapa miljöer som främjar en öppen dialog och ömsesidiga diskussioner. Vidare pekar Ljungblad på att eleverna lever i ett samhälle, som bygger på ratt ha relationer med andra parter. Relationell pedagogik tar avstamp i detta och placerar relationen mellan lärare och elev i centrum av lärandeprocessen. Läraren kan genom sin relation till eleverna skapa såväl förtroende som respekt. I det relationella pedagogiska perspektivet PeRT ses varje elev som en unik individ. I de pedagogiska mötena möts lärare och elev ansikte mot ansikte. Kunskap sker i möten med nyfikenhet på olika erfarenheter samt öppen kommunikation (Ljungblad, 2019).

4.5 Interventionsstudie i matematik.

I Japan är grundtanken i matematikundervisning att alla elever kan nå resultat i matematik (Ma, 1999). När matematiksvårigheter framträder samlas eleven, föräldrar och lärare för att hjälpa eleven nå sina mål i matematik och analysera hur skolan ska agera för att hjälpa eleven. Elevens framgång ses vidare som ansträngningar som skolan har bidragit med och inte som att eleven har begåvning i matematik. Ma jämför japansk kultur där barnets framgång förklaras som god undervisning till skillnad med kulturen i USA där elevens framgång förklaras som ett uttryck för begåvning. Orsaker till misslyckande söks inte hos eleven i första hand i Japan. Denna skillnad i undervisningskulturer och föreställningar om hur lärande förklaras och förstås påverkar självklart hur svårigheterna och problem hanteras i skolan (jfr. Säljö; 2014a; Ljungblad, 2016).

Neuman (2013) efterlyser ett paradigmskifte i den grundläggande aritmetiken eftersom det fortfarande råder en kultur i Sverige med räkneprocedurer, tabellkunskaper och talfakta. Istället lyfter Neuman fram den framgångsrika asiatiska undervisningskulturen som baseras på analysmetoden. Dagens fokus på eleverna som autonoma problemlösare som letar efter rätt svar på matematiska problem gynnar inte elevernas nyfikenhet (Ljungblad & Lennerstad, 2012). De tvingas arbeta självständigt i matematiken utan att stimuleras av diskussioner och matematiska resonemang, som i sin tur leder till att intresset för matematiken sjunker vid åtta till tio års ålder (Dowker, 2012)

När en interventionsstudie genomförs, är det viktigt att ha i åtanke att de aritmetiska svårigheterna skiljer sig hos olika individer. Därför är det av vikt att kartlägga styrkor och svårigheter samt vilka missuppfattningar och felaktiga strategier som finns innan studien. En bra interventionsstudie kan då utgå från individen. Utförare av interventionsstudier skall både ge vägledning och vara uppmärksam på elevernas strategier och begrepp för att kunna fokusera på de fallgropar och missuppfattningar eleven kan ha (Scherer, Beswick, DeBlois, Healy & Moser Opitz, 2016).

Inspirerade av internationell forskning ser vi ett behov av att pröva och införa en analytisk räknemetod speciellt för elever som befinner sig i specifika matematiksvårigheter. Med en metod som lutar sig mer åt ett dialogiskt upptäckande arbetssätt som Ljungblad och Lennerstad (2012) belyser, ges utrymme för elevernas tänkande och argumenterande som grundar sig på begreppsförståelse istället för utantillärande. Detta går i linje med ett Pedagogiskt Relationellt Lärarskap (PeRL) Ljungblad, 2018, 2019) där läraren med respekt strävar efter att möta eleverna ansikte mot ansikte. PeRL är ett synsätt där lärarens relation till eleven grundas i barnkonventionen och Salamancadeklarationen (2006). I ett sådant relationellt perspektiv på undervisningen tas elevernas röst på allvar och hanteras respektfullt i undervisningssituation i ens strävan att stödja elevens unika existens samt rätt till deltagande i undervisning av hög kvalité.

5.Teori

Sociokulturellt perspektiv tar som teori, hänsyn till mångfalden i föreställningsvärldar samt har förståelse för att kulturer och samhällen har olika kunskapsbaser som utgångspunkter (Säljö, 2014b). Daniels och Hedegaard (2011) betonar att Vygotskijs utvecklingsteori ger flera möjligheter att möta utmaningar i barn och ungas lärande. Detta teoretiska perspektiv tar sin utgångspunkt i att barnet har flerfaldiga biologiska och sociala förutsättningar för att utvecklas. Pedagogiskt stöd ska således alltid riktas framåt för att gynna barnets utveckling.

Ett sociokulturellt perspektiv kan även förklara under vilka omständigheter eleverna utvecklar sina färdigheter och förmågor samt vad eleven har lärt sig inom till exempel antalsuppfattning (Säljö, 2014a). Denna studie utforskar elevernas arbete med det laborativa materialet *Numicon* och belyser elevernas eventuella genombrott i *den proximala utvecklingszonen* (Vygotskij, 2001) när vi lärare arbetar tillsammans med eleverna.

5:1 Ett sociokulturellt perspektiv

Sociokulturella perspektivs idéer om mänsklig utveckling bygger på den ryske psykologen Lev Vygotskij teorier (Säljö, 2014a). Vygotskij (2001) utvecklade en kulturhistorisk teori i kritik mot de psykologiska teorier som var rådande i väst under samma tid. Kulturhistorisk teori framhåller att en persons medvetande befinner sig i dialog mellan olika tankeformer. Vygotskij förklarar att människans sinne är i behov av att skapa tecken, redskap eller verktyg för att tolka, förstå och konstruera sin föreställningsvärld. Ett sociokulturellt perspektiv ser interaktion och kommunikation som nyckel till lärande och utveckling. Kunskap överförs således inte mellan människor utan är något som vi deltar i. Den pedagogiska utmaningen ligger i att skapa lärande situationer som samspelar mellan lärare och elever, samt mellan eleverna. Skolan har en viktig funktion för att på ett naturligt sätt låta individen komma i kontakt med avancerade vetenskapliga och abstrakta kunskaper som är nödvändiga i ett komplext samhälle. Det gör ett sociokulturellt perspektiv intressant ur ett didaktiskt perspektiv med en socialkonstruktivistisk syn på kunskap där lärande ses som en del i den mänskliga samvaro (Säljö, 2014b).

Medvetandets centrala funktioner inom ett sociokulturellt perspektiv är språket och tänkande. Språket utvecklas i social kommunikation där individen deltar i sociala sammanhang (Vygotskij, 2001). Kommunikation bygger på möjligheten att förmedla sina tankar med hjälp av språket. En stor del av människans kunskaper är byggda på språk, vilket också är ett intellektuellt redskap för att kommunicera och skapa ny kunskap. När en människa i tanken talar med sig själv i ett inre samtal sker det med hjälp av intellektuella och språkliga redskap. Ett sociokulturellt perspektiv uttalar sig dock inte om tänkandet utan studerar endast det människan gör, säger, skriver och kommunicerar. Det grundas i en tanke om att handlingar och språk inte behöver överensstämma eller avslöja tankar. Det som sägs och skrivs är endast ett utryck för inre tankar, då tänkande är en osynlig process som en utomstående inte kan följa. Vidare betonar ett sociokulturellt perspektiv att förmågan att resonera och lösa problem är beroende av sin kontext och sammanhang tillsammans med de redskap som finns tillgängliga (Säljö, 2014a).

En sociokulturell syn på lärande förtydligar att lärande sker hela tiden. Frågan som då kan ställas är vad människan lärde sig och inte hur den lärde sig. Det som kan studeras är vad som gör att vissa blir engagerade och motiverade till skillnad från när det är svårt att motivera eleverna och engagemanget avtar (Säljö, 2014a). Vygotskij (2001) framhäver att det är i skolmiljön eleven ges möjlighet att bekanta sig med kunskaper som kan underlätta förståelse av världen utanför elevens erfarenheter. Säljö (2014a) betonar att när lärande studeras ur ett sociokulturellt perspektiv uppmärksammas undervisning och elevernas utveckling utifrån tre aspekter.

- Den första aspekten är *intellektuellt redskap* som till exempel att läsa, räkna och skriva. Dessa redskap underlättar vardagen i den fysiska verkligheten.
- Den andra aspekten är *fysiska redskap* som underlättar våra intellektuella problem och höjer abstraktionsnivån. Fysiska redskap kan vara datorer, mobiler och maskiner.
- I den tredje aspekten studeras *kommunikation* det vill säga hur dessa fysiska verktyg tillsammans med inbyggda språkliga och intellektuella insikter och begrepp samspelar med varandra. Ett sådant exempel är en miniräknare som i sin fysiska form kan utföra matematiska operationer.

5.1.1 Mediering

Ett centralbegrepp inom sociokulturellt perspektiv är *mediering*. Mediering innebär användning av olika slags verktyg och redskap. Dessa redskap bär kunskap som kan användas för att förstå omvärlden (Säljö, 2014b). Vygoskij (2001) använder sig av två olika slags redskap för att förklara mänsklig tänkande - *språkliga och materiella redskap.* Det språkliga redskapet kallar Vygotsky för det psykologiska redskapet. I det psykologiska redskapet ingår språket, siffror, symboler och teckensystem för att tänka och kommunicera. Dessa psykologiska redskap är ofta bundna till kulturen (Säljö, 2014a). Det materiella redskapets betydelse för lärande innebär att människor kan använda fysiska redskap utifrån olika syften i olika situationer (Säljö, 2014a). I undervisningen är lärarens mediering betydelsefull, när läraren förtolkar nya abstrakta matematiska begrepp och mönster för eleven (Ljungblad & Lennerstad, 2012).

I ämnet matematik tas medierande redskap som siffror, bokstäver, formler, laborativa material, miniräknare, bilder eller datorprogram som stöd när vi löser matematiska problem. Med detta betonar Ljungblad och Lennerstad (2012) att lärande av matematik är en mer komplicerad process än att lära sig läsa eller koda av ord. Att lära matematik handlar således om hur begrepp ska läras och användas i tanke och kommunikationsprocesser som vidare samspelar i olika kontexter i den matematiska diskursen.

5.1.2 Artefakter

Kultur är enligt Säljös idéer, värderingar, kunskaper och andra tillgångar som finns i vårt samhälle för att förstå världen. Fysiska verktyg eller redskap som hjälper oss att integrera så väl i vardagen som i samhället kallas för *artefakter* (Säljö 2014a). Förmågor som att tänka och lära samt hur världen upplevs, förstås med stöd av dessa medierade fysiska redskap (Säljö, 2014b).

I semiotisk mediering samarbetar symboler och tecken som meningsbärare såsom siffror och bokstäver. Dessa intellektuella artefakter är således bärare av kulturprodukter och förs över från en generation till en annan. Även i de intellektuella artefakterna, så som symboler, går det att finna didaktiska skillnader mellan siffror och bokstäver. Vid läsinlärning förhåller sig individen till alfabetet som medierade redskap. Att lära alfabetet är en process som går från bildinlärning till alfabetisk skrift. Skriften byggs upp av att varje bokstav består av ett ljud, det vill säga fonem som i sin tur bildar ett ord. Siffor å andra sidan är andra intellektuella artefakter med vars hjälp, människor kvantifierar och beskriver geometriska förhållanden (Ljungblad & Lennerstad, 2012). Bokstäver och siffor är således olika intellektuella tankeredskap. Färger och former är begrepp som används för att se likheter och skillnader i artefakter, samt förhålla sig till dessa i olika sammanhang. Med hjälp av kategorier och begrepp ordnas våra upplevelser så att information och kunskaper kan bevaras. Artefakterna förändras också utifrån tidsepok. Det sker ett ständigt samarbete mellan språket, tankar, artefakter och mänskliga verksamheter, vilket gör det svårt att skilja de fysiska och intellektuella redskapen åt (Säljö, 2005).

5.1.3 Proximala utvecklingszonen

Människans naturliga tillstånd innebär att människan ständigt lär och utvecklas (Säljö, 2014b). Vygotskij (2001) lade grunden för idén om den närmaste *proximala utvecklingszonen*, grundat i tankar om att lärandet är en ständig pågående process där ny kunskap kan utvecklas. Proximala utvecklingszonen förklarar Säljö (2014b) som en utvecklingszon där människan är mottaglig för instruktioner och förklaringar för att komma till nästa nivå. När människan behärskar en färdighet är den nära att utveckla nästa nivå och lära sig något nytt. På detta sätt kan nya kunskaper erövras med hjälp av en lärare eller en mer kunnig kamrat som kan bli den som vägleder in i lärande i hur kulturella redskap används.

Bild 3. För att en utveckling ska ske behöver en mer kunnig person utmana eleven precis vid zonen där eleven med stöd kan ta sig till nästa nivå.

Sociokulturellt perspektiv betonar vikten av att synliggöra elevernas kritiska punkter, det vill säga fånga upp elevernas genombrott vid den proximala utvecklingszonen. Den komplexa lärprocessen för att behärska intellektuella och fysiska redskap kan förklaras med hjälp av Vygotskij (2001) fyra olika faser.

1. I den första fasen är intellektuella och fysiska redskapen obekanta för den lärande som saknar kunskap om verktygens användning i sitt sammanhang.
2. I andra fasen används verktygen med handledning tillsammans med en mer erfaren person. Stödet kan också vara skriftliga instruktioner eller andra intellektuella fysiska artefakter som behövs för att klara av uppgiften.
3. I tredje fasen visar den lärande självständighet inför användandet av verktygen och stödet kan minska.
4. I den sista och fjärde fasen kan den lärande behärska redskapen självständigt, samt visar kunskap om när och hur redskapen ska användas.

Sociokulturellt perspektiv har under 2000-talet varit en betydelsefull teoretiskt ansats i utforskande av elever i behov av särskilt stöd (Daniels & Hedegaard, 2011). För speciallärare i matematik innebär det att stödja eleverna i den proximala zonen för att eleverna så småningom ska erövra nytt kunnande och förmågor som de sedan självständigt kan hantera. Denna interventionsstudien tar sin utgångspunkt i ett sociokulturellt perspektiv som kan användas för att utveckla ömsesidig kommunikation i matematiklärande (Ljungblad & Lennerstad, 2012).

För att kunna fånga den proximala utvecklingszonen har Asp Onsjös (2008) begrepp, *öppning* och *stängning* använts. *Stängningen* kan i studien ske om pedagogen och/eller eleven säger eller handlar på ett sådant sätt att kommunikationen avstannar. Vise versa kan *öppningen* ske om pedagogen och/eller eleven bjuder in till dialog där eleven kan erfara något nytt. Dessa *öppningar* i interaktionen mellan elev/elev och lärare/elev är avgörande för elevens ökade förståelse i antalsuppfattning (Asp - Onsjö, 2008).

5.2 Centrala begrepp

Denna interventionsstudie tar utgångspunkt ur ett sociokulturellt perspektiv på undervisning (Vygotskij, 2001; Säljö, 2014a och 2014b) . I centrum står kommunikationen grundat i tanken om att utveckling kräver ständig kommunikation (Säljö, 2014a). I studien är följande teoretiska begrepp centrala i analysprocessen: Mediering, artefakter, proximala utvecklingszonen, modellera samt öppning och stängning.

Mediering är när läraren använder betydelsefulla artefakter som ökar elevens lärande och förståelse i sin undervisning (Säljö, 2014a, 2014b).

Fysiska redskap som hjälper oss att integrera med varandra kallas *artefakter* (Säljö,2014a).

