GÖTEBORGS UNIVERSITET

Kommunikativa drag i relation till matematikuppgifter

En observationsstudie av matematiklektioner på lågstadiet

Emely Johansson

Självständigt arbete: L3XA1A
Vårterminen 2020

Examinator: Hoda Ashjari

Sammanfattning

Titel: Kommunikativa drag i relation till matematikuppgifter- en observationsstudie av matematiklektioner på lågstadiet.
Title: Talk moves in relation to math tasks - an observation study of mathematics lessons in primary school.
Författare: Emely Johansson
Typ av arbete: Examensarbete på avancerad nivå (15 hp)
Examinator: Hoda Ashjari
Nyckelord: kommunikativa drag, serier sammanlänkade uppgifter, kommunikation, matematiska samtal, socialkonstruktivism, sociomatematiska normer.

Syftet med studien är att identifiera hur kommunikativa drag relaterar till uppgifter som används i matematikundervisningen. För att besvara studiens syfte ställs frågor om relationen däremellan. Den första frågan handlar om under vilka faser i en serie sammanlänkade uppgifter som särskilda kommunikativa drag används. Den andra frågan är hur lärare använder kommunikativa drag för att leda matematiska samtal i undervisningen med sammanlänkade uppgifter.

Studien har en socialkonstruktivistisk utgångspunkt, där de sociomatematiska normer som finns i klassrummet har inverkan på hur lärare och elever agerar. För att undersöka vilka kommunikativa drag som används har ett konceptuellt ramverk som beskriver olika kommunikativa drag använts. I studien har videoinspelade filmer analyserats som alla är fortbildningsmaterial ur serier av läromedlet *Contexts for learning mathematics* (Fosnot & Dolk, 2001). Varje lektion innehåller en helklassundervisning, där läraren undervisar med kommunikativa drag ur en serie sammanlänkade uppgifter. Analysen av tre lektioner visar att trots att relationen mellan faserna med uppgifter i serien och de kommunikativa drag som används varierar, finns ett mönster som framträder. Det är att dragen beskriva, återge och tänk tyst finns med i den inledande fasen av samtliga lektioner. I två av tre lektioner används en större variation av drag i den utmanande fasen av serien än i de andra faserna. Gemensamt för lektionerna är att lärare använder kommunikativa drag i undervisning med sammanlänkade uppgifter på tre olika sätt: genom att lyfta flera olika strategier, låta elever få tid att tänka samt att fördjupa det matematiska innehållet.

Innehåll

1. Introduktion

> There is no mathematic without mathematizing (Freudenthal, 1973).

Kommunikation i matematikklassrummet framskrivs i styrdokumenten som en viktig förmåga som elever ska utveckla. Några av de förmågor som nämns är att eleven ska kunna argumentera, samtala, föra och följa matematiska resonemang för frågeställningar, beräkningar och slutsatser (Skolverket, 2019). När jag tänker på kommunikation i matematikklassrummet tänker jag på vikten av att få sätta ord på sina egna tankar, diskutera och problematisera dem tillsammans med andra. För att koppla till citatet ovan syftar jag till det matematikdidaktikern Freudenthal (1973) menar är av stor vikt när barn lär sig matematik, nämligen att de inte bara ska se matematik som en väg fram till ett korrekt svar. Han menar att den matematiska processen ska vara en levande och verklig aktivitet där elevernas matematiserande är viktigare än själva svaret.

Under praktikperioder på skolor i Sverige har jag upplevt att kommunikationen i klassrummet och i synnerhet ämnet matematik, följt ett samtalsmönster som benämns som IRE (Initiering Respons Evaluering). Det som kännetecknar ett klassrum med detta samtalsmönster är ett klassrum där det är läraren som ställer frågor, inväntar svar, för att sedan ge en omedelbar respons på svaret (Kilhamn m.fl., 2019). Imm och Stylianous (2012) studie om samtal i matematikklassrum visar att olika samtalsnivåer i matematikklassrum påverkar hur delaktiga elever är i samtalen och vilket matematiskt innehåll samtalet behandlar.

Något som skilde sig från det jag har sett i en svensk skolkontext var undervisningen jag fick se under min praktik på en lågstadieskola i New York City. Där arbetar lärare utifrån läromedlet *Contexts for learning mathematics* (Fosnot & Dolk, 2001). Det är ett läromedel som bygger på att synliggöra processer i matematiken för eleverna. Undervisningen innehåller flera kommunikativa moment där eleverna får utöva matematik som en aktiv och levande process vilket innebär att de arbetar utifrån en för eleverna känd kontext. Läromedlet grundades av matematikutvecklare på utvecklingsprogrammet Mathematics in the city, i samarbete med Freudenthalinstitutet. Lärarna på skolan använder en samtalsstrategi som bygger på att medvetet styra det matematiska samtalet som en tydlig samtalsledare. Samtalsstrategin finns beskriven som olika *talk moves* i Kazemi och Hintz (2014) bok om strukturerade matematiska diskussioner. Dessa har sedan Kilhamn m.fl. (2019) översatt till en svensk kontext med benämningen *kommunikativa drag.* Dessa drag är exempel på vad läraren kan be elever göra och vad läraren själv kan göra för att komma vidare i samtalet mot den matematiska idén som behandlas i samtalet. Några exempel på kommunikativa drag är att läraren ber eleverna *beskriva, återberätta, tänka tyst* och *resonera.* Det som är speciellt för dessa kommunikativa drag är inte dragen i sig utan *hur* de används. Det jag observerade under lektionerna i New York City var att lärarna använde dragen på ett medvetet sätt genom att tillämpa dem i undervisning för att styra samtal som senare ledde fram till det matematiska syftet för lektionen. Det matematiska innehållet undervisades i helklass med hjälp av *number strings*, ett begrepp som

Kilhamn m.fl. (2019) översatt till svensk kontext som en serie sammanlänkade uppgifter. Dessa typer av uppgifter är konstruerade för att tillsammans visa en progression med tre olika faser, den inledande, stöttande och utmanande fasen (Lambert, Imm & Williams 2017). Den här typen av konstruktion är typisk för Context for learning mathematics. Syftet är att elever genom att fokusera på uppgifterna ska kunna avgöra vilken strategi som passar att använda till varje uppgift. Fokus ligger i första hand på att eleverna ska välja strategi med hjälp av tidigare uppgifter och god taluppfattning snarare än en procedurell algoritm (DiBrienza & Shevell, 1998).

Skolforskningsinstitutets (2017) forskningsöversikt visade att internationell forskning pekar på vikten av utforskande samtal. De beskrivs som samtal där elever motiverar sina idéer och engagerar sig i andras, samt där lärare stöttar samtalet genom att ställa öppna frågor och ta tillvara på elevers matematiska resonemang. En slutsats som dras är att det saknas enkla anvisningar och att dessa utforskande samtal kräver mycket av lärare, såsom kunskap om eleverna och det matematiska innehållet.

Eftersom forskningen visar att kommunikation är en viktig del i matematikundervisningen är det angeläget att studera djupare om detta. Skolforskningsinstitutets (2017) forskningsöversikt indikerar att det är svårt att hänvisa till studier som visar på enkla anvisningar för hur lärare ska agera för att uppnå önskad effekt gällande utforskande samtal i matematik. Det är däremot känt att lärare som undervisar med serier ur läromedlet *Contexts for learning mathematics* (Fosnot & Dolk, 2001) använder kommunikativa drag i undervisning för att leda just utforskande matematiska samtal. Skodras (2017) har tidigare kollat på frågornas relation till sammanlänkade uppgifter i undervisningen. Det var också något som observerades översiktligt under tiden i New York. Däremot har ingen tidigare undersökt relationen mellan kommunikativa drag och sammanlänkade uppgifter. Därför är det intressant att fördjupa studien i hur kommunikation i form av kommunikativa drag används i förhållande till de uppgifter som väljs ut av lärare som är erfarna matematiska samtalsledare.

1.1 Syfte och frågeställningar

Studiens syfte är att identifiera hur kommunikativa drag relaterar till uppgifter som används i matematikundervisningen. För att uppnå studiens syfte ställs följande frågor:

1. Under vilka faser i en serie sammanlänkade uppgifter används särskilda kommunikativa drag?
2. Hur använder erfarna lärare kommunikativa drag för att leda matematiska samtal i en viss typ av undervisningen med sammanlänkade uppgifter?

2. Teori och tidigare forskning

I avsnittet presenteras den socialkonstruktivistiska teorin om lärande. Denna teori är relevant för studien, eftersom teorin har ett synsätt på lärande som lyfter fram kommunikation som viktig för lärandeprocessen. Därefter presenteras tidigare forskning inom kommunikation i matematikundervisning och om olika nivåer av samtal i matematik. Vidare presenteras de kommunikativa drag som studien undersöker och stöds av relevant forskning för respektive drag. Avslutningsvis presenteras uppbyggnaden av serier sammanlänkade uppgifter.

2.1 En socialkonstruktivistisk syn på lärande

I slutet av 1900-talet ifrågasatte Cobb (1994) om två stora lärandeteorier verkligen är skilda i sin syn på lärande. Dessa är den sociokulturella teorin och den konstruktivistiska teorin:

> Each of the two perspectives, the sociocultural and the constructivist,
> tells half of a good story, and each can be used to complement the other (Cobb, 1994).

Cobb (1994) motiverade sammanflätningen till den socialkonstruktivistiska med att matematiskt lärande bör ses både som en individuell process och som att individen är en del av en social, matematisk fostran. Denna teori är relevant för studien eftersom teorin som tidigare nämnts delar den utgångspunkt som studien har, att lärande i matematik sker i samspel mellan individens agerande och resonemang, det sociala sammanhanget och kommunikation individer emellan.

2.2 Sociomatematiska normer

All kommunikation som sker i klassrum och undervisning är beroende av normer, det vill säga vad som förväntas göras och sägas i ett klassrum. Normerna blir till i samspel mellan lärare och elever. Detta är något som Cobb och Yackel (1996) riktade in sin forskning på, när de utvecklade ett analysverktyg utifrån två perspektiv för att kunna studera kommunikation i matematikklassrummet. Dessa perspektiv representerar den sammanflätning av två teorier som Cobb (1994) pekar på i sin tidigare forskning. Det första perspektivet som studeras är det sociala perspektivet, där inryms generella sociala normer och sociomatematiska normer. De sociomatematiska normer som finns påverkar hur man talar om matematik i klassrummet. Detta perspektiv ger förutsättningar att förstå de sociala villkor i förhållande till lärande som sker. Det andra perspektivet som studeras är det psykologiska perspektivet, som handlar om den enskilde individens föreställning. Det perspektivet ger förutsättningar att förstå enskilda elevers lärande efter hur de agerar. Cobb och Yackels (1996) studie visade att dessa två perspektiv samspelar med varandra när det kommer till normer i matematikklassrummet och vad som sker under undervisningen.

