



GÖTEBORGS UNIVERSITET

Combinatorics of solvable lattice models with a reflecting end

LINNEA HIETALA

Institutionen för matematiska vetenskaper
Naturvetenskapliga fakulteten

Akademisk avhandling för avläggande av filosofie doktorsexamen i matematik, som med tillstånd från Naturvetenskapliga fakulteten kommer att försvaras vid en offentlig disputation **fredag den 28 maj, 2021 kl. 13.00**, i Pascal, Institutionen för matematiska vetenskaper, Chalmers tvärgata 3, Göteborg och via <https://chalmers.zoom.us/j/67316831518>, lösenord: 886721.

Avhandlingen försvaras på engelska.

Opponent:

Professor Roger Behrend,
School of Mathematics, Cardiff University, United Kingdom.

Tillgänglig via: <http://hdl.handle.net/2077/68147>

ISBN: 978-91-8009-330-9 (TRYCK)

ISBN: 978-91-8009-331-6 (PDF)

Sammanfattning

I den här avhandlingen studerar vi några exakt lösbara, kvantintegrerbara gittermodeller. Izergin bevisade en determinantformel för partitionsfunktionen till sexvertexmodellen på ett gitter av storlek $n \times n$ med Korepins domänvägggränsvillkor (domain wall boundary conditions – DWBC). Metoden har blivit ett användbart verktyg för att studera partitionsfunktionen för liknande modeller. Determinantformeln har också visat sig vara användbar för att lösa andra typer av problem. Genom att specialisera parametrarna i Izergins determinantformel kunde Kuperberg hitta en formel för antalet alternerande tecken-matriser (alternating sign matrices – ASMs).

Bazhanov och Mangazeev introducerade speciella polynom, bland annat p_n och q_n , som kan användas för att uttrycka speciella komponenter av egenvektorerna för grundtillstånden till den supersymmetriska XYZ-spinnkedjan av udda längd. I artikel I hittar vi explicita kombinatoriska uttryck för polynomen q_n i termer av trefärgsmodellen med DWBC och en (diagonal) reflekterande rand. Sambandet uppstår genom att specialisera parametrarna i partitionsfunktionen för den elliptiska sexvertexmodellen med DWBC och en (diagonal) reflekterande rand på Kuperbergs sätt. Som en följd av detta kan vi hitta resultat för trefärgsmodellen, exempelvis antalet tillstånd med ett givet antal rutor av varje färg. I artikel II studerar vi polynomen p_n på ett liknande sätt. Kopplingen till den elliptiska sexvertexmodellen fås genom att specialisera alla parametrar utom en på Kuperbergs sätt.

Genom att använda Izergin–Korepin-metoden i Artikel III hittar vi en determinantformel för partitionsfunktionen för den trigonometriska sexvertexmodellen med DWBC och en partiellt (triangulär) reflekterande rand på ett gitter av storlek $2n \times m$, där $m \leq n$. Sedan använder vi Kuperbergs specialisering av parametrarna för att hitta ett explicit uttryck för antalet tillstånd av modellen som en determinant av Wilson-polynom. Vi kopplar också detta till en sorts ASM-liknande matriser.

Keywords: sexvertexmodellen, elliptiska sexvertexmodellen, trefärgsmodellen, reflekterande rand, DWBC, partitionsfunktion, determinantformel, XYZ-spinnkedja, alternerande tecken-matriser, speciella polynom, positiva koefficienter.