Proximala utvecklingszonen innebär att utmana eleven i den nivå där eleven med stöd kan komma till nästa nivå, det vill säga utvecklas (Vygotskij, 2001).

Modellera innebär att läraren genomför ett moment framför eleven så eleven kan se hur processen kan se ut.

Öppning enligt Asp Onsjö (2008) sker när en dialog möjliggörs så att eleven kan utvecklas i den proximala utvecklingszonen. *Stängning* innebär en avstanning i lärprocessen när eleven inte utvecklas.

6. Metod

6.1 Design av metod

Studien har formats som en fallstudie, där de fyra eleverna representerar fyra olika fall. Yin (2013) förklarar fallstudier som ett eller flera speciella fall, så kallade case. Fallstudier kan bygga på såväl kvantitativa som kvalitativa studier, dock brukar data från fältet alltid ingå (Bryman 2016). Bryman väljer att använda begreppet *exemplifierande fall* för att beskriva fallstudien. Målet med att välja ett exemplifierande fall är att fånga upp vardagliga situationer och beskriva dem. Fallet kan även väljas för att belysa den kategori som de är en del av. Vid exemplifierande fall väljs ett fall ut, antingen för att representera en bredare kategori eller för att forskningsfrågornas kontext kan bevaras med fallet.

Denna fallstudie har som syfte att undersöka fyra fall av elever och se viktiga drag hos eleverna som kan belysa lärarnas arbete med elever som befinner sig i specifika matematiksvårigheter. Fallstudien började inledningsvis med intensiv litteraturgenomgång under vår utbildning som blivande speciallärare i matematik. Därefter formades forskningsfrågor med hypotes att materialet *Numicon* kan vara behjälplig. När problemformuleringen var välformulerad startade arbetet med de fyra deltagande eleverna och hur dessa elever togs sig an och arbetade med materialet (Bryman, 2016). Vi anser att studien således försöker bidra med nya kunskaper för hur en undervisning av hög kvalitet kan utformas för elever i specifika matematiksvårigheter och deras behov

Interventionsmaterialet *Numicon* (Liber, 2018) som är ett taktilt och visuellt laborationsmaterial för att bygga upp antalsuppfattning kom vi i kontakt med under vår utbildning till speciallärare i matematik. Vi fann *Numicon* intressant, då det fanns studier som visade att elever i matematiksvårigheter var behjälpta av en undervisning med *Numicon* (Dalvang, 2006). Då *Numicons* lärarhandledning med bestämda uppgifter följdes och då uppgifterna dels utformades för elever i specifika matematiksvårigheter dels anpassades efter elevernas nivå och behov kan studien enligt Bryman (2016) ses som kvalitativ undervisning. Upplägget tar sin utgångspunkt i barnkonventionen (2009) och vår strävan i att lyssna till elevernas röster med elevens bästa i varje fas av studien.

6.2 Urval av elever

På våra skolor mötte vi som lärare elever som uppvisade specifika matematiksvårigheter, det vill säga svårigheter inom antalsuppfattning. Därför kändes en studie med undersökande karaktär lämplig, för att utforma en undervisning som ökar tillgänglighet till ämnesinnehållet för eleverna inom antalsuppfattning. I diskussion med föräldrar och elever förklarades tanken med interventionsstudien och att deltagarna när som helst under studiens gång kunde avsluta sitt deltagande. Samtliga elever valde att fullfölja hela interventionsstudien. Innan interventionsstudien påbörjades kartlades elevernas kunskaper ur ett didaktiskt fokus.

Både Gustav och Sandra hade genomfört kartläggning med särskolans bedömningsstöd från Skolverket (Skolverket, 2017a, b, c) då bedömningsstödet *Taluppfattning* för årskurs 1–3 (Skolverket, 2018a) visade sig vara för svår. Eleverna kunde endast räkna enkla additions- och subtraktionstal med plockmaterial. Sandra kunde dessutom inte använda sina fingrar för att lösa tal inom 0–5. Gustav däremot använde sig av sina tio fingrar.

Erik och Saga hade kartlagts med *Förstå och använda tal* (McIntosh, 2008). Dessa två elever gjorde dessutom ett enkel aritmetiskt test i början av interventionsstudien. Under vår utbildning till speciallärare i matematik fick vi en uppgift att hitta elever som räknade på fingrarna. Uppgiften innebar att vi skulle intervjua eleverna kring hur de räknar på sina fingrar, för att skapa en djupare didaktisk förståelse kring elever i specifika matematiksvårigheter (se Matematikens grunder, Ljungblad, 2016).

Vid det tillfället filmades elevernas händer när de fick lösa enkla additioner och subtraktioner. Filmerna användes som en utgångspunkt för att se Eriks och Sagas framsteg i interventionsstudien.

6.2.1 Saga

Saga gick i årskurs 9 och var vid interventionsstudien 15 år. Hon var diagnostiserad autism, ADHD och dyskalkyli, på gränsen till akalkyli. Saga började i särskild undervisningsgrupp för elever inom autismspektrum i årskurs 7. Hon fick stödinsatser i ämnet matematik eftersom hon saknade grundläggande antalsuppfattning i talområdet 0–5, det vill säga dela upp talet 5. Däremot kunde Saga mekaniskt addera och subtrahera inom talområde 0–10 med hjälp av sina fingrar, men hade ingen förståelse för antalen 1–10. Saga kunde vid interventionsstudien subitisera talen 1, 2 och 3.

Saga kunde ramsräkna samt ange talen före och efter upp till 100, vilket underlättade för henne vid addition och subtraktion med talet 1. Samtidigt uppvisade hon en ojämn profil, där hon ibland räknade upp från 1 och ibland kunde börja på det tal hon skulle addera med eller subtrahera från. För att lösa additionen 4+2 kunde Saga ibland räkna 1,2,3,4–5,6 och ibland räkna 4–5, 6. Den första varianten innebär en uppräkning från början medans den andra varianten är lite mer effektiv då eleven ställer sig på den största mängden och räknar vidare.

6.2.2 Erik

Under interventionsstudien var Erik 15 år och gick i årskurs 9. Han var normalbegåvad och diagnostiserad autism och dyskalkyli. Erik började i särskild undervisningsgrupp för elever inom autismspektrum i årskurs 7. Han behövde stödinsatser i ämnet matematik eftersom han saknade grundläggande antalsuppfattning i talområdet 0–10, samt hade svårt att räkna bakåt på tallinjen.

Erik var, när han började delta i interventionsstudien mycket avogt inställd till matematik och var synnerligen medveten om att han presterade sämre än sina klasskamrater. Erik fick sin dyskalkylidiagnos i slutet av årskurs 8. Efter det fick han en mer positiv bild av matematik, troligtvis för att han förstod anledningen till matematiksvårigheterna. Erik använde sig av upp och ner räkning på fingrarna som främsta metod, vilket medförde att han endast klarade av talområdet noll till tio.

6.2.3 Sandra

Sandra gick i årskurs 3 och var vid interventionsstudien 10 år gammal. Hon var fåordig och uttryckte sig med enstaka ord eller i korta meningar. Psykologutredning visade på en lindrig utvecklingsstörning och hon undervisades enligt grundsärskolans läroplan. Sandra var integrerad i en vanlig klass på grundskolan tillsammans med Gustav.

Sandra behövde stödinsatser i samtliga skolämnen. I ämnet matematik låg hon inte åldersadekvat och saknade grundläggande antalsuppfattning. Sandra kunde, i början på studien, känna igen Numiconblocken 1–10. Hon kunde inte femmans talkamrater, det vill säga dela upp talet 5 inom addition och subtraktion. Sandra saknade förståelse för att varje finger symboliserar ett tal vid fingerräkning och att handens 5 fingrar symboliserar talet 5. Hon kunde vid interventionsstudiens början subitisera antalet 3. För att lösa enkla matematikuppgifter inom talområde 0–10 använde Sandra redan innan studien *Numicons* talbrickor som plockmaterial. Sandra hade dock inte fått möta *Numicon* som ett genomtänkt interventionsmaterial innan studien.

6.2.4 Gustav

Gustav var under interventionsstudien 10 år gammal och gick i årskurs 3. Han hade utretts och fått en diagnos inom autismspektrum. Vid en tidigare psykologisk utredning framkom att Gustav hade låg begåvningsprofil. Gustavs vältalighet gjorde att psykologen väntade med vidare undersökningar. Gustav var integrerad i en vanlig klass på grundskolan.

Han uppvisade svårigheter i samtliga skolämnen. När det gällde matematikundervisningen behövde Gustav stödinsatser eftersom han saknade grundläggande antalsuppfattning och inte låg på åldersadekvat nivå. I början på studien kunde Gustav femmans talkamrater, det vill säga vilka antal som tillsammans blir 5, som exempelvis 4+1=5, 3+2=5 och så vidare. När interventionsstudien började kunde Gustav inte räkna addition och subtraktion i talområdet 0–10 utan stöd, dock kunde han talet som kommer före och efter upp till talet 11. Vidare kunde han enbart uppfatta två föremål utan att räkna och visade dessutom stora svårigheter i att uppfatta mönster och placera enkla pusselbitar i varandra. Gustav var innan studien började lite bekant med *Numicons* talbrickor som han använde som plockmaterial. Det innebar således att *Numicon* inte hade använts som ett genomtänkt interventionsmaterial som eleven fått möta.

6.3 Datainsamling/ Videofilmning

Både Wibeck (2010) och Bjørndal (2002) lyfter fram flera fördelar med videofilmning som dokumentation. Videofilmning fångar upp den icke verbala kommunikationen, samt hjälper till att skilja på deltagarna. Tidigt insåg vi att videofilmning av interventionsstudien i undervisningen var att föredra, eftersom vi då aktivt kunde delta i interventionsstudien samtidigt som elevernas eventuella framsteg fångades upp. Videofilmningen gav oss möjlighet att i efterhand studera filmerna och kartlägga elevernas eventuella framsteg. Interventionsstudien pågick läsåret 17/18.

För att undanröja störande moment som till exempel andra personers inblandning valdes lokaler med omsorg. Lillian valde att hålla interventionslektioner i fritidsrummet på vindsvåningen, eftersom den inte nyttjades under lektionstid. Sairah höll sina interventionslektioner i elevernas hemklassrum, då klassrummet stod tomt efter skoltid, 2 gånger per vecka. Lillian kunde genomföra sin interventionsstudie under en ordinarie matematiklektion varje vecka, medan Sairah fick hitta tillfälle utanför den ordinarie undervisningen då interventionsstudien inte ingick i hennes arbetsuppgift.

Varaktighet	Lärare	Antal lektioner	Antal minuter lektion
2017-2018	Lillian	21	40
2018	Sairah	17	40

Tabell 1. Sammanställning av antal lektioner och deras längd.

Wibeck (2010) och Bjørndal (2002) betonar att videokamera fångar upp mycket men dock ej allt. Kameras placering i rummet har en avgörande roll för vad som kommer att observeras. Lillian placerade videokameran på ett bordsstativ som var placerad något högre än bordet, eleverna arbetade vid. Kameran riktades ned mot ett stort runt bord som Lillian och eleverna satt runt. Lillian satt mitt framför kameran och hennes elever Erik och Saga satt på var sin sida om henne. Kameran var riktad så att bordsskivan tydligt syntes. På så sätt syntes elevernas arbete med Numiconmaterialet tydligt. Nackdelen med kamerans placering var att det ibland var svårt att se elevernas ansiktsuttryck.

Sairahs elever Gustav och Sandra satt bredvid varandra vid filmningen och läraren Sairah satt mittemot sina elever. Kameran placerades snett framför eleverna så att de kunde filmas framifrån samtidigt som Sairah kunde ses från sidan. På så sätt kunde både elevernas ansiktsuttryck och deras arbete med Numiconmaterialet följas. Nackdelen med kamerans placering var att det ibland var svårt att se hur Gustav arbetade med materialet, eftersom Sandra kunde skymma honom då Sandra satt närmast kameran.

Nedslagen i filmerna kan skiljas i detta arbete med nedanstående initialer.

(*L.G* V.1) video 1 Lillian. *(S.H V.1)* video 1 Sairah

6.3.1 Genomförande av fallstudie

Undervisningen med *Numicon* formades utifrån *Numicons* lärarhandledning. Övningarna i första delen av studien handlade om att lära känna *Numicon* samt *Numicons* användningsområden. Därefter började ett intensivt arbete med att öka elevernas antalsuppfattning, genom att eleverna kunde ta till sig matematiken både taktilt och visuellt i arbete med *Numicon.*

Två tal som tillsammans bildar en helhet kallas för talkamrater. Under arbetet med talkamrater användes flera olika metoder. Eleverna hade varsin vit bricka framför sig. Vid arbete med helhet och delar fick eleverna laborera med hela tal för att upptäcka delar som tillsammans återigen bildade det hela talet, till exempel 10= 4+_ och 10= 6+_. Neuman (1993) visar utifrån sina studiers resultat att det är en bra utgångspunkt att arbeta med som nybörjare. Eleverna fick själva välja strategier för att komma fram till lösningen.

Vid arbete med *Numicontärningarna* slogs tre tärningar i taget. En av tärningarna bestod endast av subtraktion- och additionstecken. De två andra kunde antigen bestå av tal mellan 0–5 eller 5–10 beroende på svårighetsgraden. Här övades eleverna i att addera och subtrahera.

Vid användningen av hemliga påsen lades talblock ner i påsen. Därefter skulle eleven i början av studien endast taktilt känna och berätta vilket tal som finns i elevens hand utan att titta. När eleven kände sig säker och taktilt kunde identifiera talblocken ökades svårighetsnivån. Eleverna fick först berätta vilket antal de hade i handen för att sedan finna dess talkamrat för en given helhet. Till exempel om helheten var 10 och eleven plockade upp talblock 7, fick eleven berätta att talkamraten för 7 är 3. Detta var bara några exempel på olika aktiviteter som ingår i interventionsstudien *Numicon.*

6.4 Bearbetning och analys av data

Transkriberingen skedde utifrån Wibeck (2010) *Analys utan fullständig transkription.* Det medför att en sammanfattning av det som är viktigast i filmerna kommer att ske. Därutöver riktas sökljuset mot skeenden när eleverna befinner sig i den proximala utvecklingszonen vilket sker med hjälp av Asp Onsjös (2008) analytiska verktyg *öppnar* och *stänger*.

Bearbetning av den insamlade empirin och analysprocessen kan delas in i fem faser.

- Första fasen sitter var för sig och söker med ett öppet utforskande förhållningssätt efter en första bild av hur eleverna tar sig an materialet.
- I andra fasen transkriberas de egna filmerna i detalj, där dialogerna skrivs ner. Dessutom antecknas hur eleverna arbetar med materialet *Numicon.*
- Tredje fasen innebär en första analys av den egna insamlade empirin. Med hjälp av begreppsapparaten *öppnar* och *stänger* (jfr Asp Onsjö, 2008) riktas sökljuset mot olika skeenden i undervisningen. När en öppning sker innebär det att eleven hanterar *Numicon* mer självständigt än tidigare.
- I fjärde fasen byts analyserna med varandra. I denna fas studerar vi även med ett öppet utforskande varandras empiri.
- Femte fasen innebär att en gemensam analys görs utifrån alla insamlade data.