Eftersom studien syftar till att undersöka kommunikationen i matematikklassrummet i form av kommunikativa drag under matematiska samtal om uppgifter, är det väl motiverat att ha både det sociala och psykologiska perspektivet i studien. Dessa perspektiv samspelar och är beroende av varandra och har därför betydelse även för denna studie. De kommunikativa drag läraren använder i det matematiska samtalet om uppgifterna, samspelar med den respons de enskilda eleverna ger och tvärtom. Vidare påverkas hela samtalet av de sociomatematiska normer som råder i klassrummet.

2.3 Kommunikation i matematikundervisning

Kommunikation i klassrummet kan gå till på olika sätt, en vanlig syn är att dialogen följer ett tydligt IRE-mönster. Det som kännetecknar denna typ av kommunikation är att det är läraren som tar initiativet till frågor, inväntar sedan svar för att utvärdera svaret. Ulleberg och Heiberg Solem (2018) gjorde en studie på detta och fann också att det i undervisningen i matematikklassrum råder brist på matematiska samtal där eleverna får möjlighet att resonera kring sina beräkningsstrategier. Vidare funderar författarna kring möjliga orsaker till detta. De tar upp att skriftlig matematik traditionellt sett väger tyngre än muntlig matematik. De diskuterar också kring att en möjlig orsak är att lärare finner det svårt att styra ett matematiskt samtal när målet för samtalet är att bidra till djupare matematisk kunskap hos eleverna.

En annan aspekt av kommunikation i klassrummet är hur stor plats eleverna får ta i undervisningstillfällen. McAninch (2015) studie jämförde lärarcentrerad undervisning med elevcentrerad undervisning. McAninch beskriver lärarcentrerad undervisning som traditionell, i den mening att läraren finns i klassrummet för att överföra kunskap till eleverna. Författaren menar vidare att läraren sätter fokus på svaret och inte på vägen fram till svaret. Skillnaden med elevcentrerad undervisning är att fokus istället ligger på processen fram till svaret. Enligt författaren har elevcentrerad undervisningen sin utgångspunkt ur konstruktivistiska lärandeperspektiv där eleverna själva konstruerar sin kunskap med hjälp av lärarens vägledning (McAninch, 2015). Även Schwartz (2015) menar i sin studie rörande frågor i matematikundervisningen, att det är av stor vikt att låta elevernas förståelse vara i fokus. Författaren menar vidare att det är viktigt att veta var i förståelsen eleverna befinner sig för att kunna avgöra vilken fråga som ska ställas vid vilken tidpunkt. Detta blir möjligt om läraren har ett tydligt matematiskt syfte med undervisningen i samspel med att läraren lyssnar in eleverna noga. På det sättet kan läraren avgöra vilka frågor som krävs för att komma vidare mot det matematiska syftet (Schwartz, 2015). Mason (2010) visade i sin forskning att det är skillnad på frågor i matematikundervisningen. Vidare beskriver han att det är vanligt att lärare ställer frågor i form av uppgifter till eleverna, som de sedan vill att eleverna ska lära sig en procedur kring för att komma fram till ett svar. Genom denna typ av frågor ligger fokuset på svaret snarare än processen fram till svaret. Det Mason menar är en bättre typ av frågor, är de frågor där läraren har ett tydligt matematiskt mål för undervisningen och ställer frågor som guidar eleverna i deras tankeprocesser för att komma fram till svaret genom djupare förståelse (Mason, 2010).

Det tar tid att etablera mönster som främjar klassrumskommunikation. Hufferd-Ackles m.fl. (2004) observerade en lärare under ett läsår som ville skapa en kommunikation i klassrummet som skapar möjlighet till matematiska diskussioner med eleverna. I undersökningen använde författarna ett ramverk med fyra kategorier som alla fyra påverkar hur de matematiska diskussionerna fortgår. De kategorier som de använt är vem som ställer frågor och vilken typ av frågor som ställs, vem som förklarar och motiverar matematiska idéer, vem som bidrar med matematiska idéer och vem som tar ansvar för lärandet och utvärderingen av matematiska resonemang. Vidare har de delat in varje kategori i en skala mellan noll till tre där noll representerar traditionell IRE-undervisning och skala ett, två och tre går mot att undervisningen bli mer elevcentrerad och utforskande. En av kategorierna som undersöktes var frågornas roll för diskussioner. På det den nivå som i studien kallades för nivå noll, förekom ingen kommunikation mellan eleverna. Läraren ställde frågorna och mottog korta elevsvar. Det förekom ingen kommunikation eleverna mellan. Det ändrades successivt för varje nivå och på nivå tre var läraren inte längre i fokus utan här förväntades att det var eleverna som ställde frågor till varandra. Resultatet visade att det tar lång tid att få till den typ av kommunikation som Hufferd-Ackles m. fl. (2004) beskriver som en ”mathtalk learning community”. De beskriver vidare det som en matematikundervisning med ett tydligt matematiskt syfte, där alla elever är delaktiga och diskuterar matematik tillsammans.

I en studie om kommunikation i matematikklassrum undersökte Imm och Stylianou (2012) kommunikationen i form av samtal. De undersökte närmare om olika nivåer av matematiska samtal innefattar olika samtalsmönster och hur detta isåfall påverkar elevernas möjligheter till att få komma till tals och ha matematiska diskussioner tillsammans. Klasserna delades in i tre nivåer, låg- mellan- och hög nivå. De klassrum där läraren bjöd in elever i samtal och värdesatte olika elevsvar klassificerades som hög samtalsnivå. De klassrum där läraren sällan bjöd in elever i samtalet och där elever sällan kom till tals eller endast berättade sitt svar klassificerades som låg samtalsnivå. De klassrum där båda förekom klassificerades som en medel samtalsnivå. Resultatet av studien visade att samtalsmönster, antalet deltagande elever i samtalen samt vilken matematiska nivå samtalet låg på skiljde sig mellan de olika nivåerna. I de klassrum som hör till kategorin med låg samtalsnivå hade ett samtalsmönster som liknar IRE-mönstret. I de klassrum med en hög samtalsnivå blev det istället synligt att läraren aktivt försökte motverka det klassiska IRE-mönstret genom att exempelvis inte utvärdera elevernas svar eller måla upp sig själv till att vara den primära källan för kunskap. Det visade sig också eleverna i de klassrum med hög samtalsnivå samtalade om matematik med varandra. Även innehållet i de matematiska samtalen varierade i de olika klassrummen. Det visade sig att innehållet i klassrummen med låg samtalsnivå ofta handlade om procedurella beräkningar och lösningar, till skillnad från de klassrum med hög samtalsnivå där innehållet var kognitivt krävande uppgifter som i större uträckning bidrog till en djupare begreppsförståelse hos eleverna.

En vanlig missuppfattning med samtal i matematik är att det är bra så länge läraren låter eleverna tänka själva så mycket som möjligt för att sedan få syn på att en uppgift kan ha flera olika svar och att alla kan vara rätt (Stein, Engle, Smith & Hughes, 2008). Detta visades i en studie genomförd för att skapa en modell för lärare att använda för att lyckas hålla matematiska samtal som bygger upp elevernas tänkande samt synliggör viktiga matematiska idéer. Genom exempel från undervisningssituationer visades vad läraren kunde gjort i olika situationer. Exempelvis att läraren inte endast bör låta eleverna berätta om sina strategier och kommentera vilka som är rätt eller fel, utan även jämföra strategiernas effektivitet, varför de fungerar bra eller mindre bra i olika situationer. Den modell som författarna skapat består av fem delar; förutse elevsvar, övervaka elevernas svar under den utforskande fasen där de arbetar med uppgiften, i förväg välja ut elever som ska dela med sig av sina svar i det avslutande matematiska samtalet, avsiktligt låta eleverna presentera sina lösningar i en viss följd, och slutligen, hjälpa eleverna att skapa matematiska kopplingar mellan olika elevers svar och till det matematiska syftet för lektionen. En förutsättning för att använda dessa delar av modellen, är att de används på ett sätt så att de bygger på varandra och att de används i samspel med en kognitivt krävande uppgift, där flera lösningar är möjliga (Stein m. fl., 2008).

Sammanfattningsvis är forskningsresultat entydiga och pekar på att matematiska samtal kräver vissa sociomatematiska normer, som att alla får komma till tals och är goda lyssnare. Normerna innebär också att läraren har ett tydligt matematiskt syfte med samtalet och därför kan guida eleverna mot en djupare förståelse. Det är denna förståelse av matematiska samtal som används vidare i studien.

2.4 Kommunikativa drag

Intresset för studien är att undersöka kommunikation i matematikklassrummet i form av matematiska samtal. Närmare bestämt undersöks lärares undervisning i matematik med serier sammanlänkade uppgifter. Det görs med kommunikation i fokus och där läraren styr det matematiska samtalet. Kazemi och Hintz (2014) ramverk med talk moves fungerar som ett muntligt verktyg för lärare att använda när de styr matematiska samtal. Dessa har Kilhamn m.fl. (2019) översatt till en svensk kontext med benämningen *kommunikativa drag.* Ramverket består av tio drag, sju drag som läraren ber eleverna göra och tre drag som läraren själv gör. De kommunikativa dragen förklaras i detta avsnitt och kopplas till forskning.

2.4.1 Resonera

Det kommunikativa draget *resonera* är i detta sammanhang syftat till ett matematiskt resonemang. När läraren ber eleven att resonera handlar det om att läraren vill se att elevens resonemang följer en logisk struktur. Detta innebär för eleven att hen ska kunna värdera och argumentera för valet av strategier och bygga vidare på kunskapen för att eventuellt hitta bättre sätt. Inom forskning finns det en rad olika definitioner för vad ett resonerande i matematik innebär. Lithner (2008) sammanställde sina tidigare fältstudier av elevers resonemang och skapade utifrån detta ett ramverk där han delar in resonemang i imitativa och kreativa resonemang. Det författaren kunde karakterisera som imitativa resonemang är dels memorerade kunskaper av procedurer i en lösning, dels algoritmer. Det som gemensamt kännetecknar imitativa resonemang är att eleven endast använder strategier som redan är inlärda och löser uträkningar procedurellt där ett snedsteg kan leda till fel svar. Lithner (2008) talar om att dessa typer av resonemang dominerar i matematikundervisningen och hämmar elever från att tänka kreativt i matematiken. Detta jämförde Lithner (2008) med vad han kallar kreativt resonemang. Dessa resonemang kännetecknas av att eleven använder nya resonemang tillsammans med tidigare kunskap, eleven motiverar valet av strategier och argumenterar för olika lösningars trovärdighet. När läraren uppmanar elever till att resonera och ställer dessa förväntningar hos elever, får elever tänka kreativt och inte endast imitativt.