6.5 Reliabilitet och validitet av studien

Validitet förklaras enligt Hartman (2003) att forskningens material (empirin, data) har relevans till forskningens syfte. Vi har tittat på varandras filmer för att undvika risken med att bli hemmablinda. Genom att analysera filmerna tillsammans höjdes validiteten. När ovannämnda fem steg för analys av resultatet följts, anses validitet för interventionsstudien vara täckt (Hartman, 2003). Vi anser att validiteten för vår studie är hög då resultaten svarar på problemformulerings frågor. Vidare besvaras studiens syfte både vad gäller avgränsning men också djup.

Reliabilitet innebär enligt Hartman (2003) att den insamlade empirin eller data är pålitlig och tydlig. Eftersom resultatet inte utgör analysenheter eller har en avgörande betydelse utan bara representerar ett urval i vår studie för elever i specifika matematiksvårigheter kan inga generella slutsatser dras. Därför anser vi att reliabilitet kan anses vara låg. Våra elever jämfördes inte som varandras ytterligheter, det vill säga låg på samma kunskapsnivå. Dock framkom jämförelse i slutskeenden då elevernas framgång i analysprocessen jämfördes med varandra för att kunna jämföra teorierna mot resultat. Skulle studien göras om är det inte heller troligt att vi skulle få samma resultat då vi endast har fyra elever i vår studie. För att reliabilitet ska anses vara hög ska studien ha genomförts med hundratals elever på olika orter (Bryman, 2016).

6.6 Etiska övervägande

Studien formulerades noggrant utifrån forskningsetiska råden från Vetenskapsrådet (2011).

6.6.1 Informanter i studien

En viktig del i forskningsetik handlar om hur de som medverkar i forskningen ska behandlas. Forskningen ska genomföras med respekt för mänskligt värde. De medverkande ska i den största utsträckning som möjligt skyddas från att bli kränkta eller få skador i samband med att de medverkar i forskningen. Eleverna, området och skola i studien har anonymiserats (Vetenskapsrådet, 2011). Eleverna som deltar i studien har exempelvis fått fiktiva namn. Vårdnadshavare till samtliga elever blev enskilt inbjudna till skolan för att bli informerade om studien samt studiens syfte. Även eleven blev tillfrågad om hen ville delta i studien och tackade ja. Dessutom förtydligade vi för vårdnadshavare och deltagande elever att de när som helst kunde avsluta sitt deltagande. Alla fyra eleverna fullföljde hela interventionsstudien. Efter föräldrarnas och elevernas positiva respons, ansåg vi att Vetenskapsrådets (2011) etiska krav för en studie uppfyllts.

Sargeant och Harcourt (2012) betonar att forskning med barn kräver ständiga reflektioner där den egna påverkan på eleverna övervägs. Belöningen i studien påverkar barnets beteende, det vill säga att risken finns att barnet agerar som det tror att den vuxne vill att den ska agera. Det är viktigt att vara medveten om de olika rollerna som lärare och forskare. Det är en fördel att känna informanterna samtidigt som det vidgade perspektivet riskeras att förloras i studien. Innan uppsatsen publiceras kommer både Lillian och Sairah skicka hem den till samtliga elever för att involvera dem i resultatet och ge dem chansen att tycka till. Sargeant och Harcourt framhäver vikten av att involvera barnen under hela studien. Forskaren behöver vara uppmärksam på barnens medverkan, samt möta dem på deras nivå, uppmärksamma deras humör och avsluta studien när de inte längre vill delta.

6.6.2 Forskningskriterier

Inom forskningsvetenskap har den amerikanske sociologen Robert Merton lagt grund för fyra principer att hålla sig efter som haft stor betydelse inom forskningsetiska diskussioner. Principer förkortas CUDOS-kraven (Merton, 1973; Vetenskapsrådet, 2011).

- C står för *Communism* vilket innebär att forskningssamhället och övriga ska få ta del av resultatet. Nya kunskaper i forskningen ska inte döljas.
- U - *Universalism* medför krav på att vetenskapligt arbete endast får bedömas med utgångspunkt för de vetenskapliga kriterierna.
- D - *Disintrerestedness* innebär att forskningens syfte endast ska vara att bidra med ny kunskap.
- OS - *Organized Scepticism* står för att forskaren ska vara kritiskt granskande samt försiktig med att göra snabba slutsatser. Forskaren ska vänta tills det finns tillräckligt med empiri att kunna göra en slutsats.

Vi anser att vi har följt Mertons (1973) fyra forskningskriterier för vår interventionsstudie, då vårt syfte med studien är att finna ny kunskap och dela den med lärare som arbetar med elever i specifika matematiksvårigheter inom området antalsuppfattning. I denna studie går det att vara kritisk mot det sista kriteriet att vi måste ha tillräckligt mycket empiri för att kunna göra en bedömning. Därför kommer studien inte göra några generella slutsatser då resultatet inte kan generaliseras.

6.6.3 Hanteringen av empirin

Vetenskapsrådets (2011) etiska krav övervägdes innan videospelning valdes som metod, eftersom de betonar att videoinspelning kan inkräkta på informantens integritet och privatliv då de kan identifieras. Videofilmningen ska endast användas som metod när inte andra datainsamlingsmetoder för att samla in samma information kan användas. Den insamlade empirin skall endast användas i vetenskapligt syftet, vilket innebär att materialet inte får användas i undervisningssyfte eller kommersiellt syfte. Vi har följt ovannämnda riktlinjer från vetenskapsrådet för insamling av vår empiri. Videofilmerna har bevarats på Sairah och Lillians datorer och kommer raderas efter interventionsstudien enligt elevernas och föräldrarnas önskemål.

6.7 Arbetsfördelning

Arbetet fördelades jämt, där delar som krävde gemensamt arbete gjordes ihop. Genomgången av vår empiri påbörjades med att samtliga filmer sågs igenom och transkriberades på egen hand. Därefter analyserades den egna undervisningen för att slutligen gemensamt gå igenom empirin.

Lillian har skrivit inledning och tidigare forskning. Sairah har skrivit teorikapitlet och stora delar av metodkapitlet, undantag de delar som gäller Lillians elever. Lillian har sammanställt den insamlade empirin gällande Saga och Erik, medan Sairah har sammanställt empirin för Gustav och Sandra. Bakgrund, syfte, resultat och diskussion har skrivits ihop. I resultatkapitlet har varje elevs tre olika faser skrivits enskilt, det vill säga Sairah har skrivit om Gustav och Sandra medan Lillian har skrivit om Saga och Erik.

7. Resultat

I resultatet presenteras en övergripande bild och en gemensam analys av fallstudierna.

I resultatkapitlet kommer de enskilda eleverna presenteras genom att ge inblick i tre nedslag i deras utveckling över tid. Tre olika faser kommer således att kunna urskiljas.

- Fas 1 visar hur eleven tar sig an *Numicon*.
- Fas 2 belyser fördjupat arbete halvvägs in i interventionsstudien.
- Fas 3 åskådliggör i den avslutande delen av interventionsstudien, elevens nyvunna kunskaper inom antalsuppfattning.

Fokus under empirins genomgång har legat på att upptäcka under vilka omständigheter *öppning* och *stängning* har skett. *Öppning* kan i vår interventionsstudie innebära att eleven visar framgång och hanterar antal på ett nytt än vad vi tidigare sett. *Stängning* kan innebära att eleven tappar fokus i den aktuella uppgiften, blir frustrerad eller börjar fingerräkna.

En aspekt som behöver förtydligas är att elevernas arbete tillsammans med Lillian och Sairah har skett parvis, vilket betyder att eleverna svarat på frågor i tur och ordning. Slutligen görs i kapitlets sista del en generell analys över elevernas nyvunna kunskaper.

7.1 Interventionsstudie

I inledningen av interventionsstudien lades ett grundligt arbete på att lära känna *Numicons* talblock. Den inledande fasen handlade om att eleven skulle kunna koppla rätt färg med rätt antal samt lära känna mönstren på talblocken.

7.1.1 Fas 1. Interventionsmaterialet *Numicon* introduceras för Saga

Vid början av undervisningen med *Numicon* hade Saga ingen förståelse för att varje färg på talblocket visade ett särskilt antal, utan hon behövde räkna hålen i brickan, det vill säga, hon räknade upp från början (jfr Neuman 2013). Dessutom visade Saga ingen förståelse för att *Numicon* kunde användas som ett hjälpmedel för att uppfatta antal. Detta ledde till att hon blev frustrerad och inte ville använda sig av materialet. Vid andra lektionstillfället med *Numicon* verkar Saga inte känna sig bekväm med att använda *Numicon.*

11:28	Saga skall bygga talet 7 med hjälp av 2 andra *Numicon* talblock. Lillian modellerar att ett antal kan byggas upp av 2 mindre antal.
Lillian –	Om jag skall bygga en 8: a, här har jag 8, då kan jag ta en 6: a och en 2: a. De är lika stora, så 6+2 är samma sak som 8. Lillian följer konturerna på 8:ans talblock och 6+2:s talblock för att förtydliga att de ser lika stora ut.
Saga –	Nej, jag skippar det här och går hem.
Lillian	-Jag hjälper dig.
13:07	Lillian tar talblock 7 och lägger på Sagas bricka för att använda som mall. Sedan ger hon Saga talblock 5.
Lillian –	Du skall bygga så att det blir lika mycket som 7 och de ser likadana ut. Saga lägger till talblock 1. Lillian lägger till ännu en 1: a och lägger talblock 7 ovanpå.
Lillian –	Ser du att de ser likadana ut?
13:14	Saga gömmer ansiktet i händerna.
Saga –	Jag fattar ingenting!

13:31 Lillian lägger nu talblock 6 på Sagas bricka.

Lillian – Kan du bygga en 7: a med hjälp av den?
Saga tittar ner.

Saga – Jag vill inte mera. Nej jag vill gå hem. Och äta choklad.

Lillian – Hur skall du göra för att de skall se likadana ut? säger hon med lägre tonfall.

13:40 Lillian tar och lägger 7:ans talblock ovanpå 6:ans talblock, för att sedan lägga talblocket bredvid.

Lillian – Var fattas det någonstans? säger hon med ljusare röst.

13:45 Saga tar 7:ans talblock och lägger det ovanpå 6:ans talblock.

Saga – Där! Det fattas en. (L.G: V:2)

Under arbetet med att lära känna materialet *Numicon* och dess kombination med färg och antal sker det två stängningar då Saga är beredd att ge upp och gå hem. Lillian väljer vid detta tillfället att istället vägleda Saga vidare genom uppgiften. Vid det andra tillfället (13.31) när eleven vill gå hem och äta choklad framträder lärarens pedagogiska taktfullhet som betydelsefull när hon försiktigt sänker sitt tonfall (Ljungblad, 2016). Elevens meningsskapande avstannar inte utan hon fortsätter arbeta. En öppning sker för Saga (13:45) då hon självmant plockar 7:ans talblock. Hon tar 7:ans talblock och lägger den ovanpå 6:ans talblock. Detta hjälper henne att se det tomma hålet vilket blir visuellt tydligt.

7.1.2 Fas 2. Fördjupat arbete med *Numicon* för Saga

Erik och Saga sitter mittemot varandra med varsin bricka framför sig. Mellan sig har de lådan med alla *Numicon* talblock. Saga visade under interventionsstudien att det var svårt att skifta mellan addition och subtraktion under arbetes gång. Under lektionens början hade fokus legat på addition. Efter ett tag när Lillian ändrade fokus från addition till subtraktion kunde Saga inte härleda tidigare kunskaper till en ny situation och behövde återigen modellering för att komma igång. Följande skeende visar hur Lillian hela tiden behöver vägleda Saga fram till en lösning.

20:04 Lillian har nu gått över till subtraktion. Hon skriver upp 4–3 på en liten whiteboardtavla och ber Saga att tala om vad 4–3 blir. När Saga tvekar uppmanar hon henne att ta 4:ans *Numicon* talblock.

Saga – Nej men vänta lite...fyra...två!

20:36 Saga tittar på Lillian för att få bekräftelse.

Lillian – Ta en fyra.

Saga – Men för helvetes, fel.

20:42 Saga sträcker sig efter en fyra.

Lillian – Å så lägger du en trea ovanpå, för det skall du ta bort.

20:46 Saga tar en 3: a och lägger den frustrerat ovanför 4:ans talblock.

Lillian – Nej, du skall lägga den ovanpå talblocket.

Saga – Det gör jag.

Lillian – Hur mycket är det då?

Saga – 1! (lite irriterat) (L.G: V:13)

Detta skeende visar att det var mödosamt för Saga att ändra sitt räknesätt från addition till subtraktion. En stängning sker (20:36) då Saga väljer bort *Numicon* materialet och börjar gissa vad talet 4–3 blir. När Lillian instruerar Saga steg för steg hur hon ska använda talblocken i subtraktion för att komma fram till rätt svar, visar Saga frustration över detta tillvägagångsätt. Resultatet visar att Saga har lättare att arbeta med addition än subtraktion

7.1.3 Fas 3: Sagas nyvunna kunskaper

I slutet på interventionsstudien gör Saga framsteg även om antalsuppfattningen växlar från gång till gång. Vid de tillfällen Saga har hundraprocentigt fokus på arbetsgången blir det ansträngande att hålla allt i minnet. Exemplet här nedan visar en arbetsprocess där Saga har flyt i sitt arbete men plötsligt inte kan koppla 7 till rätt talblock utan tar stöd av *Numicons* tallinje för att underlätta arbetet.

10:10	Erik och Saga har talblock 10 liggande på sin bricka. Lillian ber Erik och Saga att plocka till sig talblock 6 och lägga det på sin bricka. Hon skriver 6 + _=10 på en liten whitebordtavla.
Lillian	– Vad fattas för att det skall bli 10?
10:28	Saga tar talblock 6 och lägger det ovanpå talblock 10.
Saga	– 4.
Lillian	– Bra. Då lägger du till en 4...
15:30	Erik har innan visat att 6+2=8. Nu uppmanas Saga och Erik att bygga 16. Saga tittar på *Numicon*- tallinjen för att se hur 16 ser ut, innan hon plockar till sig en 10: a och en 6: a.
Lillian	– Nu har ni 16. Vad behöver ni addera för att ni skall få 18?
15:58	Saga plockar till sig 2:ans talblock och lägger det ovanför 6:an på sin bricka.
	(se bild 4 i bilaga 2.)
Lillian	– En 2: a ja...
24:48	Lillian ber Saga och Erik att lägga talblock 7 bredvid talblock 10 som redan ligger på brickan. Saga tittar på *Numicons* tallinjen, för att se hur en 7: a ser ut. Sedan plockar hon till sig en 7: a och lägger den på sin bricka, snett nedanför 10:an. Lillian modellerar att det är lättare att jämföra om 7:an ligger jäms med 10:an. Lillian skriver 7 + _ = 10 på whiteboarden.
Lillian	– Vad fattas om du har en 7: a och du skall bygga talet 10?
Saga	– 3 svarar hon blixtsnabbt.
Lillian	– Bra. Då tar du en 3: a och lägger till 7:an, så att det blir 10.
27:10	Lillian – Nu skall du Saga, få en som blir mer än 10. Lägg 14 på era brickor. Ta bort alla talblock utom 10. Vad behöver du för att få 14?
27:45	Saga plockar sjungande till sig talblock 4 och lägger det ovanför 10:ans. (L.G: V:15)

I slutet på interventionsstudien kom det efterlängtade genombrottet/öppningen då Saga från att inte kunnat koppla sina talblock till rätt antal, lyckas svara på frågan, utan att räkna på vare sig hål eller piggar på brickan. Talet som Saga löser är 6+_ = 10. Saga tar 6ans talblock och lägger den på 10:ans talblock och säger blixtsnabbt att svaret är 4. Dock syns det tydligt att Saga behöver mer tid på sig att befästa sina kunskaper. När abstraktionsnivån höjs sker en stängning så Saga blir tvungen att använda *Numicons* tallinje som stöd för att komma ihåg hur talblock 7 ser ut. Sammantaget visar interventionsstudien att Saga fått en viss förtrogenhet med materialet och lättare kan laborera och räkna med talblocken.

7.1.4 Interventionsmaterialet *Numicon* introduceras för Erik

I inledningsfasen av interventionsstudien lärde sig Erik snabbt att känna igen färgerna på talblocken och hur man använde det sökta talet som modell att jämföra med. Erik och Saga skall bygga talkombinationen 6. De blir uppmanade att bygga alla talpar som blir 6. Erik plockar snabbt till sig talblock 6 för att ha som jämförelse.

7:55 Lillian – Finns det något annat än 4+2 som blir 6?

Erik – Jaa.

Erik plockar till sig 2 stycken talblock 3.

Lillian – Vad har du fått nu, Erik?

Erik – 6.

Lillian – Ja, vad har du?

Lillian hinner inte ställa hela frågan, innan Erik svarar.

Erik – 3+3.

Lillian – Ja. Finns det något mer sätt att få talet 6?

Erik – 2+2+2.

Lillian – Men om du bara skall använda 2 tal, ett talpar?

Erik – Nej, jag kan inte komma på något.

Lillian – Det finns ett till sätt. Vad har ni använt för tal?
Lillian räknar upp de tal som använts, samtidigt som hon pekar ut dem på brickan.

9:35 Lillian – Vilka tal har ni inte använt som är lägre än 6?
Erik tittar på *Numicons* tallinjen och lägger efter en viss betänketid en 5: a och en 1: a.

10:10 Erik – Kolla vad jag kom på! (med glad, ljus röst). (L.G:V:5)

Materialet *Numicon* bjuder in och öppnar upp för nya möjliga lösningar att analysera och laborera med antal. I dialog med läraren kan Erik pröva nya varianter och han funderar och laborerar och hittar olika varianter och kommer slutligen fram till ytterligare en lösning. Vid detta tillfälle blir det tydligt att Numicon som artefakt stödjer Eriks abstraktionsförmåga att hantera antal.

7.1.5 Fas 2 Fördjupat arbete med *Numicon* för Erik

En bit in i studien arbetade Lillian med kommunikativa lagen, som säger att a+b = b+a, för att öka Eriks och Sagas antalsuppfattning.

4:40 Lillian – Nu skall ni få bygga några olika kombinationer.
Lillian skriver upp ett tal på mini-whiteboarden. Erik sneglar på vad hon skriver och ser att hon skrivit 3+2.

Erik - Oj, oj,oj vilket svårt tal, (lite tillgjort).
Lillian håller upp whiteboarden Erik lägger snabbt talet, medan Saga behöver mer hjälp.

Erik – Okey, okey, I know this shit...
Lillian ber dem lägga 2+3.

Erik – Men det blir ju exakt samma...

Lillian skriver upp 2 + __ = 5 på whiteboarden.

Erik (Höjer rösten lite) – Det här börjar bli väldigt tråkigt. Du tar bara samma tal. Om man vet att tal inom plus är exakt samma, även om man vänder på dem...

9:00 Lillian - 4+3 vad blir det? Lägg 4+3.

Erik – 5.

Lillian – Lägg 4 +3, (uppmanande).

Erik suckar och visar med sitt minspråk att han är irriterad, men plockar till sig talblock 4 och 3.
Lillian skriver ner 3+4

Erik – Vi vet redan att. (Lite skarpare) Fröken, kära lärare, vi vet redan att hur man vänder på det, inom plus och minus så att det blir exakt samma saker. Vi är inte helt efterblivna!...

24:05 Erik och Saga har fått lägga 5 + 2. Lillian skriver nu 5 + 12 på whiteborden.

Lillian – Vad blir 5+12?

Erik (Gör segergesten med armarna) – Oh ja, yes, 17. (L.G: V:8)

Inledningsvis tappar Erik intresse och fokus i situationer när Lillian presenterar för lätta arbetsuppgifter. Lillian improviserar och anpassar arbetsuppgifterna för både Erik och Saga. När han visar frustration ser uppgiften ut att vara för lätt, vilket han också tydlig uttrycker. Samtidigt förtydligar Erik att han förstår den kommutativa lagen när han fäller kommentarer *vi är inte helt efterblivna*. I slutet av detta lektionstillfället (24.05) sker en öppning när Erik kan generalisera sina kunskaper från en enklare operation 5+2 till 5+12. Det kan utifrån analysmetoden förstås som att *Numicon* stödjer och underlättar för att som först fått 5+2 visualiserat för sig och därefter kan härleda 5+12.

7.1.6 Fas 3 Eriks nyvunna kunskaper

Längre in på studien är det tydlig att Erik befäst talkamraterna 1–10, då han visar på en djupare antalsförståelse. Exemplet nedan synliggör hur Erik är kreativ när han skulle lösa tal inom 10-ans talkamrater.

2:02 Erik och Saga skall lägga alla 10-kamrater de kan.

Erik – Hur många får man använda?

Lillian – Du får använda alla, för du skall lägga 10 på så många sätt du kan.
Erik börjar entusiastiskt lägga ut tiokamrater med *Numicon* talblock.

2:20 Lillian – Du kommer ihåg att jag gjorde motsatsen också. Kommer du ihåg det?
Erik fortsätter glatt att lägga 10-ans talkamrater. Till slut har han fyllt halva brickan.

2:40 Erik – Kolla här alltså.
Erik lägger nu en kombination med 3 talblock.

2:50 Lillian – Du skall bara använda 2 talblock.

Erik – Va!

Lillian – Du skall lägga 10-kamrater.
Erik lägger den sista kombinationen av 10-kompisar och vänder på brickan så att Lillian skall se alla hans kombinationer. (se bild 5 i bilaga 2) (L.G: V:19)

Detta exempel visar att interventionsstudien varit framgångsrik för Eriks utveckling av antalsuppfattning 1–10 då han visar en djupare förståelse för antalens uppdelning. Vid ett kritiskt moment (2:50) hade en stängning kunnat ske då Lillian inte hinner uppfatta och ta fasta på Eriks vidgade kunskaper, utan insisterar på att han endast ska använda två talblock för att finna ett svar. Samtidigt visar den fördjupade analysen att Erik använder sig av analysmetoden som innebär att han kan analysera och söka efter delar för att få antalet när han kan kombinera 3 talblock för att få talet 10 fast Lillian egentligen är ute efter 2 talblock.

7.1.7 Interventionsmaterialet *Numicon* introduceras för Sandra

Sandra har sedan tidigare arbetat med *Numicons* talblock som hjälpmedel för att lösa enkla additions- och subtraktionsuppgifter i sin matematikbok. Sandra kan när interventionsstudien börjar, plocka och kombinera rätt färg till rätt antal. För att öka förståelse för ett visst antal användes hemliga påsen där Sandra fick känna efter *Numicons* talbrickor taktilt som ligger gömda i påsen.

17:55 Sairah tar fram hemliga påsen, där hon lägger talblock 1, 3 och 5. Därefter ber hon Sandra plocka fram ett visst talblock med hjälp av känseln och tala om vad hon tar fram.
Sairah- – Du får inte titta, men du får känna. Vill du använda en hand eller två?
Sandra – Två händer.

18:03 Sandra stoppar ner båda händerna i påsen och känner sedan efter vilket talblock hon har i handen.

Sairah – Ta bara fram ett talblock, du får bara ta ett talblock.

18:07 Sandra börjar att ta fram det talblocket hon har valt.

Sairah – Nej, du får inte ta fram, håll den. Har du valt ut den?

Sandra – Ja.

Sairah – Kan du känna på den?

18:33 Sandra nickar instämmande.

Sairah – Kan du berätta för mig vad det är för tal?

Sandra – 3.

Sairah – 3. Hur vet du att det är 3?

18:43 Sandra ser ut att fundera, men säger ingenting.

Sairah – Kan du berätta hur du vet att det är en trea? Vad är det du känner på? Känner du på sidorna, eller hålen?

Sandra – I hålen.

Sairah – Ska vi ta ut och kolla?

18:50 Sandra nickar och tar ut det talblock hon har valt ut. Det visar sig vara 5ans talblock.

Sandra kan direkt se vilket talblock det är.

Sandra – 5 (S.H.V:1)

Sandra lärde sig efter modellering snabbt att taktilt känna hur många hål talblocken har. Detta kan urskiljas från exemplet ovan då Sandra får lära sig att känna efter hålen på ett talblock för att veta vilket antal det handlar om. Sandra visar snabbt en god förståelse för sambandet mellan färg och talblockens antal och behöver sällan räkna vilket talblock hon ser framför sig, eftersom hon innan interventionsstudien arbetade med materialet. Tack vare att Sandra redan var bekant med *Numicon* sker i början av interventionsstudien få stängningar och arbetet flyter på.

7.1.8 Fas 2: Fördjupat arbete med *Numicon* för Sandra

Efter ett par tillfällen fortsatte arbetet med att se delar och helheter inom talområdet 1–5. I nästa skeende ligger talblocken 1–5 framför Sandra. När Sairah uppmanar Sandra att para ihop 5:ans talkamrater kunde Sandra lätt para ihop kombination med varandra. När Sairah sedan tar bort alla talblock från Sandra och bara lämnade kvar 5:ans talblock som mall blev det svårare.

03:25 Sairah – Nu gömmer jag alla dina talblock och så säger du till vilket talblock du ska ha för att få talkamraten 5.
– Jag kommer ge dig en siffra nu så berättar du för mig vem som är talkamrat med 5?
– Här Sandra får du en 4 av mig.

03:34 Sandra tar 4:an och lägger den bredvid sin 5: a som hon har på brickan.

Sairah – 4 plus något ska bli 5.

03:40 Sandra funderar en stund och lägger sina fingrar på det tomma piggarna. (se bild 6 bilaga 2)

Sandra – 3.

03:44	Sairah ger Sandra 3:ans talblock.
Sairah – Prova	!
03: 45	Sandra lägger 3:ans talblock ovanför 4:ans och räknar alla hålen från början och skakar sedan på huvudet
Sandra –	Nej.
Sairah	– Det gick inte, prova igen!
Sandra	– 1.
Sairah –	Varsågod. Hur kom du på att det var 1?
03:53	Sandra är tyst en stund.
Sandra –	4+1 är 5.
Sairah	– Jaaa 4+1 är 5.
08:17	Sairah fortsätter med en liknande uppgift. Den här gången får Sandra 2:ans talblock.
Sairah – Du	har en 2: a nu vad behöver du för att det ska bli 5?
08:32	Sandra svarar väldigt snabbt med övertygelse.
Sandra	– 4.
08:43	Sandra lägger 4an ovanför 2an och räknar antal hål.
Sandra	– Nej.
Sairah –	Stämmer inte.
08:44	Nu modellerar Sairah.
Sairah –	Sandra vet du vad du ska göra? Lägg den ovanpå 5:ans talblock och sedan kommer du se vem som är talkamrat med 2.
08:51	Sandra lägger 2:ans talblock ovanpå 5:an och svarar snabbt utan att räkna.
Sandra	– 3.
Sairah – Bra	!

(S.H.V:4)

Tidigt inser Sairah att Sandra endast har lärt sig att kombinera talblock 4 med 1 och 2 med 3 utan djupare förståelse. När talblocken inte finns framför henne sker en stängning då hon inte kan lösa uppgiften, utan gissar. Sairah modellerar hur talblocken kan användas som mall, genom att lägga 2:ans talblock på 5:an för att se de tre tomma hålen. I slutet på exemplet (08:51) sker en öppning för Sandra då hon använde sig av denna metod.

7.1.9 Fas 3: Sandras nyvunna kunskaper

Första lektionen efter sommaruppehåll testar Sairah vad Sandra kan. Då Sandra gillar att arbeta med hemliga påsen där hon ofta har tränat på helheter och delar väljer Sairah att arbeta med den metoden hon är mest bekant med, det vill säga plocka ett talblock från påsen och ange talkamraten.

11:25 Sairah	– Kan du ta ut ett tal från den hemliga påsen och berätta för mig vad du har i handen
	Sandra tar ut talet 10
Sairah	– Vem är kompis med 10 för att det ska bli 10?
Sandra	– 0.
Sairah	– Ja.
	Sandra stoppar i sina händer i den hemliga påsen och tar ut talblock 6.
Sairah	– Vem är talkamrat med 6?

12:13	Sandra tar en lång paus men finner ingen strategi att lösa uppgiften. Sandra får 10:ans talblock bredvid sig för att se de tomma hålen. Hon lägger 6:ans talblock på 10 och svarar snabbt.
Sandra –	4. (S.H: V:35)

När Sandra inte finner några strategier för att ta reda på vem 6:ans talkamrat är sker en stängning. Öppning sker när Sairah påminner att man kan lägga delen på helheten, för att se vad som fattas. Sandra kan även se svaret direkt om den sökta delen inte är större än 4, till exempel 6 +_ = 10. Efter sommaruppehållet kan Sandra fortfarande subitisera tal upp till 4. Dock uppvisar Sandra svårigheter att härleda sina kunskaper från *Numicons* talblock och hennes kunskaper är bundna till den fysiska artefakten.

7.1.10 Interventionsmaterialet *Numicon* introduceras för Gustav

Gustav kan vid studiens start kombinera talblock med rätt siffra, eftersom *Numicon* redan sedan några månader introducerats för Gustav som laborativt material. Gustav hade använt talblock för att se delarna vid räkning av additionstal i matematikboken. Dock hade han inte fått någon undervisning i materialets användning tidigare. Detta märks tydligt vid första lektionstillfället.

08:41	På brickan ligger 5:ans talblock. Gustav ska bygga olika tal och jämföra dem med 5:an.
Sairah	– Du ska få 1 av mig. Hur många behöver du för att du ska få 5? 1 plus vad är 5? Gustav tänker efter ett par minuter.
Gustav	– 1.
Sairah	– Okej varsågod.
	Sairah ger Gustav 1:ans talbricka.
08: 51	Gustav laborerar några sekunder.
Sairah	– Blev det 5 Gustav?
Gustav	– Nej.
Sairah	– Vad behöver du Gustav?
08: 54	Gustav räknar med blicken.
Gustav	– 4.
09:01	Sairah tar tillbaka talblock 1 som Gustav ville ha i början och ger honom talblock 4 istället. Gustav lägger 4ans talblock först och lägger sedan 1:ans talblock på.
Sairah	– Är det 5 nu?
Gustav	– Ja!
Sairah	– Prova och lägg på 5 ans talblock.
09:11	Gustav förstår inte instruktionen och lägger 1:ans talblock på 5:an och skakar på huvudet.
Gustav	– Vi behöver 3.
Sairah	– Där. Lägg på dina talblock på 5an!
Gustav	– De här?
Sairah	– Ja lägg dina talblock på 5:an och kontrollera att du verkligen har 5 nu med 4 och 1.
09:21	Gustav lägger sina talblock 1 och 4 på 5an. Se bild 7 i bilaga 2.
Sairah	– Ja, nu ser du att du har fått 5.
09:26	Gustav ler.
Sairah	- Bra! (S.H: V:1)

I detta exempel ser vi att Gustav lär känna materialet Numicon. Han lär sig att använda sig av helheten för att se dess delar. En stängning sker när Sairah ger Gustav otydliga instruktioner, då han inte förstår hur han ska göra (09:11). Sairah modellerar för Gustav hur helhet och delar hör ihop samt hur materialet kan användas som stöd.