2.4.2 Beskriva

Det kommunikativa draget *beskriva* innebär att läraren uppmanar elever att berätta hur hen har tänkt. Detta innebär då också för resten av klassen att de ska lyssna aktivt. Syftet med detta drag är att signalera att alla idéer eleverna kommer med är välkomna och felsvar kan bidra till ny kunskap. Läraren ska agera värderingsfritt och leda samtalet så att alla elever får komma till tals. Imm och Stylianous (2012) studie bekräftar att lärare som värdesätter olika elevsvar och låter alla elever få komma till tals har en hög samtalsnivå av matematiska samtal, som i sin tur bidrar till att eleverna får en djupare begreppsförståelse jämfört med de klassrum med låg samtalsnivå.

2.4.3 Återberätta

Det kommunikativa draget *beskriva* innefattar även för resten av klassen att de ska vara aktiva lyssnare. Det kommunikativa draget *återberätta* lägger en större vikt vid detta och förklarar vidare varför det är viktigt. Att *återberätta* menas i detta fall att elever bli uppmanade att *återberätta* något som en annan elev har sagt. Mason (2010) menar att man utvecklar sitt egna matematiska tänkande genom att återge andras matematiska resonemang. Även Stein m. fl. (2008) talar om vikten av att låta elever i olika konstellationer berätta vad de gjort, även *återberätta*. Författarna menar vidare att detta är ett sätt att låta eleverna styra samtalet och att läraren kan inta en passiv roll.

2.4.4 Tänka tyst

Det kommunikativa draget *tänka tyst* har som syfte att låta läraren stanna upp i undervisningen för att låta elever tänka i lugn och ro. Ulleberg och Heiberg Solems (2018) modell för frågor i klassrummet lyfter IRE-modellen som ett samtalsmönster där eleven inte får tid till att *tänka tyst.* Mönstret innebär handuppräckning där läraren ger ordet till de elever som är snabbtänkta. Författarna menar vidare att läraren bör stanna upp och låta alla elever få chans att tänka klart. *Tänka tyst* lyfts fram som viktigt även i annan forskning. Till exempel presenterade Lithner (2008) i sin karakterisering av kreativt tänkande en rad olika definitioner av kreativitet. Bland dessa definitioner återfinns följande, att det är en tankeprocess där en lång period av reflektion är viktigare än att komma fram till snabba slutsatser.

2.4.5 Lägga till

Det kommunikativa draget *lägga till* innebär att uppmana elever till att bygga vidare på andra elevers tankar och resonemang. Precis som dragen beskriva och återberätta är det därför viktigt att alla som deltar i samtalet lyssnar aktivt för att kunna använda samtalet till ett aktivt lärande. Draget kan användas på uppmaning av läraren och på uppmaning av eleven själv. I klassrum där matematiska samtal av hög nivå äger rum, ökar också elevernas samtal med varandra (Imm & Stylianou, 2012). Ett klassrum där elever samtalar med varandra genom exempelvis att bidra till varandras resonemang, hör till den grupp som klassificeras som hög samtalsnivå (Imm & Stylianou, 2012).

2.4.6 Ändra uppfattning

Det kommunikativa draget *ändra uppfattning* syftar till att likt draget beskriva visa på en norm i klassrummet där allas tankar värdesätts (Imm & Stylianou, 2012). Med hjälp av draget ger läraren elever chansen att ändra sina resonemang och svar utan att döma eleven inför resten av gruppen. Genom att exempelvis ställa frågan "Vill du ändra din tanke?" till en elev som från början förklarat sitt tankesätt ger läraren möjligheter utan att peka ut elevens svar som fel. Stein m. fl. (2008) talar om att lärares planering och medvetenhet kring elevernas svar under tiden de jobbar självständigt är till stor hjälp för hur väl läraren styr samtalet. Redan i denna fas kan lärare se bristande svar och planera hur hen kan uppmana eleven att *ändra uppfattning*.

2.4.7 Prata parvis

Det kommunikativa draget *prata parvis* kan användas när som helst under samtalets gång, särskilt efter det att eleverna *tänkt tyst.* Läraren avbryter sin egen undervisning och låter eleverna själva få sätta ord på sina tankar. Detta bidrar till att läraren intar en passiv roll för stunden och vidare att undervisningen intar en elevcentrerad struktur (McAninch, 2015). I det ramverk Hufferd-Ackles m.fl. (2004) använde i studien där de undersökte hur lärare skapar möjligheter till matematiska diskussioner, återfinns bland annat aspekterna om vilka som kommer till tals i klassrummet och vem som bidrar med matematiska idéer. Även detta styrker draget att låta elever *prata parvis* med varandra. På så vis kommer alla till tals och verbaliserar sina tankar, även de elever som i vanliga fall föredrar att inte prata inför resten av gruppen.

2.4.8 Kommunikativa drag för lärares eget agerande

Förutom de drag som används som uppmaningar till elever, finns tre drag för vad läraren själv kan göra. Dessa är att *återge, utmana* och *ifrågasätta.* Syftet med drag som dessa är att de hjälper läraren att få in ytterligare matematikinnehåll i samtalet. Draget *återge* används för att förtydliga elevers svar och resonemang och formalisera dessa med ett matematiskt språk. Draget *utmana* används för att plocka upp ett matematiskt innehåll eller resonemang, problematisera det och tillföra något nytt. Det kan exempelvis innebära att ta upp resonemanget i en annan kontext eller i ett högre talområde för att eleverna ska generalisera. Det tredje och sista draget är att *ifrågasätta*, vilket innebär att läraren ber eleven att övertyga resten av gruppen att resonemanget stämmer genom att vara tydlig med varför det stämmer. Syftet är inte att läraren ska sätta dit elever med bristande resonemang, snarare att detta ska bidra till eleven synar sina resonemang på djupet.

2.5 Konstruktion av sammanlänkade uppgifter

Serier med sammanlänkade uppgifter delas in i olika faser där uppgifterna i serien hör till en viss fas beroende på vilket syfte respektive uppgift har. Faserna benämns som *entry problems*, *helper problems* och *challenge problems* (Lambert m.fl. 2017). Dessa har Skodras (2017) översatt till *inledande*, *stöttande* och *utmanande* delar av uppgifter. I denna studie används ordet fas vid benämning av de olika delarna. Den inledande fasen består av uppgifter som leder in eleven i det förutbestämda innehållet. Dessa uppgifter kan ofta lösas med strategier eleven är bekant med sedan innan. Den stöttande fasen saknar antingen uppgifter helt eller består av uppgifter som är relaterade till de inledande uppgifterna. De skiljer sig från uppgifterna i den inledande fasen, men strategier som använts för uppgifterna i den inledande fasen kan också användas i den stöttande fasen. I den utmanande fasen ökar svårighetsgraden på uppgifterna. Dessa uppgifter föregås inte av stöttande uppgifter. Syftet med uppgifterna är att synliggöra om eleverna förstått de strategier som de använt i tidigare uppgifter. Det kan synliggöra om eleverna kan generalisera den kunskap de visat i tidigare beräkningar och om de kan avgöra om det i vissa uppgifter är lämpligare att beräkna uppgiften med en annan strategi (Lambert, Imm & Williams, 2017).

3. Metod

I avsnittet presenteras studiens genomförande. Därefter redogörs urvalet och de etiska ställningstagandena inför och under genomförandet. Sedan ges en beskrivning av vilken analysmetod som används för att få fram resultatet, samt hur analysprocessen gått till. Avslutningsvis beskrivs studiens validitet, reliabilitet och generaliserbarhet.

3.1 Genomförande

Studiens empiri som användes för att besvara syfte och frågeställningar var videoinspelat material. Materialet var insamlad videodata och två av tre filmer har tidigare använts av Skodras (2017) i studier kopplat till läromedel ur serien *Contexts for learning mathematics* (Fosnot & Dolk, 2001). Författaren har därför inte varit delaktig vid inspelning. Utgångspunkten för val av metod grundade sig i syftet med studien. Studien syfte var att identifiera hur kommunikativa drag relaterar till uppgifter som används i matematikundervisningen. Detta undersöktes genom att ställa frågan om hur lärare använder kommunikativa drag i undervisningen. Det är med andra ord lärarens sätt att agera i klassrummet som undersöks. När studier har som syfte att undersöka ageranden hos individer finns olika alternativ. Om man gör en intervjustudie finns en risk att hamna i klyftan mellan vad respondenten säger att hen gör och vad hen faktiskt gör (Bryman, 2011). För att undvika klyftan är observation ett alternativ till enkäter och intervjuer där respondenten själv påverkar resultatet. Med detta i åtanke valdes observation som metod, närmare bestämt en observation av inspelat videomaterial. Det finns flera fördelar med observation med videoanalys. Osbeck, Ingerman och Claesson (2018) pekar på att en fördel med att analysera videos i studier är att författaren kan backa bandet och kolla om sekvenser flera gånger. Vidare menar de även att videoanalyser ger författaren möjlighet att gå djupare in i det som ska studeras. Fördelen att kolla på sekvenser i filmer upprepade gånger är något som också styrks av Powell, Francisco och Maher (2003). De påpekar också att det i vissa fall är en fördel att både det visuella och verbala finns tillgängligt. I denna studie är det av fördel eftersom de uppgifter läraren skriver upp på tavlan under lektionen är en del av analysen.

Alla tre filmer är en del av ett fortbildningsmaterial i form av CD-skivor som sedan lagrats som filer på datorn. Urvalet föreföll sig som en kombination av ett bekvämlighetsurval och ett målstyrt urval. Det målstyrda urvalet uppfylls för att studien avser att studera lärare i klassrum där lärare är erfarna samtalsledare och där både lärare och elever är väl förtrogna med de sociomatematiska normer som är en förutsättning för matematiska samtal. Ett annat urvalskriterium är att de videoinspelade lektionerna innehåller undervisning med serier sammanlänkade uppgifter i helklass. Detta leder till bekvämlighetsurvalet, eftersom det finns en begränsad möjlighet till åtkomst av sådana filmer och filmerna som valdes ut var de som fanns tillgängliga (Bryman, 2011). Av de fem filmer som var inom ramen för urvalet, valdes två filmer bort på grund av att tre filmer bedömdes rimligt att undersöka i studien utifrån ett tidsperspektiv. Detta motiveras av att de totalt 47:46 minuter videomaterial empirin består av är tillräckligt eftersom varje sekund består av undervisning i helklass med sammanlänkade uppgifter. En avgränsning i studien är att det inte är möjligt att ta del av planeringen för lektionerna. Därför kan inte frågor som rör det matematiska samtalets syfte undersökas.

Tabell 1. Översikt, urval av filmer.