7.1.11 Fas 2: Fördjupat arbete med *Numicon* för Gustav

I mitten på interventionsstudien hade Gustav gjort stora framsteg. Han hade arbetat intensivt med 10:ans talkamrater. Denna lektion skulle Gustav börja med att visa vilken strategi han använde för att upptäcka 10:ans talkamrater. I nästa skeende har han 10:ans talblock på sin bricka som mall framför sig.

00:24 Sairah	– Gustav berätta 10:ans talkamrater för mig?
00:27	Gustav börjar genast laborera med 10:ans talblock genom att pekräkna olika delar.
Gustav	– Om man har 5. Flera sekunders paus för att Gustav räknar på 10:ans talblock med blicken.
00:42 Gustav	– 5 och 5.
Sairah	– Okej, 5 och 5 är kamrater. Sairah ger Gustav två stycken 5:ans talblock som han lägger bredvid 10:ans talblock.
Sairah –	Fortsätt hitta flera talkamrater till 10an.
1:25	Gustav pekräknar på 10ans talblock igen.
Gustav	– Om jag har 9 och 1.
Sairah	– Okej! Sairah ger Gustav 9:ans och 1:ans talblock.
1:40	Gustav lägger sina talblock på 10:ans och kontrollerar att 9 och 1 verkligen blir 10.
Sairah	– Kom på flera kompisar Gustav!
01:47	Gustav börjar pekräkna på 10:ans talblock igen.
Gustav	– 6 och 4.
01:51	Sairah tar fram 6:ans och 4:ans talblock och ger till Gustav...
5:57	Gustav säger spontant under arbetet
Gustav	– Det är roligare nu än vad det var förut.
Sairah	– Tycker du det?
Gustav	– Ja!
Sairah	– Men varför tycker du att det är roligare nu?
Gustav	– Det är lugnare.
Sairah	– Men är inte det lugnare för att du kan mer nu?
Gustav	– Jo.
Sairah	– Du kan mer nu Gustav. Samtalet pågick samtidigt som Gustav är djupt koncentrerad med att kontrollera att 3:ans och 7:ans talblock verkligen blir 10 tillsammans.

(S.H: V:27)

10:ans talblock som Gustav har som mall ger honom en öppning då han smidigt kan hitta olika kombinationer för 10:ans talkamrater. Gustav kontrollerar delarna genom att lägga dem på 10:ans talblock. Han utrycker och resonerar tillsammans med Sairah att det är mycket roligare att arbeta med *Numicon*. En anledning till att Gustav upplever *Numicon* lugnare skulle kunna vara att han med hjälp av denna artefakt kan avlasta sitt arbetsminne och arbeta på en högre abstraktionsnivå det vill säga ger Gustav en öppning i sitt arbete.

7.1.12 Fas 3 Gustavs nyvunna kunskaper

Första lektion visar Gustav vad han kan efter sommaruppehållet. Vid detta tillfälle arbetar Gustav med 10:ans talkamrater för att visa hur mycket kunskaper och färdigheter från interventionsstudien som befästs.

11:25 Sairah	– Kan du ta ut ett tal från den hemliga påsen och berätta för mig vad du har i handen? Gustav plockar fram talblock 9 från påsen.
Gustav	– 9.
Sairah	– Vem är kompis med 9?
Gustav	– Vänta!
11:32	Gustav räknar hålen på brickan med sina fingrar upp till sju och delar sedan upp 9:ans talblock med fingrarna.
Gustav	– 7 och 2.
Sairah	– Ja du tänker 7 och 2 det är sant, men jag tänkte vem är kamrat med 9 så att det blir 10?
Gustav	– 1.
Sairah	– Ja, .1
12:20	Gustav tittar på Sairah.
Gustav	– *Numicon,* tycker du att dom är bra?
Sairah	– Vill du veta vad jag tycker om *Numicon*?
Gustav	– Ja!
Sairah	– Kan inte du berätta först vad du tycker om *Numicon*?
Gustav	– Tycker dom är bra.
Sairah	–Du tycker de är bra. Varför?
Gustav	– De är lätt att räkna med.
Sairah –	Tycker du att alla borde ha *Numicon*?
Gustav	– Ja.
14:32	Gustav tar och känner taktilt på talblock 2 och tar fram den från hemliga påsen.
Gustav	– 2.
14:41	Sairah viftar med 10:ans talblock i handen.
Sairah	– Det ska bli 10. Vem är talkamrat med 2? Gustav tar fram 2:ans talblock och vill använda sig av den för att räkna ut sitt svar men Sairah tar snabbt 10:ans talblock och gömmer den under bordet.
14:46	Nu ler både Gustav och Sairah
Sairah	– Aha, du får inte lägga ditt block på 10:an. Gustav ler och svarar snabbt.
Gustav	– 8.
Sairah	– Bra! (S.H:V:35)

Gustav visar att arbetet med interventionsstudien genom resonemang under arbetsgången är framgångsrik. Han kan härleda sina kunskaper från talblocken till att ha automatiserat talkamraterna och använder sig utav sina nyvunna kunskaper från det konkreta till det abstrakta. Vikten av att vara tydligt med instruktioner märks med exemplet ovan då Sairah ger för vag instruktion (11:32) så att Gustav tror han skall finna 9ans talkamrater. Slutligen inser Gustav leende då det sker en öppning, att han faktiskt kan 10:ans talkamrater utan att behöva ha visuellt stöd av talblocken.

7.2 Analys av enskilda elevers utveckling inom antaluppfattning

Här nedan kommer en analys av enskilda elevers utveckling inom antaluppfattning i löpande text. Analysen kommer att förstås i ljuset av senaste forskning och känd litteratur i området matematiksvårigheter. Elevens utveckling tolkas och förstås utifrån sociokulturell teori om den proximala utvecklingszonen (Vygotskij, 2001).

7.2.1 Saga

Saga hade i början på interventionsstudien ingen förståelse för det odelade talet 5. Hon kunde räkna på fingrar inom talområdet 1–10. Saga kunde talen före och efter upp till 100, vilket var till hennes fördel när hon hade subtraktion och addition med talet 1. Räkning inom talområdet 6–10 ställde ofta till det för Saga. I studien kunde vi se att vid addition inkluderade Saga starttalet så att hon fick en för mycket i svaret, som 5+_= 8. Här började Saga räkna **5**,6,7,8 och svarade således 4. Detta kan förstås som en svårighet att skilja mellan ordinaltal och kardinaltal (Neuman, 1993; Ljungblad & Lennerstad 2012).

Med hjälp av interventionsmaterialet *Numicon* fick Saga nya räknestrategier. I början modellerade Lillian hur materialet kunde användas under varje lektion i talområdet 0–10. Saga visade under interventionsstudien en ojämn utveckling från lektion till lektion. Dock fann vi i empirin en röd tråd i utvecklingen. Från att i början lägga sina talblock bredvid helheten och sedan räkna piggarna började Saga lägga talblocken på helheten för att istället räkna hålen som inte täcktes. Vissa gånger i slutet på interventionsstudien behövde Saga inte räkna hålen utan kunde direkt se svaret om det eftersökta svaret var upp till 4. Hon subitiserade upp till antalet 4 med hjälp av *Numicons* talblock.

Vid högre tal som ökade med ett tiotal i taget, kunde Saga efter modellering med lägre tal snabbt följa mönstret, som till exempel 2+5, 12+5, 22+5 och så vidare. Dock behövde Lillian modellera varje lektion för att Saga skulle kunna se mönstret. Vid subtraktion lyckades Saga inte följa mönstret då Lillian hade övningar med tiotalsövergång. Till exempel 50–5 var för svårt även med *Numicons* talblock. Innan interventionsstudien hade Sagas fingrar begränsat henne till att utföra operationer inom talområde 0 - 11. Med *Numicons* talblock som stöd för arbetsprocessen, kunde Saga laborera med högre tal och nå en högre abstraktionsnivå.

Enligt Vygotskijs (2001) proximala utvecklingszon och dess 4 olika faser kunde vi se att Saga nådde ända upp till nivå 3, det vill säga att hon behärskade den fysiska artefakten på egen hand och stödet kunde minska. Saga var beroende av artefakterna under hela interventionsstudien, samtidigt kunde stödet minska men inte helt avta. En möjlig orsak till detta kan enligt Butterworth och Yeo (2010) samt Dalvang (2006) vara att Saga behöver öva mer frekvent för att kunna skapa en inre talrad och få en bättre antalsuppfattning inom talområdet 0–10. Vid subtraktion med högre tal kom vi utanför den proximala utvecklingszonen då svårighetsgraden ökades markant.

7.2.2 Erik

I början på interventionsstudien hade Erik ringa kunskaper i addition och subtraktion inom talområde 0–10. Erik hade innan studien sina fingrar som räknestrategi. Han tog sig an *Numiconmateriale*t med glädje och lärde sig snabbt avkoda brickornas funktions inom addition och subtraktion. Mitt i interventionsstudien gjorde Erik stora framsteg. Han kunde delar av helheten samt lösa additionsuppgifter i talområde 0–10. Vid subtraktion tog det längre tid för Erik att abstrahera talkamraterna vilket Neuman (1993) säger är svårare att lära sig. Dock skedde det även i subtraktion ett genombrott, i slutet av interventionsstudien, då Erik kunde svara på talkamrater utan vare sig *Numicon* eller fingerräkning.

Perioden för interventionsstudien räckte inte till för att Erik skulle hinna lära sig greppa större antal. Detta blev tydligt, då det blev svårt att applicera sina nyvunna kunskaper i talområdet 0–10 till talområdet 0–20 samt 0–50 då övningarna ökade med ett tiotal i taget. Elever i specifika matematiksvårigheter behöver längre tid på sig för att befästa sina kunskaper betonar Engström (2017).

Erik visade under interventionsstudien alla fyra utvecklingsstadier av Vygotskijs (2001) proximala utvecklingszoner. Erik hade till en början inte förståelse för interventionsmaterialet *Numicon*. Han lärde sig snabbt att använda materialet med handledning. Så småningom kunde stödet minska och Erik behövde vid ett fåtal tillfällen modellering från Lillian. I slutet på interventionsstudien hade stödet till Erik helt avtagit och Erik hade abstraherat 10-kamraterna utan *Numicon*. Dock skedde ingen utveckling inom antalsområdet 11–20 för Erik, möjligen för att han blev utmanad utanför sin proximala utvecklingszon. En annan anledning skulle kunna vara Eriks emotionella blockeringar som orsakade stängningar så att de nyvunna kunskaperna inte kunde appliceras (jfr. Dowker, 2012).

7.2.3 Sandra

I början på interventionsstudien hade Sandra ingen förståelse för talet 5 i positionssystemet, vilket även Hannula (2005) samt Ljungblad och Lennerstad (2012) betonar är svårt för elever i specifika matematikssvårigheter. Eleven behöver förstå skillnaden mellan ordinaltal och kardinaltal förtydligar Ljungblad och Lennerstad, för att kunna dela upp antalen i helheter och dess delar. Eftersom Sandra verkade sakna förståelse för hur antalen är uppbyggda hade hon svårt att koppla och tolka antal till positionssystemet på egen hand. Sandra hade inga fingerräkningsstrategier utan arbetade med plockmaterial för att räkna tal upp till 5 eller ramsräkna. Detta kan förstås utifrån Neuman (1993) och Anghileri (2006) som förtydligar hur fingerräkning är en primär strategi för att avlasta arbetsminnet.

Efter introduktion av *Numicon* lärde sig Sandra snabbt att koppla talen 1–10 till rätt talblock och responderade positivt på att använda interventionsmaterialet *Numicon*. Sandra lärde sig även strategin att använda helhet för att räkna ut vad som saknas till exempel 8+_ = 10. Dock kunde Sandra endast lösa aritmetiska tal 1–10 med talblock10 framför sig. Då lade Sandra delen på det hela talet och räknade ut vad som saknades. Tal 1–4 kunde Sandra subitisera. När hon skulle räkna till exempel 6+_=10 lade Sandra 6:ans talblock på 10:ans talblock och kunde direkt uppfatta att talet är 4. Dowker (2015) belyser att elever i specifika matematiksvårigheter har ett mindre subitiseringsområde. Sandra kunde öka sin subitisering från att uppfatta antalet 3 till att uppfatta antalet 4. *Numicon* var även behjälplig för att höja abstraktionsnivån vid laborationer med antal (jfr. Säljö, 2014a).

Efter sommaruppehållet testades Sandra kunskaper vid ett par tillfällen för att se om kunskaperna inom talområdet 1–5 befästs. Från att innan sommarlovet kunnat lägga ihop samtliga talkamrater i talområdet 1–5 utan att se 5ans talblock kunde Sandra efter sommaruppehållet inte härleda delarna till helheten utan var helt beroende av *Numicon* för att finna sina svar inom talområdet 0–5. Neuman (1993) förklarar att elever i specifika matematiksvårigheter gör få härledningar eftersom de har svårt att ta till sig talfakta.

Enligt Vygotskij (2001) proximala utvecklingszonens 4 olika faser kan vi se att den komplexa lärandeprocessen för Sandra varit framgångsrik i fas 1 och 2. Sandra kunde övergå till fas 3 och behärska artefakten, det vill säga *Numicons* användning på egen hand. Dock behöver Sandra mer tid för att självständigt kunna arbeta utan stöd från artefakten (jfr. Engström, 2017). Under studien visade inte Sandra att hon kunde härleda sina nyvunna kunskaper från artefakten till en annan situation. Ardila och Roselli (2002) förklarar att svårigheter inom akalkyli kan inbegripa oförmåga att utföra grundläggande aritmetiska operationer. Vid diagnosen utvecklingsstörning kan ej diagnosen akalyli ställas i Sverige. Dowker (2012) belyser att svårigheterna inom matematik kan bero på svårigheter att hantera och memorera aritmetik i korttidsminnet.

7.2.4 Gustav

I början på studien kunde Gustav känna igen talblocken 1–10. Han kunde dessutom 5:ans talkamrater såsom 5+0, 4+1 och 3+2. Med hjälp av *Numicon* och modellering prövade Gustav sig fram till rätt svar. Han hade även en fungerande fingerräkning inom antalet 1 till 10 innan interventionsstudien startade. Gustav hade ingen förståelse för hur antalet 10 kunde delas upp i mindre delar såsom att 4+_ = 10.

Det färgrika materialitet *Numicon* välkomnades av Gustav som positivt arbetade med talblocken under studien. Han lärde sig under interventionsstudien 10:ans alla talkamrater. I början av studien var Gustav beroende av talblocken för att dela upp antalet 10, för att i slutet på studien kunna härleda sina kunskaper till en mer abstrakt nivå. Den japanska matematikkulturens grundtanke om att en elev som inte kan ett moment ännu inte blivit undervisad om detta moment (Ma, 1999) stämmer väl in på Gustav. Interventionsstudien och dess specialpedagogiska insatser gav resultat när Gustav fick en individanpassad undervisning som matchade hans behov.

Efter sommaruppehållet kunde Gustav visa att han fortfarande behärskade 10 kamraterna. Gustavs nyvunna kunskaper når nivå 4 i Vygotskijs (2001) proximala utvecklingszoner. Det innebär att Gustav kunde använda artefakten självständigt på egen hand, samtidigt som han kunde härleda sina nyvunna kunskaper till en mer abstrakt nivå. Gustav kunde dela upp talet 10 även utan stöd av *Numicon*.