Lektion	Tid i minuter	Lärare	Antal uppgifter i serien
Lektion 1	10:53	Helen	5
Lektion 2	19:52	Mary	4
Lektion 3	17:41	Jack	3

3.1.1 Etiska överväganden

De filmer empirin i studien består av är filmade av andra forskare i utbildningssyfte. Dessa filmer har använts i studier och författaren har fått tillgång till filmerna via en forskare som tidigare använt dem i sin studie. Vetenskapsrådet (2011) betonar vikten av att personer som bedriver forskning och undersökningar ska ta etiska ställningstagande i förhållande till respondenterna och studien i sig. De fyra principerna i fokus är informationskravet, samtyckeskravet, konfidentialitetskravet och nyttjandekravet. Informationskravet innebär att berörda personer ska informeras om studiens syfte, vilka moment som finns med och att de deltar i studien under frivillighet. Samtyckeskravet innebär att deltagarna bestämmer över sin medverkan och när minderåriga medverkar ska vårdnadshavare godkänna detta. Studien uppfyller således inte dessa krav, eftersom författaren analyserar redan befintliga filmer utan kontaktuppgifter till deltagande lärare och elever. Å ena sidan kan detta ses som en svaghet, eftersom läraren inte själv valt att bli analyserad. Å andra sidan görs en bedömning att läraren mer eller mindre godkänt fri exponering eftersom alla tre filmer finns tillgängliga för offentligheten. Gällande de minderåriga eleverna i filmen kommer inte fokus vara att studera dem, eftersom fokuset ligger på att studera lärarnas bidrag i undervisningen. Konfidentialitetskravet och nyttjandekravet uppfylls i studien för att alla namn är fiktiva och för att studien utförs i forskningssyfte (Vetenskapsrådet, 2002).

3.2 Analysmetod

Nedan presenteras vilken analysmetod som användes och hur analysprocessen gått till. Avslutningsvis beskrivs studiens validitet, reliabilitet och generaliserbarhet.

3.2.1 Transkribering och analysprocess

Analysprocessen startade redan vid transkriberingen. Eftersom Lektion 1 redan var transkriberad, kontrollerades transkripten noga ännu en gång. Namnen byttes ut till lärare som förkortas med L och elever som förkortas med E samt en siffra i den ordningen de talat, exempelvis E(1), E(2). När flera elever svarar samtidigt benämns de med endast E.

Tabell 2. Exempel på transkribering, lektion 1.

L:	We are going to start with some multiplication problems. [writes 2 • 3]I don't even need to ask, right? E(1)?
E(1)	6
L:	Good job. Alright. Well here is 2 times 3, and here is the array for that. Everybody see that? I am going to write another problem on the board and before you raise your hand, just take a look at it, and I want you to think about what the array might look like. [writes 2 x 30] You know, remember the signal we use, instead of raising our hand, to give people some time to think. Let's just put our thumbs up. E(2)?
E(2)	It will be 60.

Resterande filmer transkriberades först i grova drag. Med det menas att författaren observerade filmerna och antecknade det läraren sa som var av intresse för studiens syfte Resultatet togs fram genom analys av transkript av inspelade, valda delar av lektioner. Det verktyg som användes för analysen har sin grund i Kazemi & Hintz (2014) *talk moves*. De kommunikativa drag som tidigare beskrivits i studien kommer från detta begrepp och fungerar som ett begreppsligt ramverk i analysprocessen av studien. Detta skedde genom att varje drag hade bestämda fraser, ord eller meningar kännetecknade för draget och kopplas ihop med det läraren säger.
Nyckelord och meningar till varje drag som noterades i filmerna kommer från Kilhamn m.fl. (2019). De presenteras i tabell 3.

Tabell 3. Kommunikativa drag och exempel på vad läraren kan tänkas säga.

Resonera	*Varför är det så?, Kan du övertyga oss?, Varför är det inte så? Förklara!, Vad händer om?, Vad leder det till?, Vad innebär det?, Vilken slutsats kan man dra utifrån det?*
Beskriva	*Vem kan beskriva?, Vem kan berätta?, Hur har du tänkt?, Kan du visa oss?, Jag förstår inte, kan du förklara?, Hur har du gjort?, Har någon gjort på ett annat sätt?*
Återberätta	*Vad har vi hört?, Kan du återberätta vad hen sa?, Vad är det som har sagts nu?, Vem kan förklara vad Karin menade?, Kan du berätta med dina egna ord vad Karin sa?*
Tänka tyst	*Fundera en stund., Visa när du tänk färdigt., Ge andra tid att tänka.*
Lägga till	*Är det någon som vill tillägga något?, Är det någon som har en fråga till hen?*
Ändra uppfattning	*Är det någon som har ändrat sitt tänkande?, Vill du ändra din tanke? Varför?, Hur tänker du nu?*
Prata parvis	*Prata med din kompis.*
Återge	*Du säger alltså att…?, Så du menar att…?, Är det såhär du menar?, Hens strategi var ju att…*
Utmana	*Men om vi tänker så här då?, Fungerar det även när…?, Nu ska du få ett annat exempel., Igår när vi…(koppla tillbaka till en tidigare tanke)., När jag hör vad ni har gjort kom jag att tänka på...*
Ifrågasätta	*Hur kan vi veta säkert?, Är det verkligen så?, Om det är som ni säger, hur blir det då i detta fallet?, Hur ska vi kunna ta reda på om det fungerar?, Är det verkligen så?*

Det läraren sa och som sedan kopplades till ett specifikt kommunikativt drag i studien, var inte alltid ordagrant det som det skrivs fram i tabell 3. De användes som riktlinjer, det läraren sa som tolkades som ett drag är synonymt med dessa nyckelfraser. Under analysen fördes de kommunikativa drag som användes in i en tabell för respektive lektion där uppgifterna fanns med. Till varje uppgift redovisades kommunikativa drag i den ordningen de användes. För att besvara studiens två frågeställningar delades resultatet in i två delar. Första delen presenterar de tabeller som användes vid analysen för att besvara frågan om under vilka faser i en serie sammanlänkade uppgifter som särskilda kommunikativa drag används. Resultatets andra del syftade till att besvara frågan hur lärare använder kommunikativa drag för att styra matematiska samtal i undervisning med sammanlänkade uppgifter. För att besvara den första forskningsfrågan användes nyckelord (se tabell 3) under observationen av filmerna där de kommunikativa dragen som användes i respektive fas fördes in i tabeller för respektive lektion. Därefter transkriberades sekvenser selektivt med avseende att förtydliga resultatet. Dessa användes sedan som citatstöd. För att besvara den andra forskningsfrågan observerades filmerna flera gånger. Efter observationen blev tre teman synliga för hur lärarna använde de kommunikativa dragen. De blev synliga genom att det var återkommande sätt att använda dragen i samtliga filmer. För att förtydliga de teman som synliggjordes transkriberades exempel från lektionerna för varje tema. Dessa användes som citatstöd i resultatet i studien. I citatstöden förkortades benämningen för lärare och elever på samma sätt som ovan. Alla tre lektioner transkriberades på samma detaljnivå och på originalspråket för att undvika felöversättningar.

Resultatet analyserades genom att de citatstöd som valdes ut tolkades i två omgångar, först genom transkript och sedan i resultatdelen i kontext. Utifrån dessa tolkningar skapades sedan teman för hur lärare använder de kommunikativa dragen.

3.2.3 Reliabilitet, validitet och generaliserbarhet

Studiens reliabilitet och validitet visar hur tillförlitlig och giltig insamlingen av data och sammanställning av resultatet är (Bryman, 2011). Det finns en skillnad i hur möjligheterna att för att bedöma dessa ser ut, beroende på om studien är av kvantitativ eller kvalitativ karaktär. Denna studie är kvalitativ, eftersom syftet är att kolla noggrant på en liten mängd data, för att undersöka hur lärare inom urvalet använder kommunikativa drag och vilka drag som används i vilka faser av uppgifter. Därför är syftet inte att generalisera att lärare i allmänhet använder kommunikativa drag på ett visst sätt, som resultatet hade kunnat visa om studien ämnat att kvantitativt undersöka detta.

En aspekt som skulle kunna påverka studiens validitet är metoden för insamling av data. I detta fall har författaren inte befunnit sig i klassrummet och potentiellt påverkat lärare och elevers beteende. Det som däremot är känt är att lärare och elever under aktuella lektioner blivit filmade. Det skulle enligt Bryman (2011) kunna leda till en reaktiv effekt, som vidare förklaras med att människor kan förändra sitt beteende när de vet att de observeras. Ett argument för att fallet inte är så med denna studie, är att lärare och elever är väl förtrogna med matematiska samtal och de sociomatematiska normer som finns i dessa sammanhang. För att stärka studiens reliabilitet har en kodning med nyckelord noggrant skrivits fram. Genom detta höjer reliabiliteten såväl som validiteten för studien, eftersom analysprocessen redovisas med transparens. För att undvika skevheter i resultatet som Bryman (2011) benämner som bias, har författaren agerat objektivt under analysen av resultatet genom att inte förutsätta att kommunikation är det viktigaste i matematikundervisningen. Detta genom att författaren observerat filmerna utöver analysen och förhållit sig kritiskt till innehållet. Författaren har inte heller värderat undervisningen i filmerna som bra respektive dålig, utan strikt analyserat efter analysverktyget och de begrepp studien undersöker. För att höja reliabilitet ges citatstöd som exempel, på hur jag tolkat förekomsten av kommunikativa drag.

4. Resultat

Studiens huvudresultat visar att det är att dragen beskriva, återge och tänk tyst finns med i den inledande fasen av samtliga lektioner. I två av tre lektioner används en större variation av drag i den utmanande fasen av serien. I samtliga lektioner använder lärare kommunikativa drag i undervisning med sammanlänkade uppgifter på tre olika sätt: genom att lyfta flera olika strategier, låta elever få tid att tänka samt att fördjupa det matematiska innehållet. I följande avsnitt besvaras studiens två frågor.

4.1 Kommunikativa drag i relation till seriens faser med uppgifter

Studiens första fråga handlar om relationen mellan kommunikativa drag och seriernas faser med uppgifter. I tabell 4 framgår det vilka kommunikativa drag som användes under respektive lärares lektion. Uppgifterna presenteras tillsammans med respektive drag som används. Inledningsvis sammanställs resultatet för hur de kommunikativa dragen används i relation till faserna inledande, stöttande och utmanande uppgifter under de tre lektionerna. Därefter visas resultaten för respektive lektion i en tabell med vardera drag i relation till respektive uppgift i den inledande, stöttande och utmanande fasen i serien.

Tabell 4. Sammanfattning av lektioner och kommunikativa drag som används i varje fas.

	Helens lektion	Marys lektion	Jacks lektion
I	Tänka tyst, beskriva, ifrågasätta, prata parvis, Beskriva, Återge	beskriva, beskriva, utmana, tänk tyst, beskriva, återge, beskriva, återge	beskriva, återge, utmana, tänk tyst, beskriva, återge, beskriva, lägga till, resonera, ändra uppfattning, återge
S	utmana	-	-
U	utmana, tänka tyst, beskriva, återge, beskriva, återge, återge, återberätta, återge, återge	tänk tyst, beskriva, återge, återge, beskriva, resonera, återge, ifrågasätta, resonera, beskriva, återge, resonera, återge, beskriva, återge, utmana, resonera, återge Utmana, ändra uppfattning, tänk tyst, beskriva, återge, beskriva, återge, tänk tyst, återge, beskriva, återge	utmana, tänk tyst, resonera, tänk tyst, beskriva, resonera, återge, beskriva, återge, beskriva, resonera, beskriva, resonera, beskriva, utmana, resonera, prata parvis, resonera, återge, resonera, återge, resonera, återge, resonera

De kommunikativa dragen i tabell 4 följer inte genomgående samma mönster vad gäller användandet av dragen i förhållande till faserna med uppgifter. Det förekommer vissa mönster. Dragen *beskriva*, *återge* och *tänka tyst* används i samtliga inledande faser. *Beskriva* och *återge* används vidare också i resterande faser av serien i samtliga serier. Dessa drag är också de drag som dominerar i samtliga uppgifter. Helens användning av drag skiljer sig från Jacks och Marys användning på flera sätt. Hon använder ungefär samma drag och lika stor mängd drag i uppgifterna i den inledande fasen såväl som den utmanande. Hon använder inte draget *resonera* i någon uppgift. Jack och Mary följer samma typ av mönster på det sätt att mängden drag ökar från den inledande fasen till den utmanande. Det innebär att de lägger mer tid vid dessa uppgifter än de i den inledande fasen. De har också en större variation av drag som används i den utmanande fasen än Helen. De använder exempelvis *tänka tyst* och *resonera* ett flertal gånger.

Första lektionen med lärare Helen innehåller en serie uppgifter som består av två uppgifter i den inledande fasen, två i den stöttande och en utmanande. De drag som används under tiden som Helen undervisar med serien är *tänka tyst*, *beskriva*, *ifrågasätta*, *prata parvis*, *återge*, *utmana* och *återberätta*.

Tabell 5. Helens lektion. Uppgifter och kommunikativa drag under lektionens olika faser.

Faser	Uppgifter	Kommunikativa drag
Inledande	2 • 3 2 • 30	- Tänka tyst, beskriva, ifrågasätta, prata parvis, Beskriva, Återge
Stöttande	4 • 4 4 • 40	Utmana -
Utmanande	4 • 39	Utmana, tänka tyst, beskriva, återge, beskriva, återge, återge, återberätta, återge, återge

Sammanställningen av Helens lektion visar att sju drag används i undervisningen av uppgifterna. De drag som inte används är *lägga till, resonera* och *ändra uppfattning. Tänka tyst* är också ett drag som inte används i inledningen, utan kommer senare i den inledande fasen. Den första uppgiften frågar Helen enbart efter ett svar på. Här ger hon ingen betänketid utan ger ordet till den elev som snabbast räcker upp handen. Detsamma gäller uppgift 3 och uppgift 4 i den stöttande fasen. Ett mönster som visar sig är gemensamt för uppgifter där Helen inte uppmanar eleverna att *tänka tyst* eller *beskriva* och resonera kring sitt svar, är uppgifter där läraren vid presentationen av dessa visar att det är uppgifter eleverna bör kunna. I exempel 1 ger Helen eleverna den första uppgiften i serien. Hon antyder att det är en uppgift eleverna bör klara av utan att tänka, när hon ger ordet till E(1). Sedan lägger hon ingen tid på att låta eleven förklara sitt svar:

> Exempel 1. Uppgift 2 •3
> L: We are going to start with some multiplication problems [writes 2 x 3]. I don't even need to ask, right? E(1)?
> E(1): 6.
> L: Good job!

Som det framgår av ovanstående exempel bekräftar de att eleven inte ges tid att tänka, utan måste svara direkt. Även i nästa exempel visar läraren att det är en uppgift hon förmodar och utgår från att eleverna kan.

> Exempel 2. Uppgift 4 • 4 och uppgift 4 • 40.
> L: I am going to give you another problem [writes 4 • 4]. Multiplication fact. I would love to see all hands up. This is a multiplication fact and we have to know these by the end of 4th grade.
> E(5): I think it is 16.
> L: There you go, good job! [writes 4 • 40] What to you think?
> E(5): 160.

Ovanstående exempel bekräftar att Helen även vid denna uppgift förväntar sig ett svar. Hon antyder att eleverna bör kunna att det är ”multiplication fact” genom att säga att hon vill se många händer uppe. När hon sedan får ett korrekt svar av E(5) frågar hon inte om hur hen tänkte, utan går istället vidare direkt med nästa uppgift. Ett annat mönster som blir synligt är att det kommunikativa draget utmana används i introduktionen av den stöttande fasen av uppgifter och den utmanande fasen av uppgifter. I exempel 3 förbereder Helen eleverna på att det kommer en ny uppgift.

> Exempel 3. Uppgift 4 • 4.
> L: I am going to give you another problem. [writes 4 x 4]

När detta görs i den stöttande fasen av uppgifter tilläggs inget annat från henne. Det kan tolkas som att läraren vill informera och förbereda eleverna på en ny uppgift. I nästa exempel som visar uppgiften i den utmanande fasen säger Helen en liknande mening till eleverna som i föregående exempel. Skillnaden här är att hon väljer att dramatisera upplägget genom att antyda att det är en obekant uppgift.

> Exempel 4. Uppgift 4 • 39.
> L: I am going to put another problem on the board. [writes 4 x 39]. Ohhh, Not very friendly. How would you solve this? This is not a very friendly problem, so let's give people some time to think, so let's use our thumbs. E(4), what do you think?

Skillnaden mot föregående exempel är också att hon här låter eleverna bli medvetna om att de behöver få tid till att tänka för att lösa uppgiften. Det som händer är alltså att läraren utmanar på två olika sätt i den stöttande och utmanande fasen av uppgifter. Detta tolkas som att läraren ger eleverna mer tid att tänka i den utmanande fasen.

I andra lektionen som presenteras med lärare Mary, innehåller serien uppgifter två inledande uppgifter, ingen stöttande och två utmanande. De drag Mary använder under serien är *beskriva*, *utmana*, *tänka tyst*, *återge*, *resonera*, *ifrågasätta* och *ändra uppfattning.*

Tabell 6. Marys lektion. Uppgifter och kommunikativa drag under lektionens olika faser.

Faser	Uppgifter	Kommunikativa drag
Inledande	43 + 20 62 + 30	beskriva, beskriva, utmana, tänk tyst, beskriva, återge, beskriva, återge
Stöttande	-	-
Utmanande	62 + 39	tänk tyst, beskriva, återge, återge, beskriva, resonera,

	54 + 48	återge, ifrågasätta, resonera, beskriva, återge, resonera, återge, beskriva, återge, utmana, resonera, återge Utmana, ändra uppfattning, tänk tyst, beskriva, återge, beskriva, återge, tänk tyst, återge, beskriva, återge

Resultatet visar att Mary använder sju drag när hon undervisar uppgifterna i serien. De drag som inte används är *återberätta, prata parvis* och *lägga till*. Det kommunikativa draget *beskriva* är ett vanligt förekommande drag under Marys lektion. Det förekommer vid varje uppgift, ofta flera gånger om. Vid introduktionen av den första uppgiften ber Mary en elev *beskriva* sitt svar:

Exempel 5. Uppgift 43 + 20
E(1): 63
L: Okay, How did you get that, E(1)?
E(1): I kept the 20 whole and I broke up the 43 into a 40 and a 3. Then I took a jump of 40 and I got to 60.

Vidare används draget *beskriva* vid alla efterföljande uppgifter. Vid presentation av varje ny uppgift ber Mary en elev säga sitt svar och *beskriva* hur hen kom fram till det. *Beskriva* används också när Mary vid varje uppgift frågar eleverna om någon tänkt på ett annat sätt. Det kommunikativa draget *resonera* förekommer vid första uppgiften i den utmanande fasen.

Exempel 6. Uppgift 62+39
L: That is a really cool way. That kind of reminds me of something that we did the other day. That E(2) just took that little one and got to 40. Why did that help you E(1)?
E(1): Because it got me to a friendly number.
L: Okay, so 40 is more friendly to you than 39?

Mary ber eleven att *resonera* kring varför hon använde den specifika strategin. Då får eleven sätta ord på sitt eget resonemang och berättar att hon valde just den beräkningsstrategien för att den tar henne till ett för henne bekant tal. Detta sker efter att ett flertal andra strategier för samma uppgift hade presenterats av andra elever.

Tredje lektionen med lärare Jack innehåller en serie som består av två inledande uppgifter, ingen stöttande uppgift och en utmanande uppgift. De drag som används är *beskriva*, *återge*, *utmana*, *tänk tyst*, *lägga till*, *resonera*, *ändra uppfattning* och *prata parvis.*

Tabell 7. Jacks lektion. Uppgifter och kommunikativa drag under lektionens olika faser.

Faser	Uppgifter	Kommunikativa drag
Inledande	146 - 12 272 - 14	beskriva, återge Utmana, tänk tyst, beskriva, återge, beskriva, lägga till, resonera, ändra uppfattning
Stöttande	-	
Utmanande	283 - 275	utmana, tänk tyst, resonera, tänk tyst, beskriva, resonera, återge, beskriva, återge, beskriva, resonera, beskriva, resonera, beskriva, utmana,resonera, prata parvis, resonera, återge, resonera, återge, resonera, återge, resonera

Resultatet visar att Jack använder åtta drag när han undervisar uppgifterna i serien. De drag som inte används är *ifrågasätta* och *återberätta*. Jack använder likt de andra två lärarna dragen *beskriva*, *återge* och *tänka tyst* i den inledande fasen av uppgifterna. Det som skiljer Jacks användande av kommunikativa drag i förhållande till uppgifterna från de andra lärarna, är att draget *resonera* används till två av tre uppgifter. Till uppgiften i den utmanande fasen använder Jack flera drag återkommande. En tolkning som görs av detta är att Jack lägger störst vikt på uppgiften i den utmanande fasen.

4.2 Lärares sätt att använda kommunikativa drag i undervisning med sammanlänkade uppgifter

I följande avsnitt besvaras hur lärare använder kommunikativa drag. Resultatet delas in i tre teman som beskriver lärares sätt att använda dragen.

4.2.1 Beskriva och återge för att inleda och avsluta samtal om en beräkningsstrategi

Resultatet visar att samtliga lärare använder det kommunikativa draget *beskriva* för att uppmana eleverna att berätta om vilka beräkningsstrategier de använder vid en viss typ av uppgift. När läraren hör en beskrivning som hen är nöjd med avslutar läraren med att *återge* den strategi eleven precis använt. Exempel som visar detta är under en sekvens ur Marys lektion:

Exempel 8. Marys lektion.
L: E(3)how did you do?
E(3): I kept the 62 whole, and then I took a big jump of 10 then another one..
L: Wait, what where you at when you took the first jump? [writing on a open number line]
E(3) Oh yes, 72. And then I took another jump of ten and that took me to 82 and then another one and that took me to 92.
L: Okay, wow. So there are three jumps of 30. [showing on a open number line]

Som ovanstående exempel bekräftar ber läraren eleven att *beskriva* hur eleven tänker när hon löser uppgiften 62+30. Därefter beskriver eleven att hon tagit ett tio-hopp i taget fram till svaret. Detta visar läraren på en öppen tallinje och avslutar med att återge vad eleven precis förklarat. Läraren lyfter elevens beskrivning som endast innehöll ett tio-hopp i taget, till att återge med andra ord. Hon lyfter att eleven tagit tre tio-hopp. Läraren nöjer sig inte med en beräkningsstrategi. I exemplet nedan uppmanar hon elever att lyfta ännu en strategi:

Exempel 9. Marys lektion.
L: Did someone do it a little differently?
E(4): I kept the 62 whole. And then I felt strong enough to jump the whole 30 instead. And I know that 6+3 equals 9 so 60+30 equals 90. And with the 2 equals 92.
L: Wow. So you used what you know about 6 and 3 and just made it to tens.