7.3 Generell resultat och analys

Rent generellt visar resultatet att två av eleverna gör större framsteg i arbetet med antalsuppfattning medans två elever visar mindre framsteg.

Saga och Erik visade, i jämförelse med Sandra och Gustav mer tonårströtthet vid lektionstillfällena. Trots att Sandra och Gustavs lektionstillfälle var i slutet av veckan och efter lektionstid var de mer alerta än Saga och Erik. Detta påverkar självklart lärtillfället. Sandra och Gustav har, på grund av sin låga ålder, vare sig misslyckanden i bagaget eller förstått att de ligger efter i jämförelse med jämnåriga. Det kan också förklara deras positiva inställning till matematik. Erik som gick i slutet på år 9 valde aktivt att inte vara i samma rum som sina jämnårig vid matematiklektionerna, eftersom han inte ville visa att han låg på en lägre nivå än de andra. Saga undvek också matematik eftersom hon så ofta hade misslyckats (jfr. Dowker, 2012). Jacobsson och Nilsson (2011) beskriver att elever inom autismspekrum ofta fokuserar på detaljer istället för helheten, vilket vi i analysprocessen kan förstå ligga bakom en del av Eriks och Sagas stängningar.

I slutet på interventionsstudien visade Sandra och Saga ojämna kunskaper inom antalsområdet 0–10. Det de kunde ena gången var de oförmögna att lösa gången efter, vilket är ett vanligt drag inom såväl akalkyli som dyskalkyli (Ardila & Roselli, 2002). Sagas och Sandras framsteg var begränsade och de behövde fortsatt stöd av materialet *Numicon* för att kunna utföra räkneoperationer.

Halvvägs in i vår interventionsstudie gjorde både Gustav och Erik markanta framsteg, medan Saga och Sandra gjorde mer modesta framsteg. Undervisningen blev utmanande för lärarna då två olika nivåer behövdes tillgodoses för att utveckling skulle ske för alla partner. Det är rimligt att anta att alla fyra elever behöver fortsatt stöd av *Numicon* över längre tid.

8.Diskussion

Kapitlets resultat kommer att redovisas och diskuteras i ljuset av interventionsstudiens syfte vilket var att pröva interventionsmaterialet *Numicon* för att stödja antalsuppfattningen med hjälp av analysmetoden hos fyra elever i specifika matematiksvårigheter. Två av våra forskningsfrågor har varit att studera elever i specifika matematiksvårigheter, deras möjligheter och hinder samt studera vilka erfarenheter vi som blivande speciallärare kan finna efter studiens slut.

Problematiken bakom denna studie är att elever i specifika matematiksvårigheter i Sverige sällan ges möjligheter att delta i kvalitativ matematikundervisning som tillgodoser deras behov (Gervasoni & Lindenskov, 2011). Åtgärdsprogram som upprättas syftar ofta till att utveckla antalsuppfattning genom färdighetsträning (Samuelsson & Hallström, 2016). Ljungblad (2016a), Neuman (2013) och Ma (1999) utrycker att syntesmetoden det vill säga färdighetsträning där elever utgår från små osammanhängande delar inte hjälper elever i specifika matematiksvårigheter. Analysmetoden där eleven arbetar med att försöka förstå ett antal, och delarnas relation till helheten är att föredra visar forskning (Neuman, 2013). I Japan arbetas utifrån analysmetoden och dessutom får eleverna stöd med att skapa modellmängder för att utöka sin subitisering. Det kan till exempel ske genom att eleverna får lära sig att känna igen olika grupperingar som handens 5 fingrar (Danielsson m.fl.,2015). Dessutom kan laborativt material som artefakt stödja abstraktionsförmågan och utvecklingen av elevernas antalsuppfattning. Därför är denna studie av intresse då den visar att med stöd av forskning och genomtänkt interventionsundervisning går det att nå resultat (jfr. Ma, 1999).

8.1 Metoddiskussion

Sociokulturellt perspektiv som teori, valdes som utgångspunkt för denna interventionsstudie. Vi tog fasta på Vygoskijs grundsyn att lärande sker i interaktion med en mer kunnig person. Utifrån denna grundtanke planerades undervisning med två elever i varje grupp. Därefter sattes interventionsstudien igång med fokus på lärarens mediering och en hypotes att interaktion tillsammans med rätt artefakt, här *Numicon,* kan ge resultat i matematikförståelsen. Det som avsågs att fångas med denna studie var elevernas eventuella framsteg eller hinder som analyserades med Asp Onsjö begrepp (2008) *öppning* och *stängning*. Vi anser att Vygotskijs utvecklingsteori gav möjligheter att möta elever i specifika matematiksvårigheter (Säljö, 2014b) och förklara deras lärande och utveckling. Detta teoretiska perspektiv öppnar upp för att eleverna kan uppnå resultat med ett utforskande arbetssätt, då barnet besitter flerfaldiga biologiska och sociala förutsättningar för att kunna utvecklas. Stödet som gavs var framåtriktat för att utveckla elevens framsteg (Daniels & Hedegaard, 2011).

Interventionsstudien designades som en fallstudie som fångar upp arbetet med fyra elever i specifika matematiksvårigheter. Interventionsstudien var ett resultat av intensiva litteraturstudier samt en hypotes om att interventionsmaterialet *Numicon* kunde stödja dessa elever att utveckla sin antalsuppfattning. Det togs fasta på att *Numicon* är ett taktil och visuellt material, vilket Jones och Tiller (2017) betonar är en brygga mellan det konkreta och det abstrakta. Eftersom alla fyra elever uppvisade specifika matematiksvårigheter anser vi att detta urval är intressant ur ett forskningssyfte då våra forskningsfrågor kunde besvaras utifrån denna kategori. Studien är en kvalitativ forskningsmetod då lektionerna planerades noggrant utifrån *Numicons* lärarhandledning, vilket gav ett effektivt och välplanerat underlag för aktiviteterna. Samtidigt kunde lektionerna ändras för att anpassas till eleven och många gånger fick Lillian och Sairah improvisera övningar. Utifrån en kvalitativ forskningsmetod (Bryman, 2016) där vi som lärare också var aktiva deltagare i den videofilmade empiriska studien utvecklades också kunskap för vår kommande yrkesroll som speciallärare i matematik.

På grund av komorbiditet, det vill säga kombination av flera diagnoser, kan resultat från fallstudien, trots att de fyllde kravet för att kunna besvara forskningsfrågor, inte generaliseras (Bryman, 2016). Eftersom varje deltagande elev uppvisade minst två olika diagnoser så är resultaten som synliggör elevernas stängningar och öppningar svåra att tolka. Berodde elevernas agerande på en svårighet inom specifika matematiksvårigheter eller den andra diagnosen?

Numicon som interventionsstudie understryker analysmetoden som en framgångsrik metod för att bygga upp antalsuppfattning (jfr. Neuman, 2013). Analysmetoden utgår ifrån att eleven skall förstå hur delar relaterar till antalet genom att utforska antalet (Ljungblad, 2016a). Arbetet fortlöpte väl under studien och eleverna fick gott stöd av att använda materialet som underlättar matematiska beräkningar inom antalsuppfattningen. Materialet visualiserar varje steg när något tas bort, läggs till eller när eleven söker det okända talet.

Studien hade kunnat ta sin utgångspunkt i den etnografiska forskningsansatsen, vilket innebär att forskaren är en del av det som studeras. En etnografisk studie på vårt urval hade studerat eleverna och lärarnas beteende, kultur och handlingar för att förklara elevernas matematiksvårigheter (Fangen, 2017). Ett sådant metodval hade varit av intresse om studien syftat till att finna orsaker och brister på skolnivå som hindrar elevens matematikutveckling. Eftersom vårt huvudsyfte är att pröva interventionsmaterialet *Numicon* anser vi att den etnografiska forskningsansatsen inte mäter det som vår studie utforskar.

Videoobservation valdes för att samla in såväl verbal som icke verbal kommunikation (Wibeck, 2010; Bjørndal, 2002). Detta tillvägagångsätt möjliggjorde att vi kunde vara både forskare och lärare samtidigt som videokameran kunde fånga upp elevernas framsteg. Eleverna har filmats ur olika vinklar beroende på kamerans placering. Sairahs elever har filmats snett framifrån, medan Lillian har placerat kameran så att elevernas arbete med *Numicon* har varit i fokus. Kamerornas olika placering kan självklart ha påverkat vad som fångats upp på filmen och därmed analysen av filmerna (Wibeck, 2010).

Videofilmerna transkriberades med fokus på Asp Onsjös (2008) begrepp öppning och stängning för att söka elevernas proximala utvecklingszon. Genom en fördjupad analysprocess som inkluderade 5 faser bearbetades empirin, vilket gjorde sökande efter öppningar och stängningar mer effektivt. Dessutom kunde reliabiliteten öka då materialet genomgicks av båda lärarna som genomförde interventionsstudien (Hartman, 2003).

Då Lillians elever undervisades i interventionsstudien under skoltid på eftermiddagen och Sairahs elever undervisades efter skoltid kan detta ha påverkat utfallet. Efter analys av samtliga lektioner såg vi att Lillians elever hade gynnats av att ha undervisats på förmiddagen då de uppvisade tonårströtthet och ofta var okoncentrerade på eftermiddagen. På grund av administrativa orsaker undervisades Sairahs elever efter skoltid. Det tycktes dock inte påverka elevernas humör eller ambition. Det är svårt att förutsäga om eleverna hade presterat bättre om undervisningen förlagts på skoltid, då eleverna kan förmodas vara piggare. Å andra sidan kan undervisning efter skoltid ha gynnat dem, då de fick 80 minuter extra matematik per vecka. Gustav och Sandras resultat efter interventionsstudien kunde följas upp efter sommaruppehållet. Detta bidrog till att resultat i studien ger ökad validitet, då det går att se om det nyvunna kunskaperna har befästs trots sommaruppehåll. Lillians elever som gick i årskurs 9 kunde inte följas upp efter sommaruppehållet. Det gör att resultatet blir sårbart då det med säkerhet inte går att säga om kunskaperna de lärde sig under vårterminen befästs på djupet eller inte.

Studien kunde välja mellan slumpmässiga eller välbekanta urval. Eftersom fallen till vårt interventionsstudien fanns i våra egna klassrum var det en av anledningarna till att vi kunde genomföra en interventionsstudie under en längre period, vilken sträckte sig mellan 6 månader och 1år. Det fanns inte heller någon alternativ att undervisa varandras elever då båda lärarna bor i två olika städer. Denna begränsning kan ha varit till fördel då lärarna hade en relation till eleverna. Å andra sidan kanske eleverna varit mindre bekväma med en lärare som de inte kände och då fokuserat sig på arbetet i större utsträckning. Eftersom elever inom autismspektrumet ofta har svårt för förändringar, är risken stor att de inte hade producerat något arbete alls. Då forskningen har involverat barn har vi varit noga med att följa Vetenskapsrådet (2011) och Sargeant och Harcourt (2012) riktlinjer. Eleverna fick fiktiva namn och anonymiserades. Vi hade dessutom medgivande både från eleverna och deras vårdnadshavare.

Genom att följa våra egna elever kunde vi på ett naturligt sätt involvera dem i studien. Det tog dessutom relativt kort tid tills eleverna var bekväma med videokameran. Det beror troligtvis på att situationen i alla andra aspekter var välbekant. Slutligen gjordes analysen av den insamlade empirin gemensamt med en noggrannhet där detaljer kunde upptäckas i varandras filmer, vilket ökar validiteten.

8.2 Resultatdiskussion

Användning av artefakter, relationer samt elevernas sårbarhets betydelse för matematikutvecklingen diskuteras.

8.2.1 Artefakten som stöd i den proximala utvecklingszonen

Ett sociokulturellt perspektiv ger ökad förståelse för vikten av att skolan erbjuder elever tillräckligt många tillfällen att öva sina kognitiva och sociala färdigheter. Genom att arbeta med den såväl visuella som taktila artefakten *Numicon* får elever i specifika matematiksvårigheter en möjlighet att arbeta och befästa sina kunskaper och förmågor, i en utveckling från det konkreta till det abstrakta. Lärarna och eleverna kommunicerade och resonerade runt artefakten under interventionsstudien för att finna kreativa lösningar för såväl räkneoperationer som utvecklande av antalsuppfattningen (jfr. Säljö, 2014; Dalvang, 2006).

Färger och former har en viktig betydelse för att se likheter och skillnader i artefakten (Säljö, 2005). Vid arbetet med att hitta 10:ans olika talkamrater blev eleverna behjälpta av att se vilka färger som inte använts, då varje siffra har en given färg. Gråa *Numicon* talblock introducerades under interventionsstudien men togs snabbt bort då svårighetsgraden ökades markant, vilket bekräftar styrkan i materialets olika genomtänkta färger. Under studien gjorde Gustav stora framsteg då han lärde sig alla talblock med färg. Då samtliga färgade talblock, vid ett tillfälle byttes ut mot gråa talblock uttryckte Gustav - *Gråa brickor är svårare.* När eleverna inte kunde stödja sitt abstrakta tänkande på färgerna som de gjort tidigare, ledde de grå talblocken till en stängning, eftersom färgerna hade stor betydelse för deras möjlighet att hitta olika lösningar.

Vikten av tydlighet i matematikundervisning blev märkbar när eleverna inte kunde lösa uppgifter som förväntas efter lärarens mediering och instruktioner. Ett exempel från interventionsstudien belyser när lärarna gick för snabbt från fas 2 av arbete inom proximala zonen (jfr. Vygotskij, 2001) som innebär arbete under handledning till fas 3 som innebär att stödet kan minska vid arbete med artefakten. *Numicon* inom subtraktion tillsammans med begreppet *ta bort* skapade förvirring både hos Saga och Sandra då eleverna i början konkret ville ta bort blocken – istället för att subtrahera. Grundtanken i *Numicon* är att subtraktion ska ske genom att lägga delen på helheten för att se differensen, exempelvis 10–6=? Då 6:an läggs på 10:ans talblock behöver eleven analysera antalet och se att det fattas 4 upp till 10. Detta exempel tydliggör vikten av att mediera tillräckligt länge, innan övergången till nästa fas i den proximala utvecklingszonen sker (Säljö, 2014a), men även tydlighet i användandet av begreppet *ta bort* som skapade förvirring. Istället hade begreppet *subtrahera* kunnat användas, vilket är en kunskap vi bär med oss i vår framtida yrkesroll som speciallärare.

8.2.2 Relationellt samspel

I ett sociokulturellt perspektiv har läraren en betydande roll för elevens utveckling när nya moment eller nya artefakter introduceras. Lärarens roll är att förtolka, det vill säga mediera, så att eleverna kan ta till sig nya kunskaper (Ljungblad & Lennerstad, 2012). För att utveckling ska kunna ske behöver det finnas välfungerande relationer som bidrar till kommunikation. Lärandet sker i interaktion där eleven är med och skapar sin egen kunskap (Säljö, 2014b). Vi väljer här att fokusera på relationens betydelse eftersom eleverna tydligt sökte både lärarens och varandras uppmärksamhet innan arbetet kunde fortlöpa framåt. Då eleven fick utrymme i en liten grupp tillsammans med en elev och en lärare, som de var trygga med kunde de våga vara sig själva och ta plats (Ljungblad, 2016b). Dessa tillitsfulla relationer mellan lärare och elever utgjorde också grunden för att kunna bjuda in eleverna att ta sig an den utmaning som interventionsmaterialet innebär.