Likt föregående exempel använder läraren återigen draget *beskriva* för att uppmana eleverna att lyfta ännu en strategi. När hon förstår elevens svar *återge*r hon det med andra ord för att förtydliga vad det är eleven har gjort i sin beräkningsstrategi. I vissa fall använder läraren andra drag emellan, i situationer där det uppstår något som är intressant och bedöms behöver ses närmare på utifrån elevens beskrivning. För att förklara detta närmare kan det ses som en linje av drag som följer varandra, som ofta börjar med *att beskriva* och slutar med *återge.* Vi ser här ett exempel på detta under Helens lektion. Först frågar hon om hur eleven fick svaret 60:

Exempel 10. Helens lektion.
L: How did you get 60?
E(2): I knew that 30 + 30= 60, so it was 30 x 2, but the other way that I kind of did it was I know 2 x 3 = 6, and if you add a 0 to 3, you just add a 0 to it.
L: Usually when I add a 0 to something, for example 6, if I add 0 to that I usually come out with a 6. So 6+0, I am adding a 0 there, I am coming out with 6. Are we just adding a 0? What is happening here? Here is the question I want you to talk about with your neighbor.

Helen uppmärksammar att elevens beskrivning av hens beräkningsstrategi inte är matematiskt korrekt. Hon väljer då att visa det genom att använda draget *ifrågasätta* för att reda ut strategin som just förklarats. Detta gör hon genom att generalisera vad som alltid händer när man adderar talet noll med ett annat tal. Sedan uppmanar hon eleverna att *prata parvis* om det de just hört.

[Kids talk together]
L: I actually listened in on E(3), E(4) and E(5) conversation. I eavesdropped a little bit because I nosy, and I am going to ask Charlie to represent the group and talk about what they came up with together.
E(3): Well we figured out it was ten 2 x 3s
L: Ten 2 x 3s? Okay.
E(4): And if you add, If you make ten 2 x 3 arrays, it will add up to the 60.
L: So you are saying, if I take this 2x3 array and I put it over on top of the 2x 30 array, I will actually be able to fit ten of these?
E(3): I think so.

Efter det att eleverna fått *prata parvis* fångar Helen upp ett elevsvar som hon hörde under stunden de pratade med varandra. Hon ber en elev i paret att beskriva hur de tänker om uppgiften. Eleven berättar då att de tänker att de tar 2• 3 tio gånger. De fortsätter sedan deras lösning med att förklara den genom areamodellen, då de under denna lektion arbetar med den. Avslutningsvis *återger* Helen den beskrivning som elevparet kom på med andra ord och formulerat som en fråga. Detta exempel visar en situation där läraren använder fler drag mellan *beskriva* och *återge,* till skillnad från exempel 8 och 9 där läraren finner beskrivningarna lämpliga och därför väljer att återge det eleven beskrivit direkt. Dragen *återberätta, lägga till, ifrågasätta, parat parvis* och *ändra uppfattning* är drag som lärare i resultatet använder där de stannar upp vid något eleven beskriver. Det tolkas som att anledningen till detta är i syfte att antingen utveckla den enskilde elevens resonemang eller alla elever i gruppen.

4.2.2 Tankarna får ta tid

Resultatet visar ett övergripande gemensamt sätt för hur lärarna använder de kommunikativa dragen. Genom att använda dragen visar lärarna för eleverna att det är okej att ta sig tid att tänka på uppgifterna som presenteras. I avsnittet presenteras tre faktorer som tolkas som viktiga för detta. En första faktor som bekräftar detta kopplas till föregående tema. Det är att eleverna märker att läraren lyfter flera beräkningsstrategier för vardera uppgifter. De behöver alltså inte stressa i tanken för att vara den som först räcker upp handen. Lärarens användning av draget *beskriva* är därmed en bidragande faktor till att tankar får ta tid. Nästa bidragande faktor är lärarnas användning av draget *tänka tyst.* Draget används när läraren på något sätt uppmanar eleverna till att tänka. Ett exempel är under Helens lektion där hon vid presentationen av uppgiften $2 \cdot 30$ uppmanar eleverna till detta:

> Exempel 7. Helens lektion.
> L: Good job. Alright. Well here is 2 times 3, and here is the array for that. Everybody see that? I am going to write another problem on the board and before you raise your hand, just take a look at it, and I want you to think about what the array might look like. [writes 2 x 30] You know, remember the signal we use, instead of raising our hand, to give people some time to think. Let's just put our thumbs up. E(2)?

I exemplet ovan använder läraren draget *tänka tyst.* Detta gör hon dels när hon säger att hon vill att eleverna tänker hur de tror att areamodellen för uppgiften kommer att se ut, dels när hon påminner eleverna om att de ska göra tummen upp för att inte distrahera de elever som fortfarande tänker. Lärarna använder *tänka tyst* vid inledningen av en ny uppgift eller i samband med nya beräkningsstrategier. Det är dock inte endast detta drag som bidrar till att eleverna tillåts tid att tänka. Som tidigare nämnt så är en viktig faktor det att lärarna låter eleverna komma med flera olika beräkningsstrategier. En tredje viktig faktor är mängden drag som används. Resultatet visade att de lektioner med fler antal drag utövar det matematiska samtalet under en längre stund än under lektionen där färre drag användes. En tolkning av detta är att eftersom dragen används för att styra det matematiska samtalet och hålla det vid liv, innebär det att samtalet blir längre ju fler drag som används. Helens lektion är den lektion som har flest antal uppgifter (fem stycken) men har samtidigt det kortaste matematiska samtalet (10:53 min). I tabell 6 är det synligt att Jack och Mary använder kommunikativa drag vid fler tillfällen än Helen, trots att de har färre antal uppgifter i sina serier. I Jack och Marys användning av dragen i den utmanande delen är det synligt att de använder alla tre faktorer för att visa eleverna att de får tid att tänka. De använder draget *tänka tyst*, de lyfter flera olika beräkningsstrategier med draget beskriva samt att de använder dragen en viss mängd gånger, även tillsammans med andra drag som exempelvis *resonera* och *ändra uppfattning.*

4.2.3 Draget resonera används för att fördjupa matematiska samtal

Resultatet visar också att draget *resonera* används av Mary och Jack när de vill gå på djupet och under ytan av en uppgift eller en beräkningsstrategi. Ett exempel på en sådan situation är när Jack undervisar om uppgiften i den utmanande delen. Han ställer då en fråga kopplat till något han hört eleverna säga under tankeprocessen:

> Exempel 11: Jacks lektion.
> L: I hear some people saying that this is different, is it different?

Denna fråga ställer Jack till eleverna efter att han skrivit uttrycket 283-275 på tavlan och de har fått tänka tyst en stund. Frågan han ställer är indirekt en uppmaning där Jack visar att han förväntar sig en förklaring till varför just detta tal är annorlunda eller inte. Jack använder draget *resonera* även när han uppmanar eleverna att jämföra olika strategier. I nästa exempel har Jack presenterat uppgiften 283-275 och en elev har berättat om strategin hen använde, vilket visade sig vara addera för att finna skillnaden mellan talen. Därefter frågar Jack om någon elev har subtraherat hela 275 från 283 och en elev räcker upp handen. Jack visar båda beräkningsstrategierna på en öppen tallinje och frågar vad skillnaden är och vilken som är lättast att utföra:

> Exempel 12. Jacks lektion.
> L: Okay, who wants to talk about which strategi that is the easiest one? E(1)?
> E(1): E(3).
> L: Why?
> E(1): Because the numbers were close, and….wait… you just had to make two jumps.
> L: Okay. Linda, What do you think?
> E(2): E(3) just had to jump 8 on the numberline but Amy had to jump 275. So E(3) is the most easiest.

Det som händer här är att Jack låter två elever förklara varför de tycker att en elevs strategi är enklare än den andra. Jack nöjer sig inte efter detta. För att fördjupa samtalet ytterligare leder han det vidare:

> Exempel 12. Jacks lektion.
> L: Okay, there is another thing I am noticing right now. Here, E(2), you took away 275. And (E3), you added 8. And Amy says that this is subtraction, this is minus, but E(3) added. Why is that okay? Why can E(3) add and a lot of people decided to add it up, but E(2) decided to remove 275. I know you said it is because it is the easiest way. But why does that seem to work? You both got 8. You guys, turn to each other and talk. Why do you think that it works that E(2) took away 275 and E(3) added up.

I exemplet ovan blir det synligt att Jack vill vidareutveckla elevernas förståelse för skillnaden mellan dessa beräkningsstrategier och sambandet mellan addition och subtraktion. Han repeterar de två beräkningsstrategierna och ställer frågor om varför det är möjligt att få samma svar trots att den ene använder addition och den andre subtraktion.

4.2.4 Sammanfattning

Sammanfattningsvis är det de tre teman som framkommit i resultatet som visar hur lärare använder de kommunikativa dragen i undervisningen. Ett tydligt mönster är att lärarna visar elever att det är okej att tänka länge när de använder kommunikativa drag. Det visade sig också att dragen *beskriva* och *återge* används som inledande, respektive avslutande drag vid samtal om beräkningsstrategier.

Det tredje och sista temat som presenterats i resultatet är att draget *resonera* tenderar att användas i syfte att fördjupa det matematiska samtalet.

5. Diskussion

Studiens syfte är att identifiera hur kommunikativa drag relaterar till uppgifter som används i matematikundervisningen. För att uppnå syftet med studien har tre lektioner med undervisning där lärarna arbetar med en serie sammanlänkade uppgifter ur läromedlet (Fosnot & Dolk, 2001) studerats. Fokus i analysen var vad läraren säger och de frågor som studien ämnar att besvara är dels under vilka faser i en serie sammanlänkade uppgifter som särskilda kommunikativa drag används, dels hur lärare använder kommunikativa drag för att leda matematiska samtal i undervisning med sammanlänkade uppgifter. I studien framkom det att förhållandet mellan faserna med uppgifter i serien och de kommunikativa drag som används varierar. Trots detta finns ett mönster som framträder. Det är att dragen *beskriva, återge* och *tänk tyst* finns med i den inledande fasen av samtliga lektioner. I två av tre lektioner används en större variation av drag i den utmanande fasen av serien. Gemensamt för lektionerna är att lärare använder kommunikativa drag i undervisning med sammanlänkade uppgifter på tre olika sätt genom att dragen används i en viss ordning för att lyfta flera olika strategier, låter elever få tid att tänka samt att fördjupar det matematiska innehållet i samtalet. I följande avsnitt kommer resultatet diskuteras utifrån tidigare forskning och teori.

5.1 Resultatdiskussion

En första utgångspunkt i diskussionen av studiens resultat är att diskutera det i ljuset av den teori som tidigare presenterats. Cobb och Yackels (1996) teori med socialkonstruktivistisk syn på lärande är det filter som läggs på för att förstå resultatet, tolka det samt diskutera möjliga orsaker till det. De klassrum med tillhörande lärare och elever som undersökts i studien är klassrum som är väl förtrogna med läromedlet (Fosnot och Dolk, 2001). Därför antas att en viss typ av sociomatematiska normer råder i klassrummen. Precis som Cobb och Yackel (1996) beskriver handlar dessa normer om vilka sociala villkor som finns när man talar om matematik i klassrummet. Det betyder till exempel att eleverna är vana vid att få mycket talutrymme, de är vana vid att delta i matematiska samtal samt att läraren är van vid att leda matematiska samtal. Det är en viktig aspekt att ha med när resultatet av studien tolkas. Det bekräftar nämligen att klassrummen i denna studie har sociomatematiska normer som underlättar för att matematiska samtal med kommunikativa drag ska kunna ske.

Resultatet av studiens första fråga visar att vissa drag används vid vissa specifika faser av de sammanlänkade uppgifterna, trots att användandet varierade en del mellan de tre lektionerna. De drag som finns med i den inledande fasen i alla lektioner är *beskriva*, *återge* och *tänka tyst.* Draget beskriva som handlar om att läraren ber eleven beskriva sitt svar och hur hen tänkte, skulle kunna tolkas som det McAninch förklarar som lärarcentrerad undervisning och det som Ulleberg och Solem (2018) kallar för IRE-modell för dialoger i klassrum. Det som kännetecknar lärarcentrerad undervisning och IRE-dialoger är att läraren har ordet och fördelar ut talan till elever och förväntar sig ett rätt svar. Att detta drag har en central roll i den inledande delen av serierna i samtliga lektioner kan säga något om dragets funktion. Trots att draget kan upplevas som att det följer ett IRE-samtalsmönster som tidigare nämnts, skulle det kunna vara så att draget fyller en viktig funktion och grund för att läraren sedan ska kunna använda andra drag vid senare tillfälle. Lärarna ställer frågor som “How did you get 60?” (exempel 10, Helens lektion) och “Leah, how did you do”? (Exempel 8, Marys lektion). Om de frågorna skulle tas ur sitt sammanhang skulle det inte vara intressant att diskutera kring att det är just draget *beskriva* som används. Det skulle räcka med att konstatera att dessa lärare frågar efter svar och tillvägagångssätt, på samma sätt Mason (2010) beskriver att lärare ställer frågor för att sedan invänta ett procedurellt svar av eleven. Resultatet visar dock att även andra drag används i de uppgifter där draget beskriva förekommer. I den inledande fasen är majoriteten av drag som används *beskriva*, *återge* och *tänka tyst.* Det finns forskning som visar på att låta elever få tid till att tänka är en bidragande faktor till djupare förståelse. Lithners (2008) ramverk för kreativa resonemang lyfter specifikt elevers chans till att tänka länge som en viktig grund till att utveckla kreativa resonemang. Därför är det av största intresse att ta detta i akt när man diskuterar vilka drag som används i vissa faser av serierna. En slutsats som dras av detta är att draget *beskriva* är startpunkten för att sedan låta elever fördjupa sitt tänkande i de fall där draget *tänka tyst* antingen kommer före eller efter draget *beskriva*.

I den utmanande fasen ökar användandet av drag markant, både i mängd och variation. När Skodras (2017) undersökte lärares frågor i förhållande till serier sammanlänkade uppgifter fann hon att faktabaserade frågor ofta används i den inledande fasen för att sedan kompletteras med mer kognitivt krävande frågor. Slutsatser drogs kring att frågorna därför också följer en progression likt serierna och att de mer kognitivt krävande frågorna ställs till de uppgifter som är svårare. Liknande slutsatser skulle kunna dras även i denna studie. Skillnaden är dock att Skodras (2017) utgick från ett ramverk för frågor, där vissa typer av frågor var uttalat mer kognitivt krävande än andra. Ramverket för denna studie har inte denna progression kring de kommunikativa dragen, även om det går att se att vissa drag förekommer endast i den utmanande delen. I två av tre lektioner (Jack och Marys) förekommer draget *resonera* i den utmanande delen. I en av lektionerna (Helens) förekommer draget *resonera* inte alls. Det kan tyckas märkligt eftersom urvalet av empiri för studien har beskrivits som lärare som är erfarna matematiska samtalsledare. Också för att all forskning visar på att matematiska samtal definieras som samtal där eleverna får resonera kring sina beräkningsstrategier. Detta resultat behöver dock inte betyda att eleverna i Helens lektion resonerar i kring sina beräkningar i mindre skala. Helen uppmanar eleverna att *tänka tyst* under flera tillfällen i den utmanande fasen, vilket är en viktig aspekt att ta till för att eleverna ska utveckla ett kreativt resonemang (Lithner, 2008). Det är alltså inte möjligt att dra en slutsats kring att eleverna i Helens lektion resonerar i mindre utsträckning för att Helen inte uttalat använder draget resonera. Eftersom tidigare forskning visar att fler drag än just draget resoneraa styrker elevernas kreativa resonemang, är det alltså inte möjligt att dra slutsatser kring att eleverna resonerar i mindre utsträckning där draget resonera inte används.

Som svar på studiens andra fråga framkom det tre tydliga teman för hur lärarna använder kommunikativa drag i undervisning med de sammanlänkade uppgifterna. Nämligen att tankarna får ta tid, att dragen används i en viss ordning när läraren lyfter flera olika strategier samt för att fördjupa det matematiska innehållet. Ett resultat som sammanfattar hur dragen används är att läraren genom dragen visar eleverna att det är okej att låta tankarna ta tid. Sammanfattningsvis visade resultatet tre faktorer som verkar bidra till detta. En faktor är det faktum att alla lärare lyfter flera strategier och därmed visar att alla bidrag är viktiga. Imm och Stylianous (2012) studie bekräftade att just denna faktor bidrar till att det matematiska samtalet håller en hög nivå, vilket de vidare beskriver som ett samtal där alla elever är aktiva och resonerar. De två andra faktorerna är att draget tänka tyst används där läraren uppmanar eleverna att tänka och mängden drag som används. Dessa tre faktorer tolkas som att det signalerar för eleverna att lärarens frågor inte är starten för en kapplöpning där den elev som tänker snabbast alltid får svara. Utan snarare inledningen till en stund för tankar som får ta tid. Faktorerna går in i varandra på det sätt att eleverna vet om att det kommer fler chanser att berätta om sin strategi, därför finns mindre skäl till att ha bråttom och räcka upp handen. Det leder oss återigen in på de sociomatematiska normerna (Cobb & Yackel, 1996) som råder i klassrummet och hur de står i samspel med elevers agerande i klassrummet. Empirin i den genomförda studien består av klasser och klassrum där elever och lärare är vana vid den här typen av matematiska samtal. Därför agerar eleverna efter "skolboksexemplet" när lärare använder sig av de kommunikativa dragen. På andra skolor och i andra sammanhang där andra normer råder, skulle eleverna antagligen vara stressade att få fram ett svar först av alla. Därför går det inte att säga att det är på grund av de kommunikativa dragen och hur lärare använder dessa, som bestämmer hur gensvaret blir, vilket i sin tur leder till nivån för det matematiska samtalet.

Ett tema i resultatet är att vissa drag används genomgående för att lyfta olika beräkningsstrategier. De två huvudsakliga dragen är att läraren först ber eleven att *beskriva* en beräkningsstrategi för att sedan *återge* det eleven sagt. I vissa fall använder lärare andra drag innan de väljer att återge det eleven sagt. Syftet med detta skulle kunna vara att läraren ser en annan nytta med just dessa elevsvar, mer än att *återge* en korrekt beräkningsstrategi för eleverna. Resultatet visar att dragen *återberätta*, *lägga till*, *ifrågasätta*, *prata parvis* och *ändra uppfattning* kan tolkas som att de används på detta sätt. I ett fall väljer läraren att *ifrågasätta* (exempel 10, Helens lektion) elevens beräkningsstrategi. Där är det en elev som säger att hen lägger till en nolla när hen talar om att gå från ental till tiotal. Det tolkas som att läraren i detta fall vill understryka för eleverna att det är viktigt att använda ett korrekt matematikspråk och att resonemang som förs bör vara logiska. Gemensamt för alla tre lektioner är att lärarna använder kommunikativa drag på liknande sätt som detta exemplet visar.

En positiv konsekvens av att lyfta flera elevsvar kan vara att läraren visar att hen värdesätter alla elevsvar oavsett om svaret är korrekt, för att allas bidrag ändå får utrymme i samtalet. Det var något som Imm och Stylianou (2012) bekräftade i sin studie, där resultatet visar att lärare som just värdesätter olika elevsvar får fler elever engagerade i samtalet och därmed en hög samtalsnivå. Det som däremot skiljer lärarnas sätt att fånga upp olika beräkningsstrategier är vad lärarna väljer att göra därefter. Stein m.fl., (2008) menar att det inte bara är det matematiska samtalet i sig som är viktigt, utan också att eleverna får jämföra strategierna i hur effektiva de är och vilka som lämpar sig bäst till specifika uppgifter. Detta gör Jack under sin lektion. I exempel 12 uppmanar Jack eleverna till att *resonera* kring två olika beräkningsstrategier i subtraktion. Det som gör att frågan blir av resonerande karaktär är att han frågar eleverna varför en viss strategi är effektivare än en annan. Detta leder oss in på ett annat tema i resultatet som blev synligt i hur lärare använder de kommunikativa dragen, nämligen att draget resonera används för att fördjupa det matematiska innehållet i samtalet. Som resultatet på första frågan visade så används draget *resonera* i stort sett uteslutande i den utmanande fasen av uppgifter. Dock inte i Helens lektion, då hon inte använder draget i någon fas. Som tidigare nämnts behöver det inte innebära att Helens elever inte resonerar då även andra drag bidrar till resonemang. Ett exempel där Jack använder draget resonera för att fördjupa samtalet är i exempel 12. Jack och eleverna fortsätter samtalet om de två olika beräkningsstrategierna i subtraktionsuppgifter även efter det att gruppen jämfört strategierna. Han ber eleverna *resonera* kring varför det är möjligt att använda både addition och subtraktion för att lösa uppgiften. På det viset fångar Jack upp det som blivit synligt för eleverna under samtalet och när de får resonera kring varför, fördjupas det matematiska innehållet.