Under interventionsstudien valde Lillian att sitta vid ett stort runt bord med Erik och Saga på var sin sida om sig för att lättare kunna interagera med dem. Efter analys av videofilmer framkom det att det var till en nackdel att båda elever inte satt mitt framför Lillian. Sairahs placering mitt framför Gustav och Sandra gjorde att hon kunde se båda elevernas ansiktsuttryck samtidigt, medan Lillian endast kunde interagera med en elev i taget. Eriks och Sagas placering ledde vid flera tillfällen i studien till frustration för utebliven uppmärksamhet från Lillian. Denna frustration förekom inte hos Gustav och Sandra eftersom de var placerade så att Sairah kunde se båda två samtidigt. Lillians val, gjort på kunskapen om att elever i autismspektrumet oftast inte vill ha ögonkontakt, ledde till att interaktionen mellan henne och eleverna försämrades.

Saga och Erik kände sig bekväma med varandra då båda hade varit skolkamrater i ett flertal år och utvecklat trygga relationer mellan varandra. Samtidigt vågade de vara sig själva med läraren vilket ledde till att miljön var tillåtande. Erik förstärkte Sagas framsteg genom att högljutt klappa händerna och uppmuntra henne. Han klappade till exempel händerna när han såg att Saga med möda lagt sitt mönster korrekt eller när hon lyckades lösa ett tal. Vid ett tillfälle tog Lillian och Erik en kort paus från räkningen och berömde Saga när hon fick en öppning och kunde svara utan att räkna på fingrarna. Sagas självkänsla såg ut att växa genom dessa förstärkningar.

Även Gustav och Sandra visade att de var bekväma och trygga både med varandra och med Sairah. Gustav interagerade ständigt med Sandra, trots att Sandra är fåordig har båda eleverna ögonkontakt med varandra med jämna mellanrum. Vid ett tillfälle när Sairah ber Sandra lägga *Numicons* talbrickor och läraren inte stödjer med en jakande nickning blir Sandra förvirrad och tror att hon gjort fel, trots att Sandra framför sig lagt rätt talbrickor. Både Gustav och Sandra visade att de var beroende av bekräftelsen för att arbetet skulle fortgå framåt. Bekräftelsen kunde vara något så litet som en nickning eller ett leende, vilket visar på vikten av hur läraren relaterar till eleverna i undervisningen (jfr. Ljungblad, 2016b).

Under Lillians och Sairahs lektioner framkommer tydligt relationens betydelse för elevernas lärande. Genom att eleverna var trygga, både med varandra och läraren, vågade de visa sina tillkortakommanden och var inte rädda att bli dömda för att de gjorde fel. De vågade vara utforskande och ta till sig nya lärdomar. Vårt resultat upplevs som framgångsrikt då det fanns tillitsfulla relationer (Ljungblad, 2016b). Detta är av betydelse då människor möts i dialog och fördjupar sina relationer. Även Ljungblads (2016b, 2018, 2019) empiriska klassrumsforskning understryker vikten av tillitsfulla relationer för att eleven ska lyckas med utmaningar i undervisningen. Det styrker vår hypotes att med rätt förutsättningar såväl didaktiskt som relationellt kan varje elev göra framsteg inom matematik (jfr. Ma, 1999; Ljungblad, 2019).

8.2.3 Elever i sårbarhet

Resultatet som framkom i studien anses ha hög reabilitet då eleverna betedde sig naturligt efter några få filmtillfällen. Att Saga och Sandra gjort modesta framsteg medan Erik och Gustav gjort mer markanta framsteg, bestyrks av den nuvarande forskningen som finns på elever som befinner sig i specifika matematiksvårigheter. Detta visar på att alla elever kan lära sig matematik, även om förutsättningarna är olika för dem (Dowker, 2012 Ljungblad & Lennerstad, 2012; Lunde, 2011). Butterworth och Yeo (2010) samt Dalvang (2006) betonar att med dagliga adekvata matematiska övningar, mer tid samt individanpassad undervisning kan alla uppnå resultat i matematik. För att stödja elever i specifika matematiksvårigheter att utvecklas i antalsuppfattning, behöver läraren mediera och stödja eleverna att se delar i helheten, det vill säga analysera antalet (Hannula, 2005).

Samuelsson och Hallström (2016) poängterar vikten av att göra en pedagogisk kartläggning för att se vad eleven behöver lära sig och efter analys komma fram till hur stödet skall utformas. Genom att vi innan interventionsstudien kvalitativt kartlade eleverna (Ljungblad, 2016a) där enskilda matematiska samtal var en del av kartläggningen, kunde vi göra en grundläggande analys om våra elevers behov. Behov av intervention vad tydligt och vi beslöt oss för att pröva *Numicon*. Då det endast var två elever vardera i interventionsstudien var det lätt att individanpassa och improvisera, så att det matematiska innehållet blev tillgängligt för eleverna (jfr. Ljungblad, 2016b). Detta ledde till att eleverna gjorde framsteg i sitt matematiska tänkande. Gustav och Erik kunde i slutet på interventionsstudien härleda sina nyvunna kunskaper från den fysiska artefakten till att kunna räkna abstrakt, utan *Numicon*. Även Saga och Sandra utvecklade sitt matematiska tänkande, då de med hjälp av *Numicons* talbrickor ökade abstraktionsnivå genom att de kunde utföra högre matematiska beräkningar inom talområde 5–10 för Sandra och 10 – 50 för Saga. Efter analyserna av videofilmerna inser vi att mer kontinuerliga analyser av materialet eventuellt kunnat öka elevernas lärande. Om vi hade gjort en kort analys efter till exempel var 5:e film, skulle vi ha kunnat individanpassa undervisningen ännu mer.

Framstegen från våra fyra specifika fall kan bestyrkas med den japanska kulturens grundtanke om vikten av undervisning och att alla kan lära sig och utvecklas. Liknande tankar går även att finna i ett sociokulturellt perspektiv (Säljö, 2014a). När en elev i Japan uppvisar matematiksvårigheter, samlas alla berörda för att tillsammans reda ut hur skolan bäst kan agera för att hjälpa eleven. Elevens framgångar förklaras med att eleven fått en god undervisning och inte att eleven är begåvad, medan det i västvärlden finns en tanke om att eleven är begåvad om den kan matematik (Ma, 1999). Med detta synsätt blir eleven bärare av sitt misslyckande och om eleven inte kan matematik anses eleven vara mindre begåvad. Olika kulturer påverkar således hur matematiksvårigheter förklaras. Det hör till undantagen att skolor analyserar föreliggande orsaker på skolnivå och hur undervisningen är utformad (jfr. Ljungblad, 2016; Säljö, 2014a). För högstadieeleverna i interventionsstudien, framkom tydliga tecken på ett undvikande av matematik. Erik ville inte ha undervisning i matematik med jämnåriga elever eftersom han jämförde sig med dem och inte ville att de skulle se hans brister i ämnet. Ett alltför ofta misslyckande i matematik förklarar Sjöberg (2006) leder till låga arbetsinsatser eftersom skolan brustit i att möta elevens behov av undervisning. Dowker (2012) och Griffin (2007) betonar att om inte skolan fångar upp elever som misslyckas i matematik tidigt, leder det till matematikångest. I videofilm 2 som tidigare redovisats, framkommer Sagas matteångest tydligt, då hon gömmer ansiktet i händerna, utropar att hon ingenting fattar och att hon vill gå hem. Saga skojar dessutom gärna med Erik, istället för att ägna sig åt den matematik som skall utföras. Gervasoni och Lindenskov (2011) uttrycker att det är dags att utbildningssystemet tar ansvar och satsar på elever som hållits utanför kvalitativ matematikundervisning så att deras behov möts.

I ljuset av det positiva resultatet från interventionsstudien där fyra elever deltog, ser vi att de haft en meningsfull arbetsgång i matematik med respektfulla och tillitsfulla relationer (Ljungblad & Lennerstad, 2012; Ljungblad, 2019). Precis som Neuman (2013), Ljungblad och Lennerstad (2012) och Dowker (2012) vill vi betona och arbeta för en matematikundervisning som tar sin utgångspunkt i att ta tillvara elevernas rättigheter till likvärdig undervisning, där eleven sätts i centrum. Elever förstår matematik bättre, om de under trygga och respektfulla relationer får diskutera matematik. Dessa forskare problematiserar en överbetoning på enskilt arbete och understryker istället vikten av matematiska dialoger. Forskarna förespråkar således ett paradigmskifte från ett rätt-svars paradigm till ett upptäckande-dialog paradigm.

8.3 Studiens kunskapsbidrag

Urvalet som bestod av elever i specifika matematiksvårigheter bidrog till att berika empirin så att det var möjligt att mäta det som avsågs. Så väl barnkonventionen (UNICEF, 2009) som Salamancadeklarationen (2006) trycker på vikten av en likvärdig undervisning för alla elever. Vidare betonar Ma (1999) att om eleven visar tecken på matematiksvårigheter skall skolan analysera hur eleven framgångsrikt kan undervisas. Mazzoco (2007) påvisar i sin forskning att individer som saknar tillräckliga matematikkunskaper har svårt att klara av det vardagliga livet. Som blivande speciallärare är tanken om att alla elever under rätt förutsättningar har möjlighet att lära sig matematik intressant. Denna interventionsstudie har visat att dessa fyra elever, utifrån sina förutsättningar, förbättrade sin antalsuppfattning (jfr. Jones & Tiller, 2017; Gervasoni & Lindenskov 2011; Ljungblad & Lennerstad, 2012).

Genom att arbeta med dialog och praktiskt, visuellt och taktilt material kunde våra 4 elever som befann sig i specifika matematiksvårigheter göra framsteg och nå resultat i matematik. Studiens resultat styrker vetskapen om att med rätt insats, respekt och förtroendefulla relationer går det att göra framsteg (Ljungblad & Lennerstad (2012). Erfarenheten kommer stödja oss i vår yrkesroll som speciallärare att nå fler elever, även de som vi innan interventionsstudien inte hade verktyg att undervisa på ett framgångsrikt sätt. Interventionsmaterialet *Numicon* stödjer analysmetoden, då det är lätt att tydliggöra hur delar och helhet förhåller sig till varandra (Ljungblad, 2016a). Analysmetoden som funnits länge i den asiatiska kulturen berikar elevernas lärande som annars har haft svårt att ta tills sig matematik genom syntesmetoden, det vill säga att lära sig matematik med talfakta (Ma, 1999). Våra 4 elever kunde med stöd av artefakten *Numicon* förbättra sin antalsuppfattning (Danielsson m.fl., 2015) och abstrahera matematiska begrepp. Studien torde gett ett ännu bättre resultat om interventionsstudien hade pågått under en lägre period (jfr. Lunde, (2011).

8.4 Förslag till vidare forskning

Det hade varit intressant att följa eleverna under en längre tidsperiod. Genom att följa Gustav och Sandra och två andra elever inom autismspektrumet från lägre ålder hela vägen upp till årskurs 9 hade vi kunnat göra en longitudinell forskning (Bryman, 2016). En studie under längre period skulle kunna se hur långt eleven kan nå med fördjupade insatser och rätt undervisning. Studien hade med fördel kunnat innefatta daglig undervisning i matematik, eftersom elever med dyskalkyli är behjälpta av kontinuerlig undervisning (Butterworth & Yeo, 2010).

Det hade även varit intressant att undersöka lärares arbete med *Numicon*, från ett relationellt perspektiv där relationen är i fokus (Ljungblad, 2016b). Våra erfarenheter från interventionsstudien ger insikter om relationens betydelse för att elever i specifika matematiksvårigheter ska kunna ta till sig analysmetoden.

Ett annat alternativ kan vara att ha en etnografisk design på studien och istället studera skolan som organisation. Där fokus ligger på vad i skolans verksamhet som hämmar elevernas framsteg i matematik.

9.Referenslista

Angileri, J. (2006). *Teaching Number Sense*. London: Bloomsbury Academic.

Ardila, A., Roselli, M. (2002). Acalculia and Dyscalculia. *Neuropsychology Review*, *12*(4), 179-231. doi:10.1023/A:1021343508573

Asp-Onsjö, L. (2008). *Åtgärdsprogram i praktiken. Att arbeta med elevdokumentation i skolan.* Lund: Studentlitteratur AB.

Aspeflo, U. (2010). *Aspeflo om autism: kvalificerade insatser till barn och vuxna med autism i skola, gruppbostad och daglig verksamhet*. Pavus: Utbildning AB.

Bejerot, S., & Nordin, V. (2014, september). Autismspektrumsyndrom ersätter Aspergers syndrom och autism. *Läkartidningen 2014;111:CUH6,* Hämtad från http://lakartidningen.se/Klinik-och-vetenskap/Klinisk-oversikt/2014/09/Autismspektrumsyndrom-ersatter-Aspergers-syndrom-och-autism/

Bjørndal, C. R.P. (2002). *Det värderande ögat.* Oslo: Liber AB.

Blamires, M. (1999). Universal design for learning:Re-establishing differentiation as part of the inclusion agenda? *Support for Learning, 14(*4), 158–163. doi:10.1111/1467-9604.00123

Bryman, A. (2016). *Samhällsvetenskapliga metoder*. Stockholm: Liber.

Butterworth, B. (2000). *Den matematiska människan.* Stockholm: Wahlström & Widstrand.

Butterworth, B., & Reigosa, V. (2007). Information Processing Deficits in Dyscalculia. I D. B. Berch (Red.), *Why is Math So Hard for Some Children?* (s. 65-81). Baltimore: Paul H. Brookes Publishing Co.

Butterworth, B., Yeo. D. (2010). *Dyskalkyli. Att hjälpa elever med specifika matematiksvårigheter.* Stockholm: Natur & Kultur.

Bynner, J., & Parson, S. (1997). *Does numeracy matter?* London: The basic Skills Agency.

Dalvang, T. (2006, april). Numicon-et materiell for utvikling av begreper og strategier. *Spesialpedagogikk, april,* 66-69.

Daniels, H., & Hedegaard, M (Red). (2011). *Vygotsky and special needs education: rethinking support for children and schools.* I H. New York, NY: Continuum International Publishing Groups.

Danielsson, K., Modin, L., & Neuman, D. (2015). *Pröva med tal.* Stockholm: Hogrefe.

Dowker, A. (2012). *Individual Difference in Arithmetic. Implications for Psychology, Neuroscience and Education.* New York: Psychology Press.

Engström, A. (2017). *Elever med mycket låga prestationer I matematik* (Forskningsrapport, 2017:22). Karlstad: Fakulteten för hälsa, natur- och teknikvetenskap Institutionen för matematik och datavetenskap, Karlstad universitet.

Fangen, K. (2017). *Deltagande observation*. Stockholm: Liber.

Gervasoni, A., Lindenskov, L. (2011). Students with ‘Special Rights’ for Mathematics Education. I Atweh B., Graven M., Secada W., Valero P. (Red.), *Mapping Equity and Quality in Mathematics Education* (s. 307 - 323). Dordrecht: Springer.

Gersten, R., Clarke, B., Mazzocco, M. (2007). Historical and Contemporary Perspektives on Mathematical Learning Disabilities. I D. B. Berch (Red.), *Why is Math So Hard for Some Children?* (s. 7–28). Baltimore: Paul H. Brookes Publishing Co.