5.2 Metoddiskussion

Empirin i studien består av tre videoinspelade lektioner som har analyserats. Samtliga lärare i filmerna undervisar utifrån läromedlet *Contexts for learning mathematics* och filmerna är ett fortbildningsmaterial tillhörande läromedlet. En fördel med detta tillvägagångssätt är att det under analysens gång har varit möjligt att pausa och se om sekvenser ur filmen (Osbeck m.fl., 2018). Det underlättade även vid transkriberingen. En nackdel med videoanalys är att de filmer som analyserats endast är inspelade från en vinkel i klassrummet. Det betyder att det som sker utanför filmen inte är med i empirin och därför inte heller i resultatet. Vissa saker som hade kunnat vara intressant för resultatet kan ha missats eftersom det inte framgår i filmerna vad som händer innan kameran sätts på och efter att den stängts av. Studiens resultat är inte generaliserbart dels för att det är en liten mängd data som samlats in, dels för att all empiri kommer från en utvald, specifik kontext. Syftet med studien är inte att nå ett generaliserbart resultat, trots detta skulle det vara intressant att i en annan studie ha ett större urval från blandade sammanhang och undersöka samma frågor och se om det går att dra några generella slutsatser.

För att återgå till urvalet har teorin om socialkonstruktivism och de sociomatematiska normerna bidragit till att kunna tolka resultatet i relation till urvalet av filmer. Det ger en förståelse för att resultatet troligtvis inte sett likadant ut om tre undervisningstillfällen i Sverige hade observerats på samma sätt. Trots det bidrar ändå studien till att besvara syftet för att kolla på något så specifikt som hur erfarna lärare använder kommunikativa drag i undervisningen. Detta påverkar studiens validitet eftersom resultatet inte är generaliserbart. Det som dock har gjort för att höja validiteten är tydligheten i hur datamaterialet har bearbetats. I definitionerna av de olika dragen har tydlighet fått stor plats, med konkreta exempel för hur de olika dragen lärare användes kategoriseras till att just höra till dessa drag. Detta är också något som styrker studiens reliabilitet eftersom denna tydlighet gör det möjligt att göra om studien under samma förutsättningar och då kunna tolka dragen på samma sätt som i denna studie. Under studiens gång blev det dock synligt att det var problematiskt att kategorisera vissa drag som kunde höra till flera drag. Studiens ena fråga gällande hur lärare använder kommunikativa drag kan upplevas ytlig då det inte besvarar varför de använder dem på det sätt resultatet visar. Därför hade en kompletterande metod som exempelvis intervjuer varit lämplig. På så sätt hade det matematiska syftet med lektionen tagits i akt och frågan om hur läraren använder dragen hade kunnat styras om till en djupare nivå, med varför läraren använder dragen på ett visst sätt.

5.3 Slutsatser

Det gap i forskningen som ramades in vid introduktionen av studien utgick från Skolforskningsinstitutets (2017) forskningsöversikt för utforskande samtal i matematik. Den visar att samtal av den karaktär som beskrivs bidrar till elevers lärande i matematik. En slutsats de drar är dock att det saknas tydlig handledning för lärare att använda för att planera och leda dessa samtal. Den här studie bidrar till att fylla en liten del av det gapet genom att undersöka hur kommunikativa drag relaterar till uppgifter som väljs ut av erfarna lärare i matematik. Forskning har sedan tidigare visat att de kommunikativa drag som används som analysverktyg i studien på olika sätt bidrar till den typen av matematiska samtal som Skolforskningsinstitutets (2017) forskningsöversikt efterfrågar. Identifiering av hur dragen relaterar till uppgifter har gjorts genom att besvara frågorna om under vilka faser i en serie sammanlänkade uppgifter särskilda kommunikativa drag används, samt hur lärare använder kommunikativa drag för att leda matematiska samtal i undervisningen. Utifrån studiens resultat kan några slutsatser dras. Trots att studiens syfte inte är att ge förslag på hur yrkesverksamma lärare kan använda kommunikativa drag för att leda matematiska samtal, är det svårt att undvika det som en konsekvens efter diskussionen av resultatet. Den empiri i studien där kommunikativa drag på olika sätt relaterar till uppgifterna som används kan säga något om hur matematiska samtal kan ledas. Det går inte att säga något om hur dragen används och relateras till det matematiska syftet eftersom det i studien inte framgår vilka matematiska syften lärarna har för lektionerna. Däremot går det en slutsats om att lärarna använder fler drag ju mer utmanande uppgiften är. En annan slutsats är att lärare som har erfarenhet av matematiska samtal väljer att använda draget resonera i mer utmanande uppgifter. Visserligen har klassrummen i studien en viss typ av sociomatematiska normer och slutsatser kan även dras kring att det är viktigt att som lärare ha i åtanke att dessa spelar roll. I enlighet med det Hufferd-Ackles m.fl. (2004) studie visade, tar det tid att få ett klimat i klassrummet som främjar matematiska samtal.

Trots att studien fokuserar på kommunikation i matematikundervisningen är en slutsats att det inte bara är kommunikationen i sig som är viktig och står i fokus när kommunikativa drag används i undervisningen av mer sammanlänkade uppgifter. På det sätt de erfarna lärarna använder kommunikativa drag visar att det också behöver ges tid för tystnad och eftertanke. Visserligen är tystnad och eftertanke en del av kommunikationen i studien utifrån de kommunikativa dragen. Slutsatsen är för att förtydliga det faktum, eftersom kommunikation ofta kan förknippas med dialoger.

5.4 Didaktiska implikationer och fortsatt forskning

Studien undersöker hur kommunikativa drag relaterar till uppgifter genom att ställa frågor om vilka drag som används när och *hur* lärare använder dem. I samband med studien har nya tankar väckts som hade varit intressant att studera vidare kring. I nästa studie skulle det var intressant att intervjua erfarna lärare om *varför* de väljer att använda vissa kommunikativa drag till vissa uppgifter och hur detta ser ut rent praktiskt i planeringsstadiet. Det skulle på så vis bli en fördjupad förlängning av denna studie.

Skolverket (2019) betonar i styrdokumenten vikten av att lärare bör sträva efter att utveckla elevers förmåga att argumentera, föra och följa matematiska resonemang. För mig som lärarstudent har dessa framskrivningar i styrdokumenten lett till frågetecken under utbildningens gång. Under min egen skolgång och under praktikperioder i utbildningen har jag inte fått se att en undervisning som hjälper eleverna med det bedrivas i stor utsträckning. Samtidigt larmar Skolforskningsinstitutet om att det saknas tydlig vägledning för lärare som vill öka kommunikationen i matematikklassrummet, trots att internationell forskning visar att kommunikation ökar elevers förmåga att resonera i matematik. Därför har jag nu fördjupat det alternativ jag fått syn på under praktik i New York City.

Förhoppningsvis kan denna studie fungera som en språngbräda för mig och andra lärarstudenter eller yrkesverksamma lärare som vill testa att använda kommunikativa drag i matematikundervisningen för att leda matematiska samtal. Kanske kan det bidra till att våga gå djupare i matematiska samtal än att bara låta eleverna visa och berätta. Genom att börja i en ände och låta det ta tid, kanske jag och någon annan kan lyckas med att göra tankeprocessen levande och verklig för eleverna, där deras matematiserande fram till svaret är viktigare än svaret i sig.

Referenser

Bryman, A. (2011). *Samhällsvetenskapliga metoder*. Malmö: Liber.

Cobb, P. (1994). Where is the mind? Constructivist and sociocultural perspectives on mathematical development. *Educational Researcher, 23*(7), 13-20.

Cobb, P. & Yackel, E. (1996). Constructivist, emergent, and sociocultural perspectives in the context of developmental research. *Educational Psychologist, 31*(3-4), 175-190.

DiBrienza, J. & Shevell, G. (1998). Number strings: Developing computational efficiency in a constructivist classroom. *The Constructivist*, *13*(2), 21 –25.

Fosnot, C. T., & Dolk, M. (2001). *Young mathematicians at work. Constructing multiplication and division.* Portsmouth, NH: Heinemann.

Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Dordrecht: Reidel.

Hufferd-Ackles, K., Fuson, K., & Sherin, M. G. (2004). Describing levels and components of a math-talk community. *Journal for Research in Mathematics Education, 35*, 81-116.

Imm, K., & Stylianou, D. (2012). Talking Mathematically: An analysis of Discourse Communities. *Journal of Mathematical Behaviour, 31*(1), 130-148.

Kazemi, E. & Hintz, A. (2014). *Intentional talk. How to structure and lead productive mathematical discussions.* Stenhouse Publishers, USA.

Kilhamn, C., Nyman, R., Knutsson, L., Holmberg, B., Frisk, S., Skodras, C. & Gallos Cronberg, F. (2019). *Matematiska samtal – vägen till elevers lärande*. Stockholm: Liber.

Lambert, R., Imm, K., Williams, D. (2017). Number Strings: Daily Computational Fluency. *Teaching children mathematics, 24* (1), 48-55.

Lithner, J. (2008). A research framework for creative and imitative reasoning. *Educational Studies in Mathematics 67*(3), 255-276.

Mason, J. (2000). Asking mathematical questions mathematically. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 31*(1), 97-111.

McAninch, M. J. (2015). *A qualitative study of secondary mathematics teachers' questioning, responses, and perceived influences.* PhD (Doctor of Philosophy) thesis, University of Iowa.

Osbeck, C., Ingerman, Å. & Claesson, S. (red.) (2018). *Didactic classroom studies: a potential research direction*. Lund: Nordic Academic Press.

Powell, A. B., Francisco, J. M., & Maher, C. A. (2003). An analytical model for studying the development of learners' mathematical ideas and reasoning using videotape data. *The Journal of Mathematical Behavior, 22(4),* 405–435.

Schwartz, C. (2015). Developing the practice of teacher questioning through a K-2 elementary mathematics field experience. *Investigations in mathematics learning, 7*(3), 30-50.

Skodras, C. (2017). *Lärares frågor i matematikklassrummet (*Magisteruppsats). Göteborg: Institutionen för didaktik och pedagogisk forskning, Göteborgs universitet. Hämtad 2020-04-01 från https://gupea.ub.gu.se/bitstream/2077/53775/1/gupea_2077_53775_1.pdf

Skolforskningsinstitutet (2017). *Klassrumsdialog i matematikundervisningen- matematiska samtal i helklass i grundskola.* Stockholm: Skolforskningsinstitutet.

Skolverket (2019). *Skolverket [Elektronisk resurs]*. Stockholm: Skolverket.

Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S. & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical Thinking and Learning, 10*(4), 313-340.

Ulleberg, I. & Solem, I. (2018). Which questions should be asked in classroom talk in mathematics?; presentation and discussion of a questioning model. *Acta Didactica Norge [elektronisk Resurs], 12*(1), 21.

Vetenskapsrådet. (2002). *Forskningsetiska principer inom humanistisk-samhällsvetenskaplig forskning.* Stockholm: Vetenskapsrådet.