Gifford, S., Rockliffe, F. (2012). Mathematics difficulties: does one approach fit all? *Research In Mathematics Education, 14*(1), 1-15. doi:10.1080/14794802.2012.657436

Griffin, S. (2007). Early Intervention for Children at Risk of Developing Mathematical Learning Difficulties. I D. B. Berch (Red.), *Why is Math So Hard for Some Children?* (s. 373-395). Baltimore: Paul H. Brookes Publishing Co.

Hannula, M. (2005). *Spontaneous Focusing on Numerosity in the Development of Early Mathematical Skills* (Doctoral thesis, Faculty of Eduction of the University of Turku, 282). Turku: Annales Universitatis Turkuensis. Hämtad från https://www.researchgate.net/publication/260407411_Spontaneous_Focusing_on_Numerosity_in_the_Development_of_Early_Mathematical_Skills

Hartman, S. (2003). *Skrivhandledning för examensarbeten och rapporter.* Falun: ScansBook AB.

Ineland, J., Molin, M., & Sauer, L. (2017). *Utvecklingsstörning, samhälle och välfärd.* Malmö: Gleerups.

Jakobsson, I-L., & Nilsson. I. (2011). *Specialpedagogik och funktionshinder.* Stockholm: Natur & Kultur.

Jones, J.P., & Tiller, M. (2017). Using Concrete Manipulatives in Mathematical Instruktion. *Dimension of Early Childhood, 45*(1), 18-23. ERIC Number: EJ1150546

Kutscher, M.L., Attwood, T. & Wolff, R.R. (2010). *Barn med överlappande diagnoser: ADHD, inlärningssvårigheter, autism, Asperger, Tourettes, bipolär sjukdom med flera.* Stockholm: Natur och kultur.

Liber. (2018). *Numicon Räkna med alla sinnen*. Hämtad 2019-05-04, från https://www.liber.se/Grundskola/Grundskola-ar-F-3/Matematik/Trana-mera/Numicon/

Ljungblad, A-L. (2003a). *Att räkna med barn i specifika matematiksvårigheter*. Varberg: Argument.

Ljungblad, A-L. (2003b). *Att möta barns olikheter - åtgärdsprogram och matematik*. Varberg: Argument.

Ljungblad, A-L. (2016a). *Matematikens grunder – kvalitativ kartläggning.* Stockholm: Askunge förlag.

Ljungblad, A-L. (2016b). *Takt och hållning - en relationell studie om det oberäkneliga i matematikundervisning* (Doktorsavhandling från Göteborgs universitet i utbildningsvetenskapliga fakulteten, 381). Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis. Hämtad från http://hdl.handle.net/2077/41112

Ljungblad, A-L., & Lennerstad, H. (2012). *Matematik och respekt – matematikens mångfald och lyssnandets konst*. Stockholm: Liber.

Ljungblad, A-L. (2018). *Relationellt lärarskap -och pedagogiska möten.* Lund: Studentlitteratur AB.

Ljungblad, A-L. (2019). Pedagogical Relational Teachership (PeRT) - a multi-relational perspective. *International Journal of inclusive Education, 0*(0), 1–17. doi: 10.1080/13603116.2019.1581210

Lunde, O. (2011). *När siffrorna skapar kaos - matematiksvårigheter ur ett specialpedagogiskt perspektiv.* Stockholm: Liber.

McIntosh, A. (2008). *Förstå och använda tal - en handbok*. Göteborg: Nationellt centrum för matematikutbildning, NCM.

Ma, L. (1999). *Knowing and Teaching Elementary Mathematics. Teachers´ Understanding of Fundamental Mathematics in China and the United States.* Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum.

Mazzocco, M. (2007). Defining and Differentiating Mathematical Learning Disabilities and Difficulties. I D. B. Berch (Red.), *Why is Math So Hard for Some Children?* (s. 29–47). Baltimore: Paul H. Brookes Publishing Co.

Merton, Robert *The Normative Structure of Science (1942),* The Sociology of science. University of Chicago Press, 1973. Hämtad 2019 – 05-04 från https://www.panarchy.org/merton/science.html

Neuman, D. (1993). *Räknefärdighetens rötter*. Stockholm: CE Fritzes AB och Skolverket.

Neuman, D. (2013). Att ändra arbetssätt och kultur inom den inledande aritmetikundervisningen. *Nordic Studies in Mathematics Education, 18*(2), 3–46.

Olsson, L., Östergren, R., Träff, U. (2016). Developmental dyscalculia: A deficit in the approximate number system or an access deficit? *Cognitive Development 39*(3), s. 154–167. doi:10.1016/j.cogdev.2016.04.006

Paulsson, K-A. (2007). Tal uppåt väggarna. I T. Englund (Red.), *Matematikdidaktiska texter. Beprövad erfarenhet och vetenskaplig grund* (sid. 27–42). Stockholm: Elanders AB.

Samuelsson, J., & Hallström, J. (2016). Matematiksvårigheter i åtgärdsprogram - skolors intentioner med elever i behov av särskilt stöd. I A-L Eriksson Gustavsson, K Forslund Frykedal, M Samuelsson. (Red.) *Specialpedagogik - , i, om, för och med praktiken* (s. 51 – 71). Stockholm: Liber.

Sargeant, J., Harcourt, D. (2012). *Doing Ethical Research with Children*. Maidenhead, Berkshire: McGraw-Hill Education. Hämtad från http://search.ebscohost.com.ezproxy.ub.gu.se/login.aspx?direct=true&db=nlebk&AN=481793&site=ehost-live

Scherer, P., Beswick, K., DeBlois, L., Healy, L., Moser Opitz E. (2016). Assistance of students with mathematical learning difficulties: how can research support practice? *ZDM Mathematics Education, 48*(5), 633–649. doi:10.1007/s11858-016-0800-1

SFS 2018: 1098. *Lag om ändring i skollagen*. Stockholm: Utbildningsdepatementet.

Simon, T., Rivera, S. (2007). Neuroanatomical Approaches to the Study of Mathemaical Ability and Disability. I D. B. Berch (Red.), *Why is Math So Hard for Some Children?* (s. 283–306). Baltimore: Paul H. Brookes Publishing Co.

Sjöberg, G. (2006). *Om det inte är dyskalkyli – Vad är det då? En multimetodstudie av eleven i matematikproblem ur ett longitudinellt perspektiv.* (Doktorsavhandling, Umeås universitet i Pedagogiskt arbete, 7). Umeå: Umeå universitet, Institutionen för matematik, teknik och naturvetenskap. Hämtad från http://umu.diva-portal.org/smash/get/diva2:144488/FULLTEXT01.pdf.

Skolforskningsinstitutets (2018). *Klassrumsdialog i matematikundervisningen – matematiska samtal i helklass i grundskolan.* Solna: Skolforskningsinstitutet.

Skolinspektionen (2016). Skolans arbete med extra anpassningar -Kvalitetgranskningsrapport. Hämtad från https://www.skolinspektionen.se/globalassets/publikationssok/granskningsrapporter/kvalitetsgranskningar/2016/extra-anpassningar/skolans-arbete-med-extra-anpassningar.pdf

Skolverket (2014). *Allmänna råd för arbete med extra anpassningar, särskilt stöd och åtgärdsprogram.* Stockholm: Elanders Sverige AB.

Skolverket (2016). *Slutvärdering av Matematiklyftet 2013–2016.* Hämtad från https://www.skolverket.se/publikationsserier/regeringsuppdrag/2016/slututvardering-av-matematiklyftet-2013---2016

Skolverket (2017a). *Gilla Matematik Gruppuppgift I och II.* Hämtad från https://bp.skolverket.se/web/bs_gr_grsamat01_4-6/prov

Skolverket (2017b). *Gilla Matematik Taluppfattning och tals användning - muntliga uppgifter.* Hämtad från https://bp.skolverket.se/web/bs_gr_grsamat01_4-6/prov

Skolverket (2017c). *Särskilt stöd i grundskolan 2016/2017.* Hämtad från https://www.skolverket.se/getFile?file=3779

Skolverket (2018a). *Bedömningsstöd i matematik i grundskolan.* Hämtad från https://www.skolverket.se/undervisning/grundskolan/bedomning-i-grundskolan/bedomningsstod-i-amnen-i-grundskolan/bedomningsstod-matematik-grundskolan

Skolverket (2018b). *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011: reviderad 2018.* (5:e uppl.) Hämtad från https://www.skolverket.se/publikationsserier/styrdokument/2018/laroplan-for-grundskolan-forskoleklassen-och-fritidshemmet-reviderad-2018

Skolverket (2018c). *Läroplan för grundsärskolan 2011: reviderad 2018.* (4:e uppl.) Hämtad från https://www.skolverket.se/publikationsserier/styrdokument/2018/laroplan-for-grundsarskolan-reviderad-2018

Skolverket (2018d). *Slutbetyg i årskurs 9, våren 2018.* Hämtad från https://www.skolverket.se/skolutveckling/statistik/arkiverade-statistiknyheter/statistik/2018-09-27-slutbetyg-i-arskurs-9-varen-2018

Skolverket. (2019). *Diamant – ett diagnosmaterial i årskurs 1–9.* Hämtad från https://www.skolverket.se/undervisning/grundskolan/bedomning-i-grundskolan/bedomningsstod-i-amnen-i-grundskolan/bedomningsstod-matematik-grundskolan#h-Diamantettdiagnosmaterialiarskurs19

Spooner.F., Root.J., Browder.D.M., Saunders.A.F. (2018). An Updated Evidence-Based Rewiew on Teaching Mathematics to Students With Moderate and Severe Developmental Disabilities *Remedial and Special Education, 0* (2), 1–40. doi:10.1177/0741932517751055

SPSM. (2017). *Hur skall vi arbeta med en elev som har matematiksvårigheter.* Hämtad 2019-05-04 från https://www.spsm.se/stod/fraga-en-radgivare/fragor-och-svar/fragor-och-svar/hur-ska-vi-arbeta-med-en-flicka-som-har-matematiksvarigheter/

SPSM. (2018). *Få ber om stöd för matematiksvårigheter.* Hämtad 2019-05-04 från https://news.cision.com/se/lararnas-riksforbund/r/specialpedagogiskt-stod-saknas-inom-matematiken,c9903533

Sumner, E., Pratt, M.L., Hill, E.L. (2016). Examining the cognitive profile of children with Developmental Coordination Disorder. *Research in Developmental Disabilities, 56*(9), 10–17. doi: 10.1016/j.ridd.2016.05.012

Svenska Unescorådet. (2006). Salamancadeklarationen och Salamanca + 10. Svenska Unescorådets skriftserie 2/2006. Stockholm.

Säljö, R. (2005). *Lärande och kulturella redskap. Om lärprocesser och det kollektiva minnet.* Stockholm: Norstedts Akademiska Förlag.

Säljö, R. (2014a). *Lärande i praktiken Ett sociokulturellt perspektiv.* Lund: Studentlitteratur

Säljö, R. (2014b). Lärande och elevers utbildning. I U.P Lundgren, R. Säljö, C. Liber (Red.), *Lärande skola bildning Grundbok för lärare* (s. 251–309). Stockholm: Natur och Kultur.

SOU 1990:20. *FN:s konvention om barnets rättigheter*. Stockholm: Utrikesdepartementet.

UNICEF (2009). *Barnkonventionen.* Hämtad 2019-05-04 från https://unicef.se/barnkonventionen/las-texten#hela-texten

Vetenskapsrådet. (2011). *God forskningssed*. Stockholm: Vetenskapsrådet.

Vygotskij, S. L. (2001). *Tänkande och språk.* Göteborg: Daidalos AB.

World Health Organization. (2011). *ICD-10, International Statistical Classification of Diseases and Related Health Problems - Tenth Revision.* Geneva: World Health Organization.

Wibeck, V. (2010). *Fokusgrupper om fokuserade gruppintervjuer som undersökningsmetod.* Lund: Studentlitteratur.

Yin, R. (2013) *Kvalitativ forskning från start till mål.* Lund: Studentlitteratur AB.

10.Bilagor

10.1 Bilaga 1

Brev till vårdnadshavare

Sairah Hasan och Lillian Greek kommer härmed avsluta sin speciallärarutbildning i matematik med en utforskande studie för att studera matematiksvårigheter inom antalsuppfattning.

I studien kommer undervisning med ditt barn ske i det laborativa materialet Numicon. Undervisningen kommer att ske med två elever samtidigt. Vi kommer att sitta i ett enskilt rum vid undervisningssituationen.

För att kunna analysera undervisningen samt elevernas framsteg ber vi er som elevens vårdnadshavare om tillstånd för att filma samtliga lektioner. Filmerna kommer att bearbetas av både speciallärarstudenter Sairah och Lillian.

Den informationen som kommer fram i undervisningen kommer varsamt bevaras konfidentiellt genom att eleverna kommer att få fiktiva identiteter i examensarbetet.

Ni samt eleven, kan när som helst dra er ur studien. Ni kommer även få ta del av resultaten innan studien kommer publiceras.

Ert bidrag tas tacksamt emot då studien kan vara till stor vikt för att hjälpa oss och andra lärare att förstå hur inlärning vid antalsuppfattning kan utformas.

Jag/vi godkänner att mitt/vårt barn deltar i undersökningen:

Datum: ____

Namn: ____

Namn: ____

10.2 Bilaga 2

Bilder i arbete med Numicon

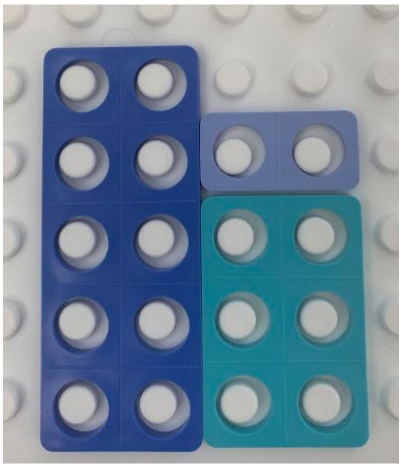

Bild 4

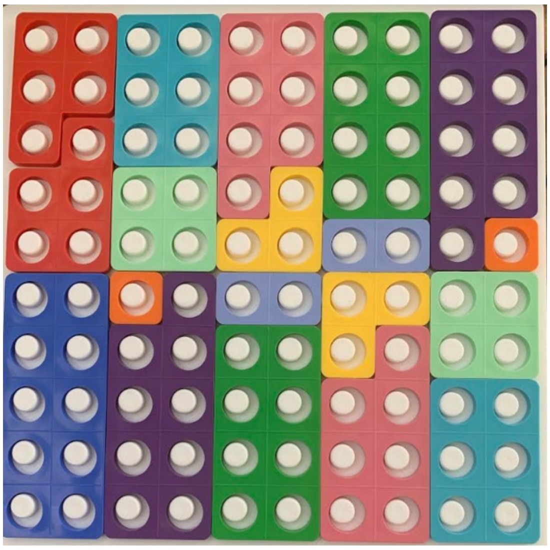

Bild 5

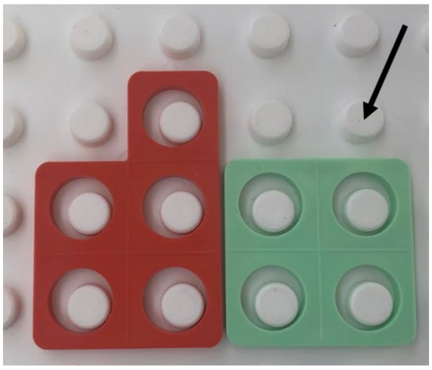

Bild 6

Bild 7